UNIVERSITE ECOLOGIE
BRETAGNE GEOSCIENCES
LOIRE AGRONOMIE ALIMENTATION

UNIVERSITÉ DE NANTES

THESE DE DOCTORAT DE

L'UNIVERSITE DE NANTES
COMUE UNIVERSITE BRETAGNE LOIRE

ECOLE DOCTORALE N° 600
Ecole doctorale Ecologie, Géosciences, Agronomie et Alimentation
Spécialité : « Planétologie »

Par
Ludivine HAREL

Modélisation du transfert de chaleur dans les satellites de glace : lois d'échelle et évolution thermique appliquées à Ganymède

Thèse présentée et soutenue à Nantes, le 29 Novembre 2019
Unité de recherche : Laboratoire de Planétologie et Géodynamique, UMR 6112
Thèse N° :

Rapporteurs avant soutenance :

Anne Davaille	Directrice de Recherche CNRS – Laboratoire Fluides, Automatique et Systèmes Thermiques
Marie-Pierre Doin	Directrice de Recherche CNRS – Institut des Sciences de la TERRE

Composition du Jury :

Président : *soutenance)*	Prénom Nom	Fonction et établissement d'exercice (9)*(à préciser après la*
Examinateurs :	Olivier Bourgeois	Maître de Conférence, Université de Nantes – Laboratoire de Planétologie et Géodynamique
	Maurine Montagnat	Directrice de Recherche CNRS – Institut des Géosciences de l'Environnement
	Marc Monnereau	Chargé de Recherche CNRS - Institut de Recherche en Astrophysique et Planétologie
Dir. de thèse :	Gaël Choblet	Chargé de Recherche CNRS – Laboratoire de Planétologie et Géodynamique
Co-enc de thèse :	Caroline Dumoulin	Maître de Conférence, Université de Nantes – Laboratoire de Planétologie et Géodynamique
Co-enc de thèse :	Gabriel Tobie	Chargé de Recherche CNRS – Laboratoire de Planétologie et Géodynamique

Table des matières

Introduction **1**

1 Objets étudiés et éléments théoriques **5**

1.1 Généralités sur les corps glacés 5

1.1.1 Découverte et exploration des corps glacés du système solaire . . 5

1.1.2 Structures internes 12

1.2 Transfert de chaleur 26

1.2.1 Sources de chaleur 26

1.2.2 Transfert thermique par conduction 31

1.2.3 Transfert thermique par convection 31

1.2.4 Adimensionnement et nombres sans dimension 33

1.2.5 Régimes de convection 36

1.3 Rhéologie 39

1.3.1 Mécanismes de déformation 40

1.3.2 Viscosité 42

1.3.3 Détermination des paramètres de fluage 45

1.3.4 Taille de grain 48

2 Méthode d'étude du transfert de chaleur **53**

2.1 Outil numérique : CHEOPS-2D 54

2.1.1 Principe général 54

2.1.2 Méthode de résolution multigrilles 57

2.1.3 Implémentation des rhéologies plus complexes 59

2.2 Traitement des simulations 62

2.2.1 État d'équilibre et régime de couvercle stagnant 62
2.2.2 Définition des grandeurs 65
2.2.3 Qualité de la régression 68
2.3 Lois d'échelle issues des études précédentes 69
2.3.1 Relations théoriques pour le transfert de chaleur 70
2.3.2 Lois d'échelle déterminées pour une rhéologie de type Frank-Kamenetskii 72
2.3.3 Prise en compte de rhéologies plus complexes 73
2.4 Frank-Kamenetskii versus Arrhenius 75
2.4.1 Relations entre les nombres de Nusselt et de Rayleigh 76
2.4.2 Paramétrisations des épaisseurs 81
2.4.3 Autres relations 84
2.4.4 Comparaison 2D-3D 89
2.5 Conclusion 90

3 Paramétrisation du transfert thermique pour une rhéologie composite 93
3.1 Simulations réalisées 93
3.2 Mécanismes dominants 95
3.2.1 Détermination du mécanisme dominant 95
3.2.2 Paramétrisations dans la sous-couche rhéologique 99
3.2.3 Paramétrisations dans la partie convective 99
3.3 Paramètre rhéologique 103
3.3.1 Description dans la sous-couche rhéologique 103
3.3.2 Paramétrisations de γ_{rh} 103
3.4 Relation entre le nombre de Nusselt et le nombre de Rayleigh 105
3.4.1 Loi Nusselt-Rayleigh 105
3.4.2 Paramètre c_g 109
3.5 Paramétrisations des épaisseurs 110
3.5.1 Épaisseur de la couche limite thermique froide 110
3.5.2 Épaisseur du couvercle stagnant 111
3.5.3 Épaisseur de la sous-couche rhéologique 112
3.5.4 Épaisseur de la couche limite thermique chaude 112

3.6 Simplification des lois d'échelle composite 114
3.6.1 Approximation 114
3.6.2 Paramétrisations simplifiées 114
3.7 Autres relations 117
3.7.1 Température interne 117
3.7.2 Viscosité 118
3.8 Conclusion 122

4 Évolution thermique de Ganymède 125
4.1 Reconstruction de profils de température 126
4.1.1 Principe général 126
4.1.2 Reconstruction de profils de température en rhéologies simplifiées 127
4.1.3 Rhéologie composite 131
4.1.4 Comparaison des rhéologies dans l'approximation de Frank-Kamenetskii et composite 131
4.2 Modèle paramétré d'évolution thermique 134
4.2.1 Principe général 136
4.2.2 Évolution des structures thermique et radiale 139
4.2.3 Paramétrisation de la convection 142
4.3 Application à l'évolution thermique de Ganymède 145
4.3.1 Influence de la rhéologie 145
4.3.2 Effet de l'épaisseur initiale de la couche de glace I 149
4.3.3 Concentration en NH_3 150
4.3.4 Impact d'une couche de faible conductivité thermique 153
4.4 Conclusion 156

Conclusion et perspectives 159

A Résultats des simulations 163
A.1 Approximation de Frank-Kamenetskii 163
A.2 Loi de type Arrhenius 168
A.3 Loi composite 175

Table des figures

1.1 Meilleurs clichés des lunes galiléennes prises par les sondes Pioneer 10 et 11. Source : NASA. 7

1.2 De gauche à droite : Ganymède (Voyager 1), Europe (Voyager 2), Encelade (Voyager 2) et Titan (Voyager 2). Source : NASA. 8

1.3 Images des satellites galiléens obtenues par la sonde Galileo. De gauche à droite : Io, Europe, Ganymède et Callisto. Source : NASA. 9

1.4 Images provenant de Galileo illustrant les différents terrains visibles à la surface de Ganymède : les terrains sombres de *Nicholson Regio* (gauche) sont plus anciens que les terrains clairs de *Harpagia Sulcus* (droite). Source : NASA. 10

1.5 Images de Titan collectées par Cassini (gauche) [Le Mouélic *et al.*, 2012] et par l'atterrisseur Huygens (droite) [Tomasko *et al.*, 2005]. Source : NASA. 12

1.6 a. Diagramme de phase de l'eau pure, d'après Durham et Stern [2001]. b. Représentation de la présence possible d'un océan. La ligne rouge représente le profil de température attendu à l'intérieur d'un satellite de glace dont le rayon permet la formation de glace haute pression [Hussmann *et al.*, 2015]. 15

1.7 Structure interne de Ganymède pour différentes compositions du noyau (trait gras : 100% Fe, trait semi-gras : 50%Fe/50%FeS, trait fin 100%FeS), modifiée d'après Sohl *et al.* [2002]. 23

1.8 Structures internes de différents satellites de glace : Europe, Ganymède, Callisto, Encelade et Titan. La figure provient de Vance *et al.* [2018]. . . 25

1.9 Taux de production de chaleur moyen par unité de masse pour différentes compositions de météorites au cours du temps. La Figure provient de Hussmann *et al.* [2010]. 30

1.10 Diagrammes représentant les différents régimes de convection en fonction du nombre de Rayleigh à la base de la couche Ra_1 et du contraste total de viscosité p. pour une rhéologie Newtonienne (a) ou non-Newtonienne (b) (n=3) (voir Section 1.3 pour plus de détails). I représente le régime isovisqueux ou à faible contraste de viscosité, II le régime transitoire (ou *sluggish lid*) et III le régime à couvercle stagnant. Les figures proviennent de Solomatov [1995]. 37

1.11 Représentation de la température au centre de la boîte convective (gauche) et des isosurfaces mettant en évidence la forme des structures de convection dans les cas à couvercle mobile (a, Ra_i = 7.2·10^6, γ = 120), transitoire (b, Ra_i = 1.6·10^4, γ = 30) et à couvercle stagnant (c, Ra_i = 7.3·10^6, γ = 80). La figure provient de Hüttig et Breuer [2011]. Les simulations numériques ont été réalisées en géométrie 3D sphérique avec un chauffage interne. 38

1.12 Schéma de principe du fluage par migration de dislocation (de 1 à 6). La configuration finale (6) met en evidence le glissement entre les plans supérieur et inférieur. D'après Nougier [2000]. 41

1.13 Schéma de principe des fluages par diffusion de type Nabarro-Herring (a) et de type Coble (b) [Nougier, 2000]. 42

1.14 Viscosité en fonction de la contrainte, pour une taille de grain de 1 mm, mettant en évidence les différentes dépendances à la contrainte de la viscosité de la glace I [Sotin et Tobie, 2004]. 43

1.15 Schéma de principe montrant les quatre mécanismes de déformation identifiés dans la glace I en fonction des contraintes. La figure provient de Goldsby et Kohlstedt [2001]. 48

1.16 Spectres de réflectance de la glace d'eau entre 1 et 5 μm pour différentes tailles de grain. La figure provient de Jaumann *et al.* [2008], d'après les données de Hansen et Mccord [2004]. 49

1.17 Profil de taille de grain moyenne dans le glacier GRIP (Groenland). Les valeurs de tailles de grain proviennent de l'étude de Thorsteinsson *et al.* [1997] ; les mécanismes d'évolution de la taille de grain ont été proposés par Barr et Milkovich [2008]. 51

2.1 a. Représentation de la géométrie en anneau sphérique (d'après Hernlund et Tackley, 2008). La coquille sphérique, définie entre la sphère interne (trait épais) et la sphère externe (trait fin), est intersectée par un plan pour donner une portion d'anneau sphérique (trait rouge). b. Maillage de CHEOPS-2D. La température et la pression sont calculées au centre des cellules (points noirs). Les vitesses radiale et latérale sont définies sur les bords des cellules, à chaque point rouge et vert respectivement. Les figures proviennent de Besserer [2012]. 56

2.2 Exemples de cycles multigrilles avec 4 grilles différentes. (a) Cycles V, (b) Cycles F. 58

2.3 Évolution du résidu sur la vitesse latérale en fonction du nombre d'itérations de grille fine pour le premier pas de temps. Les simulations sont nommées en fonction des valeurs des paramètres multigrilles imposés selon le modèle *[type de cycle][ngrid]_a.b*. La meilleure combinaison donne $ngrid$ = 5, a = 2 et b = 1, avec des cycles multigrilles de type F et c = 20. 60

2.4 Différences entre les trois types de régime de convection : stationnaire (a), intermédiaire (b) et dépendant du temps (c). L'évolution des flux de chaleur à la base (noir) et à la surface (rouge) au cours du temps est représentée à gauche et un instantané du champ de température associé à droite. 63

2.5 Profils de vitesses moyennes v^*_{rms} et de température θ adimensionnées pour une simulation potentiellement en régime à couvercle mobile (gauche) et pour une simulation en régime à couvercle stagnant (droite). 64

2.6 Représentation des différents régimes de convection. Les cercles noirs montrent les simulations réalisées dans la cadre de l'approximation de Frank-Kamenetskii, les rouges celles réalisées avec une loi de viscosité de type Arrhenius et les verts celles réalisées avec une rhéologie composite. Les résultats des simulations dépendantes du temps sont représentés par des cercles pleins, les résultats stationnaires par des cercles vides et les simulations intermédiaires par des croix. Les limites entre la convection à couvercle stagnant et la convection sans couvercle proviennent de Solomatov [1995] et la limite entre les états convectif et purement conductif correspond au nombre de Rayleigh critique à la température θ_i = 0.9. . . 66

2.7 Profils adimensionnés de viscosité, de température et de flux de chaleur (conductif en noir, advectif en rouge) pour une simulation de type Arrhenius (en fluage par diffusion). Les lignes pointillées noires montrent les différentes épaisseurs : le couvercle stagnant (d_{sl}), la couche limite thermique supérieure (δ_0), la sous-couche rhéologique (δ_{rh}) et la couche limite thermique inférieure (δ_1). θ_{sl} est la température adimensionnée à la base du couvercle stagnant et θ_i est la température de l'intérieur convectif. 68

2.8 Log(Nu) en fonction de Log(Ra_i). Les différentes couleurs représentent des simulations avec un paramètre rhéologique γ similaire (rhéologie de type Arrhenius en fluage uniquement par diffusion, notée AR-D) ou identique (rhéologie dans le cadre de l'approximation de Frank-Kamenetskii, notée FK-T). Les losanges sont les simulations en régime stationnaire, les étoiles en régime intermédiaire et les cercles en régime dépendant du temps. 78

2.9 Lois Nusselt-Raleigh pour une convection stationnaire. Les carrés représentent les simulations réalisées dans le cadre de l'approximation de Frank-Kamenetskii, les cercles celles réalisées avec une rhéologie de type Arrhenius en fluage par diffusion. La couleur des symboles représente le nombre de Rayleigh interne. 79

2.10 Lois Nusselt-Rayleigh pour une convection dépendante du temps. Les carrés représentent les simulations réalisées dans le cadre de l'approximation de Frank-Kamenetskii, les cercles celles réalisées avec une rhéologie de type Arrhenius en fluage par diffusion. La couleur des symboles représente le nombre de Rayleigh interne. 80

2.11 Paramétrisation de l'épaisseur du couvercle stagnant d_{sl}, pour les cas stationnaires et dépendant du temps dans l'approximation de Frank-Kamenetskii (noir) et Arrhenius purement diffusif (rouge). Les cercles vides représentent les simulations stationnaires et les cercles pleins les simulations dépendantes du temps. 85

2.12 Paramétrisation de l'épaisseur de la couche limite thermique inférieure δ_1 pour les cas stationnaires et dépendant du temps dans l'approximation de Frank-Kamenetskii et Arrhenius purement diffusif. Les symboles sont définis dans la Figure 2.11. 86

2.13 Paramétrisation de la température interne adimensionnée θ_i. Les simulations réalisées dans l'approximation de Frank-Kamenetskii sont représentées par des carrés, celles avec la formulation d'Arrhenius avec des cercles. Les symboles vides sont pour les cas stationnaires et les symboles pleins pour les cas dépendants du temps. 87

2.14 Relation entre le nombre de Rayleigh à la base de la couche Ra_b et le nombre de Rayleigh interne Ra_i. Les simulations réalisées dans l'approximation de Frank-Kamenetskii sont représentées par des carrés, celles avec la formulation d'Arrhenius avec des cercles. Les symboles vides sont pour les cas stationnaires et les symboles pleins pour les cas dépendants du temps. 88

3.1 Champs instantannés de température, de viscosité, de contrainte effective et de contribution en pourcentage de fluage par diffusion, par migration de dislocations et par glissement (aux joints de grains ou sur le plan basal) dans la déformation totale pour deux simulations avec d_g = 1 mm et d_g = 10 mm (f = 0,97 et R_{top} = 2576 km). Les lignes pointillées représentent, de la surface vers la base, la base du couvercle stagnant (d'épaisseur d_{sl}), de la base de la couche limite thermique froide (d'épaisseur δ_0) et du sommet de la couche limite thermique chaude (d'épaisseur δ_1). La région grisée proche de la surface est la partie du couvercle affectée par le seuil de viscosité. 97

3.2 Contribution de chaque mécanisme de déformation à la viscosité composite totale en fonction de la profondeur pour f = 0.97 et R_{top} = 2576 km. Chaque courbe indique la fraction (en pourcentage) associée au fluage par diffusion (noir), au fluage par migration de dislocations (vert) et au fluage par glissement aux joints de grains ou glissement sur le plan basal (rouge). Les résultats pour quatre tailles de grain sont représentés : d_g = 1 mm, d_g = 2 mm, d_g = 5 mm, d_g = 10 mm. Les profils sont moyennés temporellement une fois l'équilibre thermique atteint. Les lignes tiretées bleues représentent les profondeurs du couvercle stagnant d_{sl}, de la base de la couche limite thermique supérieure δ_0 et du sommet de la couche limite thermique inférieure δ_1. La ligne pointillée bleue délimite la région la plus froide au voisinage de la surface où le seuil de viscosité s'applique. 98

3.3 Contribution du fluage par diffusion (en %) dans la déformation totale en fonction de la taille de grain d_g dans la sous-couche rhéologique. La couleur des points représente le nombre de Rayleigh interne Ra_i. 100

3.4 Contribution du fluage par glissement aux joints de grains ou par glissement sur le plan basal $p_{gbs/bas}$ dans la déformation totale en fonction de la contribution du fluage par diffusion p_{diff}. La couleur représente le nombre de Rayleigh interne Ra_i. 101

3.5 Contribution du fluage par diffusion dans la région convective en fonction de sa part dans la sous-couche rhéologique. La couleur représente le nombre de Rayleigh interne Ra_i. 102

3.6 Paramètre rhéologique γ_{rh} calculé dans la sous-couche rhéologique en fonction de la contribution du fluage par diffusion p_{diff} à la viscosité totale. La couleur des symboles représente la courbure f et leur taille indique la taille de grain, comprise entre 0.1 et 10 mm. La droite tiretée montre la meilleure régression pour $f >$ 0,95. 104

3.7 Paramètre rhéologique γ_{rh} calculé dans la sous-couche rhéologique en fonction de la contribution du fluage par diffusion p_{diff} dans la viscosité totale et la courbure f. La couleur des symboles représente la courbure f. La droite tiretée montre la meilleure régression. 106

3.8 Relation classique entre le nombre de Nusselt et le nombre de Rayleigh, avec les exposants $b = 1/3$ et $c = -4/3$ tels que déterminés pour une rhéologie Newtonienne (voir Section 2.4.1). La couleur des points représente la contribution du fluage par diffusion p_{diff} (en %) dans la déformation totale et les cercles vides représentent les résultats obtenus pour les simulations Arrhenius en fluage par diffusion (p_{diff} = 100%) avec γ_{rh} calculé dans la sous-couche rhéologique au lieu du γ calculé avec la température interne T_i (Fig. 2.10 et Éq. 2.15). Tous les simulations avec une rhéologie de type Arrhenius montrées ici ont été réalisée avec E_a=50 kJ·mol^{-1}, l'énergie d'activation du fluage par diffusion utilisée en rhéologie composite. 107

3.9 Relation Nusselt-Rayleigh $Nu \propto Ra_i^{1/3} \left(c_g \gamma_{rh}\right)^{-4/3}$, avec $c_g = 1$ pour $p_{diff} > 50\%$ et $c_g = 1.25$ pour $p_{diff} < 50\%$. La couleur des points représente la contribution du fluage par diffusion p_{diff} (en %) dans la déformation totale et les cercles vides représentent les résultats obtenus pour les simulations Arrhenius en fluage par diffusion (p_{diff} = 100%) avec γ_{rh} calculé dans la sous-couche rhéologique au lieu du γ calculé avec la température interne T_i (Fig. 2.10 et Éq. 2.15). Tous les simulations avec une rhéologie de type Arrhenius montrées ici ont été réalisée avec E_a=50 kJ·mol^{-1}, l'énergie d'activation du fluage par diffusion utilisée en rhéologie composite. 108

3.10 Relation entre l'épaisseur de la couche limite thermique supérieure et le nombre de Nusselt. 110

3.11 Paramétrisation de l'épaisseur du couvercle stagnant d_{sl} pour une rhéologie composite. 111

3.12 Paramétrisation de l'épaisseur de la couche limite thermique chaude δ_1 pour une rhéologie composite, avec c_g=1 pour $p_{diff} > 50\%$ et $c_g = 1.25$ pour $p_{diff} < 50\%$. 113

3.13 Relation Nusselt-Rayleigh $Nu \propto Ra_i^{1/3}\gamma - 4/3$, avec $\gamma = (E_a \Delta T)/(RT_i^2)$ pour E_a=50 kJ.mol^{-1}. La couleur représente la contribution du fluage par diffusion dans l'inverse de la viscosité (p_{diff}) pour les simulations en rhéologie composite. Les cercles vides correspondent aux simulations avec une loi de viscosité de type Arrhenius en fluage par diffusion et E_a=50 kJ.mol^{-1}. 115

3.14 Paramétrisation de l'épaisseur de la couche limite thermique inférieure δ_1 pour une rhéologie composite, avec $\gamma = (E_a \Delta T)/(RT_i^2)$ pour E_a=50 kJ.mol^{-1}. 116

3.15 Paramétrisation de la température interne adimensionnée θ_i. 118

3.16 Relation entre le nombre de Rayleigh à la base de la couche Ra_b et le nombre de Rayleigh interne Ra_i. 119

3.17 Log(Ra_i) en fonction de la viscosité locale moyennée dans la sous-couche rhéologique η^*_{loc}, pour des tailles de grain comprises entre 0,1 et 10 mm. . 120

3.18 Relation entre le nombre de Rayleigh interne Ra_i et la viscosité adimensionnée dans la sous-couche rhéologique η^*_{loc}. 121

4.1 Profils de température issus des résultats de CHEOPS-2D (trait plein) et profils de température reconstitués à partir des lois d'échelle (pointillés). a. Profils dans le carde de l'approximation de Frank-Kamenetskii. Convection dépendante du temps avec f = 0.978, R_{top} = 2576 km, γ = 16 et Ra_b = 1×10^8 (noir) ; convection dépendante du temps avec f = 0.90, R_{top} = 2576 km, γ = 14 et Ra_b = 1×10^7 (rouge) ; convection stationnaire avec f = 0.94, R_{top} = 2576 km, γ = 14 et Ra_b = 5×10^6 (bleu). b. Profils avec une rhéologie de type Arrhenius dans le cas d'un fluage uniquement par diffusion. Convection dépendante du temps avec f = 0.97, R_{top} = 2576 km, E_a = 62 kJ·mol^{-1} et d_g = 0.1 mm (noir) ; convection dépendante du temps avec f = 0.96, R_{top} = 2631 km, E_a = 50 kJ·mol^{-1} et d_g = 10 mm (rouge) ; convection stationnaire avec f = 0.93, R_{top} = 250 km, E_a = 50 kJ·mol^{-1} et d_g = 0.5 mm (bleu). 129

4.2 Profils de température issus des résultats de CHEOPS-2D en rhéologie composite (noirs) et profils de température reconstitués à partir des lois d'échelle générales (bleus) ou simplifiées (rouges). Toutes les simulations sont dépendantes du temps. a. Simulation réalisée avec f = 0.96, R_{top} = 250 km et d_g = 0.01 mm. b. Simulation réalisée avec f = 0.99, R_{top} = 2576 km et d_g = 0.1 mm. c. Simulation réalisée avec f = 0.97, R_{top} = 2631 km et d_g = 1 mm. d. Simulation réalisée avec f = 0.96, R_{top} = 2631 km et d_g = 10 mm. 132

4.3 Profils de température issus des résultats de CHEOPS-2D en rhéologie composite (noirs) et profils de température reconstitués à partir des lois d'échelle en rhéologie composite simplifiée (bleus) ou dans le cadre de l'approximation de Frank-Kamenetskii (rouges). Toutes les simulations sont dépendantes du temps. a. Simulation réalisée avec f = 0.96, R_{top} = 250 km et d_g = 0.01 mm. b. Simulation réalisée avec f = 0.99, R_{top} = 2576 km et d_g = 0.1 mm. c. Simulation réalisée avec f = 0.97, R_{top} = 2631 km et d_g = 1 mm. d. Simulation réalisée avec f = 0.96, R_{top} = 2631 km et d_g = 10 mm. 135

4.4 Principe général du modèle d'évolution paramétré [Tobie *et al.*, 2005b, 2006] appliqué à l'évolution thermique de Ganymède. Les différentes étapes sont détaillées dans les sections suivantes. 137

4.5 a. Modèle d'évolution de la puissance thermique globale du manteau silicaté au cours du temps. b. Schéma de l'intérieur de Ganymède, présentant les différentes couches. 141

4.6 Résultats du modèle d'évolution thermique appliqué à Ganymède, pour une taille de grain de 2 mm (η_{ref} = 5.71×10^{13} Pa·s) avec une rhéologie dans l'approximation de Frank-Kamenetskii et une rhéologie composite. a. Évolution de la structure de l'hydrosphère au cours du temps : les lignes solides représentent la rhéologie composite, les lignes pointillées la rhéologie dans l'approximation de Frank-Kamenetskii. La surface de Ganymède est tracée en noir, la base du couvercle stagnant en rouge, la base de la couche de glace en vert et la base de l'océan liquide en bleu. b. Évolution temporelle de la température interne (en K). c. Évolution temporelle du nombre de Nusselt Nu. d. Évolution temporelle du nombre de Rayleigh interne Ra_i. e. Évolution temporelle de la concentration en NH_3 dans l'océan (en poids %). 147

4.7 Résultats du modèle d'évolution thermique appliqué à Ganymède, pour une taille de grain de 6 mm (η_{ref} = 5.14×10^{14} Pa·s) avec une rhéologie dans l'approximation de Frank-Kamenetskii et une rhéologie composite. a. Évolution de la structure de l'hydrosphère au cours du temps : les lignes solides représentent la rhéologie composite, les lignes pointillées la rhéologie dans l'approximation de Frank-Kamenetskii. La surface de Ganymède est tracée en noir, la base du couvercle stagnant en rouge, la base de la couche de glace en vert et la base de l'océan liquide en bleu. b. Évolution temporelle de la température interne (en K). c. Évolution temporelle du nombre de Nusselt Nu. d. Évolution temporelle du nombre de Rayleigh interne Ra_i. e. Évolution temporelle de la concentration en NH_3 dans l'océan (en poids %). 148

4.8 Différence d'épaisseur de l'océan pour une loi de viscosité composite et dans l'approximation de Frank-Kamenetskii (en km) en fonction de la taille des grains dans la couche de glace externe. 149

4.9 Comparaison de l'évolution thermique de Ganymède pour une couche de glace I initiale d'épaisseur D_I = 10 km (en trait plein), D_I = 50 km (en ligne tiretée) et D_I = 100 km (en pointillés). Les simulations sont réalisées avec une rhéologie composite et une taille de grain de 5 mm. 151

4.10 Évolution de l'épaisseur actuelle de l'océan en fonction de la concentration initiale en NH_3 dans l'hydrosphère, pour une rhéologie composite (rouge) et une rhéologie dans le cadre de l'approximation de Frank-Kamenetskii (noir). La taille de grain est fixée à 6 mm. 151

4.11 Épaisseur de l'océan résiduel actuel dans l'intérieur de Ganymède en fonction de de la taille de grain et de la concentration initiale en NH_3 dans l'hydrosphère. Les carrés noirs représentent les simulations pour lesquelles l'océan est totalement cristallisé. Ces résultats ont été obtenus avec une rhéologie composite. 153

4.12 Comparaison de l'évolution de la structure de l'hydrosphère (a. et b.), de la température interne (c), de la concentration en NH_3 dans l'océan (d) et du flux de chaleur observé en surface (e) pour deux simulations en rhéologie composite avec $[NH_3]_{init}$ = 3% et d_g = 6 mm (a) et $[NH_3]_{init}$ = 1% et d_g = 2 mm (b). 154

4.13 a. Épaisseur de l'océan $D_{océan}$ en fonction de l'épaisseur de la couche de faible conductivité b_{reg} en kilomètres. Les couleurs représentent la taille de grain d_g. b. Différence d'épaisseur de l'océan $\Delta D_{océan} = D_{océan-5\ km} - D_{océan-0\ km}$ selon l'épaisseur de la couche de faible conductivité en fonction de la taille de grain. Toutes les simulations ont été réalisées avec une rhéologie composite et une concentration initiale en ammoniaque de 1 %. 155

Liste des tableaux

1.1 Valeurs des coefficients du potentiel de gravité et du facteur du moment d'inertie calculé pour les satellites galiléens ainsi que Titan et Encelade. . 14

1.2 Valeurs des paramètres des courbes de fusion des différentes phases solides de la glace d'eau pure et leur masse volumique. D'après Choukroun et Grasset [2007] et Shaw [1986]. 16

1.3 Valeurs du rayon moyen R_{ext}, de la masse totale M, de l'accélération de pesanteur g et de la masse volumique moyenne ρ pour les satellites galiléens et Titan et Encelade [Jacobson *et al.*, 2006; Sohl *et al.*, 2002]. . 22

1.4 Valeurs des paramètres orbitaux pour les satellites galiléens, Titan et Encelade : excentricité e, période orbitale P_{orb}, demi grand axe a et paramètre de marée α (calculé avec les valeurs du Tableau 1.3). 31

1.5 Échelles caractéristiques pour l'adimensionnement des grandeurs physiques. D est l'épaisseur totale de la couche de glace, ΔT est la différence de empérature à travers la couche et κ est la diffusivité thermique de la glace I. 34

1.6 Propriétés physiques de la glace I à 270 K (Hobbs [1974], Tobie *et al.* [2003]). 35

1.7 Paramètres de la déformation dans le cas du fluage par diffusion. 47

1.8 Paramètres de fluage pour chacun des mécanismes de déformation de la glace I. D'après Goldsby et Kohlstedt [2001], modifiées par Kalousová *et al.* [2016]. 47

2.1 Paramétrisations du nombre de Nusselt selon les précédentes études. "ST" signifie stationnaire et "TD" dépendant du temps. 74

2.2 Gammes de paramètres des simulations réalisées avec une rhéologie dans l'approximation de Frank-Kamenetskii et de type Arrhenius. f représente la courbure de la couche, γ est le paramètre rhéologique, fixé dans l'approximation de Frank-Kamenetskii et calculé avec la température interne dans les cas Arrhenius. Pour les simulations réalisées avec une loi de type Arrhenius, d_g est la taille de grain. Ra_b et Ra_i sont les nombres de Rayleigh, respectivement à la base et dans l'intérieur convectif bien mélangé de la couche de glace. 76

2.3 Simulations réalisées en géométries 2D et 3D avec Œdipus [Choblet *et al.*, 2007]. 90

3.1 Gammes de paramètres des simulations réalisées avec une rhéologie composite. f représente la courbure de la couche, γ_{rh} est le paramètre rhéologique calculé dans la partie instable de la couche limite thermique (d'épaisseur δ_{rh}) et d_g est la taille de grain. Ra_b et Ra_i sont les nombres de Rayleigh, respectivement à la base et dans l'intérieur convectif bien mélangé de la couche de glace. 95

3.2 Résumé des lois d'échelle obtenues pour une rhéologie composite en convection dépendante du temps. c_g = 1 lorsque le mécanisme dominant dans la sous-couche rhéologique est le fluage par diffusion et c_g = 1.25 quand les glissements aux joints de grains et/ou sur le plan basal sont dominants. Dans le cas particulier de la glace-I, il est possible de simplifier le calcul du paramètre rhéologique γ_{rh} et donc la relation Nusselt-Rayleigh et celle permettant d'estimer l'épaisseur de la couche limite thermique inférieure δ_1 (voir Section 3.6). 124

4.1 Écarts en pourcentage entre les valeurs de Nu, δ_0, δ_1, θ_i obtenues à partir des résultats des simulations de convection avec CHEOPS-2D et celles déterminées avec nos lois d'échelle, dans le cas d'une loi de viscosité dans l'approximation de Frank-Kamenetskii ou de type Arrhenius (fluage par diffusion). 130

4.2 Écarts en pourcentage entre les valeurs de Nu, δ_0, δ_1, θ_i obtenues à partir des résultats des simulations de convection avec CHEOPS-2D en rhéologie composite et celles déterminées avec nos lois d'échelle générales ou simplifiées. 133

4.3 Écarts en pourcentage entre les valeurs de Nu, δ_0, δ_1, θ_i obtenues à partir des résultats des simulations de convection avec CHEOPS-2D en rhéologie composite et celles déterminées avec nos lois d'échelle simplifiées en rhéologie composite ou dans le cadre de l'approximation de Frank-Kamenetskii. 134

4.4 Viscosité de référence en fonction de la taille de grain imposée dans la couche de glace externe, selon l'Éq. 4.1. 138

4.5 Paramètres physiques utilisés dans le modèle d'évolution thermique appliqué à Ganymède pour les différentes couches. 143

4.6 Paramètres permettant de calculer la conductivité thermique k et la capacité calorifique c_p de la glace I selon la température (Éqs. 4.5 et 4.6 respectivement) [Hobbs, 1974]. 144

4.7 Lois d'échelle implémentées dans le modèle paramétré pour chaque rhéologie considérée. 145

A.1 Résultats des simulations stationnaires et dépendantes du temps réalisées dans l'approximation de Frank-Kamenetskii. 167

A.2 Résultats des simulations stationnaires, intermédiaires et dépendantes du temps réalisées avec une loi de viscosité de type Arrhenius. 174

A.3 Résultats des simulations intermédiaires et dépendantes du temps réalisées avec une rhéologie composite. 180

Introduction

De nombreux satellites naturels orbitent autour des planètes géantes du système solaire externe. De part leur distance au Soleil, les températures qui règnent à leur surface sont extrêmement froides (90-130 K pour le système de Jupiter, 60-95 K pour le système de Saturne) et ils abritent des volatils en beaucoup plus grande quantité que leurs cousines telluriques plus proches du Soleil. Mise à part Io, proche de Jupiter et soumise à des forces de marées importantes, les autres lunes sont recouvertes d'une couche d'eau d'une épaisseur variable. Cette richesse en eau se traduit pour Callisto et Ganymède (lunes de Jupiter) ainsi que Titane et Encelade (lunes de Saturne) par une densité moyenne plus faible que celles des planètes telluriques, en partie expliquée par leur plus petite taille et donc un effet de la pression moindre. La confrontation de modèles d'évolution thermique pour ces corps au diagramme de phase de l'eau a montré depuis plus de cinquante ans qu'une couche liquide est susceptible d'être présente en profondeur.

L'exploration spatiale du système solaire externe par les sondes Galileo et Cassini-Huygens a apporté des indices de l'existence d'un océan à l'intérieur de plusieurs de ces satellites. L'enregistrement d'un champ magnétique induit lors des survols d'Europe et de Callisto, lunes de Jupiter, soutient l'idée qu'un océan d'eau salée, conducteur de l'électricité, persiste sous leur surface. La même observation a été faite dans le cas de Ganymède, plus complexe car ce satellite possède un champ magnétique propre, et la présence d'un océan a été confirmée par l'observation des mouvements de ses aurores polaires réalisée depuis la Terre. Dans le cas de Titan, satellite principal de Saturne, trois observations indépendantes ont mis en évidence la présence d'un océan : la détection de perturbations électriques durant la descente dans l'atmosphère du module Huygens, l'observation d'une obliquité trois fois supérieure à celle attendue pour un corps de ce type et l'amplitude des marées gravitationnelles. Les impressionnants jets se produisant

au pôle sud d'Encelade, dus à une activité interne induite par les forces de marées, ainsi que la détection d'une libration physique non négligeable ont permis de confirmer que cette petite lune (252 km de rayon) contenait également une couche d'eau liquide salée. La présence d'un océan salé en profondeur, actuel ou passé, a aussi été suggérée pour Pluton, Cérès, Triton, Dione, Rhéa, Titania, Mimas ou Oberon.

L'existence d'un océan interne à l'heure actuelle est principalement déterminée par la quantité d'énergie interne disponible et l'efficacité du transfert de chaleur au travers de la couche de glace externe de ces corps. La chaleur accumulée durant les premiers stades de formation des satellites (accrétion et différenciation) contribue à la fonte de la glace et donc à la formation d'un océan interne. Même si ces sources de chaleur ne sont plus actives dans l'intérieur des corps glacés, elles ont permis le stockage d'énergie sous forme de chaleur latente dans la couche liquide et contribuent encore aujourd'hui au budget thermique de ces lunes. Aujourd'hui, pour la plupart de ces satellites, la source majeure d'énergie est l'énergie due à la désintégration radioactive d'isotopes instables dans leur manteaux rocheux. Pour quelques uns de ces corps, le chauffage de marée, provenant de l'attraction de la planète autour de laquelle ils orbitent, peut être une source de chaleur dominante (par exemple pour Encelade, Europe ou Io). Les satellites se refroidissent au cours du temps et la quantité de chaleur encore présente dans leur intérieur, déterminant la structure de leur hydrosphère, dépend de la manière dont elle est transférée depuis les couches profondes vers l'extérieur. L'efficacité du transfert de chaleur à travers la couche de glace de surface est donc un mécanisme clé. Afin d'étudier l'évolution thermique d'un satellite, le transfert de chaleur dans la couche de glace externe intervient dans des modèles souvent fondés sur des lois d'échelle décrivant le transfert thermique.

L'efficacité du transfert de chaleur à travers la coquille de glace externe dépend en grande partie de l'épaisseur de cette coquille. Pour les couche fines, la chaleur est transférée par conduction et le flux de chaleur diminue au fur et à mesure que l'océan cristallise et que l'épaisseur de la couche glacée augmente. Lorsque cette épaisseur atteint une valeur critique, la convection thermique se met en place, conduisant à une forte augmentation du flux de chaleur. L'épaisseur de couche pour laquelle la convection peut se mettre en place dépend fortement de la viscosité de la glace, qui contrôle le taux de déformation de celle-ci. Une des particularités des solides géophysiques ou planétaires, comme la glace qui se comporte comme un fluide sur de grandes échelles de temps, est que leur viscosité dépend

fortement de la température, ce qui conduit à un très fort contraste de viscosité entre la surface et l'interface glace/océan. À cause de ce fort contraste de viscosité, la convection se produit dans le régime à couvercle stagnant. Cela signifie que la partie convective de la couche est confinée sous un couvercle immobile dans lequel le transfert de chaleur ne se fait que par conduction.

Ce type de convection a été beaucoup étudié par le passé, notamment dans le contexte des manteaux rocheux des planètes telluriques, de façon théorique, analytique et numérique. Des lois d'échelle permettant de décrire le transfert thermique par convection ont donc déjà été déterminées, et ce sont ces relations qui sont utilisées dans les modèles paramétrés d'évolution thermique des corps planétaires. Cependant, la description de la rhéologie, c'est à dire la manière dont le matériau solide soumis au fluage va répondre aux contraintes auxquelles il est soumis, est souvent simplifiée. Dans le cas du manteau terrestre, par exemple, bien que les mécanismes de fluages soient répertoriés en théorie, la méconnaissance relative de l'assemblage minéralogique des polycrystaux composant le manteau profond et des constantes rhéologiques associées expliquent sans doute que très peu de modèles tentent de prendre en compte l'ensemble de ces mécanismes. Pour la glace d'eau pure, les études de laboratoire et l'observation d'écoulements de glaciers terrestres ont montré que la déformation de la glace pouvait aussi être décrite par plusieurs mécanismes de fluage, comparables à ceux envisagés pour les manteaux rocheux, mais mieux déterminés.

Le but de ce travail de thèse est précisément d'étudier l'influence de la rhéologie sur les lois d'échelle décrivant le transfert thermique à travers la couche de glace externe des lunes-océans. Pour cela, nous avons implémenté des lois de viscosité plus réalistes dans un code de convection thermique qui tiennent compte de l'ensemble des mécanismes de fluages pouvant être à l'oeuvre avec un formalisme dit de "viscosité composite". Les résultats obtenus sont comparés à ceux provenant des simulations réalisées avec des rhéologies simplifiées. Les nouvelles lois d'échelle du transfert de chaleur mises en évidence sont ensuite utilisées dans un modèle d'évolution thermique, afin de tester leur influence sur la structure de l'hydrosphère de Ganymède.

Le premier chapitre de ce manuscrit présente les objets étudiés et donne quelques

éléments théoriques nécessaires à la suite de ce travail. Les satellites galiléens glacés, à savoir Europe, Ganymède et Callisto (lunes de Jupiter) ainsi que Titan, plus gros satellite de Saturne, seront décrits. Une deuxième section mettra l'accent sur le transfert de chaleur. Nous nous intéresserons ensuite à la description de la rhéologie. Les différentes lois de viscosité utilisées dans ce manuscrit et les mécanismes de déformation pris en compte seront présentés.

Le deuxième chapitre est consacré à la méthode d'étude du transfert de chaleur. Le principe général du code numérique utilisé est expliqué. Nous détaillons ensuite la manière dont sont mises en oeuvre et traitées les simulations. Un bref rappel des précédentes études, théoriques, expérimentales ou numériques est proposé. Les résultats des simulations réalisées avec les lois de viscosité simplifiées sont présentés et de nouvelles lois d'échelle du transfert thermique sont proposées pour ces deux rhéologies.

Le troisième chapitre s'attache à l'étude du transfert de chaleur dans le cas, plus réaliste, d'une rhéologie composite prenant en compte les différents mécanismes de déformation de la glace. Nous montrerons dans un premier temps comment déterminer le mécanisme dominant pour la convection thermique dans une couche de glace fine, correspondant à la coquille externe des satellites de glace. Enfin, les paramétrisations obtenues à partir des résultats de nos simulations numériques sont exposées.

Dans le quatrième chapitre les nouvelles lois décrivant le transfert de chaleur, déterminées dans les chapitres précédents, sont appliquées à l'étude de l'histoire thermique de Ganymède. Nous montrerons qu'il est possible de reconstruire le profil de température à l'équilibre thermique de la coquille glacée des satellites dans le cas d'une rhéologie composite réaliste. Le modèle paramétré d'évolution thermique est présenté, puis appliqué dans une dernière section. En considérant différentes rhéologies, nous étudierons l'influence de la description de la viscosité, mais aussi l'effet de la composition de l'hydrosphère (concentration en molécules abaissant la température de cristallisation) et de la présence d'une couche de composition différente dans les premiers kilomètres de la surface.

Chapitre 1

Objets étudiés et éléments théoriques

1.1 Généralités sur les corps glacés

1.1.1 Découverte et exploration des corps glacés du système solaire

Dans le système solaire externe, la température extrêmement basse permet à la glace d'eau d'être stable. Ainsi à l'exception de la lune de Jupiter, Io, les nombreuses lunes des géantes gazeuses sont recouvertes d'une couche de glace à leur surface. Certains de ces satellites ont été ou sont toujours très actifs. À l'heure actuelle, 79 satellites naturels ont été identifiés autour de Jupiter et 81 autour de Saturne (dont 20 ont été annoncées en octobre 2019). Uranus et Neptune en possèdent également un nombre important : 27 et 14 confirmés respectivement. Décrire ici chacun de ces corps n'est pas envisageable. Les systèmes de Jupiter et Saturne ayant été étudiés par plusieurs missions, nous nous focaliserons sur les plus gros satellites de glace de ces planètes, à savoir les lunes galiléennes glacées orbitant autour de Jupiter (de la plus proche à la plus éloignée de la planète : Europe, Ganymède et Callisto) et Titan, plus grosse lune de Saturne. Encelade, satellite particulièrement actif, sera également évoqué, bien que les modèles et simulations mises en oeuvre ne s'appliquent pas directement à cette lune assez atypique.

Premières découvertes

Les quatre plus grandes lunes de Jupiter ont été découvertes par Galileo Galilei en 1610. En 1655, Christian Huygens observe pour la première fois un satellite autour de

Saturne, *Luna Saturni*, qui sera renommé Titan par John Herschel en 1847. Quelques années plus tard, de plus petites lunes, Rhéa, Japet, Dioné et Thétys, seront découvertes par Jean-Dominique Cassini (1686). Enfin, William Herschel observera Encelade, dont le rayon est deux fois plus petit que Thétys, en 1789. Avant même le début de l'exploration spatiale, l'étude des mouvements orbitaux permettait de déterminer assez bien la masse de ces corps et quelques occultations stellaires avaient permis d'avoir accès à leur rayon approximatif.

Dès 1908, en observant Titan depuis la Terre, Jose Comas Solà suggère que ce satellite est entouré d'une atmosphère [Comas Solá, 1908] du fait de l'assombrissement du limbe de la lune. Cette observation sera confirmée par Kuiper par spectroscopie [Kuiper, 1944] montrant que cette atmosphère est composée de méthane. L'observation des lunes galiléennes depuis la Terre a très vite mis en évidence que certaines d'entre elles étaient recouvertes de glace [Kuiper, 1957; Moroz, 1966; Pilcher *et al.*, 1972]. Dès le début des années 70, les modèles d'évolution thermique suggèrent que le chauffage radioactif, provenant du manteau silicaté de ces corps puis transféré par conduction jusqu'à la surface, est suffisant pour qu'une partie de glace observée à la surface puisse fondre en profondeur [Lewis, 1971, 1972]. Lewis [1971] suggère également la présence de diazote N_2 dans l'atmosphère de Titan, provenant de la photolyse de l'ammoniac. Atreya *et al.* [1978] montreront que cette hypothèse est possible.

Les sondes Pioneer 10 et 11 survolent les satellites en 1972 et 1973 respectivement. Les photos prises par les sondes ne sont pas de très bonne qualité (Fig. 1.1) à cause de la distance de ces survols, mais ils permettent tout de même de préciser leur masse et leur rayon et de confirmer la présence de glace à leur surface [Null, 1976; Hollingsworth Smith, 1978]. Pioneer 10 a mis en évidence la présence d'une atmosphère sur Io, lune galiléenne la plus proche de Jupiter.

Avant même l'arrivée des sondes Voyager 1 et 2 (lancées en 1977), Peale *et al.* [1979] prédisent que les forces de marée auxquelles est soumise Io sont suffisantes pour être responsables d'un volcanisme à sa surface. Ceci sera confirmé par les observations des sondes Voyager [Matson *et al.*, 1981]. En intégrant le chauffage de marée dans leur modèle d'évolution thermique, Cassen *et al.* [1979] montrent qu'il est possible qu'un océan soit toujours présent à l'intérieur d'Europe. Les images des missions Voyager mettent en évidence qu'Europe a une surface très active, ce qui pourrait être en accord

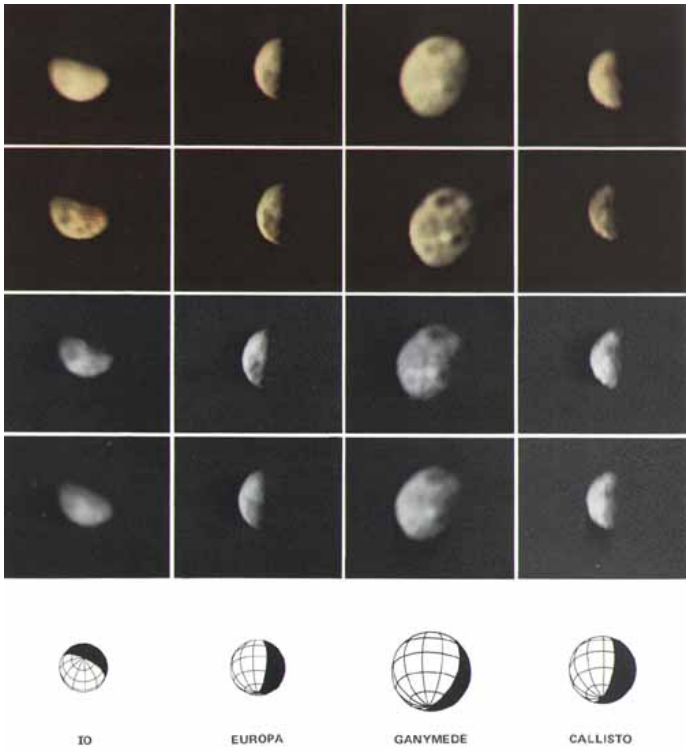

FIGURE 1.1 – Meilleurs clichés des lunes galiléennes prises par les sondes Pioneer 10 et 11. Source : NASA.

avec cette hypothèse [Squyres *et al.*, 1983]. Les surfaces des satellites photographiées par les sondes Voyager montrent une grande diversité, et de nombreuses structures tectoniques, indices d'une activité passée ou actuelle, ont été mises en évidence à la fois sur les petites lunes (Encelade et Thétys, lunes de Saturne, et Titania et Ariel, lunes d'Uranus) et sur les plus grosses (Europe, Ganymède et Callisto, lunes de Jupiter et Triton, lune de Neptune) (Fig. 1.2) [Johnson, 1998]. Du fait de l'opacité de son atmosphère, la surface de Titan n'a pas pu être observée. Cependant, une partie de la structure thermique de l'atmosphère et de sa composition a pu être déterminée [Hanel *et al.*, 1981; Kunde *et al.*, 1981; Maguire *et al.*, 1981; Lindal *et al.*, 1983]. Essentiellement composée de diazote, quelques pourcents de méthane ont également été détectés, ainsi qu'un peu de dihydrogène et d'autres hydrocarbures résultants de la photochimie de l'azote et du méthane. La présence de molécules organiques complexes est d'un fort interêt exobiologique. La présence de méthane dans l'atmosphère est assez étonnante, puisque ce composé aurait dû disparaitre en quelques dizaines de millions d'années (voir par exemple Yung *et al.*, 1984). L'hypothèse d'un réservoir d'hydrocarbures liquides recouvrant la surface de Ti-

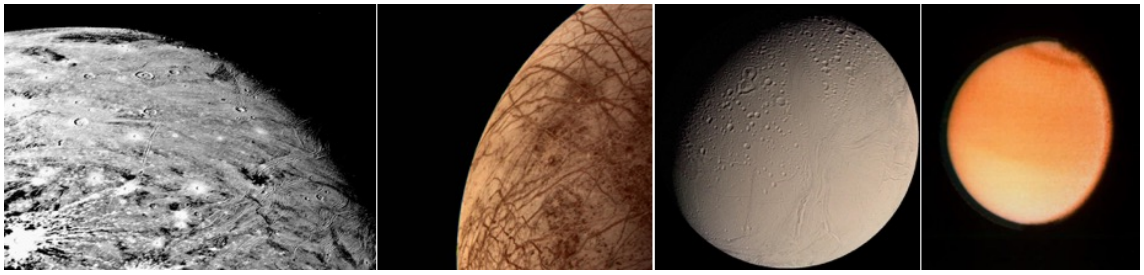

FIGURE 1.2 – De gauche à droite : Ganymède (Voyager 1), Europe (Voyager 2), Encelade (Voyager 2) et Titan (Voyager 2). Source : NASA.

tan est alors avancée pour expliquer le réapprovisionnement en méthane de l'atmosphère [Sagan et Dermott, 1982; Lunine *et al.*, 1983]. À partir des années 90, les observations télescopiques depuis la Terre permettent d'observer Titan dans le domaine infra-rouge. En se plaçant dans la fenêtre d'observation spectrale à 0.94μm [Griffith, 1993; Coustenis et Bézard, 1995; Smith *et al.*, 1996], des indices sur la surface montrent des hétérogenéités, invalidant l'hypothèse d'un océan global d'hydrocarbures. La stabilité des clathrates d'hydrocarbures (molécule d'hydrocarbure piégée dans une "cage" de glace H_2O) aux conditions de surface en font une bonne alternative permettant le stockage de méthane dans la couche de glace externe du satellite [Lunine et Stevenson, 1985].

Les modèles d'évolution thermique de l'époque prenant en compte la présence d'un océan montrent que les petits corps (rayon inférieur à 500 km) n'ont sans doute jamais possédé d'océan interne, mais qu'une couche liquide a pu se développer pour des corps avec un rayon plus important, même si celle-ci devrait être totalement cristallisée de nos jours si le rayon est inférieur à 1000 km [Consolmagno et Lewis, 1977, 1978]. Cependant, en intégrant un transfert thermique par convection dans la couche de glace externe, Schubert *et al.* [1986] montrent que quelque soit la taille de la lune, le refroidissement du corps est plus efficace et l'océan est toujours cristallisé. Kirk et Stevenson [1987] montrent quant à eux que la présence d'un océan sur Ganymède est probable, même en tenant compte du transfert thermique par convection. Les lois d'échelle utilisées étaient en revanche assez approximatives, les simulations pour des fluides à viscosité variable étant à leur balbutiement (par exemple Christensen, 1984).

FIGURE 1.3 – Images des satellites galiléens obtenues par la sonde Galileo. De gauche à droite : Io, Europe, Ganymède et Callisto. Source : NASA.

Exploration des lunes de Jupiter par la mission Galileo

Le volcanisme intense de Io et la surface active d'Europe, mis en évidence par les missions Voyager, en font les principaux objectifs de la mission Galileo, lancée en 1989. Celle-ci a collecté de 1995 à 2003 de nombreuses données du système de Jupiter, étudiant notamment les quatre lunes galiléennes : Io, Europe, Ganymède et Callisto. L'observation de la surface de ces satellites avec des instruments ayant une résolution de bien meilleure qualité et pendant plusieurs survols successifs a apporté des détails sans précédents sur leur activité géologique et confirmé les premiers indices d'activité apportés par les missions Voyager (Fig. 1.3).

Le volcanisme très intense de Io a été observé, notamment grâce à l'eruption du volcan Pillan Patera lors d'un des survols du satellite [McEwen *et al.*, 1998]. De nombreux volcans sont présents sur sa surface, en faisant un des objets les plus actifs du système solaire [Lopes et Spencer, 2007]. La surface d'Europe apparait très peu cratérisée comparée à Ganymède et Callisto, indiquant un âge beaucoup plus récent, estimé entre 40 et 90 Ma [Bierhaus *et al.*, 2009]. La morphologie des cratères laisse penser qu'Europe possède une couche de faible viscosité (pas forcément liquide) d'une dizaine de kilomètres sur laquelle repose la lithosphère [Pappalardo *et al.*, 1999]. Moore *et al.* [1998], en étudiant les cratères de plus de 30 km, suggèrent quant à eux la présence d'une couche liquide, estimée à une profondeur d'au moins 20 km d'après Schenk [2002]. La surface est également parcourue de grandes structures linéaires (lineae) et de petites structures circulaires (lenticulae), preuve d'une activité intense et récente suggérant la présence d'un océan interne (voir Sec-

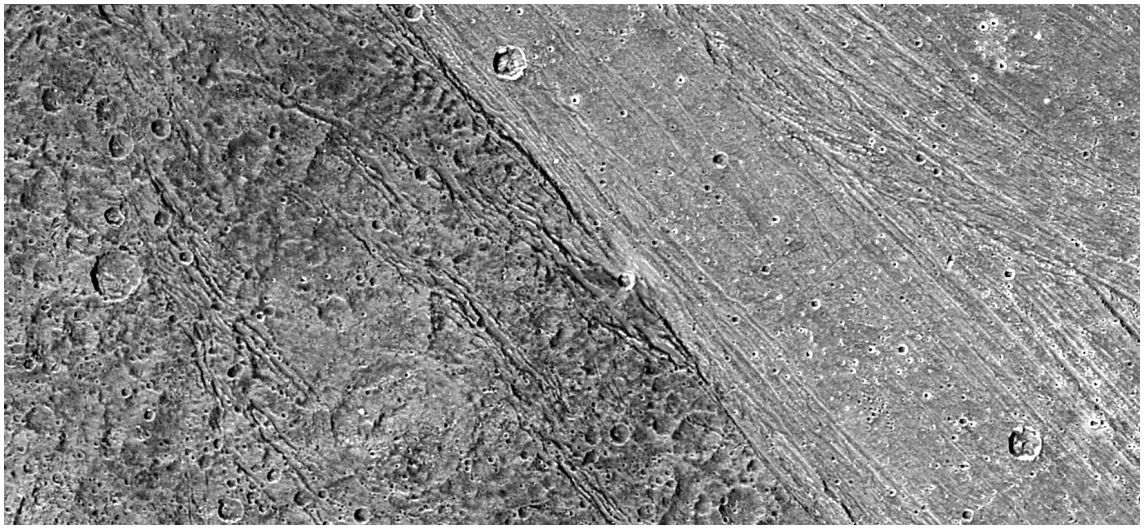

FIGURE 1.4 – Images provenant de Galileo illustrant les différents terrains visibles à la surface de Ganymède : les terrains sombres de *Nicholson Regio* (gauche) sont plus anciens que les terrains clairs de *Harpagia Sulcus* (droite). Source : NASA.

tion 1.1.2). Les structures tectoniques à la surface d'Europe sont présentées et décrites en détails, entre autres, dans la thèse de Loïc Mével effectuée au Laboratoire de Planétologie et Géodynamique [Mével, 2003].

Galileo a également mis en évidence deux types de terrains à la surface de Ganymède : des terrains sombres très cratérisés âgés d'environ 4 Ga et des terrains plus clairs relativement plus jeunes (Fig. 1.4) [Zahnle *et al.*, 2003]. Cette dichotomie est également visible sur Callisto. Les terrains les plus clairs, composés de glace plus pure, ont un plus fort albedo et les processus de sublimation de la glace sont beaucoup plus faibles que sur les terrains sombres, contenant plus de poussières. Ce phénomène accentue la différence de composition entre ces deux types de terrains [Collins et Johnson, 2014]. Les terrains clairs recouvrent environ deux tiers de la surface totale de Ganymède [Patterson *et al.*, 2007] et montrent des signes d'une activité tectonique passée [Showman et Malhotra, 1999; Showman *et al.*, 2004]. Le mécanisme de formation des rainures visibles dans les terrains clairs n'est pas très bien connu. Une des hypothèses avancées suggère que ce phénomène est dû à une élévation des contraintes résultantes des forces de marée lors d'une phase de résonance orbitale ayant potentiellement entraîner une fusion de la glace à faible profondeur [Showman et Malhotra, 1999; Showman *et al.*, 2004].

Exploration des lunes de Saturne par la mission Cassini-Huygens

Cassini-Huygens, mission conjointe NASA-ESA lancée en 1997, est constituée d'un orbiteur (Cassini) et d'une sonde atmosphérique (Huygens). Cette mission eut pour but d'étudier le système de Saturne, autour de laquelle elle se plaça en orbite en 2004, et en particulier Titan, sur lequel Huygens se posa en 2005. Les données collectées entre 2004 et 2017 ont permis ainsi de mieux comprendre l'environnement de Saturne et en particulier Titan, principal objectif de cette mission.

Contrairement aux missions précédentes, le spectro-imageur (VIMS) et le radar de Cassini permet d'observer la surface de Titan, l'atmosphère étant transparente dans certaines fenêtres infra-rouge et dans le domaine radio. La surface mise en évidence est relativement jeune : l'âge moyen a été estimé entre 200 Ma et 1 Ga, le nombre de cratères diminuant lorsqu'on s'approche des pôles [Neish et Lorenz, 2012]. Certains cratères semblent avoir été modifiés par une érosion de type fluviale [Neish *et al.*, 2016]. Les clichés pris par la sonde Cassini ont définitivement invalidé l'hypothèse d'un océan d'hydrocarbures global, mais ont mis en évidence la présence de grands lacs situés préférentiellement au niveau des pôles [Stofan *et al.*, 2007; Brown *et al.*, 2008]. Les modèles de circulation globale de l'atmosphère titanienne prédisent que les branches des cellules de Hadley descendent aux hautes latitudes [Mitchell *et al.*, 2009]. Des nuages de méthane [Rodriguez *et al.*, 2009] et d'éthane [Griffith, 2006] se forment et les hydrocarbures précipitent à la surface. Ce cycle des hydrocarbures façonne les paysages de Titan à la manière des paysages visibles sur Terre (Fig. 1.5).

Titan est le seul corps du système solaire avec la Terre et Vénus à posséder une atmosphère conséquente. Les données obtenues par la mission Cassini ont montré que des réactions photochimiques dans la ionosphère étaient responsables de la formation de composés organiques dans l'atmosphère [Waite Jr *et al.*, 2007; Lavvas *et al.*, 2008]. Du fait de ces réactions, le méthane aurait du disparaitre totalement de l'atmosphère en 50 Ma [Mandt *et al.*, 2009]. Ceci suggère que le méthane pourrait être stocké à l'intérieur du satellite sous forme de clathrates et être relâché de façon épisodique [Tobie *et al.*, 2006]. Choukroun et Sotin [2012] proposent que l'éthane, résultant de la photochimie du méthane, serait lui aussi re-piégé sous forme de clathrates dans la croûte au niveau des régions polaires et faciliterait la libération du méthane depuis la subsurface. Ceci indique

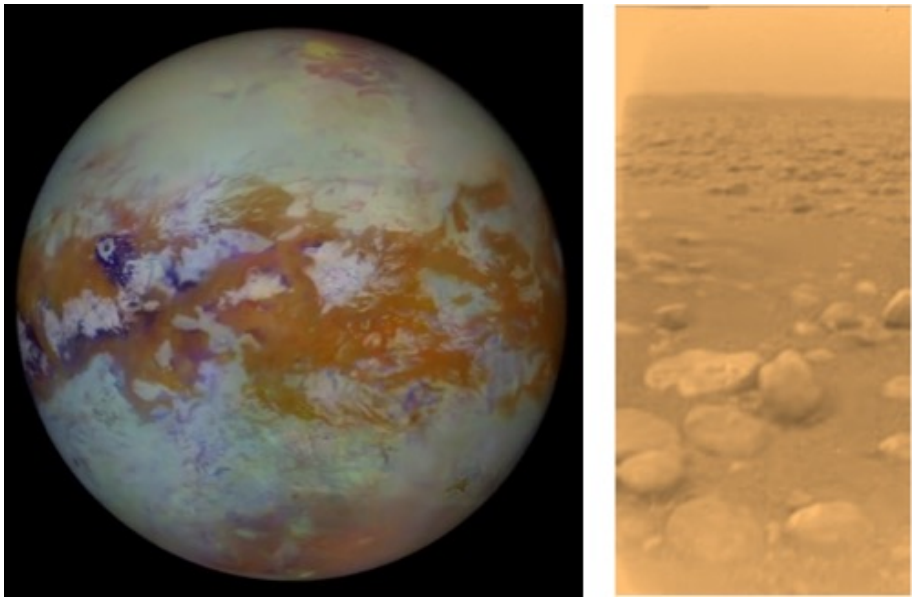

FIGURE 1.5 – Images de Titan collectées par Cassini (gauche) [Le Mouélic *et al.*, 2012] et par l'atterrisseur Huygens (droite) [Tomasko *et al.*, 2005]. Source : NASA.

que l'évolution interne de Titan, en particulier l'évolution de sa couche de glace externe, pourrait jouer un rôle clé dans l'évolution de son atmosphère.

Les données géophysiques apportées par les missions Galileo et Cassini-Huygens ont permis de mieux contraindre leur structure interne, en particulier la structure de leur hydrosphère. Ces données sont présentées dans la section suivante.

1.1.2 Structures internes

Mesure du champ de gravité

Concernant la structure interne, un des apports les plus importants des mission Galileo et Cassini est la mesure du champ de gravité des satellites majeurs de Jupiter et Saturne grâce au suivi radio Doppler par le *Deep Space Network* (réseau de trois stations terrestres américain permettant la communication avec les sondes spatiales) lors de leur survols. La position de la sonde couplée à une inversion de ces données permet d'obtenir des indications sur la structure interne des satellites survolés [Anderson *et al.*, 1996, 1998a,b, 2001; Iess *et al.*, 2010, 2012, 2014]. En effet, les coefficients du potentiel de gravité donnent des informations sur l'influence de la forme du corps sur le potentiel gravitationnel. Ainsi, le coefficient C_{20} représente l'aplatissement polaire du corps. On l'exprime plus souvent par

son opposé : $J_2 = -C_{20}$. Ce coefficient peut être déterminé lors de survols polaires des satellites. Le coefficient C_{22} est lui un indicateur du bombement équatorial dû à l'interaction de marée dans le cas d'une rotation synchrone de la lune (ellipsoïde triaxial). Dans le cas d'une réponse hydrostatique parfaite, seuls les coefficients C_{20} et C_{22} ne sont pas nuls. En réalité, les satellites n'ayant pas une forme d'ellipsoïde triaxial parfait, les autres coefficients peuvent avoir une contribution non nulle, mais néanmoins beaucoup plus faibles que celles des coefficients C_{20} et C_{22}. Selon la précision des mesures, le nombre de survols et leur trajectoire, il est possible de déterminer un certain nombre de coefficients du potentiel de gravité. Pour les satellites galiléens, la sonde Galileo a pu obtenir les coefficients jusqu'au degré 2, alors que Cassini a mis en évidence les coefficients du potentiel de gravité de Titan jusqu'au degré 4. L'hypothèse que le satellite a une forme d'ellipsoïde triaxial parfaite est d'autant plus réaliste que la lune se situe proche de la planète autour de laquelle elle orbite. Dans le cas d'Europe ou Ganymède, l'aplatissement polaire et le bombement équatorial sont assez importants pour que les anomalies de masses présentes à l'intérieur puissent être négligées au premier ordre. En revanche, pour des satellites plus éloignés de leur planète comme Titan ou Callisto, l'aplatissement dynamique reste modéré, si bien qu'une anomalie de masse, même modeste peut affecter l'estimation des coefficients de degré 2.

Les coefficients C_{20} et C_{22} sont reliés à la forme du satellite de la manière suivante :

$$C_{20} = -J_2 = \frac{(A+B)/2 - C}{MR^2} \tag{1.1}$$

et

$$C_{22} = \frac{(B-A)}{4MR^2}, \tag{1.2}$$

où A, B et C sont les rayons représentatifs de l'ellipsoïde triaxial, R le rayon équatorial moyen et M la masse du corps. Si le corps est à l'équilibre hydrostatique, le rapport entre ces deux coefficients est égal à C_{20}/C_{22}=-10/3. La sonde Galileo n'a pas pu mesurer les coefficients C_{20} et C_{22} indépendamment, en raison du faible nombre de survols et de leur configuration plutôt équatoriale, et cette hypothèse n'a pas pu être vérifiée. L'équilibre hydrostatique fût imposé, afin d'estimer C_{20} à partir du coefficient C_{22}.

Les coefficients C_{20} et C_{22} du potentiel de gravité permettent d'avoir accès au moment d'inertie selon l'axe de rotation. Lorsque le corps est à l'équilibre hydrostatique, celui-ci

Corps	J_2 (10^6)	C_{22} (10^6)	C/MR^2	Référence
Io	∼1859.5	∼558.8	0.37-0.38	Anderson *et al.* [2001]
Europe	∼435.5	∼131.5	0.34-0.35	Anderson *et al.* [1998b]
Ganymede	∼127.53	∼38.26	∼0.31	Anderson *et al.* [1996]
Callisto	∼32.7	∼10.2	0.35-0.36	Anderson et al. [2001]
Encelade	∼5435.2	∼1549.8	0.33-0.34	Iess *et al.* [2014]
Titan	∼32.755	∼10.046	0.33-0.34	Iess *et al.* [2012]

TABLE 1.1 – Valeurs des coefficients du potentiel de gravité et du facteur du moment d'inertie calculé pour les satellites galiléens ainsi que Titan et Encelade.

est relié à la distribution des masses à l'intérieur du satellite considéré :

$$C = \frac{8\pi}{3} \int_0^R \rho(r) r^4 dr. \tag{1.3}$$

On exprime généralement le moment d'inertie sous la forme du facteur du moment d'inertie C/MR^2. Les valeurs des coefficients et du moment d'inertie déterminées grâce aux sondes Galileo et Cassini pour les satellites galiléens et Titan sont répertoriées dans le Tableau 1.1. Dans le cas d'une sphère homogène, le facteur du moment d'inertie C/MR^2 est égal à 2/5. D'une manière générale, lorsque le facteur C/MR^2 est plus faible que cette valeur, cela indique une concentration de la masse proche du centre et donc que le corps est différencié.

Présence d'un océan

La présence d'un océan a été prédite par les modèles d'évolution thermique (par exemple Lewis, 1971; Kirk et Stevenson, 1987; Grasset et Sotin, 1996; Grasset *et al.*, 2000; Tobie *et al.*, 2005b, ...), ceux-ci se basant sur le diagramme de phase de l'eau pure (Fig. 1.6.a). La glace I est la forme solide de l'eau à basse pression ($P < 200$ MPa), la plus commune à la surface de la Terre, qui a la particularité d'être moins dense que l'eau liquide (Tab. 1.2). Lorsque la pression augmente, d'autres phases solides se forment. Contrairement à la glace I, ces autres phases présentent des courbes de fusion à pentes po-

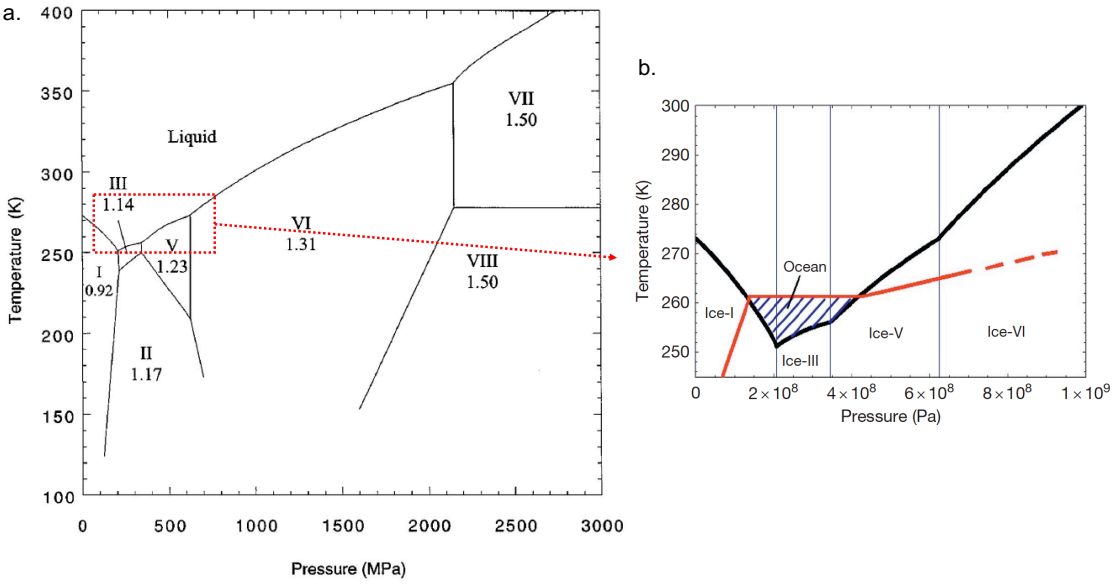

FIGURE 1.6 – a. Diagramme de phase de l'eau pure, d'après Durham et Stern [2001]. b. Représentation de la présence possible d'un océan. La ligne rouge représente le profil de température attendu à l'intérieur d'un satellite de glace dont le rayon permet la formation de glace haute pression [Hussmann *et al.*, 2015].

sitives, décrites en utilisant le formalisme de Simon-Glatzel :

$$P = P_0 + a\left(\left(\frac{T}{T_0}^{c} - 1\right)\right), \tag{1.4}$$

où P et T sont la pression et la température hydrostatiques. Les valeurs des paramètres P_0, T_0, a et c, ainsi que le densité moyenne pour les différentes phases solides de la glace pure sont répertoriées dans le Tableau 1.2.

Peu après sa formation, lorsque l'hydrosphère du satellite refroidit, la phase liquide cristallise par sa surface, menant à la formation de glace I. Cette couche externe isole l'intérieur des températures extrêmement basses de l'extérieur et ralentit le transfert de chaleur. La vitesse de cristallisation est donc régulée par le transfert de chaleur dans la coquille de glace externe. Dans le cas de grosses lunes, comme Ganymède, Titan ou Callisto, la pression à l'interface entre l'hydrosphère et le manteau silicaté est supérieure à 200 MPa, permettant ainsi la formation de glace haute pression à la base de l'océan. La Figure 1.6.b illustre les phases de la glace se formant en suivant un profil de température type. Les phases de glace haute pression (glace V, puis VI) se mettent en place à la base

	P_0 (MPa)	T_0 (K)	a (MPa)	c	ρ (kg·m^3)
Glace I	6.11657×10^{-4}	273.15	-414.5	8.38	920-941
Glace III	209.5	251.15	101.1	42.86	1139-1167
Glace V	355	256.43	373.6	8.66	1235-1260
Glace VI	618.4	272.73	661.4	4.69	1322-1338
Glace VII	2154	354.8	503.0	5.13	1310

TABLE 1.2 – Valeurs des paramètres des courbes de fusion des différentes phases solides de la glace d'eau pure et leur masse volumique. D'après Choukroun et Grasset [2007] et Shaw [1986].

de l'hydrosphère lors du refroidissement du corps. A la surface, la phase dominante est la glace I, du fait des faibles pressions. Entre ces deux couches de glace, si la température est suffisamment élevée, un océan liquide peut persister à l'intérieur de ces corps. Pour les plus petites lunes, les phases de glace haute pression ne cristallisent pas, mais selon la température interne, un océan peut persister.

Pour un mélange d'eau et d'ammoniaque, le diagramme de phase est modifié [Choukroun et Grasset, 2010]. La présence de NH_3 permet de diminuer la température de cristallisation de la phase liquide [Grasset *et al.*, 2000], permettant ainsi à l'océan liquide de persister plus longtemps. Le même processus est observé lorsque des sels sont présents. Cependant, peu d'études ont été réalisées pour les systèmes concernés (H_2O-$MgSO_4$, H_2O-$MgCl_2$, H_2O-NaCl, ...) malgré des progrès récents [Vance *et al.*, 2018], et les positions des courbes de fusion ne sont pas bien déterminées. Dans le cas plus réaliste où on considère un mélange de ces différentes espèces, le problème devient trop complexe.

En prenant en compte le diagramme de phase de l'eau pure et la diminution de la température de cristallisation due à la présence de molécules anti-gel, la présence d'un océan sous la couche de glace externe des satellites est théoriquement envisageable. L'existence de telles couches liquides est conditionnée en grande partie par l'efficacité du transfert de chaleur à travers la couche de glace externe.

Les structures observées à la surface de certains corps glacés laissent penser que ces lunes sont actives et possèdent une couche de plus faible viscosité en profondeur (voir Section 1.1.1). Les mesures géophysiques des missions Galileo et Cassini ont apporté des

indices supplémentaires appuyant cette hypothèse.

Évidences en faveur d'un océan salé sur Europe

Les zones chaotiques observées sur Europe ont été interprétées comme le témoignage de la présence d'une couche d'eau liquide sous la coquille de glace externe [Carr *et al.*, 1998]. Les sels détectés à la surface [McCord *et al.*, 1998], corrélés spatialement avec des structures tectoniques, seraient un indice de la composition de cet océan. Galileo a enregistré un signal d'induction magnétique lors des survols d'Europe [Khurana *et al.*, 1998; Kivelson *et al.*, 2000]. Celui-ci s'explique par la présence d'une couche liquide conductive, correspondant à un océan avec une teneur en sels de 30 à 40 $g{\cdot}kg^{-1}$ [Zimmer *et al.*, 2000; Schilling *et al.*, 2007; Hand et Chyba, 2007; Saur *et al.*, 2010]. La profondeur et l'épaisseur de cette couche restent mal contraintes, mais les études de Zimmer *et al.* [2000] et Schilling *et al.* [2007] suggèrent que la couche de glace ferait entre 10 et 50 km d'épaisseur. Les observations depuis la Terre avec les télescopes géants Keck et VLT [Brown et Hand, 2013; Fischer *et al.*, 2015; Ligier *et al.*, 2016] donnent une nouvelle indication sur la nature des sels, proposant que l'océan serait composé de $MgCl_2$, NaCl et KCl.

Indices d'un océan interne sur Ganymède et Callisto

Comme sur Europe, un champ magnétique induit a été mesuré en provenance de l'intérieur de Callisto [Khurana *et al.*, 1998; Kivelson *et al.*, 2000], mettant en évidence la présence d'une couche liquide électriquement conductrice. Cet océan pourrait être situé à quelques dizaines à une centaine de mètres sous la surface [Kivelson *et al.*, 1999], ce qui serait surprenant au vu de l'âge de la surface. Il est difficile de déterminer précisément la profondeur de la couche liquide car sa composition, et donc sa conductivité électrique, n'est pas contrainte [Zimmer *et al.*, 2000]. Il a également été proposé que le champ magnétique induit soit une réponse de l'ionosphère [Hartkorn et Saur, 2017]. Afin d'affirmer qu'un océan est présent à l'intérieur de Callisto, il est nécessaire d'obtenir plus de données. La mission JUpiter ICy moons Explorer (JUICE) [Grasset *et al.*, 2013], prévue pour un lancement en 2022, devrait permettre de confirmer ou d'infirmer la présence d'un océan sur Callisto.

Galileo a également mesuré des anomalies magnétiques au voisinage de Ganymède. Cependant, il est plus difficile de conclure à la présence d'un océan dans ce cas car Ganymède possède un champ magnétique intrinsèque permanent, qui serait dû à la présence d'un noyau liquide de Fe-FeS [Kivelson *et al.*, 1996; Hauck *et al.*, 2006]. Séparer les contributions du champ magnétique propre et de l'interaction de la magnétosphère de Jupiter avec une couche liquide conductive est complexe [Kivelson *et al.*, 2002]. L'effet d'induction magnétique a été confirmé par des mesures effectuées par le Hubble Space Telescope, mettant en évidence un tilt des aurores polaires interprété comme la preuve d'un océan [Saur *et al.*, 2015]. Cependant, les estimations de la profondeur et de l'épaisseur de la couche d'eau liquide sont très peu contraintes. De nouvelles données sont nécessaires pour mieux contraindre la structure interne de Ganymède.

Évidences en faveur d'un océan très salé sur Titan

La présence d'une atmosphère et d'une ionosphère épaisses autour de Titan rend les interactions avec la magnétosphère de Saturne trop complexes pour qu'un champ magnétique induit soit détectable [Saur *et al.*, 2010]. Cependant, d'autres indices ont permis de confirmer la présence d'un océan à l'intérieur de ce satellite. Lors de la descente de l'atterrisseur Huygens, des perturbations électriques ont été mesurées dans l'atmosphère, ce qui suggère, selon la permittivité électrique considérée, un océan situé entre 50 et 80 km de profondeur [Simões *et al.*, 2007; Béghin *et al.*, 2007]. L'étude de la rotation de Titan a également mis en évidence une inclinaison de l'axe de rotation supérieure de 0.3° par rapport à la normale au plan de son orbite [Stiles *et al.*, 2008]. Cette différence peut paraitre faible, mais elle est trois fois plus élevée que celle attendue dans le cas d'un corps totalement solide et peut être expliquée par le découplage de la coquille de glace externe de la structure plus profonde par la présence d'une couche liquide [Baland *et al.*, 2011]. Enfin, les fluctuations de marées indiquées par les variations temporelles du potentiel gravitationnel ne peuvent s'expliquer que par la présence d'une couche liquide dans l'intérieur de Titan [Iess *et al.*, 2012; Mitri *et al.*, 2014]. L'amplitude de marée mesurée par la sonde Cassini indique que l'océan est beaucoup plus dense que l'eau, suggérant une forte concentration en sels [Mitri *et al.*, 2014; Vance *et al.*, 2018]. La nature de ces sels reste en revanche complètement indéterminée.

Caractérisation physico-chimique de l'océan interne d'Encelade

Dans le cas d'Encelade, l'impressionnante activité interne, se traduisant par des eruptions de vapeur au niveau de son pôle sud [Porco *et al.*, 2006; Spahn *et al.*, 2006; Spencer *et al.*, 2006; Waite Jr *et al.*, 2006], a rapidement été imputée à la présence d'un réservoir d'eau liquide proche de sa surface [Porco *et al.*, 2006; Nimmo *et al.*, 2007; Tobie *et al.*, 2008]. L'analyse des grains de glace provenant de l'intérieur de la lune a montré la présence de sels (NaCl et $NaHCO_3$), indiquant un océan liquide légèrement salé [Postberg *et al.*, 2009, 2011] vace une concentratino en sels estimée à moins d'un tiers de la concentration des océans terrestres. La libration anormalement élevée d'Encelade mesurée par Cassini suggère que l'océan est global et de faible profondeur : entre 20 et 25 km sous la surface [Thomas *et al.*, 2016]. À partir de la profondeur moyenne de la couche liquide, des cartes de variations de l'épaisseur de la couche de glace externe ont pu être réalisées [Čadek *et al.*, 2016; Beuthe *et al.*, 2016]. Celles-ci montrent des fluctuations importantes de la couche de glace : celle-ci est extrêmement fine au pôle sud (5 km) et peut atteindre 35 km d'épaisseur près de l'équateur [Čadek *et al.*, 2016]. Avec ces données, il est possible d'estimer le volume de l'océan, et donc le rayon du manteau de silicates et leur densité, en accord avec le champ de gravité. Encelade est le seul satellite pour lequel nous avons une bonne estimation de la composition de l'océan et de la structure de l'hydrosphère.

Modélisation de la structure interne

En supposant que les corps glacés sont différenciés en une hydrosphère et un intérieur silicaté, il est possible à partir de la masse et du rayon de déterminer la fraction massique de silicates et d'eau. La masse volumique de l'intérieur rocheux est cependant mal contrainte. Celle-ci peut varier de 2500 à 4000 $kg{\cdot}m^{-3}$ pour des matériaux compris entre des roches poreuses hydratées et des roches très compactées riches en fer [Schubert *et al.*, 1986]. Généralement, la valeur retenue pour les plus gros satellites est de 3500 $kg{\cdot}m^3$, ce qui correspond à la masse volumique moyenne de Io. Pour les gros satellites, la formation d'un noyau de fer peut être envisagée. Ganymède est le seul satellite de glace pour lequel la présence d'un noyau métallique semble certaine. Io et Europe possèdent vraisemblablement eux aussi un noyau de fer. La masse volumique est dépendante des conditions de

pression et de température. Dans le cas des satellites de glace, les variations de densité avec les conditions de pression et température sont assez faibles et peuvent être négligées [Sohl *et al.*, 2002]. Il est cependant nécessaire de distinguer les phases de glace haute pression de la glace I, car leur masse volumique est plus importante (voir Tab. 1.2).

L'équilibre hydrostatique n'est pas vérifié pour tous les satellites. Pour Europe, Ganymède et Callisto, les coefficients C_{20} et C_{22} n'ont pas pu être déterminés de façon indépendante. L'équilibre hydrostatique est imposé, permettant d'avoir accès à la valeur de C_{20}. Les mesures des missions Galileo et Cassini ont montré que l'hypothèse de l'équilibre hydrostatique se vérifiait pour Io et Titan. Les valeurs des coefficients du potentiel de gravité ne sont donc pas très bien contraintes, et les modèles de structures internes qui les vérifient ne sont pas uniques.

En supposant un satellite bien différencié, en l'absence d'autres contraintes, un bilan de masse permet d'estimer le rayon et la masse du noyau rocheux [Hussmann *et al.*, 2015] :

$$R_c = R \left(\frac{\rho - \rho_I}{\rho_c - \rho_I} \right)^{1/3} \tag{1.5}$$

et

$$M_c = \frac{4}{3} \pi R_c^3 \rho_c, \tag{1.6}$$

où R et ρ sont respectivement le rayon et la masse volumique moyens du corps. R_c, M_c et ρ_c sont le rayon, la masse et la masse volumique de la partie silicatée et ρ_I la masse volumique de la glace I. Il est donc nécessaire de fixer les valeurs des masses volumiques pour déduire la structure interne. La résolution du bilan de masse et du moment d'inertie ensemble permet de déterminer à la fois le rayon et la masse volumique de la partie silicatée. Selon les hypothèses choisies sur la composition, plusieurs modèles de structures internes sont possible et la solution n'est pas unique. Ce modèle à deux couches, très simpliste, ne prend pas en compte l'éventuelle présence d'une couche de glace haute pression, d'un océan ou d'un noyau métallique. Même dans le cas de lunes de taille moyenne, comme Rhéa, une autre phase de la glace (glace II) peut se former en profondeur si le satellite n'est pas différencié [Anderson et Schubert, 2007; Castillo-rogez, 2006].

Pour un modèle constitué de plus de couches, les équations du bilan de masse et du

moment d'inertie sont plus complexes :

$$M = \frac{4}{3}\pi \left(\rho_1 R_1^3 + \sum_{j=2}^{N} \rho_j (R_j^3 + R_{j-1}^3) \right) \tag{1.7}$$

et

$$MoI = \frac{2}{5}\frac{1}{\rho R^5} \left(\rho_1 R_1^5 + \sum_{j=2}^{N} \rho_j (R_j^5 + R_{j-1}^5) \right), \tag{1.8}$$

avec N le nombre de couches considérées et MoI le moment d'inertie moyen du corps. Le rayon de la couche la plus externe R_N est connu, puisqu'il s'agit du rayon total du satellite. Il est donc une fois de plus nécessaire de faire des hypothèses sur la composition de la lune étudiée (masses volumiques) et sur les rayons afin de trouver un modèle de distribution de masses vérifiant à la fois le bilan de masse et le moment d'inertie. Selon les hypothèses choisies, plusieurs modèles de structure interne correspondent aux données.

La masse volumique moyenne de Io est importante du fait que ce satellite ne possède pas d'hydrosphère (Tab. 1.3). Le moment d'inertie, pour une composition de silicates et fer, indique que Io est plutôt bien différencié (Tab. 1.1). Un modèle à deux couches, constitué d'une couche externe de silicates et un noyau métallique interne, est bien représentatif de sa structure interne. La masse volumique du manteau rocheux de Io varie très peu selon le modèle testé et indique une composition dominée par l'olivine. La masse volumique du noyau métallique, et donc son rayon, est quant à elle très sensible à sa composition. Pour un noyau composé en grande partie de Fe, la masse volumique est plus importante et un rayon plus faible permet d'expliquer les données disponibles. Au contraire, si la concentration en FeS augmente, le rapport des masses du noyau et du manteau diminue et le rayon de l'interface noyau/manteau est moins profond car la masse volumique du noyau est plus faible [Sohl *et al.*, 2002]. Du fait de l'absence d'hydrosphère, Io ne sera pas discuté plus en détails.

La densité moyenne d'Europe associée à son moment d'inertie suggère que le satellite est différencié en un manteau silicaté et un noyau métallique, et que sa teneur en fer est plus importante qu'Io (Tab. 1.3 et 1.1). Europe est recouverte d'une hydrosphère, dont l'épaisseur est comprise entre 80 et 170 km [Anderson *et al.*, 1998b]. Un modèle à trois couches est donc nécessaire pour décrire sa structure interne. De nombreuses incertitudes pèsent sur la position des interfaces entre les couches. L'hydrosphère étant la couche la

Corps	R_{ext} (km)	M (kg)	g (m·s^{-2})	ρ (kg·m^{-3})
Io	1821	$8.93{\cdot}10^{22}$	1.79	3528
Europe	1565	$4.80{\cdot}10^{22}$	1.30	2989
Ganymede	2631	$1.48{\cdot}10^{23}$	1.43	1936
Callisto	2410	$1.08{\cdot}10^{23}$	1.24	1834
Encelade	252	$1.04{\cdot}10^{20}$	0.113	1610
Titan	2576	$1.35{\cdot}10^{23}$	1.35	1880

TABLE 1.3 – Valeurs du rayon moyen R_{ext}, de la masse totale M, de l'accélération de pesanteur g et de la masse volumique moyenne ρ pour les satellites galiléens et Titan et Encelade [Jacobson *et al.*, 2006; Sohl *et al.*, 2002].

plus externe, son influence sur le moment d'inertie est très forte. Ainsi, le rayon du noyau métallique est plus sensible à l'épaisseur de l'hydrosphère qu'à la densité du noyau. Pour une hydrosphère de 170 km, le noyau métallique représenterait $\sim$15% du rayon total, mais cette valeur augmente à $\sim$45% pour une hydrosphère de 120 km [Sohl *et al.*, 2002].

Ganymède est bien différencié, comme l'atteste son moment d'inertie. Le satellite est constitué d'un noyau métallique Fe-FeS, d'un manteau silicaté et d'une hydrosphère. Du fait de sa grande taille (Ganymède est le plus grand satellite du système solaire), les pressions à l'interface manteau/hydrosphère sont suffisamment importantes pour qu'une couche de glace haute pression se forme. L'épaisseur de l'hydrosphère est principalement dépendante de sa masse volumique et de celle du manteau, alors que le rayon du noyau dépend surtout de sa propre densité [Sohl *et al.*, 2002]. La Figure 1.7 représente la distribution radiale de densité, selon les hypothèses formulées sur la composition du noyau métallique. Une composition de 20%FeS est cohérente avec la présence d'un noyau métallique liquide [Vance *et al.*, 2018].

Dans le cas de Callisto, aucun modèle du type de celui proposé pour Ganymède ne satisfait le moment d'inertie mesuré. Ceci s'explique par le fait que le satellite n'est que partiellement différencié [McKinnon, 1997]. De ce fait, de nombreux modèles, à plusieurs couches, peuvent être en accord avec les données disponibles. La densité moyenne de 1834 kg·m^3 (Tab. 1.3) montre que Callisto est constituée en part égale de glace et de silicates. Les modèles à trois couches les plus "raisonnables" supposent un noyau silicaté,

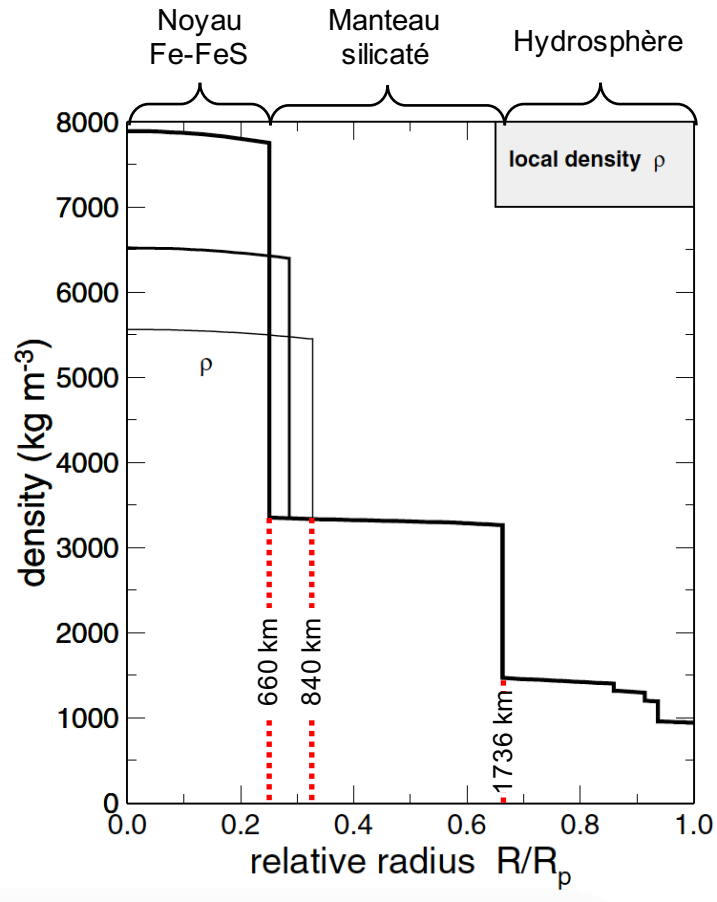

FIGURE 1.7 – Structure interne de Ganymède pour différentes compositions du noyau (trait gras : 100% Fe, trait semi-gras : 50%Fe/50%FeS, trait fin 100%FeS), modifiée d'après Sohl *et al.* [2002].

une couche intermédiaire contenant à la fois des roches et de la glace, entourés d'une hydrosphère d'au moins 500 km [Showman et Malhotra, 1999]. Il est également possible qu'il n'y ait pas de stratification claire, mais une augmentation progressive de la fraction de silicates et de fer, et donc de la masse volumique, vers le centre [Spohn et Breuer, 1998].

Les données de la mission Cassini ont permis de montrer qu'Encelade n'est pas tout à fait à l'équilibre hydrostatique : le rapport des coefficients J_2 et C_{22} donne une valeur de $\sim$3.5 au lieu de 10/3. Ceci, associé aux différences très importantes observées entre les pôles Nord et Sud, rend complexe l'interprétation en termes de structure interne [Iess *et al.*, 2014]. Un modèle de structure interne impliquant une hydrosphère de $\sim$60 km recouvrant un manteau silicaté de faible densité (2400 kg·m^{-3}) de $\sim$190 km est en bonne adéquation avec la valeur du moment d'inertie [Iess *et al.*, 2014]. L'analyse conjointe de données gravimétriques et topographiques permet de préciser l'épaisseur de la couche de glace, qui varierait d'environ 35 km à l'équateur à moins de 5 km au pôle sud [Čadek *et al.*, 2016, 2019; Beuthe *et al.*, 2016; Hemingway et Mittal, 2019].

Titan peut être représenté par un modèle à deux couches, consistant en une hydrosphère et un intérieur rocheux. La pression atteinte à l'interface hydrosphère/roche est suffisamment grande pour qu'une couche de glace haute pression cristallise. En supposant alors une masse volumique moyenne de l'hydrosphère de 1300 kg·m^{-3}, l'épaisseur de l'hydrosphère est de l'ordre de 400 km [Durante *et al.*, 2019]. L'épaisseur du manteau rocheux est alors de plus de 2000 km, avec une densité de 2500 kg·m^{-3}. Cependant, la quantité de glace haute pression formée à la base de l'océan liquide n'est pas contrainte : la masse volumique moyenne de l'hydrosphère n'est peut être pas représentative de l'ensemble des couches de glace et de l'océan. Il est donc important d'étudier plus en détails la cristallisation de l'océan liée au refroidissement de Titan.

La Figure 1.8 illustre les structures internes les plus réalistes et en accord avec les données des missions Galileo et Cassini, pour Europe, Ganymède, Callisto, Encelade et Titan. La structure de l'hydrosphère dépend principalement des processus de fusion/cristallisation qui s'y produisent. Pour bien contraindre l'épaisseur de l'océan et des couches de glace I et haute pression, il est nécessaire de bien comprendre le transfert de chaleur à travers la couche de glace I externe, qui contrôle la vitesse de refroidissement du satellite.

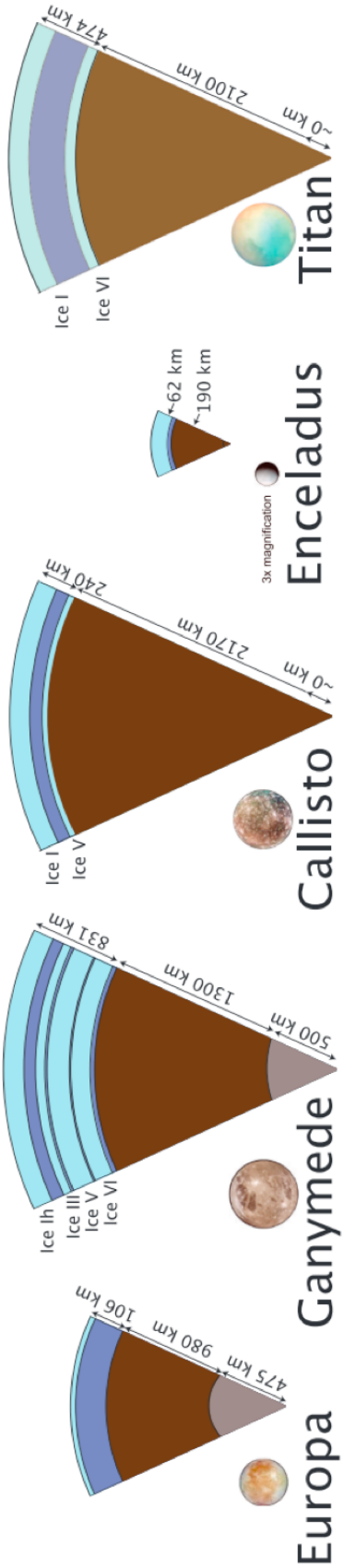

FIGURE 1.8 – Structures internes de différents satellites de glace : Europe, Ganymède, Callisto, Encelade et Titan. La figure provient de Vance *et al.* [2018].

1.2 Transfert de chaleur

Comme nous l'avons vu dans la section précédente, les objets auxquels nous nous intéressons ici possèdent une couche d'eau liquide sous une couche de glace externe. La présence de ce réservoir liquide est conditionnée par l'état thermique du corps : la couche d'eau liquide n'existe que si la température interne dépasse la température de fusion de la glace I, qui varie entre 250 et 270 K selon la pression et la concentration en sels et autres molécules abaissant la température de fusion. Dans cette thèse, nous nous intéressons au transfert de chaleur à travers la couche de glace externe des mondes-océans, afin de mieux comprendre leur histoire thermique et de mieux contraindre leur structure interne.

Dans une première section, nous détaillerons les sources de chaleur possibles pour ces corps. Nous nous attacherons ensuite à décrire les mécanismes permettant le transfert de la chaleur depuis l'intérieur vers la surface, au travers de la couche de glace externe. Il existe trois types de transfert de chaleur : le transfert par conduction, par convection ou par rayonnement radiatif. Dans ce dernier cas, il s'agit de l'émission d'un rayonnement électromagnétique par un corps, au détriment de son énergie interne. C'est le seul transfert thermique pouvant se produire dans le vide. Si ce mécanisme joue un rôle important à la surface des corps planétaires (chauffée par le rayonnement solaire), du fait de sa faible contribution dans le cas du transfert thermique au sein même des couches de glace planétaires, nous ne détaillerons pas ce phénomène et nous n'en tiendrons pas compte dans la suite de ce manuscrit. Les mécanismes de transfert par convection et par conduction sont décrits dans cette section.

1.2.1 Sources de chaleur

La chaleur interne des corps planétaires peut être le résultat de quatre sources de chaleur différentes : la chaleur primordiale provenant de leur formation et de leur différenciation, la chaleur latente de cristallisation, la chaleur radioactive et la chaleur produite par dissipation de marée.

Accrétion et différenciation

À l'exception de certaines lunes d'Uranus, de Neptune et de petites lunes de Saturne au bord des anneaux, la majorité des lunes des géantes gazeuses se sont vraisemblablement formées dans le disque protoplanétaire de leur corps primaire [Estrada *et al.*, 2009]. Dans ce contexte, l'évolution du disque a déterminé la composition et l'architecture des systèmes de Jupiter et de Saturne [Sasaki *et al.*, 2010]. L'accrétion est la première étape de formation des corps planétaires. Le disque protoplanétaire est constitué de gaz et de poussières, et les grains de poussières vont coalescer en corps plus compacts. Ces planétésimaux s'attirent gravitationnellement pour aboutir à la formation de corps de plus en plus massifs. Lors de leur collision les uns avec les autres, les impacteurs grossissent, ce qui augmente leur force d'attraction gravitationnelle et leur masse, ou se fragmente selon leur énergie cinétique. La taille, la vitesse et la composition des impacteurs varient au cours du temps et selon la position dans le disque. Ces variations pourraient par exemple expliquer les différences de composition des satellites [Barr et Canup, 2010].

L'étude de Monteux *et al.* [2014] met en évidence l'importance de la taille des impacteurs sur le chauffage global des satellites lors de leur formation : si plus de 10% des impacteurs ont une taille supérieure à 1 km, alors la fusion est possible à la surface des plus grandes lunes (Titan, Callisto ou Ganymède), ce qui conduit à la mise en place d'un océan liquide de surface et d'une atmosphère primitive (constituée des volatils présents dans les impacteurs) [Marounina *et al.*, 2018]. Pour des distributions d'impacteurs réalistes, il semble difficiel d'empêcher la fusion de la glace dans les couches superficielles dès lors que le satellite atteint une taille supérieure à 150 km [Monteux *et al.*, 2014]. L'intérieur du satellite est alors constitué d'un mélange de glace/roche et d'eau résiduelle dans les couches superficielles.

Par effet gravitaire, les éléments les plus lourds migrent vers le centre du corps alors que les plus légers se retrouvent proche de la surface. Ces mouvements sont rendus possible par la faible viscosité des matériaux fondus ou proches de leur point de fusion. Comme nous l'avons vu dans la Section 1.1, les lunes de Jupiter et Saturne sont plus ou moins différenciées. Si Ganymède est bien différencié, Callisto ne l'est que très peu. Titan, quant à lui, représente un stade intermédiaire. Les différences dans le processus d'accrétion peuvent être responsables de ces différents stade de différenciation

selon le satellite considéré. En particulier, Ganymède étant plus proche de Jupiter que Callisto, le bombardement par les impacteurs a probablement été plus intense et plus énergétique [Barr et Canup, 2010]. La dissipation de l'énergie potentielle lors de la phase de différenciation peut être responsable d'une augmentation de température de 100 à 150 K lors du passage d'un corps totalement homogène a un corps totalement différencié [Tobie *et al.*, 2014].

Formation et évolution du noyau métallique

Si Titan et Callisto ne sont pas assez différenciés pour exhiber un noyau totalement métallique [Hussmann *et al.*, 2015], Europe et Ganymède possèdent tous les deux un noyau métallique. Cette variété du niveau de différenciation n'est pas observée avec la même ampleur pour les planètes telluriques proches du Soleil et dénotent sans doute des histoires thermiques propres à ces corps ainsi qu'aux matériaux qui les composent (leur point de fusion et l'interconnexion de la phase liquide issue de cette fusion). Après la ségrégation de la couche de glace, le chauffage radioactif peut être suffisamment important dans le manteau constitué de roches et de métal pour que les phases Fe-FeS commencent à fondre au bout de plusieurs millions d'années [Spohn et Breuer, 1998]. Si ce chauffage est efficace, alors un noyau totalement métallique peut se former au centre du satellite.

Le refroidissement du noyau métallique, quand il existe, constitue un réservoir de chaleur supplémentaire, permettant de chauffer la base du manteau silicaté et l'hydrosphère le recouvrant. Cet effet est limité par l'efficacité du transfert de chaleur dans le manteau rocheux, qui contrôle l'extraction de la chaleur du noyau Fe-FeS. Si le noyau se refroidit assez vite, il commence à cristalliser. L'enthalpie de cristallisation associée ralentit alors le refroidissement, maintenant un flux de chaleur plus important pendant une période prolongée.

Chauffage par désintégration radioactive des isotopes instables

Le manteau silicaté des corps glacés contient des éléments radioactifs. L'énergie provenant de la désintégration de ces radioisotopes est convertie en chaleur.

Certains de ces éléments ont une demie-vie courte et ont disparu tôt dans l'histoire

de ces corps. C'est le cas de l'Aluminium 26 et du Fer 30, d'une demie-vie respective de 7.17×10^5 années et 2.6×10^6 années. La désintégration de leur noyau radioactif a pu jouer un rôle très important par le passé et contribuer par exemple à l'accumulation de chaleur au sein des planétésimaux les plus primitifs. Néanmoins, étant donné l'échelle de temps de formation des planètes géantes [Lunine *et al.*, 2004], cette radioactivité est vraisemblablement éteinte au moment de la formation des systèmes satellitaires. Ces éléments se sont rapidement désintégrés, mais d'autres isotopes radioactifs à longue demie-vie ont joué un rôle tout au long de de l'évolution et sont toujours présents : le Thorium 232 (demie-vie : 1.40×10^{10} ans), l'Uranium 238 (demie-vie : 4.47×10^9 ans), l'Uranium 235 (demie-vie : 7.04×10^8 ans) et le Potassium 40 (demie-vie : 1.25×10^9 ans).

Ces éléments ne se trouvent que dans la partie rocheuse des satellites de glace, avec une petite fraction de potassium dissous dans l'océan [Castillo-Rogez et Lunine, 2010]. La quantité de chaleur produite par désintégration radioactive dépend du taux de chauffage initial de ces isotopes, mais aussi de leur concentration. La composition des manteaux rocheux des lunes du système solaire externe n'est pas connue mais la concentration en radioisotopes des météorites donne néanmoins une indication sur la composition globale probable des couches silicatées. La Figure 1.9 représente le taux de chauffage moyen par unité de masse au cours du temps pour des compositions basées sur celles de différents types de météorites, considéré représentatif de celui du manteau rocheux des satellites de glace.

Selon la composition du manteau silicaté considéré, la puissance initiale engendrée par les désintégrations radioactives est comprise entre 2.8 et 4.6 TW pour Ganymède, et entre 1.9 et 2.5 TW pour Callisto. Ces différences ont certainement pu jouer un rôle dans les processus de différenciation de ces deux satellites. Dans le cas de Titan, en supposant une composition proche d'une chondrite CI, la puissance radioactive globale maximale serait de 2.5 TW [Hussmann *et al.*, 2010].

Chauffage de marée

Les corps planétaires sont soumis aux forces d'attraction gravitationnelle d'autres corps qui les entourent. Dans le cas des satellites, la planète autour de laquelle orbite le corps, mais aussi les autres lunes du système s'il y en a, exercent une force d'attraction d'autant plus importante que la masse de ces corps est grande et que le satellite est proche,

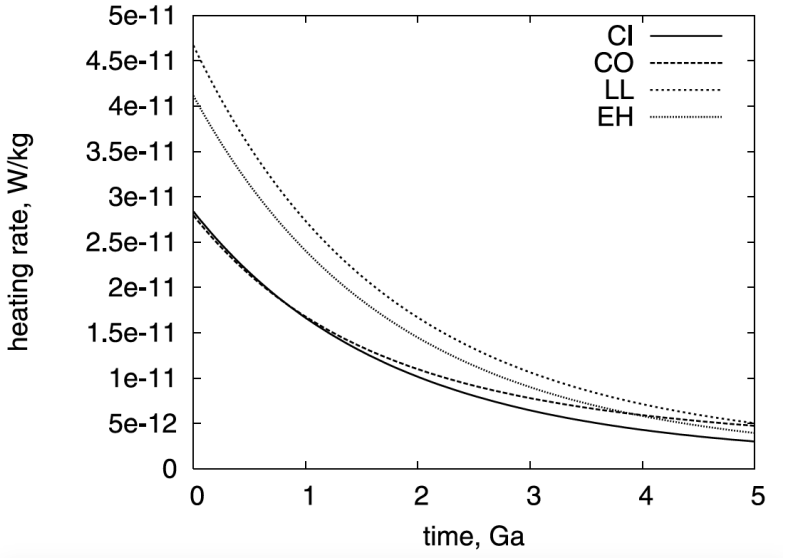

FIGURE 1.9 – Taux de production de chaleur moyen par unité de masse pour différentes compositions de météorites au cours du temps. La Figure provient de Hussmann *et al.* [2010].

de sa planète [Hussmann *et al.*, 2015]. Une partie de l'énergie liée à la déformation du satellite est dissipée en chaleur.

Il est possible d'estimer l'attraction d'un corps primaire sur un corps secondaire avec le paramètre

$$\alpha_{tide} = \frac{M_I}{M_{II}} \left(\frac{R_{II}}{a} \right)^3 , \tag{1.9}$$

où M_I et M_{II} sont respectivement les masses des corps primaire et secondaire, R_{II} le rayon du corps secondaire et a le demi grand axe de son orbite. Ce paramètre permet de mettre en évidence le fait qu'actuellement les forces de marée pourraient ne pas être négligeables sur Io et Encelade, et dans une moindre mesure sur Europe (Tab. 1.4). Cependant, au début de leur histoire, les satellites n'étant pas encore à leur équilibre orbital, le chauffage par dissipation de marée était important sur de nombreux corps, notamment Ganymède [Showman et Malhotra, 1997]. Sur Titan, une production de chaleur assez importante a pu avoir lieu dans le passé lorsque l'excentricité était plus élevée [Tobie *et al.*, 2005b, 2006].

Par simplicité, cet effet ne sera pas pris en compte dans la couche de glace externe par la suite pour la détermination des lois d'échelle.

Corps	e	P_{orb} (j)	a (km)	α
Io	0.0041	1.77	421 800	1.7×10^{-3}
Europe	0.0094	3.55	671 100	5.0×10^{-4}
Ganymede	0.0014	7.15	1 070 400	1.9×10^{-4}
Callisto	0.0074	16.69	1 882 700	3.7×10^{-5}
Encelade	0.0045	1.37	238 020	6.5×10^{-3}
Titan	0.0288	15.95	1 221 870	4.0×10^{-5}

TABLE 1.4 – Valeurs des paramètres orbitaux pour les satellites galiléens, Titan et Encelade : excentricité e, période orbitale P_{orb}, demi grand axe a et paramètre de marée α (calculé avec les valeurs du Tableau 1.3).

1.2.2 Transfert thermique par conduction

Le transfert de chaleur par conduction s'effectue entre deux régions de températures différentes en contact l'une avec l'autre, sans mouvement de la matière. L'agitation thermique se transmet de proche en proche d'un atome à un autre. Ce transfert se fait des parties chaudes vers les parties froides de façon à atteindre un équilibre.

Le principe de conduction a été établi expérimentalement en 1822 par Joseph Fourier. Il est décrit par la loi empirique de Fourier. Cette loi indique que le flux de chaleur est proportionnel au gradient de température :

$$\overrightarrow{\Phi} = -k\overrightarrow{\nabla}T. \tag{1.10}$$

Le facteur positif de proportionnalité k est la conductivité thermique, en $\mathrm{W{\cdot}m^{-1}K^{-1}}$, et représente la quantité de chaleur transmise par unité de temps sous un gradient de 1 $\mathrm{K{\cdot}m^{-1}}$. La densité de flux de chaleur Φ s'exprime en $\mathrm{W{\cdot}m^{-2}}$ et la température T en K.

1.2.3 Transfert thermique par convection

Le transfert de chaleur par convection se fait par déplacement de la matière. Dans le cas de la glace, comme pour la plupart des matériaux, la densité diminue avec la température. Au sein des corps planétaires qui nous intéressent, dont la surface est froide et l'intérieur plus chaud (ce dont témoigne l'océan qu'ils abritent), la glace est donc moins

dense en profondeur qu'en surface. Si l'efficacité du transfert de chaleur par conduction est assez faible et que la glace est suffisamment susceptible d'être déformée (un seuil existe en pratique, voir ci-dessous), la configuration peut être instable et conduire à des mouvements de la glace. Ces derniers sont régis par les lois de conservation de la masse, de la quantité de mouvement et de l'énergie (chaleur). Ces lois traduisent le principe, conforme au bon sens, qui observe que la variation d'une quantité dans un volume considéré au cours du temps dépend des flux (diffusifs et advectifs en cas d'écoulement) à travers la surface de ce volume et de la création de cette quantité à l'intérieur du même volume.

Conservation de la masse

La création de masse est nulle dans la couche convective étudiée. Nous nous plaçons dans le cadre de l'approximation de Boussinesq dans un souci de simplification. Dans ce cas, les propriétés physiques (capacité calorifique c_p, conductivité thermique k, l'expansion thermique α, ...) sont considérées comme constantes à travers la couche et sont évaluées à une température de référence. La dépendance en température de la masse volumique est quant à elle uniquement prise en compte dans les forces de flottabilité, forces motrices de la convection thermique (force d'Archimède). Une variation linéaire est considérée : $\rho = \rho_0(1 - \alpha(T - T_0))$. L'approximation de Boussinesq implique que le matériau est incompressible. L'équation de conservation de la masse (ou équation de continuité) est

$$\overrightarrow{\nabla} \cdot \overrightarrow{v} = 0, \tag{1.11}$$

où $\overrightarrow{v}$ est la vitesse.

Conservation de la quantité de mouvement

La seule force de volume impliquée est la force de flottabilité ($-\alpha\rho g(T-T_s)\overrightarrow{z}$). Dans le cadre de l'approximation de Boussinesq, l'équation de conservation de la quantité de mouvement est

$$\rho\frac{D\overrightarrow{v}}{Dt} = -\overrightarrow{\nabla} \cdot \bar{\bar{P}}' + \overrightarrow{\nabla} \cdot \left(\eta\left(\overrightarrow{\nabla}\overrightarrow{v} + \left(\overrightarrow{\nabla}\overrightarrow{v}\right)^T\right)\right) - \alpha\rho_0 g(T - T_s)\overrightarrow{z}, \tag{1.12}$$

où ρ_0 est la masse volumique à la température de référence T_s et P' la pression dynamique. η, α et g sont respectivement la viscosité, l'expansion thermique et l'accélération de la pesanteur. Cette équation est appelée équation de Navier-Stokes.

Conservation de la chaleur

La variation de la quantité de chaleur au cours du temps dépend des flux conductif et convectif et de la création de chaleur (ρH). L'équation de conservation de la chaleur est alors

$$\frac{\partial T}{\partial t} + \overrightarrow{v} \cdot \overrightarrow{\nabla} T - k\nabla^2 T = \frac{H}{c_p}, \tag{1.13}$$

c_p étant la capacité calorifique (en J·kg^{-1}·K^{-1}) et k la conductivité thermique (en W·m^{-1} ·K^{-1}).

Le matériau considéré étant la glace, il n'y a pas de chauffage radioactif. Dans la suite de ce manuscrit, le chauffage de marée est négligé et la couche est uniquement chauffée par la base : le terme de création de chaleur (partie droite de l'équation 1.13) est nul.

1.2.4 Adimensionnement et nombres sans dimension

Équations adimensionnées

Le nombre de Prandtl est le rapport entre la diffusivité de la quantité de mouvement (ou viscosité cinématique $\nu = \eta/\rho$, avec η la viscosité dynamique) et la diffusivité de la chaleur (κ) : $Pr = \eta/\rho\kappa$. Dans le cas des couches de glaces planétaires au voisinage de leur point de fusion, le nombre de Prandtl est très élevé : environ 10^{16}. Il est donc considéré comme infini. Dans ce cas, l'équation de Navier-Stokes adimensionnée est simplifiée et les équations de conservation (Éqs. 1.11, 1.12 et 1.13) deviennent

$$\overrightarrow{\nabla} \cdot \overrightarrow{v^*} = 0, \tag{1.14}$$

$$\overrightarrow{\nabla} \cdot \left(\eta \left(\overrightarrow{\nabla} \overrightarrow{v^*} + \left(\overrightarrow{\nabla} \overrightarrow{v^*} \right)^T \right) \right) - \overrightarrow{\nabla} \cdot \bar{\bar{P}}^* = Ra_{ref} T^* \overrightarrow{z}, \tag{1.15}$$

et

$$\frac{\partial T^*}{\partial t^*} = \nabla^2 T^* - \overrightarrow{v^*} \overrightarrow{\nabla} T^* + H^*, \tag{1.16}$$

Grandeur	Échelle caractéristique
Longueur	D
Température	ΔT
Temps	D^2/κ
Pression	$\eta\kappa/D^2$

TABLE 1.5 – Échelles caractéristiques pour l'adimensionnement des grandeurs physiques. D est l'épaisseur totale de la couche de glace, ΔT est la différence de empérature à travers la couche et κ est la diffusivité thermique de la glace I.

où les variables avec une étoile sont sans dimension. Les échelles classiques choisies pour l'adimensionnement sont répertoriées dans la table 1.5. Ra_{ref} est le nombre de Rayleigh de référence, ici évalué à la base de la couche étudiée (Ra_b) à partir de la viscosité en base de couche (tous les autres paramètres étant constants à travers la couche dans le cadre de l'approximation de Boussinesq).

Nombre de Rayleigh

Le nombre de Rayleigh Ra caractérise la vigueur de la convection. Il s'agit d'un nombre sans dimension, représentant la compétition entre les forces motrices (force de flottabilité associée à la différence de température ΔT) et les termes "freins" de la convection (dissipations visqueuse de la quantité de mouvement et diffusion de la chaleur). Il s'écrit

$$Ra = \frac{\alpha\rho g \Delta T D^3}{\eta\kappa}, \tag{1.17}$$

où α est l'expansion thermique, ρ la masse volumique et $\kappa = \frac{k}{\rho c_p}$ est la diffusivité thermique. Alors que α, ρ, η et κ dépendent du matériau, les autres grandeurs qui entrent dans la définition du nombre de Rayleigh sont propres au dispositif de l'écoulement : D, ΔT, g. Les valeurs de ces paramètres dans le cas de la glace I sont répertoriées dans la Table 1.6. D est l'épaisseur totale de la couche étudiée. L'accélération de la pesanteur g est quant à elle spécifique du corps étudié et est fonction du rayon externe R_{top} et de la masse totale M :

$$g = G\frac{M}{R_{top}^2}, \tag{1.18}$$

Paramètre	Symbole	Valeur
Densité	ρ	920 kg·m^{-3}
Expansion thermique	α	1.6· 10^{-4} K^{-1}
Conductivité thermique	k	2.3 W·m^{-1}·K^{-1}
Capacité calorifique	c_p	2100 J·kg^{-1} K^{-1}
Diffusivité thermique	κ	1.2· 10^{-6} m^2·s^{-1}

TABLE 1.6 – Propriétés physiques de la glace I à 270 K (Hobbs [1974], Tobie *et al.* [2003]).

avec la constante universelle de la gravitation $G = 6.67408 \cdot 10^{-11}$ m^3·kg^{-1}·s^{-2}. L'accélération de la pesanteur des corps planétaires glacés est généralement plus faible que celles des planètes telluriques pour deux raison : (1) ils sont composés en partie d'eau et leur masse volumique moyenne est moindre, (2) leur taille est généralement plus faible. On observe ainsi une différence de presque deux ordres de grandeur entre l'accélération de pesanteur terrestre et celle d'Encelade (voir Tab. 1.3).

La convection thermique simple est un phénomèn à seuil : une valeur critique de Ra permet de distinguer les conditions qui, en perturbant d'un état conductif, conduiront au développement de mouvement convectifs. Ainsi, il existe un nombre de Rayleigh critique Ra_{cr} au dessus duquel la convection peut avoir lieu [Stengel *et al.*, 1982].

Pour un même corps, plus l'épaisseur de la couche étudiée et le saut de température entre la base et la surface est important, plus le nombre de Rayleigh sera grand et plus le transfert de chaleur sera susceptible de se faire par convection. La vigueur de la convection est cependant limitée par la diffusivité thermique κ (supposée constante dans le cas de la glace I) et la viscosité η, qui dépend fortement de la température (voir Section 1.3.2) et qui n'est pas constante sur toute la couche. Il est donc possible de définir autant de nombres de Rayleigh que de valeurs envisagées pour la viscosité de référence. On distinguera par la suite le nombre de Rayleigh à la base de la couche Ra_b, défini avec la viscosité de base η_b, et le nombre de Rayleigh interne Ra_i, défini avec la viscosité de la glace dans l'intérieur convectif et bien mélangé η_i.

Nombre de Nusselt

Le nombre de Nusselt est un autre nombre sans dimension qui traduit l'efficacité du transfert de chaleur par rapport à un transfert de chaleur uniquement par conduction :

$$Nu_{top} = \frac{q_{top}}{\phi_{top}}, \tag{1.19}$$

avec q_{top} le flux de chaleur à la surface et ϕ_{top} le flux de chaleur qui serait obtenu pour un transfert de chaleur purement conductif. Dans un cas purement conductif, le nombre de Nusselt est donc égal à 1. En géométrie sphérique, f représente la courbure de la couche étudiée. Il s'agit du rapport entre le rayon interne R_{bot}, à la base de la couche, et le rayon externe R_{top}, à la surface :

$$f = \frac{R_{bot}}{R_{top}}. \tag{1.20}$$

Dans ce cas, le flux de chaleur conductif est (voir par exemple Yao *et al.* [2014])

$$\phi_{top} = \frac{f}{(1-f)^2}\, k\Delta T \frac{D}{R_{top}^2}, \tag{1.21}$$

avec k la conduction thermique (Table 1.6).

De la même manière, le nombre de Nusselt à la base de la couche Nu_{bot} est

$$Nu_{bot} = \frac{q_{bot}}{\phi_{bot}}, \tag{1.22}$$

avec q_{bot} le flux de chaleur à la base. A l'équilibre thermique, les nombres de Nusselt à la base et à la surface sont égaux, au facteur géométrique près :

$$\phi_{top} = \phi_{bot} f^2. \tag{1.23}$$

1.2.5 Régimes de convection

Selon la vigueur de la convection (Ra) et le contraste de viscosité total à travers la couche ($\Delta\eta$), la convection avec une viscosité dépendante de la température opère dans différents régimes. Dans le régime à faible contraste de viscosité, parfois appelé à couvercle mobile ou déformable, les vitesses observées à la surface sont importantes. Lorsque

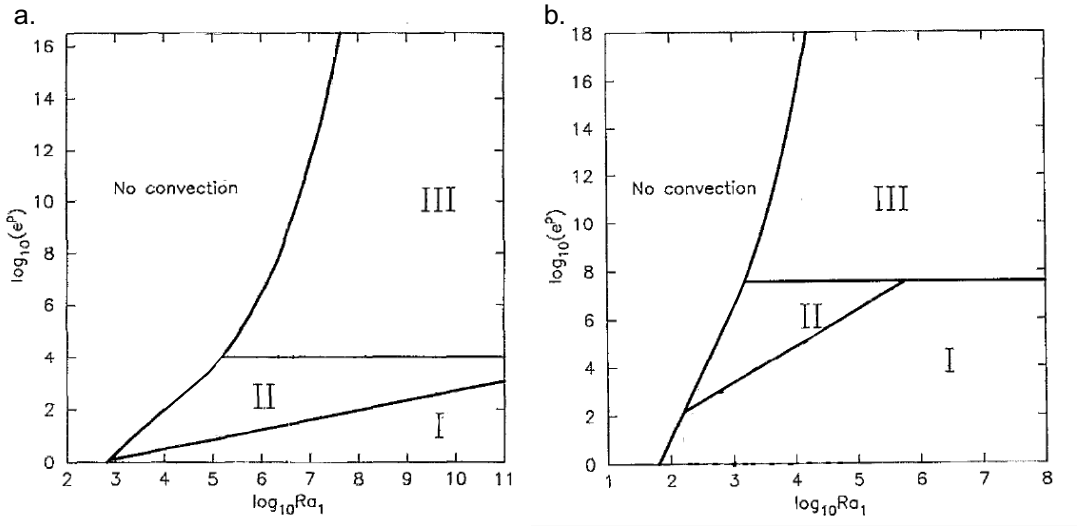

FIGURE 1.10 – Diagrammes représentant les différents régimes de convection en fonction du nombre de Rayleigh à la base de la couche Ra_1 et du contraste total de viscosité p. pour une rhéologie Newtonienne (a) ou non-Newtonienne (b) (n=3) (voir Section 1.3 pour plus de détails). I représente le régime isovisqueux ou à faible contraste de viscosité, II le régime transitoire (ou *sluggish lid*) et III le régime à couvercle stagnant. Les figures proviennent de Solomatov [1995].

le contraste de viscosité augmente ($\Delta\eta$ = 10^2-10^4, Hüttig et Breuer, 2011), la convection se produit dans un régime transitoire (parfois appelé *sluggish lid*). Dans ce cas, les vitesses en surface sont significativement plus faibles mais ne sont pas nulles : la mobilité du couvercle est très réduite. Si la différence de viscosité entre la base de la couche et la surface est encore plus importante ($\Delta\eta > 10^4$-10^5, Hüttig et Breuer, 2011), la partie convective est recouverte d'une couche purement conductive : il s'agit du régime à couvercle stagnant. La figure 1.10 montre les domaines de ces différents régimes en fonction du nombre de Rayleigh et du contraste de viscosité selon Solomatov [1995].

La forme des structures de convection varie selon le régime dans lequel la convection opère. En régime transitoire, on observe des structures à grande échelle alors que dans le régime à couvercle stagnant, la convection est caractérisée par des structures de convection de petite échelle [Tackley, 1996; Mcnamara et Zhong, 2005; Reese *et al.*, 2005; Hüttig et Breuer, 2011]. La Figure 1.11 illustre les différences entre ces régimes de convection. Dans le régime à couvercle stagnant, les variations de température moins importantes que dans le cas de la couvercle mobile.

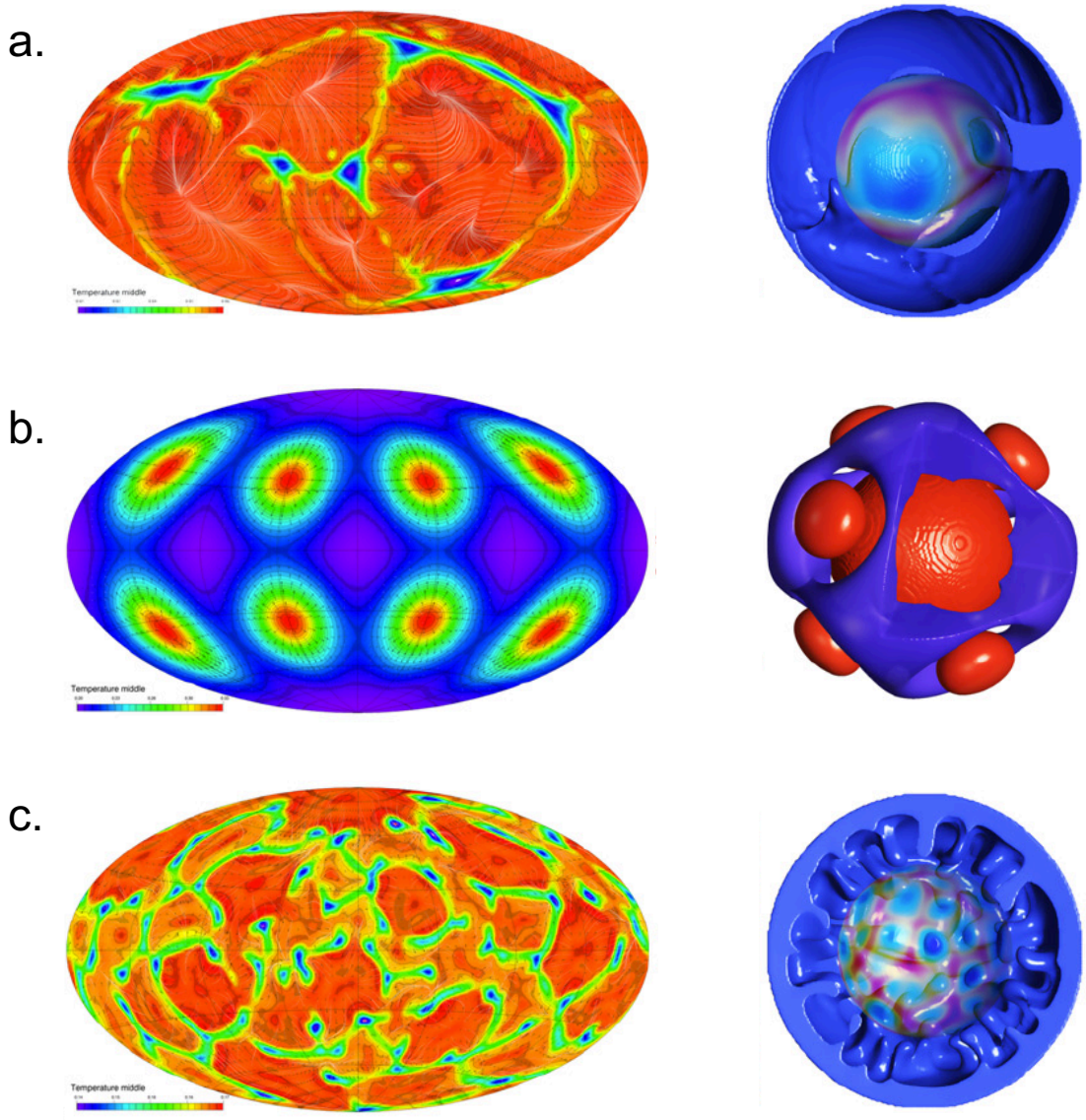

FIGURE 1.11 – Représentation de la température au centre de la boîte convective (gauche) et des isosurfaces mettant en évidence la forme des structures de convection dans les cas à couvercle mobile (a, Ra_i = 7.2·10^6, γ = 120), transitoire (b, Ra_i = 1.6·10^4, γ = 30) et à couvercle stagnant (c, Ra_i = 7.3·10^6, γ = 80). La figure provient de Hüttig et Breuer [2011]. Les simulations numériques ont été réalisées en géométrie 3D sphérique avec un chauffage interne.

La mobilité de la surface [Tackley, 2000]

$$M = \frac{v_{top}}{v_{rms}} \tag{1.24}$$

est un critère permettant de distinguer les différents régimes où v_{top} et v_{rms} sont respectivement les vitesses à la surface et moyenne dans la couche. Si M est proche de 1, la vitesse du "couvercle" est proche de la vitesse à l'intérieur de la couche. La convection opère donc en couvercle mobile. Guerrero *et al.* [2018] estiment que la convection s'effectue en régime à couvercle stagnant lorsque $M < 0.01$, les valeurs intermédiaires de M correspondant au régime transitoire.

La viscosité est fortement dépendante de la température (voir Section 1.3.2). Les manteaux (silicatés ou glacés) des planètes et satellites sont caractérisés par de fortes variations de température entre la base du manteau (proche du point de fusion) et la surface. Le contraste de viscosité est alors très fort ($\Delta\eta > 10^5$ pour les coquilles de glace des satellites). D'après Solomatov [1995] et Stengel *et al.* [1982], la convection se fait dans le régime à couvercle stagnant si $\ln(\Delta\eta) > 4(n+1)$, n dépendant de la rhéologie (voir Section 1.3.2). Dans le cas Newtonien, n = 1 et le contraste de viscosité doit être d'au moins 10^3. Si la rhéologie des couches planétaires solides était purement visqueuse, la convection n'y interviendrait que dans ce régime.

La partie convective de la couche est surmontée d'un couvercle épais dans lequel le transfert de chaleur se fait uniquement par conduction. Le profil de température est linéaire dans le couvercle et les vitesses sont nulles à la surface. Les variations de température et de viscosité sont concentrées dans le couvercle et les couches limites thermiques supérieure (sous le couvercle) et inférieure (à l'interface glace-océan dans le cas des satellites de glace).

1.3 Rhéologie

Comme nous l'avons vu précédemment, la vigueur ainsi que le régime de convection sont déterminés par la viscosité et sa dépendance en température. Afin de comprendre la dynamique de la couche de glace externe, il est donc nécessaire d'étudier la rhéologie de la glace I, c'est à dire la manière dont elle va se déformer en réponse aux contraintes aux-

quelles elle est soumise. Lorsque le taux de déformation est proportionnel aux contraintes, la rhéologie est dite newtonienne. Le coefficient de proportionnalité entre la contrainte et le taux de déformation est la viscosité. Dans le cas où le taux de déformation varie de manière non linéaire avec la contrainte, la rhéologie est dite non-newtonienne. Même dans ce cas, on peut définir une viscosité effective similaire au cas newtonien, mais le coefficient varie alors avec la contrainte.

1.3.1 Mécanismes de déformation

Poirier [1985] montre que la déformation de la glace peut s'expliquer par différents types de fluages. Dans cette section, nous décrivons chacun des mécanismes de déformation.

Fluage par migration de dislocations

La rupture d'une liaison atomique au sein même d'un cristal crée un défaut linéaire dans le maillage cristallin, appelé dislocation. Afin de pallier à ce défaut, des recombinaisons inter-atomiques vont se produire, et déformer les plans atomiques situés autour de la dislocation originelle. De proche en proche, la dislocation migre dans le cristal (Fig. 1.12). Ce mouvement correspond à un glissement au niveau des plans cristallins. Ce type de déformation est limité par la présence d'impuretés ou de sous-joints de grains. Au cours de la déformation, le nombre de dislocations augmente, ce qui va accélérer le glissement des plans cristallins et favoriser la déformation. Un grand nombre de dislocations peut mener à la formation de sous-grains (voir par exemple Montagnat et Duval, 2000). Ce mécanisme dépend des contraintes, mais pas de la taille de grain.

Fluage par diffusion

Le matériau peut être déformé par la migration d'atomes : c'est le fluage par diffusion. Il existe deux processus de migration d'atomes, un se produisant à l'intérieur du grain (diffusion de volume), l'autre à la surface du grain. Dans le premier cas, les atomes migrent de lacune en lacune, en allant des zones à fortes contraintes vers les zones où la contrainte est plus faible. Cette migration est favorisée dans les cas où la température est importante. C'est le fluage de type Nabarro-Hering. Dans le cas du fluage par diffusion

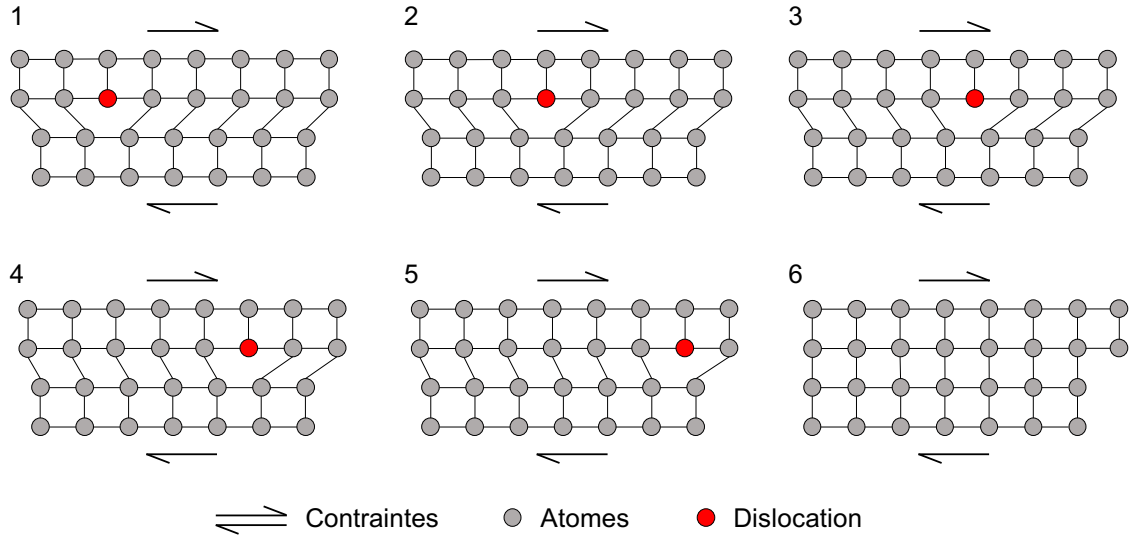

FIGURE 1.12 – Schéma de principe du fluage par migration de dislocation (de 1 à 6). La configuration finale (6) met en evidence le glissement entre les plans supérieur et inférieur. D'après Nougier [2000].

de type Coble, la migration des atomes se fait dans le joint du grain. Ce type de migration se produit pour des températures plus basses. L'efficacité du fluage par diffusion est dépendant de la taille de grain mais pas des contraintes : la rhéologie est newtonienne. Ces deux types de fluages sont représentés dans la figure 1.13.

Déformation inter-cristalline

Les deux mécanismes précédents se produisent au sein même du grain. Les contraintes peuvent également être à l'origine de déformations *via* des processus inter-cristallins. Ainsi, des glissements le long des joints de grains, ou glissement grain sur grain, ou sur leur plan basal peuvent avoir lieu. Cela se produit lorsque la déformation est progressive. À haute température, l'apparition d'un film liquide entre les grains favorise d'autant plus les glissements aux joints de grains ou la réorientation des cristaux (effet de pré-fusion, voir par exemple Dash *et al.*, 1995). La présence d'impuretés entre les grains ou les changements de forme dus au fluage par diffusion peuvent également être responsables d'une fusion partielle de la glace facilitant la déformation. Ce mécanisme est dépendant de la taille des grains.

Selon les pressions exercées sur la glace, ces mécanismes jouent un rôle plus ou moins

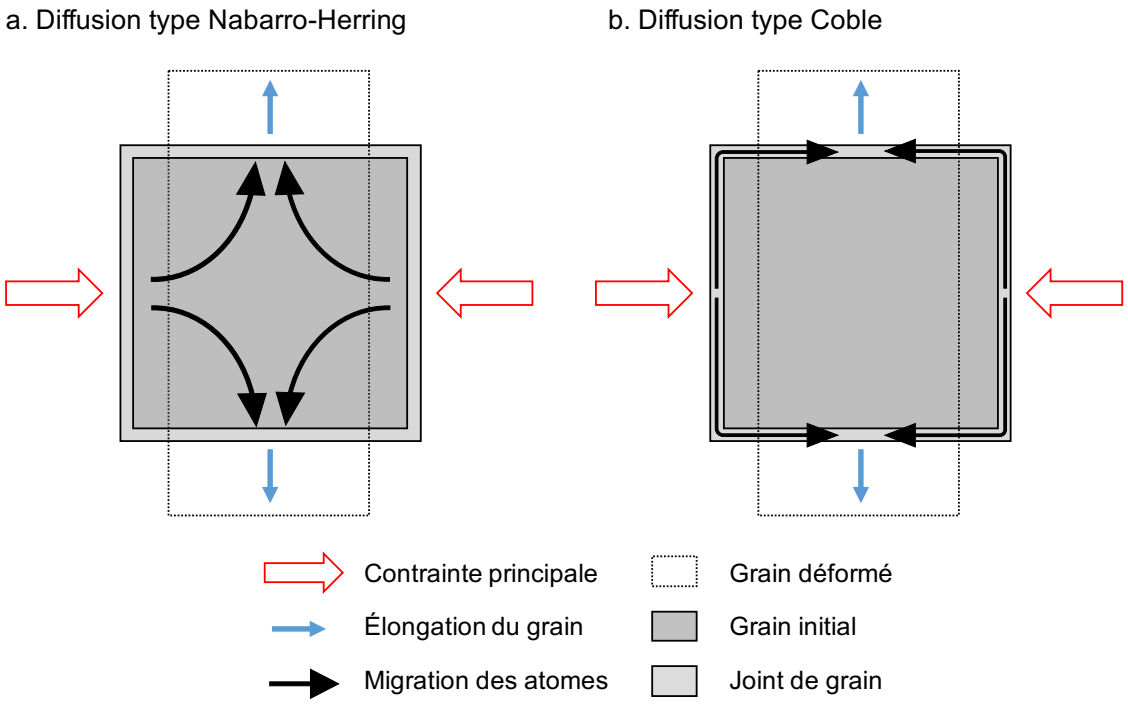

FIGURE 1.13 – Schéma de principe des fluages par diffusion de type Nabarro-Herring (a) et de type Coble (b) [Nougier, 2000].

important. Le fluage par diffusion ne devient jamais prépondérant dans les conditions possibles en laboratoire et ne peut donc pas être étudié expérimentalement. Les fluages par migration de dislocations et les déformations inter-cristallines (glissement aux joints de grains et glissement sur les plans basaux) ont eux pu être observés en laboratoire [Budd et Jacka, 1989; Goldsby et Kohlstedt, 1997; Durham et Stern, 2001; Goldsby et Kohlstedt, 2001]. Ces mécanismes peuvent ensuite être extrapolés aux conditions de la glace en contexte planétaires (voir par exemple Sotin et Tobie, 2004 et Fig. 1.14).

1.3.2 Viscosité

La viscosité du matériau étudié joue un rôle important dans la dynamique convective des manteau planétaires. La viscosité de la glace, comme celles des silicates, est connue pour dépendre très fortement de la température : plus le manteau est chaud, plus il se déforme facilement. La pression est également un paramètre contrôlant la capacité du manteau à se déformer. Cependant, du fait de la faible épaisseur des couches de glace externes des corps glacés, cette influence est très faible et cet effet est négligé par la suite.

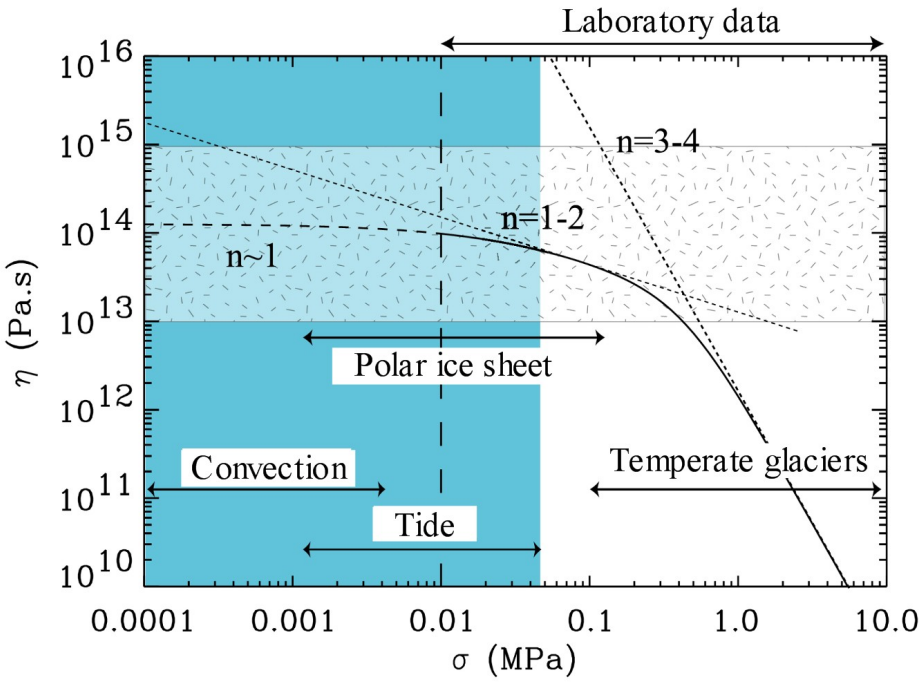

FIGURE 1.14 – Viscosité en fonction de la contrainte, pour une taille de grain de 1 mm, mettant en évidence les différentes dépendances à la contrainte de la viscosité de la glace I [Sotin et Tobie, 2004].

En effet, si la pression à la base du manteau silicaté convectif terrestre est d'environ 100 GPa, à la base de la couche de glace externe de Ganymède, le plus gros satellite de glace, la pression est inférieure à 0.25 GPa.

La viscosité est généralement décrite par une loi de type Arrhenius, prenant en compte ces deux paramètres mais aussi les contraintes appliquées sur le matériau et la taille des grains composant la couche :

$$\eta = \frac{d_g^m}{A\,\sigma_{II}^{n-1}}\,\exp\left(\frac{E_a}{RT}\right). \tag{1.25}$$

σ_{II} est le second invariant du tenseur des contraintes déviatoriques et A la constante pré-exponentielle. m, n, et l'énergie d'activation E_a sont les paramètres de fluage, qui dépendent du mécanisme de déformation considéré (voir Section 1.3.1 et Table 1.8).

La différence de température entre la base de la couche et la surface du corps est très importante : la température de surface est de l'ordre de 100 K alors que la température à l'interface glace I / océan correspond à la température de fusion, soit environ 273 K dans le cas de la glace pure. À cause de ce fort contraste de température, le saut de viscosité

à travers la couche est très important, celle-ci passant d'environ 10^{14} à 10^{29} Pa.s. Le contraste de viscosité est principalement localisé dans le couvercle stagnant et la couche limite thermique supérieure.

Les variations très brutales de viscosité sont difficilement prises en charge par les outils de modélisation numérique. Une façon de remédier à ce problème est d'approcher la viscosité par une linéarisation de la loi de type Arrhenius (Éq. 1.25) appelée approximation de Frank-Kamenetskii (Frank-Kamenetskii [1969]). Dans le cadre de cette approximation, la viscosité est définie par la relation

$$\eta(T) = \eta_0 \ \exp(-\gamma \frac{T - T_0}{\Delta T}) \tag{1.26}$$

avec η_0 la viscosité de référence, T_0 la température à la surface et ΔT le saut de température à travers la couche. γ est le paramètre de Frank-Kamenetskii, ou paramètre rhéologique, représentant la dépendance en température de la viscosité. Ce paramètre est relié à la variation de viscosité due à la température :

$$\gamma = -\frac{\partial \eta / \partial T}{\eta}. \tag{1.27}$$

Son équivalent pour une rhéologie de type Arrhenius est donc

$$\gamma = \frac{E_a \Delta T}{R T_i^2}, \tag{1.28}$$

avec T_i la température de l'intérieur bien mélangé de la région convective. La plupart des études du transfert thermique ont été réalisées en utilisant l'approximation de Frank-Kamenetskii pour décrire la viscosité (voir Section 2.3).

Cependant, comme nous l'avons vu précédemment, différents mécanismes de déformation ont été mis en évidence, notamment par Goldsby et Kohlstedt [2001] : le fluage par diffusion, par migration de dislocations, par glissement aux joints de grains et par glissement sur le plan basal. Ces mécanismes sont tous susceptibles de se produire dans la couche de glace. Selon la température, la taille de grain et l'état de contrainte de la glace, certains mécanismes vont devenir prépondérants. En pratique, le mécanisme associé à la viscosité la plus faible permettra d'accommoder la déformation de façon plus efficace et sera favorisé. La viscosité associée à chacun de ces mécanismes peut être décrite par

une loi de type Arrhenius (Éq. 1.25), la constante pré-exponentielle A, les exposants des contraintes n, de la taille de grain m et l'énergie d'activation E_a étant spécifiques à chacun des modes de déformation (voir Section suivante et Table 1.8). La viscosité totale, ou viscosité effective, dépend alors de tous les mécanismes :

$$\frac{1}{\eta_{tot}} = \frac{1}{\eta_{diff}} + \frac{1}{\eta_{disl}} + \frac{1}{\eta_{gbs} + \eta_{bas}}. \tag{1.29}$$

Cette description de la viscosité, appelée rhéologie composite, a été proposée par Goldsby et Kohlstedt [2001]. Cette formulation a l'avantage de prendre en compte tous les modes de déformations. Dans le cas des planètes telluriques, les manteaux silicatés sont généralement plus épais : plus de 1000 km, contre quelques centaines de kilomètres au maximum pour les coquilles glacées. La diversité des minéraux les composant et les transitions de phases dues au pressions importantes font qu'il est difficile de définir les paramètres de fluage de chacun des mécanismes de déformation. Dans le cas de la glace d'eau pure, les expériences en laboratoire ont permis de déterminer ces paramètres pour le fluage par migration de dislocations, par glissement aux joints de grains et par glissement sur le plan basal. Le fluage par diffusion n'a jamais été observé en laboratoire, mais les paramètre de fluage ont été déterminé théoriquement [Goldsby et Kohlstedt, 2001]. Même si de nombreuses incertitudes demeurent sur la déformation de la glace à faible contrainte (< 0.01 MPa) représentatives des couches convectives, la formulation simplifiée de Goldsby et Kohlstedt [2001] a l'avantage de pouvoir prendre en compte les différents modes de déformation.

1.3.3 Détermination des paramètres de fluage

Les paramètres de fluage (constante pré-exponentielle A, les exposants des contraintes n et de la taille de grain m et l'énergie d'activation E_a) sont spécifiques à chaque mécanisme de déformation. Les études expérimentales (par exemple, Goldsby et Kohlstedt [1997]; Montagnat et Duval [2000]; Durham et Stern [2001] et les articles cités dans la synthèse de Budd et Jacka [1989]) montrent effectivement que les mécanismes de fluage se produisant dans la glace ne sont pas les mêmes selon les contraintes. L'étude de Goldsby et Kohlstedt [2001], se basant sur des données expérimentales de la littérature et sur leurs propres données, décrivent les paramètres de fluage pour chacun des modes déformation,

permettant ainsi le calcul de la viscosité selon leur formulation (Éq. 1.29). La suite de ce manuscrit se base sur leur étude.

Lorsque les contraintes sont importantes, typiquement supérieures à 1 MPa, la déformation se trouve dans un régime où l'exposant des contraintes n est égal à 4. Ce mécanisme est indépendant de la taille de grain et l'énergie d'activation est de 64-61 kJ·mol^{-1}. Ces valeurs sont cohérentes avec le mécanisme de fluage par migration de dislocations [Ramseier, 1967; Durham *et al.*, 1992].

Pour des contraintes plus faibles, Goldsby et Kohlstedt [2001] montrent que le régime de déformation est moins dépendant des contraintes : n = 1.8. Ce résultats est en accord avec de nombreuses études [Steinemann, 1954; Glen et Perutz, 1955; Duval et Castelnau, 1995; Durham et Stern, 2001]. La dépendance de la viscosité à la température est aussi un peu moins élevée (E_a = 50 kJ·mol^{-1}) et la déformation devient dépendante à la taille de grain (m = 1.4). La déformation macroscopique et à l'échelle du grain est interprétée par Goldsby et Kohlstedt [2001] comme des glissements aux joints de grains. Lorsque la contrainte est encore plus faible, la déformation peut se produire dans le régime n = 2.4. L'énergie d'activation est plus importante (55-62 kJ·mol^{-1}). Ce régime est typique de celui du glissement d'un grain sur son plan basal. Ces deux mécanismes sont en compétition. Si la déformation associée aux glissements aux joints de grains est la plus lente, elle limite le taux de déformation, et n = 1.4. Dans le cas où la déformation due au glissement sur le plan basal est la plus lente, la déformation totale est mieux décrite par n = 2.4. L'étude Goldsby et Kohlstedt [2001] a été faite sur des agrégats de glace polycristalline à grains fins, entre 3 et 200 μm. Le mécanisme de glissement sur le plan basal limite le taux de déformation seulement pour les tailles de grain les plus fines (8 μm).

Il est prédit que le mécanisme de fluage par diffusion devienne dominant lorsque les contraintes et le taux de déformation sont très faibles. Ces conditions ne peuvent pas être reproduites en laboratoire : ce mécanisme n'a donc jamais été observé. Les paramètres de fluage ont été déterminés théoriquement. Les fluages par diffusion de type Nabarro-Herring et Coble ont été mis en équation par Nabarro [1948], Herring [1950] et Coble [1963]. Le taux de déformation associé à au fluage par diffusion est

$$\dot{\epsilon} = \frac{42\sigma V_m}{RTd^2}\left(D_v + \frac{\pi\delta}{d}D_b\right), \tag{1.30}$$

Paramètre	Valeur	Référence
V_m	1.97×10^{-5} m^3	Fletcher [1970]
$D_{0,v}$	69.10×10^{-5} m^2 s^{-1}	Ramseier [1967]
E_v	59.4 kJ·mol^{-1}	Ramseier [1967]
$D_{0,b}$	8.4×10^{-5} m^2 s^{-1}	Goldsby et Kohlstedt [2001]
E_b	59.4 kJ·mol^{-1}	Goldsby et Kohlstedt [2001]
δ	9.04×10^{-10} m	Frost et Ashby [1982]

TABLE 1.7 – Paramètres de la déformation dans le cas du fluage par diffusion.

Mécanisme de déformation	A (Pa^{-n}m^{m}s^{-1})	n	E_a (kJ.mol^{-1})	m
Diffusion	3.3×10^{-10}	1.0	50	2
Dislocation	4.0×10^{-19}	4.0	60	0
Glissement aux joints de gains	6.2×10^{-14}	1.8	49	1.4
Glissement sur le plan basal	2.2×10^{-7}	2.4	60	0

TABLE 1.8 – Paramètres de fluage pour chacun des mécanismes de déformation de la glace I. D'après Goldsby et Kohlstedt [2001], modifiées par Kalousová *et al.* [2016].

avec V_m le volume molaire, D_v le coefficient de diffusion de volumique, D_b le coefficient de diffusion aux frontières des grains, δ la largeur des joints de grains égale au double du vecteur de Burgers b = 4.52×10^{10} m (Fletcher [1970]). Les coefficients de diffusion sont de la forme

$$D = D_0 \exp\left(-\frac{E_a}{RT}\right). \tag{1.31}$$

Les valeurs de V_M, δ, D_0 et E_a sont répertoriées dans la Table 1.7.

La Figure 1.15 est un schéma de principe montrant les mécanismes de déformation dominants et tous les paramètres de fluage pour ces mécanismes sont listés dans la Table 1.8.

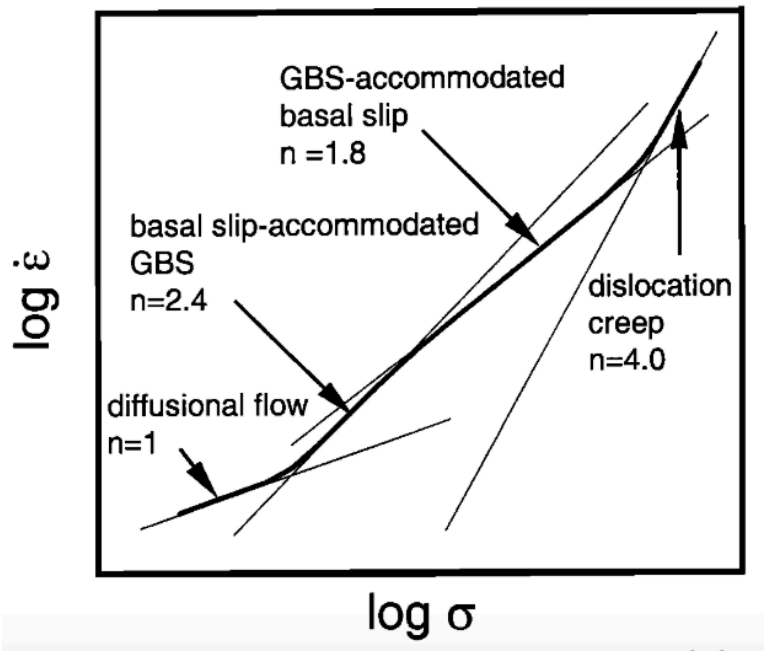

FIGURE 1.15 – Schéma de principe montrant les quatre mécanismes de déformation identifiés dans la glace I en fonction des contraintes. La figure provient de Goldsby et Kohlstedt [2001].

1.3.4 Taille de grain

Mis à part dans le cas d'une déformation principalement régie par la migration des dislocations, la taille des grain de glace joue un rôle important dans la détermination de la viscosité (voir Table 1.8). Il parait donc nécessaire de déterminer la taille de grain de la manière la plus réaliste possible.

À l'heure actuelle, le seul outil permettant d'accéder à des informations sur la taille des grain sur les corps glacés est la spectroscopie infrarouge. Ainsi, les mesures ne peuvent être réalisées qu'à leur surface. Le spectre de la glace d'eau cristalline présente des bandes d'absorption reconnaissables (voir par exemple Grundy *et al.*, 1999; Hansen et Mccord, 2004). Ce spectre est modifié par les conditions dans lesquelles se situe la glace. Il est ainsi possible d'estimer la température de surface des corps glacés [Grundy *et al.*, 1999]. La taille de grain est également un paramètre modifiant les spectres, et plus particulièrement les bandes d'absorption à 1.04 μm, à 1.25 μm, à 1.5 μm et à 2 μm. Jaumann *et al.* [2008] montrent que la taille de grain dépend de l'aire de ces bandes d'absorption : plus la taille des grains est importante, plus l'aire de la bande d'absorption est importante (Fig. 1.16).

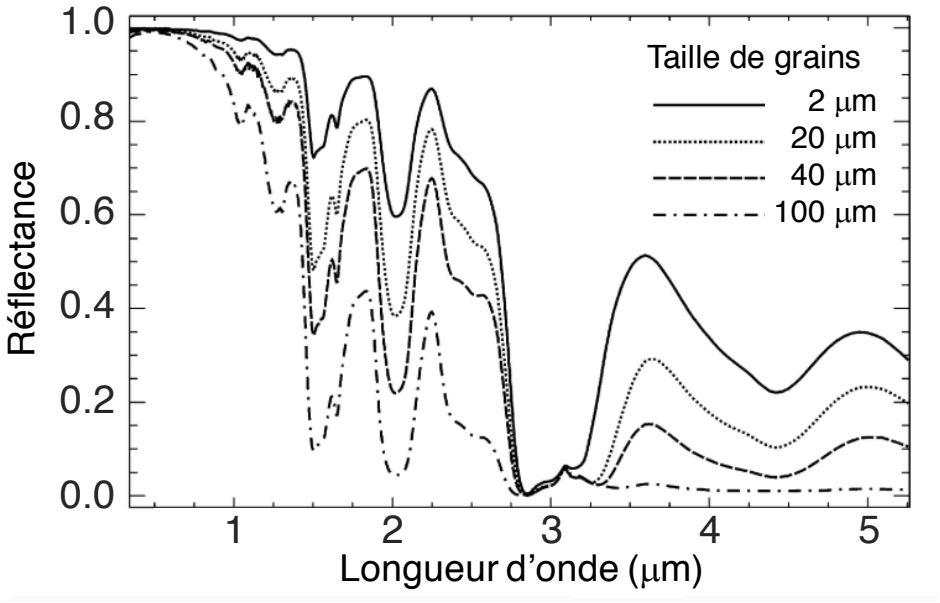

FIGURE 1.16 – Spectres de réflectance de la glace d'eau entre 1 et 5 μm pour différentes tailles de grain. La figure provient de Jaumann *et al.* [2008], d'après les données de Hansen et Mccord [2004].

L'étude expérimentale de Taffin *et al.* [2012] met en évidence une loi d'échelle linéaire permettant d'estimer la taille de grain en fonction de l'aire des bandes d'absorption. Les valeurs de diamètre des grains obtenues par spectroscopie sont en accord avec celles obtenues en polarimétrie. Cependant elles sont très faibles : de l'ordre de quelques micromètres à quelques centaines de micromètres [Stephan *et al.*, 2005; Dalton *et al.*, 2012; Hansen et Mccord, 2004; Poch *et al.*, 2018]. Si les modifications des spectres de glace sont dans ces études imputées à la taille de grain, la présence d'impuretés dans la glace de surface pourrait également en être responsable [Stephan *et al.*, 2005].

Ces valeurs obtenues en surface ne sont pas représentatives de la taille de grain dans l'intégralité de la couche. En effet, plusieurs mécanismes se mettent en place en profondeur, faisant évoluer le diamètre moyen des grains de glace. Dans le cas où la glace ne s'écoule pas (à faibles contraintes) et si elle est totalement pure, les grains ont tendance à grandir au cours du temps, suivant la relation [Poirier, 1985]

$$R^2 - R_0^2 = 2k_g t, \tag{1.32}$$

où R est le rayon du grain au temps t, R_0 le rayon initial et k_g est une constante, dépendant

de la température. La baisse d'énergie libre associée à la diminution de la courbure des grains favorise la migration des joints de grain et la taille de grain augmente donc au cours du temps, ou suivant une loi de croissance dépendante de la température [Poirier, 1985]. Par conséquent, la taille des grains augmente plus vite en profondeur, au fur et à mesure que la température augmente. Les grains peuvent aussi grossir par effet de frittage. Lorsque la température augmente, les bords des grains de glace fondent et se collent les uns aux autres.

Néanmoins, les observations dans les glaciers terrestres montrent que la taille des grains reste plus ou moins constante avec la profondeur (voir Figure 1.17). D'autres mécanismes interviennent donc et régulent le grossissement "normal" des grains. La Figure 1.17 représente l'évolution de la taille des grains de glace dans le glacier GRIP, situé au Groenland. La transition Holocène-Wisconsin (-1624 m) fixe la limite entre la glace relativement pure accumulée durant l'ère interglaciaire (partie supérieure du profil) et une zone plus riche en impuretés (ici, des microparticules de silicates) déposée durant la glaciation du Wisconsin. Proche de la surface, la taille de grain augmente par frittage, puis *via* le processus de croissance "normale" des grains. À partir de 700 m de profondeur, la recristallisation dynamique permet de maintenir la taille de grain à peu près constante. La présence d'impuretés lors de la période glaciaire (-1625 m) limite la croissance des grains à cause de l'effet de "pinning". Proche de la base du glacier, la température s'approche du point de fusion de la glace et les contraintes augmentent : les grains de glace grossissent fortement. Le cadre rouge met en évidence la gamme de taille de grain correspondant aux mécanismes d'évolution les plus susceptibles de se produire dans les couches de glace externe des satellites, entre 2 et 5 mm.

La présence d'impuretés est un facteur freinant le grossissement des grains : les poussières exercent une force sur les bords des cristaux. Si ces impuretés sont suffisamment nombreuses, la croissance normale peut être totalement stoppée. Alley *et al.* [1986] ont montré qu'une fraction volumétrique d'impuretés dans la glace de seulement 0.0005 était suffisante pour stopper le grossissement des grains. À titre d'exemple, à partir de la description de ce phénomène par Poirier [1985], Barr et Pappalardo [2005] ont mis en évidence le fait que seulement 2% en masse de poussières dans la glace de la calotte martienne permettaient de limiter la taille des grains à 0.7 mm, et 10% de la limiter à 0.3 mm. La présence d'impuretés pourrait donc également jouer un rôle dans la limita-

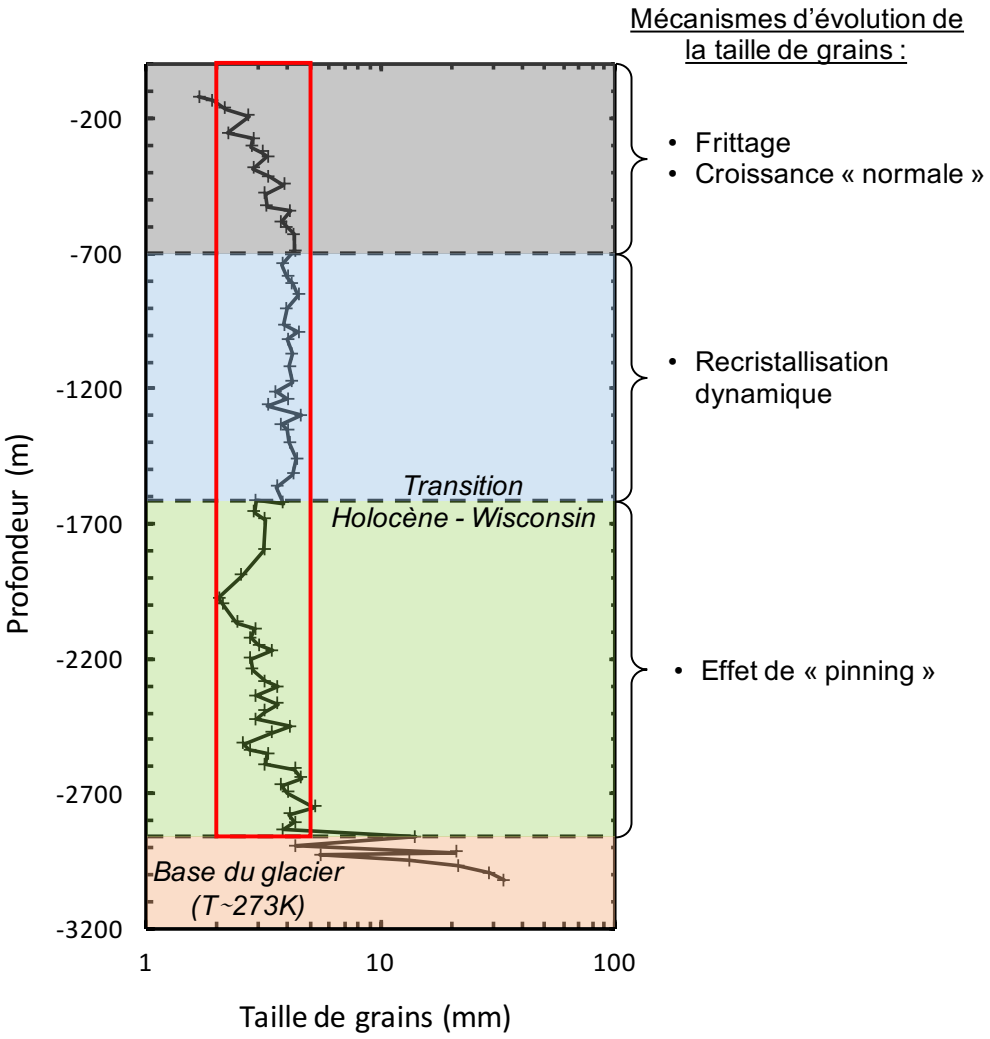

FIGURE 1.17 – Profil de taille de grain moyenne dans le glacier GRIP (Groenland). Les valeurs de tailles de grain proviennent de l'étude de Thorsteinsson *et al.* [1997] ; les mécanismes d'évolution de la taille de grain ont été proposés par Barr et Milkovich [2008].

tion de la croissance des grains de glace dans les couches de glace des satellites. Ces résultats sont en accord avec Baker et Gerberich [1979], qui montraient que la taille de grain était inversement proportionnelle au taux d'impuretés. Le pourcentage de poussières nécessaire pour contre-balancer le grossissement des cristaux est très faible. Le fait que nous considérions que la rhéologie de la coquille externe des satellites est celle de la glace pure ne semble donc pas problématique.

Si la glace s'écoule, et que les impuretés sont peu nombreuses, la taille de grain peut être contrôlée par le processus de recristallisation dynamique. Dans ce cas, la croissance normale des grains est contre-balancée par la réduction de la taille de grain à cause des mouvements dans la couche.

Les simulations de convection thermique appliquées aux satellites de glace et réalisées avec les différentes rhéologies présentées dans cette section sont étudiées dans les chapitres suivants (Chap. 2 et 3).

Chapitre 2

Méthode d'étude du transfert de chaleur

Des outils 3D permettant de modéliser l'évolution interne des manteaux planétaires existent déjà (par exemple Sotin et Labrosse, 1999; Choblet *et al.*, 2007; Deschamps et Lin, 2014). Cependant, l'étude de la globalité du manteau d'un corps demande une discrétisation du milieu très importante. Dans le cas des satellites glacés, la couche de glace externe est plus fine, mais ces simulations sont tout de même très coûteuses en temps de calcul. Une solution intéressante est d'utiliser des modèles d'évolution thermique paramétrés. Pour cela, il est nécessaire d'utiliser des lois d'échelle décrivant le transfert de chaleur.

L'idée de ce travail de thèse est de mettre en évidence de telles lois d'échelle à une dimension, qui pourront être utilisées par la suite dans un modèle 3D paramétré. Ces relations permettront de déterminer le flux de chaleur, la température interne, les épaisseurs des couches limites thermiques à l'équilibre de façon simplifiée et beaucoup plus rapide. Les phénomènes inhérents à la dynamique interne des satellites de glace que l'approche 3D permet difficilement de mettre en oeuvre (fortes variations spatiales de l'épaisseur de la couche de glace, variations latitudinales du flux de chaleur à la base de la couche liées au transfert dans l'océan, ...) pourront alors être pris en compte.

De telles relations ont déjà été mises en évidence, de manière analogique ou numérique, mais seulement avec une loi de viscosité dans le cadre de l'approximation de Frank-Kamenetskii (Éq. 1.26). Le but de ce travail de thèse est d'obtenir de telles relations

pour le cadre plus réaliste des rhéologies de type Arrhenius et composite (Éqs. 1.25 et 1.29). Pour cela, une large campagne de simulations a été réalisée, pour chacune de ces différentes rhéologies. Pour les rhéologies dans le cadre de l'approximation de Frank-Kamenetskii et de type Arrhenius, cette analyse figure dans la suite de ce chapitre. Dans le cas de la rhéologie composite, les résultats se trouvent dans le chapitre suivant. Les différentes grandeurs utilisées sont définies dans ce chapitre.

Dans ce chapitre, nous décrivons dans un premier temps le code numérique utilisé pour ces simulations puis nous définissons les grandeurs nécessaires à la description du transfert de chaleur. Les lois d'échelle déjà obtenues dans le cadre de l'approximation de Frank-Kamenetskii et les études réalisées avec des rhéologies moins simplifiées sont présentées. Enfin, à partir des résultats de nos simulations, nous dérivons de nouvelles lois d'échelle pour une rhéologie de type Arrhenius, qui sont comparées à celles dérivées de nos simulations réalisées dans le cadre de l'approximation de Frank-Kamenetskii.

2.1 Outil numérique : CHEOPS-2D

2.1.1 Principe général

CHEOPS-2D a été développé par J. Besserer au cours de sa thèse au Laboratoire de Planétologie et Géodynamique (2009-2012). La méthodologie du code numérique est expliquée en détails dans son manuscrit de thèse : Besserer [2012].

Les équations de conservation (Éqs. 1.14, 1.15 et 1.16) sont résolues sous leur forme adimensionnée par une méthode de type "volumes finis". Les échelles caractéristiques pour l'adimensionnement sont spécifiées dans le Tableau 1.5.

Les équations sont discrétisées sur un maillage annulaire orthogonal. La géométrie en anneau sphérique utilisée dans ce code repose sur l'approche de Hernlund et Tackley [2008]. L'avantage de ce type de géométrie est de se rapprocher le plus possible des caractéristiques d'une géométrie 3D-sphérique, tout en restant dans une approche bidimensionnelle. D'autres approches 2D, permettant de réduire le temps de calcul comparé à la géométrie 3D, ont été utilisées (voir Van Keken, 2001). La géométrie sphérique axisymétrique est basée sur système de coordonnées sphériques mais néglige toute variation en longitude. Beaucoup de propriétés de la géométrie 3D sont ainsi conservées, mais les

simulations ne peuvent se faire que sur un demi-anneau au maximum. La géométrie cylindrique, quant à elle, consiste en un "tranche" de cylindre. Le rapport des surfaces entre le sommet et la base de la couche étudiée est alors de f, contrairement à la géométrie sphérique pour laquelle il est de f^2. Comparée à ces deux autres géométries bidimensionnelles, l'approche de l'anneau sphérique propose une meilleure approximation des simulations en 3D pour la plupart des cas présentés par Hernlund et Tackley [2008], bien que des différences demeurent notamment sur l'efficacité du transfert de chaleur (voir Section 2.4.4). Le temps de calcul plus faible comparé à l'approche 3D permet de réaliser un grand nombre de simulations en explorant une plus large gamme de paramètres. Cette géométrie est associée à un système de coordonnées polaires (r, θ) et une base orthonormée.

Le maillage est divisé en $n_r \times n_\theta$ cellules dans les directions radiale et azimutale (Fig. 2.1). Il est raffiné à la base et à la surface de la couche de manière symétrique. Le rapport d'aspect de la grille considérée est

$$R_A = \frac{1+f}{1-f}\frac{\Delta\theta}{2}, \tag{2.1}$$

où $\Delta\theta$ est l'étendue azimutale du domaine. Dans nos simulations, R_A a été fixé à 4. En effet, un rapport d'aspect de 1 pourrait contraindre l'écoulement latéralement. D'après les simulations de convection dépendantes du temps de Solomatov et Moresi [2000] réalisées en géométrie cartésienne, le nombre de Nusselt devient indépendant de la dimension latérale à partir d'un rapport d'aspect de 4. Dans la plupart des cas, nous avons fixé n_r et n_θ à 128 et 320 respectivement. Quelques simulations ont été réalisées avec une résolution double (n_r = 256 et n_θ = 640) et aucune différence notable n'a été observée comparée à la résolution précédente.

La résolution de l'écoulement (conservation de la masse et de la quantité de mouvement, Éqs. 1.14 et 1.15) fait intervenir une méthode multigrilles décrite ci-après pour accélérer la convergence (d'après Brandt, 1977, voir Section 2.1.2). L'algorithme SIMPLER (*Semi-Implcit Method for Pressur-Linked Equations Revised*) couple la résolution des champs de pression et de vitesse [Patankar, 1980; Trompert et Hansen, 1996]. Une méthode de relaxation de type Gauss-Seidel a été choisie pour le lissage sur chacune des grilles.

a. b.

FIGURE 2.1 – a. Représentation de la géométrie en anneau sphérique (d'après Hernlund et Tackley, 2008). La coquille sphérique, définie entre la sphère interne (trait épais) et la sphère externe (trait fin), est intersectée par un plan pour donner une portion d'anneau sphérique (trait rouge). b. Maillage de CHEOPS-2D. La température et la pression sont calculées au centre des cellules (points noirs). Les vitesses radiale et latérale sont définies sur les bords des cellules, à chaque point rouge et vert respectivement. Les figures proviennent de Besserer [2012].

Le traitement de l'équation de conservation de l'énergie (Éq. 1.16) est moins coûteux et aucune technique permettant l'accélération de la convergence n'est utilisée. Le terme diffusif est calculé à l'aide de dérivées centrées et le terme advectif avec la méthode haute-résolution de Godunov [Godunov, 1959]. Le pas de temps est déterminé selon le critère Courant-Friedrichs-Lewy [Courant *et al.*, 1928]. Le traitement de l'équation de conservation de l'énergie, explicite en temps, est totalement découplé de la résolution de l'écoulement.

Le code numérique a été largement testé. De nombreux résultats ont été comparés à CHEOPS-2D, notamment ceux de King *et al.* [2010], Blankenbach *et al.* [1989] et Travis *et al.* [1990] pour le cas quasi-cartésien (courbure très faible : $f = 0.9999$) et celui de Hernlund et Tackley [2008] pour le cas d'un anneau sphérique complet dans le cadre de l'approximation de Boussinesq (voir Besserer, 2012).

2.1.2 Méthode de résolution multigrilles

Principe général

Le programme considère que les équations sont résolues quand l'erreur du système linéaire (l'écart entre la solution vraie et son approximation à une itération donnée) devient inférieure à un seuil fixé par l'utilisateur. La vitesse de convergence du solver SIMPLER est limitée et dépend de la taille du maillage : le temps de calcul est environ proportionnel au carré du nombre total de cellules.

Le principe de la méthode multi-grilles résulte du constat suivant : si l'on envisage une décomposition en harmoniques du problème, lorsque l'on utilise une méthode itérative, la convergence est relativement rapide sur les modes élevés mais est plus lente sur les basses fréquences. Autrement dit, les résidus de grandes longueur d'onde sont difficiles à éliminer. Bien entendu, la qualification de courte ou grande longueur d'onde dépend du maillage : un résidu considéré comme basse fréquence sur une grille A sera considéré comme un résidu de haute fréquence sur une grille B de résolution plus grossière. La méthode multigrilles repose donc sur la correction des résultats d'une grille (ou lissage) par une grille plus grossière, ce qui permet d'accélérer la convergence.

S'il persiste des basses fréquences sur la grille plus grossière, il est possible d'utiliser le principe de la grille grossière de manière récursive. Ainsi, l'erreur de la grille la plus fine (d'un nombre de cellules $8d$) calculée sur une grille plus grossière ($4d$) sera corrigée sur une grille plus grossière ($2d$), qui pourra à son tour être corrigée par une grille encore plus grossière (d), avant de revenir au maillage de départ. La grille la plus grossière doit cependant toujours être représentative du problème (par exemple, une grille ne contenant plus que 2 cellules ne sera évidemment pas pertinente). Le passage d'une grille à l'autre rend nécessaire des opérateurs de restriction (d'une grille fine à une grille grossière) et de prolongation (d'une grille grossière à une grille fine) pour les différents termes du système linéaire. En pratique, des allers-retours fréquents entre grilles fines et plus grossières (ou cycle, voir Fig. 2.2) sont nécessaires à la convergence.

Avec une méthode de résolution multigrilles, le temps de calcul est idéalement proportionnel au nombre de cellules, et non plus au carré du nombre de cellules. Le gain de temps apporté par l'utilisation de cette méthode par rapport à une méthode itérative simple est donc d'autant plus important que le maillage est grand.

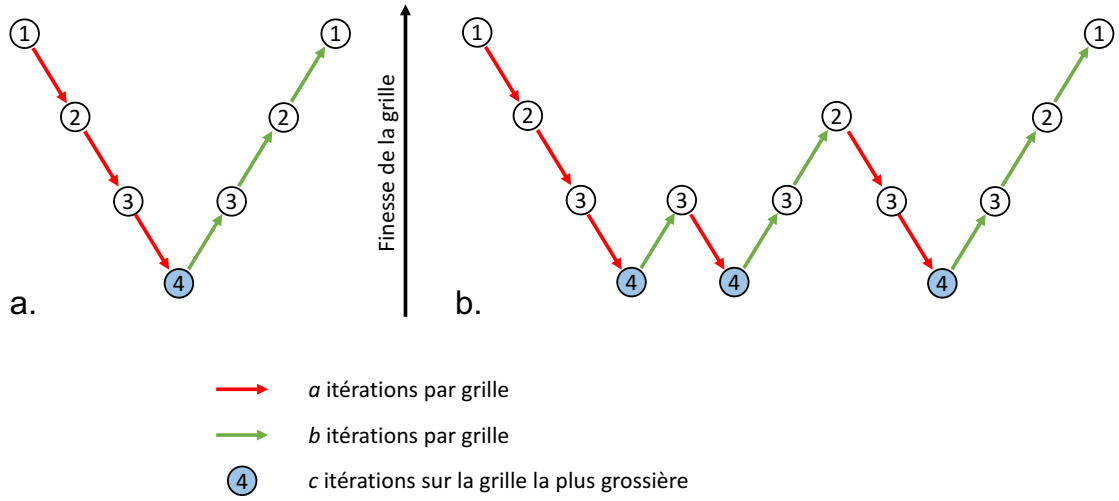

FIGURE 2.2 – Exemples de cycles multigrilles avec 4 grilles différentes. (a) Cycles V, (b) Cycles F.

Cycles multigrilles

Le passage d'une grille à une autre peut se faire de différentes manières. La plus simple consiste à diviser le nombre de cellules par deux jusqu'à la grille la plus grossière, puis d'augmenter le nombre de cellules jusqu'au maillage de départ. C'est ce qu'on appelle un cycle V (voir Fig. 2.2 a). Il existe cependant d'autres types de cycles plus complexes, comme le cycle F, représenté sur la Figure 2.2b. L'utilisateur peut choisir de faire fonctionner CHEOPS avec un cycle de type V ou de type F. Les nombres d'itérations lors du changement de grille impliquant une diminution du nombre de cellules (séries de restriction, a) et impliquant une augmentation du nombre de cellules (séries de prolongation, b), ainsi que le nombre d'itérations sur la grille la plus grossière (c) sont également fixés par l'utilisateur.

La vitesse de convergence dépend donc de plusieurs paramètres :

— le nombre total de grilles ($ngrid$) et le type de cycle permettant de passer d'une grille à une autre,

— le nombre d'itérations effectuées sur les grilles de taille décroissante (a),

— le nombre d'itérations effectuées sur les grilles de taille croissante (b),

— le nombre d'itérations effectuées sur la grille la plus grossière (c).

D'une manière générale, plus le nombre de grilles et d'itérations par grille est élevé, moins le nombre de cycles multigrilles nécessaires pour atteindre la convergence est

grand. Cependant, le coût en temps de calcul est plus important. Il existe des paramètres multigrilles optimaux pour les situations de convection qui nous intéressent. Nous avons réalisé des tests de performance afin de déterminer ces paramètres.

Pour les simulations réalisées au cours de cette thèse, les résidus sur l'équation de continuité (Éq. 1.14) et sur les vitesses radiale et latérale doivent être inférieurs à 10^{-4} pour que les équations soient considérées comme résolues. Nous avons donc étudié le temps de calcul d'une simulation en fonction du type de cycles (V ou F), du nombre d'itérations lors des series de restriction (1 à 4), lors des séries de prolongations (1 à 3) et le nombre de grilles total (3 à 5). Le nombre d'itérations sur la grille la plus grossière a été fixé à 20.

Dans nos simulations, le résidu sur la vitesse selon θ est le paramètre limitant la convergence. Le coût en temps de calcul d'une itération sur la grille la plus fine est une échelle permettant de comparer la vitesse d'un cycle selon les différents jeux de paramètres. Les simulations réalisées avec des cycles multigrilles F convergent en moyenne légèrement plus rapidement que celles lancées avec des cycles V : on observe 6102 itérations de grille fine pour la meilleure configuration en cycle F contre 6195 en cycle V. La chute du résidu sur la vitesse latérale lors du premier pas de temps en fonction du nombre d'itérations de grille fines pour les combinaisons de paramètres les plus performantes est montrée sur la Figure 2.3. La combinaison offrant les meilleures performances contient 5 grilles différentes, 2 itérations sont effectuées sur les grilles en série de restriction, 1 itération sur les grilles en séries de prolongation et 20 itérations sur la grille la plus grossière.

Toutes les simulations présentées dans cette thèse ont donc été lancées avec ces paramètres.

2.1.3 Implémentation des rhéologies plus complexes

L'approximation de Frank-Kamenetskii était déjà disponible dans CHEOPS-2D. Les rhéologies de type Arrhenius et composite ont été implémentées au cours de cette thèse.

Le nombre de Rayleigh à la base et la température de surface sont prescrits en entrée quelque soit la rhéologie. À la base de la couche, les glissements sont laissés libres (condition *free-slip*) mais les vitesses sont imposées nulles à la surface (*no-slip*). Quelques si-

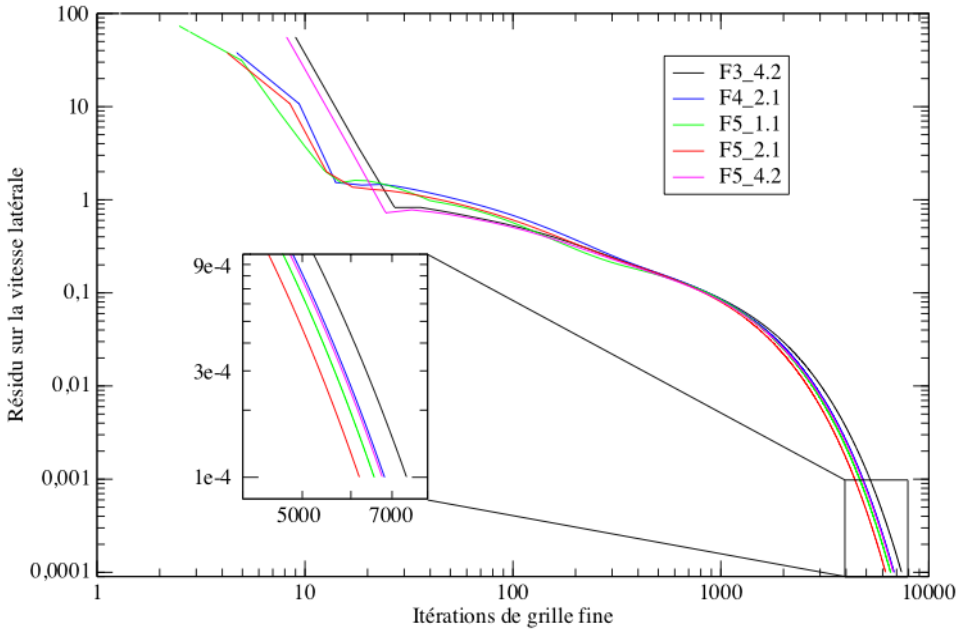

FIGURE 2.3 – Évolution du résidu sur la vitesse latérale en fonction du nombre d'itérations de grille fine pour le premier pas de temps. Les simulations sont nommées en fonction des valeurs des paramètres multigrilles imposés selon le modèle *[type de cycle][ngrid]_a.b*. La meilleure combinaison donne $ngrid$ = 5, a = 2 et b = 1, avec des cycles multigrilles de type F et c = 20.

mulations ont été réalisées avec une condition de glissement libre à la surface, cependant, CHEOPS-2D présente des problèmes de convergence dans cette configuration (simulations très longues, voire qui ne convergeaient pas). Ce problème n'a pas pu être résolu au cours de cette thèse et une condition sans glissement a été utilisée pour toutes les simulations présentées par la suite. Dans le cas de la convection à couvercle stagnant, aucun mouvement n'a lieu dans le couvercle stagnant : cette condition n'affecte donc pas la dynamique de la glace. Les simulations utilisées par la suite se trouvent toutes dans ce régime (voir Section 2.2.1). Les bords latéraux du domaine sont des bords miroirs. La base de la couche de glace correspond à l'interface glace-I/océan liquide. La température est donc constante et égale à la température de fusion de la glace, soit 270 K (et la température adimensionnée à la base θ_b est égale à 1). Dans certains cas, le profil de température initial est conductif et déséquilibré par une petite perturbation, correspondant à une variation aléatoire du profil thermique d'une amplitude de 1%. Pour diminuer le temps nécessaire à l'obtention d'un état d'équilibre, certaines simulations sont lancées à partir d'un fichier *restart* contenant les champs de température et de contraintes d'une simulation avec des paramètres d'entrée proches l'ayant déjà atteint.

Pour les rhéologies de type Arrhenius et composite, le calcul de la viscosité est fait dans sa formulation dimensionnée (Éqs. 1.25 et 1.29). Ceci s'explique par le fait qu'il est difficile de définir une contrainte de référence. La viscosité de référence η_{ref} est la viscosité moyenne à la base de la couche, permettant de calculer le nombre de Rayleigh de référence, et est l'échelle caractéristique permettant de redimensionner la viscosité. Les paramètres physiques de la glace I (Tableau 1.6) et les paramètres de fluage pour chacun des mécanismes de déformation (Tableau 1.8) sont donnés en entrée.

Le champ de viscosité est déterminé à partir du champ de contraintes calculé à l'itération précédente. Cependant, les contraintes n'interviennent pas dans le calcul de la viscosité dans le cadre de l'approximation de Frank-Kamenetskii et pour une loi de type Arrhenius en fluage par diffusion uniquement (n = 1). Pour les cas en rhéologie composite, des tests pour lesquels une convergence entre contraintes et viscosité à chaque pas de temps était requise ont été effectués et ont montré que cette approche explicite (et plus coûteuse en temps de calcul) ne changeait pas la dynamique de la couche à l'équilibre thermique.

2.2 Traitement des simulations

2.2.1 État d'équilibre et régime de couvercle stagnant

Équilibre thermique

Chaque simulation est conduite sur un temps suffisamment long pour que l'équilibre thermique soit atteint. L'Équation 1.23 est satisfaite, ce qui signifie que les nombres de Nusselt à la base (Nu_{bot}) et à la surface (Nu_{top}) moyennés spatialement oscillent autour de la même valeur, au facteur géométrique près (voir Fig. 2.4). En pratique, le flux de chaleur, et donc le nombre de Nusselt, à la surface est constant. Ceci s'explique par le fait que le couvercle stagnant agit comme un isolant et lisse le flux de chaleur. Des oscillations temporelles interviennent pour le flux à travers la base. Les valeurs de Nu_{top} et Nu_{bot} moyennés spatialement et temporellement sont très proches et le nombre de Nusselt Nu utilisé dans la suite de ce manuscrit est la moyenne entre ces deux valeurs. Une fois l'équilibre thermique atteint, les simulations sont relancées de manière à obtenir une fenêtre de moyennage de 25000 à 50000 itérations, ce qui correspond à une durée adimensionnée d'environ 0.1 à 0.3.

Convection à couvercle stagnant

Seules les simulations dans le régime à couvercle stagnant sont retenues. Le transfert de chaleur est purement conductif au voisinage de la surface et les vitesses sont nulles dans le couvercle qui ne se déforme pas. En utilisant une condition de bord rigide à la surface, les vitesses sont imposées nulles et l'obtention du régime de couvercle stagnant est favorisée par rapport aux résultats qui seraient obtenus pour une condition de type bord libre. Nous avons néanmoins écarté les cas pour lesquels le couvercle a une épaisseur trop faible. Les simulations conservées sont celles pour lesquelles au moins 10 points du maillage proches de la surface présentent une vitesse presque nulle ($v_{rms} < 1$). Pour les simulations potentiellement dans le régime à couvercle mobile, le profil de température ne montre pas clairement la présence d'un couvercle stagnant. Les profils de vitesse moyenne et de température adimensionnées pour des simulations potentiellement en régime à couvercle mobile et à couvercle stagnant sont représentées sur la Figure 2.5.

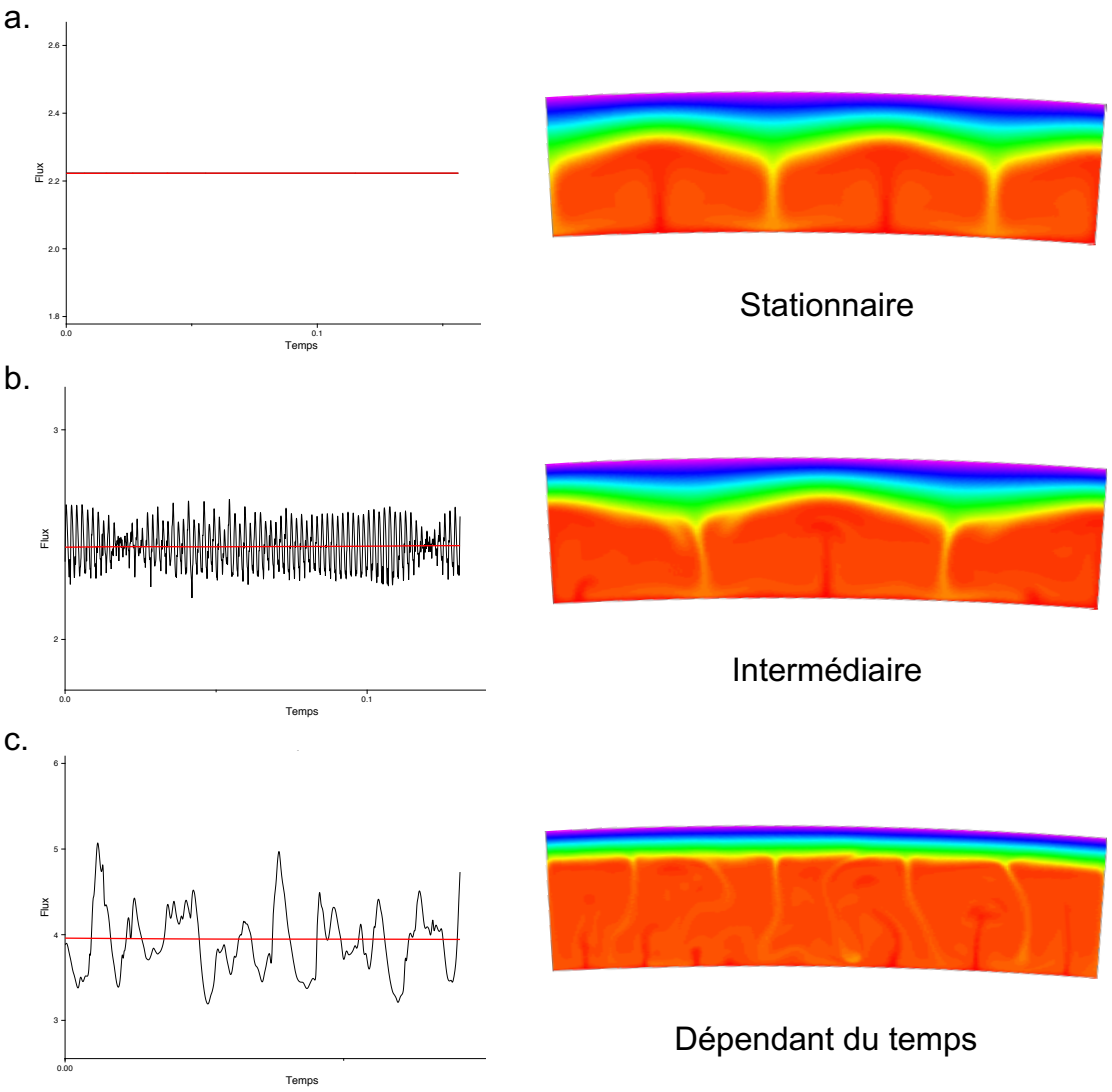

FIGURE 2.4 – Différences entre les trois types de régime de convection : stationnaire (a), intermédiaire (b) et dépendant du temps (c). L'évolution des flux de chaleur à la base (noir) et à la surface (rouge) au cours du temps est représentée à gauche et un instantané du champ de température associé à droite.

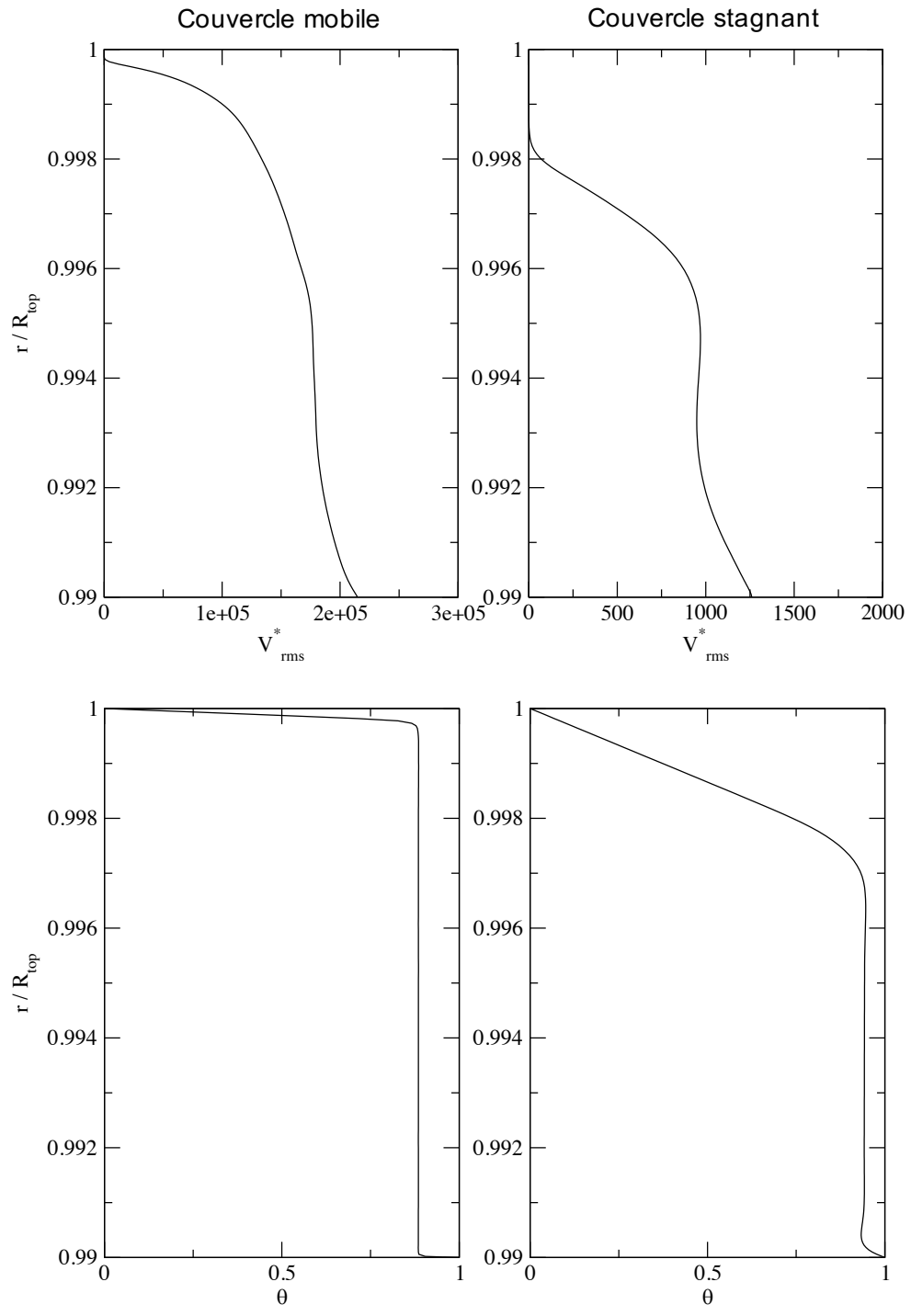

FIGURE 2.5 – Profils de vitesses moyennes v^*_{rms} et de température θ adimensionnées pour une simulation potentiellement en régime à couvercle mobile (gauche) et pour une simulation en régime à couvercle stagnant (droite).

Simulations stationnaires et dépendantes du temps

Lorsque le nombre de Rayleigh interne Ra_i est inférieur à $\sim 10^7$, la convection est stationnaire (cercles vides dans la Figure 2.6). Dans ce cas, le flux de chaleur à la base est constant au cours du temps. Les champs de température montrent des panaches froids descendants et chauds ascendants prononcés. L'épaisseur du couvercle stagnant varie latéralement (Fig. 2.4.a).

Pour des nombres de Rayleigh plus importants, le flux de chaleur à la surface oscille autour d'une valeur moyenne et la convection dépend du temps (cercles pleins dans la Figure 2.6). L'épaisseur du couvercle stagnant est presque uniforme. Des instabilités se développent à la base de la couche limite thermique froide. La localisation de ces instabilités varie temporellement (Fig. 2.4.c).

Nous observons également un régime intermédiaire, représenté par des étoiles dans la Figure 2.6. Des panaches prononcés se mettent en place comme dans le régime stationnaire, mais de petites instabilités sont néanmoins visibles à la base de la couche limite thermique supérieure (Fig. 2.4.b). Celles-ci sont advectées latéralement jusqu'à rejoindre les panaches principaux descendants. Le flux de chaleur à la base de la couche varie temporellement, de façon cyclique, mais avec une amplitude plus faible (de l'ordre de 5%).

Quelque soit la rhéologie considérée, la transition entre les régimes stationnaire et dépendant du temps se produit pour des nombres de Rayleigh internes de $\sim 10^7$. Cette valeur est en accord avec les études de Moresi et Solomatov [1995] et Dumoulin *et al.* [1999]. Les relations entre les nombres de Nusselt et de Rayleigh sont différentes pour les convections stationnaire et dépendantes du temps [Dumoulin *et al.*, 1999], c'est pourquoi ces simulations seront traitées séparément. Les simulations en régime transitoire et celles en régime stationnaire dans le cas de la rhéologie composite étant trop peu nombreuses, elles ne seront pas prises en compte dans la suite de ce travail.

2.2.2 Définition des grandeurs

Les paramétrisations dérivées par la suite permettent de décrire le transfert de chaleur et le profil de température moyen pour des situations de convection en régime à couvercle stagnant.

La couche convective est définie comme étant la part de la couche totale dans la-

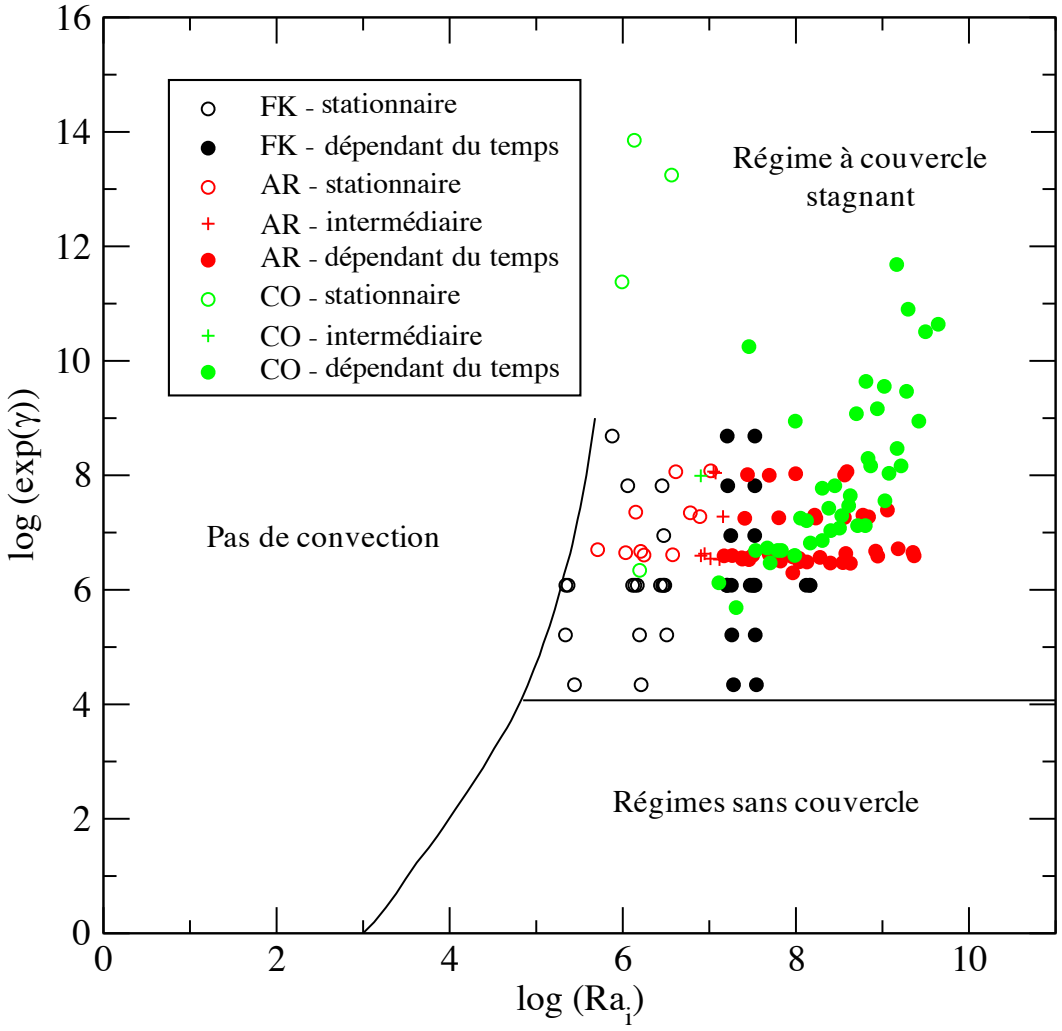

FIGURE 2.6 – Représentation des différents régimes de convection. Les cercles noirs montrent les simulations réalisées dans la cadre de l'approximation de Frank-Kamenetskii, les rouges celles réalisées avec une loi de viscosité de type Arrhenius et les verts celles réalisées avec une rhéologie composite. Les résultats des simulations dépendantes du temps sont représentés par des cercles pleins, les résultats stationnaires par des cercles vides et les simulations intermédiaires par des croix. Les limites entre la convection à couvercle stagnant et la convection sans couvercle proviennent de Solomatov [1995] et la limite entre les états convectif et purement conductif correspond au nombre de Rayleigh critique à la température $\theta_i = 0.9$.

quelle le flux de chaleur advectif est supérieur au flux de chaleur diffusif sur le profil radial moyenné temporellement (voir Fig. 2.7). La région convective est délimitée sur sa partie inférieure par la couche limite thermique chaude (d'une épaisseur δ_1) et sur sa partie supérieure par la couche limite thermique froide (d'une épaisseur δ_0). Le couvercle stagnant (d'une épaisseur d_{sl}) purement conductif surmonte une partie instable, appelée sous-couche rhéologique par la suite, (d'une épaisseur δ_{rh}) dans laquelle le transfert de chaleur se fait à la fois par conduction et par convection. L'ensemble forme la couche limite thermique froide. L'épaisseur du couvercle stagnant d_{sl} est calculée comme étant l'intersection de la tangente au point d'inflexion du profil de flux de chaleur advectif et l'axe vertical [Davaille et Jaupart, 1993]. θ_{sl} est la température adimensionnée à la base du couvercle conductif (à $r = R_{top} - d_{sl}$). θ_i est la température adimensionnée représentative de l'intérieur convectif et bien mélangé de la couche. Elle est calculée comme étant la température moyenne entre le maximum local le plus proche de la surface et le minimum local le plus proche de la base sur le profil radial moyen de température, moyenné temporellement. Une autre alternative aurait pu être d'effectuer la moyenne sur la région délimitée par les épaisseurs δ_0 et δ_1. Cependant, comme la température interne n'est pas tout à fait uniforme dans cette région (présence de prolongements des gradients radiaux des couches limites dont l'amplitude est le plus souvent différente en haut et en bas), nous avons choisi la première méthode. La viscosité interne est déterminée comme étant la moyenne de la viscosité dans cette même région.

Le paramètre rhéologique γ correspond à l'inverse de l'échelle de température visqueuse proposée par Davaille et Jaupart [1993] et est défini comme

$$\gamma = -\frac{\partial \eta / \partial T}{\eta}. \tag{2.2}$$

Pour les simulations dans l'approximation de Frank-Kamenetskii, γ est fixé et est constant dans toute la couche (voir Éq. 1.26). Dans le cas d'une rhéologie de type Arrhenius considérant un seul mécanisme de déformation, γ est calculé en utilisant l'expression de la dérivée de la viscosité (Éq. 2.2) en prenant la température interne comme température de référence (Éq. 1.28). Pour la rhéologie composite, incluant quatre modes de déformation, γ dépend du mécanisme dominant et varie plus à travers la couche en fonction de la profondeur (voir Section 3.2). Dans ce cas, le paramètre rhéologique effectif a été calculé

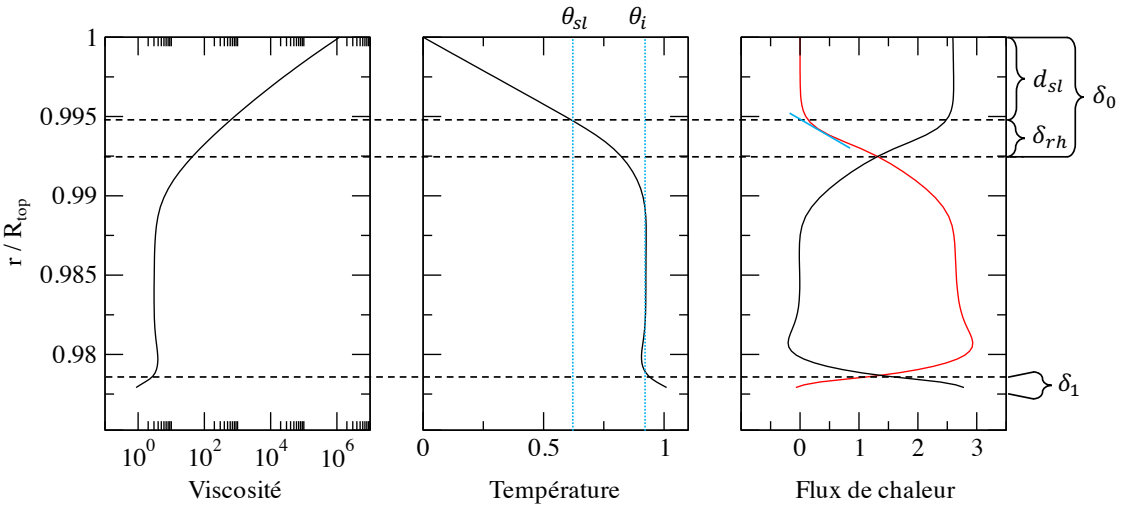

FIGURE 2.7 – Profils adimensionnés de viscosité, de température et de flux de chaleur (conductif en noir, advectif en rouge) pour une simulation de type Arrhenius (en fluage par diffusion). Les lignes pointillées noires montrent les différentes épaisseurs : le couvercle stagnant (d_{sl}), la couche limite thermique supérieure (δ_0), la sous-couche rhéologique (δ_{rh}) et la couche limite thermique inférieure (δ_1). θ_{sl} est la température adimensionnée à la base du couvercle stagnant et θ_i est la température de l'intérieur convectif.

comme étant la moyenne de la dérivée partielle de la viscosité par rapport à la température dans la sous-couche rhéologique (δ_{rh}) à partir du profil moyen de viscosité. Dans ce cas, le paramètre rhéologique est noté γ_{rh}.

2.2.3 Qualité de la régression

Afin de déterminer des lois d'échelle décrivant le transfert de chaleur, nous avons choisi de prescrire des valeurs théoriques pour les exposants issues d'études précédentes décrites ci-après, selon le mode convectif. Nous avons ensuite appliqué la méthode des moindres carrés pour retrouver le coefficient directeur.

Pour N simulations, la dépendance entre deux variables $(x_i)_{i=1,N}$ et $(y_i)_{i=1,N}$ est calculée par le coefficient de Pearson

$$r = \frac{\sum(x_i - \bar{x})(y_i - \bar{y})}{\sqrt{\sum(x_i - \bar{x})^2 \sum(y_i - \bar{y})^2}}, \tag{2.3}$$

où les sommes sont effectuées des indices 1 à N et $\bar{\bullet}$ est la moyenne. Le coefficient de

détermination, r^2, est donc

$$r^2 = \frac{\Big(\sum(x_i - \bar{x})(y_i - \bar{y})\Big)^2}{\sum(x_i - \bar{x})^2 \sum(y_i - \bar{y})^2}. \tag{2.4}$$

Il est associé à la qualité de la régression dans la suite de ce manuscrit : plus le coefficient de détermination est proche de 1, plus la régression explique la distribution des points de coordonnées (x_i,y_i). En pratique, pour une même dispersion autour de la droite de regression, r^2 est dépendant du nombre de points et de l'étendue des valeurs en x et en y : plus le nombre de points est important et plus ils sont représentatifs d'une large gamme de valeurs, plus le coefficient de détermination est susceptible d'être proche de 1. Néanmoins, pour un même paramètre, les gammes de valeurs sont proches et le coefficient de détermination reste un bon indicateur.

2.3 Lois d'échelle issues des études précédentes

Les lois d'échelle caractérisant le transfert de chaleur ont été le sujet de recherche de très nombreuses études. Dans cette section, nous décrivons tout d'abord les relations mises en évidence de manière théorique, puis nous les comparons avec les études expérimentales et numériques déjà réalisées par le passé.

Le nombre de Rayleigh représente la vigueur de la convection. D'une manière générale, plus la convection est vigoureuse, plus le flux de chaleur est élevé. Le nombre de Nusselt augmente donc avec le nombre de Rayleigh. De la même manière, les couches limites thermiques inférieure δ_1 et supérieure δ_0 (et le couvercle stagnant d_{sl}) seront amincies à mesure que la vigueur de la convection sera forte et que le nombre de Nusselt augmentera.

Comme nous l'avons vu dans la Section 1.2.1, la chaleur interne d'un corps planétaire provient de différentes sources. Dans certains cas (chauffage de marée par exemple), la création de chaleur se fait au sein même de la couche étudiée. Dans une situation de convection en chauffage interne uniquement, la structure thermique de la couche est différente (pas de couche limite thermique inférieure) et le transfert de chaleur ne suit pas toujours exactement les mêmes lois d'échelle que pour un chauffage purement basal. Le plus réaliste, pour le cas des satellites de glace, serait d'intégrer les deux types de chauffage dans nos simulations. Cependant, aucune paramétrisation n'a encore été déterminée

pour une rhéologie composite et inclure un chauffage mixte dans nos simulations rendrait l'interprétation de nos résultats plus délicate. Pour cette raison, seules les études tenant compte d'un chauffage par la base seront discutées dans cette section, puisqu'elles correspondent au contexte d'étude de cette thèse. Les résultats de ces simulations seront présentés dans la Section 2.4 et dans le Chapitre 3.

2.3.1 Relations théoriques pour le transfert de chaleur

Les travaux théoriques ont mis en évidence une relation entre les nombres de Nusselt et de Rayleigh, prenant en compte la rhéologie *via* le paramètre rhéologique γ, de la forme $Nu \propto Ra^b\gamma^c$. En régime à couvercle stagnant, la viscosité varie de plusieurs ordres de grandeur à travers la couche, la variation étant principalement localisée dans le couvercle. Le choix du nombre de Rayleigh est donc très important : les nombres de Rayleigh déterminés à la surface (Ra_0), à la base de la couche (Ra_b), avec la température du milieu de la boîte convective ($Ra_{1/2}$) ou avec la température interne moyennée dans la région convective (Ra_i) sont très différents. Pour la suite, nous choisissons de fixer Ra_i comme étant le nombre de Rayleigh de référence car il est représentatif de l'intérieur convectif.

La théorie de la couche limite asymptotique développée par Fowler [1985] et par Morris et Canright [1984] suggère que la relation entre les nombres de Nusselt et de Rayleigh soit de la forme

$$Nu \propto Ra_i^{1/5}\gamma^{-1} \tag{2.5}$$

dans le cas de la convection avec un couvercle rigide à la surface. Cependant, la valeur de l'exposant du nombre de Rayleigh est supposée augmenter lorsque la convection devient dépendante du temps [Dumoulin *et al.*, 1999].

La convection en régime dépendant du temps est mieux décrite par l'analyse de stabilité des couches limites Howard [1966]. Dans ce régime, on n'observe pas de panaches froids prononcés et bien définis (voir Section 2.2.1). Des fractions de matériel froid situées dans la sous-couche rhéologique se détachent et migrent vers la base de la couche. Elles sont remplacées par du matériel plus chaud. La localisation et le déplacement de ces instabilités varient au cours du temps, ce qui entraîne des oscillations dans le flux de chaleur. Lorsque ces fractions de matériel migrent vers la base en rejoignant des panaches prononcés, la convection se produit dans le régime intermédiaire. Ces instabilités se créent

à l'échelle locale, lorsque le nombre de Rayleigh local (Ra_{loc}) est supérieur au nombre de Rayleigh critique (Ra_{cr}). La couche limite thermique est alors localement déstabilisée et une fraction de matériel froid se détache. La couche limite thermique est amincie et par conséquent, le nombre de Rayleigh local devient inférieur au nombre de Rayleigh critique. La chaleur est alors transférée par conduction. L'épaisseur de la couche limite augmente à nouveau, jusqu'à ce que Ra_{loc} redevienne supérieur au nombre de Rayleigh critique et qu'une nouvelle instabilité se mette en place.

Le nombre de Rayleigh local dépend de l'épaisseur de la couche limite thermique froide δ_0, du saut de température local dans cette couche ΔT_{loc} et de la viscosité à la base de la couche limite thermique, c'est à dire la viscosité calculée avec la température interne η_i :

$$Ra_{loc} = \frac{\alpha \rho g \Delta T_{loc}\, \delta_0^3}{\kappa \eta_i}. \tag{2.6}$$

Le nombre de Rayleigh local est donc relié au nombre de Rayleigh interne par la relation

$$Ra_{loc} = Ra_i\, \frac{\Delta T_{loc}\, \delta_0^3}{\Delta T\, D^3}, \tag{2.7}$$

avec $\Delta T_{loc}/\Delta T = \theta_i$ et $(\delta_0/D)^3$ = δ_0^{*3}, δ_0^* étant l'épaisseur adimensionnée de la couche limite thermique froide. L'état d'équilibre correspond à $Ra_{loc} = Ra_{cr}$ et donc

$$Ra_{loc} = Ra_i\, \theta_i\, {\delta_0}^{*3} = Ra_{cr}. \tag{2.8}$$

Le transfert de chaleur à travers le couvercle stagnant et la couche limite thermique froide est principalement conductif. Le profil de température est alors linéaire dans cette région (car le chauffage est purement basal) et le nombre de Nusselt est Nu = θ_i/δ_0. La relation 2.8 devient

$$Nu = \left(\frac{Ra_i}{Ra_{cr}}\right)^{1/3} \theta_i^{4/3}. \tag{2.9}$$

Stengel *et al.* [1982] ont montré que le nombre de Rayleigh critique dépendait de du paramètre rhéologique γ et de la température interne θ_i : $Ra_{cr} \propto (\gamma\theta_i)^4$. La relation

$$Nu \propto Ra_i^{1/3} \gamma^{-4/3} \tag{2.10}$$

décrit donc le transfert de chaleur dans le cas de la convection dépendante du temps.

Le transfert de chaleur en rhéologie non-newtonienne ($n \neq 1$) a également été étudié. Solomatov [1995] et Reese *et al.* [1999] montrent que la loi Nusselt-Rayleigh est dépendante de l'exposant des contraintes n lié au mécanisme de déformation :

$$Nu \propto Ra_i^{n/(n+2)} \gamma^{-2(n+1)/(n+2)}. \tag{2.11}$$

2.3.2 Lois d'échelle déterminées pour une rhéologie de type Frank-Kamenetskii

La plupart des études numériques du transfert de chaleur ont été réalisées avec une loi de viscosité newtonienne (n = 1) utilisant l'approximation de Frank-Kamenetskii. Dans le cas où le contraste de viscosité est grand ($\Delta\eta > 10^4$), la convection se produit dans le régime à couvercle stagnant (voir Chap. 1). Dumoulin *et al.* [1999] ont montré que les exposants de la loi Nusselt-Rayleigh dérivant de la théorie de la couche limite asymptotique décrivent bien le transfert thermique dans les cas stationnaires (Éq. 2.5), alors que les résultats de l'analyse de stabilité marginale de la couche limite s'appliquent aux cas dépendant du temps (Éq. 2.10). Les différentes lois Nusselt-Rayleigh évoquées par la suite sont répertoriées dans le Tableau 2.1.

Si la convection est stationnaire, en géométrie 2D cartésienne, le coefficient C de la loi Nusselt-Rayleigh $Nu = CRa_i^{1/5}\gamma^{-1}$ se situe entre 1.9 et 2 [Fowler, 1985; Moresi et Solomatov, 1995; Dumoulin *et al.*, 1999] lorsque les coefficients a et b sont fixés. Morris et Canright [1984] obtiennent C = 1.61, mais les valeurs de a et b ne sont pas fixées. Lorsque la convection est dépendante du temps, les exposants a et b sont égaux à 1/3 et -4/3 respectivement. Les études expérimentales et numériques de Davaille et Jaupart [1993], Doin *et al.* [1997], Dumoulin *et al.* [1999] et Solomatov et Moresi [2000] donnent un coefficient $C \simeq 0.51$. Pour une géométrie 3D cartésienne et des cas dépendants du temps, Deschamps et Lin [2014] ont déterminé que la meilleure relation entre le nombre de Nusselt et le nombre de Rayleigh était $Nu = 1.46\ Ra_i^{0.27}\gamma^{-1.21}$. Les exposants a et b sont assez proches des exposants théoriques. La valeur plus élevée de C indique que le flux de chaleur est sous-estimé avec une géométrie 2D comparé au cas 3D. Cette observation a également été faite par Guerrero *et al.* [2018] (voir Section 2.4.4).

Les simulations en géométrie sphérique avec de forts contrastes de viscosité mettent

en évidence le fait que le nombre de Nusselt dépend également de la courbure de la couche, représentée par f. Yao *et al.* [2014] et Guerrero *et al.* [2018] obtiennent des paramétrisations similaires, en prenant en compte une correction de l'effet de la courbure.

Dans le cas d'un rhéologie non-newtonienne, les simulations numériques de Freeman *et al.* [2004, 2006], réalisées en prenant en compte uniquement le fluage par migration de dislocations (n = 4), le fluage par glissement aux joints de grains (n = 1.8) ou le fluage par glissement sur le plan basal (n = 2.4), sont en assez bon accord avec l'Équation 2.11.

2.3.3 Prise en compte de rhéologies plus complexes

La description de la viscosité dans le cadre de l'approximation de Frank-Kamenetskii est très utilisée dans les codes de convection. Initialement, cette approximation a été développée pour le cas d'une viscosité dépendant uniquement de la température [Frank-Kamenetskii, 1969]. Pour des manteaux silicatés, la pression joue un rôle non négligeable dans la viscosité. L'approximation de Frank-Kamenetskii a donc été adaptée pour prendre en compte cet effet (voir par exemple Christensen, 1985; Reese *et al.*, 1999; Stein et Hansen, 2008). Elle a été par la suite améliorée (voir par exemple Noack et Breuer, 2013; King, 2009), cependant ces lois de viscosité sont peu utilisées et aucune loi d'échelle dérivée avec ces rhéologies n'a été proposée à notre connaissance. Les études comparant l'influence de la rhéologie sur le transfert de chaleur restent peu nombreuses.

Reese *et al.* [1999] ont réalisé une simulation avec une rhéologie de type Arrhenius et l'ont comparée avec leurs simulations dans l'approximation de Frank-Kamenetskii. Ils montrent ainsi que le flux de chaleur semble être surestimé d'environ 20% lorsque la rhéologie est simplifiée par l'approximation de Frank-Kamenetskii. L'étude plus approfondie de Stein et Hansen [2013] montre que l'épaisseur de la couche limite thermique supérieure est plus fine et, comme Reese *et al.* [1999], que le nombre de Nusselt est moins important pour un même nombre de Rayleigh avec une viscosité de type Arrhenius par rapport à l'approximation de Frank-Kamenetskii, mais aucune quantification de ces écarts n'est proposée. Cependant, d'après cette étude, le passage d'un couvercle mobile à un couvercle stagnant est le même quelque soit la rhéologie. Au contraire, Plesa *et al.* [2010] mettent en évidence que les simulations avec un couvercle stagnant fin obtenu avec une viscosité de type Arrhenius, se trouvent dans le régime à couvercle mobile pour les

Paramétrisation	Convection	Géométrie	Rhéologie	Référence
$Nu = 2.043 Ra_b^{1/5} \gamma^{-1}$	ST	2D cartésien	n = 1	Fowler [1985]
$Nu = 1.89 Ra_i^{1/5} \gamma^{-1.02}$	ST	2D cartésien	n = 1	Moresi et Solomatov [1995]
$Nu = 2.00 Ra_i^{1/5} \gamma^{-1}$	ST	2D cartésien	n = 1	Dumoulin *et al.* [1999]
$Nu = 0.54 Ra_i^{1/3} \gamma^{-4/3}$	TD	2D cartésien	n = 1	Doin *et al.* [1997]
$Nu = 0.52 Ra_i^{1/3} \gamma^{-4/3}$	TD	2D cartésien	n = 1	Dumoulin *et al.* [1999]
$Nu = 0.528 Ra_i^{1/3} \gamma^{-4/3}$	TD	2D cartésien	n = 1	Solomatov et Moresi [2000]
$Nu = 0.47 Ra_i^{1/3} \gamma^{-4/3}$	TD	3D cartésien	n = 1	Davaille et Jaupart [1993]
$Nu = 1.46 Ra_i^{0,27} \gamma^{-1.21}$	TD	3D cartésien	n = 1	Deschamps et Lin [2014]
$Nu = 2.01 Ra_i^{0,30} \gamma^{-1.50} f^{-1.91}$	TD	3D sphérique	n = 1	Yao *et al.* [2014]
$Nu = 2.01 Ra_i^{0,30} \gamma^{-1.61} f^{-1.70}$	TD	2D-3D sphérique	n = 1	Guerrero *et al.* [2018]
$Nu = 0.96 Ra_i^{0.33} \gamma^{-1.6}$	TD	2D cartésien	n = 4	Freeman *et al.* [2004]
$Nu = 0.62 \pm 2.91 Ra_i^{0.46 \pm 0.16} \gamma^{-1.39 \pm 0.83}$	TD	2D cartésien	n = 1.8	Freeman *et al.* [2006]
$Nu = 1.39 \pm 1.07 Ra_i^{0.46 \pm 0.01} \gamma^{-1.44 \pm 0.02}$	TD	2D cartésien	n = 2.4	Freeman *et al.* [2006]

TABLE 2.1 – Paramétrisations du nombre de Nusselt selon les précédentes études. "ST" signifie stationnaire et "TD" dépendant du temps.

cas dans l'approximation de Frank-Kamenetskii. D'après Noack et Breuer [2013], cette différence de régime est observée lorsque la convection est dépendante du temps, alors que les profils de viscosité obtenus avec ces deux rhéologies sont très proches dans le cas de la convection stationnaire. Les simulations de Stein et Hansen [2013] ont été réalisées dans une boîte convective de taille 1×1 : les effets de bords reliés à ce type de géométrie affectent la convection et peut la forcer à se produire en régime stationnaire [Reese *et al.*, 1999]. Cet effet pourrait expliquer le fait que Stein et Hansen [2013] observent la même transition de couvercle mobile à couvercle stagnant. Pour Stein et Hansen [2013], utiliser l'approximation de Frank-Kamenetskii à la place d'une loi de type Arrhenius ne modifie pas significativement le profil de viscosité au regard des incertitudes sur la rhéologie des silicates. Néanmoins, il faut garder à l'esprit que la rhéologie de la glace-I est relativement mieux contrainte par les études de laboratoire (voir Section 1.3). L'approximation de Frank-Kamenetskii pourrait ainsi ne pas être négligeable dans ce cas.

2.4 Résultats obtenus pour des rhéologies de type Frank-Kamenetskii et Arrhenius

Dans cette section, nous présentons les lois d'échelle obtenues avec une loi de viscosité dans l'approximation de Frank-Kamenetskii et avec une loi de type Arrhenius pour les simulations conduites durant cette thèse. L'approximation de Frank-Kamenetskii étant communément utilisée pour paramétriser le transfert de chaleur par convection, la comparaison de nos résultats avec ceux des études précédentes permet de valider notre méthode. Les résultats obtenus dans l'approximation de Frank-Kamenetskii sont ensuite comparés aux résultats obtenus avec une loi de viscosité de type Arrhenius, incluant seulement le mécanisme de fluage par diffusion. Des simulations avec une loi de type Arrhenius prenant en compte uniquement le fluage par migration de dislocations ont été réalisées. Cependant, le transfert de chaleur ne se faisait que par conduction, car le nombre de Rayleigh était toujours inférieur au nombre de Rayleigh critique en raison de la viscosité beaucoup plus élevée. En effet, le fluage par migration de dislocations devient effectif pour des tailles de grain supérieures à 1 cm et des épaisseurs critiques (minimales pour amorcer la convection) de la couche de glace inférieures à 30 km [Barr et Pappalardo, 2005].

	Frank-Kamenetskii	Arrhenius
f	0.90-0.978	0.92-0.99
γ	10-20	14.5-18.6
d_g (m)	$--$	10^{-5} - 10^{-2}
Ra_b	$1{\cdot}10^6$ - $5{\cdot}10^8$	$1.8\cdot10^6$ - $7.5{\cdot}10^9$
Ra_i	$2.2{\cdot}10^5$ - $1.5{\cdot}10^8$	$5.1{\cdot}10^5$ - $2.3{\cdot}10^9$

TABLE 2.2 – Gammes de paramètres des simulations réalisées avec une rhéologie dans l'approximation de Frank-Kamenetskii et de type Arrhenius. f représente la courbure de la couche, γ est le paramètre rhéologique, fixé dans l'approximation de Frank-Kamenetskii et calculé avec la température interne dans les cas Arrhenius. Pour les simulations réalisées avec une loi de type Arrhenius, d_g est la taille de grain. Ra_b et Ra_i sont les nombres de Rayleigh, respectivement à la base et dans l'intérieur convectif bien mélangé de la couche de glace.

Nous n'avons donc pas établi de paramétrisation pour la convection avec ce mécanisme de déformation.

Dans l'approximation de Frank-Kamenetskii, 62 simulations ont été réalisées, mais seulement 40 d'entre elles ont été retenues, les autres étant purement conductives ou ne satisfaisant pas à notre critères pour être considérées dans le régime de convection à couvercle stagnant (Section 2.2.1). Pour les mêmes raisons, seulement 53 simulations sont présentées dans cette thèse avec une loi de viscosité de type Arrhenius (167 ont été réalisées au total). Les gammes de paramètres des simulations présentées se trouvent dans le Tableau 2.2.

2.4.1 Relations entre les nombres de Nusselt et de Rayleigh

La Figure 2.8 montre le nombre de Nusselt en fonction du nombre de Rayleigh pour des simulations réalisées au cours de cette thèse avec le code CHEOPS-2D. Dans le cadre de l'approximation de Frank-Kamenetskii, le paramètre rhéologique γ est constant, alors qu'il varie dans le cas d'une rhéologie de type Arrhenius en fonction de la température interne (Éq. 1.28). Les différentes couleurs distinguent les simulations avec un même paramètre rhéologique γ pour l'approximation de Frank-Kamenetskii, ou appartenant à une même gamme réduite de valeurs pour une loi de type Arrhenius. Trop peu de simulations

ont été réalisées avec $\gamma \neq 14$ dans l'approximation de Frank-Kamenetskii. Seuls les points avec γ = 14 sont représentés sur la Figure 2.8. Pour la loi de viscosité de type Arrhenius, l'énergie d'activation E_a et la température interne T_i varient selon les simulations. La valeur du paramètre rhéologique γ est donc différente pour chacune des simulations. Nous avons représenté ces cas en les regroupant par gamme de γ.

En utilisant des échelles logarithmiques pour les deux axes et du fait que le paramètre rhéologique est constant (Frank-Kamenetskii) ou presque constant (gamme réduite pour la rhéologie de type Arrhenius), la pente des droites correspond à l'exposant du nombre de Rayleigh de la loi Nusselt-Rayleigh. Les simulations stationnaires et dépendantes du temps montrent une pente différente et ces valeurs sont en bon accord avec les études théoriques. Les simulations stationnaires et dépendantes du temps sont donc étudiées séparément et les exposants sont fixés à $a = 1/5$ et $b = -1$, et $a = 1/3$ et $b = -4/3$ pour les régimes stationnaire et dépendant du temps respectivement.

Nos données sont compatibles avec les prédictions théoriques, que ce soit pour les cas stationnaires (Fig. 2.9) ou pour les cas dépendants du temps (Fig. 2.10).

Lorsque la viscosité est calculée avec l'approximation de Frank-Kamenetskii, les deux coefficients de détermination (r^2) sont supérieurs à 0.98. Pour une rhéologie de type Arrhenius en fluage par diffusion, les coefficients sont légèrement plus faibles : nous obtenons r^2 = 0.969 pour les simulations stationnaires et r^2 = 0.962 pour les simulations dépendantes du temps. Les meilleures relations entre le nombre de Nusselt et le nombre de Rayleigh sont

$$Nu = 1.90\ Ra_i^{1/5} \gamma^{-1} \tag{2.12}$$

pour les cas stationnaires et

$$Nu = 0.52\ Ra_i^{1/3} \gamma^{-4/3} \tag{2.13}$$

pour les cas dépendants du temps avec l'approximation de Frank-Kamenetskii. Ces valeurs sont proches de celles obtenues par les études précédentes [Davaille et Jaupart, 1993; Moresi et Solomatov, 1995; Doin *et al.*, 1997; Dumoulin *et al.*, 1999]. Pour une rhéologie de type Arrhenius, les coefficients de proportionnalité sont plus faibles pour les deux modes de convection. Pour les simulations stationnaires, nous obtenons

$$Nu = 1.61\ Ra_i^{1/5} \gamma^{-1}, \tag{2.14}$$

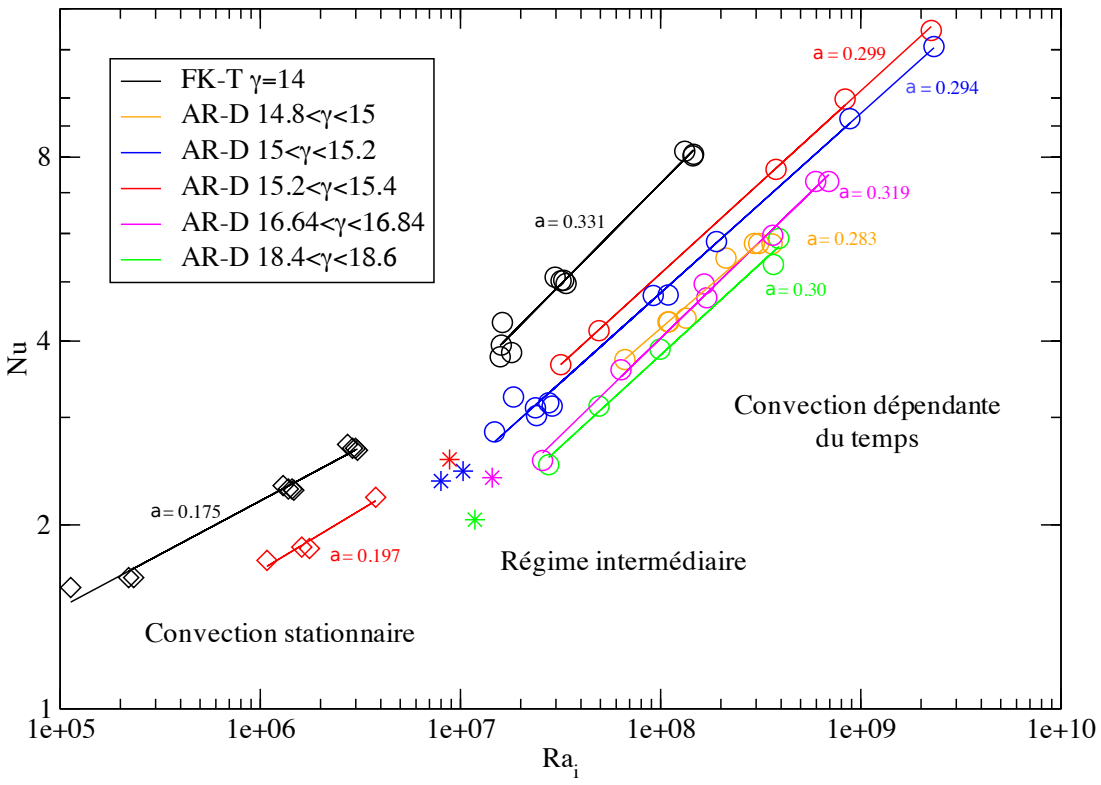

FIGURE 2.8 – Log(Nu) en fonction de Log(Ra_i). Les différentes couleurs représentent des simulations avec un paramètre rhéologique γ similaire (rhéologie de type Arrhenius en fluage uniquement par diffusion, notée AR-D) ou identique (rhéologie dans le cadre de l'approximation de Frank-Kamenetskii, notée FK-T). Les losanges sont les simulations en régime stationnaire, les étoiles en régime intermédiaire et les cercles en régime dépendant du temps.

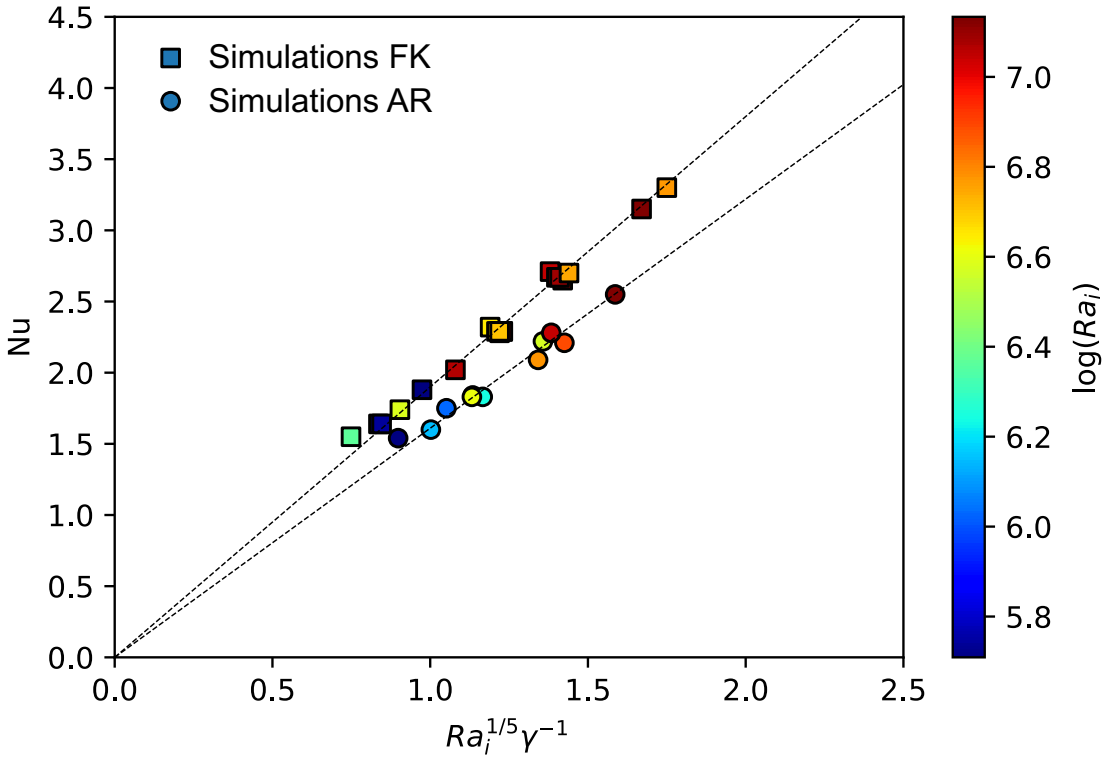

FIGURE 2.9 – Lois Nusselt-Raleigh pour une convection stationnaire. Les carrés représentent les simulations réalisées dans le cadre de l'approximation de Frank-Kamenetskii, les cercles celles réalisées avec une rhéologie de type Arrhenius en fluage par diffusion. La couleur des symboles représente le nombre de Rayleigh interne.

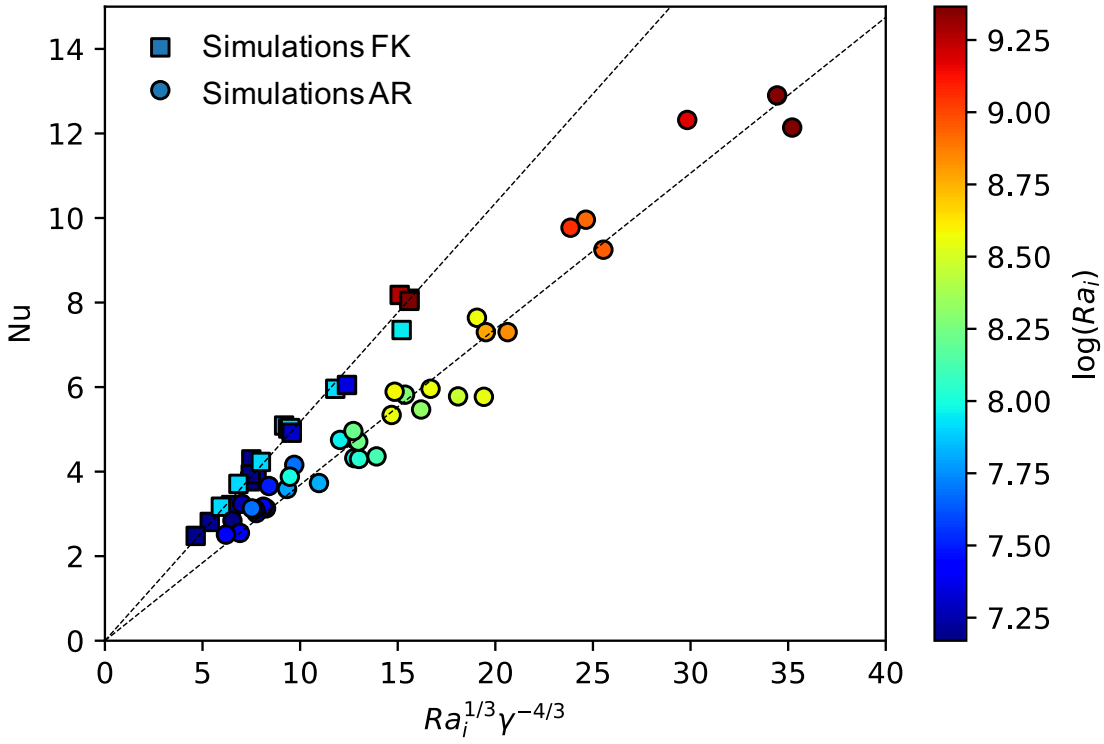

FIGURE 2.10 – Lois Nusselt-Rayleigh pour une convection dépendante du temps. Les carrés représentent les simulations réalisées dans le cadre de l'approximation de Frank-Kamenetskii, les cercles celles réalisées avec une rhéologie de type Arrhenius en fluage par diffusion. La couleur des symboles représente le nombre de Rayleigh interne.

ce qui conduit à des valeurs du nombre de Nusselt plus faibles d'environ 15% comparées à la loi obtenue pour l'approximation de Frank-Kamenetskii. Dans le cas des simulations dépendantes du temps, la meilleure régression pour la relation Nusselt-Rayleigh est

$$Nu = 0.37\ Ra_i^{1/3} \gamma^{-4/3}, \tag{2.15}$$

conduisant à une réduction du nombre de Nusselt de l'ordre de 28%. L'approximation de Frank-Kamenetskii surestime donc systématiquement l'efficacité du transfert de chaleur, ce qui pourrait avoir un impact significatif pour la modélisation de l'histoire thermique des corps glacés. Cette observation avait déjà été faite par Reese *et al.* [1999], qui trouvaient que le nombre de Nusselt obtenu dans le cadre de l'approximation de Frank-Kamenetskii était surestimé d'environ 20% par rapport à une rhéologie de type Arrhenius. Cependant, ce résultat ne se basait que sur une seule simulation. Les résultats de Stein et Hansen [2013] montrent également cette tendance, mais aucune loi Nusselt-Rayleigh n'avait été dérivée.

2.4.2 Paramétrisations des épaisseurs

Les simulations ont été réalisées avec différentes épaisseurs de couche, dépendant de la valeur de la courbure f et de la valeur du rayon total du corps considéré R_{top}, allant de 250 à 2631 km. Afin de représenter ensemble les résultats de toutes nos simulations, les valeurs des épaisseurs des couches limites thermiques, du couvercle stagnant et de la sous-couche rhéologique sont étudiées sous leur forme adimensionnée.

Épaisseur de la couche limite thermique froide

En faisant l'approximation que le transfert de chaleur dans la couche limite thermique froide se fait uniquement par conduction, et donc qu'en l'absence de chauffage interne et en négligeant la courbure de la couche, le profil de température est linéaire, l'épaisseur de cette couche peut s'exprimer en fonction du nombre de Nusselt et de la température interne :

$$\delta_0 = \theta_i\ Nu^{-1}. \tag{2.16}$$

Les données montrent une bonne relation entre l'épaisseur de la couche limite ther-

mique supérieure estimée avec l'intersection des flux diffusif et advectif (voir Section 2.2) et l'inverse du nombre de Nusselt. Pour les simulations effectuées dans l'approximation de Frank-Kamenetskii, la relation

$$\delta_0 = 0.96\ Nu^{-1} \tag{2.17}$$

décrit bien l'épaisseur δ_0, quelque soit le mode de convection. De la même façon, dans les cas où la rhéologie est de type Arrhenius, la relation est la même pour les simulations stationnaires et dépendantes du temps, mais le coefficient de proportionnalité est légèrement plus élevé :

$$\delta_0 = 0.97\ Nu^{-1}. \tag{2.18}$$

Ces coefficients de proportionnalité sont liés à la température interne. Ils indiquent, d'une part que la température interne varie peu quelque soit le mode de convection, et d'autre part que cette valeur est légèrement plus élevée dans les cas où la viscosité est représentée par une loi de type Arrhenius (voir Section 2.4.3). Ce résultat est en bonne adéquation avec le fait que le nombre de Nusselt est systématiquement plus faible dans les simulations Arrhenius : le transfert de chaleur est moins efficace, et la température interne est plus élevée.

Épaisseur du couvercle stagnant

Les simulations de Deschamps et Lin [2014] et Yao *et al.* [2014] montrent que l'épaisseur du couvercle stagnant est reliée à celle de la couche limite thermique supérieure. Cela signifie que la part du couvercle purement conductif dans la couche limite thermique froide totale est constante. Dans les faits, la proportion de l'épaisseur d_{sl} dépend de la loi de viscosité utilisée : le couvercle stagnant est plus épais avec une rhéologie de type Arrhenius qu'avec l'approximation de Frank-Kamenetskii (Fig. 2.11). Nous obtenons

$$d_{sl} = 0.70\ Nu^{-1} \tag{2.19}$$

pour les simulations dans l'approximation de Frank-Kamenetskii ($r^2 = 0.975$) et

$$d_{sl} = 0.77\ Nu^{-1} \tag{2.20}$$

pour les simulations Arrhenius en fluage par diffusion ($r^2 = 0.988$).

Épaisseur de la sous-couche rhéologique

La sous-couche rhéologique est située entre le couvercle stagnant et la région convective. D'après les Équations 2.17, 2.18, 2.19 et 2.20, l'épaisseur δ_{rh} est environ

$$\delta_{rh} = 0.26\ Nu^{-1} \tag{2.21}$$

pour une rhéologie dans l'approximation de Frank-Kamenetskii et

$$\delta_{rh} = 0.20\ Nu^{-1} \tag{2.22}$$

pour une loi de viscosité de type Arrhenius en fluage par diffusion.

L'épaisseur de la sous-couche rhéologique est donc en moyenne plus faible pour un même nombre de Nusselt avec une rhéologie de type Arrhenius qu'avec une rhéologie de type Frank-Kamenetskii. Cette observation, bien que non quantifiée, avait déjà été faite par Stein et Hansen [2013].

Épaisseur de la couche limite thermique chaude

Selon Solomatov [1995], les épaisseurs des couches limites thermiques supérieure et inférieure sont mutuellement dépendantes et sont reliées par une relation de la forme $\delta_1 \propto \delta_0\ \gamma^{-1}$. Nos données montrent que la paramétrisation de l'épaisseur δ_1 dépend à la fois du mode de convection et de la rhéologie (Fig. 2.12). Dans le cas d'une rhéologie dans l'approximation de Frank-Kamenetskii, l'épaisseur de la couche limite thermique δ_1 est

$$\delta_1 = 1.39\ Nu^{-1}\gamma^{-1} - 0.0063 \tag{2.23}$$

lorsque la convection est stationnaire et

$$\delta_1 = 1.09\ Nu^{-1}\gamma^{-1} \tag{2.24}$$

lorsque la convection dépend du temps. Les simulations avec une loi de viscosité de type Arrhenius en fluage par diffusion montrent que les relations

$$\delta_1 = 1.34\ Nu^{-1}\gamma^{-1} - 0.0107 \tag{2.25}$$

et

$$\delta_1 = 0.87\ Nu^{-1}\gamma^{-1} \tag{2.26}$$

décrivent bien l'épaisseur de la couche limite thermique inférieure pour les cas de convection stationnaire et dépendante du temps, respectivement.

La différence observée entre les cas stationnaires et dépendants du temps est plus importante pour une rhéologie de type Arrhenius que Frank-Kamenetskii. Ceci s'explique par le fait que le paramètre rhéologique γ n'est pas défini de la même manière : il est constant dans la formulation de Frank-Kamenetskii alors qu'il varie selon le profil de température avec une rhéologie de type Arrhenius en fluage par diffusion (Éq. 1.27). Les simulations de type Arrhenius présentent une couche limite thermique inférieure plus fine d'environ 20% par rapport aux simulations dans l'approximation de Frank-Kamenetskii.

2.4.3 Autres relations

Température interne

La température interne adimensionnée moyenne θ_i varie peu selon les simulations pour une même rhéologie. En effet, dans les cas dans l'approximation de Frank-Kamenetskii, la température moyenne est presque toujours égale à 0.9219 : on observe des écarts de l'ordre de 1.49%, ce qui représente 2.33 K. Pour une rhéologie de type Arrhenius, la valeur de moyenne de la température interne est 0.9443 $\pm$ 0.83%, soit une variation de température de 1.33 K.

Dans nos simulations, la température interne ne varie pas avec le nombre de Rayleigh comme suggéré par Fowler [1985]. Cependant, les simulations de Dumoulin [2000] ne montrent une dépendance de la température interne au nombre de Rayleigh que pour les cas où l'effet de la pression est pris en compte. Dans nos gammes de paramètres, cet effet est négligeable. Deschamps et Sotin [2000] mettent en évidence une relation entre le saut de température dans la couche limite thermique inférieure ($T_b - T_i$) et le

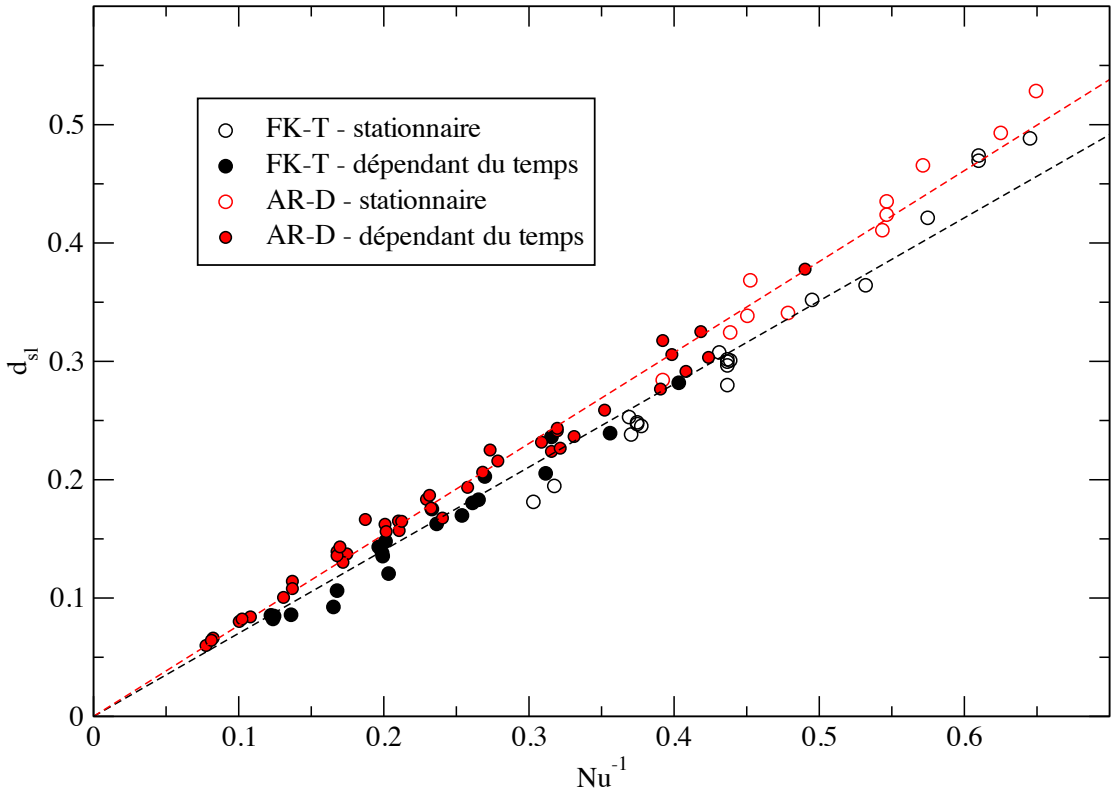

FIGURE 2.11 – Paramétrisation de l'épaisseur du couvercle stagnant d_{sl}, pour les cas stationnaires et dépendant du temps dans l'approximation de Frank-Kamenetskii (noir) et Arrhenius purement diffusif (rouge). Les cercles vides représentent les simulations stationnaires et les cercles pleins les simulations dépendantes du temps.

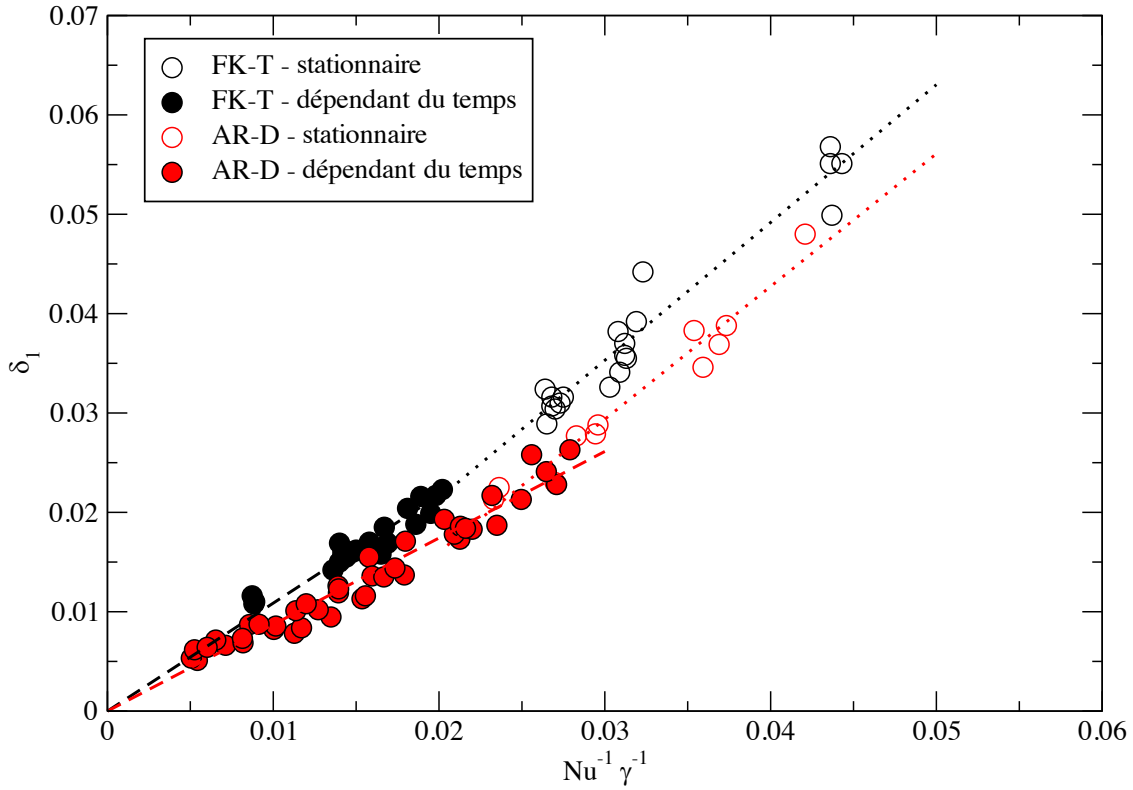

FIGURE 2.12 – Paramétrisation de l'épaisseur de la couche limite thermique inférieure δ_1 pour les cas stationnaires et dépendant du temps dans l'approximation de Frank-Kamenetskii et Arrhenius purement diffusif. Les symboles sont définis dans la Figure 2.11.

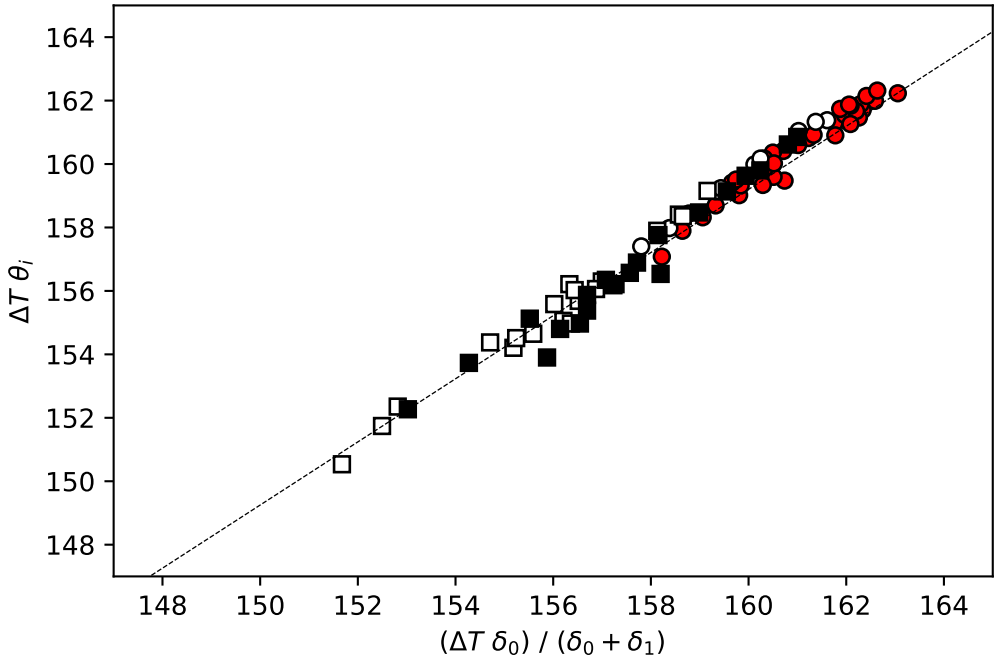

FIGURE 2.13 – Paramétrisation de la température interne adimensionnée θ_i. Les simulations réalisées dans l'approximation de Frank-Kamenetskii sont représentées par des carrés, celles avec la formulation d'Arrhenius avec des cercles. Les symboles vides sont pour les cas stationnaires et les symboles pleins pour les cas dépendants du temps.

paramètre rhéologique γ qui ne tient pas compte du nombre de Rayleigh interne non plus : $(T_b - T_i)/\Delta T = 1.43\gamma^{-1} - 0.03$. Les données de Tobie [2003] avec Ra_i >10^6, incluant du chauffage de marée, sont en accord avec cette relation.

Solomatov [1995] montre que la température interne est dépendante de l'épaisseur des couches limites thermiques inférieure et supérieure :

$$\theta_i \, \Delta T = \frac{\Delta T \, \delta_0}{\delta_0 + \delta_1}, \tag{2.27}$$

où θ_i est la température interne adimensionnée et les épaisseurs (δ_0 et δ_1) sont dimensionnées. Nos données sont en accord avec cette paramétrisation (r^2 = 0,975) :

$$\theta_i \, \Delta T = 0.996 \, \frac{\Delta T \, \delta_0}{\delta_0 + \delta_1}. \tag{2.28}$$

D'après nos simulations, le saut de température adimensionné dans la couche limite

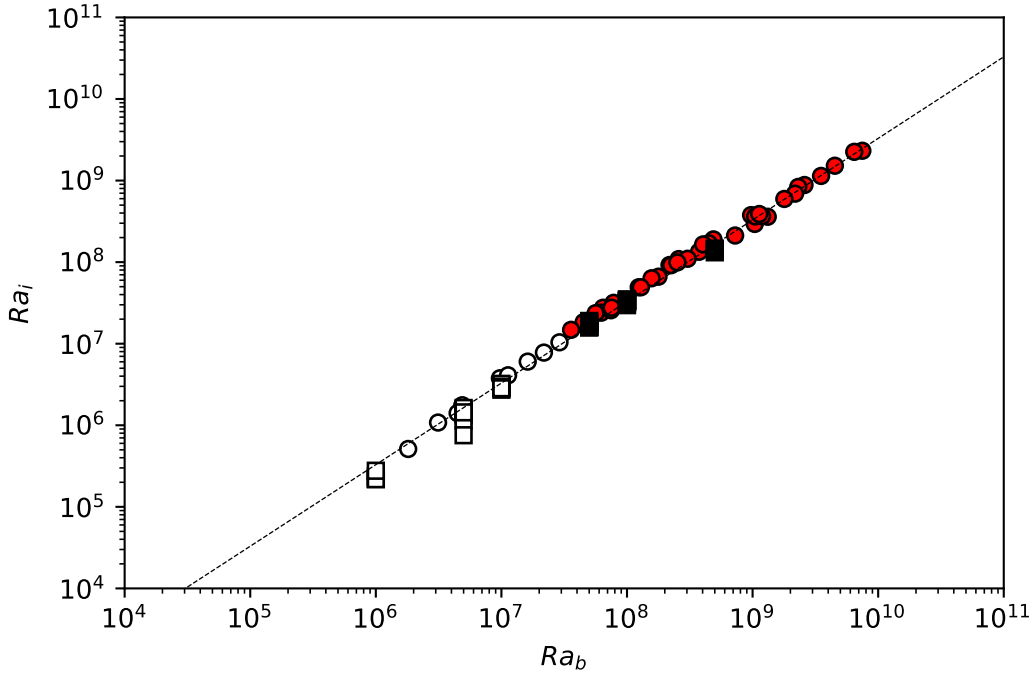

FIGURE 2.14 – Relation entre le nombre de Rayleigh à la base de la couche Ra_b et le nombre de Rayleigh interne Ra_i. Les simulations réalisées dans l'approximation de Frank-Kamenetskii sont représentées par des carrés, celles avec la formulation d'Arrhenius avec des cercles. Les symboles vides sont pour les cas stationnaires et les symboles pleins pour les cas dépendants du temps.

thermique inférieure peut être déterminée par la relation (r^2 = 0.981)

$$1 - \theta_i = 1.0647 \, \frac{\delta_0}{\delta_0 + \delta_1}. \tag{2.29}$$

Nombre de Rayleigh interne et viscosité

Le nombre de Rayleigh à la base de la couche, Ra_b, est calculé avec la viscosité de la base de la couche η_b, c'est-à-dire la viscosité de la glace I au point de fusion. Le nombre de Rayleigh de l'intérieur convectif, Ra_i, est quant à lui calculé avec la viscosité de la région convective. La Figure 3.16 illustre la relation entre ces deux nombres de Rayleigh (r^2 = 0.995) :

$$Ra_i = \frac{\eta_b}{\eta_i} Ra_b = 0.329 \; Ra_b. \tag{2.30}$$

Les paramètres physiques de la glace I (α, ρ, κ) ainsi que les valeurs imposées propres

au corps modélisé (g, ΔT, D) étant constants, cette relation met en évidence le fait que dans la région convective la viscosité interne peut s'exprimer en fonction de la viscosité à la base de la couche :

$$\frac{\eta_b}{\eta_i} \simeq \frac{1}{3}. \tag{2.31}$$

Il est alors possible de déterminer la température dans le cas Frank-Kamenetskii par

$$\theta_i = 1 + \frac{1}{\gamma} \ln\left(\frac{1}{3}\right) \tag{2.32}$$

et par

$$\theta_i = \frac{1}{\frac{\Delta T}{T_b} - \frac{\Delta T}{E_a} \ln\left(\frac{\eta_b}{\eta_i}\right)} \frac{T_s}{\Delta T} \tag{2.33}$$

dans le cas d'une loi de type Arrhenius. Cependant, ces relations ne prennent pas en compte certaines spécificités des simulations (épaisseur des couches limites thermiques notamment) et permettent uniquement de retrouver la température interne moyenne de toutes les simulations réalisées.

2.4.4 Comparaison 2D-3D

Le transfert de chaleur, et par conséquent les lois d'échelle, sont affectés par le choix de la géométrie du modèle. Guerrero *et al.* [2018] ont étudié la différence entre les simulations de convection en anneau sphérique 2D et en 3D-sphérique dans le cadre de l'approximation de Frank-Kamenetskii. Différents régimes de convection (couvercle mobile, transitoire, couvercle stagnant) et une large de gamme de courbures (0,2 $< f <$ 1) ont été étudiés. Les deux simulations à faible courbure ($f >$ 0,9) permettant la comparaison entre les géométries 2D et 3D suggèrent que le flux de chaleur est environ 20% plus faible en 2D par rapport aux simulations réalisées en 3D. Cependant, elles ne se trouvent pas dans le régime de convection à couvercle stagnant. De plus, pour les simulations dont les résultats sont disponibles en 2D et en 3D avec des courbures plus importantes (f = 0,4 et f = 0,3), le nombre de Nusselt prédit en géométrie 2D est $\sim$4% plus important qu'en 3D. Il est donc difficile de tirer des conclusions sur l'effet de la géométrie à partir de leur étude.

Afin d'avoir une idée plus claire sur ce point, 6 simulations en géométrie 3D-sphérique

Frank-Kamenetskii				
f	Ra_b	γ	Nu - 2D	Nu - 3D
0,978	5×10^7	16	3,21	4,41
0,978	1×10^8	12	5,96	7,34
0,94	5×10^8	14	8,04	9,63
Arrhenius				
f	Ra_b	E_a (kJ·mol^{-1})	Nu - 2D	Nu - 3D
0,96	$7{,}48\times10^9$	50×10^3	12,14	15,13
0,97	$2{,}59\times10^9$	50×10^3	9,25	11,51
0,99	$6{,}45\times10^7$	50×10^3	3,17	4,17

TABLE 2.3 – Simulations réalisées en géométries 2D et 3D avec Œdipus [Choblet *et al.*, 2007].

ont été réalisées avec Œdipus [Choblet *et al.*, 2007] : 3 pour lesquelles la viscosité est décrite par une loi d'Arrhenius et 3 dans le cadre de l'approximation de Frank-Kamenetskii. Les résultats de ces simulations sont disponibles dans la Table 2.3. Comme Guerrero *et al.* [2018], nous observons que le flux de chaleur est 20-30% plus important en géométrie 3D-sphérique qu'avec un anneau sphérique 2D.

Des lois d'échelle dérivées de simulations en géométrie 3D seraient plus appropriées pour décrire le transfert de chaleur. Cependant, les modèles paramétrés intègrent pour la plupart des lois déterminées en géométrie 2D avec une rhéologie simplifiée, dans l'approximation de Frank-Kamenetskii. Les paramétrisations mises en évidence dans ce chapitre avec une rhéologie de type Arrhenius et dans le chapitre suivant avec une rhéologie composite sur un anneau sphérique en 2D sont plus réalistes et permettront de mieux contraindre l'histoire thermique des corps glacés.

2.5 Conclusion

Nos simulations réalisées dans le cadre de l'approximation de Frank-Kamenetskii sont en bon accord avec les précédentes études théoriques, expérimentales et numériques.

Cette observation nous permet de valider la méthode numérique employée au cours de cette thèse, bien que le code CHEOPS-2D ait déjà été testé auparavant. Nous avons déterminé des lois d'échelle permettant de décrire l'efficacité du transfert de chaleur (Nu), les épaisseurs des couches limites thermiques et du couvercle stagnant (δ_0, δ_1 et d_{sl}), ainsi que la température interne. La courbure étant faible dans nos simulations (f proche de 1), nous n'avons pas observé d'effet lié à ce paramètre. Néanmoins, cette gamme de courbure est adaptée car elle est représentative des coquilles de glace fine des satellites de glace. Le régime de convection intermédiaire, entre les régimes stationnaire et dépendant du temps, n'a été observé que dans le cas d'une loi de viscosité de type Arrhenius, bien que les gammes de paramètres testées soient similaires. Les conditions d'appartenance à ce régime sont probablement réduites dans le cas d'une viscosité décrite dans le cadre de l'approximation de Frank-Kamenetskii.

Comme nous l'avons vu, selon la loi de viscosité utilisée, les lois d'échelle décrivant le transfert thermique sont modifiées. Ainsi, l'efficacité du transfert de chaleur est moins importante lorsque la rhéologie est décrite par une loi de type Arrhenius par rapport à une loi de viscosité dans le cadre de l'approximation de Frank-Kamenetskii. Cette différence n'est pas négligeable, puisqu'elle est de l'ordre de $\sim$28%. Le couvercle stagnant et la couche limite froide supérieure sont plus épais dans le cas d'une rhéologie de type Arrhenius que dans le cas de l'approximation de Frank-Kamenetskii, traduisant une température interne plus élevée pour la première rhéologie.

La loi de type Arrhenius ne permet de prendre en compte qu'un seul mécanisme de déformation. En utilisant une loi de viscosité composite plus réaliste, les lois d'échelle peuvent également être modifiée. L'analyse des résultats de ces simulations sont présentés dans le chapitre suivant.

Chapitre 3

Paramétrisation du transfert thermique pour une rhéologie composite

Nous avons vu dans le chapitre précédent que le transfert de chaleur est affecté par la façon dont la viscosité est décrite. L'étude la rhéologie de la glace a montré que plusieurs mécanismes de déformation peuvent se produire, selon la température, la taille des grains de glace et les contraintes (voir Section 1.3). Dans ce chapitre, nous nous intéressons au transfert de chaleur dans la coquille externe des corps glacés dans le cas d'une rhéologie composite, qui permet de prendre en compte tous les mécanismes de fluage identifiés pour la glace-I. Après une brève description de simulations réalisées, nous montrerons que le mécanisme de fluage dominant, qui est le principal contributeur dans le calcul de la viscosité, n'est pas le même à travers la couche. Des lois d'échelle, dépendantes de la taille de grain, sont dérivées pour permettre de retrouver la contribution de chacun des mécanismes. Des relations décrivant le transfert de chaleur et la structure de la couche de glace sont ensuite proposées, pouvant par la suite être intégrées dans des modèles d'évolution thermique paramétrés.

3.1 Simulations réalisées

Comme nous l'avons vu précédemment, la convection peut être stationnaire ou dépendante du temps. Parmi toutes nos simulations réalisées avec une loi de viscosité composite, 4 seulement se situent dans le domaine de convection stationnaire (et 1 en régime

intermédiaire), alors que 39 se trouvent dans le régime dépendant du temps. Les simulations stationnaires étant trop peu nombreuses, aucune loi d'échelle n'a été déterminée pour ce type de convection. Les relations mises en évidence dans ce chapitre sont donc valables pour le régime dépendant du temps. Plusieurs simulations (63) ont été écartées du fait que le transfert de chaleur était uniquement conductif ou que la convection ne se situait pas dans le régime à couvercle stagnant (voir Section 2.2.1). Au vu du nombre de simulations réalisées, il semblerait que, dans nos gammes de paramètres, représentatives des couches de glace externes des mondes glacés, la convection dépendante du temps soit prédominante.

Les gammes de courbure (f), de paramètre rhéologique dans la partie instable de la couche limite thermique froide (γ_{rh}), de taille de grain (d_g) et de nombres de Rayleigh à la base de la couche (Ra_b) et dans l'intérieur convectif (Ra_i) pour ces simulations sont répertoriées dans la Tableau 3.1. Les courbures de la couche de glace testées ($0.92 < f < 0.97$) sont représentatives de la plupart des corps glacés, à l'exception sans doute des petites lunes formées au voisinage des anneaux de Saturne avec un mécanisme sans doute fort distinct [Charnoz *et al.*, 2011] dont certaines abritent probablement (Encelade, Thomas *et al.*, 2016) ou possiblement (Mimas, Tajeddine *et al.*, 2014 ; Dione, Beuthe *et al.*, 2016) des océans internes. En dessous d'une certaine taille de grain (1 mm, voir Section 3.2), le seul mécanisme de déformation intervenant est le fluage par diffusion. Dans ce cas, le transfert de chaleur est décrit par les lois d'échelle proposées dans le chapitre précédent pour une rhéologie de type Arrhenius en fluage par diffusion. La taille des grains de glace dans les calottes polaires terrestres, qui peuvent être considérées comme de bons analogues des coquilles glacés convectives, est de l'ordre de 1 à 5 mm (voir Section 1.3.4). Des tailles de grain plus importantes peuvent être observées, comme par exemple au dessus du lac Vostok [Montagnat *et al.*, 2001], mais seulement lorsque la glace est extrêmement pure et que les contraintes sont très faibles. Ces conditions ne semblent pas s'appliquer pour les satellites de glace. La taille de grain de notre étude a donc été limitée à des valeurs inférieures à 10 mm.

f	γ_{rh}	d_g (m)	Ra_b	Ra_i
0.92-0.97	15.2-31.1	10^{-4} - 10^{-2}	1.8 $\cdot 10^6$ - 7.5$\cdot 10^9$	1.0$\cdot 10^6$ - 2.8$\cdot 10^9$

TABLE 3.1 – Gammes de paramètres des simulations réalisées avec une rhéologie composite. f représente la courbure de la couche, γ_{rh} est le paramètre rhéologique calculé dans la partie instable de la couche limite thermique (d'épaisseur δ_{rh}) et d_g est la taille de grain. Ra_b et Ra_i sont les nombres de Rayleigh, respectivement à la base et dans l'intérieur convectif bien mélangé de la couche de glace.

3.2 Évolution des mécanismes dominants au sein de la couche de glace

3.2.1 Détermination du mécanisme dominant

Comme le montrent les Équations 1.25 et 1.29, la viscosité dépend de la température, de la taille de grain et des contraintes mécaniques. D'une manière générale, les contraintes au sein de la coquille de glace augmentent à mesure que l'on s'approche de la surface. D'après la loi de type Arrhenius et les paramètres de fluage, les contraintes font fortement chuter les viscosités associées au fluage par migration de dislocations et par glissements. Pour des contraintes importantes, le fluage par migration de dislocations domine : c'est ce qu'on observe très proche de la surface. Pour des contraintes modérées, comme celles présentes dans la sous-couche rhéologique, les mécanismes de fluage par glissement prennent le dessus.

La Figure 3.1 représente les champs instantanés de température, de viscosité, de contraintes et de contributions de chaque mécanisme de fluage (par diffusion, par migration de dislocations et par glissement aux joints de grains ou glissement sur le plan basal) dans la déformation totale, correspondant à l'inverse de la viscosité totale (η_{tot}). Dans la région convective et dans la sous-couche rhéologique, la contrainte la plus importante est reliée aux panaches froids descendants. Si les contraintes n'affectent pas la viscosité associée au fluage par diffusion ($n = 1$), elles sont responsables d'une diminution importante de la viscosité associée aux mécanismes de fluage par glissements (glissement aux joints de grains ou glissement sur le plan basal) ($n = 2$). Une diminution de température, associée à une augmentation des contraintes, conduit à une réduction de la contribution du fluage

par diffusion dans l'inverse de la viscosité totale par rapport à la contribution du fluage par glissements.

La Figure 3.2 montre la contribution de chaque mécanisme de fluage dans la déformation totale (correspondant à l'inverse de la viscosité totale) à chaque profondeur pour des simulations avec $f = 0,97$ et $R_{top} = 2576$ km. En pratique, la plus grande contribution permet de définir le mécanisme dominant. Il est important de noter que, d'après la définition de la rhéologie composite (Éq. 1.29), pour une contribution d'un mécanisme de plus de 50%, la viscosité effective totale sera très proche de la viscosité associée à ce mécanisme.

Dans toutes nos simulations, la contribution du fluage par migration de dislocations est très faible, voire nulle, sous le couvercle stagnant. Dans les exemples représentés dans la figure 3.2, ce mécanisme atteint un maximum de 5% de la déformation totale, seulement pour une taille de grain de 10 mm. La contribution du fluage par migration de dislocations est significative seulement dans la région où la viscosité est affectée par le seuil imposé, c'est à dire dans la partie supérieure du couvercle. Cela n'influe donc pas sur la dynamique de la couche.

Les mécanismes dominants dans la partie convective et la sous-couche rhéologique sont le fluage par diffusion et le fluage par glissement aux joints de grains ou sur le plan basal, dont les contributions dans la déformation totale sont dépendantes de la taille de grain. Pour des tailles de grain inférieures à 2 mm, le fluage par diffusion est le mécanisme de déformation dominant dans toute la couche (excepté dans la partie supérieure du couvercle, régie par le fluage par migration de dislocations). Lorsque la taille de grain est égale ou supérieure à 10 mm, la viscosité est principalement contrôlée par les déformations liées aux glissements (aux joints de grains et/ou sur le plan basal). Dans l'exemple de la figure 3.2, une transition est observée pour d_g = 5 mm, pour laquelle les contributions de fluage par diffusion et de fluage par glissement sont comparables.

Dans tous les autres cas traités, une transition similaire est observée pour des valeurs de d_g comprises entre 2 et 5 mm. Lorsque la taille de grain est inférieure à 1 mm, la contribution du fluage par diffusion est toujours supérieure à 90%. Aucune simulation avec une taille de grain supérieure à 10 mm n'a été réalisée, car une telle valeur de taille de grain semble irréaliste (voir Section 3.1).

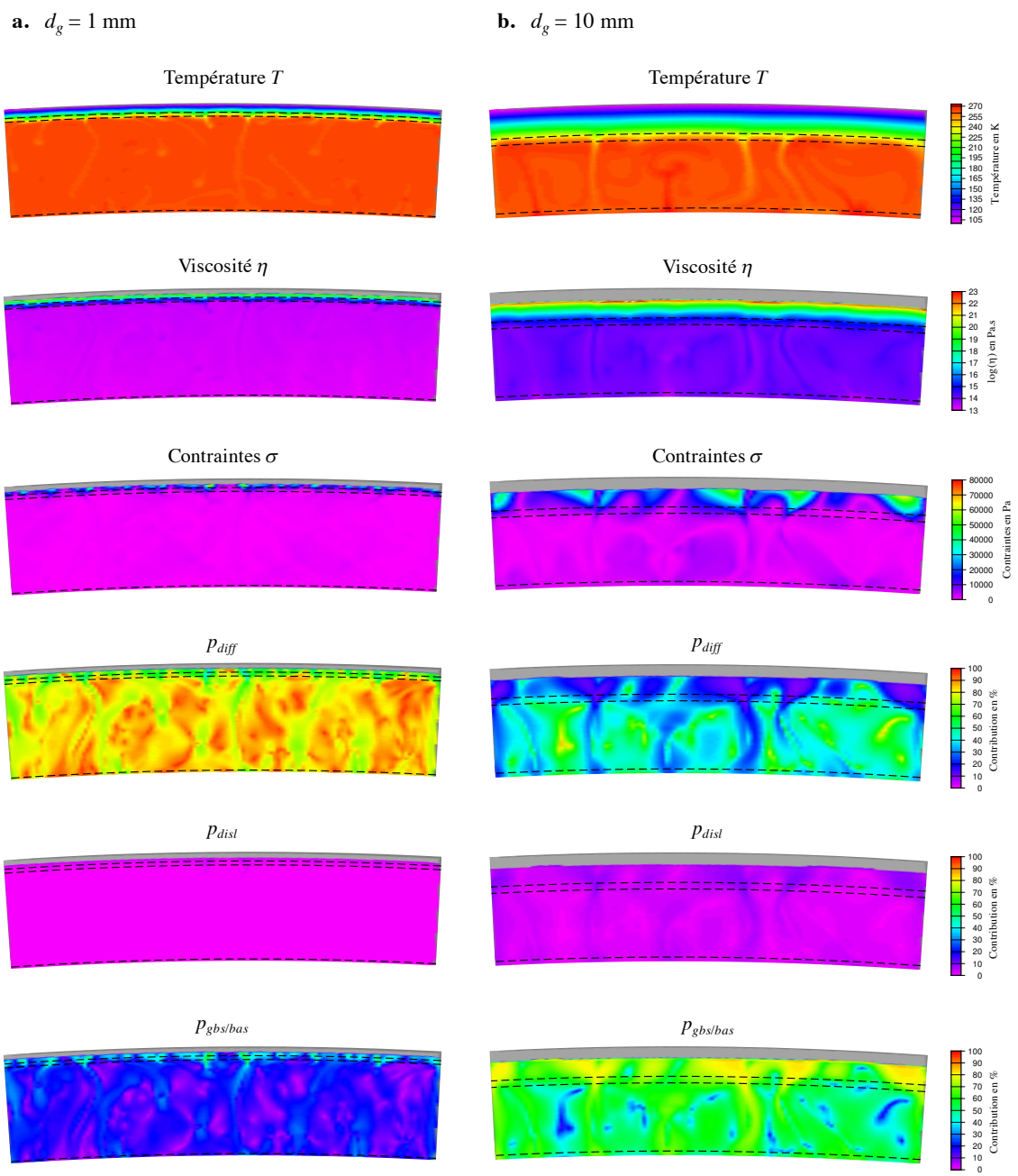

FIGURE 3.1 – Champs instantannés de température, de viscosité, de contrainte effective et de contribution en pourcentage de fluage par diffusion, par migration de dislocations et par glissement (aux joints de grains ou sur le plan basal) dans la déformation totale pour deux simulations avec d_g = 1 mm et d_g = 10 mm (f = 0,97 et R_{top} = 2576 km). Les lignes pointillées représentent, de la surface vers la base, la base du couvercle stagnant (d'épaisseur d_{sl}), de la base de la couche limite thermique froide (d'épaisseur δ_0) et du sommet de la couche limite thermique chaude (d'épaisseur δ_1). La région grisée proche de la surface est la partie du couvercle affectée par le seuil de viscosité.

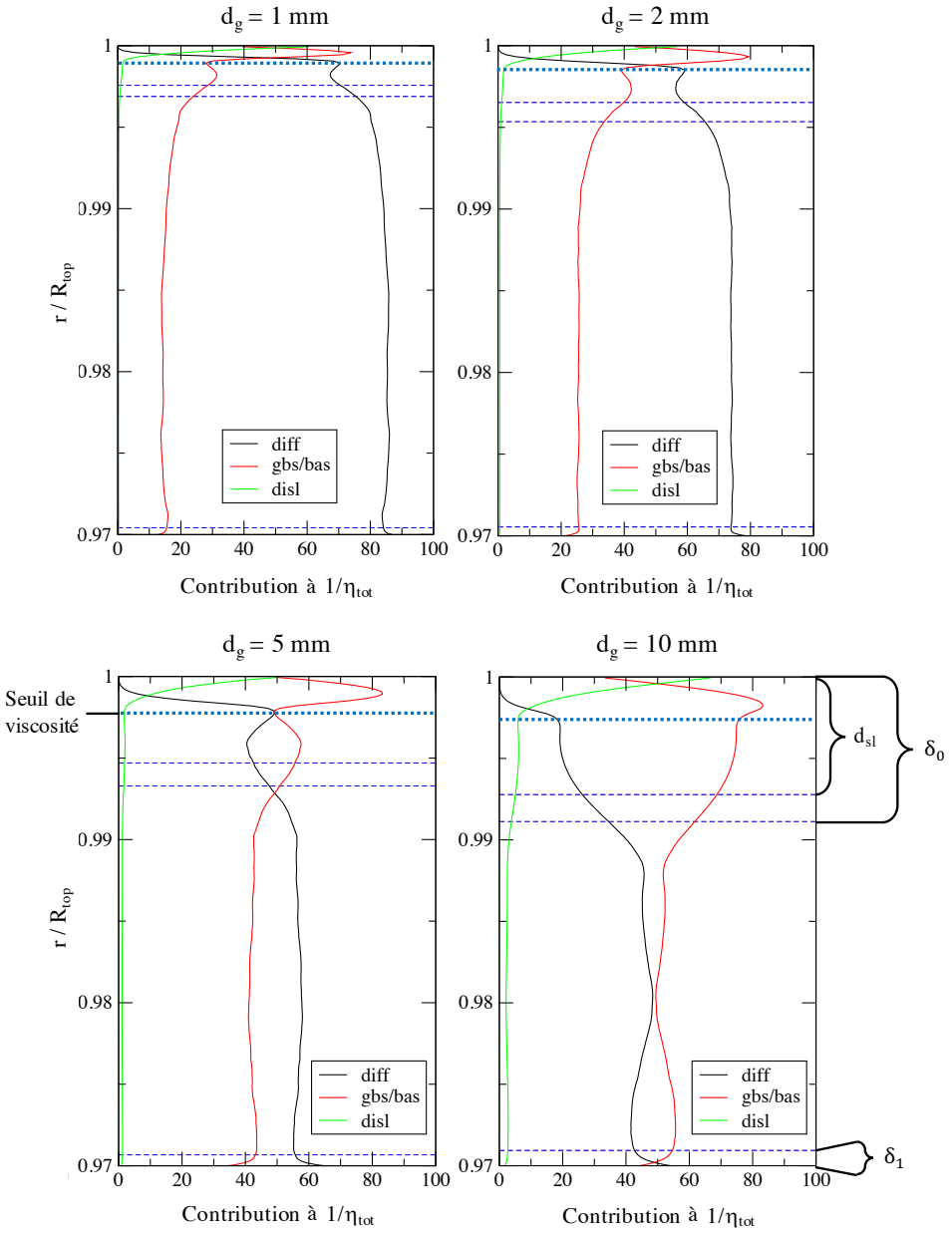

FIGURE 3.2 – Contribution de chaque mécanisme de déformation à la viscosité composite totale en fonction de la profondeur pour $f = 0.97$ et $R_{top} = 2576$ km. Chaque courbe indique la fraction (en pourcentage) associée au fluage par diffusion (noir), au fluage par migration de dislocations (vert) et au fluage par glissement aux joints de grains ou glissement sur le plan basal (rouge). Les résultats pour quatre tailles de grain sont représentés : $d_g = 1$ mm, $d_g = 2$ mm, $d_g = 5$ mm, $d_g = 10$ mm. Les profils sont moyennés temporellement une fois l'équilibre thermique atteint. Les lignes tiretées bleues représentent les profondeurs du couvercle stagnant d_{sl}, de la base de la couche limite thermique supérieure δ_0 et du sommet de la couche limite thermique inférieure δ_1. La ligne pointillée bleue délimite la région la plus froide au voisinage de la surface où le seuil de viscosité s'applique.

3.2.2 Paramétrisations dans la sous-couche rhéologique

Parce que la dynamique de la couche de glace est principalement contrôlée par la sous-couche rhéologique, d'épaisseur δ_{rh}, le mécanisme dominant juste sous le couvercle est d'une grande importance. La figure 3.3 montre la contribution du fluage par diffusion p_{diff} dans la déformation totale (en pourcentage) en fonction de la taille de grain dans la région instable de la couche limite thermique froide. L'effet du nombre de Rayleigh est faible et une relation entre la contribution du fluage par diffusion et la taille de grain a pu être établie. Pour des tailles de grain inférieures à 0.5 mm, seul le fluage par diffusion se produit dans la couche : p_{diff} = 100%. La viscosité peut être représentée par une loi de type Arrhenius prenant en compte seulement le fluage par diffusion. Si d_g est comprise entre 0.5 mm et 10 mm, la relation

$$p_{diff} = -16.63 \ln (d_g) - 43.18 \tag{3.1}$$

permet de déterminer la contribution du fluage par diffusion dans la sous-couche rhéologique avec une bonne précision ($r^2 = 0.957$). En prenant p_{diff} = 50%, on observe que pour des tailles de grain inférieures à 3.7 mm, le mécanisme dominant dans la sous-couche rhéologique est le fluage par diffusion. La viscosité totale est alors très proche de la viscosité associée à ce mécanisme. Lorsque les grains de glace sont plus gros, les glissements aux joints de grains et sur le plan basal deviennent dominants et la viscosité est régie par les paramètres de fluage de ces mécanismes.

La contribution du fluage par migration de dislocation étant très faible (moins de 5%), la contribution du fluage par glissements $p_{gbs/bas}$ dans l'inverse de la viscosité totale est surtout reliée à la part de fluage par diffusion (Fig. 3.4). Plus précisément, la relation

$$p_{gbs/bas} = -0.95\, p_{diff} + 95.54 \tag{3.2}$$

décrit très bien la contribution $p_{gbs/bas}$ observée dans nos simulations ($r^2 = 0.999$).

3.2.3 Paramétrisations dans la partie convective

Dans la région convective, les contraintes étant les plus faibles, la part du fluage par migration de dislocations est très proche de 0. Le mécanisme de déformation par diffusion

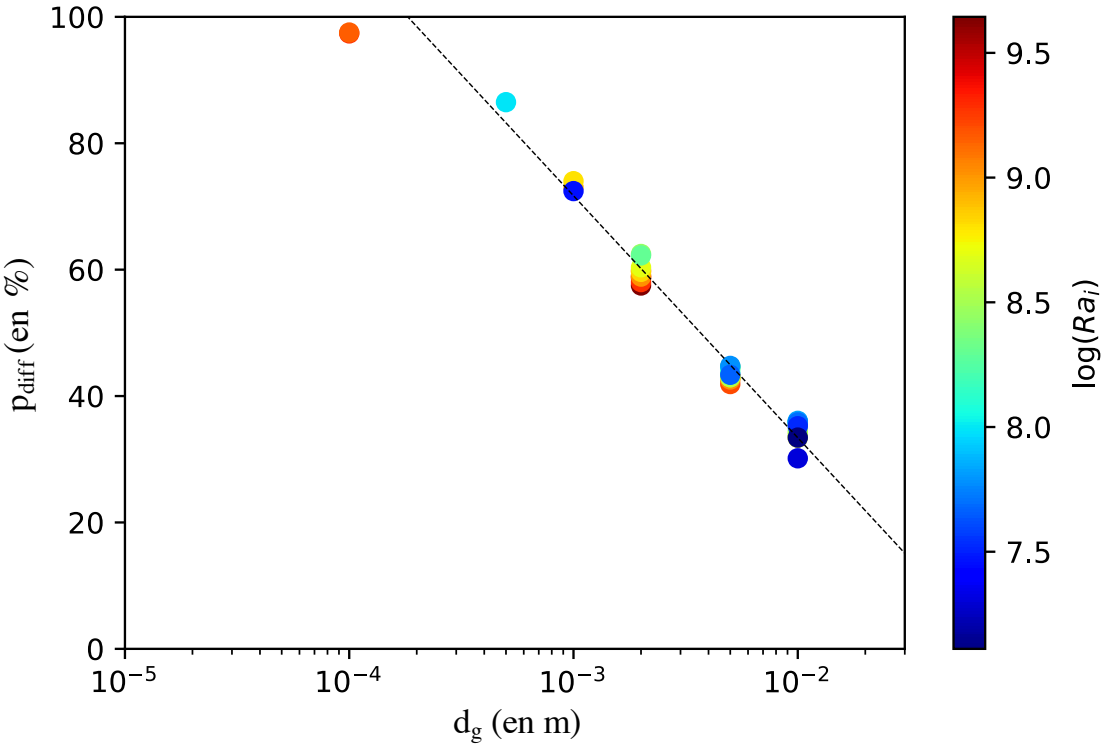

FIGURE 3.3 – Contribution du fluage par diffusion (en %) dans la déformation totale en fonction de la taille de grain d_g dans la sous-couche rhéologique. La couleur des points représente le nombre de Rayleigh interne Ra_i.

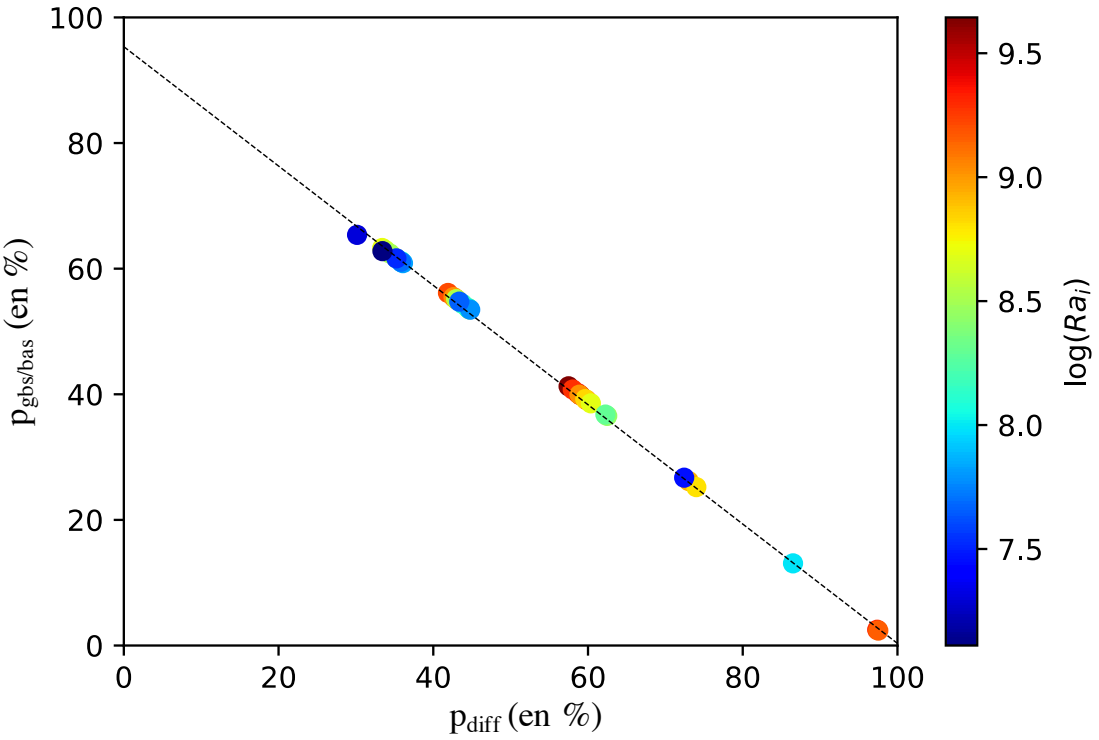

FIGURE 3.4 – Contribution du fluage par glissement aux joints de grains ou par glissement sur le plan basal $p_{gbs/bas}$ dans la déformation totale en fonction de la contribution du fluage par diffusion p_{diff}. La couleur représente le nombre de Rayleigh interne Ra_i.

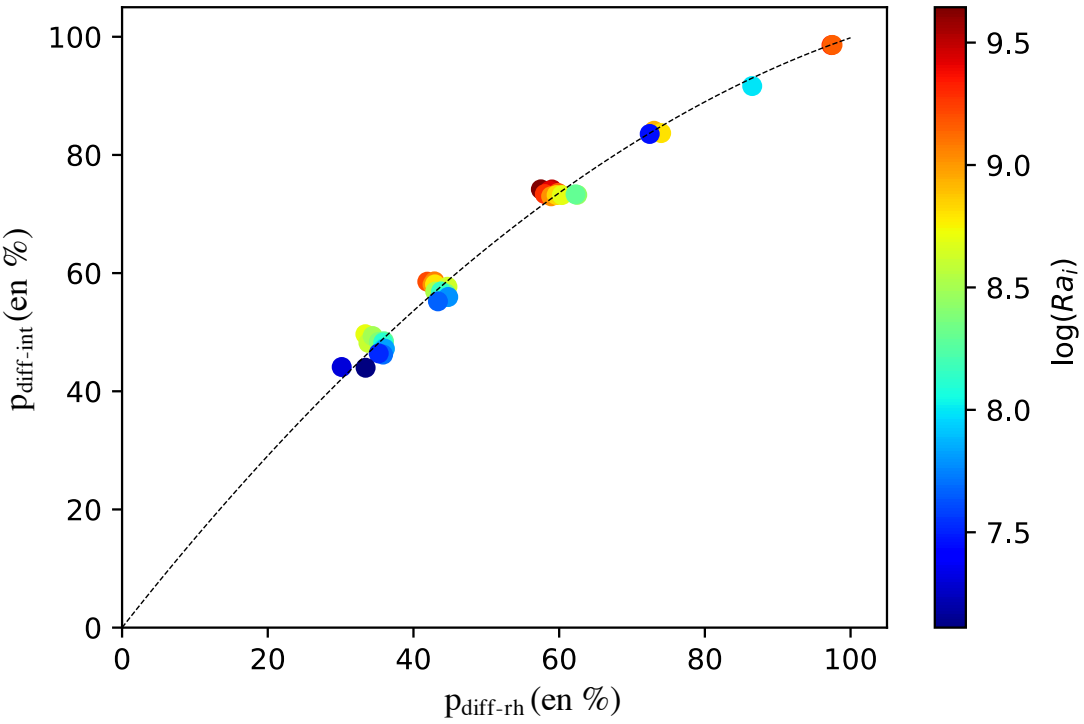

FIGURE 3.5 – Contribution du fluage par diffusion dans la région convective en fonction de sa part dans la sous-couche rhéologique. La couleur représente le nombre de Rayleigh interne Ra_i.

est donc plus important que dans la sous-couche rhéologique (Fig. 3.5). La contribution du fluage par diffusion dans la partie convective est supérieure à 50% pour des tailles de grain allant jusqu'à 7.54 mm.

La relation

$$p_{diff-int} = 0.0057\, p^2_{diff-rh} + 1.5683\, p_{diff-rh} \tag{3.3}$$

permet de relier les contributions de fluage par diffusion dans la région convective ($p_{diff-int}$) et dans la sous-couche rhéologique ($p_{diff-rh}$) ($r^2 = 0.987$).

De la même manière que dans la sous-couche rhéologique, la contribution des glissements aux joints de grains et des glissements sur le plan basal à la viscosité totale est reliée à la contribution du fluage par diffusion dans la partie convective :

$$p_{gbs/bas-int} = -0.96\, p_{diff-int} + 96.05. \tag{3.4}$$

Cette paramétrisation est très proche de la relation trouvée pour la sous-couche rhéologique (Éq. 3.2) et permet de déterminer précisément $p_{gbs/bas-int}$ (r^2 = 0.999).

3.3 Paramètre rhéologique

3.3.1 Description dans la sous-couche rhéologique

Plusieurs mécanismes de déformation, et donc plusieurs énergies d'activation associées, sont impliqués dans le calcul de la viscosité composite. Les instabilités contrôlant la convection se forment dans la sous-couche rhéologique (2.3). Pour qu'il soit pertinent et représentatif de la dynamique, le paramètre rhéologique γ doit être estimé dans cette couche instable. Les variations de température dans la sous-couche rhéologique sont fortes. γ ne peut donc pas être calculé avec la relation $\gamma = (E_a \Delta T)/(RT^2)$, car il est délicat de définir la température de cette couche et que l'énergie interne varie en fonction du mécanisme dominant. Le paramètre rhéologique dans la sous-couche γ_{rh} a donc été défini comme la moyenne temporelle et spatiale de ce paramètre sur la couche. Il est calculé avec la dérivée partielle de la viscosité en fonction de la température (Éq. 1.27), en prenant les profils de viscosité et de température moyennés temporellement et spatialement.

La figure 3.6 montre que γ_{rh} dépend principalement du mécanisme dominant dans la sous-couche rhéologique, et donc de la taille de grain. Dans les cas où le fluage par diffusion est prépondérant ($d_g = 10$ mm), γ_{rh} est compris entre 13 et 17, alors que ce paramètre augmente jusqu'à des valeurs de l'ordre de 25-30 quand la déformation est accomodée préférentiellement par les glissements ($d_g = 0.1$ mm).

3.3.2 Paramétrisations de γ_{rh}

La Figure 3.6 montre une petite influence de la courbure. Lorsque l'épaisseur de la couche de glace augmente, c'est-à-dire pour des courbures plus importantes, le paramètre rhéologique tend à augmenter pour une même valeur de p_{diff}. Seules les simulations se trouvant dans le régime à couvercle stagnant ont été conservées, ce qui explique le manque de points sur la Figure 3.6 dans la région où p_{diff} est élevée : les simulations

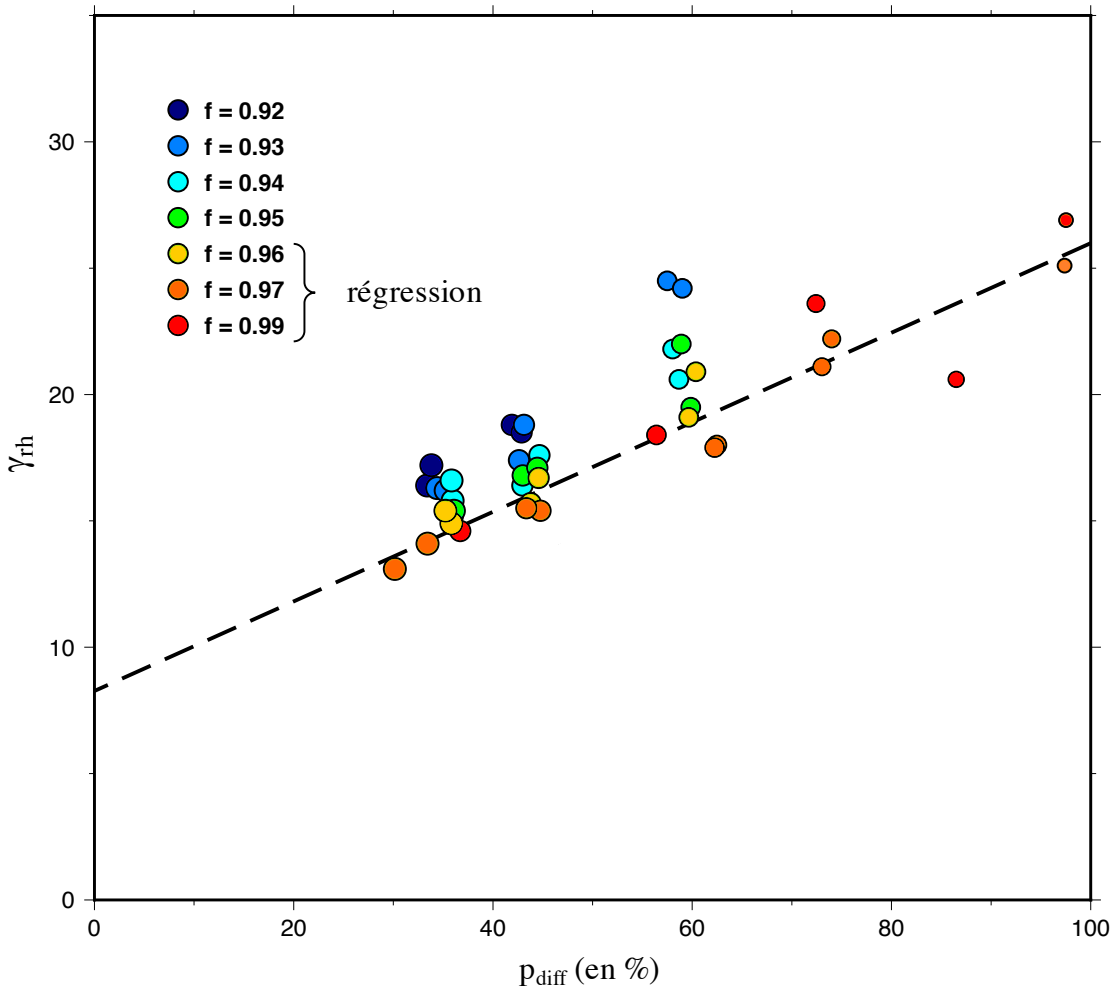

FIGURE 3.6 – Paramètre rhéologique γ_{rh} calculé dans la sous-couche rhéologique en fonction de la contribution du fluage par diffusion p_{diff} à la viscosité totale. La couleur des symboles représente la courbure f et leur taille indique la taille de grain, comprise entre 0.1 et 10 mm. La droite tiretée montre la meilleure régression pour $f > 0{,}95$.

avec de petites tailles de grain, et donc de grandes contributions de fluage par diffusion, et une courbure importante ne se trouvent pas de ce régime.

Il est possible d'estimer la valeur de γ_{rh} pour des courbures faibles ($f > 0{,}95$). La relation

$$\gamma_{rh} = 0.18\, p_{diff} + 8.27 \tag{3.5}$$

permet d'expliquer la distribution du paramètre rhéologique en fonction de la contribution du fluage par diffusion dans la déformation totale p_{diff} (r^2 = 0.903).

Pour déterminer γ_{rh} pour des courbures plus importantes (jusqu'à f = 0.92), il est nécessaire de corriger de cet effet de la courbure. La figure 3.7 montre que la meilleure paramétrisation est

$$\gamma_{rh} = 0.1798\, p_{diff} f^{-6} + 6.3874. \tag{3.6}$$

Cependant, nous n'avons pas réussi à comprendre la signification physique de cette correction par f^{-6}, qui est purement empirique.

3.4 Relation entre le nombre de Nusselt et le nombre de Rayleigh

3.4.1 Loi Nusselt-Rayleigh

Nos résultats montrent clairement une influence du mécanisme dominant dans la sous-couche rhéologique (Fig. 3.8). L'analyse de ces résultats nous a permis de dériver une loi Nusselt-Rayleigh tenant compte du mécanisme dominant. Nous montrons ainsi que, pour notre de gamme de paramètre rhéologique γ_{rh}, le nombre de Nusselt peut être décrit par la relation

$$Nu = 0.65\, Ra_i^{1/3}\, (c_g \gamma_{rh})^{-4/3} \tag{3.7}$$

où c_g = 1 si le mécanisme dominant dans la sous-couche rhéologique est le fluage par diffusion ($p_{diff} > 50\%$) et c_g = 1.25 si le mécanisme dominant est le fluage par glissement aux joints de grains ou sur le plan basal ($p_{diff} < 50\%$) (Fig. 3.9).

Dans la figure 3.9, les résultats obtenus avec une loi d'Arrhenius en fluage par diffusion, avec une énergie d'activation de 50 kJ·mol^{-1}, sont représentés avec les cercles vides.

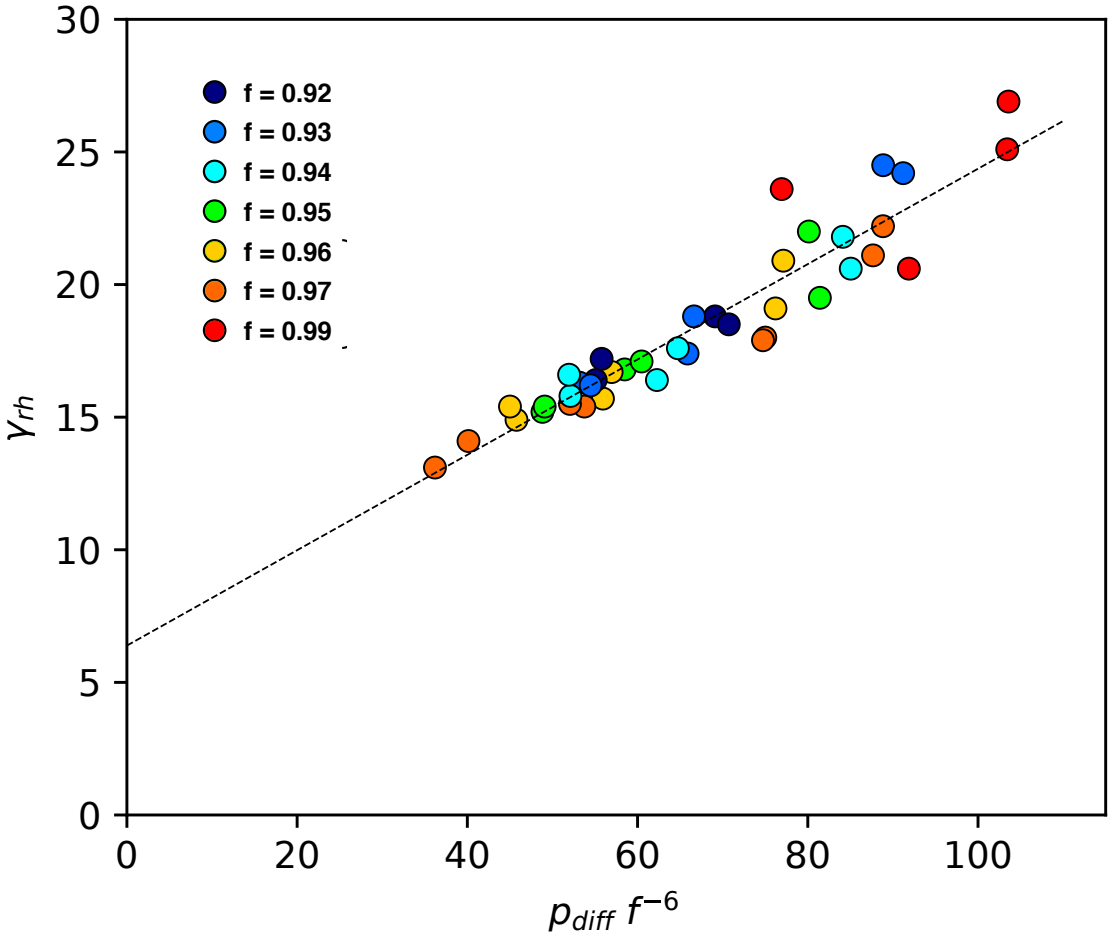

FIGURE 3.7 – Paramètre rhéologique γ_{rh} calculé dans la sous-couche rhéologique en fonction de la contribution du fluage par diffusion p_{diff} dans la viscosité totale et la courbure f. La couleur des symboles représente la courbure f. La droite tiretée montre la meilleure régression.

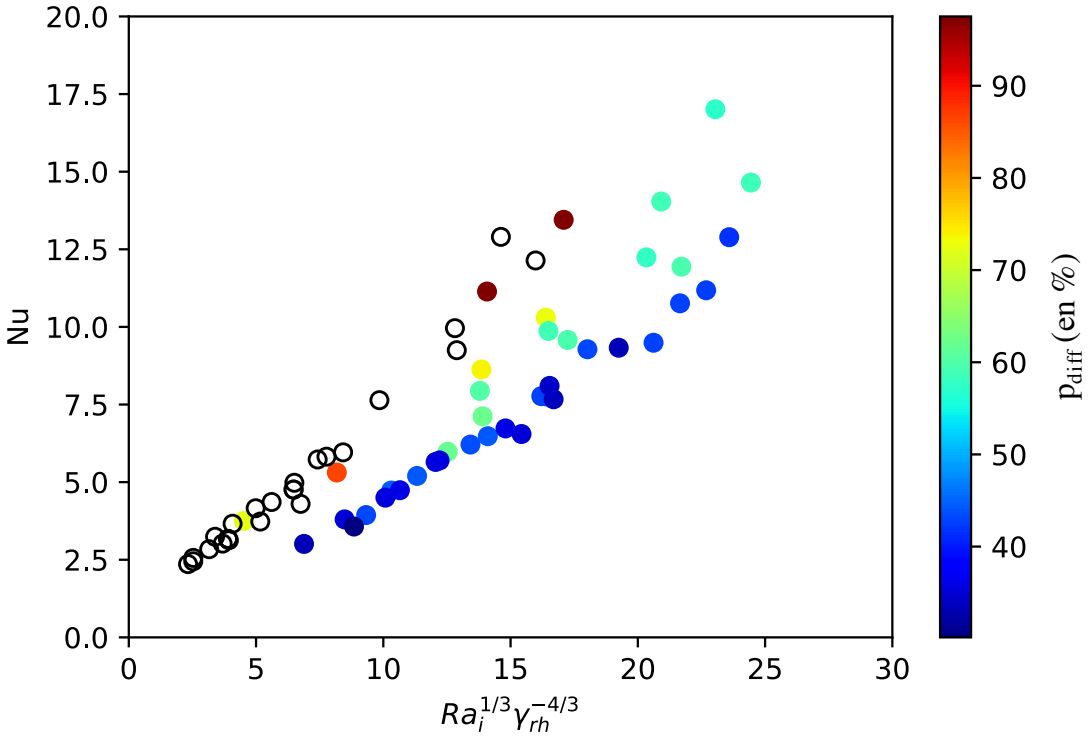

FIGURE 3.8 – Relation classique entre le nombre de Nusselt et le nombre de Rayleigh, avec les exposants $b = 1/3$ et $c = -4/3$ tels que déterminés pour une rhéologie Newtonienne (voir Section 2.4.1). La couleur des points représente la contribution du fluage par diffusion p_{diff} (en %) dans la déformation totale et les cercles vides représentent les résultats obtenus pour les simulations Arrhenius en fluage par diffusion (p_{diff} = 100%) avec γ_{rh} calculé dans la sous-couche rhéologique au lieu du γ calculé avec la température interne T_i (Fig. 2.10 et Éq. 2.15). Tous les simulations avec une rhéologie de type Arrhenius montrées ici ont été réalisée avec E_a=50 kJ·mol^{-1}, l'énergie d'activation du fluage par diffusion utilisée en rhéologie composite.

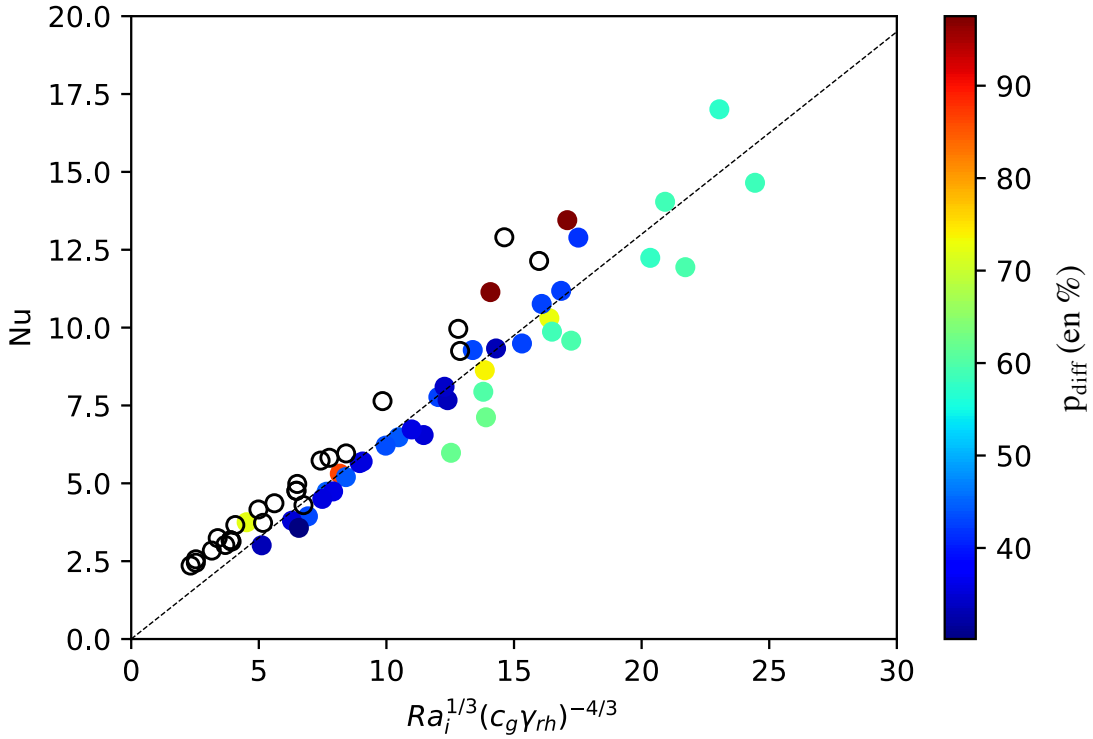

FIGURE 3.9 – Relation Nusselt-Rayleigh $Nu \propto Ra_i^{1/3}\ (c_g\gamma_{rh})^{-4/3}$, avec $c_g = 1$ pour $p_{diff} > 50\%$ et $c_g = 1.25$ pour $p_{diff} < 50\%$. La couleur des points représente la contribution du fluage par diffusion p_{diff} (en %) dans la déformation totale et les cercles vides représentent les résultats obtenus pour les simulations Arrhenius en fluage par diffusion (p_{diff} = 100%) avec γ_{rh} calculé dans la sous-couche rhéologique au lieu du γ calculé avec la température interne T_i (Fig. 2.10 et Éq. 2.15). Tous les simulations avec une rhéologie de type Arrhenius montrées ici ont été réalisée avec E_a=50 kJ·mol^{-1}, l'énergie d'activation du fluage par diffusion utilisée en rhéologie composite.

Afin de pouvoir les comparer avec nos résultats en rhéologie composite, γ_{rh} a été utilisé. Il est calculé de la même manière que pour les cas composite, grâce à l'équation 1.27, et c_g = 1 (p_{diff} = 100%). Cela permet de mettre en évidence le fait que les simulations en rhéologie composite avec une contribution du fluage par diffusion dans la déformation totale de plus de 90% sont très proches des simulations réalisées en fluage par diffusion avec une loi de type Arrhenius.

3.4.2 Paramètre c_g

Concernant la relation entre c_g et p_{diff}, il est apparu qu'une fonction en échelon (deux valeurs de c_g de part et d'autre d'un seuil pour p_{diff}) décrit mieux les résultats qu'une fonction linéaire de p_{diff}. Notre interprétation est que lorsque la contribution d'un mécanisme à la déformation totale devient majoritaire, la viscosité effective est très proche de celle associée au mécanisme dominant. La variation du paramètre c_g reflète donc le passage brusque d'un mécanisme dominant à un autre.

Christensen [1983] et Dumoulin *et al.* [1999] ont montré que le transfert de chaleur dans les cas Newtonien (n = 1) et non-Newtonien ($n \neq 1$) est similaire si l'énergie d'activation, et donc le paramètre rhéologique γ, est réduite selon un coefficient dépendant du mécanisme se produisant dans la couche. Cependant, une comparaison directe entre notre coefficient c_g et leur facteur de réduction n'est pas possible. En effet, leurs expériences numériques ont été réalisées dans le cadre de l'approximation de Frank-Kamenetskii. En conséquence, comme pour une loi de type Arrhenius, un seul mécanisme de fluage est pris en compte : γ et l'exposant des contraintes n sont fixes et constants au travers de la couche. Comme nous l'avons vu précédemment, le mécanisme de fluage dominant, et donc l'énergie d'activation dominante, varie avec la profondeur dans les cas en rhéologie composite. De plus, dans ces deux études, le cas non-Newtonien testé correspond à un exposant des contraintes n = 3, ce qui est associé au mécanisme de fluage par migration de dislocations pour les silicates. Dans le cas de la glace, les mécanismes non-Newtoniens dominants, lorsque la taille de grain est assez grande, sont les fluages par glissements, dont les exposants des contraintes sont 1.8 et 2.4.

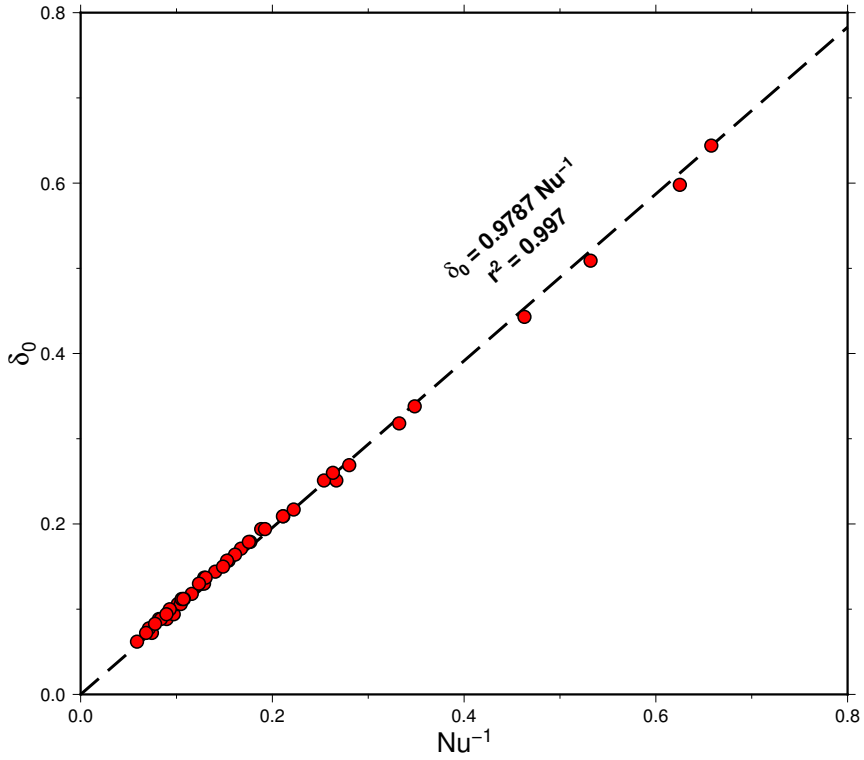

FIGURE 3.10 – Relation entre l'épaisseur de la couche limite thermique supérieure et le nombre de Nusselt.

3.5 Paramétrisations des épaisseurs

3.5.1 Épaisseur de la couche limite thermique froide

La loi d'échelle permettant de relier l'épaisseur de la couche limite thermique froide au nombre de Nusselt est assez proche de celles obtenues avec l'approximation de Frank-Kamenetskii et avec une loi de type Arrhenius en fluage par diffusion (voir Fig. 3.10). La meilleure régression (r^2 = 0.997) donne la relation

$$\delta_0 = 0.98\ Nu^{-1}. \tag{3.8}$$

La couche limite thermique supérieure, composée du couvercle stagnant et de la sous-couche rhéologique, est donc un peu plus épaisse dans le cas d'une rhéologie composite qu'avec des lois de viscosité dans l'approximation de Frank-Kamenetskii ou de type Arrhenius.

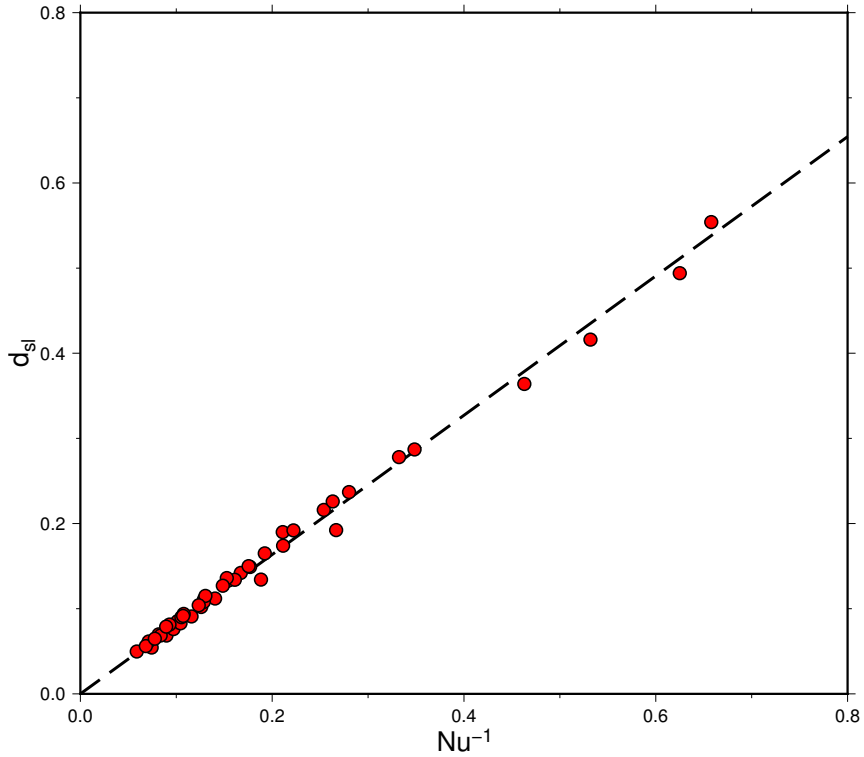

FIGURE 3.11 – Paramétrisation de l'épaisseur du couvercle stagnant d_{sl} pour une rhéologie composite.

3.5.2 Épaisseur du couvercle stagnant

L'épaisseur de la couche limite thermique froide et l'épaisseur du couvercle stagnant sont inversement proportionnelles (Fig. 3.11) :

$$d_{sl} = 0.82\ Nu^{-1} \tag{3.9}$$

pour les simulations avec une loi composite (r^2 = 0.994). Cela signifie que pour un flux de chaleur donné le couvercle est environ 8% plus épais que pour une loi de viscosité purement diffusive de type Arrhenius et environ 15% plus épais que dans le cadre de l'approximation de Frank-Kamenetskii. La part du couvercle stagnant dans la couche limite thermique froide totale (δ_0/d_{sl}) représente $\sim$79% pour une rhéologie de type Arrhenius et $\sim$84% pour une rhéologie composite.

3.5.3 Épaisseur de la sous-couche rhéologique

Pour un même nombre de Nusselt, la couche limite thermique froide est plus épaisse dans le cas d'une rhéologie composite (Éqs. 2.17, 2.18 et 3.8). Cependant, la part du couvercle (d_{sl}) dans la couche limite thermique supérieure (δ_0) est beaucoup plus importante : la sous-couche rhéologique instable, située sous le couvercle, est en moyenne plus fine que pour des rhéologies de type Arrhenius ou dans l'approximation de Frank-Kamenetskii. L'épaisseur de cette sous-couche est

$$\delta_{rh} = 0.16 Nu^{-1}, \tag{3.10}$$

ce qui correspond à un amincissement de 20% par rapport aux simulations réalisées avec une loi de viscosité de type Arrhenius et de près de 40% comparé aux simulations dans le cadre de l'approximation de Frank-Kamenetskii. Le mécanisme dominant dans la sous-couche rhéologique varie avec la taille de grain. Lorsque les fluages par glissement aux joints de grains et/ou sur le plan basal deviennent dominant, la viscosité de cette sous-couche est diminuée par rapport à un fluage par diffusion. La sous-couche rhéologique est donc affinée.

3.5.4 Épaisseur de la couche limite thermique chaude

Comme nous l'avons vu précédemment (Section 2.4) pour les simulations dans l'approximation de Frank-Kamenetskii ou de type Arrhenius, l'épaisseur de la couche limite thermique inférieure est reliée au nombre de Nusselt et au paramètre rhéologique γ_{rh}. Ce paramètre doit être corrigé de l'effet du mécanisme dominant par le coefficient c_g de la même manière que pour la relation Nusselt-Rayleigh (voir Section 3.4). Les résultats des simulations avec une rhéologie composite conduisent à la loi

$$\delta_1 = 1.12\ Nu^{-1} (c_g\ \gamma_{rh})^{-1} \tag{3.11}$$

avec r^2 = 0.961 (Fig. 3.12).

La table 3.2 résume les différentes lois d'échelle mises en évidence pour une rhéologie composite.

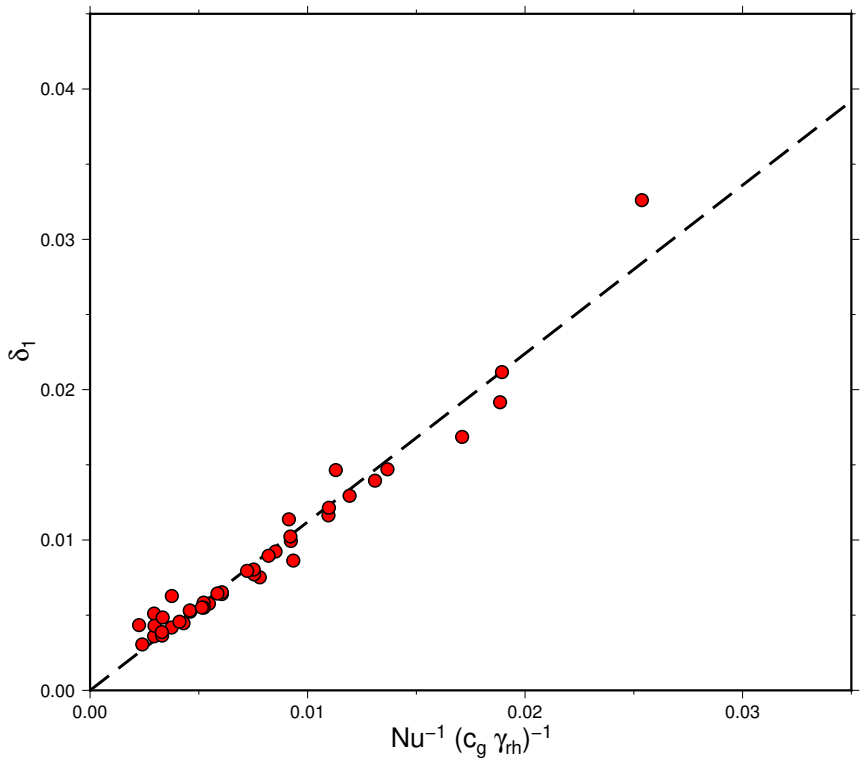

FIGURE 3.12 – Paramétrisation de l'épaisseur de la couche limite thermique chaude δ_1 pour une rhéologie composite, avec c_g=1 pour $p_{diff} > 50\%$ et $c_g = 1.25$ pour $p_{diff} < 50\%$.

3.6 Simplification des lois d'échelle pour les coquilles de glace planétaires

3.6.1 Approximation

Dans le cas spécifique des coquilles de glace I fines, les énergies d'activation des quatre mécanismes de déformation identifiés sont très proches : entre 49 kJ·mol^{-1} et 60 kJ·mol^{-1} (voir Table 1.8). Le fluage par migration des dislocations n'est dominant que proche de la surface, dans le couvercle stagnant. Il ne joue donc pas de rôle dans la dynamique de la couche ou le transfert de chaleur. La viscosité associée aux glissements aux joints de grains et aux glissements sur le plan basal est une somme de la contribution de ces deux mécanismes (Éq. 1.29). Dans tous les cas testés, les glissements aux joints de grains sont le mécanisme le plus important de cette combinaison. Les énergies d'activation reliées aux deux mécanismes les plus importants dans notre étude sont donc de 49 kJ·mol^{-1} et 50 kJ·mol^{-1}, pour le fluage par diffusion et les glissements aux joints de grains respectivement. Ces deux mécanismes sont aussi ceux qui présentent les dépendances aux contraintes les plus faibles (n = 1 et n = 1.8).

Dans ce contexte, il est possible d'approximer au premier ordre le paramètre rhéologique en utilisant l'expression $\gamma = (E_a \Delta T)/(RT_i^2)$ comme pour les cas avec une rhéologie de type Arrhenius, en prenant la même énergie d'activation (E_a = 50 kJ·mol^{-1}).

3.6.2 Paramétrisations simplifiées

La Figure 3.13 montre la loi Nusselt-Rayleigh en prenant en compte ces simplifications. La loi simplifiée devient

$$Nu = 0,40\ Ra_i^{1/3} \gamma^{-4/3}, \tag{3.12}$$

avec un coefficient de détermination r^2 = 0,977. Cette relation décrit également les simulations réalisées avec une loi de type Arrhenius en fluage par diffusion. En effet, le coefficient 0,40 de l'équation 3.12 est proche de celui obtenu avec une rhéologie de type Arrhenius (0.37 dans l'Éq. 2.15).

De la même manière, la paramétrisation de l'épaisseur de la couche limite thermique

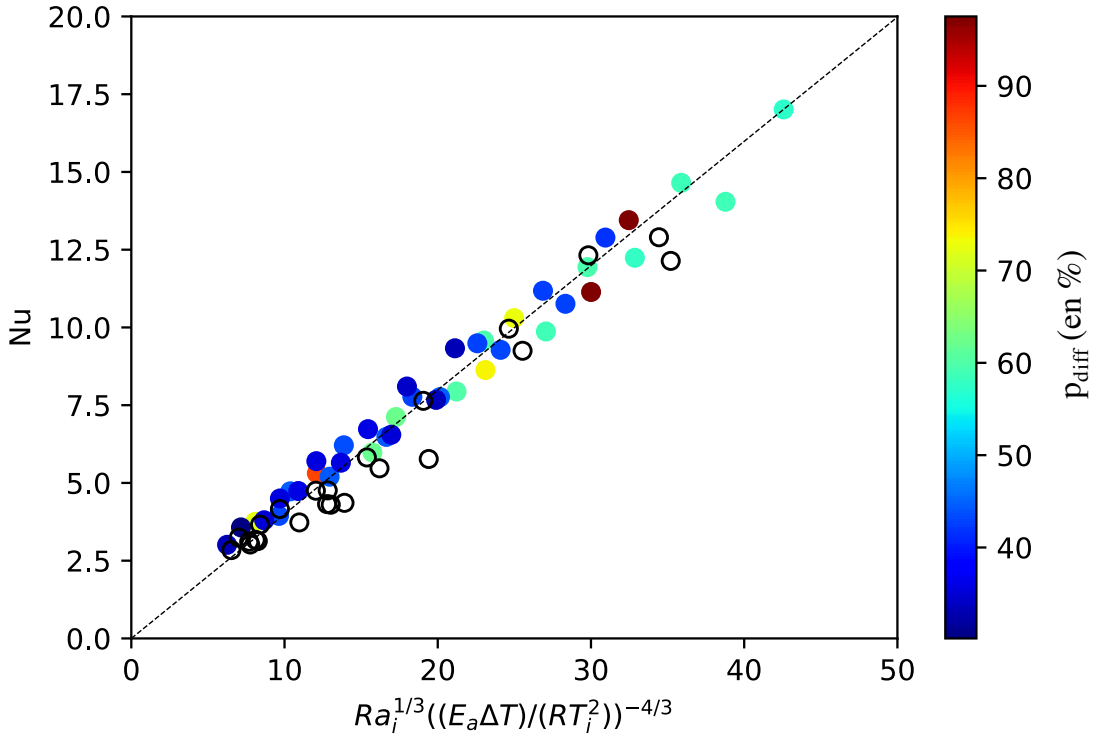

FIGURE 3.13 – Relation Nusselt-Rayleigh $Nu \propto Ra_i^{1/3}\gamma{-}4/3$, avec $\gamma = (E_a\Delta T)/(RT_i^2)$ pour E_a=50 kJ.mol^{-1}. La couleur représente la contribution du fluage par diffusion dans l'inverse de la viscosité (p_{diff}) pour les simulations en rhéologie composite. Les cercles vides correspondent aux simulations avec une loi de viscosité de type Arrhenius en fluage par diffusion et E_a=50 kJ.mol^{-1}.

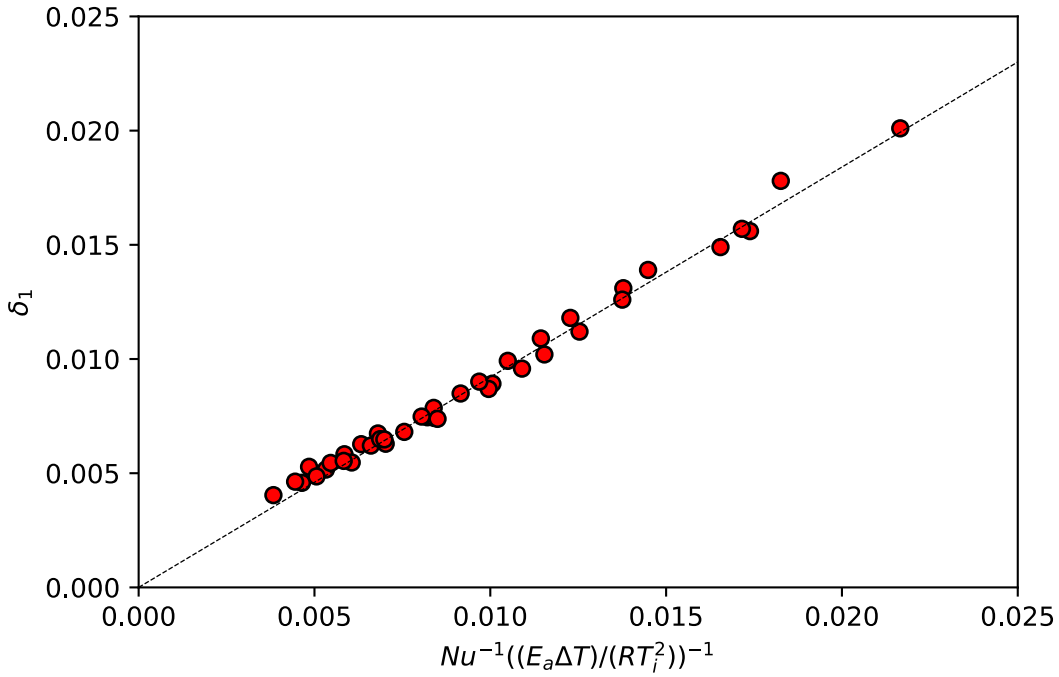

FIGURE 3.14 – Paramétrisation de l'épaisseur de la couche limite thermique inférieure δ_1 pour une rhéologie composite, avec $\gamma = (E_a \Delta T)/(RT_i^2)$ pour E_a=50 kJ.mol^{-1}.

inférieure δ_1 peut aussi être simplifiée, en utilisant $\gamma = (E_a \Delta T)/(RT_i^2)$ et une énergie d'activation de 50 kJ.mol^{-1}. Cette nouvelle paramétrisation est illustrée dans la Figure 3.14 :

$$\delta_1 = 0.92\ Nu^{-1}\gamma^{-1} \tag{3.13}$$

avec r^2 = 0,988.

Ces paramétrisations simplifiées sont plus facilement utilisables dans un modèle paramétré d'évolution thermique. Il est cependant important de préciser que ces lois ne peuvent s'appliquer qu'aux cas de coquilles de glaces I fines dans les conditions particulières des satellites de glace suffisamment grands du système solaire externe. En effet, toutes nos simulations, représentatives de ces corps planétaires, conduisent en pratique à des températures internes et des champs de contraintes similaires (voir Section 3.7). Dans le cas plus complexe des silicates, les énergies d'activation sont très différentes selon les mécanismes : 300 kJ·mol^{-1} pour le fluage par diffusion et 540 kJ·mol^{-1} pour le fluage par migration de dislocations dans le cas de l'olivine sèche [Karato et Wu, 1993].

Une analyse du mécanisme dominant, comme nous l'avons fait précédemment, est alors nécessaire pour que les paramétrisations fonctionnent et aient un sens physique.

3.7 Autres relations

3.7.1 Température interne

Dans nos gammes de paramètres, la température moyenne de la région convective varie très peu d'une simulation à l'autre. En effet, la température oscille de $\sim$0.35% autour de la valeur moyenne de θ_i = 0.9387. La température interne est donc en moyenne plus importante que pour les simulations dans l'approximation de Frank-Kamenetskii (θ_i^{FK} = 0.9219) mais un peu plus faible qu'avec une loi de viscosité de type Arrhenius (θ_i^{AR} = 0.9443). Les coefficients des lois Nusselt-Rayleigh montrent clairement que le transfert thermique est plus efficace lorsque la température est décrite par la loi de viscosité dans l'approximation de Frank-Kamenetskii (coefficient de 0.52, Éq. 2.13) que par la loi composite (coefficient de 0.40, Éq. 3.12) ou par une loi de type Arrhenius (coefficient 0.37, Éq. 2.15). Plus la chaleur sera transférée efficacement, plus la température interne va diminuer.

Comme pour les simulations réalisées avec une loi de viscosité de type Arrhenius et dans l'approximation de Frank-Kamenetskii, d'après Solomatov [1995], la température dépend des épaisseurs des couches limites thermiques inférieure et supérieure (voir Section 2.4.3). La Figure 3.15 montre que les valeurs de température interne en rhéologie composite suivent la même paramétrisation que pour les simulations avec les autres rhéologies (Éq. 2.28) : $\theta_i\ \Delta T = 0.996\ (\Delta T\ \delta_0/(\delta_0 + \delta_1))$. Les données sont séparées en deux groupes distincts, représentant les deux rayons externes R_{top} testés dans nos simulations.

Les écarts de température interne moyenne selon la rhéologie s'expliquent par le fait que les épaisseurs des couches limites thermiques sont différentes selon la rhéologie.

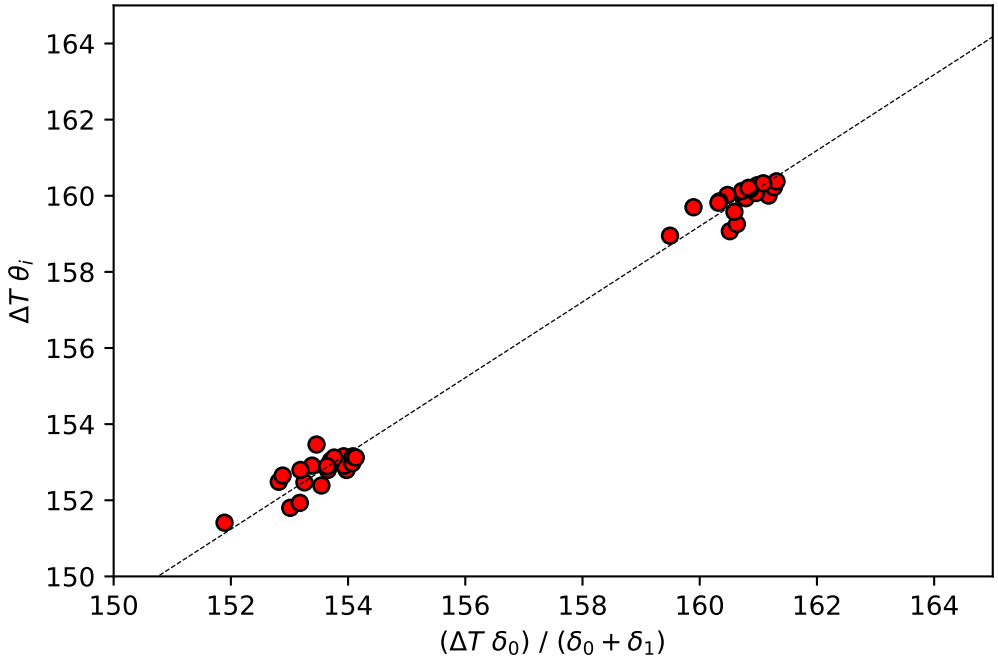

FIGURE 3.15 – Paramétrisation de la température interne adimensionnée θ_i.

3.7.2 Viscosité

La Figure 3.16 illustre la relation entre le nombre de Rayleigh à la base de la couche et le nombre de Rayleigh interne (r^2 = 0.967) :

$$Ra_i = 0.252\ Ra_b. \tag{3.14}$$

Comme pour les simulations réalisées dans l'approximation de Frank-Kamenetskii et avec une formulation de type Arrhenius, le rapport de ces deux nombres de Rayleigh est représentatif du rapport entre la viscosité à la base de la couche et la viscosité interne :

$$\frac{\eta_b}{\eta_i} = 0.252. \tag{3.15}$$

Cette relation est en accord avec Morris et Canright [1984], qui montrent que le saut de viscosité à travers la couche limite thermique inférieure est toujours égal à 4.

Il est plus difficile de paramétrer la viscosité moyenne de la sous-couche rhéologique

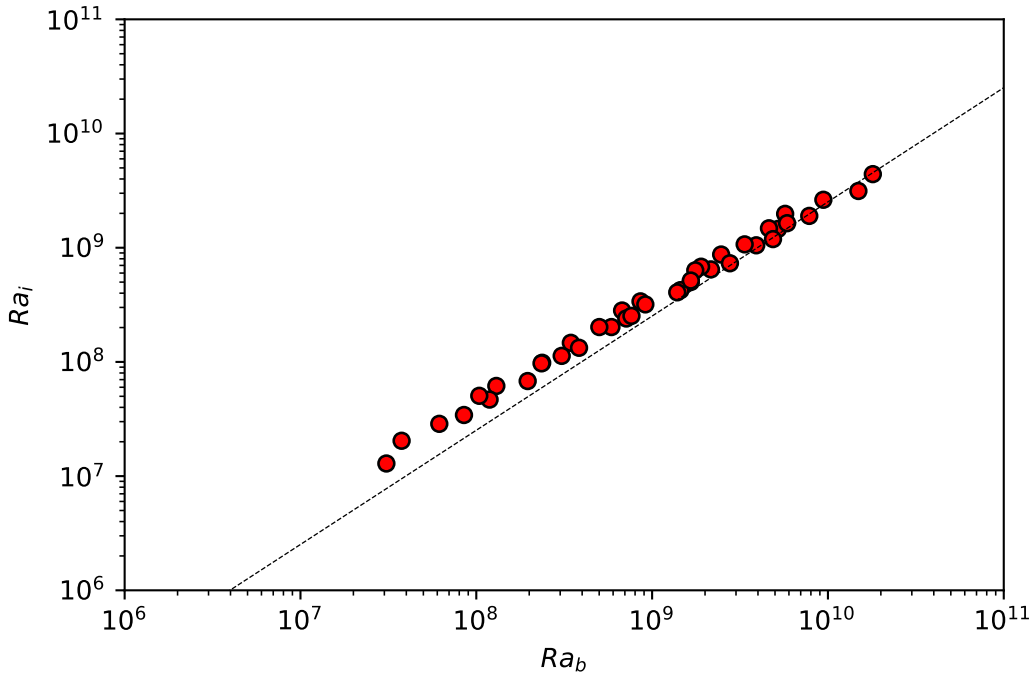

FIGURE 3.16 – Relation entre le nombre de Rayleigh à la base de la couche Ra_b et le nombre de Rayleigh interne Ra_i.

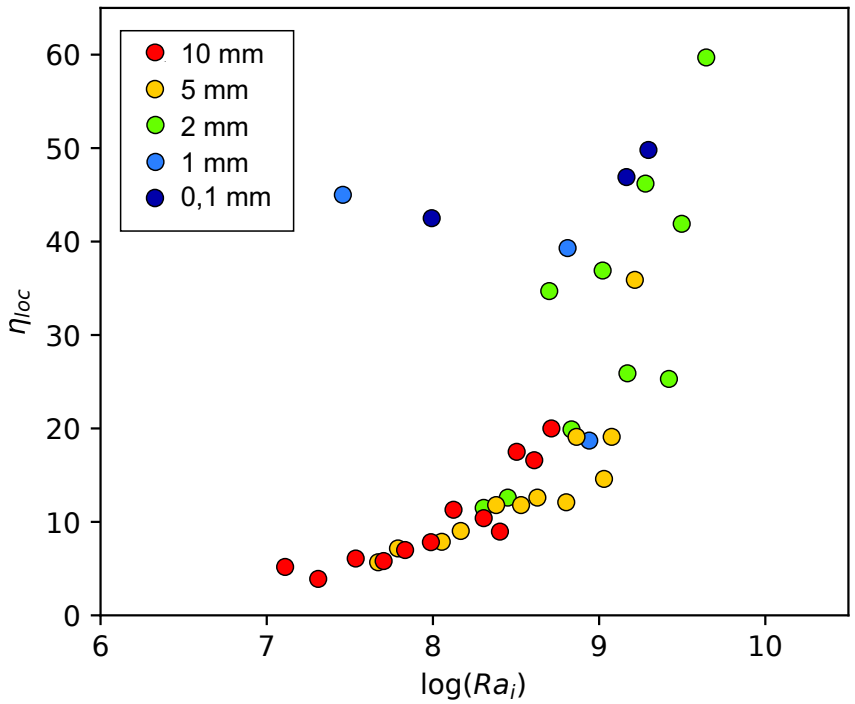

FIGURE 3.17 – Log(Ra_i) en fonction de la viscosité locale moyennée dans la sous-couche rhéologique η^*_{loc}, pour des tailles de grain comprises entre 0,1 et 10 mm.

(Fig. 3.17). Ceci s'explique par le fait que la viscosité varie beaucoup dans cette zone et qu'une seule valeur de viscosité n'est pas totalement représentative de toute la sous-couche. Cependant, comme nous l'avons vu précédemment, pour des tailles de grain inférieures à 3.7 mm, le fluage par diffusion est dominant. Il est alors possible de calculer la viscosité à l'aide d'une loi de type Arrhenius purement diffusive. Les contraintes ne jouent pas de rôle (exposant n = 1) et la température est le seul paramètre variable. Les paramétrisations du nombre de Nusselt, des épaisseurs et de la température interne permettent de retrouver le profil de température facilement.

Pour des tailles de grain plus importantes, la contrainte n'est plus négligeable pour estimer la viscosité dans la sous-couche rhéologique, la déformation devenant dépendante de la contrainte. La viscosité locale adimensionnée η^*_{loc} est dans ce cas reliée au nombre de Rayleigh interne par la relation (Fig. 3.18) :

$$\eta^*_{loc} = 0.0087 \ \exp(0.858 \ \log(Ra_i)). \tag{3.16}$$

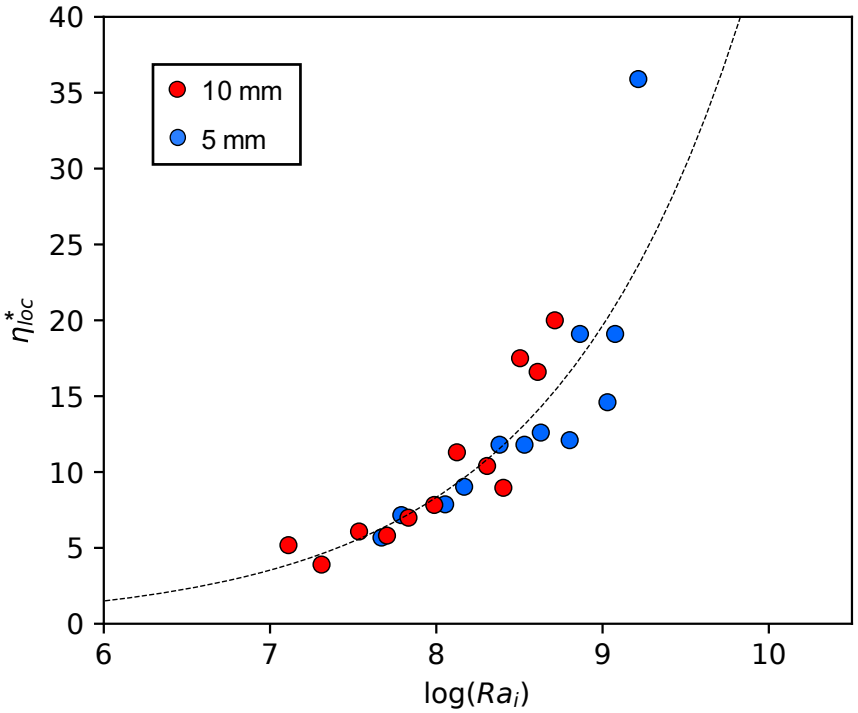

FIGURE 3.18 – Relation entre le nombre de Rayleigh interne Ra_i et la viscosité adimensionnée dans la sous-couche rhéologique η^*_{loc}.

3.8 Conclusion

Le transfert de chaleur par convection dépend fortement de la rhéologie imposée. Dans le cas de la rhéologie composite, le mécanisme de déformation dominant dans la couche de glace dépend principalement de la taille de grain.

Pour des grains de moins de 3.7 mm, le fluage par diffusion est dominant dans toute la couche, excepté au voisinage de la surface où les contraintes sont très fortes et où le fluage par migration de dislocation prend le dessus. Dans cette partie de la couche (le couvercle stagnant), aucun mouvement de convection ne se produit et le seuil de viscosité prescrit dans nos simulations est atteint : la dynamique de la couche de glace n'est donc pas affectée par le fluage par migration de dislocation. Le transfert de chaleur se produit alors comme dans le cas d'une rhéologie d'Arrhenius pour un fluage par diffusion et les relations mises en évidence dans le chapitre précédent (Section 2.4) décrivent le transfert thermique et la structure de la couche.

Lorsque la taille des grains augmente, les mécanismes de déformation par glissements aux joints de grains et/ou sur le plan basal deviennent dominants, car la dépendance à la taille de grain de ces mécanismes est plus faible : la viscosité associée à la combinaison de ces mécanismes est moins importante et elle devient la principale contribution de la viscosité totale. En pratique, si la taille de grain excède 7.6 mm, le fluage par glissement aux joints de grains et/ou sur le plan basal est le plus important dans la région convective et dans la sous-couche rhéologique, toutes deux impliquées dans la dynamique convective. Pour des grains dont le diamètre est compris entre 3.7 et 7.6 mm, le fluage par diffusion est dominant dans la partie interne de la couche alors que les glissements aux joints de grains et/ou sur le plan basal dominent dans la sous-couche rhéologique.

La loi Nusselt-Rayleigh, lorsqu'elle dépend du paramètre rhéologique moyen de la sous-couche rhéologique γ_{rh}, est logiquement affectée par ces différences. γ_{rh} doit être ajusté selon un paramètre c_g dépendant du mécanisme dominant dans cette sous-couche instable : c_g = 1 quand la contribution du fluage par diffusion est majoritaire ($p_{diff} > 50\%$) et c_g = 1.25 si $p_{diff} < 50\%$, c'est à dire si les glissements aux joints de grains et sur le plan basal sont les plus importants.

Cependant, dans le cas particulier de la glace-I, les énergies d'activation, c'est-à-dire la dépendance en température de la viscosité, pour les deux mécanismes potentiellement

dominants (fluage par diffusion et par glissements aux joints de grains et/ou sur le plan basal) sont très proches. Ainsi, si on restreint l'analyse aux croûtes glacées des satellites envisagés pour cette étude (et les gammes considérées pour leur géométrie et la température de surface), il est possible de simplifier la relation entre les nombres de Nusselt et de Rayleigh prenant en compte le paramètre rhéologique calculé avec la température interne et en fixant l'énergie d'activation.

Le transfert de chaleur est globalement moins efficace que dans le cas d'une viscosité décrite avec l'approximation de Frank-Kamenetskii mais légèrement plus que dans le cas d'un fluage par diffusion. Cette dernière constatation est due au fait que dans le cas composite la sous-couche rhéologique est globalement moins visqueuse comparée au cas Arrhenius où seul le fluage par diffusion est considéré. Les mouvements convectifs sont donc facilités. Le transfert de chaleur dans le cas composite est donc surestimé avec l'utilisation de l'approximation de Frank-Kamenetskii, mais reste globalement le même qu'en rhéologie de type Arrhenius en fluage par diffusion uniquement. On observe cette même tendance pour l'épaisseur de la couche limite thermique inférieure : δ_1 est plus fine en rhéologie composite comparée à l'approximation de Frank-Kamenetskii, et similaire à celle observée en rhéologie de type Arrhenius. La couche limite thermique supérieure et le couvercle stagnant sont quant à eux plus épais, mais la sous-couche rhéologique est amincie en rhéologie composite comparée aux autres rhéologies testées.

La présence aujourd'hui d'un océan dans les corps glacés du système solaire est fortement dépendante de l'efficacité du transfert de chaleur. L'utilisation des nouvelles lois dérivées dans ce chapitre dans les modèles d'évolution thermique paramétrés permettra de mieux décrire le transfert de chaleur et par conséquent l'évolution de leur structure interne.

	Lois d'échelle
Composite - générale	$p_{diff-rh} = -16.63 \ln(d_g) - 43.18$ $p_{gbs/bas-rh} = -0.95\ p_{diff} + 95.54$ $p_{diff-int} = 0.0057\ p_{diff-rh}^2 + 1.5683\ p_{diff-rh}$ $p_{gbs/bas-int} = -0.96\ p_{diff-int} + 96.05$ $\gamma_{rh} = 0.18\ p_{diff} + 8.27$ (f >0.95) $Nu = 0.65\ Ra_i^{1/3}(c_g\gamma_{rh})^{-4/3}$ $\delta_0 = 0.98\ Nu^{-1}$ $d_{sl} = 0.82\ Nu^{-1}$ $\delta_{rh} = 0.16\ Nu^{-1}$ $\delta_1 = 1.12\ Nu^{-1}(c_g\gamma_{rh})^{-1}$ $\theta_i = 0.996\ \delta_0/(\delta_0 + \delta_1)$ $Ra_i = 0.252\ Ra_b$ $\eta^*_{loc} = 0.0087\ \exp(0.858\ \log(Ra_i))$
Composite - simplifiée	$\gamma = \frac{E_a \Delta T}{R T_i^2}$ $Nu = 0.40\ Ra_i^{1/3}\gamma^{-4/3}$ $\delta_1 = 0.92\ Nu^{-1}\gamma^{-1}$

TABLE 3.2 – Résumé des lois d'échelle obtenues pour une rhéologie composite en convection dépendante du temps. c_g = 1 lorsque le mécanisme dominant dans la sous-couche rhéologique est le fluage par diffusion et c_g = 1.25 quand les glissements aux joints de grains et/ou sur le plan basal sont dominants. Dans le cas particulier de la glace-I, il est possible de simplifier le calcul du paramètre rhéologique γ_{rh} et donc la relation Nusselt-Rayleigh et celle permettant d'estimer l'épaisseur de la couche limite thermique inférieure δ_1 (voir Section 3.6).

Chapitre 4

Application des lois d'échelle à l'évolution thermique de Ganymède

De nouvelles lois d'échelle décrivant le transfert de chaleur pour différentes rhéologies ont été mises en évidence dans les chapitres précédents (Chap. 2 et 3). L'utilisation d'une loi rhéologique plus réaliste, prenant en compte les mécanismes de fluage de la glace, modifie de manière notable le transfert de chaleur par rapport aux approches classiques basées sur des lois rhéologiques simplifiées. La structure de l'hydrosphère des corps glacés, c'est-à-dire les épaisseurs des couches de glace-I, de l'océan et de glace haute pression, est contrainte par les processus de fusion/cristallisation de l'océan. Les variations dans l'efficacité du transfert thermique peuvent être significatives et jouer un rôle dans la mise en place et l'évolution de ces différentes couches. Pour mieux contraindre la structure interne des corps glacés, les nouvelles relations décrivant le transfert thermique (Chap. 3) ont été implémentées dans un modèle d'évolution thermique paramétré. Dans une première partie, nous montrons de quelle manière les profils de température peuvent être reconstruits selon les hypothèses rhéologiques choisies. Le modèle d'évolution thermique utilisé est présenté dans une deuxième partie. Enfin, nous présentons une application du modèle d'évolution à Ganymède en mettant en évidence les facteurs impactant l'histoire thermique de ce satellite.

4.1 Reconstruction de profils de température

Dans cette section, les lois d'échelle déterminées précédemment sont utilisées dans le but de reconstituer le profil de température de la couche de glace une fois l'équilibre thermique atteint. Le principe général est expliqué ci-dessous puis cette méthode est appliquée aux simulations réalisées avec CHEOPS-2D. Les résultats obtenus avec les lois d'échelle mises en évidence pour la rhéologie composite générale sont comparées aux paramétrisations simplifiées (voir Section 3.6).

4.1.1 Principe général

Une fois l'équilibre thermique atteint, le profil radial de température moyenné à la fois latéralement et temporellement est constant. Il peut être simplifié de la manière suivante.

À la surface, la température adimensionnée est égale à 0. Le transfert de chaleur dans le couvercle stagnant est purement conductif. Dans la sous-couche rhéologique, partie instable de la couche limite thermique, le transfert de chaleur est à la fois conductif et advectif, mais la conduction prédomine. L'épaisseur de cette sous-couche rhéologique (δ_{rh}) étant faible, nous supposerons que le transfert de chaleur se fait uniquement par conduction jusqu'à la base de la couche limite thermique supérieure (profondeur δ_0). Si on néglige la (très faible) courbure de la couche, la température augmente de façon linéaire avec la profondeur dans la partie supérieure de la couche de glace. Une fois la température interne atteinte, celle-ci reste constante dans toute la partie convective, c'est à dire jusqu'au sommet de la couche limite thermique inférieure (profondeur 1-δ_1). À nouveau, le transfert de chaleur conductif domine dans la couche limite thermique chaude : le profil de température est donc de nouveau linéaire et la température adimensionnée à la base vaut 1.

Afin d'obtenir un profil de température synthétique, il est donc nécessaire de déterminer les épaisseurs des couches limites thermiques inférieure et supérieure (respectivement δ_1 et δ_0) et la température interne sous leur forme adimensionnée.

Dans le cas d'une loi de viscosité dans l'approximation de Frank-Kamenetskii, le paramètre rhéologique γ est constant à travers la couche et fixé comme paramètre d'entrée. Le nombre de Rayleigh à la base de la couche Ra_b est calculé avec la viscosité à la base de la couche. Celle-ci est connue : il s'agit de la viscosité de référence, correspondant à

la viscosité de la glace au point de fusion. L'Équation 2.30 permet de calculer le nombre de Rayleigh interne Ra_i avec la valeur de Ra_b. Le nombre de Nusselt Nu est déterminé avec l'Équation 2.12 dans le cas où $Ra_i < 10^7$ (convection stationnaire) ou l'Équation 2.13 si Ra_i est plus important (convection dépendante du temps). À partir du nombre de Nusselt, les Équations 2.17, 2.23 et 2.24 permettent de calculer les épaisseurs adimensionnées des couches limites thermiques froide et chaude, qui donnent accès à la valeur de la température interne de la région convective et bien mélangée.

Pour une rhéologie composite, la contribution en pourcentage du mécanisme de fluage par diffusion dans la sous couche-rhéologique est déterminée avec la taille de grain imposée. A partir de cette valeur de p_{diff} et de la courbure f, le paramètre γ_{rh} peut être calculé. La même méthode que pour les simulations réalisées dans l'approximation de Frank-Kamenetskii est ensuite appliquée.

Pour les cas avec une loi de viscosité de type Arrhenius en diffusion, le paramètre γ n'est pas connu *a priori*, puisqu'il dépend de la température interne de l'intérieur convectif de la couche étudiée à l'équilibre thermique. Il en est de même pour le cas des lois simplifiées de la rhéologie composite (voir Section 3.6). La température interne initiale est alors fixée à une valeur arbitraire, puis recalculée à partir de la paramétrisation des épaisseurs des couches limites thermiques. La température interne finale est obtenue lorsque les valeurs de γ, de Nu, de δ_0, de δ_1 sont cohérentes et aboutissent à la même valeur de θ_i.

4.1.2 Reconstruction de profils de température en rhéologies simplifiées

Les profils de température reconstitués pour les simulations réalisées dans le cadre de l'approximation de Frank-Kamenetskii et pour une loi de viscosité de type Arrhenius (fluage par diffusion) sont présentés dans cette section. Ils sont reconstruits selon la méthode décrite précédemment.

Pour une loi de viscosité dans le cadre de l'approximation de Frank-Kamenetskii, les profils de température reconstitués sont raisonnablement proches des profils obtenus avec CHEOPS-2D (voir exemples Fig. 4.1.a), mises à part les portions courbes du profil observées dans les couches limites d'épaisseur d_{rh} et d_1, où l'advection, bien que non

dominante, n'est pas négligeable, ainsi que dans une région de renflement (overshoot) du profil moyen au voisinage interne de la couche limite thermique chaude. Un tel overshoot, bien connu dans le cas de la convection isovisqueuse, traduit l'accumulation de panaches émanant d'une des couches limites au voisinage de la couche limite opposée [Sotin et Labrosse, 1999]. Son absence au voisinage de la couche limite thermique froide traduit le fait déjà noté que les panaches froids sont plus prononcés dans nos simulations et que les panaches chauds interagissent avec une couche instable froide à travers laquelle règne un saut de température plus grand rendant leur effet plus dur à détecter. Ces écarts, notables localement dans les sous-couches rhéologiques, n'entrainent néanmoins pas de différence sur le transfert de chaleur en surface, qui est considéré dans les méthodes d'évolution paramétrée. La loi reliant le nombre de Nusselt Nu au nombre de Rayleigh interne Ra_i permet de prédire le nombre de Nusselt avec une erreur moyenne de 2.73 %. Les épaisseurs des couches limites thermiques sont moins bien déterminées : on observe un écart moyen de 7.13 % et de 4.20 % entre les valeurs prédites et celles provenant des simulations de convection pour δ_0 et δ_1 respectivement. La température interne θ_i du profil reconstitué est quant à elle très proche de la valeur obtenue avec CHEOPS-2D, puisqu'on observe une différence de seulement 0.44 % en moyenne. Toutes les valeurs des écarts entre les profils moyens des simulations 2D et les profils reconstitués sont répertoriées dans le Tableau 4.1.

Pour les cas dans lesquels la viscosité est décrite par une loi de type Arrhenius (fluage par diffusion), les profils de température reconstitués sont également en plutôt bon accord avec les profils provenant des résultats de CHEOPS-2D (exemples Fig. 4.1.b), même si les écarts constatés sont un peu plus importants que pour les simulations réalisées dans le cadre de l'approximation de Frank-Kamenetskii. Le nombre de Nusselt est reproduit avec une erreur moyenne de 6.85 % (avec une valeur médiane de 4.58 %). Les épaisseurs des couches limites thermiques sont, comme pour les simulations dans l'approximation de Frank-Kamenetskii, moins bien déterminées (écart de 7.00 % pour δ_0 et de 6.62 % pour δ_1). Le calcul de la température interne avec les lois d'échelle est quant à lui plus précis : on observe un écart entre la valeur moyenne θ_i obtenue avec CHEOPS-2D et celle reconstituée de 0.64 %. Comme pour les profils obtenus dans l'approximation de Frank-Kamenetskii, les écarts aux valeurs provenant des simulations de convection 2D se trouvent dans le Tableau 4.1.

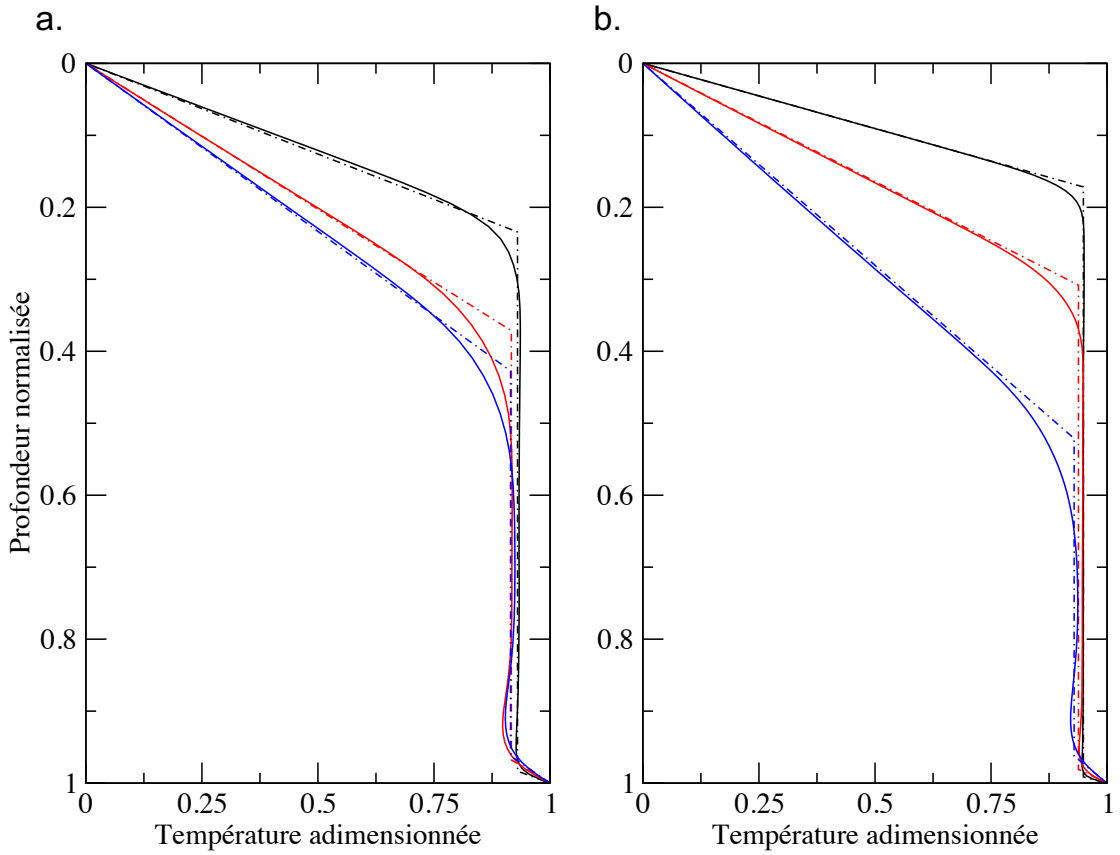

FIGURE 4.1 – Profils de température issus des résultats de CHEOPS-2D (trait plein) et profils de température reconstitués à partir des lois d'échelle (pointillés). a. Profils dans le carde de l'approximation de Frank-Kamenetskii. Convection dépendante du temps avec f = 0.978, R_{top} = 2576 km, γ = 16 et Ra_b = 1×10^8 (noir) ; convection dépendante du temps avec f = 0.90, R_{top} = 2576 km, γ = 14 et Ra_b = 1×10^7 (rouge) ; convection stationnaire avec f = 0.94, R_{top} = 2576 km, γ = 14 et Ra_b = 5×10^6 (bleu). b. Profils avec une rhéologie de type Arrhenius dans le cas d'un fluage uniquement par diffusion. Convection dépendante du temps avec f = 0.97, R_{top} = 2576 km, E_a = 62 kJ·mol^{-1} et d_g = 0.1 mm (noir) ; convection dépendante du temps avec f = 0.96, R_{top} = 2631 km, E_a = 50 kJ·mol^{-1} et d_g = 10 mm (rouge) ; convection stationnaire avec f = 0.93, R_{top} = 250 km, E_a = 50 kJ·mol^{-1} et d_g = 0.5 mm (bleu).

	Frank-Kamenentskii	Arrhenius (fluage par diffusion)
Nu	moyenne : 2.73 % médiane : 2.87 %	moyenne : 6.85 % médiane : 4.58 %
δ_0	moyenne : 7.13 % médiane : 6.81 %	moyenne : 7.00 % médiane : 5.10 %
δ_1	moyenne : 4.19 % médiane : 2.95 %	moyenne : 6.62 % médiane : 6.58 %
θ_i	moyenne : 0.44 % médiane : 0.35 %	moyenne : 0.64 % médiane : 0.58 %

TABLE 4.1 – Écarts en pourcentage entre les valeurs de Nu, δ_0, δ_1, θ_i obtenues à partir des résultats des simulations de convection avec CHEOPS-2D et celles déterminées avec nos lois d'échelle, dans le cas d'une loi de viscosité dans l'approximation de Frank-Kamenetskii ou de type Arrhenius (fluage par diffusion).

Les variations observées entre les profils provenant des résultats de CHEOPS-2D et ceux issus de l'application des lois d'échelle sont dues à la précision des paramétrisations présentées dans les Chapitres 2 et 3. Les écarts sont cependant faibles, et les profils de température obtenus sont proches des profils de température des simulations de convection à l'équilibre thermique. Nos lois permettent donc bien de décrire la température à l'intérieur de la couche de glace convective pour une rhéologie donnée. Pour les lois de viscosité dans le cadre de l'approximation de Frank-Kamenetskii et de type Arrhenius en fluage par diffusion, les paramétrisations approchant le mieux les résultats des simulations numériques de convection sont celles permettant de déterminer le nombre de Nusselt Nu et la température interne θ_i. Comme nous le verrons par la suite (Section 4.1.4), même si les profils reconstitués dans l'approximation de Frank-Kamenetskii sont en bon accord avec les profils moyens provenant des simulations de CHEOPS-2D avec cette même rhéologie, les paramétrisations dérivées dans l'approximation de Frank-Kamenetskii entrainent un biais systématique lorsqu'on les compare à des simulations plus réalistes incluant la rhéologie composite de la glace I.

4.1.3 Rhéologie composite

Les lois d'échelle mises en évidence dans le cas de la rhéologie composite sont fortement dépendantes du mécanisme de fluage dominant dans la sous-couche rhéologique, et donc de la taille des grains de glace dans la couche. Du fait que les énergies d'activation associées aux mécanismes susceptibles d'être dominants dans cette région (à savoir le fluage par diffusion et la combinaison des mécanismes de fluage par glissement aux joints de grains et glissement sur le plan basal) sont proches dans le cas de la glace I, des relations plus simples, permettant de déterminer le nombre de Nusselt et les épaisseurs des couches limites thermiques, existent. Dans cette section, nous comparons les profils de température reconstitués avec ces deux méthodes.

La Figure 4.2 montre les profils reconstitués de quatre simulations. Dans tous les cas testés, l'utilisation des lois d'échelle simplifiées permet de mieux reproduire le profil initial. Ceci s'explique par le fait que le paramètre rhéologique γ_{rh} utilisé dans le cas général est déterminé à partir de la contribution du fluage par diffusion dans la sous-couche rhéologique (Éq. 3.6), pour lequel il a été difficile de trouver une loi d'échelle complètement satisfaisante. Pour chaque valeur du profil reconstitué (Nu, δ_0, δ_1 et θ_i), l'écart en pourcentage par rapport au profil moyen est deux fois plus élevé avec les lois d'échelle générales qu'avec les lois d'échelle simplifiées (Tab. 4.2).

Les profils reconstitués avec les lois d'échelle simplifiées sont proches des profils moyennés à partir des simulations de CHEOPS-2D. On observe une différence de 6.45 % entre les nombres de Nusselt calculés et moyennés et de seulement 0.41 % pour la température interne. Les épaisseurs des couches limites thermiques supérieure et inférieure sont un peu moins bien déterminées : l'écart moyen est de 5.98 % et 8.51 % respectivement. Les lois d'échelle simplifiées permettant de déterminer la température interne θ_i et le nombre de Nusselt Nu sont celles implémentées dans le modèle d'évolution thermique paramétré (Section 4.2.3).

4.1.4 Comparaison des rhéologies dans l'approximation de Frank-Kamenetskii et composite

Les Tableaux 4.1 et 4.2 donnent les écarts entre les valeurs obtenues avec nos lois d'échelle et les valeurs déterminées à partir des simulations réalisées avec CHEOPS-

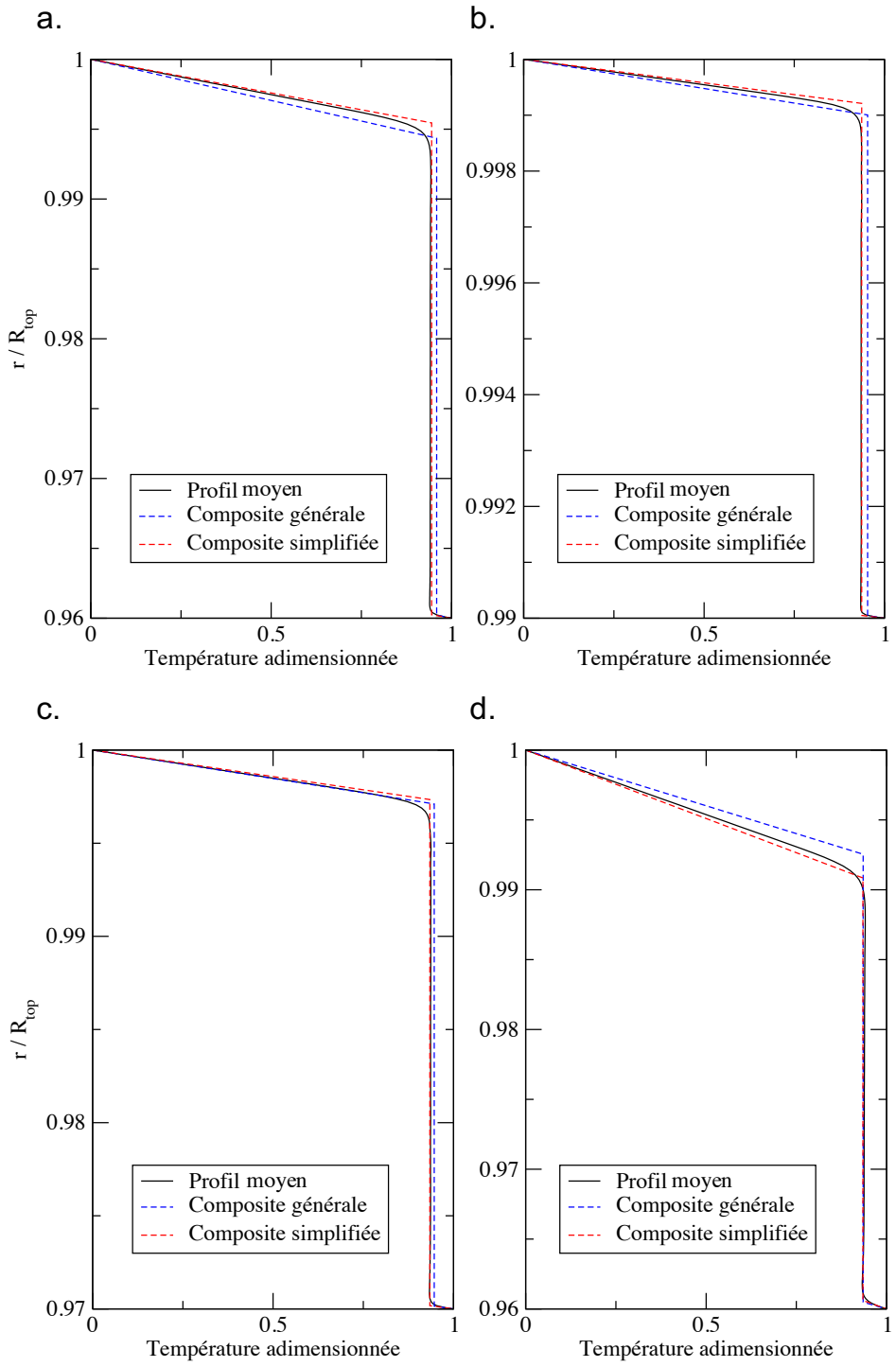

FIGURE 4.2 – Profils de température issus des résultats de CHEOPS-2D en rhéologie composite (noirs) et profils de température reconstitués à partir des lois d'échelle générales (bleus) ou simplifiées (rouges). Toutes les simulations sont dépendantes du temps. a. Simulation réalisée avec f = 0.96, R_{top} = 250 km et d_g = 0.01 mm. b. Simulation réalisée avec f = 0.99, R_{top} = 2576 km et d_g = 0.1 mm. c. Simulation réalisée avec f = 0.97, R_{top} = 2631 km et d_g = 1 mm. d. Simulation réalisée avec f = 0.96, R_{top} = 2631 km et d_g = 10 mm.

	Générale	Simplifiée
Nu	moyenne : 11.10 % médiane : 10.82 %	moyenne : 6.45 % médiane : 6.08 %
δ_0	moyenne : 11.94 % médiane : 9.21 %	moyenne : 5.98 % médiane : 4.74 %
δ_1	moyenne : 15.5 % médiane : 13.04 %	moyenne : 8.51 % médiane : 8.39 %
θ_i	moyenne : 0.83 % médiane : 0.58 %	moyenne : 0.41 % médiane : 0.42 %

TABLE 4.2 – Écarts en pourcentage entre les valeurs de Nu, δ_0, δ_1, θ_i obtenues à partir des résultats des simulations de convection avec CHEOPS-2D en rhéologie composite et celles déterminées avec nos lois d'échelle générales ou simplifiées.

2D pour une même rhéologie. Ainsi, les profils reconstitués avec les paramétrisations dérivées des simulations dans l'approximation de Frank-Kamenetskii sont plus proches de leur profil obtenu avec CHEOPS-2D que ceux réalisés avec une loi de viscosité composite. Cependant, comme nous l'avons vu précédemment, la loi de viscosité composite prend en compte les différents mécanismes de déformation identifiés pour la glace I. Les résultats obtenus avec cette rhéologie sont donc plus réalistes que ceux obtenus avec une loi de viscosité simplifiée (dans l'approximation de Frank-Kamenetskii ou de type Arrhenius). Les profils de température reconstruits doivent donc être proches des profils de température issus des simulations de CHEOPS-2D réalisées avec une rhéologie composite pour être considérés représentatifs des profils de température réels.

Les lois d'échelle dérivées de simulations dans l'approximation Frank-Kamenetskii sont ici appliquées et comparées aux profils de température obtenus avec CHEOPS-2D en rhéologie composite (Fig. 4.3). On observe que les paramétrisations dérivées des simulations réalisées dans le cadre de l'approximation de Frank-Kamenetskii ne permettent pas de reconstituer un profil de température de manière satisfaisante. L'erreur moyenne sur le nombre de Nusselt est de plus 30 %. L'efficacité du transfert de chaleur est surestimée par les lois dérivées des simulations dans l'approximation de Frank-Kamenetskii. L'écart entre la température interne réelle et celle obtenue avec les lois d'échelle est également

	Composite	Frank-Kamenetskii
Nu	moyenne : 6.45 % médiane : 6.08 %	moyenne : 33.08 % médiane : 36.51 %
δ_0	moyenne : 5.98 % médiane : 4.74 %	moyenne : 22.64 % médiane : 25.36 %
δ_1	moyenne : 8.51 % médiane : 8.39 %	moyenne : 10.46 % médiane : 8.69 %
θ_i	moyenne : 0.41 % médiane : 0.42 %	moyenne : 1.48 % médiane : 1.60 %

TABLE 4.3 – Écarts en pourcentage entre les valeurs de Nu, δ_0, δ_1, θ_i obtenues à partir des résultats des simulations de convection avec CHEOPS-2D en rhéologie composite et celles déterminées avec nos lois d'échelle simplifiées en rhéologie composite ou dans le cadre de l'approximation de Frank-Kamenetskii.

relativement important : de plus de 1 %.

Ces lois d'échelle classiques sont souvent utilisées dans les modèles d'évolution paramétrés (par exemple Hussmann *et al.*, 2006; Tobie *et al.*, 2005b), bien que le profil obtenu ne soit pas en accord avec le profil de température plus réaliste, issu des simulations de convection thermique en rhéologie composite. Ces différences ne sont pas négligeables et peuvent mener à une mauvaise estimation de l'évolution de la température dans la couche externe des corps glacés. Le transfert de chaleur est alors mal déterminé. Afin d'évaluer l'impact de l'erreur systématique introduite dans les modèles d'évolution lorsque cette approximation est utilisée, nous effectuons par la suite une série de simulations d'évolution thermique à long terme en considérant les deux paramétrisations décrites précédemment.

4.2 Modèle paramétré d'évolution thermique

La structure radiale de l'hydrosphère des corps glacés, et notamment la persistance d'un océan liquide, dépend de sa structure thermique et donc de l'efficacité du transfert de chaleur à travers la coquille externe de glace, du taux de chauffage interne et de la

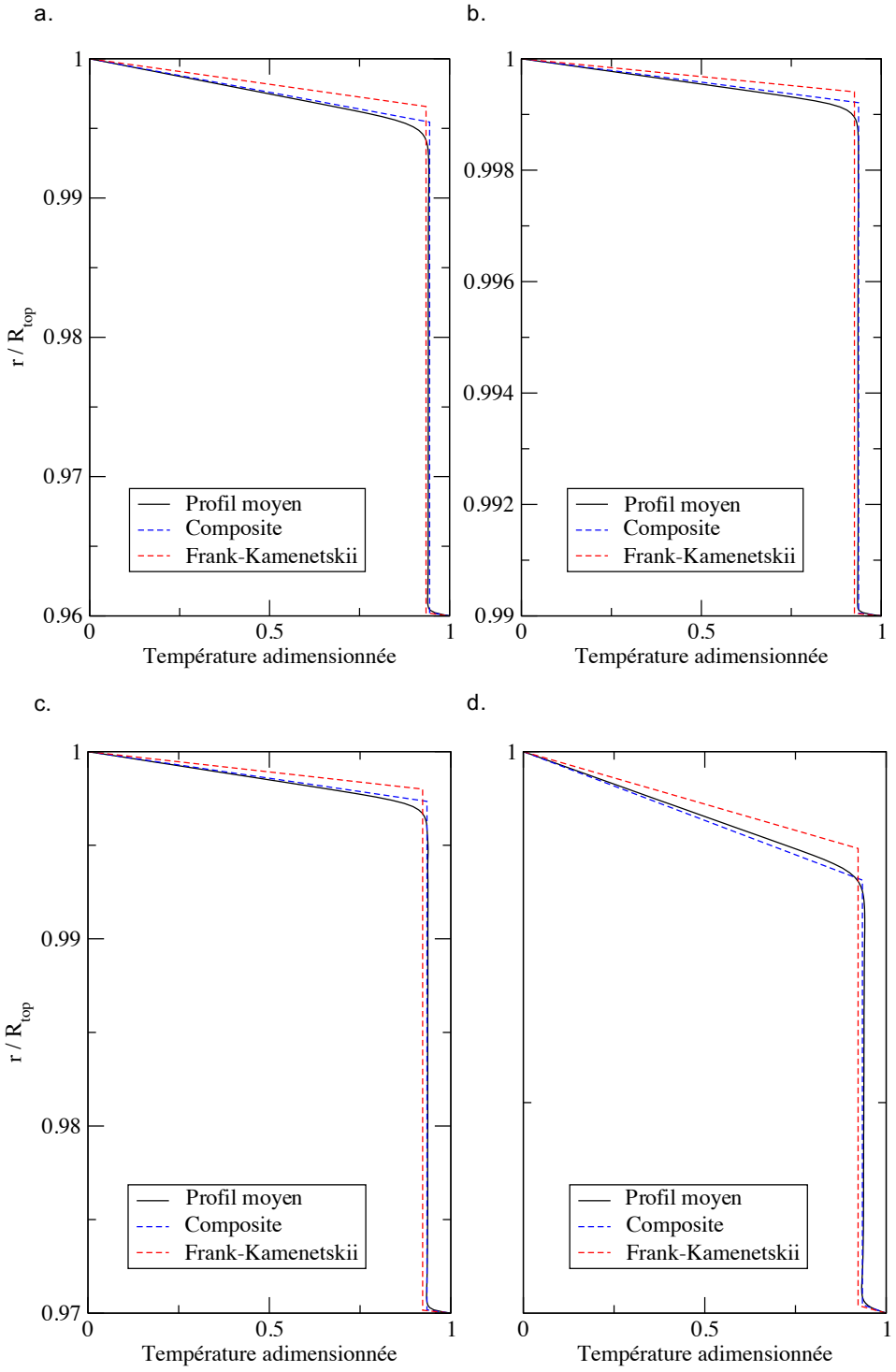

FIGURE 4.3 – Profils de température issus des résultats de CHEOPS-2D en rhéologie composite (noirs) et profils de température reconstitués à partir des lois d'échelle en rhéologie composite simplifiée (bleus) ou dans le cadre de l'approximation de Frank-Kamenetskii (rouges). Toutes les simulations sont dépendantes du temps. a. Simulation réalisée avec f = 0.96, R_{top} = 250 km et d_g = 0.01 mm. b. Simulation réalisée avec f = 0.99, R_{top} = 2576 km et d_g = 0.1 mm. c. Simulation réalisée avec f = 0.97, R_{top} = 2631 km et d_g = 1 mm. d. Simulation réalisée avec f = 0.96, R_{top} = 2631 km et d_g = 10 mm.

concentration en molécules anti-gel de l'océan (modifiant la température de cristallisation). Tous ces facteurs contrôlent la vitesse de refroidissement du corps et jouent donc un rôle dans les processus de fusion/cristallisation de l'hydrosphère. Pour étudier l'histoire thermique des corps planétaires, des modèles paramétrés sont généralement utilisés (voir Section 1.1). Dans le cas des satellites de glace, ceux-ci se basent sur les propriétés physiques de la glace, représentées par le diagramme de phase de l'eau, et les lois d'échelle décrivant le transfert de chaleur. Nous avons montré précédemment que la description de la viscosité modifiait les lois d'échelle du transfert thermique. Ici nous testons différentes rhéologies (approximation de Frank-Kamenetskii et composite) afin d'évaluer de quelle manière une loi de viscosité simplifiée peut affecter la modélisation de l'histoire thermique à long terme.

4.2.1 Principe général

Le modèle paramétré d'évolution thermique utilisé est celui présenté dans les articles de Tobie *et al.* [2005b, 2006]. Le principe général du modèle est représenté sur la Figure 4.4, les différentes étapes sont décrites plus en détails dans les sections suivantes.

Le satellite est supposé être constitué d'un noyau silicaté homogène, entouré d'un océan composé d'eau liquide et d'une teneur variable en ammoniaque. Le noyau métallique est négligé dans cette application. À la surface, une fine couche de glace I est imposée. Du fait du refroidissement du corps, l'océan cristallise rapidement par sa surface. Si le satellite est suffisamment gros, comme Ganymède, la pression à l'interface silicates/océan peut dépasser 0.21 GPa. Dans ce cas, l'océan cristallise simultanément par sa surface et par sa base, menant à la formation d'une couche de glace haute pression sous l'océan liquide. Piégé entre deux couches de glace, celui-ci est isolé de la partie silicatée bien que des échanges puissent intervenir par transport d'eau liquide (glace fondue) au sein de la couche de glace haute pression [Choblet *et al.*, 2017; Kalousová *et al.*, 2018] .

Au début de la cristallisation, la couche de glace externe est trop fine pour que la convection s'initie. Le transfert de chaleur est alors uniquement conductif. La couche de glace s'épaissit rapidement et la convection peut débuter.

La viscosité de référence de la glace I pure au point de fusion, la fraction de NH_3 par rapport à la masse totale de l'hydrosphère et l'épaisseur initiale de la couche de glace sont

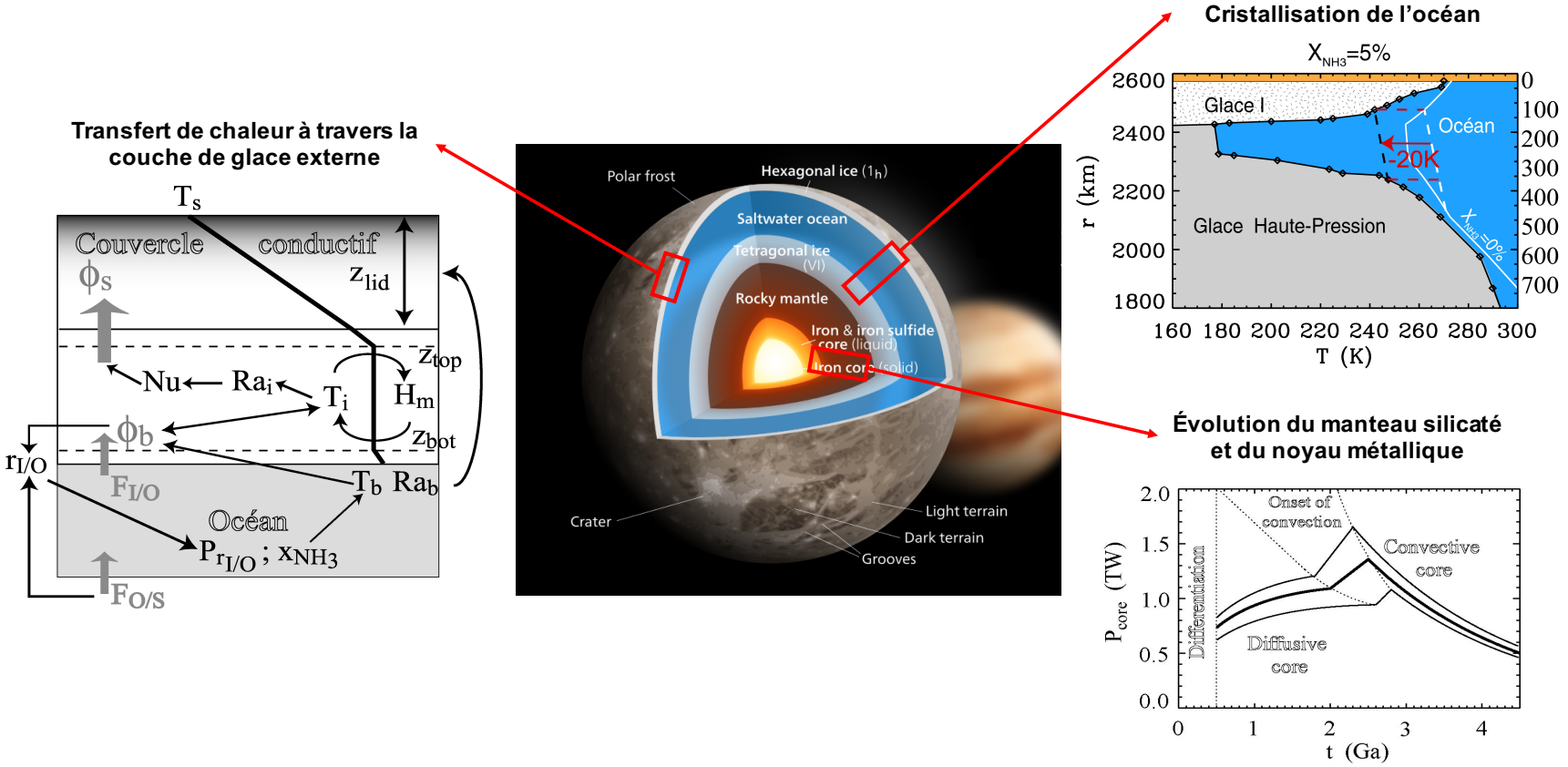

FIGURE 4.4 – Principe général du modèle d'évolution paramétré [Tobie *et al.*, 2005b, 2006] appliqué à l'évolution thermique de Ganymède. Les différentes étapes sont détaillées dans les sections suivantes.

Taille de gain	Viscosité de référence
1 mm	1.43×10^{13} Pa·s
2 mm	5.71×10^{13} Pa·s
3 mm	1.29×10^{14} Pa·s
4 mm	2.29×10^{14} Pa·s
5 mm	3.57×10^{14} Pa·s
6 mm	5.14×10^{14} Pa·s
10 mm	1.43×10^{15} Pa·s

TABLE 4.4 – Viscosité de référence en fonction de la taille de grain imposée dans la couche de glace externe, selon l'Éq. 4.1.

données en paramètres d'entrée. Le noyau silicaté est considéré initialement isotherme et uniforme. Nos simulations de convection ont montré que le mécanisme dominant à la base de la couche de glace est toujours le fluage par diffusion. La viscosité à la base de la couche ne dépend pas des contraintes et est donc

$$\eta_{ref} = A_{diff}^{-1}\, d_g^2\, \exp\left(\frac{E_{a-diff}}{R\, T_{fusion}}\right), \tag{4.1}$$

où A_{diff} = 3.3×10^{-10} Pa^{-1}·m^2·s^{-1} et E_{a-diff} = 50000 J·mol^{-1} sont les paramètres de fluage de la glace I pour le fluage par diffusion (voir Tab. 1.8). T_{fusion} est la température de fusion de la glace pure, égale à 270 K, et R = 8.314 J·mol^{-1}·s^{-1} est la constante universelle des gaz parfaits. Toutes ces valeurs étant constantes, la viscosité de référence reflète donc la taille des grain de glace dans la couche étudiée. Le Tableau 4.4 donne quelques valeurs de viscosité de référence en fonction de la taille de grain considérée. Il est important de noter que la viscosité de référence n'est pas toujours égale à la viscosité à la base de la couche de glace, celle-ci étant déterminée en fonction de la concentration en ammoniaque.

La composition de l'océan de Ganymède est mal connue. La concentration en ammoniaque, qui est généralement considérée de l'ordre de quelques pourcents dans le cas de Titan [Mousis *et al.*, 2009], pourrait être plus faible dans le cas de Ganymède. D'autres éléments (NaCl, $MgSO_4$), au contraire, pourraient être présents en plus grande quantité

[Vance *et al.*, 2018]. Par simplicité, nous considérons ici seulement le cas avec NH_3, le but étant d'évaluer l'influence des simplifications rhéologiques sur l'évolution à long terme d'un satellite comme Ganymède. On peut considérer au premier ordre que la présence d'ammoniaque dans le modèle d'évolution est représentative de l'effet de molécules antigel quelque soit leur nature, bien que la relation entre la température de fusion et la concentration dans l'océan soit différente selon l'espèce chimique considérée.

4.2.2 Évolution des structures thermique et radiale

Le refroidissement d'un corps est lié à la quantité de chaleur s'échappant de ce corps : dans notre cas il s'agit de la chaleur transférée à travers la coquille externe de glace I de Ganymède. L'efficacité de ce transfert thermique conditionne la structure de l'hydrosphère du satellite. Le flux de chaleur provenant du manteau silicaté, les propriétés physiques du système eau-ammoniaque ainsi qu'une bonne description du transfert de chaleur dans la glace I doivent donc être connus.

Flux de chaleur du manteau silicaté

La principale source de chaleur dans le manteau silicaté est le chauffage par désintégration radioactive. Quatre éléments radioactifs principaux sont présents lors de la formation du satellite : le potassium ^{40}K, le thorium ^{232}Th et l'uranium ^{235}U et ^{238}U. Chacun de ces isotopes produit une quantité de chaleur dépendant de sa concentration dans le manteau au temps t (déterminée par sa concentration initiale dans le manteau C_0 et sa constante de désintégration radioactive λ) et de son taux de chauffage H_0. La chaleur totale produite dans le manteau au temps t est la somme des contributions des quatre éléments radioactifs connus :

$$H_{tot}(t) = \sum_{i=1}^{4} H_{0,i}\, C_{0,I}\, e^{-\lambda_i t}. \tag{4.2}$$

Cependant, la composition du manteau silicaté de Ganymède à sa formation n'est pas connue. En se basant sur la composition de différents types de météorites, Hussmann *et al.* [2010] montrent que le taux de chauffage initial $H_{0,tot}$ est compris entre $\sim 2.8\times10^{-11}$ et $\sim 4.6\times10^{-11}$ W·kg^{-1} (Chap. 1, Fig. 1.9). Dans notre modèle, une valeur moyenne de chauffage initial de 4×10^{-11} W·kg^{-1} est imposée, correspondant à la composition d'une

chondrite à enstatites (EH).

Après la différenciation de Ganymède, le flux de chaleur provenant de la partie silicatée est considéré purement conductif (voir Fig. 4.5.a). En supposant un noyau silicaté initialement isotherme, le manteau se réchauffe progressivement et le flux de chaleur en surface augmente en supposant une loi de diffusion [Kirk et Stevenson, 1987] :

$$F_{sil}(t) = \frac{2k_{sil}}{\sqrt{\pi\kappa_{sil}t}} \frac{H_{0,tot}}{C_{p,sil}} \frac{1-e^{-\lambda t}}{\lambda} \frac{R_{sil}^2}{R_{IO}^2}, \tag{4.3}$$

où R_{sil} et R_{IO} sont respectivement les rayons des interfaces glace haute pression-silicates et glace I-océan (Fig. 4.5.b). Après 2 Ga, la température interne dans le manteau silicaté est suffisamment importante ($T_i > 1500$ K), et la viscosité associée suffisamment faible, pour que le nombre de Rayleigh interne soit supérieur au nombre de Rayleigh critique. Le flux de chaleur augmente alors de façon très importante durant la mise en place de la convection, jusqu'à 2.5 Ga, puis diminue progressivement au cours du temps, la chaleur étant évacuée par convection. Cette évolution du noyau silicaté est simplifiée et idéalisée, mais permet de rendre compte au premier ordre des différentes phases attendues au cours de son évolution (réchauffement conductif, initiation de la convection, refroidissement par convection).

À la base de l'océan, le flux de chaleur dépend du flux provenant du manteau silicaté, dû à la désintégration des éléments radioactifs, et du chauffage de marée se produisant au sein de la couche de glace haute pression. Le chauffage de marée étant négligé dans notre application, le flux de chaleur au sommet du manteau silicaté est donc transmis directement à l'interface océan/glace haute pression.

Évolution de l'hydrosphère

L'évolution de la structure de l'hydrosphère, c'est à dire les rayons de l'interface océan/glace haute pression (R_{OHP}) et de l'interface glace I/océan (R_{IO}), est liée au taux de cristallisation de l'océan liquide au cours du refroidissement du corps. Le rayon total de Ganymède n'est pas prescrit en entrée : celui-ci est calculé à chaque pas de temps à partir des masses totales de silicates M_{sil} et de l'hydrosphère M_{H_2O} et du taux de cristallisation de l'océan. L'intégration des équations différentielles de la masse, de l'accélération de gravité et de la pression permettent de retrouver les profils de température adiabatique

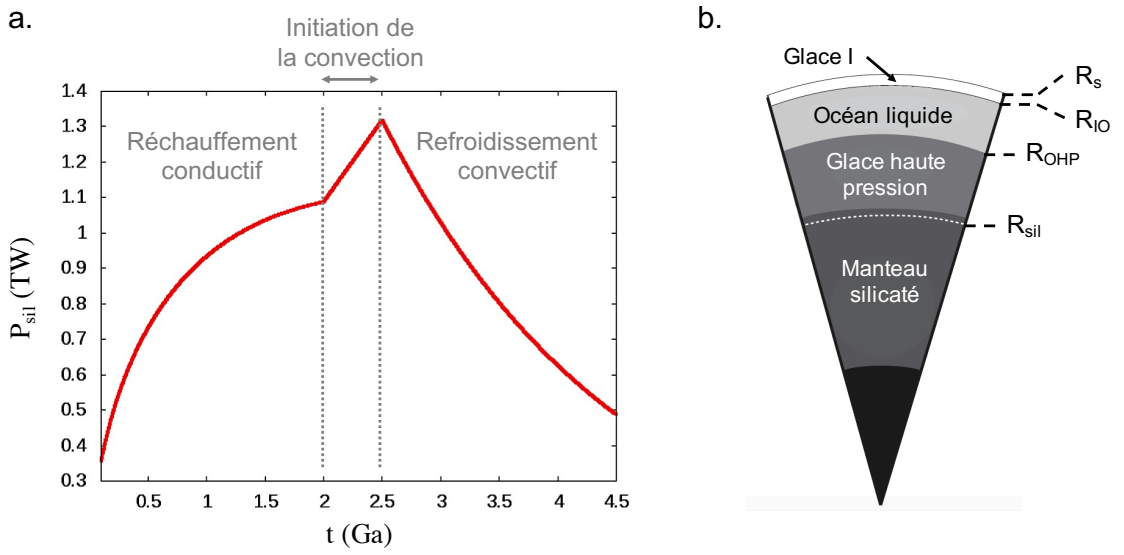

FIGURE 4.5 – a. Modèle d'évolution de la puissance thermique globale du manteau silicaté au cours du temps. b. Schéma de l'intérieur de Ganymède, présentant les différentes couches.

(correspondant au profil de température dans l'océan), de gravité et de pression dans l'océan [Sohl *et al.*, 2002]. La température de cristallisation de l'océan, dépendante de la concentration en NH_3 de la couche liquide, est également calculée en suivant la paramétrisation de Grasset et Pargamin [2005]. Lorsque la concentration en ammoniaque [NH_3] est plus importante, la température de cristallisation de l'océan diminue. Pour une concentration en ammoniaque dans l'océan liquide de 15% à la surface (faible pression), la température de fusion de la glace passe de 270 K à 255 K [Grasset *et al.*, 2000].

Le taux de cristallisation de l'océan varie en fonction des flux de chaleur aux interfaces glace I/océan (F_{IO}) et océan/glace haute pression (F_{OHP}) [Grasset et Sotin, 1996]. Les rayons des interfaces R_{IO} et R_{OHP} dépendent du bilan énergétique de l'océan :

$$\begin{aligned}\left(R_{IO}^2\, F_{IO} - R_{OHP}^2\, F_{OHP}\right)\, dt = &- \int_{R_{OHP}}^{R_{IO}} \rho_{ocean}\, C_{p,ocean} R^2 dT(r) dr \\ &+ \rho_{HP}\, L_{HP}\, R_{OHP}^2\, dr_{OHP} - \rho_I\, L_I\, R_{IO}^2\, dr_{IO},\end{aligned} \tag{4.4}$$

où $\rho_\bullet$, $C_{p,\bullet}$ et $L_\bullet$ sont respectivement la masse volumique, la capacité calorifique et la chaleur latente. Les indices $\bullet_I$, $\bullet_{ocean}$ et $\bullet_{HP}$ font référence à la couche de glace I, à l'océan et à la couche de glace haute pression (Fig. 4.5.b). Les valeurs de ces paramètres

sont données dans le Tableau 4.5.

Transfert de chaleur à travers la couche de glace externe

La chaleur est transférée à travers la coquille glacée par conduction et/ou par convection. Nous prenons en compte ici les dépendances en température de la conductivité thermique k et de la capacité calorifique c_p de la glace I, ce qui n'était pas le cas dans les simulations réalisées avec CHEOPS-2D présentées dans les Chapitres 2 et 3. Comme les variations de température se produisent principalement à travers le couvercle conductif, la prise en compte de cet effet affecte principalement l'épaisseur du couvercle et a *a priori* peu d'impact sur la région convective, située sous le couvercle où la température est constante, et sur le transfert de chaleur. Des simulations 2D de convection thermique consacrées à cet aspect spécifique à l'avenir seraient néanmoins nécessaires pour valider cette approximation.

La conductivité thermique et la capacité calorifique sont calculées telles que

$$k_I(T) = \frac{k_1}{T} + k_2 \tag{4.5}$$

et

$$c_{p,I}(T) = c_{p1}T + c_{p2}, \tag{4.6}$$

respectivement. Les valeurs de k_1, k_2, c_{p1} et c_{p2} se trouvent dans le tableau 4.6.

Si l'épaisseur de la couche étudiée et la température interne ne sont pas assez importantes, le transfert thermique est purement conductif. Dans ce cas, l'équation de la diffusion est résolue en utilisant un schéma de type Crank-Nicholson. Si la couche est assez épaisse et assez chaude, le nombre de Rayleigh interne devient supérieur au nombre de Rayleigh critique (défini d'après Stengel *et al.*, 1982) et la convection débute. Le transfert de chaleur est alors décrit à l'aide des lois d'échelle déterminées dans les Chapitres 2 et 3, comme expliqué dans la section suivante.

4.2.3 Paramétrisation de la convection

Quelle que soit la manière de la décrire, la viscosité dépend toujours fortement de la température et la viscosité proche de la surface est toujours très élevée. La convection,

Paramètre	Valeur
Masse totale	M_{tot} = 1.4819×10^{23} kg
Masse silicates	M_{sil} = 1.0037×10^{23} kg
Masse hydrosphère	M_{H_2O} = 4.7820×10^{22} kg
Température de surface	T_s = 110 K
Glace I	
Densité	ρ_I = 920 kg·m^{-3}
Conductivité thermique	Éq. 4.5
Capacité calorifique	Éq. 4.6
Expansion thermique	α_I = 1.6×10^{-4} K^{-1}
Chaleur latente	L_I = 284×10^3 J·kg^{-1}
Océan	
Densité	$\rho_{océan}$ = 1000 kg·m^{-3}
Capacité calorifique	$c_{p,océan}$ = 4180 J·kg^{-1}·K^{-1}
Expansion thermique	$\alpha_{océan}$ = 3×10^{-4} K^{-1}
Glace haute pression	
Densité	ρ_{HP} = 1400 kg·m^{-3}
Chaleur latente	L_{HP} = 294×10^3 J·kg^{-1}
Silicates	
Densité	ρ_{sil} = 3500 kg·m^{-3}
Conductivité thermique	k_{sil} = 3.5 W·m^{-1}·K^{-1}
Capacité calorifique	$c_{p\ sil}$ = 920 J·kg^{-1}·K^{-1}

TABLE 4.5 – Paramètres physiques utilisés dans le modèle d'évolution thermique appliqué à Ganymède pour les différentes couches.

Paramètres	Valeur
k_1	488 W·m^{-1}
k_2	0.4685 W·m^{-1}·K^{-1}
c_{p1}	7.037 J·kg^{-1}·K^{-2}
c_{p2}	185 J·kg^{-1}·K^{-1}

TABLE 4.6 – Paramètres permettant de calculer la conductivité thermique k et la capacité calorifique c_p de la glace I selon la température (Éqs. 4.5 et 4.6 respectivement) [Hobbs, 1974].

lorsqu'elle a lieu, se produit donc dans le régime à couvercle stagnant.

Le modèle d'évolution de Tobie *et al.* [2005a] s'appuie sur les paramétrisations du transfert de chaleur dérivées de simulations de convection thermique réalisées dans le cadre de l'approximation de Frank-Kamenetskii [Tobie, 2003]. La relation entre le nombre de Nusselt et le nombre de Rayleigh ainsi que le saut de température à travers la couche limite thermique inférieure sont très proches de celles déterminées avec cette rhéologie au cours de cette thèse.

Ces lois d'échelle varient selon la description de la rhéologie (voir Chap. 2 et 3). Les paramétrisations dérivées des simulations réalisées avec la loi de viscosité dans l'approximation de Frank-Kamenetskii, la loi de type Arrhenius (fluage par diffusion) et la loi composite ont été implémentées dans le modèle d'évolution, afin d'étudier l'influence de la rhéologie sur l'histoire thermique de Ganymède. Dans le cas de la loi composite, les reconstructions de profils de température (Section 4.1.3) ont montré que les lois d'échelle simplifiées permettaient de mieux décrire le profil de température de la couche externe des corps glacés. Ce sont donc ces lois qui ont été implémentées dans le modèle (Tab. 4.7). Aucune loi n'ayant été dérivée pour la rhéologie composite dans le cas de la convection stationnaire, les lois issues des simulations réalisées avec une loi de de type Arrhenius en fluage par diffusion uniquement sont utilisées dans cette situation. En pratique, le nombre de Nusselt le plus grand obtenu à partir des paramétrisations détermine si la convection est stationnaire ou dépendante du temps : $Nu = max(Nu_{stationnaire}, Nu_{dépendant\ du\ temps})$.

Frank-Kamenetskii	Arrhenius (fluage par diffusion)	Composite
Convection stationnaire		
Nu = 1.90 $Ra_i^{1/5}\ \gamma^{-1}$ δ_1 = 1.39 $Nu^{-1}\ \gamma^{-1}$-0.0063	Nu = 1.61 $Ra_i^{1/5}\ \gamma^{-1}$ δ_1 = 1.34 $Nu^{-1}\ \gamma^{-1}$-0.0107	Nu = 1.61 $Ra_i^{1/5}\ \gamma^{-1}$ δ_1 = 1.34 $Nu^{-1}\ \gamma^{-1}$-0.0107
Convection dépendante du temps		
Nu = 0.52 $Ra_i^{1/3}\ \gamma^{-4/3}$ δ_1 = 1.09 $Nu^{-1}\ \gamma^{-1}$	Nu = 0.37 $Ra_i^{1/3}\ \gamma^{-4/3}$ δ_1 = 0.87 $Nu^{-1}\ \gamma^{-1}$	Nu = 0.40 $Ra_i^{1/3}\ \gamma^{-4/3}$ δ_1 = 0.92 $Nu^{-1}\ \gamma^{-1}$
Toutes simulations		
δ_0 = 0.96 Nu^{-1}	δ_0 = 0.97 Nu^{-1}	δ_0 = 0.98 Nu^{-1}
θ_i = 0.996 $\frac{\delta_0}{\delta_0\delta_1}$		

TABLE 4.7 – Lois d'échelle implémentées dans le modèle paramétré pour chaque rhéologie considérée.

4.3 Application à l'évolution thermique de Ganymède

4.3.1 Influence de la rhéologie

Les lois d'échelle décrivant le transfert de chaleur dépendent de la rhéologie considérée. Globalement, le transfert thermique est moins efficace avec une rhéologie composite qu'avec une rhéologie dans l'approximation de Frank-Kamenetskii, et la température interne est plus élevée. Des simulations d'évolution thermique avec ces deux rhéologies ont été réalisées.

La Figure 4.6 présente les résultats du modèle d'évolution appliqué à Ganymède pour les deux rhéologies. L'épaisseur initiale de la couche de glace I est fixée à 10 km. Une taille de grain de 2 mm est imposée dans toute la couche de glace externe, correspondant à une viscosité de référence à la base de la couche de η_{ref} = 5.71×10^{13} Pa·s (Tab. 4.4). La concentration massique en ammoniaque dans initiale l'hydrosphère est de 1%.

L'évolution de la structure de l'hydrosphère (Fig. 4.6.a) est assez similaire pour les deux rhéologies. L'épaisseur de l'océan résiduel est légèrement plus grande avec une rhéologie composite comparé au cas réalisé dans l'approximation de Frank-Kamenetskii : la couche liquide a une épaisseur actuelle de 47 km au lieu de 42 km (t = 4.55 Ga). Dans le

cas d'une rhéologie composite, le transfert de chaleur étant moins efficace, la température interne est plus élevée d'environ 5 K tout au long de l'histoire de Ganymède (excepté durant les 20 premiers millions d'années où le transfert thermique est purement conductif dans les deux cas) (Fig. 4.6.b). Les différences sont plus significatives au début de l'évolution, juste après l'initiation de la convection. Le nombre de Rayleigh interne (Ra_i), et donc le nombre de Nusselt (Nu), augmentent moins vite au cours du temps lorsque la viscosité est décrite avec une loi composite (Fig. 4.6.c et d). Le nombre de Rayleigh interne maximal est atteint après 1.24 Ga avec une viscosité décrite dans l'approximation de Frank-Kamenetskii, et après 1.37 Ga dans le cas composite. Les nombres de Nusselt et de Rayleigh actuels sont très proches pour les deux rhéologies. Parce que l'océan est plus fin quand le transfert de chaleur est décrit avec les lois d'échelle dérivées de simulations réalisées dans l'approximation de Frank-Kamenetskii, la concentration en NH_3 dans l'océan est plus importante que pour une rhéologie composite (Fig. 4.6.e).

Pour une taille de gain de 6 mm (Fig. 4.7) (soit η_{ref} = 5.14$\times 10^{14}$ Pa·s), la viscosité de la glace est plus importante. Le transfert de chaleur s'effectue uniquement par conduction durant les 75 premiers millions d'années car la couche de glace externe n'est pas assez épaisse pour permettre l'initiation de la convection. Après 75 Ma, l'apparition de la convection entraîne une diminution brutale de la température interne (Fig. 4.7.b). Une différence de $\sim$8 K pour la température interne est observée entre les deux rhéologies présentées, l'évacuation de la chaleur dans le cas d'une loi de viscosité composite étant moins efficace.

Lorsque les grains de glace sont plus gros, les différences dans la structure de l'hydrosphère sont plus importantes. On observe ainsi que l'océan liquide actuel est plus épais de 20 km quand la viscosité est décrite par une loi composite par rapport à l'approximation de Frank-Kamenetskii (80 km et 60 km d'épaisseur respectivement). La couche de glace I externe est aussi épaisse pour ces deux rhéologies, mais la couche de glace haute pression est plus fine dans le cas de la rhéologie composite. La couche de glace haute pression s'épaissit plus vite que la couche de glace I, et l'océan cristallise donc plus vite par sa base que par sa surface.

Plus la taille de grain augmente, plus la viscosité de la couche de glace externe est forte. La convection est alors limitée et le nombre de Rayleigh interne Ra_i diminue, ce qui réduit également l'efficacité du transfert de chaleur (Nu). Le refroidissement du satellite

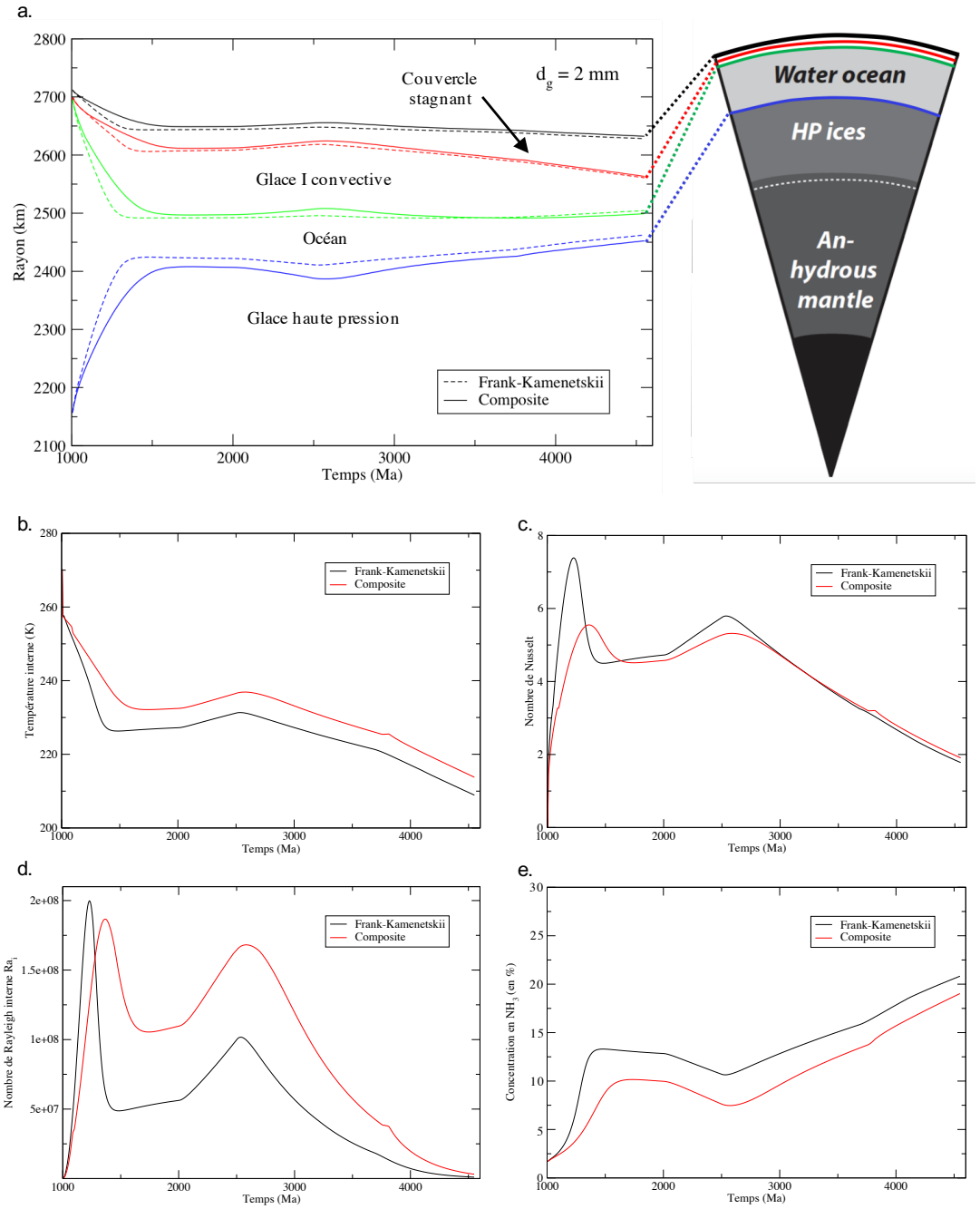

FIGURE 4.6 – Résultats du modèle d'évolution thermique appliqué à Ganymède, pour une taille de grain de 2 mm (η_{ref} = 5.71×10^{13} Pa·s) avec une rhéologie dans l'approximation de Frank-Kamenetskii et une rhéologie composite. a. Évolution de la structure de l'hydrosphère au cours du temps : les lignes solides représentent la rhéologie composite, les lignes pointillées la rhéologie dans l'approximation de Frank-Kamenetskii. La surface de Ganymède est tracée en noir, la base du couvercle stagnant en rouge, la base de la couche de glace en vert et la base de l'océan liquide en bleu. b. Évolution temporelle de la température interne (en K). c. Évolution temporelle du nombre de Nusselt Nu. d. Évolution temporelle du nombre de Rayleigh interne Ra_i. e. Évolution temporelle de la concentration en NH_3 dans l'océan (en poids %).

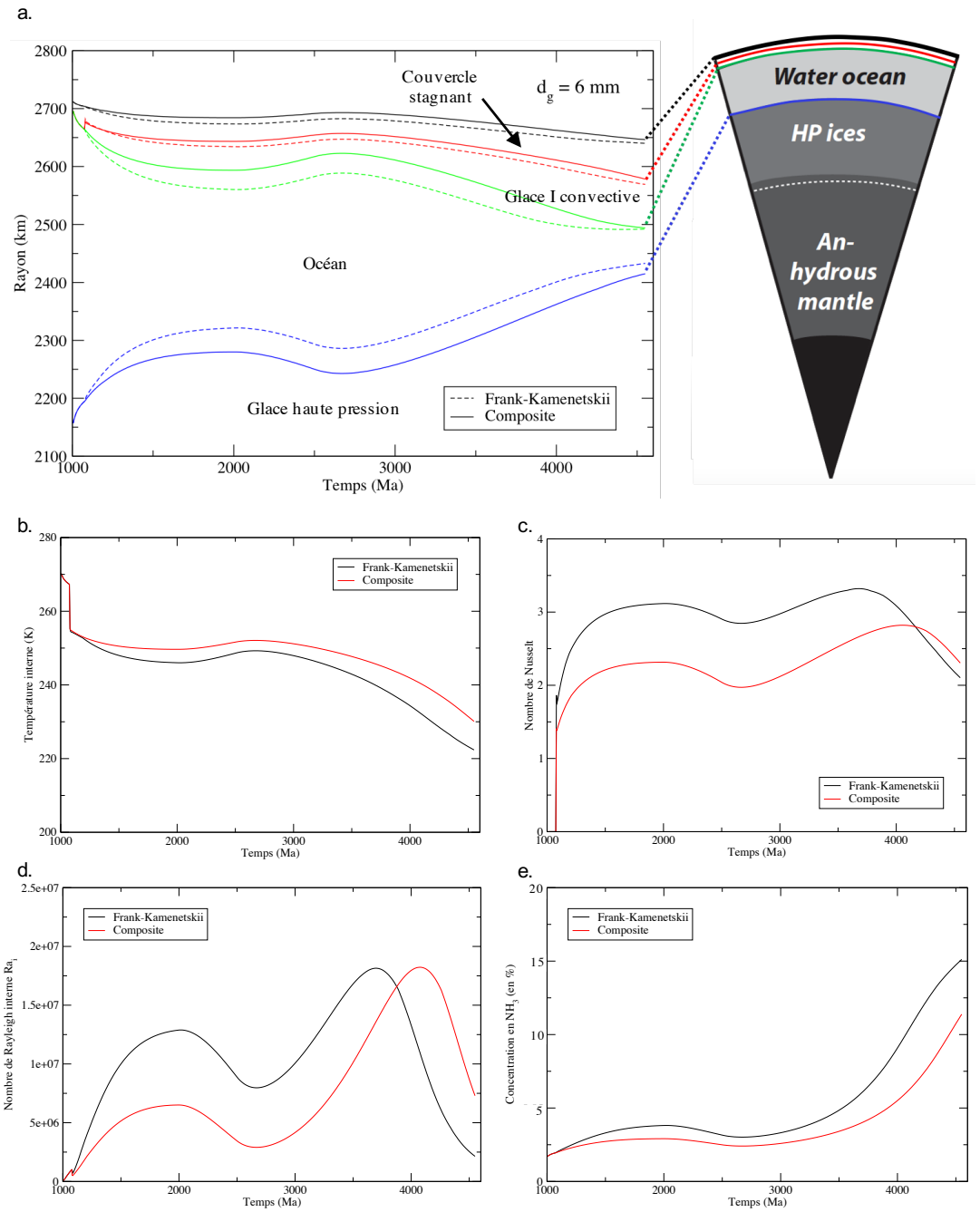

FIGURE 4.7 – Résultats du modèle d'évolution thermique appliqué à Ganymède, pour une taille de grain de 6 mm (η_{ref} = 5.14×10^{14} Pa·s) avec une rhéologie dans l'approximation de Frank-Kamenetskii et une rhéologie composite. a. Évolution de la structure de l'hydrosphère au cours du temps : les lignes solides représentent la rhéologie composite, les lignes pointillées la rhéologie dans l'approximation de Frank-Kamenetskii. La surface de Ganymède est tracée en noir, la base du couvercle stagnant en rouge, la base de la couche de glace en vert et la base de l'océan liquide en bleu. b. Évolution temporelle de la température interne (en K). c. Évolution temporelle du nombre de Nusselt Nu. d. Évolution temporelle du nombre de Rayleigh interne Ra_i. e. Évolution temporelle de la concentration en NH_3 dans l'océan (en poids %).

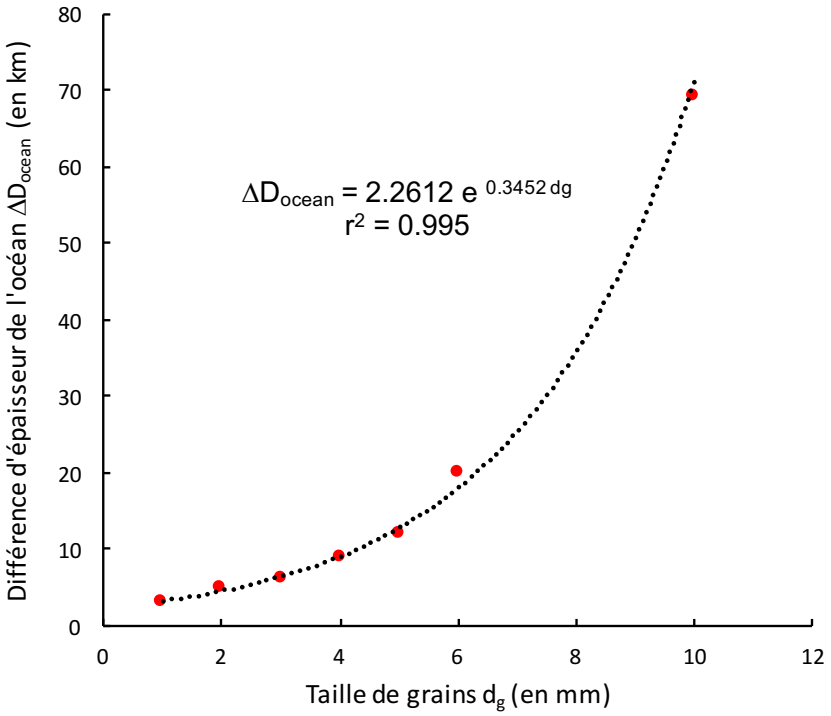

FIGURE 4.8 – Différence d'épaisseur de l'océan pour une loi de viscosité composite et dans l'approximation de Frank-Kamenetskii (en km) en fonction de la taille des grains dans la couche de glace externe.

est plus lent et la température est plus élevée (Fig. 4.6.b et 4.7.b) : la cristallisation de l'océan est limitée et son épaisseur $D_{océan}$ est plus importante. Cet effet se vérifie pour les deux rhéologies considérées (Frank-Kamenetskii et composite). Cependant, le transfert de chaleur est moins efficace en rhéologie composite : $D^{CO}_{océan}$ augmente plus vite avec la taille de grain que $D^{FK}_{océan}$. Comme le montre la Figure 4.8, plus la taille de grain est grande, plus la différence d'épaisseur de l'océan $\Delta D_{océan} = D^{CO}_{océan} - D^{FK}_{océan}$ est importante. Ainsi, la relation

$$\Delta D_{océan} = 2.2612 \ \exp(0.3452 \ d_g) \tag{4.7}$$

permet de bien décrire la différence d'épaisseur de l'océan selon la rhéologie ($r^2 = 0.995$).

4.3.2 Effet de l'épaisseur initiale de la couche de glace I

La Figure 4.9 montre l'évolution de la structure de l'hydrosphère pour différentes épaisseurs de couche de glace initiale (10 km, 50 km et 100 km) dans le cas d'une

rhéologie composite et pour une taille de grain de 5 mm. La structure radiale actuelle n'est pas affectée par ce paramètre.

Pour D_I = 10 km, la couche de glace n'est pas assez épaisse au début de l'évolution de Ganymède pour que la convection s'initie. Celle-ci se met en place après 50 Ma, quand la couche s'est épaissie suffisamment grâce au refroidissement du satellite par conduction. Si l'épaisseur initiale de la couche de glace externe est plus grande, le transfert de chaleur se fait directement par convection, sans qu'un stade purement conductif ne soit nécessaire. Quelque soit D_I au début des simulations, les structures radiales de l'hydrosphère convergent à partir de 2.70 Ga. Pour les simulations dans le cadre de l'approximation de Frank-Kamenetskii, la valeur initiale de D_I n'impacte pas non plus la structure interne de Ganymède.

Cette observation est en accord avec l'étude de Seales *et al.* [2019] qui s'intéresse à l'impact d'une perturbation de température sur l'histoire thermique d'un corps. Ils montrent que l'évolution temporelle de la température est similaire à celle sans perturbation après environ 2.7 Ga pour une loi Nusselt-Rayleigh de la forme $Nu \propto Ra_i^a$, avec a = 0.3. Pour des valeurs de a plus faibles, la perturbation impacte plus durablement l'évolution de la température et dans certains cas ($a = 0$ et $a = 0.15$), les perturbations n'ont pas disparu après un temps de simulation de 4.5 Ga, voire peuvent modifier la température d'équilibre de la simulation.

4.3.3 Concentration en NH_3

Si la concentration en ammoniaque est plus importante, l'océan liquide est globalement plus froid, ce qui implique une température à l'interface glace I-océan plus basse et une viscosité plus élevée, et persiste plus longtemps malgré le refroidissement du satellite au cours du temps. Cet effet bien est bien visible pour tous les cas d'évolutions modélisés au cours de cette thèse (exemples Fig. 4.10). Comme pour l'influence de la taille de grain, la rhéologie composite conduit sans exception à la persistence d'océans parfois de même épaisseur, souvent plus épais par rapport à une rhéologie dans l'approximation de Frank-Kamenetskii.

La présence d'une couche d'eau liquide à l'intérieur de Ganymède dépend à la fois de la taille de grain et de la composition de l'océan. Plus la taille de grain est importante,

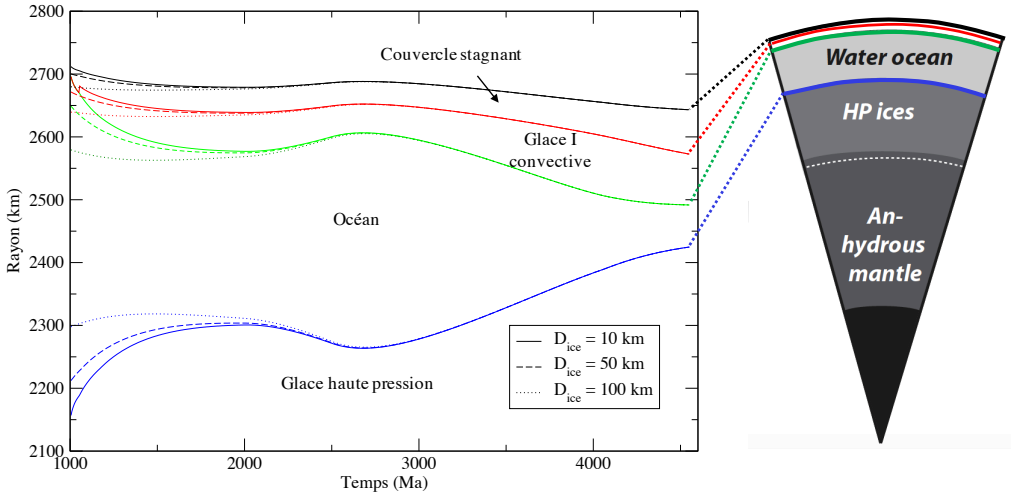

FIGURE 4.9 – Comparaison de l'évolution thermique de Ganymède pour une couche de glace I initiale d'épaisseur D_I = 10 km (en trait plein), D_I = 50 km (en ligne tiretée) et D_I = 100 km (en pointillés). Les simulations sont réalisées avec une rhéologie composite et une taille de grain de 5 mm.

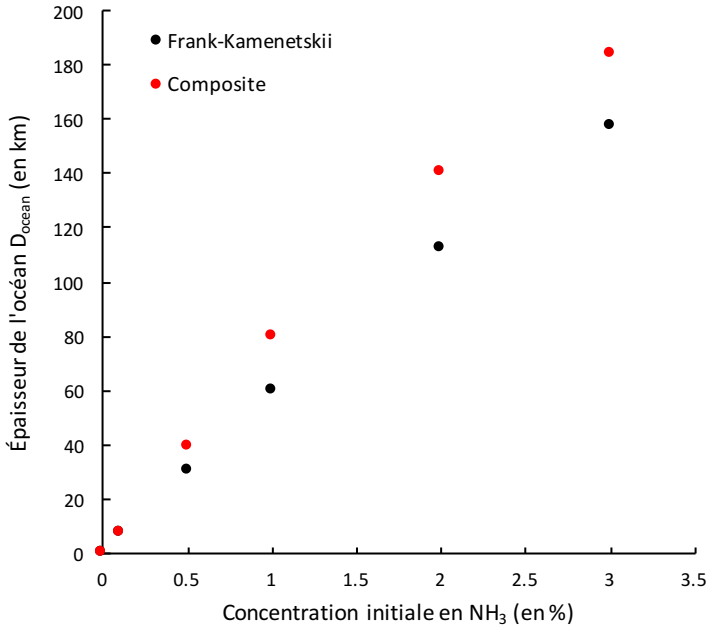

FIGURE 4.10 – Évolution de l'épaisseur actuelle de l'océan en fonction de la concentration initiale en NH_3 dans l'hydrosphère, pour une rhéologie composite (rouge) et une rhéologie dans le cadre de l'approximation de Frank-Kamenetskii (noir). La taille de grain est fixée à 6 mm.

plus la viscosité est grande et moins le transfert de chaleur est efficace. Le refroidissement est donc plus lent et l'océan perdure plus longtemps. De la même manière, la température de cristallisation de l'eau liquide diminue avec la concentration en molécules anti-gel (comme l'ammoniaque), ce qui permet à la couche liquide de perdurer de nos jours. Ces effets sont différents sleon la description de la viscosité considérée. L'océan est toujours plus épais avec une rhéologie composite comparée à une rhéologie dans l'approximation de Frank-Kamenetskii. Pour certaines combinaisons de valeurs d_g / [NH_3] (10 mm / 0%, 2 mm / 0.1% et 1 mm / 0.5%), si la viscosité est calculée dans le cadre de l'approximation de Frank-Kamenetskii l'océan devrait être de nos jours complètement cristallisé, alors que pour une rhéologie composite, un océan persiste actuellement.

Pour une forte concentration en ammoniaque, les couches de glace I et haute pression cristallisent moins vite. L'épaisseur nécessaire pour que la convection débute dans la couche de glace externe est atteinte plus tard : le transfert thermique se fait d'abord par conduction et la convection se met en place plus tardivement dans l'histoire thermique de Ganymède. Le même phénomène se produit avec l'augmentation de la taille de grain. Pour des grains plus gros, la viscosité de la glace I est plus forte et l'efficacité du transfert thermique est diminuée : l'océan cristallise moins vite et la couche de glace reste trop fine pour que le transfert de chaleur par convection opère. L'initiation de la convection est retardée. Ces deux effets sont représentés sur la Fig. 4.11.a. Le transfert de chaleur par convection étant plus efficace que le transfert purement conductif, la durée de la phase convective dans l'histoire thermique du satellite a un impact sur l'épaisseur de l'océan résiduel (Fig. 4.11.b).

Les effets de la taille de grain et de la concentration initiale en NH_3 sont représentés par deux exemples sur la Figure 4.12. Moins la phase convective est longue, plus la température interne est importante (Fig. 4.12.c) et plus la couche d'eau liquide est épaisse (Fig. 4.12.a et b).

Selon l'efficacité du transfert thermique, le flux de chaleur à la surface varie (4.12.e). Cependant, les différences observées sont assez faibles : de l'ordre du milliwatt par mètre carré.

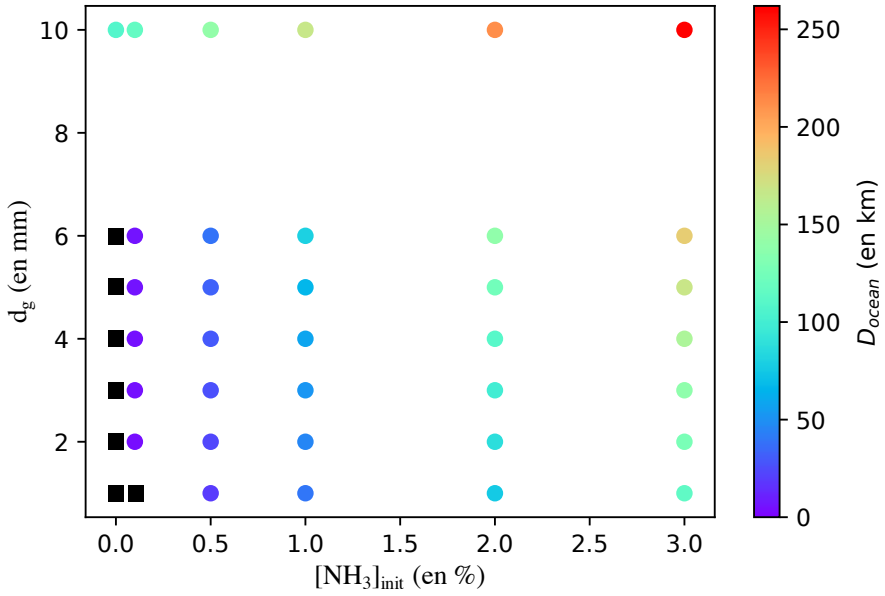

FIGURE 4.11 – Épaisseur de l'océan résiduel actuel dans l'intérieur de Ganymède en fonction de de la taille de grain et de la concentration initiale en NH_3 dans l'hydrosphère. Les carrés noirs représentent les simulations pour lesquelles l'océan est totalement cristallisé. Ces résultats ont été obtenus avec une rhéologie composite.

4.3.4 Impact d'une couche de faible conductivité thermique

La couche externe du corps glacé modélisé est considérée comme étant composée de glace d'eau pure. La plupart des corps glacés, excepté Titan, possèdent une atmosphère extrêmement ténue. Ainsi, la surface est fortement exposée au rayonnement solaire et au bombardement micro-météoritique, modifiant les propriétés chimiques et physiques du matériel. La présence d'un régolithe est très probable sur les surfaces glacées, d'autant plus que celles-ci sont moins résistantes que les surfaces silicatées. Sur Titan, la formation d'une couche de clathrates d'hydrocarbure, percolant à partir des grands lacs localisés près des pôles, a été proposée afin d'expliquer l'aplatissement important du satellite et la concentration actuelle en hydrocarbure dans l'atmosphère [Tobie *et al.*, 2009; Choukroun et Sotin, 2012]. Les propriétés physiques d'une telle couche à la surface sont différentes de celles de la glace I. Sa conductivité thermique, notamment, est plus faible. Le transfert de chaleur, purement conductif proche de la surface, est donc affecté.

Afin de vérifier cet effet sur le transfert de chaleur et sur la structure de l'hydrosphère, des simulations d'évolution thermique ont été réalisées avec une fine couche à la surface

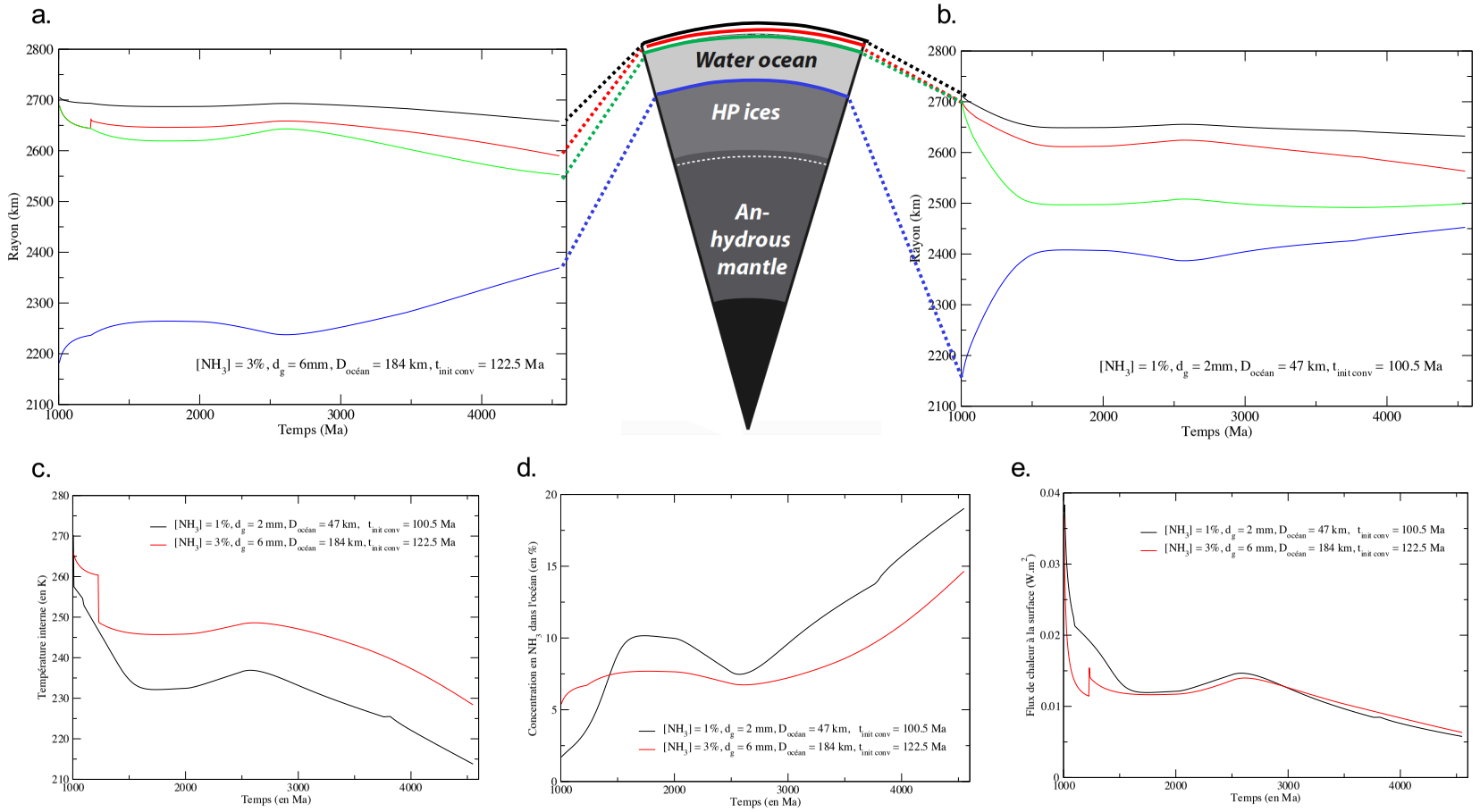

FIGURE 4.12 – Comparaison de l'évolution de la structure de l'hydrosphère (a. et b.), de la température interne (c), de la concentration en NH_3 dans l'océan (d) et du flux de chaleur observé en surface (e) pour deux simulations en rhéologie composite avec $[NH_3]_{init}$ = 3% et d_g = 6 mm (a) et $[NH_3]_{init}$ = 1% et d_g = 2 mm (b).

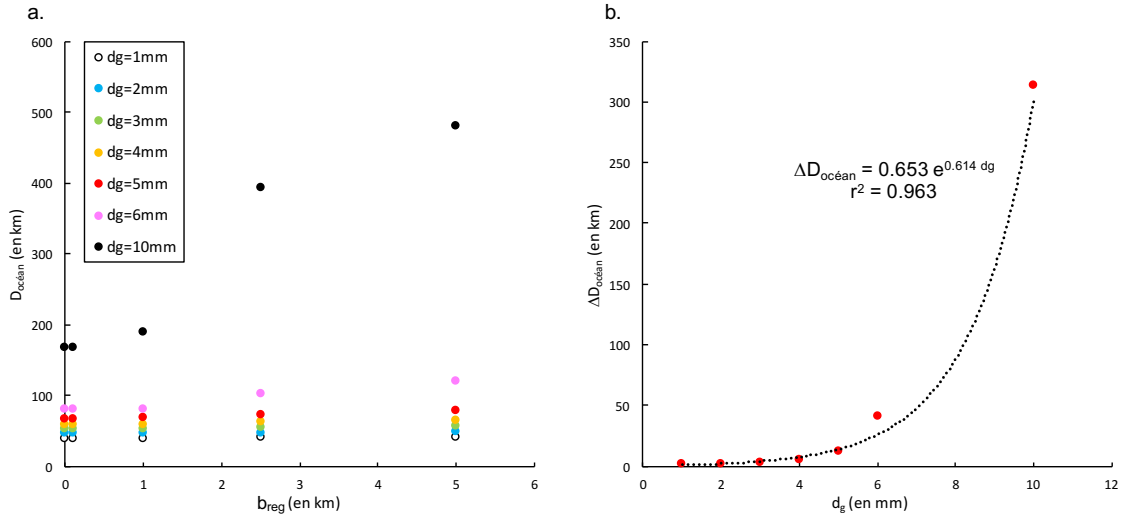

FIGURE 4.13 – a. Épaisseur de l'océan $D_{océan}$ en fonction de l'épaisseur de la couche de faible conductivité b_{reg} en kilomètres. Les couleurs représentent la taille de grain d_g. b. Différence d'épaisseur de l'océan $\Delta D_{océan} = D_{océan-5\ km} - D_{océan-0\ km}$ selon l'épaisseur de la couche de faible conductivité en fonction de la taille de grain. Toutes les simulations ont été réalisées avec une rhéologie composite et une concentration initiale en ammoniaque de 1 %.

avec une conductivité thermique k_{reg} = 0.5 W·m^{-1}·K^{-1}. Les autres propriétés physiques (masse volumique, expansion thermique, ...) sont considérées comme égales à celles de la glace I.

La Figure 4.13.a représente l'épaisseur de l'océan $D_{océan}$ en fonction de l'épaisseur d'une couche de faible conductivité b_{reg}. Plus la taille de grain est importante, plus la couche de faible conductivité a une influence sur la structure de l'hydrosphère. On observe ainsi que l'épaisseur de l'océan passe de 40 km sans couche de faible conductivité à 42 km avec une couche de faible conductivité de 5 km, lorsque la taille de grain est fixée à 1 mm. Pour une taille de grain de 10 mm, la différence est très importante : $\Delta D_{océan}$ = 314 km lorsqu'une couche de faible conductivité de 5 km est ajoutée à la surface. La différence d'épaisseur de l'océan dépend de l'épaisseur de la couche à faible conductivité et cet effet est de plus en plus fort à mesure que la taille de grain augmente (Fig. 4.13.b). Comme pour l'effet de la rhéologie, l'ajout d'une couche surfacique de plus faible conductivité entraine une diminution de l'efficacité du transfert de chaleur. Ces deux paramètres impactent semblablement l'évacuation de la chaleur à travers la couche de glace externe et leur influence augmente de façon exponentielle avec la taille de grain (Fig. 4.13.b et 4.8).

4.4 Conclusion

Les lois d'échelle utilisées dans les modèles paramétrés pour caractériser le transfert de chaleur sont classiquement dérivées de simulations de convection thermique réalisées avec une loi de viscosité dans le cadre de l'approximation de Frank-Kamenetskii. Cette rhéologie simplifiée n'est pas la plus adaptée pour décrire la viscosité de la glace I. La loi composite, prenant en compte les différents mécanismes de déformation se produisant dans la glace I, est plus réaliste. Appliquer des lois d'échelle issues de l'approximation de Frank-Kamenetskii pour décrire le profil de température n'est donc pas satisfaisant et des écarts de l'ordre de 30% sont observés sur la détermination du nombre de Nusselt. Les paramétrisations proposées au cours de cette thèse, se basant sur des simulations de convection thermique en rhéologie composite, apparaissent mieux adaptées. La température interne et le nombre de Nusselt sont alors plus proches de leur valeur "réelle" simulée.

Ces lois ont été implémentées dans un modèle d'évolution paramétré, afin de mettre en évidence l'impact de la loi de viscosité, et des paramétrisations qui en découlent, sur la modélisation de l'histoire thermique de Ganymède. En rhéologie composite, l'océan interne de Ganymède est plus épais qu'avec une loi de viscosité dans l'approximation de Frank-Kamenetskii. Ceci s'explique par le fait que le transfert de chaleur est moins efficace : l'océan liquide cristallise donc moins vite. Cette différence augmente de façon exponentielle avec l'augmentation de la taille de grain. La composition de l'océan joue également un rôle non négligeable. Plus la concentration en ammoniaque est importante, plus la température de cristallisation de l'océan liquide diminue, lui permettant de perdurer plus longtemps au cours du refroidissement du corps. Pour des tailles de grain importantes, l'effet d'un régolithe de plus faible conductivité thermique à la surface n'est pas négligeable et diminue également l'efficacité du transfert de chaleur.

Ces conclusions sont le résultat d'une première application de nos lois d'échelle. Ces lois ont été dérivées de simulations de convection 2D ne prenant pas en compte l'effet de la température sur la conductivité thermique. Bien que cet effet ne devrait être significatif que dans la partie supérieure et purement conductive de la couche de glace externe, il serait important de réaliser des simulations de convection thermique calculant la conductivité thermique de la glace I à partir de la température.

L'évolution de la structure interne de Ganymède est également simplifiée. En effet, la chaleur provenant du noyau métallique (enthalpie de cristallisation, refroidissement du noyau et énergie gravitationnelle) n'est pas intégrée dans notre modèle. Une partie du noyau de Ganymède est considérée encore liquide de nos jours [Kivelson *et al.*, 2002; Hauck *et al.*, 2006]. L'énergie libérée par la solidification du noyau contribue donc par exemple actuellement au flux de chaleur à la base de l'hydrosphère. Afin de bien évaluer le budget de chaleur interne, le chauffage dû aux déformations de marée devrait également être considéré. Dans le manteau silicaté, celui-ci est supposé être faible et négligeable [Sotin et Tobie, 2004; Bland *et al.*, 2008; Bland et Mckinnon, 2015], mais il pourrait avoir été significatif par le passé. Dans l'hydrosphère, le chauffage de marée peut être intégré avec notre modèle d'évolution, cependant, nos lois d'échelle ayant été dérivées avec un chauffage purement basal, il ne semble pas cohérent d'ajouter cet effet. Une paramétrisation du chauffage de marée [Tobie, 2003] pourra être implémentée par la suite.

Enfin, la composition de l'océan de Ganymède n'est pas contrainte. La présence de composants antigels, tels que des sulfates de magnésium $MgSO_4$ ou NaCl, est possible. Ceux-ci modifient la température de cristallisation de l'océan. Dans le modèle paramétré utilisé, seule la présence d'ammoniaque est prise en compte. Bien que ce composant ait le même effet qualitatif que les sulfates de magnésium sur la température de cristallisation de l'océan, les diagrammes de phase des systèmes H_2O+NH_3, H_2O+$MgSO_4$ et H_2O+NaCl sont différents. Cela pourrait avoir un effet sur les taux de cristallisation de glace I par rapport à la glace haute pression [Vance *et al.*, 2018] et il sera intéressant par la suite d'étudier l'impact de la composition de l'océan sur ces processus.

Conclusion générale

La structure des hydrosphères qui enveloppent les lunes de glaces résulte de l'évolution thermique de ces corps. Le transfert thermique à travers la coquille externe est donc un élément clé pour comprendre cette évolution. Les modèles paramétrés d'évolution thermique utilisent des lois d'échelle pour décrire le transfert de chaleur. Cependant, celles-ci ont pour l'instant été construites à partir de simulations de convection thermique réalisées avec une loi de viscosité simplifiée. Le but principal de cette thèse était d'étudier le transfert de chaleur dans les couches externes des satellites de glace dans le cas d'une rhéologie composite, qui tient compte simultanément de l'ensemble des mécanismes de fluage identifiés pour la glace I. Nous avons donc réalisé un grand nombre de simulations de convection thermique avec l'outil numérique CHEOPS-2D dans le régime à couvercle stagnant, représentatif de la plupart des lunes glacées. Différentes rhéologies ont été utilisées : une loi de viscosité classique, dans l'approximation de Frank-Kamenetskii, une loi de type Arrhenius, considérant uniquement le fluage par diffusion, et une loi composite, intégrant quatre différents modes de déformation de la glace poly-cristalline. Ces deux dernières ont été implémentées dans CHEOPS-2D au cours de cette thèse.

Nos résultats montrent que l'efficacité du transfert de chaleur, ainsi que la structure thermique de la couche de glace étudiée, était dépendante de la rhéologie considérée. Comparée à une loi de viscosité dans l'approximation de Frank-Kamenetskii, l'utilisation d'une loi de type Arrhenius entraîne une diminution de l'efficacité du transfert thermique à travers la couche de glace externe de l'ordre de 30% dans le cas d'une convection dépendante du temps ($\sim$15% pour des simulations stationnaires). Cette diminution est associée à une plus grande épaisseur du couvercle stagnant, jouant un rôle isolant à la surface, d'environ 10%. De nouvelles paramétrisations du transfert de chaleur avec une rhéologie de type Arrhenius ont donc été proposées. Ces lois d'échelle pourront également

être adaptées pour décrire le transfert de chaleur dans un manteau silicaté, en ne prenant en compte qu'un seul mécanisme de déformation.

Dans le cas plus réaliste d'une rhéologie composite, nos simulations ont confirmé le fait que la taille des grains de glace jouait un rôle clé, contrôlant la dynamique de la couche de glace et le transfert de chaleur associé. En explorant une large gamme de taille de grain, nous avons mis en évidence que le mécanisme de déformation dominant dans la couche de glace dépendait de la taille de grain, mais peu du nombre de Rayleigh. Lorsque la taille des grains de glace est inférieure à $\sim$4 mm, le fluage par diffusion est le principal mécanisme intervenant dans la glace. Les lois d'échelle déterminées au cours de cette thèse dans le cas d'une loi de viscosité de type Arrhenius décrivent alors de manière satisfaisante le transfert de chaleur. Si les grains sont plus gros, la combinaison des glissements aux joints de grains et des glissements sur le plan basal devient le mécanisme dominant. Ce changement, intervenant dans les gammes de tailles de grains attendues sur les lunes-océans, modifie le transfert de chaleur. Nous proposons donc ici de nouvelles lois d'échelle permettant de prendre en compte cet effet. Cependant, dans le cas de la glace I, les énergies d'activation de ces différents mécanismes de déformation étant très proches, nous proposons également des paramétrisations simplifiées applicables au cas particulier des coquilles glacées des satellites.

Les paramétrisations du transfert de chaleur classiquement utilisées (approximation de Frank-Kamenetskii) et celles obtenues pour une rhéologie composite ont été implémentées dans un modèle paramétré afin de tester l'influence de la rhéologie sur l'évolution thermique de Ganymède. Les simulations réalisées montrent que la description de la viscosité joue un rôle d'autant plus important que la taille de grain est grande. Ainsi, en considérant des grains de glace de 6 mm, l'océan résiduel actuel serait plus épais de 20 km en utilisant nos nouvelles lois d'échelle plus réalistes en comparaison de résultats obtenus avec une rhéologie simplifiée. Le transfert de chaleur étant moins efficace avec une rhéologie composite, le refroidissement de Ganymède est ralenti et l'océan perdure plus longtemps. Nos simulations décrivent également comment l'augmentation de la concentration en éléments abaissant la température de cristallisation permet de conserver un océan résiduel plus longtemps. Afin de modéliser la présence d'un régolithe à la surface, des simulations avec une couche à plus faible conductivité à la surface ont également été réalisées. Cet

effet diminue le transfert de chaleur et, pour de grandes tailles de grain, joue un rôle sur l'épaisseur de la couche d'eau liquide présente sous la coquille glacée.

Cette étude est la première à notre connaissance à déterminer des lois d'échelle pour une rhéologie composite. Certains aspects n'ont pas été pris en compte dans ce premier effort. Le chauffage de marée n'a, par exemple, pas été implémenté dans nos simulations de convection : la couche est uniquement chauffée par l'océan, à sa base. L'effet de ce chauffage, peut être minime dans le cas de Ganymède aujourd'hui, a pu être plus élevé par le passé. Il devra être testé à l'avenir afin de quantifier son influence sur nos lois d'échelle du transfert de chaleur. Cela permettrait en outre de pouvoir appliquer nos résultats à des satellites pour lesquels le chauffage de marée joue un rôle important (Encelade, Europe, et peut être Triton...). Dans toutes nos simulations, la taille de grain est supposée constante et uniforme. Bien que les processus de recristallisation dynamique et la présence d'impuretés limitent la croissance des grains avec la profondeur, une telle hypothèse est simpliste. Bien qu'il s'agisse d'une tâche relativement ardue, intégrer l'évolution de la taille des grains de glace en fonction des mécanismes de fluage dominants est un objectif important pour la convection dans ces couches de glace : seule une telle description pourra décider des modalités qui conduisent ou non à une taille de grain d'équilibre, dont l'effet sur la viscosité est majeur. Notons aussi que l'effet de pré-fusion de la glace (à l'approche de son point de fusion) fait chuter fortement la viscosité et devrait jouer un rôle dans la dynamique de la couche. Enfin, l'influence d'une conductivité thermique dépendante de la température pourrait également modifier le transfert de chaleur. Tous ces effets complexes devraient être pris en compte dans une future étude. Ils nécessitent des développements de l'outil de calcul parfois immédiats ou simples (effet de pré-fusion, ajout d'un chauffage de marée fonction de la viscosité de la glace), parfois nettement plus complexes (évolution de la taille de grain).

La mission JUpiter ICy moons Explorer (JUICE), dont le lancement est prévu en 2022 et son arrivée dans le système de Jupiter en 2029, permettra de mieux contraindre la structure interne de Ganymède [Grasset *et al.*, 2013]. En particulier, grâce aux instruments GALA (altimètre laser), 3GM (mesure du champ de gravité) et J-MAG (magnétomètre), il sera possible de déterminer l'épaisseur actuelle de la couche de glace externe du satellite. Le magnétomètre apportera également des contraintes sur l'épaisseur de l'océan. Le

régolithe présent à la surface sera caractérisé avec un sondeur radar (RIME), qui donnera accès à son épaisseur, mais aussi des indices sur sa porosité et la présence d'impuretés. La composition de l'océan interne sera contrainte par sa densité (dérivée par les mesures de fluctuations de marées altimétriques et gravimétriques) et par sa conductivité électrique (dérivée des mesures magnétiques). À partir de l'épaisseur de la couche de glace externe et la densité de l'océan, il sera alors possible d'estimer le rayon du manteau silicaté à partir des données gravimétriques. Les lois mises en évidence lors de cette thèse, essentielles pour interpréter les données JUICE, seront utilisées dans les modèles d'évolution thermique de Ganymède. La connaissance de la structure interne actuelle du satellite, contrainte par les observations des instruments de JUICE, permettra ainsi de sélectionner les scenarii d'évolution les plus plausibles. Ces modèles pourront être confrontés aux données de surface afin de mieux contraindre son évolution thermique et géologique.

Annexe A

Résultats des simulations

A.1 Approximation de Frank-Kamenetskii

Les résultats de nos simulations réalisées dans l'approximation de Frank-Kamenetskii sont présentés dans le tableau suivant.

$f = \frac{R_{int}}{R_{ext}}$ représente la courbure de la couche. R_{top} est le rayon total du corps considéré, en km. γ est le paramètre rhéologique. ΔT est le saut de température à travers la couche, en K. Nu est le nombre de Nusselt moyenné temporellement, et corrigé de l'effet de la courbure. η_i^* est la viscosité adimensionnée de l'intérieur convectif bien mélangé de la couche. Ra_i est le nombre de Rayleigh calculé avec η_i. θ_i est la température interne adimensionnée moyennée dans la partie convective. θ_{sl} est la température adimensionnée à la base du couvercle stagnant. ΔT_{δ_1} est le saut de température adimensionné à travers la couche limite thermique inférieure. d_{sl}, δ_0 et δ_1 sont respectivement les épaisseurs adimensionnées du couvercle stagnant, de la couche limite thermique supérieure et de la couche limite thermique inférieure.

f	R_{top}	γ	δT	Nu	η_i^*	Ra_i	θ_i	θ_{sl}	$\delta T_{\delta 1}$	d_{sl}	δ_0	δ_1
Simulations stationnaires												
0.978	2576	$1.40 \cdot 10^1$	170	2.65	3.27	$3.06 \cdot 10^6$	0.9194	0.6511	0.0806	$2.45 \cdot 10^{-1}$	$3.67 \cdot 10^{-1}$	$3.04 \cdot 10^{-2}$
0.978	2576	$1.40 \cdot 10^1$	170	2.28	3.39	$1.47 \cdot 10^6$	0.9189	0.6868	0.0811	$3.01 \cdot 10^{-1}$	$4.06 \cdot 10^{-1}$	$3.55 \cdot 10^{-2}$
0.9	2576	$1.40 \cdot 10^1$	170	2.71	3.66	$2.73 \cdot 10^6$	0.9121	0.6863	0.0879	$2.53 \cdot 10^{-1}$	$3.67 \cdot 10^{-1}$	$3.24 \cdot 10^{-2}$
0.9	2576	$1.40 \cdot 10^1$	170	2.32	3.84	$1.30 \cdot 10^6$	0.9116	0.7127	0.0884	$3.08 \cdot 10^{-1}$	$4.38 \cdot 10^{-1}$	$3.82 \cdot 10^{-2}$
0.94	2576	$1.40 \cdot 10^1$	170	1.64	4.54	$2.20 \cdot 10^5$	0.9071	0.7751	0.0929	$4.74 \cdot 10^{-1}$	$5.95 \cdot 10^{-1}$	$5.68 \cdot 10^{-2}$
0.94	2576	$1.40 \cdot 10^1$	170	2.67	3.46	$2.89 \cdot 10^6$	0.9158	0.6634	0.0842	$2.49 \cdot 10^{-1}$	$3.67 \cdot 10^{-1}$	$3.16 \cdot 10^{-2}$
0.94	2576	$1.40 \cdot 10^1$	170	2.29	3.62	$1.38 \cdot 10^6$	0.9152	0.6909	0.0848	$3.02 \cdot 10^{-1}$	$4.13 \cdot 10^{-1}$	$3.70 \cdot 10^{-2}$
0.96	2576	$1.40 \cdot 10^1$	170	1.64	4.29	$2.33 \cdot 10^5$	0.9097	0.7697	0.0903	$4.70 \cdot 10^{-1}$	$5.95 \cdot 10^{-1}$	$5.51 \cdot 10^{-2}$
0.96	2576	$1.40 \cdot 10^1$	170	2.67	3.34	$2.99 \cdot 10^6$	0.918	0.6607	0.082	$2.47 \cdot 10^{-1}$	$3.67 \cdot 10^{-1}$	$3.07 \cdot 10^{-2}$
...												

0.978	2576	$1.20 \cdot 10^{1}$	170	1.88	4.59	$2.18 \cdot 10^{5}$	0.8962	0.6864	0.1038	$3.64 \cdot 10^{-1}$	$4.90 \cdot 10^{-1}$	$5.51 \cdot 10^{-2}$
0.978	2576	$1.20 \cdot 10^{1}$	170	3.15	3.11	$3.22 \cdot 10^{6}$	0.9089	0.6137	0.0911	$1.95 \cdot 10^{-1}$	$3.04 \cdot 10^{-1}$	$2.89 \cdot 10^{-2}$
0.978	2576	$1.20 \cdot 10^{1}$	170	2.7	3.21	$1.56 \cdot 10^{6}$	0.9081	0.6421	0.0919	$2.38 \cdot 10^{-1}$	$3.45 \cdot 10^{-1}$	$3.41 \cdot 10^{-2}$
0.978	2576	$1.00 \cdot 10^{1}$	170	2.29	3.61	$2.77 \cdot 10^{5}$	0.8855	0.6418	0.1145	$2.80 \cdot 10^{-1}$	$4.13 \cdot 10^{-1}$	$4.99 \cdot 10^{-2}$
0.978	2576	$1.00 \cdot 10^{1}$	170	3.3	3.06	$1.63 \cdot 10^{6}$	0.8926	0.5981	0.1074	$1.81 \cdot 10^{-1}$	$2.84 \cdot 10^{-1}$	$3.26 \cdot 10^{-2}$
0.978	2576	$1.60 \cdot 10^{1}$	170	2.29	3.37	$2.97 \cdot 10^{6}$	0.9288	0.6805	0.0712	$2.97 \cdot 10^{-1}$	$4.13 \cdot 10^{-1}$	$3.10 \cdot 10^{-2}$
0.978	2576	$1.80 \cdot 10^{1}$	170	2.02	3.52	$2.84 \cdot 10^{6}$	0.9362	0.7098	0.0638	$3.52 \cdot 10^{-1}$	$4.64 \cdot 10^{-1}$	$3.16 \cdot 10^{-2}$
0.978	2576	$1.80 \cdot 10^{1}$	170	1.74	4.39	$1.14 \cdot 10^{6}$	0.9318	0.7331	0.0682	$4.21 \cdot 10^{-1}$	$5.44 \cdot 10^{-1}$	$3.92 \cdot 10^{-2}$
0.978	2576	$2.00 \cdot 10^{1}$	170	1.55	6.63	$7.55 \cdot 10^{5}$	0.9315	0.7577	0.0685	$4.88 \cdot 10^{-1}$	$6.18 \cdot 10^{-1}$	$4.42 \cdot 10^{-2}$
0.96	2576	$1.40 \cdot 10^{1}$	170	2.29	3.47	$1.44 \cdot 10^{6}$	0.9178	0.6878	0.0822	$3.00 \cdot 10^{-1}$	$4.13 \cdot 10^{-1}$	$3.58 \cdot 10^{-2}$

Simulations dépendantes du temps

...

0.978	2576	$1.40 \cdot 10^{1}$	170	4.97	2.97	$3.37 \cdot 10^{7}$	0.9229	0.7343	0.0771	$1.48 \cdot 10^{-1}$	$1.99 \cdot 10^{-1}$	$1.55 \cdot 10^{-2}$
0.978	2576	$1.40 \cdot 10^{1}$	170	3.83	2.79	$1.80 \cdot 10^{7}$	0.928	0.691	0.072	$1.80 \cdot 10^{-1}$	$2.51 \cdot 10^{-1}$	$1.88 \cdot 10^{-2}$
0.978	2576	$1.40 \cdot 10^{1}$	170	8.09	3.42	$1.46 \cdot 10^{8}$	0.9125	0.6666	0.0875	$8.24 \cdot 10^{-2}$	$1.16 \cdot 10^{-1}$	$1.08 \cdot 10^{-2}$
0.9	2576	$1.40 \cdot 10^{1}$	170	5.09	3.37	$2.97 \cdot 10^{7}$	0.914	0.728	0.086	$1.43 \cdot 10^{-1}$	$1.99 \cdot 10^{-1}$	$1.69 \cdot 10^{-2}$
0.9	2576	$1.40 \cdot 10^{1}$	170	4.29	3.08	$1.62 \cdot 10^{7}$	0.9208	0.7513	0.0792	$1.75 \cdot 10^{-1}$	$2.48 \cdot 10^{-1}$	$1.85 \cdot 10^{-2}$
0.9	2576	$1.40 \cdot 10^{1}$	170	8.18	3.78	$1.32 \cdot 10^{8}$	0.9053	0.698	0.0947	$8.54 \cdot 10^{-2}$	$1.28 \cdot 10^{-1}$	$1.16 \cdot 10^{-2}$
0.94	2576	$1.40 \cdot 10^{1}$	170	5.02	3.14	$3.18 \cdot 10^{7}$	0.9189	0.68	0.0811	$1.35 \cdot 10^{-1}$	$1.99 \cdot 10^{-1}$	$1.61 \cdot 10^{-2}$
0.94	2576	$1.40 \cdot 10^{1}$	170	3.77	3.17	$1.58 \cdot 10^{7}$	0.9187	0.6908	0.0813	$1.83 \cdot 10^{-1}$	$2.66 \cdot 10^{-1}$	$2.16 \cdot 10^{-2}$
0.94	2576	$1.40 \cdot 10^{1}$	170	8.04	3.46	$1.45 \cdot 10^{8}$	0.9116	0.6818	0.0884	$8.48 \cdot 10^{-2}$	$1.28 \cdot 10^{-1}$	$1.10 \cdot 10^{-2}$
0.96	2576	$1.40 \cdot 10^{1}$	170	5.03	3.05	$3.28 \cdot 10^{7}$	0.921	0.6947	0.079	$1.38 \cdot 10^{-1}$	$1.99 \cdot 10^{-1}$	$1.57 \cdot 10^{-2}$
0.96	2576	$1.40 \cdot 10^{1}$	170	3.94	3.13	$1.60 \cdot 10^{7}$	0.9197	0.6696	0.0803	$1.70 \cdot 10^{-1}$	$2.48 \cdot 10^{-1}$	$2.04 \cdot 10^{-2}$

...

0.978	2576	$1.20 \cdot 10^{1}$	170	5.96	2.95	$3.39 \cdot 10^{7}$	0.9106	0.6339	0.0894	$1.06 \cdot 10^{-1}$	$1.69 \cdot 10^{-1}$	$1.50 \cdot 10^{-2}$
0.978	2576	$1.20 \cdot 10^{1}$	170	4.92	2.75	$1.82 \cdot 10^{7}$	0.9169	0.5939	0.0831	$1.21 \cdot 10^{-1}$	$1.99 \cdot 10^{-1}$	$1.69 \cdot 10^{-2}$
0.978	2576	$1.00 \cdot 10^{1}$	170	7.35	2.86	$3.50 \cdot 10^{7}$	0.8957	0.6314	0.1043	$8.59 \cdot 10^{-2}$	$1.28 \cdot 10^{-1}$	$1.42 \cdot 10^{-2}$
0.978	2576	$1.00 \cdot 10^{1}$	170	6.05	2.63	$1.90 \cdot 10^{7}$	0.9043	0.5595	0.0957	$9.25 \cdot 10^{-2}$	$1.55 \cdot 10^{-1}$	$1.58 \cdot 10^{-2}$
0.978	2576	$1.60 \cdot 10^{1}$	170	4.23	2.99	$3.34 \cdot 10^{7}$	0.9322	0.6877	0.0678	$1.63 \cdot 10^{-1}$	$2.31 \cdot 10^{-1}$	$1.60 \cdot 10^{-2}$
0.978	2576	$1.60 \cdot 10^{1}$	170	3.21	2.83	$1.77 \cdot 10^{7}$	0.9361	0.6599	0.0639	$2.05 \cdot 10^{-1}$	$3.04 \cdot 10^{-1}$	$1.99 \cdot 10^{-2}$
0.978	2576	$1.80 \cdot 10^{1}$	170	3.71	2.98	$3.36 \cdot 10^{7}$	0.94	0.7517	0.06	$2.03 \cdot 10^{-1}$	$2.66 \cdot 10^{-1}$	$1.62 \cdot 10^{-2}$
0.978	2576	$1.80 \cdot 10^{1}$	170	2.81	3.07	$1.63 \cdot 10^{7}$	0.939	0.6737	0.061	$2.39 \cdot 10^{-1}$	$3.45 \cdot 10^{-1}$	$2.17 \cdot 10^{-2}$
0.978	2576	$2.00 \cdot 10^{1}$	170	3.17	2.97	$3.36 \cdot 10^{7}$	0.9462	0.749	0.0538	$2.36 \cdot 10^{-1}$	$3.04 \cdot 10^{-1}$	$1.70 \cdot 10^{-2}$
0.978	2576	$2.00 \cdot 10^{1}$	170	2.48	3.11	$1.61 \cdot 10^{7}$	0.9448	0.6992	0.0552	$2.82 \cdot 10^{-1}$	$3.90 \cdot 10^{-1}$	$2.23 \cdot 10^{-2}$

TABLE A.1 – Résultats des simulations stationnaires et dépendantes du temps réalisées dans l'approximation de Frank-Kamenetskii.

A.2 Loi de type Arrhenius

Les résultats de nos simulations réalisées avec une loi de viscosité de type Arrhenius sont présentés dans le tableau suivant.

$f = \frac{R_{int}}{R_{top}}$ représente la courbure de la couche. R_{top} est le rayon total du corps considéré, en km. d_g est la taille de grain, en m. E_a est l'énergie d'activation. ΔT est le saut de température à travers la couche, en K. Nu est le nombre de Nusselt moyenné temporellement, et corrigé de l'effet de la courbure. η_i^* est la viscosité adimensionnée de l'intérieur convectif bien mélangé de la couche. Ra_i est le nombre de Rayleigh calculé avec η_i. θ_i est la température interne adimensionnée moyennée dans la partie convective. θ_{sl} est la température adimensionnée à la base du couvercle stagnant. ΔT_{δ_1} est le saut de température adimensionné à travers la couche limite thermique inférieure. d_{sl}, δ_0 et δ_1 sont respectivement les épaisseurs adimensionnées du couvercle stagnant, de la couche limite thermique supérieure et de la couche limite thermique inférieure.

f	R_{top}	d_g	E_a	δT	Nu	η_i^*	Ra_i	θ_i	θ_{sl}	$\delta T_{\delta 1}$	d_{sl}	δ_0	δ_1
Simulations stationnaires													
0.93	250	$5.00 \cdot 10^{-4}$	$5.00 \cdot 10^{4}$	170	1.84	3.08	$1.61 \cdot 10^{6}$	0.9293	0.7577	0.0707	$4.11 \cdot 10^{-1}$	$5.22 \cdot 10^{-1}$	$3.83 \cdot 10^{-2}$
0.94	250	$5.00 \cdot 10^{-4}$	$5.00 \cdot 10^{4}$	170	1.75	2.9	$1.08 \cdot 10^{6}$	0.932	0.8169	0.068	$4.66 \cdot 10^{-1}$	$5.49 \cdot 10^{-1}$	$3.88 \cdot 10^{-2}$
0.95	250	$5.00 \cdot 10^{-4}$	$5.00 \cdot 10^{4}$	170	1.54	3.53	$5.12 \cdot 10^{5}$	0.9259	0.8153	0.0741	$5.28 \cdot 10^{-1}$	$6.21 \cdot 10^{-1}$	$4.80 \cdot 10^{-2}$
0.97	250	$1.00 \cdot 10^{-4}$	$5.00 \cdot 10^{4}$	170	2.22	2.58	$3.77 \cdot 10^{6}$	0.9361	0.7526	0.0639	$3.39 \cdot 10^{-1}$	$4.30 \cdot 10^{-1}$	$2.88 \cdot 10^{-2}$
0.981	2576	$1.00 \cdot 10^{-2}$	$5.00 \cdot 10^{4}$	170	1.83	2.77	$1.76 \cdot 10^{6}$	0.9367	0.7752	0.0633	$4.24 \cdot 10^{-1}$	$5.22 \cdot 10^{-1}$	$3.46 \cdot 10^{-2}$
0.94	2576	$1.00 \cdot 10^{-2}$	$5.60 \cdot 10^{4}$	170	2.21	2.8	$7.78 \cdot 10^{6}$	0.9493	0.8127	0.0507	$3.69 \cdot 10^{-1}$	$4.43 \cdot 10^{-1}$	$2.30 \cdot 10^{-2}$
0.96	2576	$1.00 \cdot 10^{-2}$	$5.60 \cdot 10^{4}$	170	1.6	3.18	$1.41 \cdot 10^{6}$	0.9411	0.7879	0.0589	$4.93 \cdot 10^{-1}$	$5.98 \cdot 10^{-1}$	$3.69 \cdot 10^{-2}$
0.99	2576	$5.00 \cdot 10^{-4}$	$5.60 \cdot 10^{4}$	170	2.09	2.68	$6.03 \cdot 10^{6}$	0.9422	0.711	0.0578	$3.41 \cdot 10^{-1}$	$4.55 \cdot 10^{-1}$	$2.77 \cdot 10^{-2}$
0.97	2576	$1.00 \cdot 10^{-3}$	$6.20 \cdot 10^{4}$	170	1.83	2.76	$4.10 \cdot 10^{6}$	0.949	0.7957	0.051	$4.35 \cdot 10^{-1}$	$5.22 \cdot 10^{-1}$	$2.79 \cdot 10^{-2}$
...													

0.99	2576	$1.00 \cdot 10^{-4}$	$6.20 \cdot 10^{4}$	170	2.26	2.78	$1.04 \cdot 10^{7}$	0.9473	0.7471	0.0527	$2.84 \cdot 10^{-1}$	$4.18 \cdot 10^{-1}$	$2.44 \cdot 10^{-2}$
Simulations intermédiaires													
0.981	2576	$1.00 \cdot 10^{-3}$	$5.60 \cdot 10^{4}$	170	2.55	2.59	$1.36 \cdot 10^{7}$	0.9457	0.7387	0.0544	$2.84 \cdot 10^{-1}$	$2.90 \cdot 10^{-1}$	$2.13 \cdot 10^{-2}$
0.97	2631	$1.00 \cdot 10^{-2}$	$5.00 \cdot 10^{4}$	170	2.45	2.51	$1.03 \cdot 10^{7}$	0.9441	0.7134	0.0559	$2.92 \cdot 10^{-1}$	$3.94 \cdot 10^{-1}$	$2.28 \cdot 10^{-2}$
0.96	250	$1.00 \cdot 10^{-4}$	$5.00 \cdot 10^{4}$	170	2.56	2.62	$8.82 \cdot 10^{6}$	0.934	0.7068	0.066	$2.77 \cdot 10^{-1}$	$3.71 \cdot 10^{-1}$	$2.58 \cdot 10^{-2}$
0.97	2576	$1.00 \cdot 10^{-2}$	$5.00 \cdot 10^{4}$	170	2.36	2.74	$7.99 \cdot 10^{6}$	0.9378	0.7167	0.0622	$3.03 \cdot 10^{-1}$	$4.06 \cdot 10^{-1}$	$2.63 \cdot 10^{-2}$
0.93	2576	$1.00 \cdot 10^{-2}$	$5.60 \cdot 10^{4}$	170	2.39	2.89	$1.44 \cdot 10^{7}$	0.9492	0.7762	0.0508	$3.25 \cdot 10^{-1}$	$4.18 \cdot 10^{-1}$	$2.13 \cdot 10^{-2}$
0.96	2576	$1.00 \cdot 10^{-3}$	$6.20 \cdot 10^{4}$	170	2.04	2.72	$1.18 \cdot 10^{7}$	0.9509	0.7716	0.0491	$3.78 \cdot 10^{-1}$	$4.82 \cdot 10^{-1}$	$2.41 \cdot 10^{-2}$
Simulations dépendantes du temps													
0.92	2631	$1.00 \cdot 10^{-2}$	$5.00 \cdot 10^{4}$	170	5.77	3.67	$3.60 \cdot 10^{8}$	0.9529	0.8393	0.0471	$1.46 \cdot 10^{-1}$	$1.79 \cdot 10^{-1}$	$8.16 \cdot 10^{-3}$
0.93	2631	$1.00 \cdot 10^{-2}$	$5.00 \cdot 10^{4}$	170	5.47	3.42	$2.12 \cdot 10^{8}$	0.9503	0.8139	0.0497	$1.49 \cdot 10^{-1}$	$1.86 \cdot 10^{-1}$	$9.08 \cdot 10^{-3}$
...													

0.94	2631	$1.00 \cdot 10^{-2}$	$5.00 \cdot 10^{4}$	170	4.36	2.8	$1.34 \cdot 10^{8}$	0.9508	0.8005	0.0492	$1.83 \cdot 10^{-1}$	$2.34 \cdot 10^{-1}$	$1.13 \cdot 10^{-2}$
0.95	2631	$1.00 \cdot 10^{-2}$	$5.00 \cdot 10^{4}$	170	3.73	2.69	$6.63 \cdot 10^{7}$	0.9488	0.7697	0.0512	$2.06 \cdot 10^{-1}$	$2.69 \cdot 10^{-1}$	$1.37 \cdot 10^{-2}$
0.96	2631	$1.00 \cdot 10^{-3}$	$5.00 \cdot 10^{4}$	170	12.14	3.23	$2.32 \cdot 10^{9}$	0.9381	0.804	0.0619	$6.62 \cdot 10^{-2}$	$8.85 \cdot 10^{-2}$	$5.10 \cdot 10^{-3}$
0.96	2631	$1.00 \cdot 10^{-2}$	$5.00 \cdot 10^{4}$	170	3.13	2.61	$2.87 \cdot 10^{7}$	0.946	0.7546	0.054	$2.41 \cdot 10^{-1}$	$3.18 \cdot 10^{-1}$	$1.73 \cdot 10^{-2}$
0.97	2631	$1.00 \cdot 10^{-3}$	$5.00 \cdot 10^{4}$	170	9.25	2.93	$8.82 \cdot 10^{8}$	0.9388	0.7775	0.0612	$8.41 \cdot 10^{-2}$	$1.12 \cdot 10^{-1}$	$6.62 \cdot 10^{-3}$
0.99	2631	$1.00 \cdot 10^{-4}$	$5.00 \cdot 10^{4}$	170	12.9	2.86	$2.25 \cdot 10^{9}$	0.9313	0.7733	0.0687	$5.99 \cdot 10^{-2}$	$7.75 \cdot 10^{-2}$	$5.33 \cdot 10^{-3}$
0.99	2631	$1.00 \cdot 10^{-3}$	$5.00 \cdot 10^{4}$	170	3.17	2.34	$2.76 \cdot 10^{7}$	0.9436	0.7097	0.0564	$2.24 \cdot 10^{-1}$	$3.08 \cdot 10^{-1}$	$1.78 \cdot 10^{-2}$
0.99	2631	$5.00 \cdot 10^{-4}$	$5.00 \cdot 10^{4}$	170	4.76	2.36	$1.09 \cdot 10^{8}$	0.9433	0.7865	0.0567	$1.65 \cdot 10^{-1}$	$2.01 \cdot 10^{-1}$	$1.19 \cdot 10^{-2}$
0.93	250	$1.00 \cdot 10^{-4}$	$5.00 \cdot 10^{4}$	170	4.16	2.53	$4.92 \cdot 10^{7}$	0.9354	0.6971	0.0646	$1.68 \cdot 10^{-1}$	$2.43 \cdot 10^{-1}$	$1.55 \cdot 10^{-2}$
0.94	250	$1.00 \cdot 10^{-4}$	$5.00 \cdot 10^{4}$	170	3.66	2.47	$3.17 \cdot 10^{7}$	0.9372	0.8243	0.0628	$2.25 \cdot 10^{-1}$	$2.69 \cdot 10^{-1}$	$1.71 \cdot 10^{-2}$
0.95	250	$1.00 \cdot 10^{-5}$	$5.00 \cdot 10^{4}$	170	12.32	2.97	$1.52 \cdot 10^{9}$	0.924	0.7918	0.076	$6.43 \cdot 10^{-2}$	$8.29 \cdot 10^{-2}$	$6.17 \cdot 10^{-3}$

...

0.95	250	$1.00 \cdot 10^{-4}$	$5.00 \cdot 10^{4}$	170	3.24	2.46	$1.84 \cdot 10^{7}$	0.9377	0.7499	0.0623	$2.32 \cdot 10^{-1}$	$2.98 \cdot 10^{-1}$	$1.93 \cdot 10^{-2}$
0.96	250	$1.00 \cdot 10^{-5}$	$5.00 \cdot 10^{4}$	170	9.96	2.77	$8.35 \cdot 10^{8}$	0.9288	0.7989	0.0712	$8.02 \cdot 10^{-2}$	$9.99 \cdot 10^{-2}$	$7.15 \cdot 10^{-3}$
0.97	250	$1.00 \cdot 10^{-5}$	$5.00 \cdot 10^{4}$	170	7.64	2.58	$3.77 \cdot 10^{8}$	0.9335	0.7674	0.0665	$1.01 \cdot 10^{-1}$	$1.30 \cdot 10^{-1}$	$8.71 \cdot 10^{-3}$
0.99	250	$1.00 \cdot 10^{-5}$	$5.00 \cdot 10^{4}$	170	2.84	2.43	$1.48 \cdot 10^{7}$	0.9383	0.734	0.0617	$2.59 \cdot 10^{-1}$	$3.38 \cdot 10^{-1}$	$2.17 \cdot 10^{-2}$
0.92	250	$1.00 \cdot 10^{-4}$	$5.00 \cdot 10^{4}$	199	4.32	2.36	$9.22 \cdot 10^{7}$	0.9411	0.808	0.0589	$1.87 \cdot 10^{-1}$	$2.34 \cdot 10^{-1}$	$1.36 \cdot 10^{-2}$
0.92	2576	$1.00 \cdot 10^{-2}$	$5.00 \cdot 10^{4}$	170	5.78	3.53	$2.94 \cdot 10^{8}$	0.9512	0.7940	0.0488	$1.37 \cdot 10^{-1}$	$1.79 \cdot 10^{-1}$	$8.45 \cdot 10^{-3}$
0.94	2576	$1.00 \cdot 10^{-2}$	$5.00 \cdot 10^{4}$	170	4.3	2.75	$1.10 \cdot 10^{8}$	0.9503	0.7567	0.0497	$1.76 \cdot 10^{-1}$	$2.34 \cdot 10^{-1}$	$1.16 \cdot 10^{-2}$
0.96	2576	$1.00 \cdot 10^{-2}$	$5.00 \cdot 10^{4}$	170	3.02	2.6	$2.40 \cdot 10^{7}$	0.9447	0.7144	0.0553	$2.37 \cdot 10^{-1}$	$3.28 \cdot 10^{-1}$	$1.83 \cdot 10^{-2}$
0.99	2576	$5.00 \cdot 10^{-4}$	$5.00 \cdot 10^{4}$	170	4.75	2.45	$9.18 \cdot 10^{7}$	0.9404	0.7455	0.0596	$1.57 \cdot 10^{-1}$	$2.09 \cdot 10^{-1}$	$1.26 \cdot 10^{-2}$
0.99	2576	$1.00 \cdot 10^{-3}$	$5.00 \cdot 10^{4}$	170	3.11	2.38	$2.37 \cdot 10^{7}$	0.9422	0.7038	0.0578	$2.27 \cdot 10^{-1}$	$3.08 \cdot 10^{-1}$	$1.86 \cdot 10^{-2}$
0.981	2576	$1.00 \cdot 10^{-3}$	$5.00 \cdot 10^{4}$	170	5.82	2.57	$1.90 \cdot 10^{8}$	0.9413	0.7581	0.0587	$1.30 \cdot 10^{-1}$	$1.71 \cdot 10^{-1}$	$1.01 \cdot 10^{-2}$

...

0.92	2576	$1.00 \cdot 10^{-2}$	$5.60 \cdot 10^{4}$	170	2.55	2.9	$2.57 \cdot 10^{7}$	0.9523	0.8115	0.0477	$3.18 \cdot 10^{-1}$	$3.94 \cdot 10^{-1}$	$1.87 \cdot 10^{-2}$
0.94	2576	$1.00 \cdot 10^{-3}$	$5.60 \cdot 10^{4}$	170	7.3	3.15	$6.91 \cdot 10^{8}$	0.9498	0.8344	0.0502	$1.14 \cdot 10^{-1}$	$1.44 \cdot 10^{-1}$	$6.87 \cdot 10^{-3}$
0.95	2576	$1.00 \cdot 10^{-3}$	$5.60 \cdot 10^{4}$	170	5.96	2.89	$3.63 \cdot 10^{8}$	0.951	0.8099	0.049	$1.36 \cdot 10^{-1}$	$1.71 \cdot 10^{-1}$	$8.22 \cdot 10^{-3}$
0.96	2576	$5.00 \cdot 10^{-4}$	$5.60 \cdot 10^{4}$	170	7.3	3.01	$5.95 \cdot 10^{8}$	0.9465	0.7886	0.0535	$1.08 \cdot 10^{-1}$	$1.44 \cdot 10^{-1}$	$7.32 \cdot 10^{-3}$
0.96	2576	$1.00 \cdot 10^{-3}$	$5.60 \cdot 10^{4}$	170	4.71	2.63	$1.70 \cdot 10^{8}$	0.952	0.7766	0.048	$1.65 \cdot 10^{-1}$	$2.09 \cdot 10^{-1}$	$1.02 \cdot 10^{-2}$
0.97	2576	$1.00 \cdot 10^{-3}$	$5.60 \cdot 10^{4}$	170	3.59	2.48	$6.34 \cdot 10^{7}$	0.9514	0.774	0.0486	$2.16 \cdot 10^{-1}$	$2.69 \cdot 10^{-1}$	$1.35 \cdot 10^{-2}$
0.99	2576	$1.00 \cdot 10^{-4}$	$5.60 \cdot 10^{4}$	170	4.96	2.46	$1.65 \cdot 10^{8}$	0.9466	0.7745	0.0534	$1.56 \cdot 10^{-1}$	$2.01 \cdot 10^{-1}$	$1.08 \cdot 10^{-2}$
0.981	2576	$1.00 \cdot 10^{-4}$	$5.60 \cdot 10^{4}$	170	9.77	3.08	$1.14 \cdot 10^{9}$	0.9373	0.8043	0.0627	$8.23 \cdot 10^{-2}$	$1.06 \cdot 10^{-1}$	$6.42 \cdot 10^{-3}$
0.93	2576	$5.00 \cdot 10^{-4}$	$6.20 \cdot 10^{4}$	170	5.34	3.26	$3.66 \cdot 10^{8}$	0.9543	0.8884	0.0457	$1.66 \cdot 10^{-1}$	$2.01 \cdot 10^{-1}$	$8.56 \cdot 10^{-3}$
0.95	2576	$1.00 \cdot 10^{-3}$	$6.20 \cdot 10^{4}$	170	2.51	2.73	$2.76 \cdot 10^{7}$	0.9538	0.7679	0.0462	$3.06 \cdot 10^{-1}$	$3.94 \cdot 10^{-1}$	$1.84 \cdot 10^{-2}$
0.96	2576	$5.00 \cdot 10^{-4}$	$6.20 \cdot 10^{4}$	170	3.13	2.62	$4.92 \cdot 10^{7}$	0.9548	0.7618	0.0452	$2.43 \cdot 10^{-1}$	$3.18 \cdot 10^{-1}$	$1.44 \cdot 10^{-2}$

...

0.97	2576	$1.00 \cdot 10^{-4}$	$6.20 \cdot 10^{4}$	170	5.89	2.91	$3.89 \cdot 10^{8}$	0.9486	0.843	0.0514	$1.43 \cdot 10^{-1}$	$1.79 \cdot 10^{-1}$	$8.74 \cdot 10^{-3}$
0.981	2576	$1.00 \cdot 10^{-4}$	$6.20 \cdot 10^{4}$	170	3.88	2.54	$9.93 \cdot 10^{7}$	0.9522	0.7508	0.0478	$1.94 \cdot 10^{-1}$	$2.51 \cdot 10^{-1}$	$1.23 \cdot 10^{-2}$

TABLE A.2 – Résultats des simulations stationnaires, intermédiaires et dépendantes du temps réalisées avec une loi de viscosité de type Arrhenius.

A.3 Loi composite

Les résultats de nos simulations réalisées avec une loi de viscosité de type Arrhenius sont présentés dans le tableau suivant.

$f = \frac{R_{int}}{R_{top}}$ représente la courbure de la couche. R_{top} est le rayon total du corps considéré, en km. d_g est la taille de grain, en m. γ_{rh} le paramètre rhéologique moyen calculé dans la sous-couche rhéologique. ΔT est le saut de température à travers la couche, en K. Nu est le nombre de Nusselt moyenné temporellement, et corrigé de l'effet de la courbure. η_i^* est la viscosité adimensionnée de l'intérieur convectif bien mélangé de la couche. Ra_i est le nombre de Rayleigh calculé avec η_i. θ_i est la température interne adimensionnée moyennée dans la partie convective. θ_{sl} est la température adimensionnée à la base du couvercle stagnant. ΔT_{δ_1} est le saut de température adimensionné à travers la couche limite thermique inférieure. d_{sl}, δ_0 et δ_1 sont respectivement les épaisseurs adimensionnées du couvercle stagnant, de la couche limite thermique supérieure et de la couche limite thermique inférieure. p_{diff}, p_{disl} et $p_{gbs/bas}$ sont les contributions du fluage par diffusion, du fluage par migration de dislocations et de la combinaison des glissement aux joints de grains et des glissement sur le plan basal dans l'inverse de la viscosité totale, en $\%$.

f	R_{top}	d_g	γ_{rh}	δT	Nu	η_i^*	Ra_i	θ_i	θ_{sl}	$\delta T_{\delta 1}$	d_{sl}	δ_0	δ_1	p_{diff}	p_{disl}	$p_{gbs/bas}$
Simulations intermédaire																
0.99	2631	$2.00 \cdot 10^{-3}$	$1.84 \cdot 10^{1}$	163	2.87	2.11	$7.97 \cdot 10^{6}$	0.9366	0.8236	0.0634	$2.87 \cdot 10^{-1}$	$3.38 \cdot 10^{-1}$	$2.12 \cdot 10^{-2}$	56.41	1.36	42.23
Simulations dépendantes du temps																
0.93	2631	$2.00 \cdot 10^{-3}$	$2.45 \cdot 10^{1}$	163	17.01	4.09	$4.41 \cdot 10^{9}$	0.9313	0.8448	0.0687	$4.97 \cdot 10^{-2}$	$6.19 \cdot 10^{-2}$	$3.05 \cdot 10^{-3}$	57.49	1.24	41.27
0.93	2576	$2.00 \cdot 10^{-3}$	$2.42 \cdot 10^{1}$	170	14.04	4.76	$3.14 \cdot 10^{9}$	0.9357	0.864	0.0643	$6.15 \cdot 10^{-2}$	$7.75 \cdot 10^{-2}$	$3.59 \cdot 10^{-3}$	59.01	1.14	39.85
0.94	250	$1.00 \cdot 10^{-5}$	$3.66 \cdot 10^{1}$	198	12.14	2.98	$2.81 \cdot 10^{9}$	0.9354	0.7993	0.0646	$6.58 \cdot 10^{-2}$	$8.85 \cdot 10^{-2}$	$4.34 \cdot 10^{-3}$	99.94	0	0.05
0.94	2631	$2.00 \cdot 10^{-3}$	$2.06 \cdot 10^{1}$	163	14.65	3.59	$2.63 \cdot 10^{9}$	0.9321	0.8223	0.0679	$5.61 \cdot 10^{-2}$	$7.22 \cdot 10^{-2}$	$3.64 \cdot 10^{-3}$	58.67	1.15	40.18
0.94	2576	$2.00 \cdot 10^{-3}$	$2.18 \cdot 10^{1}$	170	12.24	4.12	$1.90 \cdot 10^{9}$	0.9368	0.8549	0.0632	$6.98 \cdot 10^{-2}$	$8.85 \cdot 10^{-2}$	$4.18 \cdot 10^{-3}$	58.03	1.21	40.76
0.95	250	$1.00 \cdot 10^{-5}$	$3.35 \cdot 10^{1}$	198	10.15	2.84	$1.70 \cdot 10^{9}$	0.9382	0.8079	0.0618	$7.96 \cdot 10^{-2}$	$9.99 \cdot 10^{-2}$	$5.11 \cdot 10^{-3}$	99.94	0	0.06
0.95	2631	$2.00 \cdot 10^{-3}$	$1.95 \cdot 10^{1}$	163	11.94	3.12	$1.48 \cdot 10^{9}$	0.9349	0.819	0.0651	$6.86 \cdot 10^{-2}$	$8.85 \cdot 10^{-2}$	$4.47 \cdot 10^{-3}$	59.85	1.09	39.05
...																

0.95	2576	$2.00 \cdot 10^{-3}$	$2.20 \cdot 10^{1}$	170	9.87	3.71	$1.05 \cdot 10^{9}$	0.9387	0.8418	0.0613	$8.53 \cdot 10^{-2}$	$1.06 \cdot 10^{-1}$	$5.23 \cdot 10^{-3}$	58.9	1.16	39.94
0.96	250	$1.00 \cdot 10^{-5}$	$3.25 \cdot 10^{1}$	198	8.19	2.73	$9.05 \cdot 10^{8}$	0.9407	0.7967	0.0593	$9.73 \cdot 10^{-2}$	$1.24 \cdot 10^{-1}$	$6.27 \cdot 10^{-3}$	99.94	0	0.05
0.96	2631	$2.00 \cdot 10^{-3}$	$1.91 \cdot 10^{1}$	163	9.58	2.79	$6.82 \cdot 10^{8}$	0.9354	0.7946	0.0646	$8.29 \cdot 10^{-2}$	$1.06 \cdot 10^{-1}$	$5.76 \cdot 10^{-3}$	59.65	1.11	39.24
0.96	2576	$2.00 \cdot 10^{-3}$	$2.09 \cdot 10^{1}$	170	7.94	3.32	$5.01 \cdot 10^{8}$	0.9408	0.8064	0.0592	$1.02 \cdot 10^{-1}$	$1.30 \cdot 10^{-1}$	$6.47 \cdot 10^{-3}$	60.37	1.08	38.56
0.97	2631	$1.00 \cdot 10^{-3}$	$2.11 \cdot 10^{1}$	163	10.3	2.83	$8.72 \cdot 10^{8}$	0.9355	0.7838	0.0645	$7.61 \cdot 10^{-2}$	$9.41 \cdot 10^{-2}$	$5.29 \cdot 10^{-3}$	73.02	0.79	26.18
0.97	2631	$2.00 \cdot 10^{-3}$	$1.80 \cdot 10^{1}$	163	7.12	2.39	$2.82 \cdot 10^{8}$	0.9396	0.7969	0.0604	$1.12 \cdot 10^{-1}$	$1.44 \cdot 10^{-1}$	$7.52 \cdot 10^{-3}$	62.48	0.97	36.56
0.97	2576	$1.00 \cdot 10^{-3}$	$2.22 \cdot 10^{1}$	170	8.63	3.34	$6.46 \cdot 10^{8}$	0.9412	0.7845	0.0588	$9.09 \cdot 10^{-2}$	$1.18 \cdot 10^{-1}$	$5.83 \cdot 10^{-3}$	74	0.78	25.22
0.97	2576	$2.00 \cdot 10^{-3}$	$1.79 \cdot 10^{1}$	170	5.98	2.91	$2.02 \cdot 10^{8}$	0.9428	0.8458	0.0572	$1.42 \cdot 10^{-1}$	$1.71 \cdot 10^{-1}$	$8.63 \cdot 10^{-3}$	62.25	0.98	36.77
0.99	2631	$1.00 \cdot 10^{-4}$	$2.51 \cdot 10^{1}$	163	13.45	2.88	$1.98 \cdot 10^{9}$	0.9289	0.7323	0.0711	$5.44 \cdot 10^{-2}$	$7.22 \cdot 10^{-2}$	$4.30 \cdot 10^{-3}$	97.38	0.12	2.51
0.99	2631	$5.00 \cdot 10^{-4}$	$2.06 \cdot 10^{1}$	163	5.31	2.41	$9.83 \cdot 10^{7}$	0.9374	0.7131	0.0626	$1.34 \cdot 10^{-1}$	$1.94 \cdot 10^{-1}$	$1.14 \cdot 10^{-2}$	86.5	0.42	13.08
0.99	2631	$1.00 \cdot 10^{-3}$	$2.36 \cdot 10^{1}$	163	3.75	2.15	$2.87 \cdot 10^{7}$	0.9415	0.7209	0.0585	$1.92 \cdot 10^{-1}$	$2.51 \cdot 10^{-1}$	$1.46 \cdot 10^{-2}$	72.43	0.85	26.72

...

0.99	2576	$1.00 \cdot 10^{-4}$	$2.69 \cdot 10^{1}$	170	11.14	3.55	$1.46 \cdot 10^{9}$	0.935	0.7633	0.065	$6.85 \cdot 10^{-2}$	$8.85 \cdot 10^{-2}$	$4.85 \cdot 10^{-3}$	97.52	0.11	2.38
0.92	2631	$1.00 \cdot 10^{-2}$	$1.64 \cdot 10^{1}$	163	9.33	3.21	$5.16 \cdot 10^{8}$	0.9396	0.8537	0.0604	$9.15 \cdot 10^{-2}$	$1.12 \cdot 10^{-1}$	$5.50 \cdot 10^{-3}$	33.4	3.31	63.29
0.92	2631	$5.00 \cdot 10^{-3}$	$1.88 \cdot 10^{1}$	163	12.89	3.57	$1.64 \cdot 10^{9}$	0.9374	0.8356	0.0626	$6.48 \cdot 10^{-2}$	$8.29 \cdot 10^{-2}$	$3.88 \cdot 10^{-3}$	41.9	1.98	56.13
0.92	2576	$1.00 \cdot 10^{-2}$	$1.72 \cdot 10^{1}$	170	7.67	3.41	$4.07 \cdot 10^{8}$	0.9434	0.8822	0.0566	$1.15 \cdot 10^{-1}$	$1.37 \cdot 10^{-1}$	$6.40 \cdot 10^{-3}$	33.82	3.25	62.93
0.93	2631	$1.00 \cdot 10^{-2}$	$1.63 \cdot 10^{1}$	163	8.1	2.87	$3.19 \cdot 10^{8}$	0.9394	0.8388	0.0606	$1.04 \cdot 10^{-1}$	$1.30 \cdot 10^{-1}$	$6.52 \cdot 10^{-3}$	34.4	3.19	62.41
0.93	2631	$5.00 \cdot 10^{-3}$	$1.74 \cdot 10^{1}$	163	11.18	3.13	$1.07 \cdot 10^{9}$	0.9381	0.8819	0.0619	$7.89 \cdot 10^{-2}$	$9.41 \cdot 10^{-2}$	$4.57 \cdot 10^{-3}$	42.62	1.91	55.47
0.93	2576	$1.00 \cdot 10^{-2}$	$1.62 \cdot 10^{1}$	170	6.55	3.02	$2.53 \cdot 10^{8}$	0.9431	0.888	0.0569	$1.36 \cdot 10^{-1}$	$1.57 \cdot 10^{-1}$	$7.72 \cdot 10^{-3}$	35.25	3.13	61.62
0.93	2576	$5.00 \cdot 10^{-3}$	$1.88 \cdot 10^{1}$	170	9.28	3.79	$7.31 \cdot 10^{8}$	0.9416	0.8718	0.0584	$9.39 \cdot 10^{-2}$	$1.12 \cdot 10^{-1}$	$5.31 \cdot 10^{-3}$	43.11	1.9	54.99
0.94	2631	$1.00 \cdot 10^{-2}$	$1.58 \cdot 10^{1}$	163	6.73	2.48	$2.02 \cdot 10^{8}$	0.9394	0.8513	0.0606	$1.27 \cdot 10^{-1}$	$1.50 \cdot 10^{-1}$	$8.04 \cdot 10^{-3}$	35.95	3.04	61.02
0.94	2631	$5.00 \cdot 10^{-3}$	$1.64 \cdot 10^{1}$	163	9.49	2.78	$6.34 \cdot 10^{8}$	0.9385	0.855	0.0615	$9.01 \cdot 10^{-2}$	$1.12 \cdot 10^{-1}$	$5.51 \cdot 10^{-3}$	42.96	1.89	55.15
0.94	2576	$1.00 \cdot 10^{-2}$	$1.66 \cdot 10^{1}$	170	5.65	2.89	$1.33 \cdot 10^{8}$	0.9424	0.8444	0.0576	$1.49 \cdot 10^{-1}$	$1.79 \cdot 10^{-1}$	$9.23 \cdot 10^{-3}$	35.84	2.96	61.2
								...								

0.94	2576	$5.00 \cdot 10^{-3}$	$1.76 \cdot 10^{1}$	170	7.76	3.42	$4.25 \cdot 10^{8}$	0.9425	0.8577	0.0575	$1.11 \cdot 10^{-1}$	$1.37 \cdot 10^{-1}$	$6.44 \cdot 10^{-3}$	44.66	1.8	53.53
0.95	2631	$1.00 \cdot 10^{-2}$	$1.52 \cdot 10^{1}$	163	5.7	2.42	$9.72 \cdot 10^{7}$	0.938	0.8555	0.062	$1.50 \cdot 10^{-1}$	$1.79 \cdot 10^{-1}$	$9.93 \cdot 10^{-3}$	35.89	3.08	61.04
0.95	2576	$1.00 \cdot 10^{-2}$	$1.54 \cdot 10^{1}$	170	4.74	2.88	$6.80 \cdot 10^{7}$	0.9403	0.9014	0.0597	$1.90 \cdot 10^{-1}$	$2.09 \cdot 10^{-1}$	$1.16 \cdot 10^{-2}$	36.08	3.04	60.88
0.95	2576	$5.00 \cdot 10^{-3}$	$1.71 \cdot 10^{1}$	170	6.48	2.97	$2.40 \cdot 10^{8}$	0.9422	0.8583	0.0578	$1.33 \cdot 10^{-1}$	$1.57 \cdot 10^{-1}$	$7.95 \cdot 10^{-3}$	44.45	1.78	53.77
0.96	2631	$1.00 \cdot 10^{-2}$	$1.49 \cdot 10^{1}$	163	4.5	2.07	$5.05 \cdot 10^{7}$	0.9374	0.8619	0.0626	$1.92 \cdot 10^{-1}$	$2.17 \cdot 10^{-1}$	$1.29 \cdot 10^{-2}$	35.83	3.08	61.1
0.96	2631	$5.00 \cdot 10^{-3}$	$1.57 \cdot 10^{1}$	163	6.21	2.35	$1.47 \cdot 10^{8}$	0.9384	0.8304	0.0616	$1.34 \cdot 10^{-1}$	$1.64 \cdot 10^{-1}$	$8.95 \cdot 10^{-3}$	43.78	1.83	54.39
0.96	2576	$1.00 \cdot 10^{-2}$	$1.54 \cdot 10^{1}$	170	3.8	2.48	$3.43 \cdot 10^{7}$	0.9401	0.8582	0.0599	$2.26 \cdot 10^{-1}$	$2.60 \cdot 10^{-1}$	$1.47 \cdot 10^{-2}$	35.23	3.13	61.64
0.96	2576	$5.00 \cdot 10^{-3}$	$1.67 \cdot 10^{1}$	170	5.2	2.71	$1.13 \cdot 10^{8}$	0.9419	0.8557	0.0581	$1.65 \cdot 10^{-1}$	$1.94 \cdot 10^{-1}$	$1.02 \cdot 10^{-2}$	44.58	1.77	53.65
0.97	2631	$1.00 \cdot 10^{-2}$	$1.31 \cdot 10^{1}$	163	3.57	1.84	$2.04 \cdot 10^{7}$	0.9365	0.8455	0.0635	$2.37 \cdot 10^{-1}$	$2.69 \cdot 10^{-1}$	$1.69 \cdot 10^{-2}$	30.15	4.46	65.38
0.97	2631	$5.00 \cdot 10^{-3}$	$1.54 \cdot 10^{1}$	163	4.73	2.11	$6.16 \cdot 10^{7}$	0.9381	0.8211	0.0619	$1.74 \cdot 10^{-1}$	$2.09 \cdot 10^{-1}$	$1.21 \cdot 10^{-2}$	44.77	1.76	53.47
0.97	2576	$1.00 \cdot 10^{-2}$	$1.41 \cdot 10^{1}$	170	3.01	2.39	$1.29 \cdot 10^{7}$	0.9394	0.8367	0.0606	$2.78 \cdot 10^{-1}$	$3.18 \cdot 10^{-1}$	$1.92 \cdot 10^{-2}$	33.43	3.78	62.79

...

0.97	2576	$5.00 \cdot 10^{-3}$	$1.55 \cdot 10^{1}$	170	3.94	2.54	$4.68 \cdot 10^{7}$	0.9413	0.8514	0.0587	$2.16 \cdot 10^{-1}$	$2.51 \cdot 10^{-1}$	$1.39 \cdot 10^{-2}$	43.36	1.88	54.75
0.99	2631	$5.00 \cdot 10^{-3}$	$1.46 \cdot 10^{1}$	163	2.16	2.06	$1.57 \cdot 10^{6}$	0.9277	0.7853	0.0723	$3.64 \cdot 10^{-1}$	$4.43 \cdot 10^{-1}$	$3.26 \cdot 10^{-2}$	36.71	2.83	60.46

TABLE A.3 – Résultats des simulations intermédiaires et dépendantes du temps réalisées avec une rhéologie composite.

Bibliographie

ALLEY, R. B., PEREPEZKO, J. H. et BENTLEY, C. R. (1986). Grain growth in polar ice : II. Application. *Journal of Glaciology*, 32(112):425–433.

ANDERSON, J. D., JACOBSON, R. A., MCELRATH, T. P., MOORE, W. B., SCHUBERT, G. et THOMAS, P. C. (2001). Shape, Mean Radius, Gravity Field, and Interior Structure of Callisto. *Icarus*, 161:157–161.

ANDERSON, J. D., LAU, E. L., SJOGREN, W. L., SCHUBERT, G. et MOORE, W. B. (1996). Gravitational constraints on the internal structure of Ganymede. *Nature*, page 9.

ANDERSON, J. D. et SCHUBERT, G. (2007). Saturn's satellite Rhea is a homogeneous mix of rock and ice. *Geophysical Research Letters*, 34(September 2006):4–7.

ANDERSON, J. D., SCHUBERT, G., JACOBSON, R. A., LAU, E. L., MOORE, W. B. et SJOGREN, W. L. (1998a). Distribution of Rock, Metals, and Ices in Callisto. *Science*, (June).

ANDERSON, J. D., SCHUBERT, G., JACOBSON, R. A., LAU, E. L., MOORE, W. B. et SJOGREN, W. L. (1998b). Europa's Differentiated Internal Structure : Inferences from Four Galileo Encounters. *Science*, 281:2019–2023.

ATREYA, S. K., DONAHUE, T. M. et KUHN, W. R. (1978). Evolution of a nitrogen atmosphere on titan. *Science*, 201:611–613.

BAKER, R. W. et GERBERICH, W. W. (1979). The effect of crystal size and dispersed-solid inclusions on the activation energy for creep. *Journal of Glaciology*, 24(90).

BALAND, R., VAN HOOLST, T., YSEBOODT, M. et KARATEKIN, Ö. (2011). Astrophysics Titan's obliquity as evidence of a subsurface ocean ? *Astronomy and Astrophysics*, 141:1–6.

BARR, A. C. et CANUP, R. M. (2010). Origin of the Ganymede-Callisto dichotomy by impacts during the late heavy bombardment. 3(January):1–4.

BARR, A. C. et MILKOVICH, S. M. (2008). Ice grain size and the rheology of the martian polar deposits. *Icarus*, 194:513–518.

BARR, A. C. et PAPPALARDO, R. T. (2005). Onset of convection in the icy Galilean satellites : Influence of rheology. *Journal of Geophysical Research E : Planets*, 110(12):1–14.

BÉGHIN, C., SIMÕES, F., KRASNOSELSKIKH, V., SCHWINGENSCHUH, K., BERTHELIER, J. J., BESSER, B. P., BETTANINI, C., GRARD, R., HAMELIN, M., LOPEZ-MORENO, J. J., MOLINA-CUBEROS, G. J. et TOKANO, T. (2007). A Schumann-like resonance on Titan driven by Saturn's magnetosphere possibly revealed by the Huygens Probe. *Icarus*, 191:251–266.

BESSERER, J. (2012). *Approche numérique du couplage par effets de marée entre transferts thermiques internes et évolution orbitale des corps planétaires*. Thèse de doctorat, Université de Nantes, Laboratoire de Planétologie et Géodynamique.

BEUTHE, M., RIVOLDINI, A. et TRINH, A. (2016). Enceladus's and Dione's floating ice shells supported by minimum stress isostasy. *Geophysical Research Letters*, 43: 10,088–10,096.

BIERHAUS, E. B., ZAHNLE, K. et CHAPMAN, C. R. (2009). *Europa's Crater Distributions and Surface Ages*, page 161.

BLAND, M. T. et MCKINNON, W. B. (2015). Forming Ganymede's grooves at smaller strain : Toward a self-consistent local and global strain history for Ganymede. 245:247–262.

BLAND, M. T., SHOWMAN, A. P. et TOBIE, G. (2008). The production of Ganymede's magnetic field. *Icarus*, 198(2):384–399.

BLANKENBACH, B., BUSSE, F., CHRISTENSEN, U., CSEREPES, L., GUNKEL, D., HANSEN, U., HARDER, H., JARVIS, G., KOCH, M., MARQUART, G., MOORE, D., OLSON, P., SCHMELING, H. et SCHNAUBELT, T. (1989). A benchmark comparison for mantle convection codes. *Geophysical Journal International*, 98(1):23–38.

BRANDT, A. (1977). Multi-Level Adaptive Solutions to Boundary-Value Problems. *Mathematics of Computation*, 31(138):333.

BROWN, M. E. et HAND, K. P. (2013). Salts and radiation products on the surface of Europa. *The Astronomical Journal*, 110(2010).

BROWN, R. H., SODERBLOM, L. A., SODERBLOM, J. M., CLARK, R. N., JAUMANN, R., BARNES, J. W., SOTIN, C., BURATTI, B., BAINES, K. H. et NICHOLSON, P. D. (2008). The identification of liquid ethane in Titan's Ontario Lacus. *Letters to Nature*, 454(July):607–610.

BUDD, W. F. et JACKA, T. H. (1989). A review of ice rheology for ice sheet modelling. *Cold Regions Science and Technology*, 16:107–144.

ČADEK, O., SOUČEK, O., BEHOUNKOVÁ, M., CHOBLET, G., TOBIE, G. et HRON, J. (2019). Long-term stability of Enceladus' uneven ice shell. 319(May 2018):476–484.

ČADEK, O., TOBIE, G., VAN HOOLST, T., MASSÉ, M., CHOBLET, G., LEFÈVRE, A., MITRI, G., BALAND, R.-M., BĚHOUNKOVÁ, M., BOURGEOIS, O. et TRINH, A. (2016). Enceladus's internal ocean and ice shell constrained from {Cassini} gravity, shape, and libration data. *Geophysical Research Letters*, 43(11):5653–5660.

CARR, M. H., BELTON, M. J. S., CHAPMAN, C. R., DAVIES, M. E., GEISSLER, P., GREENBERG, R., MCEWEN, A. S., TUFTS, B. R., GREELEY, R., SULLIVAN, R., HEAD, J. W., PAPPALARDO, R. T., KLAASEN, K. P., JOHNSON, T. V., KAUFMAN, J., SENSKE, D., MOORE, J., NEUKUM, G., SCHUBERT, G., BURNS, J. A., THOMAS, P. et VEVERKA, J. (1998). Evidence for a subsurface oceanonEuropa. *Letters to Nature*, 391:363–365.

CASSEN, P., REYNOLDS, R. T. et PEALE, S. J. (1979). Is there liquid water on Europa ? *Geophysical Research Letters*, 6(9):731–734.

CASTILLO-ROGEZ, J. (2006). Internal structure of Rhea. *Journal of Geophysical Research*, 111(July):1–13.

CASTILLO-ROGEZ, J. C. et LUNINE, J. I. (2010). Evolution of Titan's rocky core constrained by Cassini observations. *Geophysical Research Letters*, 37(June):1–5.

CHARNOZ, S., CRIDA, A., CASTILLO-ROGEZ, J. C., LAINEY, V., DONES, L., KARATEKIN, Ö., TOBIE, G., MATHIS, S., PONCIN-LAFITTE, C. L. et SALMON, J. (2011). Accretion of Saturn's mid-sized moons during the viscous spreading of young massive rings : Solving the paradox of silicate-poor rings versus silicate-rich moons. *Icarus*, 216:535–550.

CHOBLET, G., ČADEK, O., COUTURIER, F. et DUMOULIN, C. (2007). ŒDIPUS : a new tool to study the dynamics of planetary interiors. *Geophysical Journal International*, 170(1):9–30.

CHOBLET, G., TOBIE, G., SOTIN, C., KALOUSOVÁ, K. et GRASSET, O. (2017). Heat transport in the high-pressure ice mantle of large icy moons and the dissipation number. *Icarus*, 285:252–262.

CHOUKROUN, M. et GRASSET, O. (2007). Thermodynamic model for water and high-pressure ices up to and down to the metastable domain. *Journal of Chemical Physics*, 127.

CHOUKROUN, M. et GRASSET, O. (2010). Thermodynamic data and modeling of the water and ammonia-water phase diagrams up to 2.2 GPa for planetary geophysics. *Journal of Chemical Physics*, 133(0):0–13.

CHOUKROUN, M. et SOTIN, C. (2012). Is Titan's shape caused by its meteorology and carbon cycle ? *Geophysical Research Letters*, 39(4).

CHRISTENSEN, U. (1983). Convection in a variable-viscosity fluid : Newtonian versus power-law rheology. *Earth and Planetary Science Letters*, 64:153–162.

CHRISTENSEN, U. (1984). Convection with pressure- and temperature- dependent no. *Geophysics, J. R. astr. Soc*, 77:343–384.

CHRISTENSEN, U. R. (1985). Heat transport by variable viscosity convection ii : pressure influence, non-newtonian rheology and decaying heat sources. *Physics of the Earth and Planetary Interiors*, 37(2):183 – 205.

COBLE, R. L. (1963). A Model for Boundary Diffusion Controlled Creep in Polycrystalline Materials. *Journal of Applied Physics*, 34:1679–1682.

COLLINS, G. et JOHNSON, T. V. (2014). *Ganymede and Callisto*. Elsevier Inc., third edition édition.

COMAS SOLÁ, J. (1908). Observations des satellites principaux de Jupiter et de Titan. *Astronomische Nachrichten*, 179(18):289.

CONSOLMAGNO, G. J. et LEWIS, J. S. (1977). Preliminary thermal history models of icy satellites. *Planetary satellites*, pages 492–500.

CONSOLMAGNO, G. J. et LEWIS, J. S. (1978). The Evolution of Icy Satellite Interiors and Surfaces. *Icarus*, 34:280–293.

COURANT, R., FRIEDRICHS, K. et LEWY, H. (1928). Über die partiellen Differenzengleichungen der mathematischen Physik. *Mathematische Annalen*, 100(1):32–74.

COUSTENIS, A. et BÉZARD, B. (1995). Titan's atmosphere from Voyager infrared observations. *Icarus*, 115:126–140.

DALTON, J. B. I., SHIRLEY, J. H. et KAMP, L. W. (2012). Europa's icy bright plains and dark linea : Exogenic and endogenic contributions to composition and surface properties. *Journal of Geophysical Research*, 117(July 2011):1–6.

DASH, J. G., FU, H. et WETTLAUFER, J. S. (1995). The premelting of ice and its environmental consequences. *Reports on Progress in Physics*, 58(1):115–167.

DAVAILLE, A. et JAUPART, C. (1993). Transient High-Rayleigh-Number Thermal Convection With Large Viscosity Variations. *Journal of Fluid Mechanics*, 253(November 2016):141–166.

DESCHAMPS, F. et LIN, J.-R. (2014). Stagnant lid convection in 3D-Cartesian geometry : Scaling laws and applications to icy moons and dwarf planets. *Physics of the Earth and Planetary Interiors*, 229:40–54.

DESCHAMPS, F. et SOTIN, C. (2000). Inversion of two-dimensional numerical convection experiments for a fluid with a strongly temperature-dependent viscosity. *Geophysical Journal International*, 143(1):204–218.

DOIN, M.-P., FLEITOUT, L. et CHRISTENSEN, U. R. (1997). Mantle convection and stability of depleted and undepleted continental lithosphere. *Journal of Geophysical Research*, 102:2771–2787.

DUMOULIN, C. (2000). *Convection mantellique et structure de la lithosphère*. Thèse de doctorat, Université Paris Sud (Paris XI), Laboratoire de Géologie de l'Ecole Normale Supérieure.

DUMOULIN, C., DOIN, M.-P. et FLEITOUT, L. (1999). Heat transport in stagnant lid convection with temperature- and pressure-dependent Newtonian or non-Newtonian rheology. *Journal of Geophysical Research : Solid Earth*, 104(B6):12759–12777.

DURANTE, D., HEMINGWAY, D. J., RACIOPPA, P., IESS, L. et STEVENSON, D. J. (2019). Titan's gravity field and interior structure after Cassini. *Icarus*, 326(February):123–132.

DURHAM, B., KIRBY, S. H. et STERN, L. A. (1992). Effects of Dispersed Particulates on the Rheology of Water Ice at Planetary Conditions. *Journal of Geophysical Research*, 97(92):883–897.

DURHAM, W. et STERN, L. (2001). Rheological properties of water ice -Applications to satellites of the outer planets. *Annual Review of Earth and Planetary Sciences*, 11:295–330.

DUVAL, P. et CASTELNAU, O. (1995). Dynamic Recrystallization of Ice in Polar Ice Sheets. *Journal de Physique IV*, 5:197–205.

ESTRADA, P. R., MOSQUEIRA, I., LISSAUER, J. J., D'ANGELO, G. et CRUIKSHANK, D. P. (2009). *Formation of Jupiter and Conditions for Accretion of the Galilean Satellites*, page 27.

FISCHER, P. D., BROWN, M. E. et HAND, K. P. (2015). Spatially resolved spectroscopy of europa : The distinct spectrum of large-scale chaos. *The Astronomical Journal*, 150(5):164.

FLETCHER, N. H. (1970). *The Chemical Physics of Ice*. Cambridge Monographs on Physics. Cambridge University Press.

FOWLER, A. C. (1985). Fast Thermoviscous Convection. *Studies in Applied Mathematics*, 72(3):189–219.

FRANK-KAMENETSKII, D. A. (1969). *Diffusion and heat transfer in chemical kinetics*. New York : Plenum Press.

FREEMAN, J., MORESI, L. et MAY, D. (2006). Thermal convection with a water ice I rheology : Implications for icy satellite evolution. *Icarus*, 180(1):251–264.

FREEMAN, J., MORESI, L. et MAY, D. A. (2004). Evolution into the stagnant lid convection regime with a non-Newtonian water ice rheology. *Geophysical Research Letters*, 31(11):1–4.

FROST, H. J. et ASHBY, M. F. (1982). *Deformation-mechanism maps : the plasticity and creep of metals and ceramics*. Oxford ; New York ; Sydney : Pergamon, 1st ed édition.

GLEN, J. W. et PERUTZ, M. F. (1955). The creep of polycrystalline ice. *Proceedings of the Royal Society of London. Series A. Mathematical and Physical Sciences*, 228(1175): 519–538.

GODUNOV, S. K. (1959). A difference method for numerical calculation of discontinuous solutions of the equations of hydrodynamics. *Matematicheskii Sbornik*, 89(3):271–306.

GOLDSBY, D. L. et KOHLSTEDT, D. L. (1997). Grain boundary sliding in fine-grained Ice I. *Scripta Materialia*, 37(9):1399–1406.

GOLDSBY, D. L. et KOHLSTEDT, D. L. (2001). Superplastic deformation of ice : Experimental observations. *Journal of Geophysical Research : Solid Earth*, 106(B6):11017–11030.

GRASSET, O., DOUGHERTY, M. K., COUSTENIS, A., BUNCE, E. J., ERD, C., TITOV, D., BLANC, M., COATES, A., DROSSART, P., FLETCHER, L. N., HUSSMANN, H., JAUMANN, R., KRUPP, N., LEBRETON, J., PRIETO-BALLESTEROS, O., TORTORA, P., TOSI, F. et VAN HOOLST, T. (2013). JUpiter ICy moons Explorer (JUICE) : An ESA mission to orbit Ganymede and to characterise the Jupiter system. *Planetary and Space Science*, 78:1–21.

GRASSET, O. et PARGAMIN, J. (2005). The ammonia-water system at high pressures : Implications for the methane of Titan. *Planetary and Space Science*, 53:371–384.

GRASSET, O. et SOTIN, C. (1996). The Cooling Rate of a Liquid Shell in Titan's Interior. *Icarus*, 112:101–112.

GRASSET, O., SOTIN, C. et DESCHAMPS, F. (2000). On the internal structure and dynamics of Titan. *Planetary and Space Science*, 48:617–636.

GRIFFITH, C. A. (1993). Evidence for surface heterogeneity on Titan. *Letters to Nature*, 364:511–514.

GRIFFITH, C. A. (2006). Evidence for a Polar Ethane. *Science*, 1620.

GRUNDY, W. M., BUIE, M. W., STANSBERRY, J. A. et SPENCER, J. R. (1999). Near-Infrared Spectra of Icy Outer Solar System Surfaces : Remote Determination of H2O Ice Temperatures. *Icarus*, 549:536–549.

GUERRERO, J. M., LOWMAN, J. P., DESCHAMPS, F. et TACKLEY, P. J. (2018). The Influence of Curvature on Convection in a Temperature-Dependent Viscosity Fluid : Implications for the 2-D and 3-D Modeling of Moons. *Journal of Geophysical Research : Planets*, 123(7):1863–1880.

HAND, K. P. et CHYBA, C. F. (2007). Empirical constraints on the salinity of the europan ocean and implications for a thin ice shell. *Icarus*, 189:424–438.

HANEL, R., CONRATH, B., FLASAR, F. M., KUNDE, V., MAGUIRE, W., PEARL, J., PIRRAGLIA, J., SAMUELSON, R., HERATH, L., ALLISON, M., CRUIKSHANK, D., GAUTIER, D., GIERASCH, P., HORN, L., KOPPANY, R. et PONNAMPERUMA, C. (1981). Infrared observations of the Saturnian system from Voyager 1. *Science*, 212:192–200.

HANSEN, G. B. et MCCORD, T. B. (2004). Amorphous and crystalline ice on the Galilean satellites : A balance between thermal and radiolytic processes. *Journal of Geophysical Research*, 109:1–19.

HARTKORN, O. et SAUR, J. (2017). Induction signals from Callisto's ionosphere and their implications on a possible subsurface ocean. *Journal of Geophysical Research : Solid Earth*, pages 677–697.

HAUCK, S. A., AURNOU, J. M. et DOMBARD, A. J. (2006). Sulfur's impact on core evolution and magnetic field generation on Ganymede. *Journal of Geophysical Research*, 111:1–14.

HEMINGWAY, D. J. et MITTAL, T. (2019). Enceladus's ice shell structure as a window on internal heat production. *Icarus*, 332(October 2018):111–131.

HERNLUND, J. W. et TACKLEY, P. J. (2008). Modeling mantle convection in the spherical annulus. *Physics of the Earth and Planetary Interiors*, 171(1-4):48–54.

HERRING, C. (1950). Diffusional Viscosity of a Polycrystalline Solid. *Journal of Applied Physics*, 21:437–445.

HOBBS, P. V. (1974). Thermal properties and diffusion in ice. *In Ice Physics*, chapitre Chapter 5, pages 346–391. Clarendon, Oxford, U.K.

HOLLINGSWORTH SMITH, P. (1978). Diameters of the Galilean Satellites from Pioneer Data. *Icarus*, 176.

HOWARD, L. N. (1966). Convection at high Rayleigh number. *Applied Mechanics*, 17: 1109–1115.

HUSSMANN, H., CHOBLET, G., LAINEY, V., MATSON, D. L., SOTIN, C. et TOBIE, G. (2010). Implications of Rotation, Orbital States, Energy Sources, and Heat Transport for Internal Processes in Icy Satellites. *Space Science Reviews*, 153:317–348.

HUSSMANN, H., SOHL, F. et SPOHN, T. (2006). Subsurface oceans and deep interiors of medium-sized outer planet satellites and large trans-neptunian objects. *Icarus*, 185(1): 258–273.

HUSSMANN, H., SOTIN, C. et LUNINE, J. (2015). 10.18 - interiors and evolution of icy satellites. *In* SCHUBERT, G., éditeur : *Treatise on Geophysics (Second Edition)*, pages 605 – 635. Elsevier, Oxford, second edition édition.

HÜTTIG, C. et BREUER, D. (2011). Regime classification and planform scaling for internally heated mantle convection. *Physics of the Earth and Planetary Interiors*, 186(3-4):111–124.

IESS, L., JACOBSON, R. A., DUCCI, M., STEVENSON, D. J., LUNINE, J. I., ARMSTRONG, J. W., ASMAR, S. W., RACIOPPA, P., RAPPAPORT, N. J. et TORTORA, P. (2012). The tides of Titan. *Science*, 337(6093):457–459.

IESS, L., RAPPAPORT, N. J., JACOBSON, R. A., RACIOPPA, P., STEVENSON, D. J., TORTORA, P., ARMSTRONG, J. W. et ASMAR, S. W. (2010). Gravity Field, Shape, and Moment of Inertia of Titan. *Science*, 327.

IESS, L., STEVENSON, D. J., PARISI, M., HEMINGWAY, D., JACOBSON, R. A., LUNINE, J. I., NIMMO, F., ARMSTRONG, J. W., ASMAR, S. W., DUCCI, M. et TORTORA, P. (2014). The gravity field and interior structure of Enceladus. *Science*, 344(April):78–81.

JACOBSON, R. A., ANTREASIAN, P. G., BORDI, J. J., CRIDDLE, K. E., IONASESCU, R., JONES, J. B., MACKENZIE, R. A., MEEK, M. C., PARCHER, D., PELLETIER, F. J., OWEN, W. M., ROTH, D. C., ROUNDHILL, I. M. et STAUCH, J. R. (2006). The gravity field of the saturnian system from satellite observations and spacecraft tracking data. *The*, 132:2520–2526.

JAUMANN, R., STEPHAN, K., HANSEN, G. B., CLARK, R. N., BURATTI, B. J. et BROWN, R. H. (2008). Distribution of icy particles across Enceladus' surface as derived from Cassini-VIMS measurements. *Icarus*, 193:407–419.

JOHNSON, T. V. (1998). Geology of the icy satellites. *In Solar System Ices*, pages 511–523. Astrophysical and Space Science Library.

KALOUSOVÁ, K., SOTIN, C., CHOBLET, G., TOBIE, G. et GRASSET, O. (2018). Two-phase convection in Ganymede's high-pressure ice layer - Implications for its geological evolution. *Icarus*, 299:133–147.

KALOUSOVÁ, K., SOUČEK, O., TOBIE, G., CHOBLET, G. et ČADEK, O. (2016). Water generation and transport below Europa's strike-slip faults. *Journal of Geophysical Research : Planets*, 121(12):2444–2462.

KARATO, S.-i. et WU, P. (1993). Rheology of the Upper Mantle : A Synthesis. *Science*, 260(5109):771–778.

KHURANA, K. K., JIVELSON, M., STEVENSON, D., SCHUBERT, G., RUSSELL, C., WALKER, R. et POLANSKEY, C. (1998). Induced magnetic fields as evidence for subsurface oceans in Europa and Callisto. *Nature*, 395(October):777–780.

KING, S. D. (2009). On topography and geoid from 2-D stagnant lid convection calculations. *Geochemistry, Geophysics, Geosystems*, 10:1–10.

KING, S. D., LEE, C., van KEKEN, P. E., LENG, W., ZHONG, S., TAN, E., TOSI, N. et KAMEYAMA, M. C. (2010). A community benchmark for 2-D Cartesian compressible convection in the Earth's mantle. *Geophysical Journal International*, 180(1):73–87.

KIRK, R. L. et STEVENSON, D. J. (1987). Thermal Evolution of a Differentiated Ganymede and Implications for Surface Features. *Icarus*, 134.

KIVELSON, M. C., KHURANA, K. K., RUSSELL, C. T., VOLWERK, M., WALKER, R. J. et ZIMMER, C. (2000). Galileo Magnetometer Measurements : A Stronger Case for a Subsurface Ocean at Europa. *Science*, 289(August):1340–1344.

KIVELSON, M. G., KHURANA, K. K., RUSSELL, C. T., WALKER, R. J., WARNECKE, J., CORONITI, F. V., POLANSKEY, C., SOUTHWOOD, D. J. et SCHUBERT, G. (1996). Discovery of Ganymede's magnetic field by the Galileo spacecraft. *Letters to Nature*, 384(December):537–541.

KIVELSON, M. G., KHURANA, K. K., STEVENSON, D. J., BENNETT, L., JOY, S., RUSSELL, C. T., WALKER, R. J., ZIMMER, C. et POLANSKEY, C. (1999). Europa and Cal-

listo : Induced or intrinsic fields in a periodically varying plasma environment. *Journal of Geophysical Research*, 104:4609–4625.

KIVELSON, M. G., KHURANA, K. K. et VOLWERK, M. (2002). The permanent and inductive magnetic moments of Ganymede. *Icarus*, 157(2):507–522.

KUIPER, G. P. (1944). Titan : a satellite with an atmosphere. *Astrophysical Journal*, 100:378–383.

KUIPER, G. P. (1957). Infrared observations of planets and satellites. *Astrophysical Journal*, 62:245–245.

KUNDE, V. G., AIKIN, A. C., HANEL, R. A., JENNINGS, D. E. et MAGUIRE, W. C. (1981). C4H2, HC3N and C2N2 in Titan's atmosphere. *Nature*, 292:686–688.

LAVVAS, P. P., COUSTENIS, A. et VARDAVAS, I. M. (2008). Coupling photochemistry with haze formation in Titan's atmosphere, Part II : Results and validation with Cassini/Huygens data. *Planetary and Space Science*, 56:67–99.

LE MOUÉLIC, S., CORNET, T., BURATTI, B. J., BARNES, J. W., BAINES, K. H., BROWN, R. H., LEF, A., CLARK, R. N. et NICHOLSON, P. D. (2012). Global mapping of Titan's surface using an empirical processing method for the atmospheric and photometric correction of Cassini/VIMS images. *Planetary and Space Science*, 73:178–190.

LEWIS, J. S. (1971). Satellites of the outer planets : Their physical and chemical nature. *Icarus*, 15(2):174–185.

LEWIS, J. S. (1972). Low Temperature Condensation from the Solar Nebula. *Icarus*, 16:241–252.

LIGIER, N., POULET, F., CARTER, J., BRUNETTO, R. et GOURGEOT, F. (2016). VLT/SINFONI Observations of Europa : new insights into the surface composition. *The Astronomical Journal*, 151(6):1–16.

LINDAL, G. F., WOOD, G. E., HOTZ, H. B. et SWEETNAM, D. N. (1983). The Atmosphere of Titan : An Analysis of the Voyager 1 Radio Occultation Measurements. *Icarus*, 363:348–363.

LOPES, R. M. C. et SPENCER, J. R. (2007). *Io after Galileo*. Praxis Publishing, springer édition.

LUNINE, J. I., CORADINI, A., GAUTIER, D., OWEN, T. C. et WUCHTERL, G. (2004). The Origin of Jupiter. *In* BAGENAL, F., DOWLING, T. et MCKINNON, W., éditeurs : *Jupiter : The Planet, Satellites, and Magnetosphere*, chapitre Chapter 2, pages 19–34. University of Arizona Press, Tucson, Arizona.

LUNINE, J. I. et STEVENSON, D. J. (1985). Thermodynamics of clathrate hydrate at low and high pressures with application to the outer solar system. *The Astronomical Journal Supplement*, 58:493–531.

LUNINE, J. I., STEVENSON, D. J. et YUNG, Y. L. (1983). Ethane ocean on titan. *Science*, 222:1229.

MAGUIRE, W. C., HANEL, R. A., JENNINGS, D. E., KUNDE, V. G. et SAMUELSON, R. E. (1981). C3H8 ans C3H4 in Titan's atmosphere. *Nature*, 292(August):2–5.

MANDT, K. E., WAITE, J. H., LEWIS, W., MAGEE, B., BELL, J., LUNINE, J., MOUSIS, O. et CORDIER, D. (2009). Isotopic evolution of the major constituents of Titan's atmosphere based on Cassini data. *Planetary and Space Science*, 57(14-15):1917–1930.

MAROUNINA, N., GRASSET, O., TOBIE, G. et CARPY, S. (2018). Role of the global water ocean on the evolution of Titan's primitive atmosphere. *Icarus*, 310:127–139.

MATSON, D. L., RANSFORD, G. A. et JOHNSON, T. V. (1981). Heat Flow From Io (JI). *Journal of Geophysical Research*, 86(80):1664–1672.

MCCORD, T. B., HANSEN, G. B., FANALE, F. P., CARLSON, R. W., MAISON, D. L., JOHNSON, T. V., SMYTHE, W. D., CROWLEY, J. K., MARTIN, P. D., OCAMPO, A., HIBBITTS, C. A. et GRANAHAN, J. C. (1998). Salts on Europa's Surface Detected by Galileo's Near Infrared Mapping Spectrometer. *Science*, 280(May).

MCEWEN, A. S., KESZTHELYI, L., SPENCER, J. R., SCHUBERT, C., MATSON, D. L., LOPES-GAUTIER, R., KLAASEN, K. P., JOHNSON, T. V., HEAD, J. W., GEISSLER, P. E., FAGENTS, S., DAVIES, A. G., CARR, M. H., BRENEMAN, H. H. et BELTON,

M. J. S. (1998). High-Temperature Silicate Volcanism on Jupiter's Moon Io. *Science*, 281(July 1998).

MCKINNON, W. B. (1997). Mystery of Callisto : Is It Undifferentiated ? *Icarus*, 130:540–543.

MCNAMARA, A. K. et ZHONG, S. (2005). Degree-one mantle convection : Dependence on internal heating and temperature-dependent rheology. *Geophysical Research Letters*, 32:1–5.

MÉVEL, L. (2003). *Analyse des structures de la surface d'Europe (satellite de glace de Jupiter) : conséquences dynamiques, rhéologiques et thermiques*. Thèse de doctorat, Université de Nantes.

MITCHELL, J. L., PIERREHUMBERT, R. T., FRIERSON, D. M. W. et CABALLERO, R. (2009). The impact of methane thermodynamics on seasonal convection and circulation in a model Titan atmosphere. *Icarus*, 203(1):250–264.

MITRI, G., MERIGGIOLA, R., HAYES, A., LEFEVRE, A., TOBIE, G., GENOVA, A., LUNINE, J. I. et ZEBKER, H. (2014). Shape, topography, gravity anomalies and tidal deformation of Titan. *Icarus*, 236:169–177.

MONTAGNAT, M. et DUVAL, P. (2000). Rate controlling processes in the creep of polar ice, influence of grain boundary migration associated with recrystallization. *Earth and Planetary Science Letters*, 183:179–186.

MONTAGNAT, M., DUVAL, P., BASTIE, P., HAMELIN, B. et BRISSAUD, O. (2001). High crystalline quality of large single crystals of subglacial ice above Lake Vostok (Antarctica revealed by hard X-ray diffraction. *Earth and Planetary Sciences*, 333:419–425.

MONTEUX, J., TOBIE, G., CHOBLET, G. et LE FEUVRE, M. (2014). Can large icy moons accrete undifferentiated ? *Icarus*, 237:377–387.

MOORE, J. M., ASPHAUG, E., SULLIVAN, R. J., KLEMASZEWSKI, J. E., BENDER, K. C., GREELEY, R., GEISSLER, P. E., MCEWEN, A. S., TURTLE, E. P., PHILLIPS, C. B., TUFTS, B. R., HEAD III, J. W., PAPPALARDO, R. T., JONES, K. B., CHAPMAN, C. R.,

BELTON, M. J. S., KIRK, R. L. et MORRISON, D. (1998). Large Impact Features on Europa : Results of the Galileo Nominal Mission. *Icarus*, 145:127–145.

MORESI, L. N. et SOLOMATOV, V. S. (1995). Numerical investigation of 2D convection with extremely large viscosity variations. *Physics of Fluids*, 7(9):2154–2162.

MOROZ, V. I. (1966). Infrared spectrophotometry of the moon and the galilean satellites of Jupiter. *Soviet Astronomy*, 9(6):999–1006.

MORRIS, S. et CANRIGHT, D. (1984). A boundary-layer analysis of Benard convection in a fluid of strongly temperature-dependent viscosity. *Physics of the Earth and Planetary Interiors*, 36(3-4):355–373.

MOUSIS, O., LUNINE, J. I., PASEK, M., CORDIER, D., WAITE, J. H., MANDT, K. E., LEWIS, W. S. et NGUYEN, M.-j. (2009). A primordial origin for the atmospheric methane of Saturn's moon Titan. *Icarus*, 204(2):749–751.

NABARRO, F. R. N. (1948). Deformation of Crystals by the Motion of Single Ions. *in Report of a Conference on the Strength of Solids (Bristol, U.K.), Physical Society*, pages 75–90.

NEISH, C. D. et LORENZ, R. D. (2012). Titan's global crater population : A new assessment. *Planetary and Space Science*, 60:26–33.

NEISH, C. D., MOLARO, J. L., LORA, J. M., HOWARD, A. D., KIRK, R. L., SCHENK, P., BRAY, V. J. et LORENZ, R. D. (2016). Fluvial erosion as a mechanism for crater modification on Titan. 270:114–129.

NIMMO, F., SPENCER, J. R., PAPPALARDO, R. T. et MULLEN, M. E. (2007). Shear heating as the origin of the plumes and heat flux on Enceladus. *Nature*, 447:289–291.

NOACK, L. et BREUER, D. (2013). First- and second-order frank-kamenetskii approximation applied to temperature-, pressure- and stress-dependent rheology. *Geophysical Journal International*, 195(1):27–46.

NOUGIER, P. (2000). *DÃ©formation des roches et de leurs minÃ©raux : Initiation Ã la tectonique*. Ellipses Marketing.

NULL, G. W. (1976). Gravity field of Jupiter ans its satellites from Pioneer 10 and Pioneer 11 tracking data. *The Astronomical Journal*, 81(12).

PAPPALARDO, R. T., BELTON, M. J. S., BRENEMAN, H. H., CARR, M. H., CHAPMAN, C. R., COLLINS, G. C., DENK, T., FAGENTS, S., GEISSLER, P. E., GIESE, B., GREELEY, R., GREENBERG, R., HEAD, J. W., HELFENSTEIN, P., HOPPA, G., KADEL, S. D., KLAASEN, K. P., KLEMASZEWSKI, J. E., MAGEE, K., MCEWEN, A. S., MOORE, J. M., MOORE, W. B., NEUKUM, G., PHILLIPS, C. B., PROCKTER, L. M., SCHUBERT, G., SENSKE, D. A., SULLIVAN, R. J., TUFTS, B. R., TURTLE, E. P., WAGNER, R. et WILLIAMS, K. K. (1999). Does Europa have a subsurface ocean ? Evaluation of the geological evidence. *Journal of Geophysical Research*, 104:15–24.

PATANKAR, S. V. (1980). *Numerical Heat Transfer And Fluid Flow*. Taylor & Francis.

PATTERSON, G. W., HEAD, J. W., COLLINS, G. c., PAPPALARDO, R. T., PROCKTER, L. M. et LUCCHITTA, B. K. (2007). A global geological map of Ganymede. *Lunar and Planetary Science*, pages 2–3.

PEALE, A. S. J., CASSEN, P. et REYNOLDS, R. T. (1979). Melting of Io by Tidal Dissipation. *Science*, 203(4383):892–894.

PILCHER, C. B., RIDGWAY, S. T. et MCCORD, T. B. (1972). Galilean Satellites : Identification of Water Frost. *Science*, 178:1087–1089.

PLESA, A.-c., HUTTIG, C. et BREUER, D. (2010). Mantle Convection in a Spherical Shell : The problems of using Frank-Kamenetskii Approximation for the viscosity law. *Geophysical Research Abstract - EGU*, 12(15):6342.

POCH, O., CERUBINI, R., POMMEROL, A., JOST, B. et THOMAS, N. (2018). Polarimetry of Water Ice Particles Providing Insights on Grain Size and Degree of Sintering on Icy Planetary Surfaces. *Journal of Geophysical Research : Planets*, 123:2564–2584.

POIRIER, J.-P. (1985). *Creep of Crystals : High-Temperature Deformation Processes in Metals, Ceramics and Minerals*. Cambridge Earth Science Series. Cambridge University Press.

PORCO, C. C., HELFENSTEIN, P., THOMAS, P. C., INGERSOLL, A. P., WISDOM, J., WEST, R., NEUKUM, G., DENK, T., WAGNER, R., ROATSCH, T., KIEFFER, S., TURTLE, E., MCEWEN, A., JOHNSON, T. V., RATHBUN, J., VEVERKA, J., WILSON, D., PERRY, J., SPITALE, J., BRAHIC, A., BURNS, J. A., DELGENIO, A. D., DONES, L., MURRAY, C. D. et SQUYRES, S. (2006). Cassini Observes the Active South Pole of Enceladus. *Science*, 311:1393–1401.

POSTBERG, F., KEMPF, S., SCHMIDT, J., BRILLIANTOV, N., BEINSEN, A., ABEL, B., BUCK, U. et SRAMA, R. (2009). Sodium salts in E-ring ice grains from an ocean below the surface of Enceladus. *Nature*, 459:1–4.

POSTBERG, F., SCHMIDT, J., HILLIER, J., KEMPF, S. et SRAMA, R. (2011). A salt-water reservoir as the source of a compositionally stratified plume on Enceladus. *Nature*, 620:10–12.

RAMSEIER, R. O. (1967). Self-diffusion of tritium in natural and synthetic ice monocrystals. *Journal of Applied Physics*, 38(6):2553–2556.

REESE, C. C., SOLOMATOV, V. S. et BAUMGARDNER, J. R. (2005). Scaling laws for time-dependent stagnant lid convection in a spherical shell. *Physics of the Earth and Planetary Interiors*, 149(3-4):361–370.

REESE, C. C., SOLOMATOV, V. S. et MORESI, L. N. (1999). Non-Newtonian Stagnant Lid Convection and Magmatic Resur facing on Venus. *Icarus*, 139(1):67–80.

RODRIGUEZ, S., LE MOUÉLIC, S., RANNOU, P., TOBIE, G., BAINES, K. H., BARNES, J. W., GRIFFITH, C. A., HIRTZIG, M., PITMAN, K. M., SOTIN, C., BROWN, R. H., BURATTI, B. J., CLARK, R. N. et NICHOLSON, P. D. (2009). Global circulation as the main source of cloud activity on Titan. *Letters to Nature*, 459(June).

SAGAN, C. et DERMOTT, S. F. (1982). The tide in the seas of Titan. *Nature*, 300(December):731–733.

SASAKI, T., STEWART, G. R. et IDA, S. (2010). Origin of the different architecture of the jovian and saturnian satellite systems. *The Astrophysical Journal*, 714:1052–1064.

SAUR, J., DULING, S., ROTH, L., JIA, X., STROBEL, D. F. et FELDMAN, P. D. (2015). Journal of Geophysical Research : Space Physics The search for a subsurface ocean in Ganymede with Hubble Space Telescope observations of its auroral ovals. pages 1715–1737.

SAUR, J., NEUBAUER, F. M. et GLASSMEIER, K.-h. (2010). Induced Magnetic Fields in Solar System Bodies. *Space Science Reviews*, 152:391–421.

SCHENK, P. M. (2002). Thickness constraints on the icy shells of the galilean satellites from a comparison of crater shapes. *Letters to Nature*, 417:419–421.

SCHILLING, N., NEUBAUER, F. M. et SAUR, J. (2007). Time-varying interaction of Europa with the jovian magnetosphere : Constraints on the conductivity of Europa's subsurface ocean. *Icarus*, 192:41–55.

SCHUBERT, G., SPOHN, T. et REYNOLDS, R. T. (1986). Thermal histories, compositions and internal structures of the moons of the solar system. *In* BURNS, J. A. et MATTHEWS, M. S., éditeurs : *Satellites*, pages 224–292.

SEALES, J., LENARDIC, A. et MOORE, W. B. (2019). Assessing the Intrinsic Uncertainty and Structural Stability of Planetary Models : 1. Parameterized Thermal-Tectonic History Models. *Journal of Geophysical Research*, pages 1–20.

SHAW, G. H. (1986). Elastic properties and equation of state of high pressure ice. *Joural of Chemical Physics*, 84:5862–5868.

SHOWMAN, A. P. et MALHOTRA, R. (1997). Tidal evolution into the laplace resonance and the resurfacing of ganymede. *Icarus*, 127(1):93 – 111.

SHOWMAN, A. P. et MALHOTRA, R. (1999). The Galilean Satellites. *Science*, 196(October 1999):77–84.

SHOWMAN, A. P., MOSQUEIRA, I. et HEAD, J. W. (2004). On the resurfacing of Ganymede by liquid-water volcanism. *Icarus*, 172:625–640.

SIMÕES, F., GRARD, R., HAMELIN, M., LÓPEZ-MORENO, J. J., SCHWINGENSCHUH, K., BÉGHIN, C., BERTHELIER, J. J., BESSER, B., BROWN, V. J., CHABASSIÈRE, M.,

FALKNER, P., FERRI, F., FULCHIGNONI, M., HOFE, R., JERNEJ, I., JERONIMO, J. M., MOLINA-CUBEROS, G. J., RODRIGO, R., SVEDHEM, H., TOKANO, T. et TRAUTNER, R. (2007). A new numerical model for the simulation of ELF wave propagation and the computation of eigenmodes in the atmosphere of Titan : Did Huygens observe any Schumann resonance ? *Planetary and Space Science*, 55(13):1978–1989.

SMITH, P. H., LEMMON, M. T., LORENZ, R. D., SROMOVSKY, L. A., CALDWELL, J. J. et ALLISON, M. D. (1996). Titan's Surface, Revealed by HST Imaging. *Icarus*, 349(119): 336–349.

SOHL, F., SPOHN, T., BREUER, D. et NAGEL, K. (2002). Implications from Galileo Observations on the Interior Structure and Chemistry of the Galilean Satellites. *Icarus*, 119:104–119.

SOLOMATOV, V. S. (1995). Scaling of temperature and stress dependent viscosity convection. *Physics of Fluids*, 7(2):266–274.

SOLOMATOV, V. S. et MORESI, L.-N. (2000). Scaling of time-dependent stagnant lid convection : Application to small-scale convection on Earth and other terrestrial planets. *Journal of Geophysical Research : Solid Earth*, 105(B9):21795–21817.

SOTIN, C. et LABROSSE, S. (1999). Three-dimensional thermal convection in an isoviscous, infinite Prandtl number fluid heated from within and from below : Applications to the transfer of heat through planetary mantles. *Physics of the Earth and Planetary Interiors*, 112(3-4):171–190.

SOTIN, C. et TOBIE, G. (2004). Internal structure and dynamics of the large icy satellites. *Comptes Rendus - Physique*, 5:769–780.

SPAHN, F., SCHMIDT, J., ALBERS, N., HORNING, M., MAKUCH, M., SEIB, M., KEMPF, S., SRAMA, R., DIKAREV, V., HELFERT, S., MORAGAS-KLOSTERMEYER, G., KRIVOV, A. V., SREMCEVIC, M., TUZZOLINO, A. J., ECONOMOU, T. et GRIIN, E. (2006). Cassini Dust Measurements at Enceladus and Implications for the Origin of the E Ring. *Science*, 311(March):1416–1418.

SPENCER, J. R., PEARL, J. C., SEGURA, M., FLASAR, F. M., MAMOUTKINE, A., ROMANI, P., BURATTI, B. J., HENDRIX, A. R., SPILKER, L. J. et LOPES, R. M. C. (2006). Cassini Encounters Enceladus : Background and the Discovery of a South Polar Hot Spot. *Science*, 311:1401–1406.

SPOHN, T. et BREUER, D. (1998). Implications from Galileo observations on the interior structure and evolution of the Galilean satellites. *In* CELNIKIER, L. M. et TRÂN THANH VÂN, J., éditeurs : *Planetary systems : The long view*. Blois, frontieres édition.

SQUYRES, S. W., REYNOLDS, R. T., CASSEN, P. M. et PEALE, S. J. (1983). Liquid water and active resurfacing on Europa. *Nature*, 301:225–226.

STEIN, C. et HANSEN, U. (2008). Plate motions and the viscosity structure of the mantle - Insights from numerical modelling. *Earth and Planetary Science Letters*, 272:29–40.

STEIN, C. et HANSEN, U. (2013). Arrhenius rheology versus Frank-Kamenetskii rheology - Implications for mantle dynamics. *Geochemistry, Geophysics, Geosystems*, 14(8):2757–2770.

STEINEMANN, S. (1954). Results of Preliminary Experiments on the Plasticity of Ice Crystals. *Journal of Glaciology*, pages 404–416.

STENGEL, K. C., OLIVER, D. S. et BOOKER, J. R. (1982). Onset of convection in a variable-viscosity fluid. *Journal of Fluid Mechanics*, 120(-1):411–431.

STEPHAN, K., JAUMANN, R., HIBBITTS, C. A. et HANSEN, G. B. (2005). Relationship between depths of water ice absorption bands - Indicator of changes in particles size of water ice on the surface of Ganymede. *Lunar and Planetary Science*, XXXVI:5–6.

STILES, B. W., KIRK, R. L., LORENZ, R. D., HENSLEY, S., LEE, E., OSTRO, S. J., ALLISON, M. D., CALLAHAN, P. S., GIM, Y., IESS, L., PERCI, P., HAMILTON, G., JOHNSON, W. T. K., WEST, R. D. et TEAM, R. (2008). Determining Titan's spin state from Cassini Radar images. *The Astronomical Journal*, 135:1669–1680.

STOFAN, E. R., ELACHI, C., LUNINE, J. I., LORENZ, R. D., STILES, B., MITCHELL, K. L., OSTRO, S., SODERBLOM, L., WOOD, C., ZEBKER, H., WALL, S., JANSSEN, M., KIRK, R., LOPES, R., PAGANELLI, F., RADEBAUGH, J., WYE, L., ANDERSON, Y.,

ALLISON, M., BOEHMER, R., CALLAHAN, P., ENCRENAZ, P., FLAMINI, E., FRANCESCETTI, G., GIM, Y., HAMILTON, G., HENSLEY, S., JOHNSON, W. T. K., KELLEHER, K., MUHLEMAN, D., PAILLOU, P., PICARDI, G., POSA, F., ROTH, L., SEU, R., SHAFFER, S., VETRELLA, S. et WEST, R. (2007). The lakes of Titan. *Letters to Nature*, 445(January):61–64.

TACKLEY, P. J. (1996). On the ability of phase transitions and viscosity layering to induce long wavelength heterogeneity in the mantle. *Geophysical Research Letters*, 23(15): 1985–1988.

TACKLEY, P. J. (2000). Self-consistent generation of tectonic plates in time-dependent, three-dimensional mantle convection simulations 2. Strain weakening and asthenosphere. *Geochemistry, Geophysics, Geosystems*, 1.

TAFFIN, C., GRASSET, O., LE MENN, E., BOLLENGIER, O., GIRAUD, M. et LE MOUELIC, S. (2012). Temperature and grain size dependence of near-IR spectral signature of crystalline water ice : From lab experiments to Enceladus ' south pole. *Planetary and Space Science*, 61:124–134.

TAJEDDINE, R., RAMBAUX, N., LAINEY, V., CHARNOZ, S., RICHARD, A., RIVOLDINI, A. et NOYELLES, B. (2014). Constraints on Mimas' interior from Cassini ISS libration measurements. *Science*, 346(6207):322–325.

THOMAS, P. C., TAJEDDINE, R., TISCARENO, M. S., BURNS, J. A., JOSEPH, J., LOREDO, T. J., HELFENSTEIN, P. et PORCO, C. (2016). Enceladus's measured physical libration requires a global subsurface ocean. *Icarus*, 264:37–47.

THORSTEINSSON, T., KIPFSTUHL, J. et MILLER, H. (1997). Textures and fabrics in the GRIP ice core. *Journal of Geophysical Research*, 102:26,583–26,599.

TOBIE, G. (2003). *Impact du chauffage de marée sur l'évolution geodynamique d'Europe et de Titan*. Thèse de doctorat, Université Paris 7 - Denis Diderot, Laboratoire de Planétologie et Géodynamique.

TOBIE, G., CADEK, O. et SOTIN, C. (2008). Solid tidal friction above a liquid water reservoir as the origin of the south pole hotspot on Enceladus. *Icarus*, 196:642–652.

TOBIE, G., CHOBLET, G. et SOTIN, C. (2003). Tidally heated convection : Constraints on Europa's ice shell thickness. *Journal of Geophysical Research*, 108(E11):5124.

TOBIE, G., CHOUKROUN, M., GRASSET, O., LE MOUELIC, S., LUNINE, J., SOTIN, C., BOURGEOIS, O., GAUTIER, D., HIRTZIG, M., LEBONNOIS, S. et LE CORRE, L. (2009). Evolution of Titan and implications for its hydrocarbon cycle. *Philosophical Transactions of the Royal Society A : Mathematical, Physical and Engineering Sciences*, 367(1889):617–631.

TOBIE, G., GRASSET, O., LUNINE, J. I., MOCQUET, A. et SOTIN, C. (2005a). Titan's internal structure inferred from a coupled thermal-orbital model. *Icarus*, 175:496–502.

TOBIE, G., LUNINE, J. I. et SOTIN, C. (2006). Episodic outgassing as the origin of atmospheric methane on Titan. *Nature*, 440(7080):61–64.

TOBIE, G., MOCQUET, A. et SOTIN, C. (2005b). Tidal dissipation within large icy satellites : Applications to Europa and Titan. *Icarus*, 177(2):534–549.

TOBIE, G., TEANBY, N. A., COUSTENIS, A., JAUMANN, R., RAULIN, F., SCHMIDT, J., CARRASCO, N., COATES, A. J., CORDIER, D., DE KOK, R., GEPPERT, W. D., LEBRETON, J., LEFEVRE, A., LIVENGOOD, T. A., MANDT, K. E., MITRI, G., NIMMO, F., NIXON, C. A., NORMAN, L., PAPPALARDO, R. T., POSTBERG, F., RODRIGUEZ, S., SCHULZE-MAKUCH, D., SODERBLOM, J. M., SOLOMONIDOU, A., STEPHAN, K., STOFAN, E. R., TURTLE, E. P., WAGNER, R. J., WEST, R. A. et WESTLAKE, J. H. (2014). Science goals and mission concept for the future exploration of Titan and Enceladus. *Planetary and Space Science*, 104:59–77.

TOMASKO, M., ARCHINAL, B., BECKER, T., BÃ©ZARD, B., BUSHROE, M., COMBES, M., COOK, D., COUSTENIS, A., BERGH, C., DAFOE, L., DOOSE, L., DOUTÃ©, S., EIBL, A., ENGEL, S., GLIEM, F., GRIEGER, B., STEWART, K., HOWINGTON-KRAUS, E., KARKOSCHKA, E. et WEST, R. (2005). Rain, winds and haze during the huygens probe's descent to titan's surface. *Nature*, 438:765–78.

TRAVIS, B. J., ANDERSON, C., BAUMGARDNER, J., GABLE, C. W., HAGER, B. H., O'CONNELL, R. J., OLSON, P., RAEFSKY, A. et SCHUBERT, G. (1990). A benchmark comparison of numerical methods for infinite Prandtl number thermal convection

in two-dimensional Cartesian geometry. *Geophysical & Astrophysical Fluid Dynamics*, 55(3-4):137–160.

TROMPERT, R. A. et HANSEN, U. (1996). The application of a finite volume multigrid method to three-dimensional flow problems in a highly viscous fluid with a variable viscosity. *Geophysical & Astrophysical Fluid Dynamics*, 83(3-4):261–291.

VAN KEKEN, P. (2001). Cylindrical scaling for dynamical cooling models of the Earth. *Physics of the Earth and Planetary Interiors*, 124(March):119–130.

VANCE, S. D., PANNING, M. P., STÄHLER, S., CAMMARANO, F., BILLS, B. G., TOBIE, G., KAMATA, S., KEDAR, S., SOTIN, C., PIKE, W. T., LORENZ, R., HUANG, H.-h., JACKSON, J. M. et BANERDT, B. (2018). Geophysical Investigations of Habitability in Ice-Covered Ocean Worlds. *Journal of Geophysical Research : Planets*, pages 180–205.

WAITE JR, H. J., COMBI, M. R., IP, W.-h., CRAVENS, T. E., MCNUTT JR, R. L., KASPRZAK, W., YELLE, R., LUHMANN, J., NIEMANN, H., GELT, D., MAGEE, B., FLETCHER, G., LUNINE, J. et TSENG, W.-l. (2006). Cassini Ion and Neutral Mass Spectrometer : Enceladus Plume Composition and Structure. *Science*, 311(March):1419–1423.

WAITE JR, J. H., YOUNG, D. T., CRAVENS, T. E., COATES, A. J., CRARY, F. J., MAGEE, B. et WESTLAKE, J. (2007). The Process of Tholin Formation in Titan's atmosphere. *Science*, 870(316):870–875.

YAO, C., DESCHAMPS, F., LOWMAN, J. P., SANCHEZ-VALLE, C. et TACKLEY, P. J. (2014). Stagnant lid convection in bottom-heated thin 3-D spherical shells : Influence of curvature and implications for dwarf planets and icy moons. *Journal of Geophysical Research E : Planets*, 119(8):1895–1913.

YUNG, Y. L., ALLEN, M. et PINTO, J. P. (1984). Photochemistry of the atmosphere of Titan : Comparison between model and observations. *The Astrophysical Journal Supplement*, 55:465–506.

ZAHNLE, K., SCHENK, P., LEVISON, H. et DONES, L. (2003). Cratering rates in the outer Solar System. *Icarus*, 163:263–289.

ZIMMER, C., KHURANA, K. K. et KIVELSON, M. G. (2000). Subsurface Oceans on Europa and Callisto : Constraints from Galileo Magnetometer Observations. *Icarus*, 147:329–347.

UNIVERSITE ECOLOGIE
BRETAGNE GEOSCIENCES
LOIRE AGRONOMIE ALIMENTATION

UNIVERSITÉ DE NANTES

Titre : Modélisation du transfert de chaleur dans les satellites de glace : lois d'échelle et évolution thermique appliquées à Ganymède

Mots clés : convection thermique, satellites de glace, rhéologie, évolution thermique

Résumé : Dans le système solaire externe, de nombreux corps planétaires sont recouverts d'une couche de glace et un océan liquide salé a été détecté sous leur croûte glacée pour certains d'entre eux. La présence de cet océan dépend de l'efficacité du refroidissement interne, contrôlant la cristallisation de l'hydrosphère. Le but de cette thèse est de comprendre et décrire le transfert de chaleur à travers la couche de glace externe de ces satellites pour des lois de viscosité prenant en compte les différents mécanismes de déformation de la glace. Cette tâche est réalisée à travers des simulations numériques de convection thermique à l'aide du code CHEOPS-2D en géométrie d'anneau sphérique, Ces dernières ont permis de mettre en évidence que la taille des grains de glace joue un rôle clé dans la dynamique convective de la couche de glace externe. De nouvelles lois d'échelle prenant en compte les spécificités de la rhéologie de la glace I ont été dérivées puis appliquées à l'évolution thermique de Ganymède. Nous montrons que la prise en compte d'une rhéologie plus réaliste diminue l'efficacité du transfert de chaleur, permettant ainsi à l'océan interne de persister plus longtemps. Ces nouvelles lois d'échelle fourniront une meilleure description de l'historique thermique de Ganymède et des scénarios d'évolution plus réalistes, essentiels pour l'interprétation des futures données collectées par la mission ESA JUICE.

Title : Modelling of heat transfer in external ice shell of ocean-moons: Scaling laws and thermal evolution applied to Ganymede

Keywords : thermal convection, icy satellites, rheology, thermal evolution

Abstract : In the outer solar system, many planetary bodies are covered with a layer of ice and a salty liquid ocean under their icy crust have been detected for a few of them. The existence of these oceans depends on the efficiency of the internal cooling, controlling the crystallization of the hydrosphere. The aim of this thesis is to understand and to describe the heat transfer through the outer ice layer of these satellites by performing numerical thermal convection simulations using the CHEOPS-2D code in spherical annulus geometry for a viscosity law taking into account the different creep mechanisms of the ice. The performed numerical simulations show that the grain size of ice plays a key role in the convective dynamics of the outer ice layer. New scaling laws taking into account the specificities of the ice-I rheology have been derived and applied to the thermal evolution of Ganymede. We show that taking into account a more realistic rheology decreases the efficiency of heat transfer, thus allowing the internal ocean to persist longer. These new scaling laws will provide a better description of the thermal history of Ganymede and more realistic evolution scenarios, essential for the interpretation of future data collected by the ESA JUICE mission.