

Université de Nantes

Unité de formation et de Recherche « Médecine et Techniques Médicales »

Année universitaire 2010 / 2011

Mémoire
Pour l'obtention du
Certificat de Capacité d'Orthophoniste

Présenté par
Marie RONZE HANNA
(Née le 02 FEVRIER 1983)

**LE TRANSCODAGE NUMERIQUE CHEZ LE
COLLEGIEN : Exploration des difficultés dans
le cadre de la validation d'un outil d'évaluation**

Président du Jury :

Monsieur Mohammed BERNOUSSI,

Enseignant-chercheur à la faculté de psychologie de Nantes

Directrice de Mémoire :

Madame Suzanne CALVARIN,

Orthophoniste et enseignante à l'école d'orthophonie de Nantes

Membre du jury :

Madame Valérie CHOPINEAUX,

Orthophoniste, Directrice Pédagogique et enseignante à l'école d'orthophonie de Nantes

« Par délibération du Conseil en date du 7 mars 1962, la Faculté a arrêté que les opinions émises dans les dissertations qui lui seront présentées doivent être considérées comme propres à leurs auteurs et qu'elle n'entend leur donner aucune approbation ni improbation »

SOMMAIRE

Sommaire	4
Introduction	6
 PARTIE THEORIQUE	 8
1. La numération	9
2. Le transcodage numérique	19
3. Le développement	26
4. Les difficultés dans la maîtrise du transcodage	38
5. Le raisonnement par analogie et la généralisation des connaissances	51
 PROBLEMATIQUE ET HYPOTHESE	 54
Problématique.....	55
Hypothèses.....	56
 EXPERIMENTATION	 57
 PRESENTATION DES RESULTATS	 61
1. Validation statistique interne.....	62
2. Etalonnage	98
3. Corrélations entre performances aux épreuves du PM38 et aux épreuves du test de TNC.....	101
 DISCUSSION DES RESULTATS	 107
1. Evaluation des qualités métriques du test de TNC.....	108
2. Compétences et difficultés observées chez les collégiens.....	109
3. Commentaires sur la structuration du test.....	118
4. Etude des corrélations avec les PM38.....	122

Conclusion	126
Bibliographie	128
ANNEXES	133
Table des Illustrations.....	148
Table des Matières.....	149

INTRODUCTION

Comme en témoignent de nombreuses études, la maîtrise des systèmes numériques ainsi que la mise en place des capacités de transcodage s'effectuent, chez l'enfant tout-venant, entre 5 et 9 ans. Ces habiletés tendent ensuite à se consolider au cours des années suivantes durant lesquelles les progrès se manifestent notamment dans le traitement des grands nombres.

Or, si pour une majorité d'adolescents, les fragilités observées dans le traitement des nombres dépassant le millier s'estompent, ce qui leur permet d'accéder progressivement au niveau de maîtrise de l'adulte, certains collégiens présentent des difficultés durables. Au regard de ces observations, des orthophonistes, intéressés par les troubles du calcul chez les adolescents ont élaboré, en 2003, un test de transcodage numérique pour collégiens (TNC), lors d'un stage intitulé « logique et adolescents » animé par Suzanne Calvarin. Fondé sur la base de trois codes – le code arabe, le code verbal français de France et un code analogique – ce test propose une série d'épreuves incluant quasiment toutes les possibilités de transcodage numérique appliqué aux grands nombres.

L'objectif de ce mémoire est de contribuer à l'étude des capacités et des fragilités des collégiens dans l'activité de transcodage numérique. Le test de TNC constitue l'assise de ce travail qui se décline selon trois axes.

Tout d'abord, dans un souci d'affiner la pertinence des épreuves dans le cadre d'une passation individuelle, nous proposons d'une part une validation statistique interne et d'autre part, un étalonnage du test.

Par ailleurs, tout au long de la présentation des résultats, nous mènerons une analyse à la fois quantitative et qualitative des erreurs des collégiens.

Enfin, nous tenterons d'apporter un éclairage quant à une éventuelle source de fragilité à l'origine de certaines difficultés durables observées dans l'activité de transcodage numérique. En effet, face à un collégien en difficulté d'écriture et de lecture de nombres, plusieurs questionnements peuvent apparaître. N'a-t-il plus l'habitude de faire du transcodage numérique ? N'a-t-il jamais su le faire ? Est-ce la conséquence d'un trouble du langage ? De multiples hypothèses peuvent ainsi être soulevées.

Celle que nous avons choisi de traiter dans ce travail soulève la question des capacités de raisonnement et plus particulièrement celles requises lors de la résolution de problème.

L'architecture de ce mémoire comprend cinq chapitres.

Dans une première partie, nous aborderons la numération par une approche historique et théorique, avant de nous intéresser plus particulièrement à nos systèmes de numération, employant les codes verbaux – oral et écrit - et arabe. Ensuite, après avoir présenté les modèles classiques du transcodage numérique chez l'adulte, nous décrirons les processus d'acquisition de la numération et du transcodage, en exposant également les facteurs de difficulté. Pour finir, nous aborderons le thème de la résolution de problème, en nous intéressant particulièrement au raisonnement par analogie et à la généralisation des connaissances.

Ce dernier point nous conduira, dans une seconde partie, à la formulation de notre problématique et de nos hypothèses.

Puis figurera, dans une troisième partie, le protocole expérimental, au sein duquel nous détaillerons la population choisie, les procédures expérimentales ainsi que le matériel utilisé.

La quatrième partie sera consacrée à la présentation des résultats obtenus au cours des différentes passations collectives.

Pour finir, et ceci fera l'objet de la cinquième partie, nous tenterons une interprétation et une discussion de ces résultats.

Chapitre I

PARTIE THEORIQUE

1. La numération.

1.1. Avant propos.

Les nombres figurent parmi les concepts les plus complexes et les plus abstraits que l'espèce humaine ait trouvés à sa portée. Des millénaires ont en effet été nécessaires aux hommes pour parvenir à concevoir le nombre sous l'angle de l'abstraction (c'est-à-dire départi de son représentant), leur permettant ensuite d'imaginer des systèmes de numération.

Cette construction de l'esprit nécessite l'intégration de la notion d'unités distinctes et la capacité d'établir leur « synthèse », c'est-à-dire de concevoir la classification des nombres entiers en un « *système d'unités numériques hiérarchisées s'emboîtant successivement les unes dans les autres* » (Ifrah, 1994). Les nombres entiers, véritables collections d'unités abstraites, sont ainsi obtenus successivement, à partir de l'unité, par l'adjonction supplémentaire d'une unité.

La notion de nombre fait ainsi appel à deux aspects complémentaires. D'une part, le principe de cardinal qui consiste à adopter un « symbole-étalon » comme représentant l'unité (par exemple ● ou 'un' ou ) et à répéter ce dernier autant de fois que le nombre considéré contient d'unités. Il est ainsi possible d'imaginer différentes représentations « cardinales » du nombre **trois** : ●●● ou 'un-un-un' ou . D'autre part, le principe ordinal qui consiste à attribuer à chaque nombre un symbole original et donc à envisager une succession de symboles n'ayant aucun rapport les uns avec les autres. Les différentes représentations « ordinales » du nombre **trois** peuvent donc être telles que : 3 ou trois ou .

C'est en partant de l'une ou de l'autre de ces deux règles fondamentales et en appliquant le principe de la base que l'homme a pu représenter des nombres de plus en plus grands. « *Les chaînes (numérale et numérique) sont ainsi composées de tous les noms donnés aux nombres, en commençant par le nombre un ou 1, en continuant par son suivant immédiat et en réitérant indéfiniment cette construction. Un nombre (naturel) devient alors une notion extraite d'une collection de mots ou de signes spécifiques où chacun de ces mots ou groupes de signes désigne une propriété commune à tous les ensembles qui peuvent être appariés entre eux* »

(sans tenir compte de la nature des éléments-objets) et reliés par une relation d'ordre non réflexive, non réciproque et non transitive « être le suivant immédiat de » (Van Hout, 2005).

Ainsi, les systèmes de désignation du nombre sont des codes arbitraires et conventionnels, destinés à véhiculer par procuration des nombres conçus comme des concepts spécifiques. La numération est donc un concept indissociable de la culture dans laquelle elle est inscrite. Fayol (1990) la définit comme un « système organisé, élaboré et mis en œuvre au sein d'une culture donnée. Il s'agit là d'un produit socio-historique d'emblée extérieur à l'enfant mais qu'il doit s'approprier, intérioriser jusqu'à parvenir à utiliser de lui-même les signes collectifs pour résoudre les problèmes auxquels il se trouve confronté ».

Ainsi, au cours de ses apprentissages, l'enfant peut rencontrer diverses difficultés dans le maniement et le traitement du nombre. Il semble intéressant de les repérer afin de mieux les contourner. Or, la compréhension de ses difficultés implique inévitablement une compréhension de notre système de numération.

Avant de dégager les règles de fonctionnement, les particularités et la puissance de celui-ci, il paraissait intéressant de citer quelques grandes étapes de l'histoire de la numération.

1.2.Approche historique.

L'histoire des numérations, loin d'être abstraite et linéaire, est au contraire l'histoire des besoins et des préoccupations des cultures et des groupes sociaux les plus divers (Ifrah, 1994). C'est en effet pour répondre à leurs besoins de compter, de dénombrer puis de calculer que les hommes se sont créés des systèmes de numération. Mais le recours à de tels procédés est le fruit d'une longue évolution visible dès la préhistoire et à travers les civilisations.

Si toutes les numérations décrites ont pour fonction la représentation du nombre, toutes ne permettent pas le calcul. Au début, l'homme a utilisé les **numérations figurées** (numérations concrètes) à l'intérieur desquelles chaque nombre est représenté par un signe physique. Les quantités ont ainsi été représentées par le biais de matériaux (entailles sur des os, cailloux, coquillages, nœuds,...) ou des parties du corps (doigts, orteils, ...). Le recours à ces instruments numériques permettait par exemple de garder en mémoire les quantités par l'utilisation de la correspondance et de l'appariement entre deux collections. Néanmoins, bien qu'utiles pour la mémoire et la perception, ces procédés restent très limités car si chaque signe

(l'entaille par exemple) vaut « un », on se condamne à être submergé par des listes interminables et impossibles à manier...

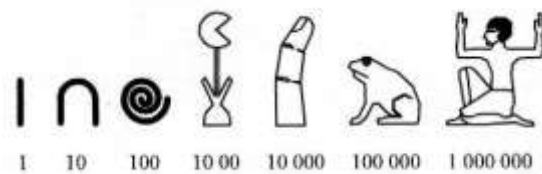
Aussi, une fois que l'être humain eut accédé pleinement à l'abstraction des nombres et appris à faire la distinction subtile existant entre l'aspect cardinal et l'aspect ordinal, ces simples intermédiaires matériels sont devenus de véritables symboles numériques. Une étape majeure, puisqu'elle reflète l'apparition du principe de la base, est l'utilisation des calculi (calculus, « caillou » en latin, qui a donné le mot « calcul ») par les Sumériens (4000 ans av. J.-C.). Les hommes ont en effet réussi à restreindre le nombre de symboles nécessaire à la désignation des nombres grâce au principe du groupement. C'est ainsi qu'en Mésopotamie, ces regroupements étaient symbolisés par divers objets de formes et de tailles variées : un petit cône valait « 1 », une bille « 10 », un grand cône « 60 », etc...

Le principe de la base a marqué la naissance des systèmes de numération. Ifrah (1994) nous explique que « l'idée est de privilégier un groupement particulier (la dizaine, la douzaine, la vingtaine ou la soixantaine par exemple) et d'organiser la suite régulière des nombres selon une classification hiérarchisée fondée sur cette assise. On a convenu d'une « échelle » à partir de laquelle il est possible de répartir les nombres et leurs divers symboles suivant des paliers successifs, auxquels on peut donner les noms respectifs de : *unités du premier ordre*, *unités du deuxième ordre*, et ainsi de suite. La « base » n'est autre que le nombre d'unités qu'il est nécessaire de grouper à l'intérieur d'un ordre donné pour former une unité de l'ordre immédiatement supérieur ».

Parallèlement, les **numérations parlées** évoluent également. En effet, la nécessité de nommer les grands nombres contraint la numération parlée à s'organiser. La nomination des quantités se détache progressivement de toute intuition sensible pour aboutir à la forme abstraite d'un véritable système de noms de nombre (Guitel, 1975).

Ensuite, avec la naissance de l'écriture (3300 av. J.-C), la notation écrite des nombres a amené l'homme à codifier des symboles (chiffres par exemple) et à mettre en place des règles propres à engendrer la numération écrite. Divers **systèmes numériques écrits** sont alors apparus, évoluant d'un stade « additif » à un stade « hybride » pour aboutir au stade final de ce développement : le « système positionnel » (Guedj, 1996). Le principe de ces classifications (établies par des historiens tels que Guittel) repose sur les opérations arithmétiques utilisées pour composer les nombres. Les deux exemples suivants nous en donnent une illustration.

La *numération égyptienne* permet, à partir de 7 symboles, la représentation de nombres pouvant atteindre et dépasser le million. C'est une numération de type additive qui repose sur la base 10. Il existe un hiéroglyphe particulier pour indiquer l'unité et chacune des six puissances de dix suivantes. Ainsi, dix unités étaient regroupées en une dizaine, symbolisée par un nouveau symbole ; dix dizaines regroupées en une centaine, et ainsi de suite.



Représentation des unités consécutives de chaque ordre décimal de la numération hiéroglyphique égyptienne.

Le principe est relativement simple : c'est la juxtaposition des hiéroglyphes qui détermine la valeur des nombres.

	120 107
	4 032
	2 000 001

Néanmoins, cette numération présente deux principaux inconvénients. D'une part, elle ne permet pas de représenter les très grands nombres (au-delà de 9 999 999) et d'autre part, les symboles étant relativement encombrants, les calculs sont difficiles à réaliser.

Le *système commun chinois*, lui, parce qu'il est fondé sur un principe mixte faisant intervenir l'addition et la multiplication à la fois, appartient au type « hybride ». Fonctionnant sur la base dix, il dispose de 13 symboles permettant la représentation de chaque unité simple ainsi que chaque puissance de dix. La notation des dizaines, des centaines, des milliers, etc, se fait selon le principe multiplicatif. Notons que, à l'instar du système de numération égyptien, le signe zéro n'est pas utilisé...

一	二	三	四	五	六	七
1	2	3	4	5	6	7

八	九	十	百	千	万
8	9	10	100	1 000	10 000

Les treize signes fondamentaux de la numération chinoise actuelle

Ainsi, la notation du nombre 1974 ($1 \times 1000 + 9 \times 100 + 7 \times 10 + 4$) est telle que :

一千九百七十四



Ifrah (1994, p.762), souligne que la découverte du principe « hybride » permet de faire coïncider le principe de la représentation écrite des nombres avec celui de l'expression orale correspondante. La structure linguistique de la plupart des numérations parlées laisse en effet apparaître, dès la plus haute Antiquité, l'usage de cette règle mixte.

Enfin, le *système positionnel* s'est développé grâce au génie des babyloniens, des chinois et des mayas. C'est ensuite la civilisation indienne qui constitua, il y a plus de quinze siècles, notre système de numération décimale positionnelle. Sa description en est donnée dans le chapitre suivant, mais rappelons au préalable les trois grandes idées piliers de sa fondation :

- Donner aux chiffres de base des signes graphiques détachés de toute intuition sensible (n'évoquant donc pas visuellement le nombre des unités représentées).

- Adopter le principe selon lequel la valeur des chiffres est déterminée par leur position dans l'écriture des nombres.
- Enfin, se donner un « zéro » totalement « opératoire », c'est-à-dire permettant de remplacer le vide des unités manquantes et ayant simultanément le sens du « nombre nul ».

Ainsi parce qu'il permet une représentation simple et parfaitement rationnelle de n'importe quel nombre mais aussi une pratique simple des opérations arithmétiques, notre système de numération constitue l'un des fondements de l'outillage intellectuel de l'homme aujourd'hui.

1.3. Notre système de numération.

Parmi les différents systèmes de désignation du nombre utilisés aujourd'hui dans notre société, il est possible de décrire le système des numéraux verbaux et celui des numéraux arabes. Rappelons simplement que s'il existe autant de chaînes numérales que de langues naturelles, la numération chiffrée est quasiment universelle.

Chacun des deux systèmes présente les caractéristiques principales suivantes :

- Un lexique limité,
- Une syntaxe relativement simple,
- Une sémantique claire (chaque symbole ou ensemble de symboles représentant un nombre exprime une (et une seule) quantité bien définie).

1.3.1. Le système des numéraux verbaux.

Ce système, sous-ensemble linguistique de la langue française, permet aux mots de désigner des nombres, des concepts numériques, c'est-à-dire des entités mentales qui peuvent être matérialisées par des collections d'objets (des quantités).

Le **lexique verbal** des nombres s'organise en différentes classes lexicales :

- Les unités : de un à neuf qui représentent les quantités de base correspondantes de **un** à **neuf**.
- Les dizaines : de dix à quatre-vingt-dix qui représentent les quantités de base multipliées par dix

- Les particuliers : de onze à seize qui représentent les quantités de base de **un** à **six** plus dix.
- Les multiplicateurs : cent, mille, million et milliard.

Remarquons que le « zéro » ne fait pas partie des éléments lexicaux utiles à la construction des noms de nombres ; nous l'utilisons uniquement pour la désignation d'un ensemble vide ainsi que pour celle des nombres décimaux. Par ailleurs, notons que « et » constitue l'unique unité sans valeur numérique présente dans ce système.

La correspondance bi-univoque entre un concept numérique et un seul mot est qualifiée de lexicalisation directe (Fayol, 1990). C'est le cas par exemple des nombres allant de un à seize. Mais la représentation d'une infinité de quantités ne pourrait être possible par ce seul procédé. Aussi, par la combinaison de plusieurs mots dans une séquence, il est possible de représenter des quantités de manière indirecte. **La syntaxe du système** régissant cette combinaison est caractérisée par deux types de relations :

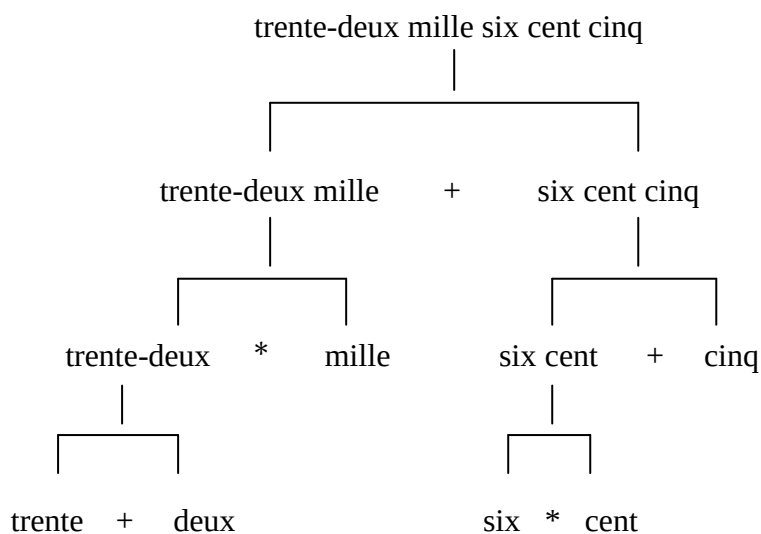
- La relation de somme : p. ex., vingt-quatre signifie **vingt** plus **quatre**.
- La relation de produit : p. ex., quatre-vingt signifie **quatre** fois **vingt**.

Plusieurs contraintes règlent rigoureusement l'organisation de ce système linguistique spécifique, et la syntaxe permettant de générer toutes et rien que les expressions verbales acceptables peut être décrite (Power et Longuet-Higgins, 1978 ; Hurford, 1987).

En effet, tout comme l'illustrent les deux exemples ci-dessus, l'ordre des unités lexicales élémentaires conditionne la signification de leur composé. On constate que la relation est de type additive lorsque le nombre désigné en premier lieu (vingt) est supérieur au nombre désigné en second lieu (quatre), et de type multiplicative dans le cas inverse. Néanmoins, la symétrie au sein des séquences n'est pas systématique et certaines combinaisons de primitives lexicales s'avèrent être syntaxiquement illégales (p. ex. trente-sept et *sept-trente).

Il existe donc des lois de composition dictant les opérations sémantiques de type numérique qui conditionnent les relations entre les unités verbales. Dans les séquences orales désignant les grands nombres, les deux types de relations sont souvent présentés conjointement au travers d'emboîtements hiérarchisés. Le traitement s'en trouve alors nettement complexifié et nécessite, comme l'explique Dessailly (1992), une extension des règles de composition. En effet, prenons la séquence orale « trente-deux mille six cent cinq ». L'application stricto sensu des règles de composition selon un sens de traitement de gauche à droite par exemple (**trente**

plus **deux** fois **mille** plus **six** fois **cent** plus **cinq**) ne conduirait pas à la signification exacte du nombre car les éléments et les groupes d'éléments ne sont pas mis correctement en relation. Notons qu'il en serait de même en adoptant un sens de traitement inverse. Il apparaît donc que le traitement de la séquence orale nécessite de prendre en considération les relations nichées aux différents niveaux de profondeur de la structure. L'auteur évoque ainsi des arborescences construites à partir de décompositions en segments subordonnés entre lesquels interviennent soit une relation additive, soit une relation multiplicative. Voici l'illustration des niveaux de décomposition de la séquence orale « trente-deux mille six cent cinq » :



L'auteur soumet ainsi l'idée que « la capacité d'afficher l'organisation structurale d'un nombre à partir de sa désignation verbale supposerait la détection de mises en relation relativement complexes ».

Bien que la désignation verbale des nombres utilise un mode systémique, de nombreuses irrégularités peuvent être décrites :

- Au sein de la vingtaine, on observe une lexicalisation directe pour les nombres de un à seize alors que les nombres dix-sept, dix-huit et dix-neuf sont construits avec la relation additive. Ainsi, la base dix structurant ce système n'apparaît pas immédiatement avec la première dizaine.

- Puis, entre vingt et soixante-neuf, on note une alternance entre :
 - Lexicalisation directe des dizaines ‘vingt’, ‘trente’, ‘quarante’, ‘cinquante’ et ‘soixante’
 - et combinaisons additives : ‘vingt et un’, vingt-deux’ (...), ‘trente et un’, ‘trente-deux’ (...), etc.

- De plus, à l’intérieur de la centaine, il apparaît :
 - Une discontinuité à 70. D’une part, alors que les structures de noms étaient groupées par dizaines de ‘vingt’ à ‘cinquante-neuf’ (‘vingt’ à ‘vingt-neuf’, ‘trente’ à ‘trente-neuf’, etc), elles deviennent groupées par vingtaines de soixante à quatre-vingt-dix-neuf’ (‘soixante’ à ‘soixante-dix-neuf’ et ‘quatre-vingt’ à ‘quatre-vingt-dix-neuf’). D’autre part, il n’est plus question de lexicalisations directes des dizaines (cf. ‘vingt’, ‘trente’, ‘quarante’, ‘cinquante’ et ‘soixante’) mais de structurations syntaxiques.
 - Une discontinuité à 80 constituant une irrégularité dans l’irrégularité... En effet, alors que le recours aux structurations syntaxiques de ‘soixante-dix’ à ‘quatre-vingt-dix-neuf’ constitue une irrégularité (cf. supra) par rapport aux lexicalisations directes précédentes, on observe une variation au sein des combinaisons utilisées... On note en effet :
 - une relation additive dans ‘soixante-dix’ (soixante plus dix)
 - une relation multiplicative dans ‘quatre-vingt’ (quatre fois vingt)

- Notons également que l’intervention de la conjonction de coordination ‘et’ apparaît dans ‘vingt et un’ mais pas dans ‘vingt-deux’, dans ‘soixante et onze’ et pas dans ‘quatre-vingt-onze’. Sa présence au sein de ces séquences dispense d’ailleurs de l’emploi de traits d’union.

- Concernant la désignation des grands nombres, une irrégularité apparaît avec ‘dix mille’. En effet, un système régulier emploierait un nom spécifique pour chaque nouveau groupement puissance de la base. C’est le cas pour ‘cent’ (de ‘cent’ à ‘neuf cent quatre-vingt-dix-neuf’) et ‘mille’ (de ‘mille’ à ‘neuf mille neuf cent quatre-vingt-dix-neuf’). En revanche, à partir de ‘dix mille’, la numération utilise la division des nombres en tranches de trois chiffres, faisant de la chaîne numérale de comptage une

numération de position de base *mille*. Ainsi, avec l'ajout d'unités numériques pour les puissances de mille, la mémorisation des noms pour les mille premiers nombres fournit une construction extensive illimitée. Toutefois, la structure des *centaines* permet de ramener cette mémorisation à cent noms (Van Hout, 2005).

- Enfin, « bizarrerie » supplémentaire, on dit 'mille' mais 'un million', 'un milliard',...

Comme ceci sera exposé plus en détails par la suite, ces irrégularités présentes au sein du système numérique verbal français ont un impact négatif sur l'apprentissage des deux systèmes de numération et sur le transcodage.

1.3.2. Le système des numéraux arabes.

Avant toute chose, rappelons simplement que le terme 'nombre' possède plusieurs acceptions. Parmi celles-ci figure celle faisant référence au concept, le nombre correspondant alors à une entité mentale liée à une extension numérique. Le mot 'nombre' renvoie également au 'symbole numérique' c'est-à-dire aux marques écrites ou aux mots du langage qui nous permettent de référer au nombre. Lorsqu'il s'agit de numéraux arabes, les « chiffres » correspondent à des symboles graphiques, indécomposables, qui constituent en quelques sortes l'alphabet de la langue des nombres. C'est ainsi que le mot neuf sert à désigner à la fois le chiffre 9 (« signifiant ») mais également le nombre **neuf** (« signifié ») ; ce sont les chiffres 1, 3, 8 et 9 qui permettent l'écriture des nombres 1983, 8391, 3918, etc...

Notre système de notation des nombres, également appelé « système de numération indo-arabe », est un système de numération de base 10 (« décimale ») employant une notation positionnelle.

A partir d'un nombre fini de symboles, les primitives lexicales correspondant aux chiffres allant de 1 à 9 ainsi que le 0, et grâce à sa syntaxe positionnelle, ce système permet l'écriture de n'importe quel nombre.

Ainsi, la valeur d'un chiffre est déterminée par sa position dans la séquence (principe de la valeur positionnelle) et cette position est signifiante de l'unité décimale comme puissance de « dix » (principe du groupement en base 10). Le chiffre indique alors le nombre d'unités décimales correspondantes entrant dans la formation du nombre. En partant de la droite et en

se décalant vers la gauche, à chaque position, le chiffre augmente sa valeur d'une puissance de dix. Ainsi, un « 3 » a pour valeur 3 unités, 3 dizaines ou 3 centaines, selon s'il est placé en première, en deuxième ou en troisième position dans la représentation numérique. La forme numérique arabe 1957 peut donc être décomposée en la somme des valeurs des chiffres la constituant, affectées de la puissance de dix qui correspond au rang qu'ils occupent à partir de la droite : $1 \times 10^3 + 9 \times 10^2 + 5 \times 10^1 + 7 \times 10^0$ (décomposition canonique).

Lorsqu'aucune valeur n'occupe une position donnée, un zéro sert à marquer cette position et à maintenir ainsi la valeur en puissance de dix des chiffres situés à la gauche de la position vide. On perçoit donc le rôle fondamental du « zéro » et sa compréhension est nécessaire pour assimiler notre numération.

Certains détails conventionnels secondaires régissent également l'écriture des nombres. Ainsi, pour les nombres naturels, un chiffre 0 est non significatif lorsque tous les chiffres qui le précèdent, c'est-à-dire situés à gauche dans l'écriture chiffrée, sont des zéros. Il n'est donc pas utile de l'écrire.

De plus, afin de faciliter la lecture des grands nombres, il est d'usage d'introduire des espaces séparateurs qui découpent l'écriture en tranches de trois chiffres de la droite vers la gauche.

2. Le transcodage numérique.

2.1.Définition.

Le nombre possède ainsi diverses représentations qu'il convient de maîtriser au regard de leurs fréquentes apparitions dans notre vie quotidienne. Mais, considérés indépendamment, les savoirs relatifs aux systèmes de numération restent insuffisants dès lors qu'il s'agit par exemple de lire à haute voix une écriture en chiffres arabes ou inversement, d'écrire sous dictée (en lettres ou en chiffres) des désignations de nombres en langue naturelle.... Les mécanismes de transcodage renvoient ainsi aux processus assurant la traduction d'un nombre présenté dans un code « source » à un code « de sortie » (Noël, 2005). Les systèmes de désignation du nombre n'étant pas de simples traductions l'un de l'autre, la réussite aux tâches de transcodage dépend donc d'une maîtrise des différents codes ainsi que des procédures de passage de l'un à l'autre. Notons par ailleurs que le transcodage des formes

numérales et numériques se fait de manière bi-univoque puisqu'à une forme présentée dans un code, il existe une et une seule forme correspondante dans l'autre code.

2.2. Les modèles classiques du transcodage numérique chez l'adulte.

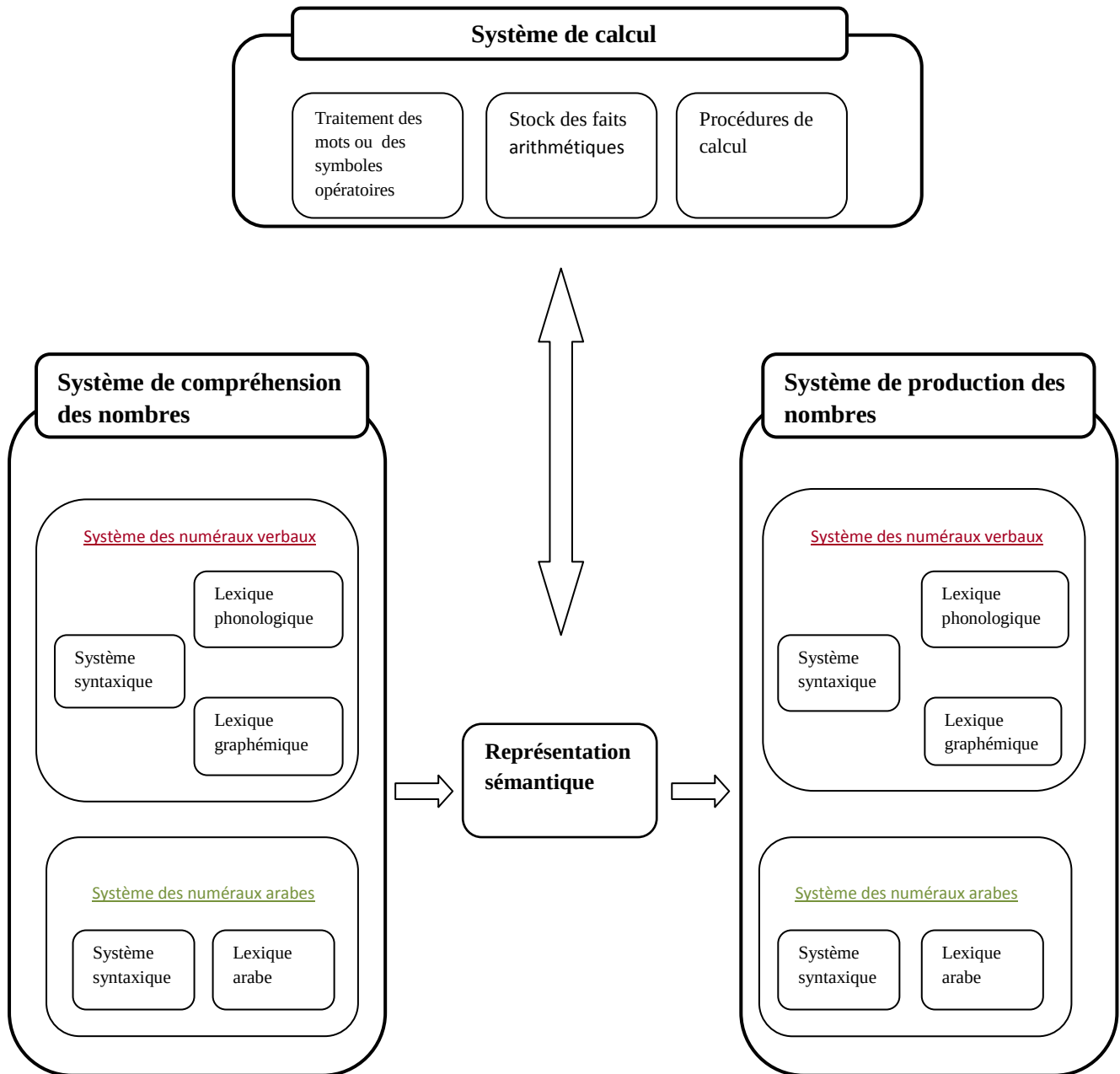
Décrire l'architecture fonctionnelle de la cognition numérique constitue l'un des objectifs de la neuropsychologie actuelle (Lemer, 2004). A partir de l'étude de cas uniques et aidés de travaux en imagerie cérébrale, les auteurs visent en effet à mieux comprendre l'organisation des connaissances chez l'adulte. Ainsi, l'étude des troubles acquis de la manipulation des nombres a conduit à l'établissement de trois principaux modèles.

2.2.1. Le modèle sémantique de Mc Closkey, Caramazza et Basili (1985).

A partir des données de la pathologie et s'inspirant d'architectures proposées en neuropsychologie pour les activités de lecture et d'écriture, Mc Closkey et ses collaborateurs proposent, en 1985, un modèle descriptif de l'ensemble des mécanismes cognitifs du calcul. Ainsi, cette architecture cognitive ne se limite pas au transcodage puisque, outre la gestion des codes arabes et verbaux, elle prend également en compte l'arithmétique élémentaire (calculs simples) (Seron et Lochy, 2005).

L'architecture de ce modèle est dite « modulaire » en raison de ses trois composantes systémiques (cf. figure ci-dessous).

Les systèmes de compréhension et de production des nombres comportent des sous-composants distincts pour les nombres verbaux (oraux et écrits) et pour les nombres arabes. Ceux-ci sont également subdivisés en deux autres modules assurant d'une part, des mécanismes lexicaux (i.e. traitement des éléments isolés, mot ou chiffre, composant le nombre) et syntaxiques (i.e. traitement des relations combinant ces éléments). Le système de compréhension permet par exemple de traduire un nombre entendu ou lu (via le code verbal ou le code arabe) en une représentation interne. Inversement, le système de production permet la traduction des représentations internes dans le code verbal ou arabe.



L'architecture modulaire pour le traitement du nombre et du calcul selon Mc Closkey et collaborateurs.

Le système de calcul comporte trois sous-composants. Le premier sous-tend l'interprétation des symboles écrits (+, -, x, :) ou des mots spécifiant l'opération à effectuer, le second concerne la recherche des calculs simples stockés en mémoire (tables de multiplication,

résultats d'additions, de soustractions et de divisions simples) et le troisième intervient lors de l'exécution des calculs écrits et mentaux.

L'une des caractéristiques fondamentales de ce modèle réside dans sa composante centrale, véritable point de convergence des trois systèmes : la représentation sémantique des nombres. Selon Mc Closkey et co. , celle-ci serait codée sous un format interne abstrait et amodal, donc indépendamment des codes de présentation et/ou de production. Il s'agit d'une formule sémantique exprimant chaque nombre en termes de puissance de dix à laquelle est associée la quantité correspondant à chaque valeur composant la forme numérique en question (Seron et Lochy, 2005). Ainsi, la représentation interne du nombre 1925 prendrait la forme $[{1}10^3{9}10^2{2}10^1{5}10^0]$ et combinerait ainsi informations lexicales et syntaxiques (les puissances de dix).

Ce modèle sémantique suppose donc que le nombre présenté en entrée génère une représentation sémantique de la quantité correspondante (représentation calquée sur la base 10 de notre système). Puis que celle-ci active les processus de production du nombre dans le code de sortie requis.

De nombreuses études se basent sur ce modèle pour l'organisation des recueils de données et leurs interprétations, permettant ainsi la structuration de batteries d'examen de transcoding. On peut ainsi imaginer des items de telle sorte qu'il soit possible de contraster les difficultés lexicales des difficultés syntaxiques. En effet, l'observation de dissociations au niveau des troubles acquis chez l'adulte cérébro-lésé soutient cette approche modulaire. Les troubles pourraient affecter sélectivement un module (compréhension, production ou calcul), la notation en code verbal ou en code arabe ou les mécanismes lexicaux ou syntaxiques (Seron et Lochy, 2005).

Néanmoins, l'hypothèse selon laquelle les processus de transcoding impliquent nécessairement le passage par la représentation sémantique abstraite fait l'objet de nombreuses controverses. D'autres auteurs ont ainsi envisagé des modèles dits 'asémantiques' tel que celui de Deloche et Seron (1987) ou celui de Dehaene (1992) (cf. infra). Ces derniers ne rejettent pas la possibilité que puisse être élaborée une représentation sémantique interne sur la base de la forme d'entrée mais ils soutiennent l'idée qu'elle n'est pas impliquée dans les activités mêmes de transcoding. Par ailleurs, des auteurs tels que Power et Dal Martello s'interrogent sur la nature de la représentation sémantique interne et proposent que celle-ci s'inspire davantage de notre système numérique verbal (cf. chapitre 3.2.1.).

2.2.2. Le modèle de Deloche et Seron (1987).

Selon les auteurs, les processus de transcodage consisteraient en un ensemble de règles appliquées aux formes d'entrée et ne nécessiteraient pas l'élaboration d'une représentation sémantique du nombre.

Ce modèle résulte d'une analyse psycholinguistique appliquée aux productions de patients aphasiques lors de tâches de transcodage sur les grands nombres (passage du code verbal au code arabe et inversement) (Lemer, 2004).

Deux types d'erreurs ont été effectivement mis en avant. D'une part, la structure attendue est respectée mais l'une ou l'autre primitive lexicale est incorrecte (par exemple « 2011 » traduit « trois mille onze » ou inversement « deux mille onze » traduit « 3011 ») : on parle de violation lexicale. D'autre part, le choix des primitives lexicales est correct mais c'est la structure attendue qui n'est pas respectée (par exemple « 256 » traduit « deux mille cinquante-six » ou inversement « deux mille cinquante-six » traduit « 200506 ») : on parle de violation syntaxique.

L'étude de ces erreurs a conduit les auteurs à envisager le lexique des nombres suivant une structure où chaque élément est identifié par :

- La classe lexicale à laquelle il appartient. Pour les nombres verbaux (en français), on distingue trois classes distinctes et ordonnées : les unités, les particuliers et les dizaines. A ceci, peuvent être rajoutés les « séparateurs » (cent, mille, million,...).
- La position qu'il occupe dans cette classe.

Ainsi, la sixième place de la classe des unités correspondrait à 6, celle des particuliers à 16 et celle des dizaines à 60. Les quantités 6, 16 et 60 occuperaient ainsi la même place mais dans des classes différentes. A l'opposé, 20, 40 et 50, occuperaient des places distinctes (deuxième, quatrième et cinquième) mais dans une classe commune, celle des dizaines.

Reliant cette organisation à leurs observations cliniques, Seron et Deloche relèvent que certains patients se trompent de classe mais pas de position alors que d'autres présentent la dissociation inverse. Les auteurs concluent donc que si l'accès à chaque type d'information peut se trouver altéré de manière sélective ceci signifie que les informations de classe et de position sont retrouvées au moyen de mécanismes différents (Seron et Lochy, 2005).

Selon eux, l'accès aux informations lexicales (de classes et de position) ne requiert pas obligatoirement l'activation d'une représentation sémantique du nombre mais peut s'effectuer sur la base d'une décomposition morphologique des formes numérales verbales. Par exemple, l'élément verbal « cinquante » ferait appel à un double traitement : /cinqu-/ renverrait à l'information 'position cinq' et /-ante/ à 'classe des dizaines'.

Il est ainsi possible de décrire les quatre processus mis en œuvre pour le transcodage du nombre « quatre mille trois cent vingt-cinq » (code verbal) en « 4325 » (code arabe) :

1. L'étape de segmentation de la forme d'entrée permet d'isoler les primitives lexicales : quatre, mille, trois, cent, vingt, cinq. L'analyse de la chaîne se fait de la gauche vers la droite pour le code verbal écrit ou du début à la fin pour le code verbal oral.
2. Puis, c'est l'étape d'identification (en termes de position) et de catégorisation (en termes de classe lexicale d'appartenance) des primitives. Ainsi : « quatre » correspond à 'quatrième position dans la classe des unités', « mille » correspond à 'séparateur mille', etc...Un défaut à ce niveau peut donc être à l'origine d'une erreur (par exemple : « quatre » mis pour 'quatrième position dans la classe des dizaines').
3. Ensuite il y a mise en œuvre d'une série de règles activées à partir des informations lexicales retenues dans l'étape précédente : c'est le transcodage. On note ainsi deux processus : constitution d'un cadre syntaxique (cases vides : _ _ _ _) et « remplissage » de celui-ci par les chiffres corrects à la bonne position ([4][3][2][5]). Une erreur à ce niveau entraînera une violation syntaxique (la longueur de l'écriture chiffrée qui en découlera sera plus courte ou plus longue). L'absence de structure syntaxique se retrouve dans les erreurs qualifiées de « lexicalisation » pour lesquelles il s'agit d'un transcodage mot à mot de la séquence en code verbal. Selon les auteurs, cette erreur peut concerner le nombre dans sa totalité (conduisant au résultat final : 4000300205) ou partiellement (par exemple, 4000325).
4. Pour finir, l'encodage permet la production du nombre en code arabe (4325) (processus graphémique).

2.2.3. Le modèle du triple code de Dehaene (1992).

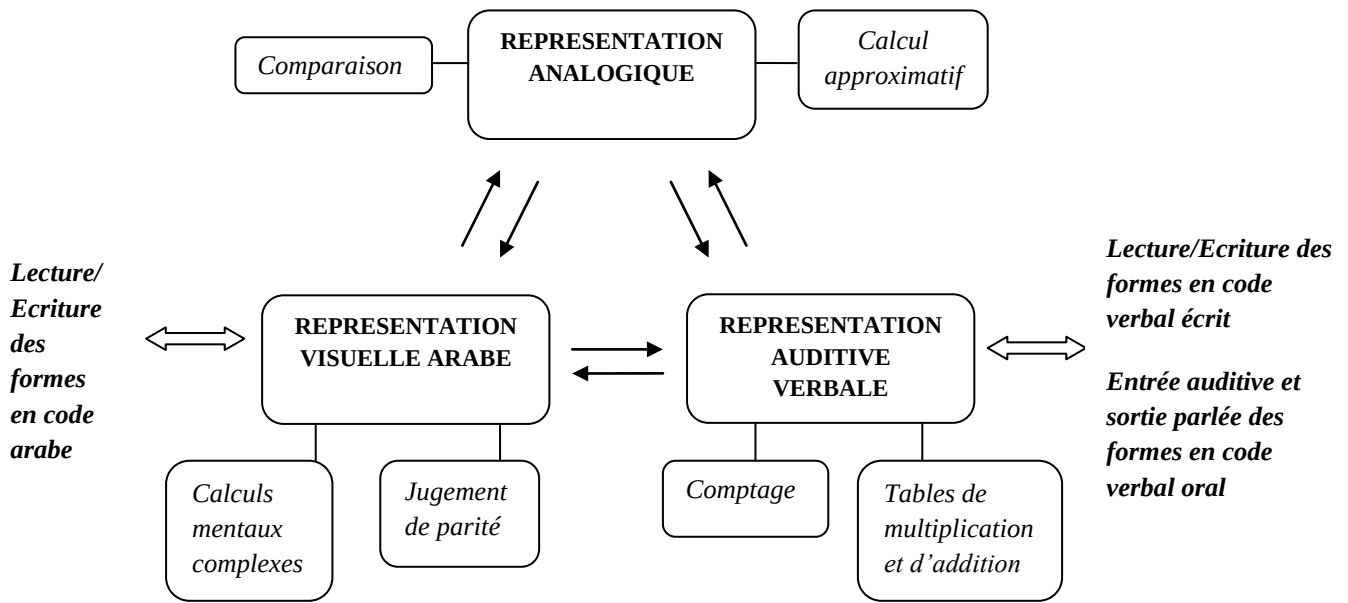
Comme le suggère sa dénomination, ce modèle suppose des représentations mentales du nombre selon trois codes distincts, activées au sein de modules spécifiques (Seron et Lochy, 2005).

Il distingue ainsi trois modules destinés à traiter l'information spécifique : la représentation auditivo-verbale en code verbal, la représentation visuelle-arabe en code arabe et la représentation analogique de la quantité (cf. figure ci-après). Cette dernière correspond à la représentation sémantique non-verbale de la taille des nombres via un continuum mental orienté. L'auteur l'apparente en effet à une ligne numérique d'autant plus compressée et donc moins précise qu'on avance dans les grands nombres (Lemer, 2004).

Au regard de cette organisation, c'est le type de traitement numérique à effectuer qui déterminera l'implication de telle ou telle représentation. Ainsi, les tâches de comptage ou l'accès aux faits arithmétiques feront intervenir une représentation auditivo-verbale alors que les tâches de jugement de parité ou de calculs à plusieurs chiffres concerneront la représentation visuelle-arabe. Le code analogique sera sollicité quant à lui pour le calcul approximatif, l'estimation et la comparaison de quantités.

Bien que cette caractéristique 'modulaire' le rapproche du modèle élaboré par Mc Closkey, l'auteur se démarque ici en postulant la possibilité d'échanges directs entre les différentes représentations via des mécanismes asémantiques de transcodage (Seron et Lochy, 2005). Ceci permet en outre de résoudre une tâche dont le mode de présentation ne correspond pas à la modalité requise pour le traitement mental. L'interaction entre les trois modules assure ainsi la traduction dans la modalité spécifique à la tâche avant que le traitement subséquent ne puisse se réaliser.

Par ailleurs, en 1995, Dehaene et Cohen ont fait évoluer ce modèle fonctionnel vers un modèle anatomo-fonctionnel. Selon eux, les représentations en code arabe et analogique seraient localisées dans les deux hémisphères contrairement aux représentations en code verbal qui se situeraient à gauche (près des aires classiques du langage). Les auteurs décrivent ainsi plusieurs connexions entre les différentes localisations anatomiques (Seron et Lochy, 2005).



Modèle du triple code de Dehaene (1992).

3. Le développement.

3.1. L'acquisition de la numération.

3.1.1. Construction numérique et apprentissage de la numération.

Selon Dessailly (1992), trois pôles fondent la mise en place du nombre et des opérations arithmétiques chez l'enfant : le nombre (considéré en sa qualité de « concept »), la désignation orale, et la désignation écrite des nombres. La construction de la notion de nombre et celle qui vise la maîtrise des deux systèmes de désignation seraient donc intimement liées. En effet, parmi les différentes notions nécessaires à l'assimilation du système numérique, l'enfant doit notamment prendre conscience de l'aspect ordinal (donc de la fonction numérique 'plus un' et de sa réciproque 'moins un') et de l'aspect cardinal. Saisir le lien entre les nombres est indispensable à la compréhension des règles de formation du système de numération d'une part, et d'autre part à la capacité d'identifier n'importe quel nombre sans pour autant que nous l'ayons lu ou entendu auparavant.

Plusieurs théories se sont penchées sur la construction du nombre, à commencer par la théorie piagétienne. En 1941, Piaget et son associé Szeminska proposent une explication théorique de la construction du nombre chez l'enfant dans un ouvrage intitulé *la genèse du nombre chez l'enfant*. Selon eux, le nombre ne devient une notion opératoire que lorsque l'enfant est capable de percevoir la conservation de l'extension d'une collection, la sériation des longueurs et l'inclusion des classes. Le nombre serait donc construit par l'enfant grâce à trois capacités logiques, acquises progressivement au fil des interactions avec l'environnement. Cette conceptualisation du nombre ne serait réelle que vers l'âge de 7-8 ans. Afin d'évaluer le développement du concept de nombre chez l'enfant, Piaget a élaboré différentes tâches :

- L'opération de sériation, qui consiste à ordonner une série d'objets (variables en taille, poids,...) en fonction de leurs différences. La sériation apparaît dans l'acquisition de la suite ordonnée des entiers naturels : 9 est plus grand que 8, qui est lui-même plus grand que 7, etc... (principe ordinal).
- La classification, qui consiste à ranger les objets en un ensemble commun malgré leurs différences. Elle nécessite de prêter attention à leurs points communs en faisant abstraction des différences (i.e. construire des classes logiques). Appliqué aux nombres, ceci correspond à l'inclusion : par exemple, dans **quatre**, on trouve **trois**, **deux** ou **un** mais pas **cinq**. Ceci renvoie donc à la cardinalité où 'tout ce qui est avant est une partie de ce qui suit'.
- L'épreuve de conservation, qui consiste à juger de l'équivalence quantitative de deux collections composées du même nombre d'objets mais disposés différemment. Cette notion est importante puisque, selon Piaget, un nombre ne serait intelligible que dans la mesure où il demeure identique à lui-même quelle que soit la disposition des unités dont il est composé.

Une des critiques adressées à Piaget est de ne pas avoir considéré davantage les activités de comptage et de dénombrement dans la genèse du nombre. Le comptage correspond en effet à la répétition automatique de la suite conventionnelle des nombres alors que le dénombrement consiste à faire le lien entre cette série de mots et une série d'objets. Pour Piaget, la comptine numérique est une connaissance verbale reçue de l'extérieur. Or, ce qui est fondamental dans la théorie piagétienne, c'est l'action sur le monde physique des objets. Le comptage, selon lui, ne relèverait pas de la logique mais refléterait des séquences « apprises par cœur ». Aussi,

le dénombrement d'une petite collection d'objets par un enfant de 3-4 ans n'attesterait pas d'une maîtrise de la notion de nombre en tant que quantité représentée. C'est notamment parce que le comptage ne nécessite aucun raisonnement particulier que Piaget refuse l'entrée dans le nombre par la comptine numérique.

Par la suite, des auteurs contemporains se sont intéressés aux processus de quantification. Ceux-ci sont au nombre de trois. On distingue le subitizing, qui permet une quantification rapide et efficace des collections de taille limitée (jusqu'à quatre objets chez l'adulte), le dénombrement, qui permet une quantification précise quelle que soit la taille des collections (mais nécessitant d'autant plus de temps que la quantité augmente) et l'estimation, qui permet uniquement une quantification très approximative de la taille d'un ensemble.

Selon eux, les processus de quantification sont fondamentaux pour l'acquisition ultérieure des autres habiletés numériques et arithmétiques (Barrouillet et Camos, 2003). Halford (1993) souligne que l'acquisition du dénombrement constitue une étape fondamentale pour le développement du concept de nombre. Le dénombrement consiste à mettre en correspondance terme à terme des éléments d'une collection avec les éléments de la suite conventionnelle des noms de nombres (étiquettes verbales). D'après les travaux de Gelman et de ses collaborateurs, il serait gouverné par les cinq principes suivants (Pesenti et Rousselle, 2005) :

- Chaque élément à dénombrer doit être mis en relation avec une et une seule étiquette verbale : c'est le *principe de mise en correspondance terme à terme*.
- La suite des étiquettes doit constituer une liste ordonnée, une séquence fixe : c'est le *principe d'ordre stable*.
- La dernière étiquette utilisée représente le cardinal de la collection c'est-à-dire la quantité totale de l'ensemble de cette collection : c'est le *principe de cardinalité*.
- L'hétérogénéité (en termes de couleurs, formes, tailles ou arrangement par exemple) des éléments de la collection ne doit pas avoir d'impact sur leur dénombrement : c'est le *principe d'abstraction*.

- Enfin, l'ordre dans lequel les éléments de la collection sont dénombrés ne doit avoir aucune incidence sur le cardinal de la collection : c'est le *principe de la non-pertinence de l'ordre*.

La maîtrise du dénombrement suppose donc que l'enfant apprenne à créer en mémoire une association bi-univoque entre une certaine représentation mentale de chaque nombre et sa désignation verbale correspondante (Dessailly, 1992). Le dénombrement fait donc partie des activités qui amènent l'enfant à concevoir la chaîne verbale non plus comme un tout insécable, mais comme un instrument mobile et fonctionnel, ce qui concourt à la consolidation du niveau de maîtrise du système numérique. L'enfant va progressivement attribuer un sens aux mots-nombres ce qui est déterminant pour l'assimilation des règles de construction de la suite infinie des nombres entiers. L'acquisition de cette suite, appelée chaîne numérique verbale, a fait l'objet de nombreuses études et peut ainsi être décrite.

3.1.2. La chaîne numérique verbale.

De nombreuses études attestent de l'existence de compétences numériques préverbaux chez le bébé (Rousselle, 2005). Ces facultés numériques élémentaires se présentent sous trois catégories. Le bébé serait ainsi capable de différencier des collections uniquement sur la base du nombre d'éléments qu'elles comportent (discrimination de numérosité). Il serait également en mesure d'identifier lequel de deux ensembles comporte le plus ou le moins d'éléments (compréhension des relations quantitatives). Enfin, il posséderait des aptitudes arithmétiques lui permettant de comprendre et d'anticiper le résultat des opérations d'ajout et de retrait effectués sur une petite quantité donnée (1, 2 ou 3 éléments).

Puis, avec le développement du langage, des noms de nombres sont énoncés. Les enfants âgés seulement de 2 ans et demi appréhenderaient déjà les noms de nombres comme faisant partie d'un registre spécifique (Gelman et Gallistel, 1978). Ces mots constitueraient rapidement un domaine lexical autonome et utilisable en compréhension et en production.

Néanmoins, la maîtrise du code verbal par l'enfant demande plusieurs années. C'est en effet entre 3 et 6 ans et hors de tout apprentissage formel que l'enfant acquiert la chaîne numérique verbale (Pesenti et Rousselle, 2005).

Fuson, Richards et Briars (1982) se sont intéressés à son acquisition. Selon eux, tous les enfants n'apprennent pas cette chaîne à la même vitesse et dans les années préscolaires, les différences interindividuelles sont importantes. Néanmoins, les auteurs dégagent deux étapes partiellement imbriquées :

Une phase initiale d'acquisition de la suite des noms de nombres au cours de laquelle l'enfant découvre l'existence de la série de mots représentant les nombres. L'analyse des suites numériques produites par les enfants en cours d'apprentissage a permis aux auteurs de décrire trois parties :

- Une partie « *stable et conventionnelle* » où l'enfant produit, d'un essai à l'autre, une suite correcte (qui correspond aux premiers éléments de la suite). Cette partie tend à s'accroître avec l'âge pour se situer entre 35 et 40 vers l'âge de cinq ans (Ginsburg et Russell, 1981).
- Une partie « *stable et non conventionnelle* », c'est-à-dire que l'enfant produit toujours la même suite d'un essai à un autre mais celle-ci est incorrecte (par exemple « 10, 13, 14, 16, 19 »). Elle concerne surtout les nombres entre 10 et 19.
- Une partie qui n'est « *ni stable, ni conventionnelle* », c'est-à-dire que l'enfant produit des suites incorrectes et ces dernières varient d'un essai à un autre sans être cependant totalement aléatoires (certains éléments revenant plus fréquemment que d'autres).

Ainsi, ces trois parties coexistent mais peu à peu, la première devient prépondérante.

De plus, alors qu'elle représentait pour l'enfant un tout indissociable, la chaîne numérique va progressivement être décomposée en éléments, les nombres, dont les relations vont progressivement apparaître. Cette prise de conscience a lieu durant la phase d'élaboration. Fuson, Richards et Briars (1982), dégagent ainsi cinq niveaux d'élaboration :

- a) Le niveau *chapelet* : les noms de nombres ne sont pas perçus isolément mais comme appartenant à un tout (« undeuxtroisquatre... »).
- b) Le niveau *chaîne insécable* (dès 3-4 ans) : les mots s'individualisent et sont perçus comme des éléments séparés, mais la chaîne ne peut encore être utilisée que dans son entièreté.

- c) Le niveau *chaîne sécable* (5 ans) : l'enfant perçoit petit à petit les liaisons entre les différents éléments, ce qui lui permet de la manipuler plus aisément.
- d) Le niveau *chaîne numérable* : les mots de la chaîne sont totalement individualisés et l'enfant a conscience de leur sens numérique. La chaîne elle-même peut faire l'objet d'opérations (par exemple, compter « à partir de ... » et « jusqu'à... »). Néanmoins, l'utilisation à rebours de la chaîne reste difficile.
- e) Le niveau *chaîne bidirectionnelle* (6ans) : la chaîne numérique est totalement maîtrisée dans les deux sens.

Ainsi, selon les auteurs, les premiers éléments de la suite numérique font l'objet d'un apprentissage par cœur de type sériel. Puis, à partir de 4 ans et demi, le recours aux règles combinatoires (syntaxe additive puis multiplicative) fait son apparition et l'enfant va petit à petit se passer du recours systématique à la mémorisation. Cet emploi témoigne ainsi de la compréhension progressive du système par l'enfant. En effet, avec l'allongement de sa chaîne numérale, il va progressivement percevoir des régularités. Celles-ci n'apparaissent qu'à travers la structure morphosyntaxique des noms des nombres à partir de 17 (les nombres de 1 à 16 présentant des étiquettes verbales totalement arbitraires). Il va ainsi pouvoir inférer des règles de construction qu'il pourra appliquer afin de générer les autres noms de nombres.

3.1.3. Apprentissage de la numération écrite.

Comme nous l'avons vu, la chaîne numérique verbale s'acquiert au cours d'un apprentissage implicite. En revanche, la compréhension ou la production écrite de nombres arabes requiert de trois à cinq ans d'enseignement pour être maîtrisée (Lochy et Censabella, 2005). L'apprentissage de la numération verbale précède donc celle de la numération écrite ; l'enfant pourra ainsi partir des connaissances implicites acquises autour de la première pour construire la seconde.

Cependant, il ne faut pas négliger l'importance d'une certaine forme d'imprégnation implicite du système numérique écrit, qui s'opère avant puis parallèlement aux apprentissages scolaires, au gré des situations de la vie quotidienne (Fayol, 2004). Sinclair, Mello et Siegrist (1988) et Hughes (1986) (cités par Noël, 2005), ont d'ailleurs montré une progression dans la

symbolisation des notations de l'enfant avant tout apprentissage. Ainsi, leurs productions écrites spontanées évolueraient « *des représentations idiosyncrasiques et pictographiques vers des représentations symboliques capturant progressivement la correspondance terme à terme pour aboutir, enfin, à la production de chiffres* ». Par ailleurs, une étude réalisée par Noël et co., montre qu'à 5 ans, la plupart des enfants (95%) associent les neuf chiffres (signes écrits en code arabe) à la catégorie des chiffres sans pour autant parvenir nécessairement à les identifier (Noël, 2005).

L'apprentissage explicite de la numération commence dès l'école maternelle et se poursuit jusqu'à la fin du cycle 3 voire au-delà. Les objectifs pédagogiques visent notamment une meilleure compréhension du système positionnel en base 10 en relation avec des pratiques de groupements et d'échanges qui lui correspondent (Charnay et Dossat, 2006). A travers divers moyens pédagogiques, l'enfant va prendre conscience de différentes règles :

- Pour écrire les nombres, les chiffres s'utilisent dans l'ordre 0 1 2 3 4 5 6 7 8 9. Par conséquent, sur la roue d'un compteur (kilométrique, EDF,...) par exemple, après 9 vient 0.

Tous les chiffres de 0 à 9 se combinent avec le 1 pour écrire les nombres de 10 à 19, puis avec le 2 pour écrire les nombres de 20 à 29, et ainsi de suite jusqu'à 99. On obtient les nombres à trois chiffres en faisant précéder tous les nombres de 00, 01, 02, ... jusqu'à 99 d'abord du 1 puis du 2, ... jusqu'à 999. Cette règle se répète pour les nombres de quatre, cinq, ... chiffres.

- Chaque chiffre a une valeur différente selon la position qu'il occupe dans l'écriture du nombre (principe de la valeur positionnelle). L'enfant doit comprendre que dans 5358, les 5 ne correspondent pas aux mêmes valeurs : l'un signifiant 5000 unités et l'autre 50 unités.
- Dix unités d'un ordre donné constituent une unité de l'ordre immédiatement supérieur : c'est le principe du groupement par 10 et de l'échange 10 contre 1. Cela se traduit sur un boulier ou sur une abaque par le fait que dès qu'il y aura dix sur une branche, cette valeur s'échangera contre un sur la branche à gauche de la précédente. On peut parler de la règle d'échange « dix contre un » : dix unités contre une dizaine, dix dizaines contre une centaine, dix centaines contre une unité de mille.

- Tout nombre peut se décomposer selon les puissances de dix. La décomposition de l'écriture des nombres permet à l'enfant une meilleure perception des groupements par 10. Ainsi, il doit progressivement réussir une tâche de décomposition telle que $4305 = 4 \times 1000 + 3 \times 100 + 0 \times 10 + 5 = 4 \times 10^3 + 3 \times 10^2 + 0 \times 10^1 + 5 \times 10^0$. De plus, différentes lectures possibles pour une même écriture en chiffres constitue un signe en faveur d'une bonne intégration du système de numération de position par l'enfant. On peut ainsi dire que 4305 représente :
 - 4 groupements de mille, 3 groupements de cent et 5 unités isolées.
 - 4 unités de mille, 3 centaines et 5 unités.
 - 43 centaines et 5 unités.
 - 430 dizaines et 5 unités.
 - 4305 unités.
- Concernant plus particulièrement le chiffre '0', l'enfant doit comprendre que dans 20 p.ex., celui-ci signale qu'il n'y a pas d'unités isolées et qu'en raison de la présence du chiffre 2 en seconde position, cela veut dire que les unités ont été regroupées. De même qu'il doit saisir que dans 105, le chiffre '0' ne veut pas dire qu'il n'y a pas de dizaine puisqu'il y a bien dix dizaines !

Le Ministère de l'Education Nationale a établi un certain nombre de compétences devant être acquises à la fin de chaque cycle. Celles-ci donnent un aperçu de l'évolution des acquisitions attendues par le système scolaire :

- Au début du cycle 2 (fin de maternelle), il est attendu, parmi les compétences relatives aux quantités et aux nombres, que la comptine numérique orale soit connue au moins jusqu'à trente et que l'enfant soit en mesure d'associer leur nom avec leur écriture chiffrée en se référant à une bande numérique (Ministère de l'éducation nationale, 2007).
- En fin de cycle 2 (fin de CE1, début de CE2), le champ des nombres accessibles s'étend jusqu'à 1000 et les compétences attendues pour les tâches de désignations orales et écrites des nombres entiers naturels sont doubles. D'une part, l'enfant doit connaître et savoir interpréter la valeur des chiffres en fonction de leur position dans l'écriture décimale d'un nombre. D'autre part, il doit pouvoir associer les désignations chiffrées et orales des nombres.

Après avoir pris conscience de l'utilité des nombres pour la résolution de certains problèmes, il construit progressivement des connaissances relatives à la numération décimale dont la bonne maîtrise est décisive pour l'apprentissage du calcul.

- Enfin, ce sont ces mêmes compétences que l'on attend d'un enfant achevant le cycle 3 (fin de CM2) mais appliquées aux nombres jusqu'à la classe des millions.

Ainsi, la représentation écrite conventionnelle des nombres constitue un apprentissage important et sûrement laborieux pour les jeunes enfants. Parmi les différentes activités favorisant son apprentissage, il semble que le transcodage joue un rôle important. En effet, en apprenant à lire des nombres qu'il sait écrire en chiffres arabes, ou à écrire certains des nombres qu'il sait nommer, l'enfant se saisit progressivement des règles inhérentes aux deux systèmes de numération.

3.2. Le transcodage numérique en psychologie du développement

L'étude scientifique de la mise en place progressive des fonctions cognitives, langagières, affectives et sociales concerne la psychologie du développement. Son approche constitue ainsi un complément aux travaux de la neuropsychologie chez l'adulte. En effet, si l'aspect fonctionnel du transcodage informe quant à l'organisation des connaissances du système à l'état stable, seule une étude chez l'enfant permet, par sa perspective dynamique, de mieux cibler l'ordonnancement et le décours temporel de leur mise en place. Parmi les différents modèles élaborés figurent ceux de Power et Dal Martello (1990) et de Barrouillet et collaborateurs (2004).

3.2.1. Le modèle de Power et Dal Martello (1990).

Partant de l'analyse de production d'enfants de 7 ans dans des tâches de transcodage allant du code verbal au code arabe (*cf. résultats dans le paragraphe 4.1.1.*), les auteurs suggèrent un modèle de transcodage sémantique.

A l'instar du modèle de Mc Closkey et co. (1985) (*cf. supra*), le passage du code verbal au code arabe peut être décomposé en plusieurs étapes successives (Lochy et Censabella, 2005). Ainsi, l'interprétation de la désignation orale (étape de compréhension) conduit à la

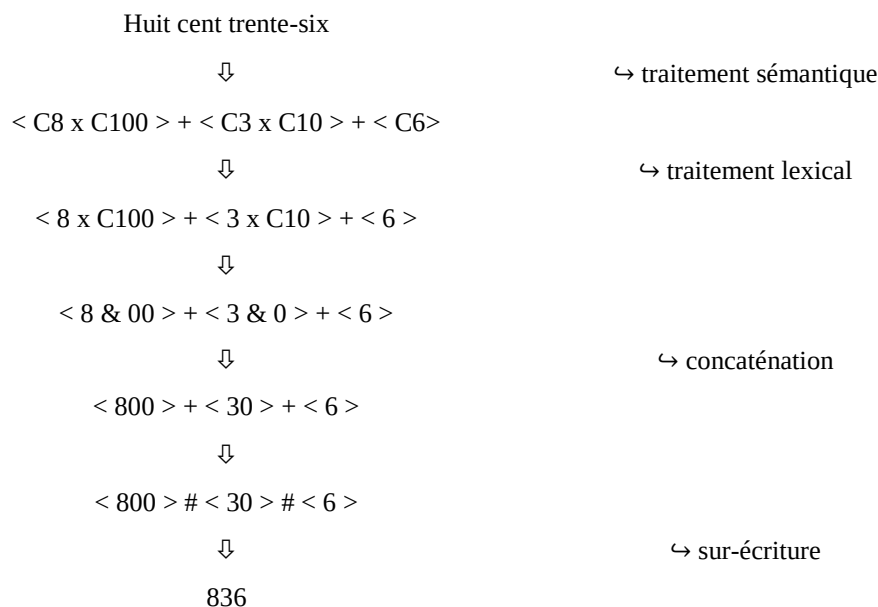
construction d'une représentation sémantique abstraite correspondante, celle-ci permettant ensuite l'élaboration de la désignation en chiffres arabes (étape de production). Cependant, les deux modèles diffèrent notamment quant à la nature de la représentation sémantique.

En effet, alors que Mc Closkey et co. l'envisageaient calquée sur la base dix de notre système arabe, Power et Dal Martello suggèrent qu'elle s'inspire de notre système numérique verbal. La représentation fait donc intervenir les primitives lexicales de 1 à 9 ainsi que les primitives sémantiques telle que 10, 100 ou 1000 et, afin de distinguer les concepts sémantiques des formes arabes, les auteurs y accolent le symbole 'C'. A titre d'exemple, la représentation sémantique interne de la séquence orale « huit cent trente-six » se présente selon la formule : $(C100 \times 8) + (C10 \times 3) + (6)$.

Puis, la conversion de cette représentation en une forme numérique arabe conventionnelle s'effectuerait selon l'application de deux règles :

- d'une part, les relations additives activeraient un opérateur dit de *surécriture*, symbolisé par #, et dont la règle consiste à 'écrire sur les zéros en commençant par la droite' ($\langle C100 \rangle + \langle 3 \rangle = 100 \# 3 = 103$).
- d'autre part, les relations multiplicatives feraient appel à un opérateur dit de *concaténation*, symbolisé par &, et renvoyant à la règle 'écrire à droite du premier chiffre' ($\langle C100 \rangle \times \langle 3 \rangle = 3 \& 00 = 300$).

Les différentes étapes intervenant dans le passage de la forme verbale « huit cent trente-six » à la forme en chiffres arabes peuvent être synthétisées telles que :



3.2.2. Le modèle ADAPT de Barrouillet, Camos, Perruchet et Seron (2004).

S'inspirant des travaux développés par Deloche et Seron (*cf. paragraphe 2.2.2.*), Barrouillet et co. proposent un modèle asémantique de transcodage procédural centré quant à lui sur le développement (ADAPT pour A Developmental Asemantic and Procedural Transcoding) et rendant compte des mécanismes impliqués dans le passage des formes en code verbal vers celles en code arabe (Noël, 2005). Le contenu de cette théorie étant relativement dense, nous limiterons ici à une brève présentation (pour une description exhaustive voir Barrouillet, Camos, Perruchet et Seron, 2004).

Dans ADAPT, tout comme il en était question dans le modèle issu de la neuropsychologie adulte, les différents mécanismes permettant le transcodage s'apparentent à des processus d'encodage de la forme d'entrée puis de segmentation, suivis de l'application de règles de transcodage (algorithmes), pour aboutir à la production de la séquence en chiffres arabes. Les processus de transcodage ne solliciteraient donc pas l'intervention d'une représentation sémantique interne (*modèle asémantique*).

De plus, l'une des originalités de ce modèle réside dans le caractère évolutif de certains processus (*modèle développemental*). Ceci sous-entend donc que le fonctionnement du système se modifierait au gré des acquisitions. Les auteurs déclinent ce modèle en trois versions selon le stade de développement. Cette particularité s'appliquerait d'une part aux processus de segmentation, et d'autre part, aux procédures de transcodage.

Selon le modèle, la première étape de traitement consisterait à l'encodage phonologique de la séquence verbale correspondant au nombre, puis à son stockage au sein d'une mémoire tampon. Durant ce stockage de courte durée, s'effectue une recherche en mémoire à long terme (MLT, voir *définition au paragraphe 4.5.*) de la forme chiffrée correspondante.

Si la séquence est reconnue, cela signifie qu'elle est non seulement présente en MLT mais qu'elle y figure accompagnée de sa forme en chiffres correspondante. La transcription graphique en chiffres arabes sera, dans ce cas, obtenue de façon directe c'est-à-dire sans l'activation des procédures de transcodage. La présence en MLT de la séquence implique nécessairement qu'elle ait été traitée ultérieurement par l'individu via les algorithmes de transcodage.

En revanche, si la séquence n'est pas retrouvée (situation d'autant plus fréquente que l'on se place en tout début d'apprentissage), intervient un processus de segmentation, appelé *parsing*, correspondant au découpage de la chaîne numérique verbale. L'objectif de ce processus est de faire apparaître des unités susceptibles d'être reconnues donc récupérée en MLT avant d'être traitées par le système de production (Lochy et Censabella, 2005). La perspective dynamique du modèle suggère une évolution de ce découpage. En effet, avant tout apprentissage, les unités résultant du processus de parsing sont constituées d'un seul mot. Par exemple, la séquence verbale « cent dix-neuf » serait segmentée tel cent/dix/neuf/. Puis, au cours de l'apprentissage, les groupes de primitives lexicales, qui sont fréquemment perçues en succession temporelle, donneraient lieu à la formation de nouvelles unités représentationnelles, qui seraient alors traitées en globalité. Il en résulterait alors un découpage de la séquence donnée précédemment en exemple du type : /cent/dix-neuf/. De plus, le parsing opère un découpage basé selon les primitives lexicales tel que 'mille' ou 'cent' (appelées 'séparateurs').

Ainsi, suite aux traitements réalisés lors de l'étape de parsing, le système de production transforme la forme verbale en sa forme correspondante en code arabe grâce à l'application de procédures (*modèle procédural*). Le fonctionnement de ces procédures rejoint les mécanismes de transcodage décrits par Deloche et Seron au sein de leur modèle (1994) (*cf. paragraphe 2.2.2.*).

L'aboutissement à la forme en chiffres arabes impliquerait différentes structures cognitives. En effet, l'association de la primitive avec sa position dans la classe lexicale (par exemple « quatre » correspond à 'quatrième position dans la classe des unités') nécessite le recours aux connaissances stockées en MLT. Cette valeur positionnelle sera ensuite placée, grâce aux procédures, dans la chaîne des chiffres. Par ailleurs, ce traitement nécessite l'intervention de la mémoire de travail (voir définition au *paragraphe 4.5.*), constituant un véritable intermédiaire. En effet, la constitution de la suite de chiffres nécessite le recours concomitant aux éléments issu du parsing, aux connaissances récupérées en MLT, ainsi qu'aux représentations construites par le système de production grâce à l'application des procédures. La mémoire de travail permet ainsi leur regroupement, et donc les traitements qui leur sont appliqués. Ensuite, lorsque la suite nouvellement élaborée est jugée complète, elle est alors stockée dans un *buffer* en vue de la transcription graphique.

Ainsi, l'algorithme de transcodage ne serait mis en œuvre que lorsque la récupération directe en MLT ne peut avoir lieu. Cette inscription en MLT de l'association forme verbale/forme chiffrée suppose qu'une activation des processus de transcodage ait eu lieu à l'occasion d'un précédent traitement de cette même séquence verbale. Ce mécanisme conduit ainsi à un accroissement du lexique, puisqu'aux primitives lexicales viennent s'ajouter des séquences lexicales. Ces dernières exerceront d'ailleurs une influence sur le parsing lors des traitements ultérieurs. Ceci explique ainsi le caractère évolutif des processus de transcodage : au gré des apprentissages, les procédures de récupération directe augmentent, alors que le recours aux procédures de transcodages diminue. Une étude développementale menée par les auteurs montre ainsi une meilleure efficacité dans les tâches de transcodage des formes en chiffres des nombres les plus fréquents (donc directement récupérés en MLT), et ceci lorsqu'ils apparaissent seuls, ou comme partie de nombres plus complexes. Les procédures étant plus favorables à l'apparition d'erreurs que la récupération en MLT, cette amélioration des capacités serait en lien avec la limitation du recours aux procédures.

4. Les difficultés dans la maîtrise du transcodage.

De nombreuses études évaluent le transcodage numérique notamment par le biais de tâches de lecture et d'écriture de nombres assurant le passage du code verbal au code arabe et inversement. Noël a ainsi confronté des enfants de 6 à 8 ans, sans difficulté d'apprentissage, à des tâches incluant des nombres de complexité variable (notamment en faisant varier le gabarit des écritures chiffrées). Les résultats montrent une évolution des capacités avec l'âge, puisqu'au fil des apprentissages, l'enfant réussit des tâches de transcodage incluant des nombres arabes de taille croissante. Ainsi, à 6 ans, seules les unités simples sont maîtrisées. A 7 ans, les structures à deux chiffres sont maîtrisées et celles à trois chiffres sont en cours d'acquisition. A 8 ans, les structures à quatre chiffres sont pratiquement maîtrisées et celles à cinq chiffres sont également majoritairement bien traitées. Selon l'auteur, cette mise en place des capacités de transcodage s'effectue, chez l'enfant tout-venant, entre 5 et 9 ans (Noël, 2005).

4.1. Acquisition des techniques de transcodage et types d'erreurs.

A l'instar des activités de lecture et d'écriture en langue naturelle, le transcodage numérique nécessite un apprentissage de plusieurs années. Deux études (Seron, Van Lil et Noël, 1995 ; Seron, Noël et Van der Elst, 1997) ont par ailleurs mis en avant des éléments en faveur d'une spécificité des processus de transcodage. Les auteurs ont notamment mesuré une corrélation non-significative entre les progrès réalisés, d'une part, en lecture de nombres en chiffres arabes, et d'autre part, en lecture de mots du langage courant. De nombreux travaux ont ainsi porté une attention toute particulière aux acquisitions relatives au transcodage. Dans cette optique, les investigateurs se basent majoritairement sur les erreurs produites par les enfants pour concevoir des modèles. C'est pourquoi décrire les types d'erreurs, les analyser et faire ressortir les facteurs de difficultés apportent un éclairage sur la mise en place et le fonctionnement des mécanismes de transcodage.

4.1.1. Passage du code verbal oral au code arabe...

Plusieurs études incluant des tâches d'écriture en chiffres à partir de la dictée en langue naturelle mettent en évidence une prédominance des difficultés d'ordre syntaxique. En effet, ce ne sont pas tant les primitives lexicales qui sont affectées mais bien les relations entre celles-ci, ce qui entraîne une modification du gabarit du nombre.

Ce constat fut notamment établi lors d'une étude réalisée par Power et Dal Martello (1990) auprès d'enfants italiens âgés de 7 ans. Les erreurs relevées affectent davantage les nombres à trois ou quatre chiffres ; elles correspondent à l'insertion de zéros surnuméraires (par exemple « six cent cinquante-quatre » est codé 60054 ou 6054) et elles toucheraient davantage les relations additives. Partant de leur modèle théorique (*cf. paragraphe 3.2.1.*), les auteurs proposent un éclairage quant à l'étiologie de ces productions erronées (Noël, 2005). Selon eux, ces erreurs résulteraient d'une lacune dans la maîtrise des opérations de surécriture qui se manifesterait :

- D'une part, par leur remplacement par des opérations de concaténation. Par exemple, alors que le traitement de la séquence « cent huit », contenant une relation additive, fait normalement appel à un opérateur de surécriture ($100 \# 8$, qui conduirait à l'écriture 108), l'enfant utiliserait un opérateur de concaténation aboutissant à l'écriture 1008 ($100 \& 8$).

- D'autre part, par l'invention de nouvelles règles de surécriture. L'enfant pourrait en effet être amené à dégager des règles à partir d'expériences restreintes à certains nombres, puis à les généraliser abusivement à d'autres nombres. Par exemple, à partir du traitement de la séquence « mille cinq » conduisant à l'écriture 1005, la règle inhérente à l'opérateur de surécriture ($1000 \# 5$) pourrait être formulée par l'enfant telle que « sur-écrire uniquement sur le zéro final ». Ainsi appliquée à la séquence « mille trente-cinq », cette règle conduit à l'écriture chiffrée 10035, faisant apparaître une erreur syntaxique avec un zéro surnuméraire.

A travers une étude longitudinale réalisée en 1991 auprès d'enfants de CE1 et CE2, Seron, Deloche et Noël s'appuient sur l'évolution des erreurs observées pour tenter de dégager différentes étapes dans l'acquisition des techniques de transcodage. Il en ressort notamment une progression dans la maîtrise des relations additives et multiplicatives :

- i. Initialement, aucune règle de combinaison ne serait maîtrisée. Par conséquent, l'enfant est conduit à transcoder chaque mot de la séquence verbale par la séquence en chiffre arabe correspondante. On note alors, quelque soit le type de relation impliqué, des erreurs syntaxiques de lexicalisation totale (par exemple, « cent soixante » traduit 10060 ou « quatre mille » traduit 41000) puis partielle (« cent treize » traduit 1013).
- ii. Puis, les relations multiplicatives entre une unité (U) et un multiplicateur (C pour cent et M pour mille) sont progressivement bien traitées. L'enfant réussit notamment le transcodage des formes verbales du type UC (« quatre cent » par exemple) ou UM (« quatre mille »).
- iii. Les progrès s'appliquent ensuite au niveau des relations additives entre un multiplicateur et une unité permettant le transcodage des formes du type CU (« cent quatre ») ou MU (« mille quatre »).

Passé ces différentes étapes, des erreurs syntaxiques particulières ont été repérées et interprétées par les auteurs comme résultant d'une application abusive à d'autres structures des règles apprises sur les formes CU, UC, MU, UM (Noël, 2005).

Trois catégories d'erreurs ont ainsi été décrites :

- Les erreurs baptisées « 10x ». Alors que le traitement des formes CU est réussi, des erreurs apparaissent lors du transcodage des formes CD et CP (i.e. dont les formes verbales sont respectivement construites telles que « Cent, Dizaine » et « Cent, Particulier », incluant donc une relation additive). Les productions erronées reflètent l'application de la règle indiquant que les formes du type « Cx », à l'instar des formes CU, se traduisent par '10x'. Par exemple, tout comme l'enfant traduirait « cent deux » (CU) par 102 (i.e. 102 où x est 2), il traduit « cent vingt » par 1020 (où x est 20) et « cent douze » par 1012 (où x est 12). Lors du traitement des formes CD et CP, l'enfant généraliserait donc abusivement la règle de transcodage qu'il a dégagée à partir des formes CU.
- Les erreurs « 100x ». Celles-ci sont observées lors du transcodage des formes MD et MP alors que celui des formes MU est maîtrisé. Elles correspondent au même mécanisme que les erreurs « 10x » mais appliquées aux structures additives contenant « mille ». Par exemple, tout comme l'enfant traduirait « mille cinq » par 1005, il traduit « mille cinquante » par 10050 et « mille quinze » par 10015.
- Les erreurs dites « D00 » et « P00 » se rencontrent lors du transcodage des formes DM et PM alors que celui des formes UM est maîtrisé. Elles touchent donc des constructions impliquant la relation multiplicative. Ainsi, partant du traitement des formes UM, l'enfant dégagerait une règle indiquant que ' le transcodage des formes du type « xM » s'effectue en deux temps : écrire le ou les chiffres correspondant à la première primitive lexicale (i.e. x pouvant correspondre à U, P ou D), puis écrire des zéros à la droite de ceux-ci de façon à obtenir au final une écriture à quatre chiffres (par analogie avec le nombre 1000). Par exemple, « quarante mille » et « quatorze mille » seraient traduits respectivement par 4000 (où x est 40) et 1400 (où x est 14).

A travers leurs études, Power et co. ainsi que Seron et co. apportent un éclairage tant sur la chronologie des acquisitions que sur les procédés de généralisation. En effet, c'est l'observation de généralisations inadéquates des règles de transcodage nouvellement acquises qui permet d'affirmer que les enfants se basent sur le transcodage de structures maîtrisées et qu'ils généralisent des règles dérivées de cette maîtrise.

A partir de l'analyse de productions d'enfants du même âge, Seron et Fayol (1994) confirment ces observations et soulignent une importante variabilité inter- et intra-individuelle dans ce type d'activité (Lochy et Censabella, 2005).

Enfin, une approche des activités de transcodage chez l'adolescent a été menée par Fayol, Barrouillet et Renaud (1996). Selon eux, les difficultés rencontrées dans le traitement des nombres de 2 à 6 chiffres proviendraient d'une part de la longueur phonologique des formes orales (évaluée en nombre de syllabes) et de la taille des nombres arabes (évaluée en nombre de chiffres) (Fayol et Camos, 2006).

4.1.2. Passage du code arabe au code verbal oral...

Des investigations rattachées à la lecture à voix haute de nombres écrits en chiffres arabes ont également été menées, notamment par Seron, Van Lil et Noël (1995 et 1997) et par Power et Dal Martello (1997). A l'instar des études concernant le transcodage inverse (décrit précédemment), leurs observations mettent de nouveau en avant une prépondérance des erreurs syntaxiques pour les nombres composés de plusieurs chiffres (Noël, 2005). Trois types d'erreurs sont décrits :

- La fragmentation du nombre à lire (par exemple 642 est lu « soixante quarante-deux »).
- L'omission de certaines parties du nombre à lire (par exemple 868 est lu « quatre-vingt-huit »).
- L'utilisation d'un mauvais multiplicateur (par exemple 202 est lu « deux mille deux »).

Enfin, Seron et al. (1995) réitèrent leurs explications quant aux stratégies développées au cours de l'acquisition du transcodage. Selon eux, les enfants se baseraient sur des connaissances acquises sur les nombres plus simples, pour traiter, plus ou moins correctement au début des apprentissages, les formes numériques nouvelles.

4.1.3. Transcodage et code analogique.

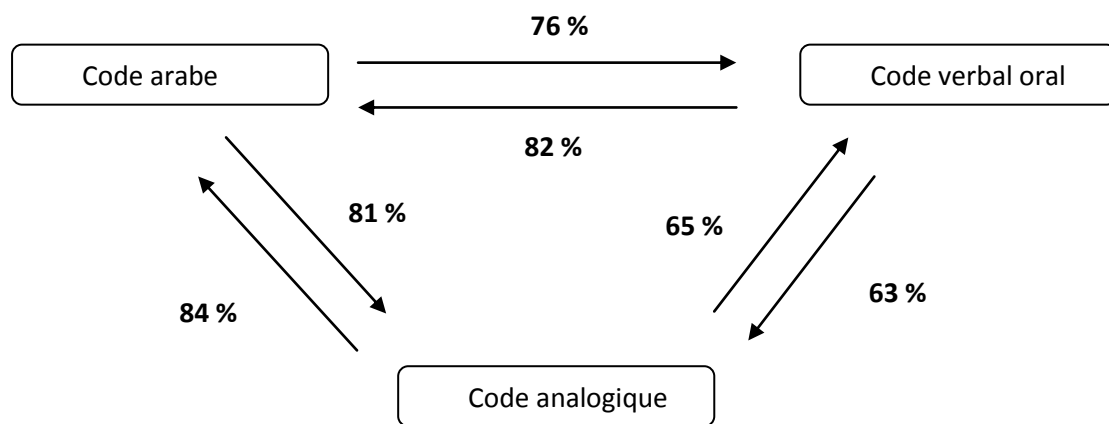
Au-delà des transferts faisant intervenir les codes conventionnels (i.e. code verbal et code arabe), certaines études ont introduit des tâches de transcodage incluant un code analogique. Ce codage permet la désignation des nombres selon un mode beaucoup moins abstrait que les codes verbal et arabe, grâce à une représentation sémantique non verbale. Tout comme ceci a été décrit dans l'histoire des numérations, il est par exemple possible d'exprimer un nombre à partir de formes géométriques, de jetons, de symboles divers,... et faisant intervenir des méthodes plus ou moins complexes selon qu'interviennent ou non des regroupements (cf. principe des bases). Ces représentations ne peuvent être informatives, c'est-à-dire susceptible de communiquer une information comprise par tous, qu'à condition que soient définis le lexique et la syntaxe des codes. Ainsi, il est possible par exemple d'imaginer un code fonctionnant dans un système décimal, et composé de petits cubes pour représenter les unités, de réglettes de 10 cubes pour les dizaines, de plaques de 100 cubes pour les centaines, etc,... On imagine alors combien la compréhension et la production des nombres présentés avec ce code impliquent une représentation de la quantité.

C'est ainsi que, se basant sur certains modèles cognitifs (cf. modèle de Mc Closkey par exemple), Seron et Fayol (1994) ont tenté d'identifier la localisation fonctionnelle des difficultés lors des tâches de transcodage impliquant les codes conventionnels (Noël, 2005). Leur but était de mettre en avant l'étape de traitement responsable des erreurs d'écriture lors du passage du code verbal oral au code arabe. Pour ceci, les auteurs ont proposé deux catégories de tâches. D'une part, celles qui nécessitent une compréhension des nombres oraux comme par exemple représenter par une série de jetons la valeur d'un nombre oral (i.e. traduire le nombre oral par une représentation analogique). D'autre part, celles qui exigent la production de nombres avec le code arabe, non pas à partir d'un nombre oral mais sur la base d'une représentation analogique telle qu'une série de jetons de différentes valeurs (i.e. passage d'un code analogique au code arabe). Les résultats montrent ainsi que les épreuves de compréhension des nombres présentés en code verbal sont davantage réussies que les épreuves de productions incluant le code arabe. Les auteurs concluent donc que les difficultés, chez l'enfant tout-venant, proviendraient davantage d'une non-maîtrise du code en chiffres arabes plutôt que d'une non-maîtrise du code verbal oral.

Dans une démarche semblable mais appliquée au transcodage inverse, Seron, Noël et Van der Elst (1997) ont tenté d'évaluer séparément la maîtrise du code d'entrée (i.e. code arabe) et

celle du code de sortie (i.e. code verbal oral). Les résultats semblent également montrer que les difficultés dans le transcodage résident davantage dans le traitement du code arabe (Noël, 2005).

Jarlegan, Fayol et Barrouillet, en 1996, proposent également une étude incluant le maniement d'un code analogique (Fayol et Camos, 2006). Sur la base des codes arabe, verbal et analogique, des enfants de CE1 doivent ainsi accomplir six tâches de transcodage. Les pourcentages de réussite alors obtenus varient selon le type de tâche (voir figure ci-après).



Au regard de ces résultats, deux suggestions sont apportées par les auteurs :

- Ce sont les irrégularités du code verbal français (i.e. dizaines complexes telles que soixante-dix) (*cf. paragraphe 4.2.*) qui expliquent que les tâches entre codes verbal et analogique sont plus chutées que les quatre autres.
- Si les performances dans le passage du code verbal au code arabe ne sont pas équivalentes à celles recueillies dans la composition des transcodages entre codes verbal et analogique d'une part et entre codes analogique et arabe d'autre part, c'est que le transcodage verbal-arabe ne nécessite pas une représentation intermédiaire sémantique et amodale.

4.2. Influence de la structure de la langue.

Si le système des numéraux arabes présente l'avantage d'être limpide, cohérent, rigoureux et quasiment universel, celui des numéraux verbaux, de la langue française notamment, souffre pour sa part de nombreuses irrégularités (*cf. paragraphe 1.3.1.*). Or, la maîtrise de la chaîne numérique verbale implique nécessairement une compréhension profonde du système en code verbal, celle-ci se développant au fil des apprentissages (*cf. supra*). Partant de ce principe, et en raison de la forte diversité des systèmes en code verbal dans le monde, plusieurs études ont cherché à mettre en évidence l'influence de la structure de la langue sur différentes acquisitions.

Concernant les épreuves d'arithmétique, il a ainsi été démontré que les performances des enfants asiatiques (Chine, Corée, Japon,...) étaient supérieures à celles des enfants occidentaux (Wang et Lin, 2005). Cette supériorité se manifesterait d'abord dans le comptage verbal sans dénombrement jusqu'à cent (Fayol et Camos, 2006). Parmi les différents paramètres à l'origine de ces différences, il semble que la structure des systèmes en code verbaux soit en partie responsable. En effet, les systèmes utilisant les langues asiatiques et ceux employant les langues occidentales peuvent être distingués sur la base de leur construction. En Asie, on parle de langue transparente parce qu'il s'agit d'un système décimal régulier de dénomination verbale des nombres entre dix et cent. Par exemple, l'élaboration du nombre 42 en langue naturelle consiste à énoncer successivement le nombre de dizaines (« quatre dix ») et le nombre d'unités (« deux »), soit « quatre dix deux ». Dans les pays occidentaux en revanche, on parle de langues opaques car elles ne font pas clairement apparaître la structure décimale en raison d'une lexicalisation directe beaucoup plus étendue. Il apparaît ainsi moins évident de percevoir la présence de quatre dizaines (quatre fois dix) dans la séquence « quarante » que dans « quatre dix ». Une organisation de la numération verbale favorisant la perception de la composition des nombres en dizaines et unités faciliterait donc l'acquisition et l'utilisation de la suite verbale des noms de nombres.

Et cette absence de transparence de la base dix dans les langues occidentales semble également retentir de manière négative sur l'apprentissage de la numération écrite. Il a ainsi été montré que plus la correspondance oral/écrit est régulière comme en Chinois (11 ↔ « shi yi » soit « dix un », 23 ↔ « er shi san » soit « deux dix trois »), plus l'acquisition de la numération écrite est facile et rapide (Fayol, Camos et Rousselle, 2000).

De plus, outre ce manque de transparence, le système des numéraux verbaux en langue française de France présente des irrégularités spécifiques pour l'expression des dizaines 70 et 90. En effet, pour la dénomination de ces nombres, les belges francophones emploient les étiquettes respectives « septante » et « nonante », suivant ainsi une construction régulière au regard des autres dizaines construites avec le suffixe –ante (quarante, cinquante, soixante, ...). En revanche, les français ont recours à des suites verbales faisant intervenir des relations additives (« soixante-dix ») et additives-multiplicatives (« quatre-vingt-dix »). Ces constructions irrégulières sont qualifiées de « dizaines complexes ». Seron et Fayol (1994), dans une étude longitudinale auprès d'enfants belges et français, se sont intéressés à ces différences et à leur impact éventuel sur l'apprentissage du transcodage. Ils ont ainsi mis en évidence chez les jeunes écoliers français une difficulté de compréhension de ces formes verbales se répercutant sur le transcodage (Noël, 2005).

Enfin, même si la majorité des irrégularités se concentrent sur les nombres inférieurs à *cent*, le nombre *mille* semble également constituer un palier particulier dans l'acquisition de la désignation des grands nombres. Effectivement, l'enfant ne peut traiter le groupement de mille unités sur le modèle des groupements de dix ou de cent unités. En effet, alors que le plus grand multiplicateur admis pour les groupements de dix et de cent unités est 9, le groupement de mille unités admet comme multiplicateur l'ensemble des nombres inférieurs à mille. Le nombre « dix mille » constitue donc une rupture au regard de cent ou mille (*cf. paragraphe 1.3.1.*). Dessailly (1992) constate ainsi que l'écriture ou la lecture, par des enfants de 12 ans normalement scolarisés, posent davantage de difficulté avec des nombres tels que 90 000, 40 000 ou 50 000 qu'avec des nombres tels que 900 ou 9000 par exemple.

4.3. Les difficultés liées aux marqueurs séparateurs.

L'enfant doit ainsi découvrir, pour le traitement des grands nombres, cette organisation particulière du système de numération de position qui peut être décrite explicitement en termes de rang et de classe (Dessailly, 1992) :

- Le 'rang' correspond à la place, comptée à partir de la droite, qu'occupe un chiffre donné dans la série des puissances successives de dix. Dans 654, p. ex., le chiffre 6 occupe le troisième rang, 5, le second rang et 4 le premier rang.

4.4. La difficulté des zéros.

Parmi les différents paramètres pouvant être à l'origine des difficultés dans les tâches de transcodage, le chiffre zéro au sein des écritures chiffrées a fait l'objet d'attentions particulières. En effet, alors qu'il est absent dans le lexique de la numération verbale, le chiffre 0 remplit un rôle de marqueur positionnel dans l'écriture chiffrée (*cf. paragraphe 1.3.2.*). Plusieurs études ont ainsi montré que le zéro représentait une source importante de difficultés notamment dans les tâches d'écriture sous dictée des nombres arabes, tant chez l'adulte cérébrolésé ou atteint de démence que chez l'enfant (Lochy, Domahs, Bartha et Delazer, 2004 ; Power et Dal Martello, 1990).

Afin d'approfondir la nature des difficultés, certains auteurs ont défini deux types de zéros (Lochy et Censabella, 2005) :

- D'une part, il est dit « lexical » lorsqu'il fait partie du transcodage d'une dizaine. Il s'agit, par exemple, du 0 présent dans 640 ou dans 50142. Lors du transcodage, ces zéros sont directement récupérés dans leurs formes à deux chiffres (« quarante » étant traduit par 40 et « cinquante » par 50), puis, ces formes sont insérées dans la chaîne de chiffres en construction (respectivement dans 640 et 50142).
- D'autre part, il est dit « syntaxique » lorsqu'il dérive de l'application de règles syntaxiques de production. Il apparaît par exemple dans l'écriture chiffrée correspondant à la séquence orale « trois mille vingt-huit », soit 3028.

Dans une étude longitudinale réalisée auprès d'enfants de CE2, Censabella (2000) montre ainsi des différences de complexité selon le type de zéro : les zéros syntaxiques seraient plus difficiles à traiter que les zéros lexicaux.

Mais le statut des zéros ne semble pas être le seul paramètre en cause puisque l'auteur remarque des niveaux de difficultés selon la position des zéros au sein des écritures chiffrées, mais aussi selon la longueur de celles-ci. Ainsi, le zéro syntaxique génèrerait plus d'erreurs lorsqu'il est attendu en position de centaine (3028) qu'en position de dizaine (3208) et ceci, d'autant plus que le nombre contient plus de chiffres (i.e. 5 chiffres vs 4). Quant au zéro lexical, le transcodage serait plus délicat lorsque le zéro est attendu en position de millier (50142) qu'en position d'unité (52140).

4.5. Les difficultés de mémoire et d'inhibition.

La mémoire est classiquement définie comme l'ensemble des systèmes biologiques et psychologiques dont les fonctions sont l'intégration de données, leur rétention et leur restitution. Plusieurs modèles se sont attachés à la description de cette fonction cognitive et l'on distingue classiquement plusieurs types de mémoires (Mazeau, 2005) :

- La *mémoire immédiate*, qui permet le stockage de l'information pour une courte durée (de quelques secondes à deux minutes). Sa capacité est limitée à 5 (+/- 2) items chez l'enfant de plus de 8 ans. Le nombre d'éléments susceptibles d'être rappelés est appelé « empan mnésique ». On distingue l'empan auditif numéral (rétention et restitution immédiate des chiffres) et verbal (des mots), ainsi que l'empan visuel (des informations visuelles). L'empan auditif chez le sujet adulte normal est de 7 (plus ou moins 2) lettres, chiffres ou mots (Gil, 2006).
- La *mémoire à court terme*, dont la description ne fait pas l'objet d'un consensus notamment quant à ses relations avec la mémoire à long terme. Néanmoins, tous les auteurs s'accordent pour lui reconnaître une fonction de conservation de l'information dont le délai serait de quelques minutes à plusieurs heures.
- La *mémoire à long terme*, qui permet la conservation et la restitution des informations sans limitation de temps, de quelques minutes à toute une vie. La structuration progressive de son contenu se fait par divers mécanismes de consolidation tels que la répétition, la confrontation à des expériences antérieures, la réactivation lors d'expériences postérieures, l'utilisation plus ou moins fréquente, etc.
- La *mémoire de travail*, qui consiste en un maintien en mémoire active d'un certain nombre d'éléments (récents ou résultant de traitements précédents, ou extraits de la mémoire à long terme). Sa fonction n'est pas, in fine, de stocker de l'information, mais de permettre un travail mental en maintenant disponibles, quelques secondes, quelques éléments pertinents pour permettre la tâche en cours (raisonnement, langage,...). Elle comprend deux sous-systèmes (dit « esclaves »), la boucle phonologique et le bloc-notes visuospatial (Baddeley, 1993). Le premier permet le stockage des informations verbales (auditives ou visuelles) alors que le second est alimenté soit par la perception visuelle, soit par l'imagerie mentale. Ces deux systèmes sont supervisés par un système de

contrôle de l'attention appelé « administrateur central ». De plus, un buffer épisodique, servant d'interface entre les systèmes esclaves et la MLT, permet un stockage temporaire à capacité limitée. Ce système, contrôlé par l'administrateur central, est capable d'intégrer de l'information provenant de sources différentes (Baddeley, 2000).

L'idée d'une implication d'un ou plusieurs types de mémoires dans les processus de transcodage a fait l'objet d'attentions particulières.

Le modèle ADAPT développé par Barouillet et al. (2004) (cf. supra) suggère ainsi l'intervention de la mémoire à long terme et de la mémoire de travail.

Au cours d'une étude, Fayol et Al. (1996) ont observé une augmentation des erreurs de transcodage en lien avec l'augmentation de la taille du numéral (que ce soit en chiffres ou en syllabes). Selon eux, l'accroissement de la longueur du numéral entraînerait une augmentation des ressources nécessaires au stockage et au traitement du nombre. Or, la capacité de la mémoire de travail étant limitée, ce phénomène génèrerait des erreurs.

A ceci vient également se greffer la question de l'inhibition. Les processus d'inhibition sont complexes, aussi, soulignons simplement qu'ils appartiennent à l'administrateur central et qu'ils permettent notamment de faire abstraction des stimuli non pertinents pour la réalisation d'une tâche (Baddeley, 1996). Prenons l'exemple d'une tâche d'écriture en chiffres arabes d'une dizaine complexe telle que « soixante-dix » présentée oralement. Chaque mot n'étant pas transcrit tel quel, l'enfant peut se trouver face à deux difficultés. D'une part, alors que la séquence orale contient le mot « soixante », susceptible d'activer un lien vers le chiffre 6 (contenu dans 60), c'est le chiffre 7 qui est attendu dans l'écriture chiffrée. D'autre part, la tâche de transcodage ne se résume pas en une transcription individuelle et successive des composants de la séquence orale c'est pourquoi l'écriture chiffrée ne contient ni 60, ni 10 (i.e. « soixante-dix » $\leftrightarrow$ 6010, cf. erreur de lexicalisation). Au cours de ce traitement, l'enfant est donc mis en situation d'interférence qu'il doit résoudre en inhibant la production du (ou des) chiffres(s) correspondant(s) au mot traité.

Pour finir, des études menées auprès d'enfants souffrant de troubles attentionnels rapportent un taux d'erreur dans les tâches de transcodage globalement plus important (Censabella, Kaufman, Lochy et Delazer, 2005). L'attention est en effet un des processus mentaux les plus fondamentaux puisqu'elle permet d'alimenter, d'orienter et de contrôler l'ensemble des fonctions cognitives. Ainsi, sans même entrer dans une description relativement ardue du

concept de l'attention, on comprend que des troubles de l'attention puissent engendrer des difficultés pour le transcodage numérique.

5. Le raisonnement par analogie et la généralisation des connaissances.

Comme cela a été exposé précédemment, la maîtrise des systèmes de numération en code verbal et arabe, ainsi que le passage de l'un à l'autre, nécessitent un apprentissage à la fois explicite et implicite. Au gré des rencontres avec les différentes désignations des nombres, l'enfant va découvrir les règles qui régissent ces systèmes et qui lui permettront, à terme, de traiter n'importe quel nombre. L'enfant va ainsi se construire des connaissances à partir de situations particulières, puis il pourra les étendre à d'autres situations, puis à toutes les situations où cette connaissance est applicable. Ce processus mental renvoie au concept de « généralisation ». Ainsi, la construction des connaissances généralisables exige le passage de connaissances à l'origine très spécifiques et fortement contextualisées, à des connaissances applicables à des gammes de situations diverses. Autrement dit, il s'agit d'un processus dynamique de transformation et de réorganisation des connaissances. Ainsi, face aux problèmes qui nous sont posés, que ce soit dans la vie quotidienne ou lors des apprentissages, nous avons recours à différents processus de généralisation.

Parmi les différents moteurs impliqués dans la construction des connaissances, il semble que le raisonnement analogique occupe une place fondamentale (Didierjean, 2001). La résolution d'un problème par analogie consiste à se référer à un problème déjà rencontré (source) et à l'utiliser pour trouver la solution du problème à résoudre (cible).

Parmi les auteurs qui se sont donc intéressés à ce mode de raisonnement, Gentner a développé l'idée de l'acquisition de nouvelles connaissances par analogie (1983, 1989). Selon lui, le domaine-source est une structure stable dans laquelle les objets sont reliés par des relations d'ordre plus ou moins élevé. Ce domaine est structuré sous la forme d'un réseau relationnel. La résolution du nouveau problème par analogie consiste donc à appliquer un système relationnel, issu du domaine-source, sur les objets conceptuels du domaine-cible (sous réserve que ces objets soient correctement représentés par l'individu). La richesse de l'analogie dépend alors du nombre de prédicats pouvant être projetés, mais également du niveau d'abstraction et d'organisation systémique de la structure relationnelle projetée. Selon Gentner, lorsque l'analogie est réussie, alors que le système-cible se voit doté de nouvelles

relations pertinentes, le système-source reste inchangé. Certains auteurs reprochent donc à cette conception l'absence de visée intégratrice des deux domaines. Cauzinille-Marmèche et Didierjean suggèrent ainsi que les structures source et cible, loin d'être figées, sont re-représentées et ré-élaborées au gré des nouvelles résolutions de problème par analogie.

Le raisonnement analogique constitue donc à la fois un mode de raisonnement employé lors de la résolution de problème et un moteur essentiel dans la construction de connaissances nouvelles.

Ce raisonnement occupe une place centrale au sein des théories générales de l'intelligence, et en particulier celle de Spearman (1923) (Cauzinille-Marmèche et al., 1985). En effet, selon ce dernier, dans toute tâche intellectuelle, la performance est affectée d'une part, par un facteur général d'intelligence (le facteur G), commun à toutes les tâches, et d'autre part, par un facteur spécifique à cette tâche. Le facteur G renvoie donc à une aptitude intellectuelle générale c'est-à-dire sous-tendant toute l'activité intellectuelle.

Par ailleurs, toujours selon Spearman, l'analogie met en œuvre les trois principes fondamentaux de la connaissance qui sont :

- *L'appréhension de l'expérience*, qui se rapporte à la connaissance des caractéristiques des situations auxquelles le sujet est confronté.
- *L'éduction de relations*, qui consiste à déterminer des relations existant entre les caractéristiques des situations.
- *L'éduction des corrélats*, qui renvoie à la découverte des caractéristiques corrélatives d'une situation par rapport à une autre.

Or, Spearman pensait que les tâches les plus saturées en facteur général sollicitaient essentiellement « l'éduction de relations et de corrélats ». Ces deux termes sont aujourd'hui tombés en désuétude. Ainsi dans la terminologie actuelle, l'éduction de relations correspond à l'*induction* c'est-à-dire à l'opération intellectuelle qui consiste à passer des faits à la loi, et plus généralement des cas singuliers à une proposition générale. L'éduction des corrélats correspond à la *déduction*, c'est-à-dire à l'opération intellectuelle qui consiste à conclure nécessairement une proposition à partir de propositions antécédentes, et ce en respectant un certain nombre de règles logiques.

A partir de cette théorie, le psychologue anglais John Raven a construit, en 1938, une épreuve destinée à tester ce facteur général : les « Progressive matrices » de Raven ou « PM38 » (cf. chapitre III pour la présentation du test).

Chapitre II

PROBLEMATIQUE ET HYPOTHESES

PROBLEMATIQUE

Un des objectifs de ce travail est de tenter d'apporter un éclairage quant à une éventuelle source de fragilité à l'origine de certaines difficultés durables, observées dans l'activité de transcodage numérique. Notre questionnement initial a trait au lien entre les difficultés rencontrées par les collégiens dans l'activité de transcodage numérique et les capacités de raisonnement par analogie requises lors de la résolution de problème.

En effet, pour réussir dans les tâches de transcodage, il faut notamment avoir compris la construction décimale du système de numération. Or, comme ceci transparaît au sein des études développementales, la compréhension de cette construction ainsi que l'intégration de la capacité de transcodage se font au gré des nombreuses rencontres avec les nombres et nécessitent le recours à différents processus de généralisation. Cette construction des connaissances repose en partie sur la faculté à trouver des règles, à faire des inférences et à coordonner des informations, c'est-à-dire sur les habiletés requises pour la résolution de problèmes par analogie. On peut ainsi penser que des fragilités dans une ou plusieurs de ces actions sont en mesure d'entraver la construction des systèmes numériques chez l'enfant et, de ce fait, d'affecter la réussite aux tâches de transcodage.

La démarche expérimentale consiste à établir le degré de corrélation entre d'une part, les performances aux épreuves du test TNC, et d'autre part, celles aux PM38, qui évaluent les capacités de raisonnement non verbal par analogie. Nous porterons, au cours de cette étude, une attention particulière aux épreuves à caractère analogique.

En effet, ce code analogique présente certaines particularités conférant aux épreuves qui l'emploient des sources d'informations supplémentaires au regard des épreuves incluant uniquement les codes conventionnels. Il se compose d'un lexique de neuf symboles, et, à l'instar de la numération égyptienne, il peut être apparenté à une numération de type additive reposant sur la base dix. Pour réussir aux épreuves contenant ce code analogique, il est nécessaire de se référer au fonctionnement des codes conventionnels – code verbal et code arabe – et d'appliquer, par analogie, ces connaissances, afin de traiter ce nouveau code. Faisant ainsi appel à un raisonnement par analogie, ces épreuves de transcodage employant le code analogique constitueraient donc également des épreuves de résolution de problème. Par ailleurs, le code analogique bénéficiant d'un symbole pour chaque groupement de dix, les

résultats aux épreuves qui le contiennent permettent d'évaluer plus précisément la construction du nombre chez l'adolescent et notamment sa compréhension profonde.

HYPOTHESES

Ainsi, nous émettons l'hypothèse selon laquelle les performances aux épreuves du test de TNC contenant le code analogique et celles aux PM38 seront corrélées.

Nous émettons également l'hypothèse que les collégiens qui présentent une difficulté à résoudre les matrices du PM38, c'est-à-dire une difficulté dans les tâches de résolution de problèmes, en rencontreront également dans les tâches incluant le code analogique.

Chapitre III

EXPERIMENTATION

POPULATION

Pour mener à bien notre recherche, nous avons besoin d'un large échantillon de collégiens. L'expérimentation s'est donc déroulée, sous forme de passations collectives, au sein de deux établissements : le collège privé Victor de Laprade, situé à Montbrison (Loire) et le collège Gambetta, établissement RRS - réseau de réussite scolaire - situé à Saint-Etienne (Loire). Les passations ont eu lieu au cours des mois de janvier pour le premier collège et de février pour le second.

Au cours des différentes interventions, nous avons recueilli les productions de 191 élèves, répartis de la manière suivante :

Niveau scolaire	6 ^{ème}	5 ^{ème}	4 ^{ème}	3 ^{ème}
Effectif	45 élèves	56 élèves	44 élèves	46 élèves

PROCEDURE

Pour la collecte des données, une passation collective, d'une durée d'environ une heure, a été organisée pour chaque niveau scolaire et pour chaque établissement.

Quel qu'ait été son niveau scolaire, chaque élève s'est vu attribuer un livret individuel, composé, d'une part, du Test de Transcodage Numérique pour Collégiens (TNC) et d'une série de 12 items extraits des « Progressive matrices » de Raven ou PM38, d'autre part.

Pour le test de TNC, les passations se sont déroulées suivant le protocole d'évaluation établi (cf. annexe). Par ailleurs, chaque élève n'était autorisé à découvrir l'épreuve suivante que sur consigne de l'expérimentateur. En revanche, les items du PM38 pouvaient être réalisés plus librement, sans contrainte temporelle, au rythme de chacun.

MATERIEL

Le test de Transcodage Numérique pour Collégiens (TNC) (cf. Annexes).

Lors d'un stage intitulé « Logique et adolescents » animé par Suzanne Calvarin, en 2003, des orthophonistes, intéressés par les troubles du calcul chez les adolescents, ont élaboré le test de Transcodage Numérique pour Collégiens.

Fondé sur la base de trois codes – le code arabe (CA), le code verbal français de France oral (CVO) et écrit (CVE), ainsi qu'un code analogique (ANA) – il propose une série d'épreuves incluant quasiment toutes les possibilités de transcodage numérique appliqué aux grands nombres. Parmi les douze paires de transcodage possibles, les auteurs ont fait le choix de supprimer les paires suivantes : $CA \leftrightarrow CVE$ (i.e. transcodage des formes allant du code arabe au code verbal écrit) et $CVE \leftrightarrow CVO$. La durée du test étant relativement longue, l'idée était d'alléger la passation par la suppression de tâches couramment traitées au quotidien par les collégiens, donc, moins pertinentes en matière d'évaluation. Toutefois, la paire $CVO \leftrightarrow CVE$ a été conservée dans la mesure où cette tâche permet le repérage d'un éventuel problème de traitement linguistique.

La version complète du test de TNC comprend ainsi dix épreuves de cinq items chacune. Pour des raisons matérielles et pragmatiques, les épreuves possédant une forme de sortie en code verbal oral n'ont pas pu être intégrées dans l'expérimentation. La version 'expérimentale' contient donc huit épreuves, proposées suivant l'ordre initialement établi. Pour chaque épreuve, un exemple de transcodage est fourni avec la consigne.

Ce test propose ainsi diverses tâches de transcodage numérique. Sa particularité repose sur son code analogique. Celui-ci se compose d'un lexique de neuf symboles, et, à l'instar de la numération égyptienne, il peut être apparenté à une numération de type additive reposant sur la base dix. Si la nature du symbole indique l'extension du groupement numérique, c'est le nombre d'apparitions de ce symbole qui renseigne sur le nombre de groupements à prendre en compte. Le code analogique permet de cette façon une représentation de la quantité, sous la forme d'une décomposition du nombre en groupements numériques successifs, construits à partir de l'application de l'opérateur multiplicatif constant 'fois dix'. Cet affichage de l'organisation structurale du nombre fait ainsi appel à notre compréhension profonde du nombre.

Les « progressive matrices » de Raven ou PM38.

Construit en 1938 par le psychologue anglais John Raven à partir de la théorie de Spearman, ce test mesure la capacité de raisonnement non verbal par analogie.

Il est constitué de cinq séries de douze petits problèmes – items - de complètement de matrice. Seule une des cinq séries a été utilisée pour notre expérimentation. Les situations proposées

par ce test exigent la mise en œuvre conjointe de deux processus : l'induction et la déduction. Chaque item constitue un pattern avec une partie manquante qu'il convient de choisir parmi huit images proposées en dessous de chaque planche.

Prenons l'exemple de la planche n° 8 (cf. Annexes). L'induction est le processus qui permet, après avoir comparé les éléments des deux premières lignes (ou des deux premières colonnes), d'abstraire une règle générale de la forme suivante : « chaque ligne (ou chaque colonne) comporte un rond, un carré et un losange mais leur disposition change ». La déduction est le processus qui permet d'appliquer cette règle à la troisième ligne (ou colonne) pour en inférer que la case manquante doit contenir un losange. Puis une autre règle doit être induite : « chaque ligne (ou chaque colonne) comprend une figure 'simple', une figure 'double' et une figure 'triple' ». La déduction permet ensuite d'appliquer cette dernière règle pour en inférer que la case manquante doit contenir une figure 'triple'. Enfin, la coordination de ces deux informations permet de conclure que la figure manquante est un losange 'triple'.

Chapitre IV

PRESENTATION DES RESULTATS

1. Validation statistique interne.

La validation statistique interne, dite parfois validation de construct, concerne l'étude des qualités métriques et statistiques des items et de leur agencement en superstructure. Ainsi appliquée au test de transcodage numérique pour collégiens (TNC), cette démarche a pour but de fournir une appréciation quant aux qualités métriques des épreuves le constituant.

Afin de mener à bien cette analyse, nous avons eu recours au logiciel d'analyse de données statistiques *Hector (version de base)*, créé par Alain Dubus, ainsi que du *Guide pratique pour l'analyse d'épreuves ou de tests, à l'usage des étudiants et des chercheurs en Orthophonie*, du même auteur.

Le corpus est constitué de l'ensemble des données recueillies lors des passations collectives. Il se compose donc de 191 sujets, répartis selon leur niveau scolaire. Le test TNC s'organise selon trois niveaux :

- L'item, plus petite unité susceptible de recevoir une mesure, correspond ici à une variable de type numérique. Dans ce cas précis, elle est binaire, puisque la réalisation d'un item ne peut être évaluée que selon deux valeurs antagonistes : 1, si la réponse est correcte et 0, si elle est incorrecte.
- L'épreuve, qui constitue une collection de cinq items. Ces derniers se veulent sémantiquement cohérents entre eux puisqu'ils font appel à des tâches de transcodage numérique de même nature. Si la cohérence des items au sein de chaque épreuve se vérifie statistiquement au cours de la validation interne, chacune pourra alors se voir attribuer une variable numérique correspondant à la somme des valeurs obtenues pour les cinq items la constituant. La valeur de ce score 'épreuve' est donc comprise entre 0 et 5.
- Le test, niveau le plus élevé, regroupe les huit épreuves, toutes différenciées entre elles par la nature des tâches de transcodage numérique. Un score total, correspondant à la somme des scores des huit épreuves, peut être envisagé. La valeur de ce score est comprise entre 0 et 40.

L'organisation des données ainsi faite, plusieurs analyses peuvent être appliquées aux différents niveaux structurels du test. En premier lieu, les études porteront sur la structure des épreuves en items, puis, une attention particulière sera portée sur la structure du test en épreuves.

1.1. Structuration des épreuves.

→ *Difficulté et discrimination.*

La première vérification intéressante à opérer concerne la difficulté des items regroupés au sein de chaque épreuve, ce qui constitue le complément du taux de réussite. Pour cette analyse, réalisée sur chacune des huit épreuves, nous avons organisé la population en deux groupes : l'un comprenant l'ensemble des sujets de 6^{ème} et de 5^{ème}, et l'autre se constituant de l'ensemble des élèves de 4^{ème} et de 3^{ème}. Les résultats figurent au sein des tableaux intitulés *Difficulté, discrimination, cohérence et fiabilité (épreuve, niveau)*.

La première colonne comprend le taux de réussite qui est exprimé comme une fréquence entre 0 et 1, ce qui équivaut à l'intervalle 0 % à 100 %. Le système de signes qui commente le taux de réussite est arbitrairement inspiré de l'expérience :

Signes	--	-	=	+	++
Pourcentage de réussite	de 0 à 15 %	de 16 à 35 %	de 36 à 64 %	de 65 à 84 %	de 85 à 100 %

Le taux de réussite a son importance. En effet, un item très difficile ou très facile n'est pas très intéressant du point de vue de l'information qu'il peut apporter, car l'analyse statistique vise à faire apparaître des différences entre les cas et les situations. De ce point de vue, ce sont les taux de réussite situés autour de 50 % qui, en termes de théorie de l'information, sont les plus intéressants car ils facilitent les tâches de comparaison et de classement. Un test dont tous les items seraient trop difficiles ou trop faciles n'est tout simplement pas adapté à la population étudiée.

Les trois colonnes suivantes sont encore des taux de réussite, mais calculés pour des sous-groupes distincts d'individus : les faibles, les médians et les forts. Ces sous-groupes sont formés sur la base du score total obtenu, par chaque individu, à l'épreuve (i.e. sur la base de la somme des scores des 5 items de l'épreuve). Les faibles sont les 27% de plus faibles au regard

de ce score total, les forts sont les 27% de plus forts, et les médians les 46% qui restent au milieu.

L'intérêt principal de la manœuvre réside dans la cinquième colonne, qui contient l'indice de discrimination de chaque item. Il s'agit de la différence entre le taux de réussite des forts et celui des faibles. Notre but étant d'évaluer l'aptitude du test TNC à séparer clairement les individus selon des niveaux de performance contrastés, il apparaît donc qu'un indice de discrimination élevé dénote un item utile mais qu'inversement, un item qui est plus ou moins réussi, mais à peu près autant par les faibles et les forts, semble moins pertinent.

Enfin, la sixième colonne du tableau expose des appréciations quant à la qualité discriminante des items. La notation est telle que :

Signes	Discrimination	Qualité discriminante
Ok**	0,50 et plus	excellente
Ok*	de 0,40 à 0,49	satisfaisante
Ok	de 0,30 à 0,39	correcte
-	de 0,20 à 0,29	faible
--	de 0,10 à 0,19	très faible
??	moins de 0,10	médiocre (l'item n'apporte rien à l'épreuve)
!!!		aucune (item aberrant ; cas où les faibles réussissent mieux que les forts par exemple)

→ *Cohérence et fiabilité.*

La seconde vérification des qualités métriques du test de TNC concerne la cohérence de chacune des huit épreuves. Chaque épreuve se compose de cinq items se voulant parallèles en contenu et en difficulté mais relevant d'une compétence sous-jacente commune. S'assurer de la cohérence des items au sein de chaque épreuve est important. En effet, une cohérence élevée légitime le fait de procéder à l'addition des cinq scores d'items obtenus pour produire le score d'épreuve. Cette analyse, réalisée sur chacune des huit épreuves, figure dans la septième colonne des tableaux intitulés *Difficulté, discrimination, cohérence et fiabilité (épreuve, niveau)*. L'évaluation de cette cohérence nécessite la mesure de la corrélation item-épreuve. La corrélation se définit comme étant la tendance de deux grandeurs numériques à varier ensemble, de sorte que les valeurs élevées de l'une soient associées aux valeurs élevées

de l'autre, et vice versa. Il s'agit donc ici de la mesure, pour chaque item, de la corrélation entre l'item lui-même et la somme des items de l'épreuve, l'item lui-même exclu. Ainsi, au sein de l'en-tête de la colonne, $r(i, T-i)$, r est mis pour corrélation entre i , l'item et $T-i$, la somme des items, sans l'item considéré. Lorsque cette corrélation est élevée, cela signifie que l'item est bien à sa place dans cette épreuve, c'est-à-dire qu'il contribue efficacement à constituer la mesure globale que sera la somme des scores aux cinq items. La force d'une corrélation peut être exprimée par le carré de cette corrélation (r^2), qui peut être interprété comme la part d'information commune à ces deux variables. Ainsi, une corrélation à 0,300 signifie que la part d'information commune aux deux variables est de 0,09, soit au moins de 10 %. Il est ainsi possible d'établir des degrés de corrélation* tels que :

0,000	absence de relation
de 0,050 à 0,100	relation très faible
de 0,100 à 0,200	relation faible
de 0,200 à 0,400	relation modérée
de 0,400 à 0,700	relation forte
0,800 et plus	relation très forte

*N.B. : échelle inspirée des travaux de Piéron, H. (1986), *Examens et docimologie*, 2^e éd., Paris, PUF.

Enfin, un système de signes indique si la corrélation observée est significative ou non, c'est-à-dire si elle est réelle ou simplement le fruit du hasard. La signification étant, en effet, la probabilité qu'avait le simple hasard de fournir de telles valeurs.

*	Corrélation significative au seuil de 0,10
**	Corrélation significative au seuil de 0,05
***	Corrélation significative au seuil de 0,01
	Corrélation non significative

La ligne figurant au bas des tableaux présente la statistique alpha de Cronbach, correspondant à la mesure de fiabilité. Il s'agit d'une estimation de la probabilité que les items mesurent la même compétence. La formule permettant de calculer l'alpha contient notamment le coefficient inter-items moyen ; cette mesure constitue donc un complément à la corrélation item-épreuve. Un alpha compris entre 0,750 et 0,900 semble préférable lorsque l'on souhaite rassembler plusieurs items au sein d'une même épreuve. En effet, plus les cinq items

mesurent le même construit, plus l'épreuve est homogène et plus la valeur alpha s'approche de 1. En revanche, si les items constituant l'épreuve mesurent plus d'un construit ou des construits différents, l'indice alpha sera probablement très bas.

En effet, plus, plus l'ensemble d'éléments est homogène. En revanche, si les items constituant l'épreuve mesurent plus d'un construit (multidimensionnel), l'indice alpha sera probablement très bas. Néanmoins, ce seuil estimé à 0,750 s'apprécie ordinairement sur une épreuve constituée d'une dizaine d'items. Or, ajouter des items, au moins aussi cohérents, augmente cette fiabilité, en enlever la diminue. Le test de TNC ne comprenant que cinq items, cette valeur s'avère donc peu informative. Aussi faut-il se référer à la ligne suivante qui correspond à la valeur que prendrait l'alpha de Cronbach si on amenait le nombre d'items à 10 (à qualité de cohérence sous-jacente constante).

Ainsi, conjointement à l'évaluation des qualités métriques de chaque épreuve, nous avons tenté une analyse des résultats, basée sur diverses caractéristiques inhérentes à la structure des items. En complément, et dans le souci d'une meilleure compréhension des difficultés rencontrées par les collégiens, nous y avons associé le relevé des erreurs les plus fréquemment rencontrées.

a. Epreuve 1.**➤ Niveaux 6^{ème}/5^{ème} :**

	Réussite	Faibles	Médians	Forts	Discrim.	Qualité	r (i,T-i)
Item a	0,97 ++	0,83	1,00	1,00	0,17	- -	0,269**
Item b	0,62 =	0,06	0,25	1,00	0,94	Ok **	0,348****
Item c	0,89 ++	0,50	0,93	1,00	0,50	Ok**	0,261**
Item d	0,93 ++	0,67	0,96	1,00	0,33	Ok	0,316****
Item e	0,89 ++	0,61	0,86	1,00	0,39	Ok	0,261**
Alpha de Cronbach (fiabilité) = 0,497 Alpha comparable pour 10 items = 0,664							

Tableau 1.1.1. : Difficulté, discrimination, cohérence et fiabilité (épreuve 1, niv. 6^{ème}/5^{ème}).**➤ Niveaux 4^{ème}/3^{ème}.**

	Réussite	Faibles	Médians	Forts	Discrim.	Qualité	r (i,T-i)
Item a	1,00 ++	1,00	1,00	1,00	0,00	??	0,000
Item b	0,80 +	0,31	1,00	1,00	0,69	Ok**	0,316****
Item c	0,96 ++	0,85	1,00	1,00	0,15	- -	0,404****
Item d	0,93 ++	0,77	1,00	1,00	0,23	-	0,217*
Item e	0,92 ++	0,73	1,00	1,00	0,27	-	0,261**
Alpha de Cronbach (fiabilité) = 0,451 Alpha comparable pour 10 items = 0,622							

Tableau 1.1.2. : Difficulté, discrimination, cohérence et fiabilité (épreuve 1, niv. 4^{ème}/3^{ème}).

L'épreuve 1 constitue une tâche de transcodage de formes allant du code verbal oral au code verbal écrit.

Les nombres dictés se distinguent notamment par la longueur de leur séquence orale : de trois à treize items lexicaux. On observe que, quels que soient les niveaux scolaires, les items présentent un taux de réussite relativement élevé. Au regard de cette tendance, seul l'item *b*, dont la séquence orale est la plus importante, semble présenter une difficulté supplémentaire. Inversement, l'item *a*, ne contenant que trois items lexicaux, est le mieux réussi.

Par conséquent, la moindre difficulté de l'épreuve se retentit sur la qualité discriminante des items, en particulier pour les niveaux 4^{ème} / 3^{ème}. De plus, bien que globalement significatives, les corrélations sont modérées. Le coefficient de fiabilité de Cronbach est légèrement inférieur au seuil espéré.

Types d'erreurs fréquentes¹ :

Quels que soient les niveaux scolaires, les types d'erreurs rencontrés sont similaires. Notons l'absence quasi-totale de non-réponses. On observe :

- Des répétitions d'un ou plusieurs items lexicaux consécutifs (par exemple item *c* : « un millions sept cent mille quatre cent *quatre cent* quatre-vingt-un »).
- Des écritures alternant code verbal écrit et code arabe (p.ex. item *e* : « quatre-vingt 17 mille soixante-quatorze »).
- Beaucoup d'omissions d'un ou plusieurs mots, notamment dans l'item *b* et concernant majoritairement les éléments lexicaux *mille* et *cent* (p. ex. item *b* : « deux millions cinq (*) quatre-vingt (*) mille trois cent quatre-vingt-quatre »).
- De multiples substitutions (p. ex. item *b* : « deux millions cinq cent quatre-vingt-un mille *cinq* (~~trois~~) cent quatre-vingt-quatre » ou item *e* : « quatre-vingt-dix-sept mille *quatre-vingt-quatorze* (~~soixante-quatorze~~) »).
- Des terminaisons d'items absentes, notamment pour les item *b* et *c* (p. ex. item *b* : « deux millions cinq cent quatre-vingt »)
- L'écriture du nombre en chiffres arabes puis en code verbal écrit (p. ex. : item *a* : 30013 Trente mille treize).

¹ Les types d'erreurs sont présentés de manière isolée mais la sommation de deux ou de plusieurs types erreurs au sein d'une unique production n'est pas exclue.

b. Epreuve 2.

➤ Niveaux 6^{ème}/5^{ème}.

	Réussite	Faibles	Médians	Forts	Discrim.	Qualité	r (i,T-i)
Item a	0,66 +	0,21	0,81	0,97	0,76	Ok**	0,403***
Item b	0,34 -	0,00	0,22	0,84	0,84	Ok**	0,599***
Item c	0,43 =	0,03	0,35	0,94	0,91	Ok**	0,606***
Item d	0,70 +	0,36	0,81	0,94	0,57	Ok**	0,272***
Item e	0,35 -	0,03	0,19	0,87	0,84	Ok**	0,542***
Alpha de Cronbach (fiabilité) = 0,722 Alpha comparable pour 10 items = 0,838							

Tableau 1.1.3. : Difficulté, discrimination, cohérence et fiabilité (épreuve 2, niv. 6^{ème}/5^{ème}).

➤ Niveaux 4^{ème}/3^{ème}.

	Réussite	Faibles	Médians	Forts	Discrim.	Qualité	r (i,T-i)
Item a	0,47 =	0,13	0,43	0,84	0,71	Ok**	0,202*
Item b	0,36 -	0,00	0,24	0,88	0,88	Ok**	0,523***
Item c	0,53 =	0,04	0,57	0,92	0,88	Ok**	0,370***
Item d	0,79 +	0,61	0,83	0,88	0,27	-	- 0,013
Item e	0,40 =	0,13	0,24	0,92	0,79	Ok**	0,314***
Alpha de Cronbach (fiabilité) = 0,501 Alpha comparable pour 10 items = 0,668							

Tableau 1.1.4. : Difficulté, discrimination, cohérence et fiabilité (épreuve 2, niv. 4^{ème}/3^{ème}).

L'épreuve 2 constitue une tâche de transcodage de formes allant du **code analogique au code verbal écrit**.

On observe une hétérogénéité des taux de réussite. Les items *b* et *e* sont les plus chutés, avec des taux de réussite compris entre 34 et 40 %, alors que ceux de l'item *d* sont élevés (70 à 79 % de réussite).

Ainsi, bien que l'ensemble de ces items relève d'une tâche identique, tous ne présenteraient pas le même niveau de difficulté. On peut ainsi repérer certaines caractéristiques susceptibles d'influer sur le degré de difficulté.

Tout d'abord, le passage du code analogique au code verbal ne constitue que rarement une simple transcription du type [nombre de symboles – nom de référence du symbole figurant dans le tableau de conversion], soit par exemple @@@ : [trois – cent mille]. La tâche de transcodage nécessite le plus souvent un degré de conversion supérieur, faisant appel au fonctionnement particulier du code verbal. La connaissance et la compréhension du lexique et de la syntaxe de celui-ci s'avère donc indispensable. Ainsi, un nombre tel que □□□ ne se traduit pas [trois-dix] mais [trente], ce qui suppose notamment que la quantité représentée par l'ensemble de symboles soit bien comprise.

Par ailleurs, la transcription du code analogique en code verbal suppose parfois le repérage de regroupements de symboles à l'image de l'organisation en 'classes' du système de numération. Par exemple, le transcodage du nombre ∞♦ en code verbal ne peut être réussi qu'à travers un traitement incluant conjointement les deux symboles (soit [onze mille] et non [dix mille-un mille]) Ces différents regroupements peuvent ainsi correspondre à la classe des unités simples ou des mille. L'architecture des classes varie selon les ordres (centaine (C), dizaine (D), unité (U)) représentés au sein de chacune d'elles. Diverses compositions peuvent alors être imaginées : [CDU], [CD], [CU] ou [DU].

Il paraît donc intéressant de schématiser l'architecture des classes formant les nombres selon les ordres et de noter l'absence de figuration d'un ordre (notée *), ainsi que la présence d'éléments lexicaux de la catégorie des particuliers (notée par le surlignage) :

- Item a : classe des millions : [U], classe des mille : [C**], classe des unités simples : [CDU].
- Item b : classe des mille : [C*U], classe des unités simples : [CDU].

- Item c : classe des mille : [*DU], classe des unités simples : [CDU].
- Item d : classe des mille : [C**], classe des unités simples : [**U].
- Item e : classe des millions : [U], classe des mille : [CDU], classe des unités simples : [CDU].

On remarque par exemple que seul l'item *d* peut être traité selon un mode de traduction relativement direct. En effet, le passage du code analogique au code verbal ne fait pas intervenir de regroupement particulier. Seules les unités [quatre-un] font recours à la lexicalisation directe [quatre].

En revanche, les items *a*, *b*, *c* et *e* présentent chacun un regroupement du type [CDU] correspondant à la classe des unités simples. De plus, les items *b*, *c* et *e* contiennent des regroupements appartenant à la classe des mille, du type : [CU] pour l'item *b*, [DU] pour l'item *c* et [CDU] pour l'item *e*.

On observe donc que la présence de regroupements au sein des items accroît leur difficulté, et cela, d'autant plus que le groupement concerne une classe élevée. De plus, il semble que les structures du type [CDU] et [CU] soient plus délicates à traiter que celles du type [DU].

Concernant les qualités métriques, l'épreuve présente un niveau de difficulté relativement adapté à la population. En effet, les taux de réussite obtenus engendrent, pour la quasi-totalité des items, une excellente qualité discriminante. Seul l'item *d* apparaît légèrement trop facile pour les niveaux 4^{ème} / 3^{ème} ; il pourrait éventuellement faire l'objet d'un remplacement en vue d'une amélioration des qualités métriques de l'épreuve.

Types d'erreurs fréquentes¹ :

- Une transcription individuelle et successive des groupes de symboles. Ce mode opératoire s'observe sur les items *b*, *c* et *e*. Ce traitement peut concerner l'ensemble du nombre mais il est le plus souvent observé, notamment dans l'item *e*, au niveau du transcodage des éléments de la classe des mille.
 - Item b : « Deux cent mille deux mille deux cent trente-six ».
 - Item c : « Cinquante mille quatre mille cinq cent vingt-cinq ».
 - Item e : « Deux millions cent mille dix mille mille cent douze ».
- Quels que soient les items, on relève beaucoup d'erreurs de dénombrement de symboles. Ceci se traduit par des erreurs lexicales (p. ex. item *b* : « Deux cent deux mille *trois* (~~deux~~) cent trente-six »).

- Une absence de prise en compte d'un groupement puissance de la base. Cette erreur s'observe notamment pour les items *a*, *b* et *e* et majoritairement sur les symboles de la classe des mille.
 - Item a : « Trois millions (~~cent-mille~~) deux cent soixante-trois ».
 - Item b : « Deux cent (~~deux~~) mille deux cent trente-six ».
 - Item e : « Deux millions cent dix (~~onze~~) mille cent douze ».
- Un transcodage mêlant code verbal écrit et code arabe (p. ex. item *b* : « Deux cent 2 mille deux cent 36 »).
- Une réponse comprenant le nombre en code arabe suivi de son écriture en code verbal écrit.
- Les erreurs observées dans l'item *d* concernent essentiellement l'omission des éléments lexicaux *cent* ou *mille* (« neuf (~~cent~~) mille quatre » et « neuf cent (~~mille~~) quatre »).

c. Epreuve 3.

➤ Niveaux 6^{ème}/5^{ème}.

	Réussite	Faibles	Médians	Forts	Discrim.	Qualité	r (i,T-i)
Item a	0,84 +	0,46	0,87	1,00	0,54	Ok**	0,549***
Item b	0,85 ++	0,46	0,91	1,00	0,54	Ok**	0,581***
Item c	0,84 +	0,46	0,87	1,00	0,54	Ok**	0,495***
Item d	0,65 +	0,13	0,39	1,00	0,88	Ok**	0,491***
Item e	0,85 ++	0,42	0,96	1,00	0,58	Ok**	0,553***
Alpha de Cronbach (fiabilité) = 0,759 Alpha comparable pour 10 items = 0,863							

Tableau 1.1.5. : Difficulté, discrimination, cohérence et fiabilité (épreuve 3, niv. 6^{ème}/5^{ème}).

➤ Niveaux 4^{ème}/3^{ème}.

	Réussite	Faibles	Médians	Forts	Discrim.	Qualité	r (i,T-i)
Item a	0,90 ++	0,56	0,97	0,97	0,41	Ok*	0,354***
Item b	0,87 ++	0,44	0,96	0,96	0,52	Ok**	0,455***
Item c	0,92 ++	0,69	0,97	0,97	0,29	-	0,351***
Item d	0,73 +	0,25	0,84	0,84	0,59	Ok**	0,338***
Item e	0,86 ++	0,25	0,99	0,99	0,74	Ok**	0,636***
Alpha de Cronbach (fiabilité) = 0,662 Alpha comparable pour 10 items = 0,796							

Tableau 1.1.6. : Difficulté, discrimination, cohérence et fiabilité (épreuve 3, niv. 4^{ème}/3^{ème}).

L'épreuve 3 constitue une tâche de transcodage de formes allant du code verbal écrit au code arabe.

Les pourcentages de réussite des items *a*, *b*, *c* et *e* sont très hauts (de 84 à 92 %). L'item *d* se distingue des autres mais il reste relativement bien réussi (65 % pour les niveaux 6^{ème}/5^{ème} et 73 % pour les niveaux 4^{ème}/3^{ème}).

Lorsqu'on s'intéresse aux caractéristiques des items en code verbal, on remarque que la longueur de leur séquence varie. L'item *c* est constitué de quatre items lexicaux, les items *a*, *b* et *e* en possèdent six, et l'item *d* est formé de sept items lexicaux. Néanmoins, au regard de l'ensemble des taux de réussite, il ne semble pas que la longueur des séquences en code verbal constitue la principale cause de difficulté de l'item *d*. Par ailleurs, il peut être intéressant de souligner l'égale réussite aux items *a* et *b*. Leur séquence verbale ne différant l'une de l'autre que par la place de l'item lexical 'mille', on peut imaginer que son rôle de séparateur entre la classe des unités simples et celle des mille est bien repéré par les collégiens. Pour finir, notons la présence d'une dizaine complexe (quatre-vingt) au sein de l'item *d*.

Concernant les nombres en chiffres arabes, leur gabarit est variable : cinq chiffres pour l'item *c*, six chiffres pour les item *a*, *b*, *e* et sept chiffres pour l'item *d*. Ceci pourrait éventuellement

contribuer à expliquer la difficulté de l’item d. De plus, l’étude des zéros au sein des écritures chiffrées rapporte des sources de difficultés variables selon les items. Ainsi, suivant la classification citée par Lochy et Censabella (2005), les zéros contenus dans chaque item peuvent être catégorisés de zéros lexicaux (L) ou de zéros syntaxiques (S) :

- Item a : 2 S et 1 L
- Item b : 1 S et 1 L
- Item c : 2 S
- Item d : 3 S et 1 L
- Item e : 1 L

L’item d contient donc le plus de zéros au sein de son écriture chiffrée. Ceci peut ainsi être considéré comme une source de difficultés supplémentaire, d’autant plus qu’ils sont majoritairement de nature syntaxique.

Malgré des taux de réussite élevés, les items de l’épreuve 3 possèdent une bonne qualité discriminante. Ceci est donc en faveur d’une disparité importante des compétences chez les collégiens. Seul l’item c semble trop facile pour les niveaux 4^{ème} / 3^{ème}.

Types d’erreurs fréquentes¹ :

- Quels que soient les items, la majorité des erreurs sont d’ordre syntaxique, engendrant une modification du gabarit des nombres. On observe alors beaucoup d’erreurs syntaxiques de lexicalisation totale ou partielle, induisant l’apparition de zéros surnuméraires. On note également quelques formes au gabarit réduit.

- Item a : « 200 00820 » (erreur prépondérante pour tous les niveaux scolaires), « 200 000 820 », « 200 008 120 », « 2 000 820 », « 200 8 120 », « 200 800 020 », « 21820 », « 2820 ».
- Item b : « 208 000 120 », « 200 008 120 », « 2000 8020 », « 2 000 820 », « 200 800 120 », « 28 120 ».
- Item c : « 38 000 2 » (erreur prépondérante), « 30 8002 », « 038 002 », « 38 000 002 », « 3802 ».
- Item d : « 8 000 000 80 000 200 » (erreur très fréquente chez les 6^{ème}), « 880 200 », « 8 420 200 », « 8 000 420200 », « 8000 80 000 200 », « 800

80 200 » « 800 420 200 », « 8 000 80 200 » (erreur très fréquente chez les 5^{ème}/4^{ème}), « 8000 80 1200 », « 8 800 200 ».

→ Item e : « 160 2014 », « 160 00214 », « 160 000 214 », « 106002014 », « 160 000 200 14 »

- Quelques erreurs lexicales ou qui résultent d'un défaut dans le traitement du code verbal (omission, ajout,...). On note souvent des nombres incorrects malgré un cadre syntaxique respecté :

→ Item a : « 200 120 », « 200 880 », « 208 820 », « 200 825 ».

→ Item b : « 208 180 », « 208 020 », « 208 020 », « 280 520 », « 200 120 », « 208 125 ».

→ Item c : « 30 002 ».

→ Item d : « 8 082 200 », « 8 4200 », « 8 090 200 », « 8 084 200 », « 820 120 », « 882 200 », « 8 081 200 ».

→ Item e : « 60 214 », « 160 114 », « 160 240 », « 162 214 », « 162 274 », « 170 214 ».

d. Epreuve 4.

➤ Niveaux 6^{ème}/5^{ème}.

	Réussite	Faibles	Médians	Forts	Discrim.	Qualité	r (i,T-i)
Item a	0,84 +	0,39	0,97	0,97	0,58	Ok**	0,671***
Item b	0,76 +	0,17	0,94	0,94	0,76	Ok**	0,643***
Item c	0,76 +	0,17	0,94	0,94	0,76	Ok**	0,643***
Item d	0,84 +	0,39	0,97	0,97	0,58	Ok**	0,671***
Item e	0,92 ++	0,70	0,99	0,99	0,29	-	0,447***
Alpha de Cronbach (fiabilité) = 0,818 Alpha comparable pour 10 items = 0,900							

Tableau 1.1.7. : Difficulté, discrimination, cohérence et fiabilité (épreuve 4, niv. 6^{ème}/5^{ème}).

➤ Niveaux 4^{ème}/3^{ème}.

	Réussite	Faibles	Médians	Forts	Discrim.	Qualité	r (i,T-i)
Item a	0,88 ++	0,39	1,00	1,00	0,61	Ok**	0,796***
Item b	0,83 +	0,17	1,00	1,00	0,83	Ok**	0,773***
Item c	0,87 ++	0,33	1,00	1,00	0,67	Ok**	0,795***
Item d	0,92 ++	0,61	1,00	1,00	0,39	Ok	0,850***
Item e	0,92 ++	0,61	1,00	1,00	0,39	Ok	0,807***
Alpha de Cronbach (fiabilité) = 0,919 Alpha comparable pour 10 items = 0,958							

Tableau 1.1.8. : Difficulté, discrimination, cohérence et fiabilité (épreuve 4, niv. 4^{ème}/3^{ème}).

L'épreuve 4 constitue une tâche de transcodage de formes allant du code verbal oral au code arabe.

L'épreuve est globalement bien réussie puisque les pourcentages de réussite sont compris entre 76 et 92 % pour les niveaux 6^{ème}/5^{ème} et entre 83 et 92 % pour les niveaux 4^{ème}/3^{ème}. Les items *b* et *c* semblent présenter un niveau de difficulté légèrement supérieur.

Concernant les nombres en code verbal, ceux-ci présentent des séquences orales de tailles variables : six items lexicaux pour les items *b* et *e*, sept pour l'item *d* et neuf items lexicaux pour les items *a* et *c*. Notons également la présence d'une dizaine complexe au sein de l'item *b* (quatre-vingt-dix-huit) et de l'item *c* (soixante-dix).

Par ailleurs, les écritures chiffrées attendues présentent des gabarits différents : cinq chiffres pour les items *b* et *e*, six chiffres pour les items *a* et *d* et huit chiffres pour l'item *c*. De plus, hormis l'item *a*, tous contiennent des 'zéros' :

- Item b : 2 S
- Item c : 2 S et 1 L
- Item d : 1 S
- Item e : 1 S

Ainsi, au regard de cette épreuve, la tâche de dictée en chiffres arabes apparaît plutôt bien réussie. Il semble ici que la source de difficulté réside davantage dans la présence de zéros syntaxiques et de dizaines complexes que dans la longueur des séquences orales ou dans le gabarit des écritures chiffrées.

La majeure partie des items de l'épreuve 4 présentent une qualité discriminante satisfaisante voire excellente. L'item *e* pourrait éventuellement être modifié. Les corrélations item-épreuve sont très significatives et de forces moyennes à très élevées. Le coefficient de fiabilité est excellent.

Types d'erreurs fréquentes¹ :

- Tout comme pour l'épreuve précédente, la majorité des erreurs rencontrées sont de nature syntaxique :
 - Item a : « 368 000 249 », « 368 0249 », « 360 8000 249 », « 300 68 0249 », « 300 68249 ».
 - Item b : « 98 0001 » (fréquente chez les 5^{ème}), « 818 001 », « 918 001 », « 80 018 001 », « 98 000 001 », « 080 018 001 ».
 - Item c : « 54 670 40 » (fréquente chez les 6^{ème}), « 54 000 670 40 », « 54 000 670 040 », « 54 670 0040 », « 54 0000 6700040 », « 54 000 670 000 40 », « 540 67040 », « 540067040 ».
 - Item d : « 725 29 » (très fréquente), « 7025 029 », « 725 000 29 », « 725 000 029 ».
 - Item e : « 69 0509 », « 69 000509 ».
- Quelques erreurs lexicales ou qui résultent d'un défaut dans le traitement du code verbal (omission, ajout,...). On note souvent des nombres incorrects malgré un cadre syntaxique respecté :
 - Item a : « 360 249 » (très fréquente chez les 5^{ème}), « 378 249 », « 368 269 », « 368 089 », « 38 249 ».
 - Item b : « 89 001 », « 80 001 », « 95 001 », « 88 001 », « 8981 », « 98 181 », « 90 001 ».
 - Item c : « 54 668 040 », « 49 670 040 », « 54 671 040 », « 54 670 060 », « 54 660 040 », « 54 670 018 ».
 - Item d : « 525 029 », « 750 029 », « 729 029 ».

e. Epreuve 5.**➤ Niveaux 6^{ème}/5^{ème}.**

	Réussite	Faibles	Médians	Forts	Discrim.	Qualité	r (i,T-i)
Item a	0,69 +	0,13	0,81	1,00	0,87	Ok**	0,421***
Item b	0,59 =	0,00	0,69	1,00	1,00	Ok**	0,631***
Item c	0,34 -	0,00	0,24	1,00	1,00	Ok**	0,520***
Item d	0,47 =	0,00	0,47	1,00	1,00	Ok**	0,495***
Item e	0,87 ++	0,61	0,93	1,00	0,39	Ok	0,231**
Alpha de Cronbach (fiabilité) = 0,704 Alpha comparable pour 10 items = 0,826							

Tableau 1.1.9. : Difficulté, discrimination, cohérence et fiabilité (épreuve 5, niv. 6^{ème}/5^{ème}).**➤ Niveaux 4^{ème}/3^{ème}.**

	Réussite	Faibles	Médians	Forts	Discrim.	Qualité	r (i,T-i)
Item a	0,71 +	0,31	0,70	1,00	0,69	Ok**	0,508***
Item b	0,70 +	0,27	0,70	1,00	0,73	Ok**	0,484***
Item c	0,63 =	0,00	0,74	1,00	1,00	Ok**	0,741***
Item d	0,58 =	0,04	0,52	1,00	0,96	Ok**	0,618***
Item e	0,89 ++	0,73	0,89	1,00	0,27	-	0,221**
Alpha de Cronbach (fiabilité) = 0,749 Alpha comparable pour 10 items = 0,857							

Tableau 1.1.10. : Difficulté, discrimination, cohérence et fiabilité (épreuve 5, niv. 4^{ème}/3^{ème}).

L'épreuve 5 constitue une tâche de transcodage de formes allant du **code verbal oral au code analogique**.

Les pourcentages de réussite sont hétérogènes : de 34 à 87 % pour les niveaux 6^{ème}/5^{ème} et de 59 à 89 % pour les niveaux 4^{ème}/3^{ème}. L'item *e* est le mieux réussi de tous alors que les items *c* et *d* semblent présenter une difficulté supplémentaire.

L'analyse des nombres en code verbal montre des longueurs de séquences orales variables. L'item *b* contient quatre items lexicaux, les items *a* et *e* en possèdent six, l'item *d* en contient sept et l'item *c* en compte dix.

Par ailleurs, des dizaines complexes sont présentes au sein de plusieurs items. L'item *a* renferme la séquence 'soixante-quinze', située dans la classe des unités simples ; l'item *c* contient la séquence 'quatre-vingt' dans la classe des mille ainsi que 'quatre-vingt-un' dans la classe des unités simples ; l'item *d* possède la séquence 'soixante-dix' dans la classe des mille.

La grandeur numérique des items est croissante : l'item *a* représente des milliers, l'item *b* représente des dizaines de milliers, les items *c* et *d* désignent des centaines de milliers et l'item *e* désigne des millions.

Néanmoins, l'importance de la grandeur des nombres ne présage en rien du nombre de groupements puissances de la base différents à représenter via le code analogique. Ainsi, trois types de symboles doivent figurer dans l'item *b*, quatre dans les items *a*, *d* et *e* et cinq dans l'item *c*.

L'architecture des classes selon les ordres (centaine (C), dizaine (D), unité (U)), selon l'absence de figuration d'un ordre (notée *) et selon la présence de dizaines complexes (en **gras**) se présente ainsi :

- Item a : classe des mille : [U], classe des unités simples : [CDU].
- Item b : classe des mille : [DU], classe des unités simples : [****U**].
- Item c : classe des mille : [CD*], classe des unités simples : [CDU].
- Item d : classe des mille : [CD*], classe des unités simples : [***DU**].
- Item e : classe des millions : [U], classe des mille : [****U**], classe des unités simples : [C*U].

- L'emploi d'un symbole adéquat mais en quantité incorrecte (par défaut ou par excès).
Généralement, il ne s'agit que de l'ajout ou de l'absence d'un seul élément. P. ex. :
→ item d : @@@@ @@@@ ∞∞∞∞ ∞∞∞∞ ∞ □□ ||||
- L'absence de figuration d'un groupement. P. ex. :
→ Item a : ◆◆◆◆ ◆◆◆◆ (⊖⊖⊖⊖⊖⊖⊖⊖) □□□ □□□ □ ||||
- La substitution d'un symbole par celui d'un rang voisin. Cette erreur concerne davantage les symboles de la classe des mille. P. ex. :
→ Item c : @@@@ @ ◆◆◆◆ ◆◆◆◆ ○○○ ○○○ ○ □□□□ □□□□ |
- L'écriture du nombre en chiffres arabes puis celle en code analogique.

f. Epreuve 6.

➤ Niveaux 6^{ème}/5^{ème}.

	Réussite	Faibles	Médians	Forts	Discrim.	Qualité	r (i,T-i)
Item a	0,49 =	0,02	0,70	1,00	0,98	Ok**	0,688***
Item b	0,45 =	0,00	0,61	1,00	1,00	Ok**	0,772***
Item c	0,46 =	0,00	0,64	1,00	1,00	Ok**	0,680***
Item d	0,90 ++	0,86	0,88	1,00	0,14	- -	0,090
Item e	0,48 =	0,02	0,67	1,00	0,98	Ok**	0,703***
Alpha de Cronbach (fiabilité) = 0,806 Alpha comparable pour 10 items = 0,893							

Tableau 1.1.11. : Difficulté, discrimination, cohérence et fiabilité (épreuve 6, niv. 6^{ème}/5^{ème}).

➤ Niveaux 4^{ème}/3^{ème}.

	Réussite	Faibles	Médians	Forts	Discrim.	Qualité	r (i,T-i)
Item a	0,62 =	0,00	0,68	1,00	1,00	Ok**	0,751***
Item b	0,50 =	0,00	0,29	1,00	1,00	Ok**	0,660***
Item c	0,62 =	0,00	0,68	1,00	1,00	Ok**	0,793***
Item d	0,91 ++	0,72	0,96	1,00	0,28	-	0,382***
Item e	0,68 +	0,00	0,86	1,00	1,00	Ok**	0,794***
Alpha de Cronbach (fiabilité) = 0,857 Alpha comparable pour 10 items = 0,923							

Tableau 1.1.12. : Difficulté, discrimination, cohérence et fiabilité (épreuve 6, niv. 4^{ème}/3^{ème}).

L'épreuve 6 constitue une tâche de transcodage de formes allant du code arabe au code analogique.

Quels que soient les niveaux scolaires, cette épreuve apparaît globalement moyennement réussie. En effet, les pourcentages de réussite des items *a*, *b*, *c* et *e* oscillent entre 45 et 49 % pour les niveaux 6^{ème}/5^{ème} et entre 50 et 68 % pour les niveaux 4^{ème}/ 3^{ème}. Seul l'item *d* se démarque largement puisqu'il est réussi à 90 et 91 %.

Le gabarit des nombres présentés en chiffres arabes varie de six à sept chiffres. Notons également que seul l'item *e* possède une écriture chiffrée dotée d'un espace séparateur entre la classe des unités simples et celle des mille.

L'architecture des classes selon les ordres (centaine (C), dizaine (D), unité (U)) peut être notée, pour chacun des nombres, ainsi que l'existence ou non de positions vides au sein de l'écriture chiffrée (marquées par le signe*) :

- Item a : classe des mille : [CDU], classe des unités simples : [C*U].
- Item b : classe des millions : [U], classe des mille : [C*U], classe des unités simples : [CDU].
- Item c : classe des millions : [U], classe des mille : [CDU], classe des unités simples : [*DU]
- Item d : classe des millions : [U].
- Item e : classe des mille : [C*U], classe des unités simples : [C*U].

Hormis l'item d, les items possèdent une excellente qualité discriminante. Ces derniers présentent également des corrélations élevées et significatives. Le coefficient de fiabilité est excellent.

Types d'erreurs fréquentes¹ :

- Quels que soient les niveaux scolaires, l'utilisation de symboles de la classe des unités simples pour représenter les ordres de la classe des mille constitue l'erreur la plus observée. Parfois, ceci concerne la totalité de la classe. Par exemple³ :

- Item a : ○○ □□□□ □ |||| (◆) ○○○○ ○○○○ |
- Item b : \$\$ ○○○ ○○○○ |||| (◆) ○○○ □□□□ |
- Item c : \$\$\$ \$\$\$ ○□□ ||||| (◆) □ ||||

Parfois, l'erreur au sein de la classe est partielle. P. ex. :

- Item a : @@ □□□□ □ |||| ○○○○ ○○○○ |
- Item d : \$\$\$ \$\$\$ @ □□ ||||| □ ||||
- Item e : ○ ◆◆◆◆◆◆◆ ○○ ||||
- Item e : @ ||||| (◆) ○○ ||||

³ L'annotation () signale la présence inconstante du symbole dans les productions observées.

- Des erreurs concernant la nature du groupement : la quantité signifiée par le chiffre de l'écriture en code arabe est prise en compte mais le symbole utilisé en code analogique est incorrect. Cette anomalie ne concerne généralement pas la totalité du nombre. Il est ainsi possible de repérer au sein de l'écriture analogique des éventuels traitements groupés au sein de l'écriture chiffrée (schématisés par //). P. ex. :
→ Item *b* : @@ // ∞∞∞∞ ∞∞∞∞ ∞ //◆◆◆◆◆◆ // □□□ | | | | // |
→ : @@ // | | | | | | // □□□□□ | | // □□□□ |
- La substitution d'un symbole par celui d'un rang voisin. Cette erreur s'observe notamment dans l'item *b* où le symbole ∞ remplace souvent @, ainsi que dans l'item *d* où @ remplace \$.
- L'absence de figuration d'un groupement.
- L'emploi d'un symbole adéquat mais en quantité incorrecte (par défaut ou par excès). Généralement, il ne s'agit que de l'ajout ou de l'absence d'un seul élément.

g. Epreuve 7.

➤ Niveaux 6^{ème}/5^{ème}.

	Réussite	Faibles	Médians	Forts	Discrim.	Qualité	r (i,T-i)
Item a	0,79 +	0,40	0,94	1,00	0,60	Ok**	0,393***
Item b	0,70 +	0,17	0,89	1,00	0,83	Ok**	0,495***
Item c	0,42 =	0,00	0,38	1,00	1,00	Ok**	0,656***
Item d	0,39 =	0,00	0,32	1,00	1,00	Ok**	0,675***
Item e	0,39 =	0,03	0,30	1,00	0,97	Ok**	0,675***
Alpha de Cronbach (fiabilité) = 0,797 Alpha comparable pour 10 items = 0,887							

Tableau 1.1.13. : Difficulté, discrimination, cohérence et fiabilité (épreuve 7, niv. 6^{ème}/5^{ème}).

➤ Niveaux 4^{ème}/3^{ème}.

	Réussite	Faibles	Médians	Forts	Discrim.	Qualité	r (i,T-i)
Item a	0,83 +	0,57	0,89	1,00	0,43	Ok*	0,440***
Item b	0,83 +	0,61	0,85	1,00	0,39	Ok	0,463***
Item c	0,63 =	0,07	0,74	1,00	0,93	Ok**	0,663***
Item d	0,57 =	0,04	0,56	1,00	0,96	Ok**	0,650***
Item e	0,52 =	0,00	0,44	1,00	1,00	Ok**	0,607***
Alpha de Cronbach (fiabilité) = 0,785 Alpha comparable pour 10 items = 0,880							

Tableau 1.1.14. : Difficulté, discrimination, cohérence et fiabilité (épreuve 7, niv.4^{ème}/3^{ème}).

L'épreuve 7 constitue une tâche de transcodage de formes allant du code verbal écrit au code analogique.

L'observation des taux de réussite fait ressortir deux groupes distincts d'items : les items *a* et *b*, plutôt bien traités dans l'ensemble (entre 70 et 83 % de réussite) et les items *d* et *e* qui sont plus chutés (de 39 à 57 % de réussite). L'item *c* a une position intermédiaire (entre 42 et 63 % de réussite).

L'analyse de la longueur des séquences en code verbal au regard des taux de réussite ne semble pas présenter ce critère comme étant la source des disparités observées entre les items réussis et ceux plus chutés.

En revanche, l'analyse de l'architecture des classes selon les ordres (centaine (C), dizaine (D), unité (U)), selon l'absence de figuration d'un ordre (notée *) et selon la présence d'éléments lexicaux de la catégorie des particuliers (surlignage), nous fournit quelques pistes :

- ➔ Item *a* : classe des mille : [**U], classe des unités simples : [*DU].
- ➔ Item *b* : classe des mille : [C**], classe des unités simples : [CDU].
- ➔ Item *c* : classe des mille : [C*U], classe des unités simples : [CDU].
- ➔ Item *d* : classe des mille : [*DU], classe des unités simples [CDU].

→ Item *e* : classe des millions : [****U**], classe des mille : [**CDU**], classe des unités simples : [**CDU**].

On remarque ainsi que les items *c*, *d* et *e* présentent des architectures complexes au sein de la classe des mille en raison de la représentation de plusieurs ordres. Notons également que les items *a* et *e* contiennent des éléments lexicaux de la catégorie des particuliers.

Globalement, l'ensemble des items bénéficient d'une excellente qualité discriminante. Les corrélations item-épreuve sont moyennes à élevées et toutes sont significatives. Enfin, les coefficients de fiabilité sont excellents.

Types d'erreurs fréquentes¹ :

- Tout comme les autres épreuves ayant un code de sortie analogique, l'erreur prépondérante correspond ici à l'utilisation de symboles de la classe des unités simples pour représenter les ordres de la classe des mille. Ceci concerne les items *b*, *c*, *d* et *e* et s'observe quel que soit le niveau scolaire. L'anomalie peut concerner l'intégralité de la classe des mille. Par exemple⁴ :

→ Item *b* : ○○○○ ○○○○ (◆) ○○○ ○○○ □□□ | |
→ Item *c* : ○○ | | (◆) ○○ □□ | | | | |
→ Item *d* : □□□□ | | | | (◆) ○○○○○ □□ | | | | |
→ Item *e* : \$\$ ○□ | (◆) ○□ | | (erreur majeure)

Parfois, seule une partie de la classe des mille est affectée. P. ex. :

→ Item *c* : @@ | | (◆) ○○ □□ | | | | |
→ : ○○ ◆◆ ○○ □□ | | | | |
→ Item *d* : ∞∞∞∞ ∞ | | | | (◆) ○○○○○ □□ | | | | |
→ Item *e* : \$\$ @ □ ◆ ○□ | |

⁴ L'annotation () signale la présence inconstante du symbole dans les productions observées.

- Une transcription individuelle et successive des composants de la séquence orale. Ce mode opératoire peut être observé sur la totalité du nombre ou partiellement.
 - Item *b* : ||||| @ ||||| ○ □□ ||
 - : ||||| ○ ◆ ||||| ○ □□ ||
 - Item *c* : || ○ || ◆ || ○ □□ |||||
- L'utilisation d'un unique symbole pour la représentation de deux rangs voisins. P. ex. :
 - Item *a* : ◆◆◆ ◆◆◆ ||||| ||||| |||||
 - Item *e* : \$\$ @ ◆◆◆ ◆◆◆ ◆◆◆ ◆◆◆ ○□ ||
- La substitution d'un symbole par un autre.
- L'emploi d'un symbole adéquat mais en quantité incorrecte (par défaut ou par excès). Généralement, il ne s'agit que de l'ajout ou de l'absence d'un seul élément.
- L'omission d'un groupement. Cette erreur affecte fréquemment le groupement des mille (◆) pour l'item *d*, ainsi que les groupements cent mille (@) ou dix mille (∞) ou mille (◆) pour l'item *e*.

h. Epreuve 8.

➤ Niveaux 6^{ème}/5^{ème}.

	Réussite	Faibles	Médians	Forts	Discrim.	Qualité	r (i,T-i)
Item a	0,81 +	0,54	0,89	1,00	0,46	Ok*	0,292***
Item b	0,43 =	0,00	0,46	1,00	1,00	Ok**	0,543***
Item c	0,52 =	0,00	0,64	1,00	1,00	Ok**	0,553***
Item d	0,47 =	0,00	0,54	1,00	1,00	Ok**	0,426***
Item e	0,54 =	0,04	0,66	1,00	0,96	Ok**	0,621***
Alpha de Cronbach (fiabilité) = 0,727 Alpha comparable pour 10 items = 0,842							

Tableau 1.1.15. : Difficulté, discrimination, cohérence et fiabilité (épreuve 8, niv. 6^{ème}/5^{ème}).

➤ Niveaux 4^{ème}/3^{ème}.

	Réussite	Faibles	Médians	Forts	Discrim.	Qualité	r (i,T-i)
Item a	0,91 ++	0,72	0,93	1,00	0,28	-	0,257**
Item b	0,64 =	0,00	0,68	1,00	1,00	Ok**	0,448***
Item c	0,68 +	0,00	0,75	1,00	1,00	Ok**	0,542***
Item d	0,66 +	0,22	0,61	1,00	0,78	Ok**	0,370***
Item e	0,70 +	0,33	0,66	1,00	0,67	Ok**	0,265**
Alpha de Cronbach (fiabilité) = 0,618 Alpha comparable pour 10 items = 0,764							

Tableau 1.1.16. : Difficulté, discrimination, cohérence et fiabilité (épreuve 8, niv. 4^{ème}/3^{ème}).

L'épreuve 8 constitue une tâche de transcodage de formes allant du code analogique au code arabe.

Pour cette dernière épreuve, les items *b*, *c*, *d* et *e* obtiennent des pourcentages de réussite proches. Ceux-ci sont compris entre 43 et 54 % pour les niveaux 6^{ème}/5^{ème} et entre 64 et 70 % pour les niveaux 4^{ème}/ 3^{ème}. L'item *e* est le mieux réussi de ces quatre items. L'item *a* se distingue au regard de l'ensemble des items, avec 81 et 91 % de réussite.

Pour cette tâche de transcodage, il paraît de nouveau intéressant d'observer l'architecture des classes selon les ordres (centaine (C), dizaine (D), unité (U)) et de noter l'existence ou non de positions vides au sein de l'écriture chiffrée (marquées par le signe*) :

- Item a : classe des mille : [U], classe des unités simples : [CDU].
- Item b : classe des millions : [U], classe des mille : [C*U], classe des unités simples : [CDU].
- Item c : classe des mille : [CD*], classe des unités simples : [C*U].
- Item d : classe des millions : [U], classe des mille : [C**], classe des unités simples : [*D*].
- Item e : classe des mille : [DU], classe des unités simples : [CDU].

Il apparaît ainsi que les items les plus difficiles correspondent aux nombres comprenant des zéros dans leur écriture chiffrée.

A propos de l'épreuve elle-même, hormis l'item *a*, notamment pour les niveaux 4^{ème}/3^{ème}, tous présentent une excellente qualité discriminante. De plus, les corrélations sont significatives et correctes. Le coefficient de fiabilité est satisfaisant.

Types d'erreurs fréquentes¹ :

- Le gabarit de l'écriture chiffrée est respecté mais le nombre contient une anomalie. Ce type d'erreur est d'autant plus fréquent que le niveau scolaire est élevé. Il peut s'agir :
 - d'un mauvais dénombrement des symboles. Dans ce cas, l'erreur porte sur la valeur d'un chiffre. P. ex. item *a* : « 6 653 ».
 - de la prise en compte d'un groupement puissance de la base mais pas du nombre d'unités décimales qu'il renferme. Dans ce cas, c'est le chiffre 1 qui apparaît dans l'écriture chiffrée. P. ex. item *a* : « 6153 ».
 - de l'oubli d'un groupement puissance de la base. Il s'agit le plus souvent du groupement des unités, notamment dans les items *b* et *e* : « 1 203 210 » et « 27 120 ».
 - d'une erreur portant sur la nature du groupement puissance de la base. Cette anomalie apparaît notamment lorsque l'écriture chiffrée contient un zéro intercalaire ; il y a ainsi souvent une interversion avec la position vide. P. ex. :
 - item *b* : « 1 230 211 » ou « 1 023 211 » (erreurs les plus fréquentes pour les 4^{ème} et les 3^{ème}).
 - Item *c* : « 687 003 », « 680 073 », « 600 873 ».
 - Item *d* : « 5 300 500 », « 5 350 000 », « 5 300 005 ».
- Le gabarit du nombre en code arabe est incorrect. Ce type d'erreur est prépondérant pour les niveaux 6^{ème} et 5^{ème} ; s'il est moins rencontré pour les niveaux scolaires supérieurs, il reste néanmoins relativement présent. Quels que soient les items, nous avons obtenu une multitude de réponses différentes. Par conséquent, la liste ne peut être exhaustive. Dans la majorité des nombres erronés, les chiffres - correspondant au nombre d'unités décimales par groupement - sont généralement exacts. Ceux-ci

figurent dans l'ordre de succession attendue mais leur position au sein de l'écriture chiffrée est inexacte.

On observe le plus souvent la présence de zéros surnuméraires :

- Item *a* : « 60 753 », « 6750 003 », « 6000 700 53 », « 6000 753 », « 67053 », etc.
- Item *b* : « 1 200 300 200 11 », « 1 002 003 211 », « 1 20003 200 11 », « 1 200 3211 », « 1 232 011 », etc.
- Item *c* : « 6 080 703 » (erreur très fréquente pour $4^{\text{ème}}/3^{\text{ème}}$), « 6 800 703 », « 6 008 703 », « 600 80 703 », « 600 000 8000703 », « 680 000 703 », « 680 000 073 », « 600 800 703 », etc.
- Item *d* : « 530000500 », « 5 000 000 3000 50 », « 535 000 000 000 », « 500 3000 050 », « 53000005 », etc.
- Item *e* : « 270 121 », « 2070121 », « 207 121 », « 20 7000 121 », « 20 007 121 », « 271 201 », « 20 70 000 1201 », « 271 021 », « 20700121 », etc.

Il arrive également, lorsque la réponse attendue contient un ou plusieurs zéros intercalaires, que le gabarit de l'écriture chiffrée soit réduit :

- Item *b* : « 123 211 »
 - Item *c* : « 68 703 », « 6873 », « 68073 »
 - Item *d* : « 530 050 » (erreur très fréquente pour $4^{\text{ème}}/3^{\text{ème}}$), « 530 005 », « 5350 », « 500 350 », « 53 005 », « 53 050 », « 5030050 »
- A ces deux catégories d'anomalies, viennent s'ajouter des erreurs, déjà rencontrées dans les épreuves précédentes, telles que des dénombrements incorrects de symboles et des oublis de groupements puissances de la base.

1.2. Structuration du test.

→ Parentés et structure.

Dans cette troisième analyse, il s'agit d'étudier les relations que les épreuves entretiennent entre elles, à travers le calcul des corrélations entre celles-ci. Pour ceci, la statistique utilisée est le coefficient ρ de Spearman, qui se calcule sur les rangs des sujets dans la population. Celui-ci ne s'appuie donc pas sur les valeurs brutes mais sur l'ordre de classement des individus, rangés par valeurs de performance décroissantes. L'objectif principal étant d'obtenir une tendance globale, nous avons choisi, pour cette analyse, d'intégrer la globalité des élèves, sans distinction de niveau scolaire. Les résultats figurent dans le tableau ci-dessous. Chaque épreuve se retrouve sur une ligne et sur une colonne. La valeur à l'intersection ligne x colonne correspond à la corrélation entre les deux épreuves concernées. Suivant le même codage qu'au sein de la seconde analyse intitulée *cohérence et fiabilité* (cf. supra), chaque valeur de corrélation est accompagnée d'une indication renseignant sur son degré de signification.

	Epreuve 1 CVO/CVE	Epreuve 2 ANA/CVE	Epreuve 3 CVE/CA	Epreuve 4 CVO/CA	Epreuve 5 CVO/ANA	Epreuve 6 CA/ANA	Epreuve 7 CVE/ANA	Epreuve 8 ANA/CA
Epreuve 1 CVO/CVE		0,256***	0,121	0,258***	0,299***	0,243***	0,324***	0,260***
Epreuve 2 ANA/CVE	0,256***		0,403***	0,399***	0,660***	0,574***	0,588***	0,544***
Epreuve 3 CVE/CA	0,121	0,403***		0,489***	0,357***	0,357***	0,444***	0,411***
Epreuve 4 CVO/CA	0,258***	0,399***	0,489***		0,421***	0,344***	0,423***	0,378***
Epreuve 5 CVO/ANA	0,299***	0,660***	0,357***	0,421***		0,611***	0,614***	0,521***
Epreuve 6 CA/ANA	0,243***	0,574***	0,357***	0,344***	0,611***		0,669***	0,551***
Epreuve 7 CVE/ANA	0,324***	0,588***	0,444***	0,423***	0,614***	0,669***		0,584***
Epreuve 8 ANA/CA	0,260***	0,544***	0,411***	0,378***	0,521***	0,551***	0,584***	

Tableau 1.2.1 : Matrice des coefficients de corrélation par rang ρ de Spearman (corrélation épreuve/épreuve).

Ce tableau montre que les corrélations les plus importantes, au regard de l'ensemble des résultats, concernent les épreuves incluant le code analogique (cf. cellules mauves). Celles-ci

sont moyennes (comprises entre 0,521 et 0,669). Deux paires d'épreuves apparaissent très solidaires. Il s'agit des couples : épreuve 7/ épreuve 6 et épreuve 2/épreuve 5.

Par ailleurs, il existe une faible corrélation entre les épreuves 7 et 2 ainsi qu'entre les épreuves 6 et 8 (cf. cases vertes). Ceci est remarquable puisque ces deux paires d'épreuves correspondent, chacune, à deux transcodages ne différant que par le sens de passage d'un code à l'autre. Ceci justifie ainsi l'intérêt de conserver chacune de ces épreuves.

Enfin, le tableau ci-dessous présente la cohérence et la fiabilité des épreuves entre elles. A l'issue de l'étude de la cohérence des items contenus dans chaque épreuve (cf. paragraphe 1.1.), ce tableau contient la corrélation épreuve-test (corrélation entre l'épreuve elle-même et la somme des épreuves du test, l'épreuve elle-même exclue), ainsi que le coefficient alpha de Cronbach. Cette analyse trouvera son véritable intérêt au cours des chapitres 1.3 et 2. En effet, les études y figurant ont nécessité l'utilisation d'un score total, résultant de l'addition des scores des huit épreuves. Il paraît donc important de vérifier la légitimité d'une telle démarche.

	Ep. 1	Ep. 2	Ep. 3	Ep. 4	Ep. 5	Ep. 6	Ep. 7	Ep. 8
Corrélation épreuve/test⁵	0,369	0,680	0,554	0,575	0,725	0,689	0,748	0,680
Coefficient alpha de Cronbach comparable pour 10 items : 0,895								

Tableau 1.2.2. : Cohérence et fiabilité du test de TNC (corrélation épreuve/test et coefficient Alpha de Cronbach).

Hormis l'épreuve 1, toutes les épreuves présentent des corrélations moyennes à élevées. Notons que les épreuves obtenant les plus hautes valeurs correspondent aux épreuves contenant le code analogique. De plus, le coefficient alpha de Cronbach atteste d'une globale homogénéité de l'ensemble des épreuves. Ces résultats permettent donc l'établissement d'un score total, correspondant à la somme des scores des huit épreuves.

⁵ L'ensemble des corrélations sont significatives au seuil de 0,01.

→ **Difficulté des épreuves.**

Le graphique suivant présente les moyennes obtenues à chaque épreuve par les collégiens ; nous avons choisi d'établir, pour chaque épreuve, deux moyennes, l'une correspondant au groupe des 6^{ème}/5^{ème}, l'autre à celui des 4^{ème}/3^{ème}. L'ordre d'apparition des épreuves dans le tableau a été établi en fonction des moyennes calculées avec les données de l'ensemble de la population afin d'observer la tendance générale. Les épreuves sont disposées de gauche à droite suivant l'ordre croissant de ces moyennes.



Graphique 1.2.3. : Moyennes des scores obtenus aux épreuves selon les niveaux scolaires (6^{ème}/5^{ème} et 4^{ème}/3^{ème}).

Les données ci-dessus peuvent être interprétées comme constituant des indicateurs de difficulté des épreuves. Observer les variations de moyennes entre les épreuves s'avère également intéressant. Néanmoins, compte tenu de facteurs divers tels qu'un effectif moyen ainsi qu'un nombre d'items par épreuve relativement restreint, ces données ne permettent pas toujours une interprétation fine. Par ailleurs, il est important de considérer ces scores dans le

cadre contextuel de la passation, c'est-à-dire de ne pas les aborder isolément mais de tenir compte de leur place définie par l'ordre de passation.

Trois groupes d'épreuves peuvent être dégagés :

- L'épreuve 2. Avec 2,51 de moyenne calculée pour la population générale, il s'agit de l'épreuve la moins réussie. Notons par ailleurs que les moyennes des niveaux 6^{ème}/5^{ème} et 4^{ème}/3^{ème} sont quasi-identiques.
- Les épreuves 7, 6, 8 et 5, dont les moyennes observées sur la population générale sont comprises entre 3,02 et 3,22. C'est dans ce groupe d'épreuves que les écarts de performances entre les niveaux scolaires sont les plus visibles.
- Les épreuves 3, 4 et 1, dont les moyennes calculées sur l'ensemble des collégiens sont comprises entre 4,15 et 4,45.

Nous pouvons ainsi remarquer que les épreuves significativement les mieux réussies correspondent aux tâches n'incluant pas le code analogique. Inversement, l'épreuve apparemment la plus difficile lors de la passation de l'ensemble du test est celle qui confronte pour la première fois au code analogique.

1.3. Etude de la chrono-cohérence.

Le test de TNC étant destiné à l'ensemble des collégiens, porter une attention quant à l'évolution des scores obtenus entre les différents niveaux scolaires présente un double intérêt. D'une part, ceci permet d'évaluer la notion de chrono-cohérence, c'est-à-dire d'étudier si les compétences sont de nature à évoluer avec l'âge. D'autre part, l'hypothèse de chrono-cohérence vérifiée, ceci justifie le fait de mener les analyses de validation et d'étalonnage en tenant compte des niveaux scolaires.

Cette étude repose sur l'analyse de variance (ou ANOVA), qui consiste à croiser la variable catégorielle attribuée à la classe 'niveau scolaire' avec la variable numérique correspondant au score total obtenu au test de TNC. Le score total de chaque sujet résultant de la somme des scores obtenus aux huit épreuves, celui-ci est compris entre 0 et 40. Le tableau suivant présente, pour chaque niveau scolaire, l'effectif correspondant, ainsi que la moyenne et l'écart-type.

Classe	Effectif	Moyenne	Ecart-type
6 ^{ème}	45	25,73	8,14
5 ^{ème}	56	26,45	9,48
4 ^{ème}	44	28,23	7,99
3 ^{ème}	46	31,07	7,79
Population totale	191	27,80	8,69

Tableau1.3.1. : Analyse de la variance de ‘score total test’ selon les positions de ‘niveau scolaire’.

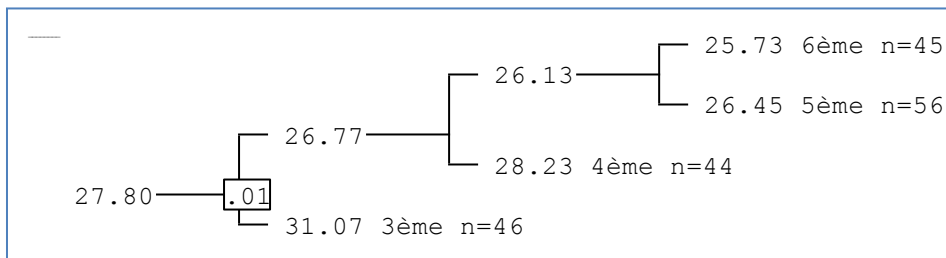
A partir des résultats ci-dessus, la démarche consiste à déterminer si les moyennes des différents groupes sont significativement différentes ou s’il ne s’agit que de fluctuations aléatoires autour de valeurs similaires. La statistique utilisée est le test F de Snédécour-Fisher, qui correspond au rapport entre la variance interclasse (due à la répartition des sujets en classes) et la variance intraclasse (due au « bruit » des variations individuelles). Ainsi, si le F calculé est supérieur ou égal à la valeur théorique de la table, cela signifie que la différence des variances est significative au risque d’erreur choisi. De plus, plus cette statistique est élevée, plus l’explication des différences entre sujets par leur appartenance aux classes est vraisemblable. Selon Hector : $F(\text{calculé}) = 3,63$ pour un seuil à 0,05. Or, le F théorique est tel que : $F(3, 187, 0.05) = 2,70$.

Ainsi, le risque d’erreur étant de 5%, le test F de Snédécour-Fisher donne une valeur relativement significative, ce qui permet d’affirmer que, globalement, le niveau scolaire induit certaines différences de moyennes.

Néanmoins, les résultats présentés par le graphique 1.3.2., montrent qu’on ne peut pas attribuer véritablement un niveau de compétences précis et délimité à chaque niveau scolaire. Cette représentation expose une arborescence binaire de segmentation des catégories classées par moyennes croissantes. Le logiciel place ensuite des coupures opposant, pour chacune d’elles, les deux sous-ensembles les plus contrastés possible. Le critère utilisé est celui du [t] de Student. Cette statistique évalue en effet la différence entre deux moyennes, en fonction des effectifs et des écarts-types. Ceci permet donc de déterminer si les deux moyennes relevées sont significativement différentes. Le seuil de signification du [t], correspondant à la bifurcation, figure dans l’encadré. Les bifurcations qui ne portent pas ce petit cadre ont un [t] non significatif ; autrement dit, la variable dont on étudie la variance ne permet pas de

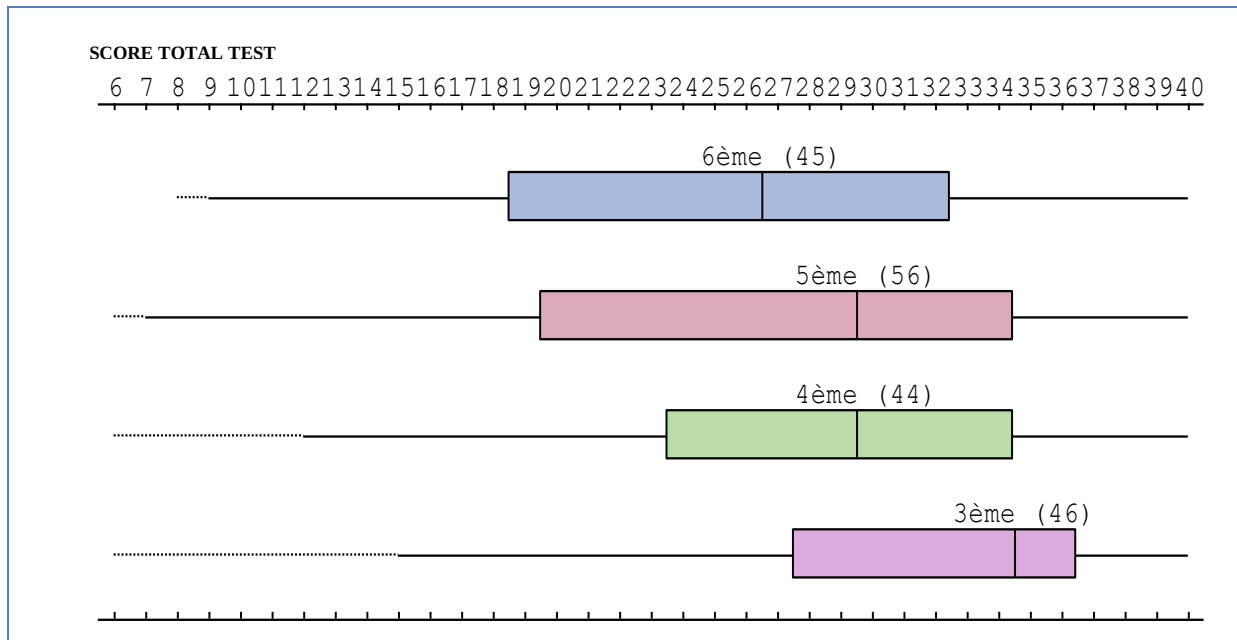
distinguer ces groupes. Dans cette étude, seule la catégorie 'niveau scolaire 3^{ème}' (moyenne 31.07), contraste au seuil de 0.01 avec l'ensemble des autres catégories.

La tendance globale observée correspond donc à une évolution croissante du score total selon que le niveau scolaire s'élève mais il paraît difficile d'attribuer clairement un niveau de compétences à un niveau scolaire.



Graphique 1.3.2. : Arborescence des contrastes.

Pour compléter ces résultats, le graphique 1.3.3. présente la répartition des collégiens selon leur niveau scolaire et selon le score total qu'ils ont obtenu au test de TNC. Les limites gauche et droite des rectangles correspondent respectivement au premier et au troisième repères inter-quartiles ; le trait central indique la médiane. Chaque rectangle comprend ainsi 50 % de l'effectif total de chaque groupe. Les droites situées de part et d'autre couvrent l'étendue de la distribution. Les parties pointillées des lignes signalent la présence de sujets au-delà de deux écarts-types de part et d'autre de la moyenne.



Graphique 1.3.3. : Répartition des collégiens selon leur niveau scolaire et leur score total au test de TNC.

La lecture de ce graphique confirme l'existence d'une certaine évolution positive des compétences à mesure que le niveau scolaire s'élève. En effet, plus le niveau scolaire augmente, plus les repères délimitant les quartiles se décalent vers la droite. Il est ainsi possible de comparer les différentes fourchettes de scores correspondant au découpage de la population en quartiles entre les niveaux 6^{ème} et 3^{ème} :

- Observation des deux derniers quartiles, soit 50 % des élèves les plus performants :
 - 6^{ème} : scores compris entre 26 et 40.
 - 3^{ème} : scores compris entre 34 et 40.
- Observation du deuxième quartile :
 - 6^{ème} : scores compris entre 18 et 26.
 - 3^{ème} : scores compris entre 27 et 34.
- Observation du premier quartile, soit 25 % des élèves les plus en difficulté :
 - 6^{ème} : scores compris entre 9 et 18.
 - 3^{ème} : scores compris entre 14 et 27.

Ces observations sont donc en faveur d'une progression générale des élèves de la 6^{ème} à la 3^{ème}.

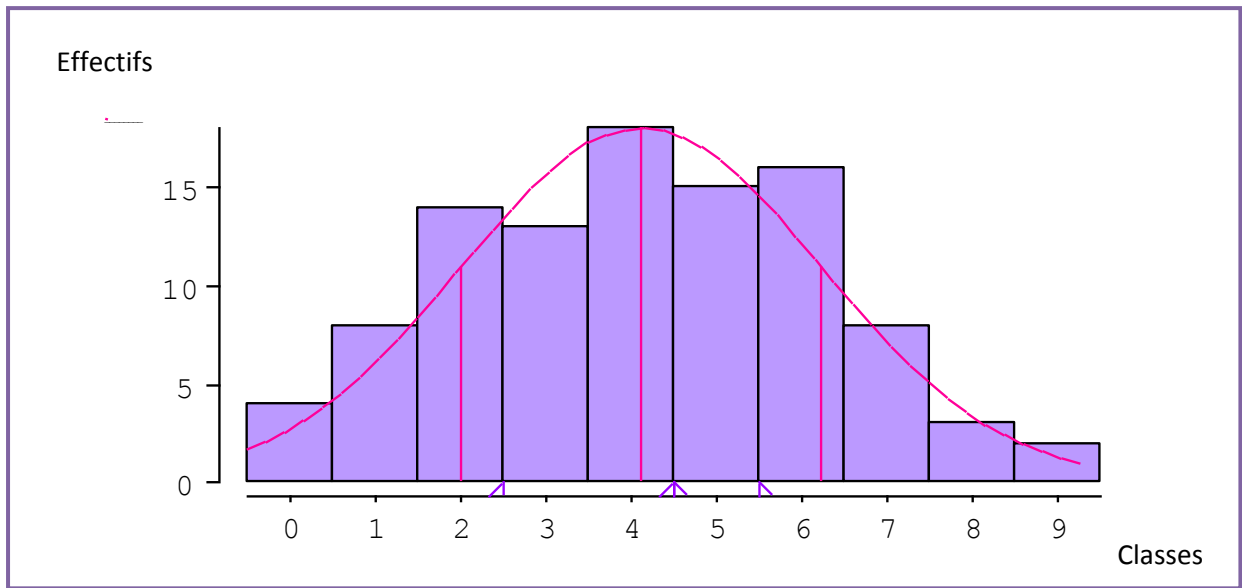
2. Etalonnage.

Cette opération consiste à étudier la distribution d'un ou plusieurs scores sur une grande population, en vue de la construction d'échelles ordinales qui permettront le repérage rapide de la position d'un individu au regard de la population de référence. Parmi les différentes techniques pouvant être employées, on distingue les approches paramétriques et non-paramétriques. Dans le cas présent, un étalonnage paramétrique, c'est-à-dire basé sur les paramètres que sont la moyenne et l'écart-type, nous est proscrit. En effet, l'étude, par le logiciel *Hector*, de la distribution des mesures pour chaque épreuve et selon les différents niveaux scolaires, révèle une absence de normalité au sein des distributions. La distribution de fréquences n'étant pas conforme à la loi de Laplace-Gauss, la moyenne et l'écart-type ne constituent donc pas des résumés utilisables des caractéristiques de la variable. Pour pallier ce problème, les données ont subi une normalisation. Cette transformation non-paramétrique de la distribution consiste à nier la qualité métrique de la variable pour ne conserver que sa qualité ordinale. Nous obtenons ainsi des cases d'étalonnage, remplies dans l'ordre des valeurs de la variable d'origine, jusqu'à atteindre les effectifs qu'on obtiendrait sous une Loi Normale. Les cases d'étalonnage sont ici au nombre de dix (de 0 à 9), elles figurent dans la table de conversions (cf. tableau 2.3.) sous l'appellation 'classe'.

Nous avons choisi de mener cette étude à l'échelle du test de TNC. Les données normalisées concernent donc les scores totaux, correspondant, pour chaque sujet, à la somme des scores des huit épreuves. Par ailleurs, les résultats de cet étalonnage se présentent selon deux groupements de la population. L'un comprend l'ensemble des sujets de 6^{ème} et de 5^{ème}, et l'autre se constitue de l'ensemble des élèves de 4^{ème} et de 3^{ème}. En effet, l'étude de la chronocohérence ayant montré une évolution des scores en fonction des niveaux scolaires mais sans distinction nette entre chaque niveau scolaire, ce regroupement semblait davantage approprié.

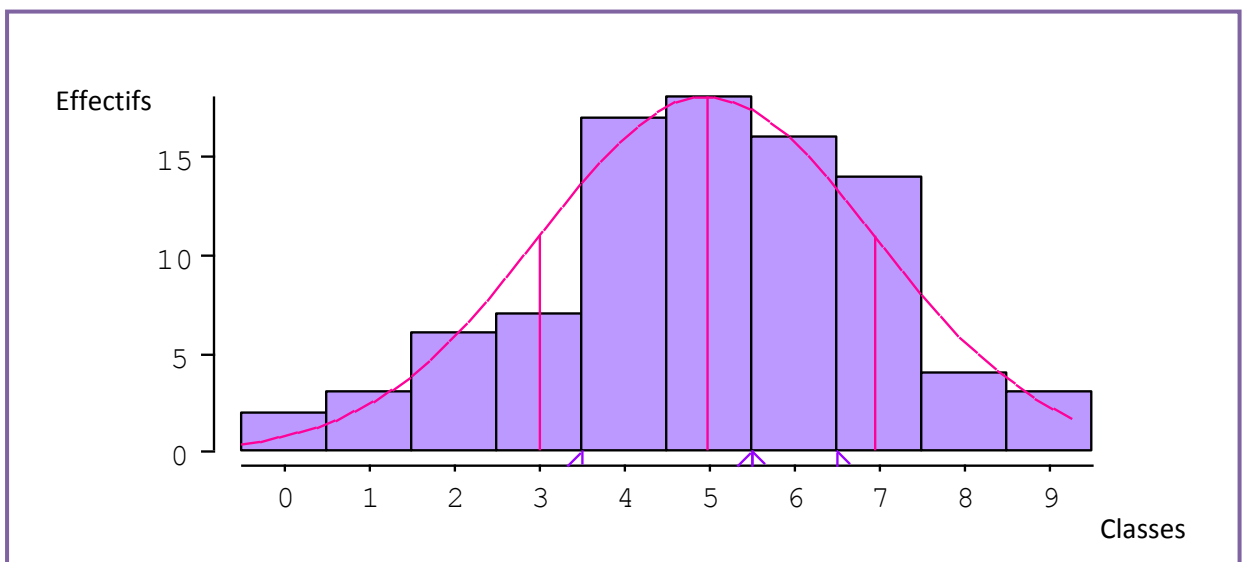
Les graphiques 2.1 et 2.2. présentent la répartition des effectifs selon les classes définies par l'opération de normalisation. A chaque classe correspond une fourchette de scores. Les tables de conversions, où figurent les correspondances entre classes et scores totaux, sont similaires pour tous les niveaux scolaires, c'est pourquoi une seule table apparaît ici (cf. tableau 2.3.).

➤ Niveaux 6^{ème}/5^{ème}.



Graphique 2.1. : Répartition des collégiens de 6^{ème}/5^{ème} selon leur score total au TNC, après normalisation.

➤ Niveaux 4^{ème}/3^{ème}.



Graphique 2.2. : Répartition des collégiens de 4^{ème}/3^{ème} selon leur score total au TNC, après normalisation.

Score total au test TNC	Classes
<10	0
11 à 14	1
15 à 19	2
20 à 23	3
24 à 28	4
29 à 33	5
34 à 36	6
37, 38	7
39	8
40	9

Tableaux 2.3. : Table de conversion Scores totaux/ Classes.

Ces résultats montrent ainsi que :

- Les scores obtenus par le plus grand nombre de collégiens de 6^{ème}/5^{ème} sont compris entre 24 et 28 et la valeur moyenne se situe davantage aux alentours des scores 24 et 25.
- Les scores obtenus par le plus grand nombre de collégiens de 4^{ème}/3^{ème} sont compris entre 29 et 33 et la valeur moyenne se situe davantage aux alentours du score 29.
- Quels que soient les niveaux, l'écart-type correspond à deux classes. Ainsi, l'observation de part et d'autre de la valeur moyenne montre que :
 - 68 % des collégiens de 6^{ème}/5^{ème} ont obtenus des scores compris entre 15 et 36.
 - 68 % des collégiens de 4^{ème}/3^{ème} ont obtenus des scores compris entre 20 et 38.

3. Corrélations entre performances aux épreuves du PM38 et aux épreuves du test de TNC.

Ce dernier paragraphe présente les différents résultats qui permettront, dans le chapitre V, de discuter quant à la validation ou non des hypothèses de travail.

Les deux tableaux suivants détaillent les résultats obtenus au PM38 par les collégiens, soit selon le score total, soit selon la réussite aux différentes planches constitutives du test.

	6 ^{ème} N = 43	5 ^{ème} N = 56	4 ^{ème} N = 44	3 ^{ème} N = 46	Ensemble des collégiens N = 189		
SCORE TOTAL PM38	%	%	%	%	Effectifs	%	% cumulés
2	2,33	0,00	0,00	0,00	1	0,53	0,53
3	0,00	3,57	0,00	0,00	2	1,06	1,59
4	0,00	3,57	0,00	0,00	2	1,06	2,65
5	4,65	1,79	2,27	0,00	4	2,12	4,76
6	11,63	10,71	6,82	4,35	16	8,47	13,23
7	18,60	21,43	11,36	8,70	29	15,34	28,57
8	2,33	12,50	11,36	15,22	20	10,58	39,15
9	20,93	23,21	15,91	15,22	36	19,05	58,20
10	23,26	7,14	20,45	21,74	33	17,46	75,66
11	11,63	12,50	22,73	23,91	33	17,46	93,12
12	4,65	3,57	9,09	10,87	13	6,88	100,00

Tableau 3.1. : Répartition des collégiens selon leur score total au PM38.

Ce tableau montre que près de 80 % des collégiens ont obtenu un score compris entre 7 et 11, environ 13% ont un score compris entre 2 et 6 et près de 7% des collégiens ont réussi la totalité du test.

	6 ^{ème} N = 43	5 ^{ème} N = 56	4 ^{ème} N = 44	3 ^{ème} N = 46	Effectif total N = 189
PLANCHES					
N°1	88,89	96,43	100,00	97,83	95,81
N°2	95,56	96,43	95,45	97,83	96,34
N°3	80,00	89,29	93,18	97,83	90,05
N°4	88,89	91,07	95,45	100,00	93,72
N°5	60,00	71,43	84,09	91,30	76,44
N°6	86,67	69,64	72,73	91,30	79,58
N°7	77,78	83,93	90,91	89,13	85,34
N°8	55,56	55,36	72,73	69,57	62,83
N°9	44,44	33,93	52,27	54,35	45,55
N°10	71,11	67,86	72,73	78,26	72,25
N°11	26,67	19,64	38,64	28,26	27,75
N°12	37,78	33,93	61,36	63,04	48,17

Tableau 3.2. : Pourcentages de réussite pour chaque planche du PM38 selon les niveaux scolaires.

Ce tableau expose des taux de réussite variables selon les planches du PM38. On observe ainsi quatre groupes de planches :

- les planches 1, 2, 3, 4 présentent de très forts taux de réussite, compris entre 90,05% et 96,34%.
- les planches 5, 6, 7, 8 et 10 semblent légèrement plus difficiles mais leurs taux de réussite restent élevés, compris entre 72,25% et 85,34%.
- les planches 9 et 12 présentent une difficulté moyenne ; elles sont réussies respectivement à 45,55% et 48,17%.
- la planche 11 est la plus difficile ; seuls 27,75% des collégiens la réussissent.

Le tableau ci-dessous présente les différentes valeurs de corrélations entre les performances aux épreuves du PM38 et les performances aux huit épreuves du test de TNC. La statistique utilisée est le coefficient ρ de Spearman. L'analyse concerne l'ensemble de la population.

	Epreuve 1	Epreuve 2	Epreuve 3	Epreuve 4	Epreuve 5	Epreuve 6	Epreuve 7	Epreuve 8
PM 38	0,305	0,407	0,321	0,332	0,499	0,553	0,520	0,545

Tableau 3.3. : Corrélations entre performances aux épreuves du PM38 et aux épreuves du test de TNC (coefficient ρ de Spearman).

Ces résultats mettent en avant deux types de corrélations :

- D'une part, celles qui peuvent être qualifiées de modérées en raison de valeurs comprises entre 0,305 et 0,332 ; il s'agit des corrélations impliquant les épreuves 1, 3 et 4.
- D'autre part, celles qui peuvent être qualifiées de fortes en raison de valeurs comprises entre 0,407 et 0,553 ; il s'agit des corrélations impliquant les épreuves 2, 5, 6, 7 et 8.

Ainsi, alors que les relations entre les PM38 et les épreuves ne contenant que le code conventionnel sont modestes, celles établies entre les PM38 et les épreuves incluant le code analogique sont fortes.

Cette tendance peut également être exprimée à travers deux valeurs de corrélations impliquant distinctement les moyennes obtenues aux épreuves ne contenant que le code conventionnel et celles obtenues aux épreuves incluant le code analogique :

	Epreuves sans code analogique	Epreuves avec code analogique
PM38	0,368	0,594

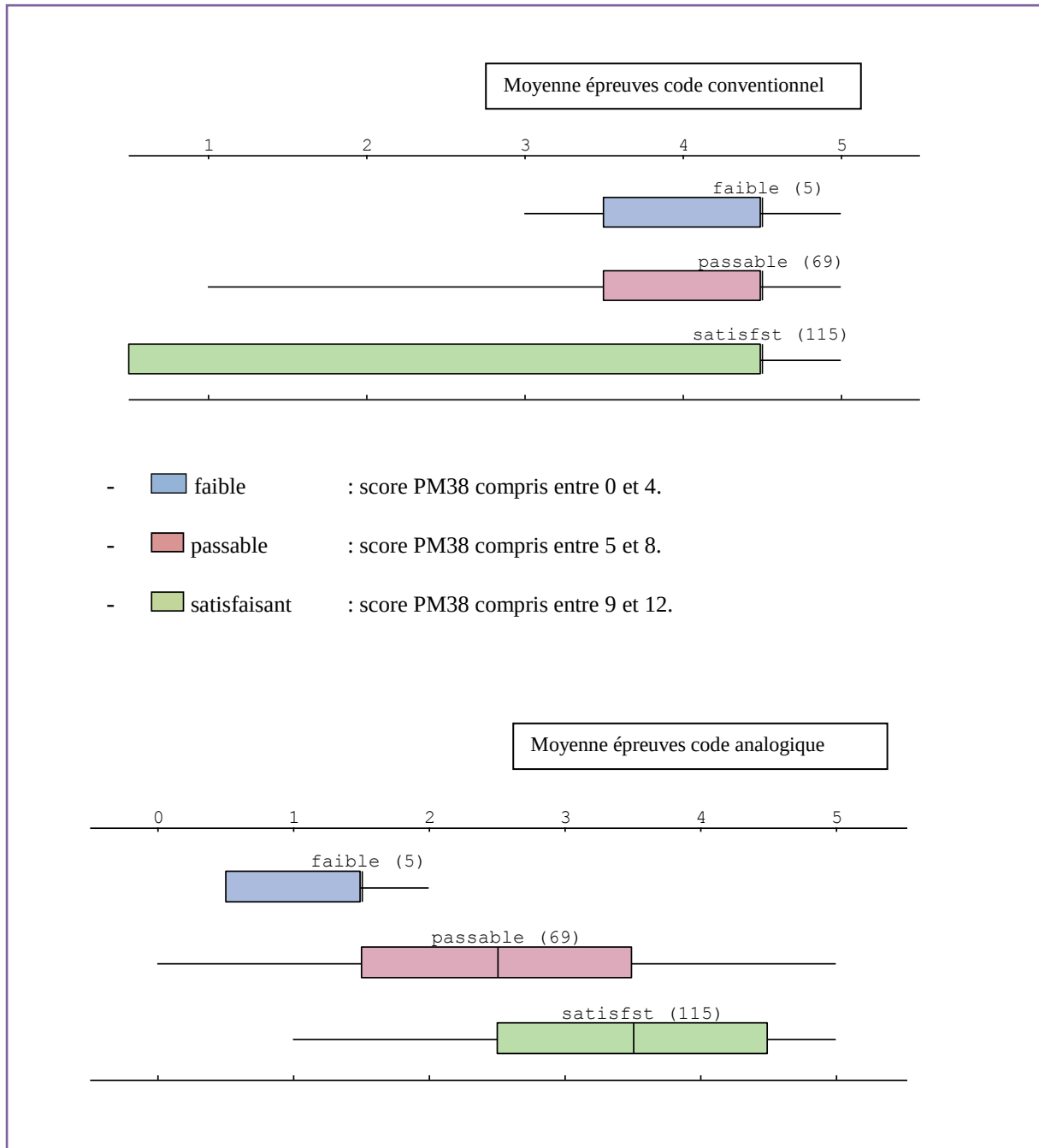
Tableau 3.4. : Corrélations entre performances aux épreuves du PM38 et aux épreuves du test de TNC (coefficient ρ de Spearman).

Dans un second temps, nous avons donc souhaité observer la répartition des moyennes obtenues aux épreuves contenant le code conventionnel d'une part, et le code analogique d'autre part, selon les performances aux PM38. Les résultats figurent au sein des graphiques 3.5. Pour leur réalisation, trois catégories de collégiens ont été créées selon les scores obtenus au PM38. Les sujets ayant obtenu un score compris entre 0 et 4 appartiennent à la catégorie 'faible', ceux possédant un score entre 5 et 8 sont compris dans la catégorie 'passable' et ceux ayant un score de 9 ou plus s'apparentent à la catégorie 'satisfaisant'.

On observe ainsi que les répartitions des moyennes obtenues aux épreuves du TNC selon les performances aux PM38 offrent des profils distincts dès lors que l'on considère les épreuves avec ou sans code analogique.

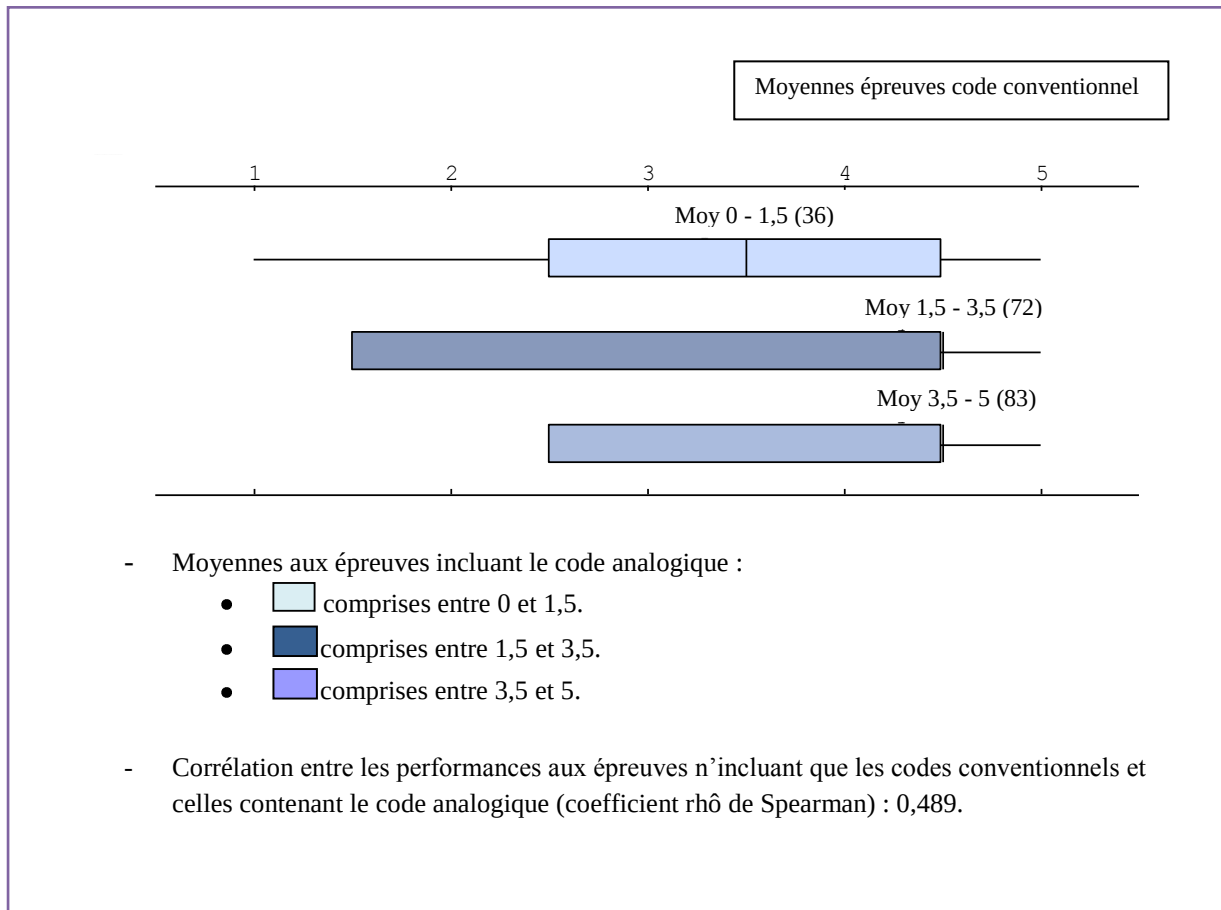
En effet, seul le second graphique objective clairement une évolution conjointe entre le niveau de performances aux PM38 et celui aux épreuves incluant le code analogique. On remarque ainsi que les sujets de la catégorie 'faible' obtiennent des moyennes aux épreuves incluant le code analogique comprises entre 0,5 et 2 alors que celles des sujets de la catégorie 'satisfaisant' sont comprises entre 1 et 5. Le parallélisme entre ces deux mesures de performances est d'autant plus net que l'on regarde les valeurs croissantes des médianes. Ainsi, le sujet médian de la catégorie 'faible' a une moyenne de 1,5 aux épreuves du TNC, celui de la catégorie 'passable' obtient une moyenne de 2,5 et celui de la catégorie 'satisfaisant' possède une moyenne de 3,5.

En revanche, ce constat ne peut être établi dans l'analyse incluant les épreuves sans code analogique. En effet, le niveau de performances aux PM38 ne présage en rien des performances aux épreuves du TNC. Les sujets médians de toutes les catégories obtiennent une moyenne identique (4,5). Certains sujets de la catégorie 'satisfaisant' présentent même une performance aux épreuves du TNC inférieure à celle des sujets de la catégorie 'faible'.



Graphique 3.5. : Répartition des moyennes obtenues aux épreuves contenant le code conventionnel d'une part, et le code analogique d'autre part, selon les performances aux PM38.

Pour finir, il paraissait intéressant d'observer la répartition des moyennes obtenues aux épreuves contenant le code conventionnel selon les moyennes obtenues aux épreuves contenant le code analogique (graphique 3.6.).



Graphique 3.6.: Répartition des moyennes obtenues aux épreuves contenant le code conventionnel selon les moyennes obtenues aux épreuves contenant le code analogique.

Les résultats ci-dessus montrent qu'une certaine corrélation existe entre les performances observées aux épreuves ne contenant que les codes conventionnels et celles incluant le code analogique. Le coefficient ρ de Spearman objective en effet une relation plutôt élevée. Ainsi, il apparaît que les sujets ayant une bonne maîtrise du code analogique présentent également un bon niveau de performance aux tâches n'incluant que le code conventionnel. Inversement, 50 % des sujets ayant un faible score avec le code analogique n'ont pas plus de 3,5 de moyenne aux épreuves aux codes exclusivement conventionnels. Néanmoins, cette relation conjointe présente des limites. En effet, un niveau de performances tout à fait satisfaisant peut être observé dans le transcodage des formes conventionnelles chez des sujets en difficulté avec le code analogique.

Chapitre V

DISCUSSION DES RESULTATS

1. Evaluation des qualités métriques du test.

Les résultats obtenus quant à la validation statistique interne de chaque épreuve sont globalement plutôt satisfaisants. La première vérification de cette étude montre, en effet, que la plupart des items présentent un niveau de difficulté moyen, tout à fait adapté à la population des collégiens (les items choisis ne sont ni trop difficiles ni trop faciles pour les âges ciblés). Par ailleurs, les taux de réussite affichés pour chaque sous-groupe d'élèves sont croissants des faibles aux forts et un écart significatif est souvent observé entre ces deux valeurs extrêmes. Ces caractéristiques rendent ainsi compte de la bonne qualité discriminante des items.

Cependant, quelques items se distinguent par une qualité discriminante faible, très faible voire médiocre. On remarque ainsi qu'à l'exception de l'épreuve 7, toutes renferment au moins un item de ce type. Comme en témoignent leurs taux de réussite élevés, cette défaillance proviendrait d'un niveau de difficulté trop faible. Ainsi, les items étant réussis à peu près autant par les faibles que par les forts, leur utilité métrique s'en trouve amoindrie. Dans l'idée d'améliorer les qualités métriques du test de TNC, un remplacement de ces items pourrait être envisagé. Afin de garantir la pertinence de cette démarche, quelques précautions doivent être prises lors de la création des items substitutifs. D'une part, il faut veiller à ce que ces derniers ne soient pas trop difficiles, de manière à obtenir une qualité discriminante satisfaisante. D'autre part, afin d'élargir la diversité des constructions, il paraît intéressant d'insérer des items renfermant une ou plusieurs caractéristiques inédites au regard des autres items de l'épreuve. C'est pour répondre au mieux à ces deux exigences que nous n'aborderons ces suggestions d'items qu'au cours du paragraphe 3.1. ci-après.

Par ailleurs, hormis l'épreuve 1, les résultats apportés par la seconde vérification montrent qu'il existe, au sein de chaque épreuve, une cohérence élevée des items. En effet, on observe des corrélations item-épreuve modérées, fortes et très fortes, ainsi que des coefficients alpha de Cronbach, pour la plupart, nettement supérieurs au seuil de 0,750. Tous ces éléments permettent ainsi de légitimer le fait de procéder à l'addition des cinq scores d'items pour produire le score d'épreuve.

Ainsi, au regard de ces deux vérifications, seule l'épreuve 1 se distingue avec une majorité d'items aux qualités métriques insuffisantes et des paramètres de cohérence et de fiabilité inférieurs au seuil escompté. L'explication de ces résultats réside certainement dans la nature

même de l'épreuve 1. Celle-ci constitue, en effet, une épreuve atypique au regard de l'ensemble du test de TNC dans la mesure où seul le code verbal intervient. Il s'agit d'une dictée en langue naturelle. Au collège, la tâche de transcription phonographémique est normalement plutôt bien maîtrisée, ce qui explique les scores élevés observés ici. Et ceci est d'autant plus prononcé que la correction de cette épreuve tolère les confusions et les 'fautes' d'orthographe, car seuls le lexique et la syntaxe du nombre sont évalués. Néanmoins, la présence de cette épreuve au sein du test de TNC reste utile. En effet, si les auteurs ont souhaité conserver cette paire de transcodage, c'est parce qu'elle permet de mettre en évidence d'éventuelles difficultés de traitement linguistique. Or, repérer de telles difficultés permet leur prise en compte au cours de la passation, lorsque celle-ci est individuelle, et surtout, lors de l'interprétation de l'ensemble des productions au test. C'est pour cette raison que, bien que ne répondant pas aux critères de validation statistique interne, nous ne jugeons pas nécessaire d'y suggérer une quelconque modification.

2. Compétences et difficultés observées chez les collégiens.

Comme en témoignent les résultats ayant trait à la validation statistique interne, le test de TNC s'avère constituer un outil pertinent pour l'évaluation des capacités de transcodage numérique chez le collégien. Ceci légitime donc le fait de procéder, à partir des nombreuses productions recueillies lors des passations collectives, à l'interprétation de leurs compétences et de leurs difficultés dans ce domaine.

En préambule à cette analyse, il semble intéressant d'évoquer les résultats obtenus quant à la difficulté générale des épreuves (cf. graphique 1.2.3.). Il apparaît ainsi que les tâches n'incluant que les codes conventionnels présentent un niveau de difficulté nettement inférieur à celui des épreuves contenant le code analogique. Nous pouvons alors penser que ce contraste provient de la nature des codes.

Que ce soit dans la vie quotidienne ou scolaire, le traitement des codes conventionnels, dont l'acquisition figure relativement tôt dans les apprentissages, constitue une activité relativement fréquente. On imagine ainsi que la plupart des collégiens accèdent progressivement à un certain niveau d'automatisation dans leur maniement.

Le code analogique présente, quant à lui, des points de difficulté qui lui sont propres. Tout d'abord, la confrontation initiale avec ce code peut être déconcertante. Le collégien ne

dispose, en effet, que d'un délai relativement court pour comprendre et maîtriser son fonctionnement. C'est probablement ce paramètre qui place l'épreuve 2 comme étant la plus difficile. Par ailleurs, alors que des items composés exclusivement des codes conventionnels peuvent être résolus par le recours à certaines stratégies de compensation, la réussite aux tâches incluant le code analogique nécessite inévitablement une compréhension profonde du nombre. Enfin, et ceci fera l'objet du paragraphe 4 ci-après, la réussite aux épreuves incluant le code analogique nécessite le recours aux performances utiles lors de la résolution de problème par analogie.

2.1. Performances aux épreuves n'incluant que les codes conventionnels.

La première remarque, concernant les épreuves 1, 3 et 4, émerge des résultats de la validation statistique interne. Celle-ci a montré que ces épreuves bénéficiaient de bonnes qualités métriques et d'un niveau de difficulté tout à fait adapté à la population des collégiens. Nous constatons ainsi qu'il réside, encore, des fragilités dans l'activité de transcodage numérique impliquant les grands nombres représentés par les codes conventionnels.

Comme nous l'avons souligné précédemment, l'épreuve 1 (CVO $\leftrightarrow$ CVE), qui présente la particularité de ne faire intervenir que le code verbal, est majoritairement bien réussie. Selon l'analyse quantitative, les variations des taux de réussite entre les items seraient fonction de la longueur des séquences orales. Dans ce sens, les erreurs observées – répétitions, alternances de codes, omissions, substitutions - peuvent être interprétées comme des signes en faveur d'une surcharge en mémoire immédiate ainsi qu'en mémoire de travail. Ces erreurs sont constatées chez de nombreux collégiens mais elles ne concernent, en général, qu'un seul item, particulièrement l'item *d*. Ce dernier contient, en effet, treize éléments lexicaux alors que l'empan auditif chez le sujet adulte normal - en matière de mémoire immédiate - est de sept (plus ou moins deux). Soulignons néanmoins que cette difficulté a été pondérée lors des passations collectives, puisque chaque item fut répété plusieurs fois. Ainsi, même pour le collégien tout venant, la dictée de nombres en langue naturelle n'est pas sans difficulté. La tâche de transcription phonographémique est-elle ainsi plus délicate lorsque le code verbal désigne les nombres ? Peut-être est-ce moins aisé d'avoir recours spontanément à la signification de la séquence orale, et par conséquent, de s'appuyer sur une représentation ?

L'épreuve 3 (CVE $\leftrightarrow$ CA) et l'épreuve 4 (CVO $\leftrightarrow$ CA) constituent toutes deux des tâches de transcodage de formes allant du code verbal au code arabe ; seules les modalités orale et écrite des formes verbales diffèrent entre les deux épreuves. L'épreuve 4 est légèrement mieux réussie que l'épreuve 3. Le code d'entrée de l'épreuve 4 étant fourni oralement, nous aurions pu nous attendre à ce que cette épreuve soit plus difficile que l'épreuve 3. Dans le cas présent, une des difficultés résiderait alors peut-être davantage dans la lecture des grands nombres en code verbal plutôt que dans les tâches mnésiques de rétention auditive et de travail ?

A l'instar de nombreuses études, l'analyse qualitative rend compte d'une prépondérance d'erreurs syntaxiques au sein des productions des épreuves 3 et 4. En effet, parmi la grande diversité des réponses, nous avons retrouvé, pour chaque item et pour l'ensemble des niveaux scolaires, beaucoup d'erreurs de lexicalisation totale ou partielle. Par ailleurs, l'analyse quantitative a su mettre en avant que les deux facteurs majeurs de difficultés, communs aux deux épreuves, concernent la présence de dizaines complexes au sein de la séquence verbale et de zéros syntaxiques dans l'écriture chiffrée.

Nous pouvons ainsi penser qu'il persiste à la fois des fragilités dans la compréhension de l'organisation structurale des séquences verbales – notamment des règles de composition – et dans la maîtrise du système de position.

Les productions recueillies rendent compte d'une grande variabilité inter-individuelle. Parfois, des signes montrant qu'une acquisition est en cours peuvent être repérés au sein des réponses. Nous notons, par exemple, que plus le niveau scolaire s'élève, plus le gabarit du nombre erroné se rapproche du gabarit attendu. De même, alors que la traduction « 420 » de la dizaine complexe « quatre-vingt » est relativement fréquente au sein des productions d'élèves de 6^{ème} / 5^{ème}, elle tend peu à peu à disparaître dans celles des 4^{ème}/3^{ème}.

Nous avons également pu observer des variabilités intra-individuelles dans ce type de tâche. Pourquoi, face à des items de difficulté apparemment similaire, un élève en échoue-il certains alors qu'il en réussit d'autres ? Nous pouvons imaginer que ceci reflète une maîtrise encore fragile des mécanismes de transcodage lorsqu'ils sont appliqués aux grands nombres. Ainsi, moins l'automatisation dans le traitement des codes numériques est effective, plus la surcharge cognitive est importante. Nous pouvons penser que ceci se traduit par la réapparition de certains types d'erreurs dans le transcodage des grands nombres alors qu'elles avaient majoritairement disparues dans le traitement des formes numériques moins complexes. Les erreurs lexicales – déjà minoritaires dans les productions d'élèves du primaire

- pourraient ainsi figurer parmi les signes en faveur de ce surcoût cognitif. De même, la présence de contraintes supplémentaires dans le transcodage des dizaines complexes contribue à le rendre plus délicat. En effet, leur traitement place le sujet dans une situation d'interférence, l'obligeant à inhiber la production du (ou des) chiffre(s) qui correspond(ent) au mot traité.

2.2.Performances aux épreuves contenant le code analogique.

Des fragilités dans la compréhension du fonctionnement des codes conventionnels ainsi que dans leur maîtrise peuvent ainsi affecter les performances aux tâches de transcodage numérique. Nous pouvons notamment imaginer qu'il existe des difficultés à faire les correspondances réciproques entre les formes codées (en chiffres arabes ou en code verbal) et les quantités représentées par ces mêmes formes.

Le code analogique permet la désignation des nombres à travers une représentation sémantique non verbale, au sein de laquelle transparaissent les différents groupements numériques. Les épreuves incluant le code analogique font donc intervenir une représentation du nombre sous une forme moins abstraite que les codes conventionnels. L'observation des productions aux items le contenant permet ainsi de mieux cibler les points de fragilités. En effet, nous pouvons considérer que les épreuves contenant le code analogique en forme d'entrée testent plus particulièrement la production en code conventionnel. Par exemple, l'épreuve 8 (ANA $\leftrightarrow$ CA), qui fait appel au codage d'une quantité sous une forme en chiffres arabes, teste les performances relatives à la production en code arabe. Inversement, les épreuves contenant le code analogique en forme de sortie, testent plus particulièrement la compréhension du code conventionnel. L'épreuve 6 (CA $\leftrightarrow$ ANA), qui fait appel au décodage de la quantité exprimée par l'écriture chiffrée, teste les performances relatives à la compréhension du code arabe.

Selon le graphique 1.2.3., l'épreuve 2 (ANA $\leftrightarrow$ CVE) apparaît comme la plus difficile certainement parce qu'elle confronte pour la première fois au code analogique. Concernant les épreuves 7, 6, 8 et 5, les écarts inter-moyennes ne semblent pas suffisamment significatifs pour autoriser une interprétation fine quant aux différents degrés de difficulté. Nous remarquons simplement, qu'à l'image des épreuves 1 et 3, l'épreuve 5 (CVO $\leftrightarrow$ ANA), bien que possédant un code d'entrée en modalité orale, est mieux réussie que l'épreuve 7 (CVE $\leftrightarrow$ ANA).

2.2.1. Traitement du code verbal.

L'épreuve 2 (ANA $\leftrightarrow$ CVE) fait particulièrement appel aux performances liées à la production des nombres en code verbal. Une fois que la quantité exprimée par la forme en code analogique est comprise, nous devons ensuite faire référence à nos connaissances relatives aux règles de fonctionnement du code verbal, pour construire la séquence correspondante.

La principale source de difficulté, mise en avant par l'analyse quantitative, concerne le codage des différents groupements numériques appartenant à la classe des mille. De surcroît, il semble que plus le nombre de groupements, présents au sein de cette classe, est important, plus le codage apparaît délicat.

L'analyse qualitative vient confirmer et étayer ces résultats. En effet, quel que soit leur type, les erreurs touchent majoritairement la traduction des groupements de rangs supérieurs aux centaines.

L'observation fréquente d'erreurs telles que la transcription individuelle et successive par groupes de symboles identiques d'une part ou l'absence de prise en compte d'un groupement puissance de la base, d'autre part, semblent indiquer une fragilité dans la maîtrise des lois de composition. En effet, le transcodage des éléments appartenant à la classe des unités simples étant presque toujours réussi, ces erreurs traduisent davantage une fragilité de nature syntaxique plutôt qu'une incompréhension dans le fonctionnement du code analogique.

Par ailleurs, alors que la structure syntaxique est réussie, certaines productions présentent des erreurs 'lexicales'. Celles-ci semblent davantage liées au surcoût cognitif engendré par la tâche. L'architecture relativement complexe de l'item *e*, par exemple, contribue particulièrement à augmenter la charge en mémoire de travail. En effet, tous les ordres étant représentés, nous devons traiter, pour chaque classe, les trois symboles simultanément. De plus, la présence d'éléments de la catégorie des particuliers dans le code verbal contribue à rendre cette opération d'autant plus délicate. Nous constatons toutefois que les erreurs touchant à ce type de primitives lexicales ne concernent principalement que la classe des mille.

L'épreuve 2 teste donc particulièrement les performances liées à la construction syntaxique des nombres en code verbal. Chez les collégiens, les lois de composition apparaissent davantage maîtrisées au niveau de la classe des unités simples qu'au niveau de la classe des mille.

L'épreuve 5 (CVO $\hookrightarrow$ ANA) et l'épreuve 7 (CVE $\hookrightarrow$ ANA) testent les étapes de compréhension du nombre verbal et l'élaboration de la quantité correspondante. Elles nécessitent notamment de prendre en considération les différents groupements numériques, puissances de la base, qui composent le nombre ainsi que les relations nichées aux différents niveaux de profondeur de la structure verbale.

D'après les analyses quantitatives, les collégiens rencontreraient certaines difficultés dans le traitement des groupements appartenant à la classe des mille, notamment lorsque celle-ci présente une architecture complexe. Les principales sources de difficulté semblent être liées à la présence de plusieurs groupements numériques dans la classe, d'éléments de la catégorie des particuliers ainsi que de dizaines complexes.

Les analyses qualitatives débouchent sur des types d'erreurs semblables pour les deux épreuves. Parmi les productions erronées, trois types d'erreurs semblent particulièrement refléter des fragilités touchant la compréhension profonde des séquences verbales. Nous avons ainsi fréquemment observé :

- L'utilisation de symboles de la classe des unités simples pour représenter les ordres de la classe des mille.
- La transcription individuelle et successive des composants de la séquence orale. Dans ce cas, loin de correspondre à l'affichage de l'organisation structurale du nombre, la forme produite s'apparente à la traduction mot à mot de la séquence verbale.
- L'utilisation d'un unique symbole pour la représentation de deux rangs voisins. Cette démarche traduit une difficulté à individualiser les groupements.

Ces trois types d'erreurs semblent ainsi refléter des fragilités dans l'identification des différents groupements numériques composant le nombre ainsi que dans l'attribution de leur extension numérique respective. Elles se rencontrent quel que soit le niveau scolaire mais elles sont davantage retrouvées chez les 6^{ème} et 5^{ème}.

D'autres types d'erreurs – substitution ou omission d'un symbole, emploi d'un symbole adéquat mais en quantité incorrecte (plus ou moins un élément) – traduisent davantage un surcoût cognitif.

2.2.2. Traitement du code arabe.

L'épreuve 6 (CA $\hookrightarrow$ ANA), qui consiste à afficher l'organisation structurale des nombres à partir de l'écriture chiffrée, teste particulièrement la compréhension du système des numéraux arabes. La position du chiffre renseigne sur la nature du symbole alors que la valeur du chiffre indique le nombre de symboles à faire figurer. Sa réussite dépend donc des connaissances relatives aux primitives lexicales – les chiffres – et à la syntaxe positionnelle.

Contrairement au système des numéraux verbaux, le système en code arabe apparaît limpide, cohérent et rigoureux. Malgré cette absence d'ambiguïté, les taux de réussite semblent montrer que la compréhension des écritures chiffrées reste très fragile, y compris chez des collégiens de 4^{ème} ou de 3^{ème}.

Les erreurs étudiées dans l'analyse qualitative semblent davantage traduire des fragilités de nature syntaxique.

En effet, une erreur fréquemment observée concerne l'utilisation de symboles de la classe des unités simples pour représenter les ordres de la classe des mille. Le plus souvent, la construction des productions erronées témoigne d'un découpage de l'écriture chiffrée par tranches de trois chiffres (bien que non indispensable pour réussir ce type de transcodage). Mais, si le repérage des ordres – centaines, dizaines, unités – est correct, l'attribution de leur extension numérique est inexacte. Ceci semble donc traduire des difficultés de compréhension du principe de la valeur positionnelle. Cette difficulté à associer la position du chiffre à l'extension numérique qui s'y rapporte apparaît encore plus marquée chez certains collégiens pour qui les productions reflètent un découpage aléatoire de l'écriture chiffrée. La forme analogique correspond alors à la traduction isolée et successive de portions de nombre.

Par ailleurs, à l'instar des autres épreuves, des erreurs reflètent davantage un surcoût cognitif. Ceci prouve donc que, pour certains collégiens, des compétences sont en place mais qu'elles restent encore fragiles.

L'épreuve 8 (ANA $\hookrightarrow$ CA), consiste à élaborer l'écriture chiffrée du nombre à partir de l'affichage de son organisation structurale ; elle teste donc particulièrement la production des nombres en code arabe.

Parmi la grande diversité des réponses obtenues pour cette épreuve, toutes semblent traduire, à des degrés divers, des difficultés dans la maîtrise du principe de la valeur de position ainsi

que dans celle du groupement en base dix. Les erreurs apparaissent d'autant plus fréquentes que l'écriture chiffrée contient des zéros intercalaires, ce qui traduit des fragilités dans la gestion des positions vides.

2.3. Bilan des capacités des collégiens.

De nombreuses études évaluant le transcodage numérique et son développement montrent que cette activité nécessite un apprentissage de plusieurs années. Selon Noël, cette mise en place des capacités de transcodage s'effectue, chez l'enfant tout-venant, entre 5 et 9 ans (Noël, 2005). Dans son étude, l'auteur observe, qu'au fil des apprentissages, l'enfant traite des nombres de plus en plus complexes. Ainsi, à 8 ans, les structures à quatre chiffres sont pratiquement maîtrisées et celles à cinq chiffres sont également majoritairement bien traitées. Ces habiletés tendent ensuite à se consolider au cours des années suivantes durant lesquelles les progrès se manifestent dans le traitement des grands nombres.

Les productions recueillies lors des passations du test de TNC nous offrent un aperçu des capacités des collégiens dans le traitement des nombres dépassant le millier. Ce test présente la particularité de proposer des épreuves qui impliquent le maniement d'un code analogique nécessitant une compréhension profonde du nombre. Les épreuves le contenant constituent ainsi un indicateur pertinent pour cibler la source des difficultés dans le traitement des codes conventionnels. Par ailleurs, son utilisation permet de dissocier les évaluations attachées au traitement du code verbal d'une part, et du code arabe, d'autre part. Il permet également, en fonction de sa position au sein de la tâche de transcodage, de cibler l'évaluation soit sur la compréhension, soit sur la production des nombres en code conventionnel.

Nous avons ainsi pu observer la présence de fragilités tant dans le maniement du code verbal que dans celui du code arabe. Les difficultés sont principalement de nature syntaxique. Elles touchent particulièrement la compréhension et la maîtrise de l'organisation structurale des séquences verbales – notamment les règles de composition – d'une part, et du système de position, d'autre part. Elles sont d'autant plus visibles que les nombres contiennent des dizaines complexes et des zéros syntaxiques. Ces fragilités touchent, pour la grande majorité des collégiens, le traitement des groupements numériques appartenant à la classe des mille.

Quels que soient les niveaux scolaires, nous avons constaté une grande diversité dans les productions erronées. Toutefois, alors que certaines productions relèvent davantage d'un surcoût cognitif, d'autres en revanche semblent traduire des lacunes dans la construction

profonde du nombre. L'analyse qualitative permet ainsi de distinguer plusieurs degrés de difficultés. Dans certains cas, les productions témoignent de connaissances sous-jacentes correctes mais les fragilités résident dans leur mise en œuvre. Ce premier type d'erreurs semble davantage traduire une difficulté de 'savoir-faire'. Mais pour d'autres collégiens, les fragilités apparaissent directement liées à leur construction profonde du nombre. Les difficultés qu'ils rencontrent vont donc au-delà d'un simple manque d'automatisation dans le maniement des codes numériques. Cette distinction apparaît primordiale notamment dans le cadre d'une éventuelle remédiation. Ainsi, les difficultés liées exclusivement au manque d'automatisation seront certainement surmontées progressivement. En revanche, nous imaginons qu'un étayage est nécessaire lorsque les difficultés sont plus profondes.

Au regard de l'ensemble des passations, il ressort une variabilité inter-individuelle des capacités des collégiens. La comparaison des résultats entre les niveaux scolaires montre que les performances au test sont globalement de nature à évoluer avec l'âge. Toutefois, l'analyse de la chrono-cohérence précise qu'on ne peut définir un niveau de performance précis pour chaque niveau scolaire.

3. Commentaires sur la structuration du test.

3.1.Suggestions d'items.

L'évaluation statistique interne du test a permis le repérage d'items se distinguant par une qualité discriminante faible, très faible voire médiocre. Dans l'idée d'améliorer les qualités métriques des épreuves, voici quelques propositions d'items substitutifs.

- Epreuve 2 : item *d* (substitution particulièrement indiquée pour les 4^{ème}/ 3^{ème}). Il serait intéressant de proposer un item contenant une dizaine complexe au sein de la classe des mille. Il pourrait s'agir d'un nombre tel que : , soit « quatre-vingt-quinze mille ». La présence de deux dizaines complexes peut également être envisagée dans un item tel que : , soit « quatre-vingt-quinze mille soixante et onze ». Le traitement de la dizaine complexe peut ainsi être évalué au sein des deux classes.
- Epreuve 3 : item *c* (substitution particulièrement indiquée pour les 4^{ème}/ 3^{ème}). Pour cette tâche de transcodage des formes en code verbal écrit aux formes en code arabe, nous proposons de remplacer le nombre « trente-huit mille deux » par le nombre « quatre-vingt-dix mille deux ». Nous conservons ainsi le traitement des zéros intercalaires syntaxiques et nous incluons une dizaine complexe en position de millier.
- Epreuve 4 : item *e*. Nous suggérons une complexification du nombre initial se traduisant par l'augmentation du gabarit de l'écriture chiffrée et de la séquence verbale ainsi que par l'introduction d'un zéro syntaxique au niveau des centaines de milliers. L'item pourrait donc figurer tel que : « Trois millions soixante-neuf mille cinq cent neuf », soit 3 069 509.
- Epreuve 5 : item *e*. Pour cette tâche nécessitant le passage du code verbal oral au code analogique, nous proposons d'accentuer la difficulté par l'introduction d'un élément de la catégorie des particuliers au sein de la classe des mille. Il pourrait s'agir d'un nombre tel que : « deux millions treize mille deux cent huit ».
- Epreuve 6 : item *d*. La tâche consiste initialement à traduire le nombre 4000000 en code analogique. Compte tenu des difficultés observées pour cette épreuve, notre idée

est de cibler l'évaluation sur le repérage des différents groupements représentés au sein de l'écriture chiffrée ainsi que sur l'attribution de leur extension numérique adéquate. L'item pourrait être le suivant : 4101010. La forme d'entrée serait présentée en l'absence des marqueurs séparateurs et les risques d'erreurs liées à la surcharge cognitive seraient réduits par un nombre limité de symboles pour chaque groupement.

- Epreuve 8 : item *a* (substitution particulièrement indiquée pour les 4^{ème}/ 3^{ème}). Cette épreuve ayant mis en avant des fragilités dans la gestion des positions vides, le nouvel item pourrait être tel que son écriture chiffrée contienne des zéros intercalaires. Par exemple : @@@ @@@ ♦♦♦ ♦♦♦ ♦ || |, soit 607 003.

3.2. Structuration du test et ordre de passation des épreuves.

L'observation des corrélations entre les épreuves – tableau 1.2.1. - renseigne sur la part d'information commune entre celles-ci.

L'épreuve 1, qui ne fait intervenir qu'un seul code, est très faiblement corrélée avec les autres épreuves. Ceci confirme son statut particulier au sein du test. Cette tâche de transcodage ne fait donc pas appel aux mêmes mécanismes de traitement que les autres épreuves.

Inversement, et suivant une certaine logique, les corrélations les plus importantes sont observées entre les épreuves qui requièrent des capacités particulières dans le traitement du code analogique. Toutefois, nous aurions pu nous attendre à observer les plus fortes corrélations entre les épreuves 2 et 7, d'une part et entre les épreuves 6 et 8, d'autre part, puisque chaque paire d'épreuves correspond à des tâches de transcodage de sens contraires. Nous pouvons donc penser que les compétences requises pour le passage d'un code à un autre diffèrent selon le sens du transcodage. Par ailleurs, la comparaison des moyennes entre ces mêmes épreuves – graphique 1.2.3. – révèle des résultats disparates. Ces remarques justifient ainsi l'intérêt de conserver chacune de ces épreuves au sein du test du TNC.

Nous avons pu constater que la réussite aux différentes épreuves variait selon les tâches de transcodage proposées. Cependant, outre les difficultés liées à la tâche même, il semble que certains facteurs annexes viennent influencer les performances des collégiens. Des paramètres tels que la fatigabilité, l'importance de la charge cognitive ou le degré de familiarisation avec les codes sont également à prendre en considération afin de limiter leur 'pollution' lors de

l'interprétation des résultats. La durée de la passation étant relativement longue – une heure environ - l'ordre de passation des épreuves n'est pas anodin. Compte tenu des résultats obtenus au cours de cette étude, nous suggérons l'ordre suivant :

- Epreuve 1 : CVO $\hookrightarrow$ CA
- Epreuve 2 : ANA $\hookrightarrow$ CA
- Epreuve 3 : CA $\hookrightarrow$ ANA
- Epreuve 4 : CVE $\hookrightarrow$ CA
- Epreuve 5 : CVE $\hookrightarrow$ ANA
- Epreuve 6 : ANA $\hookrightarrow$ CVE
- Epreuve 7 : CVO $\hookrightarrow$ ANA
- Epreuve 8 : CVO $\hookrightarrow$ CVE

L'idée est de proposer une première tâche de transcodage qui soit couramment rencontrée par les collégiens. Le code analogique est ensuite introduit, sous une forme d'entrée, afin de faciliter la découverte de son fonctionnement. Puis suit le transcodage inverse. L'épreuve 4 tient une place intermédiaire ; il paraît souhaitable de lui faire correspondre une tâche relativement familière. Les trois épreuves suivantes contiennent le code analogique. Lors des passations collectives, l'ordre initial des épreuves faisait se succéder trois épreuves impliquant un code de sortie analogique. Or, de nombreux collégiens ont manifesté des signes de fatigue au cours de leur réalisation, vraisemblablement en lien avec la tâche de production en code analogique. C'est pour cette raison que nous avons choisi d'alterner, pour les épreuves 5, 6 et 7, la position du code analogique. Par ailleurs, l'étude a montré une moindre difficulté lorsque le code verbal d'entrée est présenté oralement. Il semble donc plus intéressant de placer la tâche CVO $\hookrightarrow$ ANA après la tâche CVE $\hookrightarrow$ ANA, en raison du risque de fatigabilité importante ressentie en fin de passation. Enfin, parce qu'elle apparaît comme la tâche la moins difficile et la moins coûteuse sur le plan cognitif, c'est la tâche de transcription phonographémique qui est placée en dernier.

3.3. Etalonnage.

Cette opération permet de voir la distribution générale des scores totaux. L'analyse montre que les capacités dans la réalisation des épreuves de TNC sont de nature à évoluer avec l'âge et que les niveaux de performances sont beaucoup plus hétérogènes chez les plus jeunes.

L'étalonnage a pour but la construction d'une échelle ordinale permettant le repérage rapide de la position d'un individu au regard de la population de référence.

Toutefois la pertinence du score total obtenu au test de TNC dans le cadre d'une évaluation diagnostique nous apparaît toute relative. Lors d'une passation individuelle, c'est l'observation des scores par épreuve et l'analyse qualitative des productions qui permettent une évaluation de qualité. Seuls ces éléments donneront la possibilité de cibler les sources de difficultés et d'établir des pistes de travail pour la remédiation.

4. Etude des corrélations avec les PM38.

4.1. Rappel de la problématique et des hypothèses.

Le test de TNC nous a donc donné un aperçu des capacités et des fragilités des collégiens dans les tâches de transcodage numérique appliqué aux grands nombres. Nous avons constaté des niveaux de performance variables. L'utilisation du code analogique nous a notamment permis de repérer plusieurs degrés de difficultés. Si certaines fragilités semblent être liées à un défaut d'automatisation dans l'utilisation des codes, d'autres semblent en revanche toucher directement la construction profonde du nombre. Dans ce dernier cas, nous pouvons pressentir des difficultés durables.

Notre problématique s'intéressait aux sources de fragilités à l'origine de ces difficultés encore présentes chez certains adolescents. Notre questionnaire initial faisait alors l'objet du lien entre les difficultés rencontrées par les collégiens dans l'activité de transcodage numérique et les capacités de raisonnement par analogie requises lors de la résolution de problème.

En effet, comme l'ont montré plusieurs études expérimentales, c'est au gré des confrontations multiples avec les codes conventionnels que l'enfant va accéder progressivement à la compréhension de la construction décimale du système de numération. Cette construction des connaissances, faisant intervenir différents processus de généralisation, pourrait donc reposer en partie sur la faculté à trouver des règles, à faire des inférences et à coordonner des informations. Autrement dit, cette acquisition pourrait faire appel aux habiletés requises pour la résolution de problème par analogie.

Dans l'idée d'apporter un certain éclairage à notre questionnaire initial, l'exploitation des résultats aux épreuves employant le code analogique est particulièrement intéressante. Ce code présente, en effet, certaines caractéristiques conférant aux épreuves qui l'emploient des sources d'informations supplémentaires au regard des épreuves incluant uniquement les codes conventionnels.

Nous supposons alors que les épreuves incluant le code analogique faisaient appel à un raisonnement par analogie et que par conséquent, elles constituaient des épreuves de résolution de problème. Nous avons également émis l'hypothèse selon laquelle les collégiens qui présenteraient une difficulté dans les tâches de résolution de problème, en rencontreraient également dans les tâches incluant le code analogique.

Nous imaginons, en effet, que pour réussir aux épreuves le contenant, il est nécessaire de se référer au fonctionnement des codes conventionnels – code verbal et code arabe – et d’appliquer, par analogie, ces connaissances, afin de traiter ce nouveau code. Prenons l’exemple d’un sujet confronté, pour la première fois, à la tâche de transcodage du nombre 6798, en code arabe, en sa forme en code analogique ($6\ 798 \leftrightarrow \text{ANA}$). Le sujet se retrouve face à la résolution d’un problème nouveau qui nécessite le recours à un domaine connu. Dans le cas présent, le domaine source auquel il doit se référer correspond à ses connaissances relatives au système des numéraux arabes. Le domaine cible concerne le code analogique qui, à l’instar des codes conventionnels, repose sur une construction décimale. Nous pouvons ainsi imaginer qu’à partir de la forme 6798, le sujet pourra extraire les informations suivantes : 6 groupements de mille et 7 groupements de cent et 9 groupements de dix et 8 unités isolées. Puis qu’il pourra les appliquer au domaine cible pour construire la forme en code analogique. Plusieurs compétences apparaissent donc nécessaires pour cette tâche. Sa réussite dépendrait tout particulièrement de la compréhension du principe de la valeur positionnelle, du principe du groupement en base dix mais également des capacités requises pour la résolution de problème par analogie.

4.2. Interprétation des résultats.

L’étude des corrélations entre les performances aux épreuves du PM38 – évaluant les capacités de raisonnement non verbal par analogie - et aux épreuves du test de TNC nous a fourni plusieurs informations.

Tout d’abord, les données figurant dans les tableaux 3.1. et 3.2. indiquent une forte corrélation entre les performances aux épreuves du PM38 et les performances aux épreuves incluant le code analogique. Ceci révèle donc qu’il existe une part d’information commune importante entre ces deux épreuves. Or, les PM38 évaluent exclusivement les capacités de raisonnement non verbal par analogie. Il semble donc que les compétences communes requises pour les deux tâches concernent la résolution de problème. Les épreuves incluant le code analogique s’apparentent donc, en partie, à des tâches de résolution de problème faisant appel à un raisonnement par analogie. La réussite aux épreuves impliquant le code analogique dépend donc, partiellement, des capacités à faire des inférences, à coordonner des informations et à trouver une règle.

A l'inverse, ces mêmes données montrent que les corrélations entre les performances aux épreuves du PM38 et aux épreuves sans code analogique sont beaucoup plus faibles. Nous en déduisons que les tâches de transcodage n'incluant que les codes conventionnels ne sollicitent pas ou peu le raisonnement par analogie.

Ensuite, le graphique 3.3. met en avant une relation linéaire et positive entre les performances aux épreuves contenant le code analogique et les performances aux PM38. En effet, les deux grandeurs numériques - correspondant aux niveaux de performance aux deux types d'épreuves - ont tendance à varier ensemble ; les valeurs élevées de l'une sont associées aux valeurs élevées de l'autre, et vice versa.

Ainsi, comme nous l'avions prédit, les collégiens qui présentent une difficulté dans les tâches de résolution de problème en rencontrent également dans les tâches incluant le code analogique. Ceci confirme également que de bonnes capacités de raisonnement par analogie sont nécessaires pour traiter le code analogique.

Par ailleurs, le graphique 3.4. indique que les collégiens qui réussissent les épreuves incluant le code analogique ne sont jamais en très grande difficulté avec les épreuves aux codes exclusivement conventionnels. La réussite au code analogique nécessite une compréhension profonde du nombre. Ces collégiens possèdent donc un certain niveau de connaissances du système décimal, ce qui explique leur niveau de performance dans le traitement des codes conventionnels.

A l'inverse, ce même graphique montre que certains collégiens, bien que performants dans les épreuves n'impliquant que les codes conventionnels, sont en difficulté avec le code analogique. Nous en concluons que, dans certains cas, l'échec aux épreuves incluant le code analogique est causé exclusivement par des difficultés de raisonnement par analogie, sans que la compréhension profonde du nombre ne soit touchée.

Pour finir, la répartition des moyennes obtenues aux épreuves contenant le code conventionnel selon les performances aux PM38 – graphique 3.3. – montre deux profils distincts.

Certains collégiens sont performants dans le maniement des codes conventionnels mais ils présentent des difficultés de raisonnement par analogie. Ceci indiquerait donc que de bonnes capacités de raisonnement par analogie ne sont pas indispensables pour l'acquisition des systèmes numériques. Inversement, d'autres collégiens présentent des fragilités avec les codes

conventionnels, sans pour autant rencontrer des difficultés en raisonnement par analogie. Les difficultés durables dans les tâches de transcodage numérique ne sont donc pas exclusivement attribuables à des difficultés de raisonnement par analogie.

CONCLUSION

L'objectif de ce mémoire était de contribuer à l'étude des performances des collégiens dans l'activité de transcodage numérique. Le test de Transcodage Numérique pour Collégiens (TNC) a constitué l'assise de ce travail.

En premier lieu, la validation statistique interne a montré que le test de TNC représentait un outil pertinent pour l'évaluation des capacités des collégiens dans les tâches de transcodage numérique, appliqué aux grands nombres. Seules quelques modifications, ayant trait à la structuration de certains items ainsi qu'à l'ordre de passation des épreuves, ont été suggérées en vue d'accroître la qualité métrique du test.

Puis, ce constat ainsi établi, nous avons tenté, à partir d'analyses quantitatives et qualitatives de nombreuses productions, d'apporter un éclairage quant aux capacités des collégiens dans ce domaine et aux sources de difficultés.

Nous avons pu observer la présence de fragilités tant dans le maniement du code verbal que dans celui du code arabe. Les difficultés sont principalement de nature syntaxique. Elles touchent particulièrement la compréhension et la maîtrise de l'organisation structurale des séquences verbales – notamment les règles de composition – d'une part, et du système de position, d'autre part. Elles sont d'autant plus visibles que les nombres contiennent des dizaines complexes et des zéros syntaxiques. Ces fragilités touchent, pour la grande majorité des collégiens, le traitement des groupements numériques appartenant à la classe des mille.

Nous avons constaté des niveaux de performances variables et l'emploi du code analogique nous a notamment permis de repérer plusieurs degrés de difficultés. Si certaines fragilités semblent être liées à un défaut d'automatisation dans l'utilisation des codes, d'autres semblent en revanche toucher directement la construction profonde du nombre.

La comparaison des résultats entre les niveaux scolaires montre également que les performances au test sont globalement de nature à évoluer avec l'âge. Toutefois, l'analyse de la chrono-cohérence précise qu'on ne peut définir un niveau de performance précis pour chaque niveau scolaire.

En dernier lieu, notre recherche avait pour but d'apporter un éclairage quant au lien entre les difficultés rencontrées par les collégiens dans l'activité de transcodage numérique et les capacités de raisonnement par analogie requises lors de la résolution de problème.

Notre expérimentation a permis de vérifier nos hypothèses de travail.

D'une part, nous avons pu montrer qu'il existe une forte corrélation entre les performances aux épreuves du PM38 et celles aux épreuves du test de TNC contenant le code analogique. Nous en concluons que ces dernières s'apparentent, en partie, à des tâches de résolution de problème faisant appel à un raisonnement par analogie. Par ailleurs, une corrélation beaucoup plus faible a été établie entre les épreuves du PM38 et celles aux épreuves n'incluant que les codes conventionnels.

D'autre part, nous avons pu remarquer que les performances aux épreuves du PM38 et celles aux épreuves contenant le code analogique entretenaient une relation linéaire et positive. Cette particularité indique bien que les collégiens qui présentent une difficulté dans les tâches de résolution de problème en rencontrent également dans les tâches incluant le code analogique.

A travers ces résultats, nous en déduisons que la réussite aux épreuves impliquant le code analogique dépend de nos capacités à trouver une règle, à faire des inférences et à coordonner des informations, tout en faisant appel, par ailleurs, à notre compréhension profonde du nombre.

Pour finir, nous avons émis l'idée que des fragilités touchant les habiletés requises pour la résolution de problème par analogie seraient en mesure d'entraver la construction des systèmes numériques chez l'enfant et, de ce fait, d'affecter la réussite aux tâches de transcodage. D'une part, l'observation de collégiens performants dans le maniement des codes conventionnels malgré des difficultés de raisonnement par analogie nous indique que des capacités requises pour ce type de raisonnement ne sont pas indispensables pour l'acquisition des systèmes numériques. D'autre part, certains collégiens présentent le profil inverse, ce qui montre que les difficultés durables dans les tâches de transcodage ne sont pas exclusivement attribuables à des difficultés de raisonnement par analogie.

Il n'est donc pas exclu que les capacités de raisonnement par analogie jouent un rôle dans l'acquisition des systèmes numériques. Mais il est difficile, dans le cadre de cette étude, d'affirmer qu'elles sont une condition nécessaire pour la compréhension des systèmes numériques et donc pour accéder à la maîtrise des activités de transcodage numérique.

BIBLIOGRAPHIE

- Baddeley, A. (1993). *La mémoire humaine : théorie et pratique*. Grenoble : Presses universitaires.
- Baddeley, A. (1996). Exploring the central executive. *Quarterly Journal of Experimental Psychology*, 49A, 5-28.
- Baddeley, A. (2000). The episodic buffer : A new component of working memory ? *Trends in Cognitive Sciences*, 4, 417-423.
- Barrouillet, P., & Camos, V. (2003). Savoirs et savoir-faire arithmétiques et leurs déficiences. In M. Kail et M. Fayol (Eds.), *Les sciences cognitives et l'école. La question des apprentissages* (pp. 307-351). Paris : PUF.
- Barrouillet, P., Camos, V., Perruchet, P., & Seron, X. (2004). ADAPT: A Developmental, Asemantic, and Procedural model for Transcoding verbal to Arabic numerals. *Psychological Review*, 111 (2), 368-394.
- Cauzinille-Marmèche, E., Mathieu, J. (1994). Généralisation des connaissances et résolution de problèmes. In : *L'année psychologique*. Vol. 94, n°3, pp. 461-484.
- Cauzinille-Marmèche, E., Mathieu, J., Weil-Barais, A. (1985). Raisonnement analogique et résolution de problèmes. In : *L'année psychologique*. Vol. 85, n°1, pp. 49-72.
- Censabella, S. (2000). *L'écriture des nombres sous dictée chez l'enfant. Etude qualitative et implication de la mémoire de travail*. Mémoire de licence non publié, Université de Liège, Liège, Belgique.
- Censabella, S., Kaufman, L., Lochy, A., & Delazer, M. (2005). Inhibition and transcoding numbers: Evidence from children with Attention Deficit with Hyperactivity Disorder.
- Charnay, R., & Dossat, L. (2006). Le nombre et l'école. In Barrouillet, P., & Camos, V. (Eds.), *La cognition mathématique chez l'enfant*. (pp.11-36). Marseille : Solal.

- Dessailly, P. (1992). *Le nombre - Réflexions pour un apprentissage fécond*. Isbergues, France : Ortho Edition.
- Didierjean, A. (2001). Apprendre à partir d'exemples : Abstraction de règles et/ou mémoire d'exemplaires. *L'année psychologique*, 101, 325-348.
- Fayol, M. (1990). *L'enfant et le nombre*. Neuchâtel : Delachaux et Niestlé.
- Fayol, M. (1994). Les petits chinois savent-ils mieux compter ? *Cerveau & Psycho*, 9.
- Fayol, M., Barrouillet, P., & Renaud, A. (1996). Mais pourquoi l'écriture des grands nombres est-elle aussi difficile ? *Revue de Psychologie de l'Education*, 3, 87-107.
- Fayol, M., & Camos, V. (2006). Langage et mathématiques. In Barrouillet, P., & Camos, V. (Eds.), *La cognition mathématique chez l'enfant*. (pp.117-144). Marseille : Solal.
- Fayol, M., Camos, V., & Roussel, J.-L. (2000). Acquisition et mise en œuvre de la numération par les enfants de 2 à 9 ans. In M. Pesenti et X. Seron (Eds.), *Neuropsychologie des troubles du calcul et du traitement des nombres* (pp. 33-58). Marseille : Solal.
- Fuson, K.C., Richards, J., & Briars, D.J. (1982). The acquisition and elaboration of the number word sequence. In C.J. Brainerd (Ed.), *Children's logical and mathematical cognition: Progress in cognitive developmental research* (pp. 33-92). New York: Springer-Verlag.
- Gelman R., & Gallistel, C. (1978). *The child's understanding of number*. Cambridge, MA: Harvard University Press.
- Gentner, D. (1983). Structure Mapping: A theoretical framework for analogy. *Cognitive Science*, 7, 155-170.
- Gentner, D. (1989). The mechanisms of analogical learning, In Vosniadou S. & Ortony, A. (Eds.), *Similarity and Analogical Reasoning*, New York, Cambridge University Press, 199-241.
- Gil, R. (2006). *Neuropsychologie*. Paris: Masson.
-

-
- Ginsburg, H.P., & Russell, R.L. (1981). Social class and racial influences on early mathematical thinking. *Monographs of the Society for Research in Child Development*, 46 (6), 69.
- Guedj, D. (1996). *L'empire des nombres*. Paris : Gallimard.
- Guitel, G. (1975). *Histoire comparée des numérations écrites*. Paris : Flammarion.
- Halford, G.S. (1993). *Children's understanding: The development of mental models*. Hillsdale (NJ): Erlbaum.
- Hurfurd, J. (1987). *Language and number. The emergence of a cognitive system*. New York : Blackwell.
- Ifrah, G. (1994). *Histoire universelle des chiffres. L'intelligence des hommes racontée par les nombres et le calcul*. 2 vol., Ed. Robert Lafont, Paris.
- Jarlegan, A., Fayol, M., & Barrouillet, P. (1996). De soixante-douze à 72, et inversement: Une étude du transcodage chez les enfants de 7ans. *Revue de Psychologie de l'Education*, 1, 109-131.
- Lemer, C. (2004). La neuropsychologie du calcul. In *Troubles spécifiques des apprentissages – L'état des connaissances – Livret Calcul*, (pp.11-16). Paris : Signes Editions.
- Lochy, A., & Censabella, S. (2005). Le système symbolique arabe : acquisition, évaluation, et pistes rééducatives. In Noël M.-P. (Ed.), *La dyscalculie – Trouble du développement numérique de l'enfant*. (pp. 77-104), Marseille : Solal.
- Lochy, A., Domahs, F., Bartho, L., & Delazer, M. (2004). Specific order impairment in Arabic numbers writing: A case-study. *Cognitive Neuropsychology*, 21, 555-575.
- Mazeau, M. (2005). *Neuropsychologie et troubles des apprentissages*. Paris : Masson.
- Ministère de l'éducation nationale (2007). *Qu'apprend-on à l'école élémentaire ?*, CNDP, Xo Editions.
- Noël M.-P. (2005). Le transcodage chez l'enfant. In Van Hout, A., Meljac, C. & Fischer, J.-P. (Eds), *Troubles du calcul et dyscalculies chez l'enfant*. 2^{ème} édition, (pp. 111-122), Paris : Masson.
-

-
- Noël M.-P. (2005). La représentation sémantique du nombre : son développement et ses troubles. In Noël M.-P. (Ed.), *La dyscalculie – Trouble du développement numérique de l'enfant*. (pp. 105-138), Marseille : Solal.
- Pesenti, M., & Rousselle, L. (2005). Les procédures de quantification chez l'enfant. In Van Hout, A., Meljac, C. & Fischer, J.-P. (Eds.), *Troubles du calcul et dyscalculies chez l'enfant*. 2^{ème} édition, (pp. 92-110), Paris : Masson.
- Piaget, J., & Szeminska, A. (1972). *La genèse du nombre chez l'enfant* (1941). Neuchâtel : Delachaux & Niestlé.
- Power, J., & Dal Martello, M. (1990). The dictation of Italian numerals. *Language and Cognitive Processes*, 5, 237-254.
- Power, R., & Dal Martello, M. (1997). From 834 to eighty thirty four: The reading of Arabic numerals by seven-year-old children. *Mathematical Cognition*, 3, 63-85.
- Power, R., & Longuet-Higgins, H. (1978). Learning to count: A computational model of language acquisition. *Proceedings of the Royal Society of London, B* 200, 391-417.
- Rousselle, L. (2005). Le point sur la question des compétences numériques précoces. In Noël M.-P. (Ed.), *La dyscalculie – Trouble du développement numérique de l'enfant*. (pp. 15-40), Marseille : Solal.
- Seron, X., Deloche, G., & Noël, M.-P. (1991). Un transcodage des nombres chez l'enfant : la production des chiffres sous dictée. In Bideaud J., Meljac, C., & Fischer, J.-P. (Eds.), *Les chemins du nombre*, Villeneuve d'Ascq, Presses universitaires de Lille.
- Seron, X., & Fayol, M. (1994). Number transcoding in children : A functional analysis. *British Journal of Developmental Psychology*, 12, 281-300.
- Seron, X., & Lochy, A. (2005). La neuropsychologie des troubles du calcul de l'adulte. In Van Hout, A., Meljac, C. & Fischer, J.-P. (Eds.), *Troubles du calcul et dyscalculies chez l'enfant*. 2^{ème} édition, (pp.53-75), Paris : Masson.
- Seron, X., & Noël, M.-P. (1995). Transcoding numbers from the Arabic code to the verbal one or vice versa: how many routes ? *Mathematical Cognition*, 1, 215-245.
-

- Seron, X., Noël, M.-P., & Van Del Elst, G. (1997). *Where do Arabic number reading errors come from ?* Presentation on the VIIIth European Conference on Developmental Psychology, Rennes.
- Seron, X., Van Lil, M., & Noël, M.-P. (1995). La lecture de numéraux arabes chez des enfants en première et en deuxième année primaire : recherche exploratoire. *Archives de Psychologie*, 63, 269-300.
- Van Hout, G. (2005). L'apprentissage des nombres naturels. In Van Hout, A., Meljac, C. & Fischer, J.-P. (Eds.), *Troubles du calcul et dyscalculies chez l'enfant*. 2^{ème} édition, (pp.9-40), Paris : Masson.
- Wang, J., & Lin, E. (2005). Comparative studies on US and Chinese mathematics learning and the implications for standards-based mathematics teaching reform. *Educational Researcher*, 34, 3-13.

ANNEXES

ANNEXES

Test de transcodage numérique pour collégiens :

Epreuve 1.....	135
Epreuve 2.....	136
Epreuve 3.....	137
Epreuve 4.....	138
Epreuve 5.....	139
Epreuve 6.....	140
Epreuve 7.....	141
Epreuve 8.....	142
Consignes de passation et de correction.....	143
Planches des « progressive matrices » de Raven.....	145

EPREUVE 1 : (du code verbal oral au code verbal écrit)

Ecrire en lettres les nombres que je dis.

Quand je dis /*quarante-deux*/ tu écris **quarante-deux** avec des mots

1°) _____

2°) _____

3°) _____

4°) _____

5°) _____

EPREUVE 2 : (du code analogique au code verbal écrit)

Voici un code :

	: un
□	: dix
○	: cent
◆	: mille
∞	: dix mille
@	: cent mille
\$	: un million

Ecrire en lettres les nombres qui correspondent à chaque code

Voici un exemple : □□□□ | : **Quarante et un**

1°) \$\$\$@○○□□□□□□ | | : _____

2°) @@◆◆○○□□□ | | | | : _____

3°) ∞∞∞∞∞◆◆◆○○○○□□ | | | | : _____

4°) @@@@@@@@@ | | | : _____

5°) \$\$@∞◆○□ | | : _____

EPREUVE 3 : (du code verbal écrit au code arabe)

Écrire en chiffres les nombres qui sont écrits en lettres

Voici un exemple : Quarante-trois : 43

1°) Deux cent mille huit cent vingt : _____

2°) Deux cent huit mille cent vingt : _____

3°) Trente huit mille deux : _____

4°) Huit millions quatre-vingt mille deux cents : _____

5°) Cent soixante mille deux cent quatorze : _____

EPREUVE 4 : (du code verbal oral au code arabe)

Ecrire en chiffres les nombres que je dis.

Quand je dis */quarante-deux/* tu écris **42** avec des chiffres

1°) _____

2°) _____

3°) _____

4°) _____

5°) _____

EPREUVE 5 : (du code verbal oral à l'analogique)

Voici un code :

	: un
□	: dix
○	: cent
◆	: mille
∞	: dix mille
@	: cent mille
\$	: un million

Ecrire avec le code les nombres que je vais dire

Si je dis **42**, il faut écrire : □□□□ | |

1°) _____

2°) _____

3°) _____

4°) _____

5°) _____

EPREUVE 6 : (du code arabe au code analogique)

Voici un code :

	: 1
□	: 10
○	: 100
◆	: 1 000
∞	: 10 000
@	: 100 000
\$	: 1 000 000

Ecrire avec le code les nombres qui sont écrits ci-dessous

Voici un exemple : 42 : □□□□ | |

1°) 254801 : _____

2°) 2705341 : _____

3°) 6127015 : _____

4°) 4000000 : _____

5°) 108 204 : _____

EPREUVE 7 : (du code verbal écrit au code analogique)

Voici un code :

	: un
□	: dix
○	: cent
◆	: mille
∞	: dix mille
@	: cent mille
\$	: un million

Ecrire avec le code les nombres qui sont écrits en lettres

Voici un exemple : **quarante-trois** : □□□□ | | |

1°) Six mille douze : _____

2°) Huit cent mille six cent trente-deux : _____

3°) Deux cent deux mille deux cent trente-six : _____

4°) Cinquante-quatre mille cinq cent vingt-cinq : _____

5°) Deux millions cent onze mille cent douze : _____

EPREUVE 8 : (du code analogique au code arabe)

Voici un code :

	: 1
□	: 10
○	: 100
◆	: 1 000
∞	: 10 000
@	: 100 000
\$	: 1 000 000

Ecrire en chiffres le nombre qui correspond à chaque code

Voici un exemple : □□□□ | : **41**

1°) ◆◆◆◆◆○○○○○○□□□□ | | : _____

2°) \$@@◆◆◆○○□ | : _____

3°) @@@@@∞∞∞∞∞∞∞∞∞○○○○○○ | | : _____

4°) \$\$\$\$@@@□□□□ : _____

5°) ∞∞◆◆◆◆◆○○□□ | : _____

Consignes pour la passation du test de Transcodage Numérique pour Collégiens (protocole d'évaluation).

Voici la liste des épreuves et les consignes éventuelles quand elles ne sont pas sur la feuille de l'épreuve.

- L'adolescent lit seul les consignes qui sont sur la feuille.
- Il n'y a pas de limite de temps pour la réalisation des épreuves.
- Il est important de respecter l'ordre de passation des épreuves. En revanche, les items au sein de chaque épreuve peuvent être abordés selon un ordre indifférencié.
- Lorsque le code d'entrée correspond au code verbal oral, il est autorisé de répéter le nombre dicté aussi souvent que nécessaire mais en le répétant entièrement à chaque fois.

Epreuve 1 : du code verbal oral au code verbal écrit.

Voici les nombres à dicter :

- 30 013
- 2 581 384
- 1 700 481
- 907 402
- 97 074

Epreuve 2 : du code analogique au code verbal écrit.

Epreuve 3 : du code verbal écrit au code arabe.

Epreuve 4 : du code verbal oral au code arabe.

Voici les nombres à dicter :

- 368 249
- 98 001
- 54 670 040
- 725 029
- 69 509

Epreuve 5 : du code verbal oral au code analogique.

Voici les nombres à dicter :

- 8 775
- 18 007
- 580 781
- 970 024
- 2 001 208

Epreuve 6 : du code arabe au code analogique.

Epreuve 7 : du code verbal écrit au code analogique.

Epreuve 8 : du code analogique au code arabe.

NOTATION

- Les confusions et les « fautes » d'orthographe sont tolérées car on analyse le nombre.
- Le point de l'item sera refusé dans les cas suivants :
 - Le nombre est erroné : soit en raison d'un comptage de signes incorrect, soit lorsqu'un mot est mis pour un autre.
 - La syntaxe du nombre est incorrecte : la production doit correspondre à un nombre qui existe.
- Chaque épreuve est notée sur 5 ; chaque item réussi valant 1.

PLANCHES des « Progressive matrices » de
RAVEN

CONSIGNE :

Dans chacun des dessins suivants, il manque un morceau.

Le morceau qui manque se trouve parmi les 8 morceaux qui sont proposés.

Il faut entourer la bonne réponse.

PLANCHE 8

8

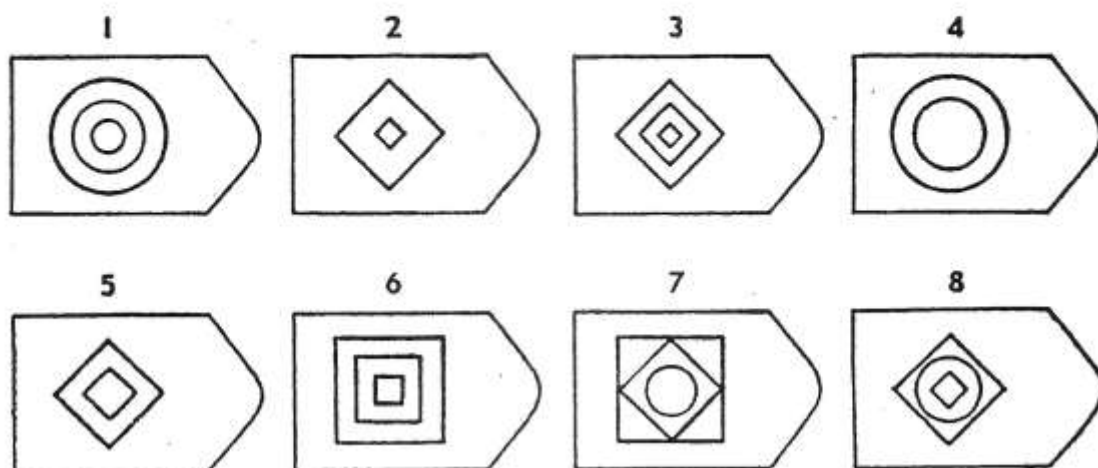
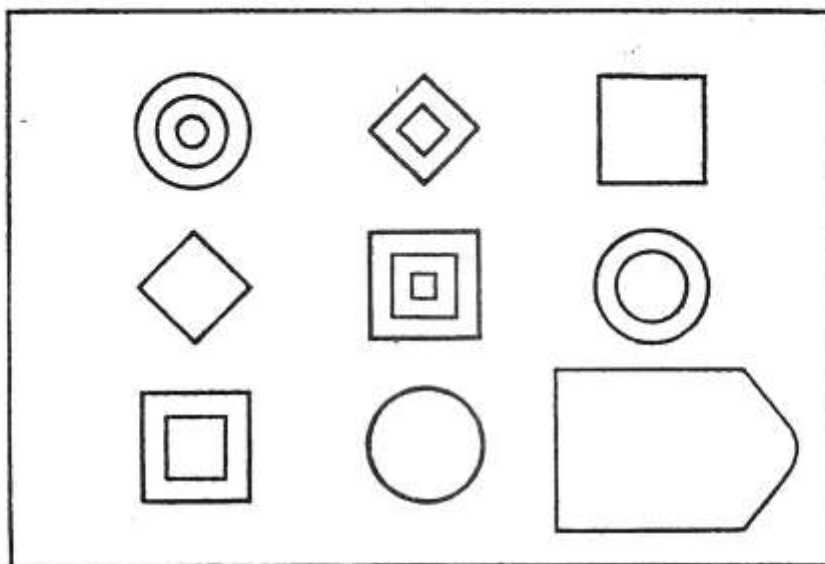


PLANCHE 11

11

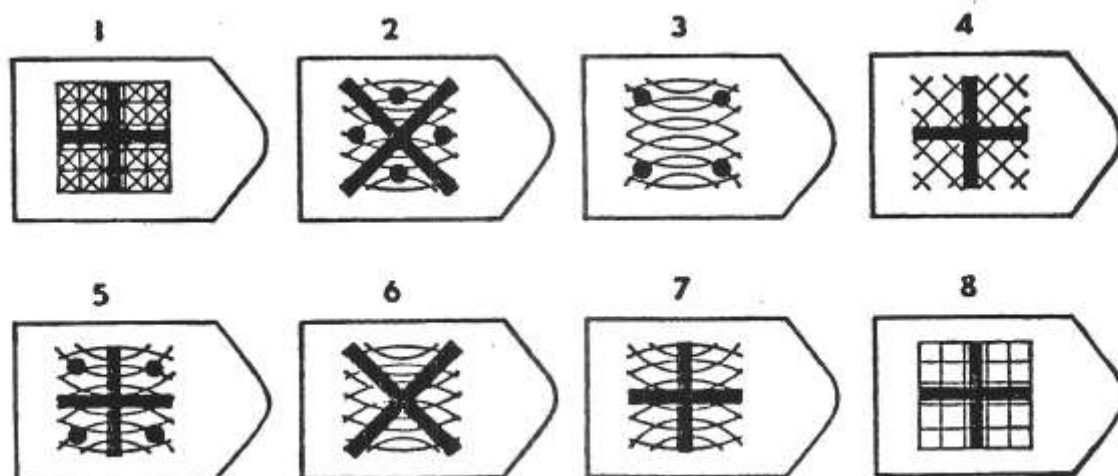
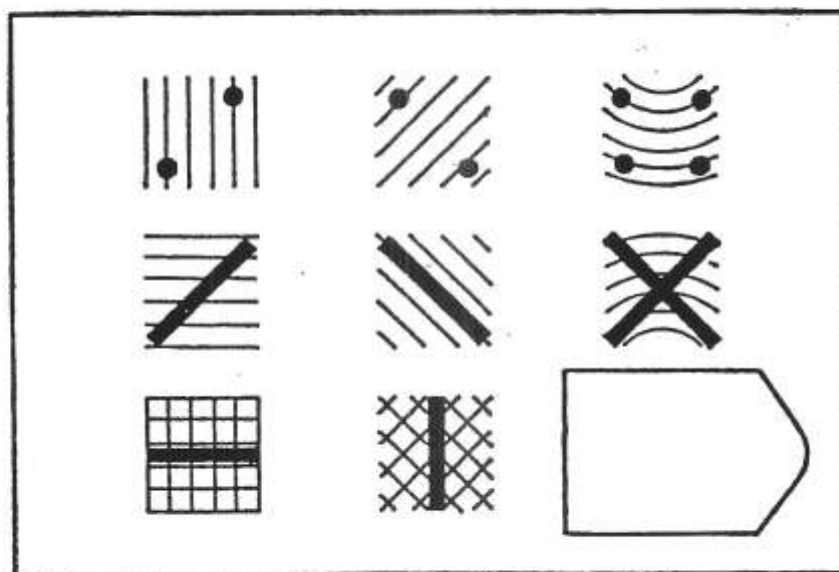


TABLE DES ILLUSTRATIONS

Tableaux : Difficulté, discrimination, cohérence et fiabilité

Epreuve 1	67
Epreuve 2	69
Epreuve 3	72
Epreuve 4	75
Epreuve 5	78
Epreuve 6	81
Epreuve 7	84
Epreuve 8	87
Matrice des coefficients de corrélation par rang rhô de Spearman.....	91
Cohérence et fiabilité du test de TNC.....	92
Moyennes des scores obtenus aux épreuves selon les niveaux scolaires.....	93
Analyse de la variance de ‘score total test’ selon les niveaux scolaires.....	95
Arborescence des contrastes.....	96
Répartition des collégiens selon leur niveau scolaire et leur score total au test de TNC	97
Répartition des collégiens selon leur score total au TNC, après normalisation.....	99
Répartition des collégiens selon leur score total au PM38.....	101
Pourcentages de réussite pour chaque planche du PM38 selon les niveaux scolaires.....	102
Corrélations entre les performances aux épreuves du PM38 et aux épreuves du test de TNC.....	103
Répartition des moyennes obtenues aux épreuves du TNC selon les performances aux PM38.....	105
Répartition des moyennes obtenues aux épreuves contenant le code conventionnel selon les moyennes aux épreuves contenant le code analogique.....	106

TABLE DES MATIERES

Sommaire	4
Introduction	6
 PARTIE THEORIQUE	 8
1. La numération	9
1.1. Avant propos.....	9
1.2. Approche historique.....	10
1.3. Notre système de numération.....	14
1.3.1. Le système des numéraux verbaux.....	14
1.3.2. Le système des numéraux arabes.....	18
2. Le transcodage numérique	19
2.1.Définition.....	19
2.2. Les modèles classiques du transcodage numérique chez l'adulte.....	20
2.2.1. Le modèle sémantique de Mc Closkey, Caramazza et Basili.....	20
2.2.2. Le modèle de Deloche et Seron.....	23
2.2.3. Le modèle du triple code de Dehaene.....	25
3. Le développement	26
3.1.L'acquisition de la numération.....	26
3.1.1. Construction numérique et apprentissage de la numération...	26
3.1.2. La chaîne numérique verbale.....	29
3.1.3. Apprentissage de la numération écrite.....	31
3.2. Le transcodage numérique en psychologie du développement.....	34
3.2.1. Le modèle de Power et Dal Martello.....	34
3.2.2. Le modèle ADAPT de Barrouillet, Camos, Perruchet et Seron.....	36
4. Les difficultés dans la maîtrise du transcodage	38

4.1. Acquisition des techniques de transcodage et types d'erreurs.....	39
4.1.1. Passage du code verbal oral au code arabe.....	39
4.1.2. Passage du code arabe au code verbal oral.....	42
4.1.3. Transcodage et code analogique.....	43
4.2. Influence de la structure de la langue.....	45
4.3. Les difficultés liées aux marqueurs séparateurs.....	46
4.4. La difficulté des zéros.....	48
4.5. Les difficultés de mémoire et d'inhibition.....	49
5. Le raisonnement par analogie et la généralisation des connaissances	51
 PROBLEMATIQUE ET HYPOTHESE	 54
Problématique.....	55
Hypothèses.....	56
 EXPERIMENTATION	 57
 PRESENTATION DES RESULTATS	 61
1. Validation statistique interne.....	62
1.1. Structuration des épreuves.....	63
1.2. Structuration du test.....	91
1.3. Etude de la chrono-cohérence.....	94
2. Etalonnage	98
3. Corrélations entre performances aux épreuves du PM38 et aux épreuves du test de TNC.....	101
 DISCUSSION DES RESULTATS	 107
1. Evaluation des qualités métriques du test de TNC.....	108
2. Compétences et difficultés observées chez les collégiens.....	109
2.1. Performances aux épreuves n'incluant que les codes conventionnels.....	110

2.2. Performances aux épreuves contenant le code analogique.....	112
2.2.1. Traitement du code verbal.....	113
2.2.2. Traitement du code arabe.....	115
2.3. Bilan des capacités des collégiens.....	116
3. Commentaires sur la structuration du test.....	118
3.1. Suggestions d'items.....	118
3.2. Structure du test et ordre de passation des épreuves.....	119
3.3. Etalonnage.....	121
4. Etude des corrélations avec les PM38.....	122
4.1. Rappel de la problématique et des hypothèses.....	122
4.2. Interprétation des résultats.....	123
CONCLUSION	126
BIBLIOGRAPHIE	128
ANNEXES	133
Table des illustrations.....	148
Table des matières.....	149

RESUME

Ce mémoire repose sur l'étude des capacités de transcodage numérique des collégiens, appliqué aux grands nombres. Le Test de Transcodage Numérique pour Collégien (TNC) constitue l'assise de ce travail qui se décline selon trois axes. Notre premier objectif consistait en la validation statistique interne et en l'étalonnage du test. En second lieu, nous souhaitions mener des analyses qualitative et quantitative des erreurs. Pour finir, notre recherche avait pour but d'apporter un éclairage quant au lien entre les difficultés rencontrées par les collégiens dans l'activité de transcodage et les capacités de raisonnement par analogie requises lors de la résolution de problème. Le traitement de ce dernier point fait particulièrement appel aux épreuves à caractère analogique, présentes au sein du test de TNC. L'observation a été conduite, sous forme de passations collectives, auprès de 191 collégiens tout-venant, répartis selon des quatre niveaux scolaires, de la 6^{ème} à la 3^{ème}. L'expérimentation repose sur un protocole composé du test de TNC et d'une série d'items extraits des « Progressive matrices » de Raven.

Les résultats obtenus montrent que le test de TNC constitue un outil pertinent pour l'évaluation des performances des collégiens dans ce domaine. L'analyse des productions révèle des fragilités tant dans le maniement du code verbal que dans celui du code arabe, et notamment dans le traitement des groupements numériques appartenant à la classe des mille. La comparaison des résultats entre les niveaux scolaires montre également que les performances au test sont de nature à évoluer avec l'âge. Enfin, les corrélations entre les performances aux épreuves du PM38 et celles aux épreuves du test de TNC à caractère analogique révèlent une relation forte, linéaire et positive. Nous en concluons que les collégiens présentant une difficulté dans les tâches de résolution de problème en rencontrent également dans celles incluant le code analogique.

MOTS-CLES

NUMERATION – TRANSCODAGE – COLLEGIENS – EVALUATION - OUTIL –
VALIDATION - RAISONNEMENT PAR ANALOGIE

ABSTRACT

This paper is based on the study of digital transcoding capabilities of secondary school pupils, applied to large numbers. The test for TNC is the foundation of this work, which is divided into three parts. Our first objective was to conduct internal statistical validation and calibration of this test. Second, we wanted to conduct qualitative and quantitative analysis of errors. Finally, our research was to shed light on the connection between the difficulties in digital transcoding and reasoning by analogy in problem solving. Treatment of this last point is particularly appeal to test analog nature, present in the test TNC. The observation was conducted, from collective evaluations, with 191 teenagers aged between eleven and sixteen. The experiment is based on a protocol consisting of the TNC and items extracted from *Raven's Progressive Matrices*. The results obtained show that the test "TNC" is a useful tool for assessing the performance of secondary school pupils in this area. The analysis of productions reveals both weaknesses in the use of numbers-words and Arabic numbers, especially in the treatment of digital groups belonging to the class of thousands. The comparison of results between grades also shows that the performances are likely to change with age. Finally, the correlations between the PM38 performances and test analog nature reveal a strong relationship, linear and positive. We conclude that secondary school pupils who have difficulty problem solving, have also in the test analog nature.

KEYWORDS

NUMERATION – TRANSCODING- SECONDARY SCHOOL - EVALUATION SKILLS -
TESTING TOOL EVALUATION- REASONING BY ANALOGY
