

Thèse de Doctorat

Martin GÉHAN

*Mémoire présenté en vue de l'obtention du
grade de Docteur de l'Université de Nantes
sous le label de l'Université de Nantes Angers Le Mans*

École doctorale : Sciences et technologies de l'information, et mathématiques

Discipline : Informatique et applications, section CNU 27
Unité de recherche : Ecole des Mines de Nantes (EMN)

Soutenue le 14 octobre 2014

Contribution à l'intégration des processus de planification de la production et de la maintenance en contexte incertain

JURY

Rapporteurs :	M^{me} Sylvie NORRE , Professeur, Université Blaise Pascal M. Stéphane DAUZÈRE-PÉRES , Professeur, Ecole des Mines de Saint-Etienne
Examineurs :	M^{me} Céline GICQUEL , Maître de conférences, IUT d'Orsay M^{me} Caroline THIERRY , Professeur, Université Jean Jaurès M. Samir LAMOURI , Professeur, Arts et métiers ParisTech M. Najib NAJID , Maître de conférences, Université de Nantes
Directeur de thèse :	M. Bruno CASTANIER , Maître assistant, Ecole des Mines de Nantes
Co-encadrant de thèse :	M. David LEMOINE , Maître assistant, Ecole des Mines de Nantes

Remerciements

Je souhaite remercier en premier lieu Bruno Castanier et David Lemoine pour leur encadrement. Je pense notamment à leur disponibilité, à leur écoute, et leur patience. Merci pour les conseils que vous m'avez donnés tout au long de ce doctorat, pour votre confiance, et votre soutien. Afin de ne pas irriter les puristes des remerciements, je tiens à citer les moments passés à encenser les dieux de David, et les discussions rugby avec Bruno. Aussi je garderai en souvenir de ces trois années la magnifique tasse Total que m'a offert Bruno à mon arrivée, son soutien fut également inconditionnel. Merci pour tout.

Un autre merci très chaleureux à Sylvie Norre et Stéphane Dauzère-Pérés qui me font l'honneur de rapporter mes travaux, et à Caroline Thierry, Céline Gicquel, Samir Lamouri et Najib Najid qui ont accepté de faire partie de mon jury de thèse.

Je remercie les membres du département SLP pour m'avoir aider par leurs conseils, mais aussi pour le nombre incalculable de carambars et autres mi-cho-ko qu'ils m'ont fait engoutir (à ce titre je pense que je peux également remercier les cuisiniers de la Sodexo). J'ai une pensée pour les doctorants que j'ai côtoyé pendant mes trois ans à l'EMN : Juliette, les deux Renaud, Victor, Carlos, German, Agnès qui m'a aidé à lutter contre les mécanismes administratifs les plus vicieux, Tanguy contre qui la bataille de celui qui arriverait le plus tôt au bureau fut rude, Philippe avec ses rapports quotidiens sur la qualité des bus 72/76, Axel avec nos discussions ô combien philosophiques, Thomas le roi des bons plans sans qui je ne serais pas parti en semaine de formation intensive à Tignes, et Boutros, avec qui j'ai passé de bons moments.

Je pense également à ma famille qui s'est toujours enquis de mon avancement, de mon moral, et qui m'a toujours encouragé. A mes amis, mes colocataires de la 2b9 qui m'ont permis de me changer les idées ! Et notamment à Remi, qui m'a aidé tout au long de ma première année.

Et un gros merci à Mathilde, qui s'est vraiment intéressé à ce que je faisais, qui m'a soutenu, réconforté, écouté et supporté pendant les moments de doute.

Une énorme pensée pour Maman.

Table des matières

Remerciements	i
Table des matières	i
Liste des figures	vii
Liste des tableaux	ix
Introduction générale	1
 I Problématique de la planification de la production et de la maintenance	 5
1 Enjeux de la planification de la production	7
1.1 Introduction	7
1.2 Le management de la chaîne logistique	7
1.3 De la méthode MRP à MRP II	11
1.3.1 Présentation	11
1.3.2 Limites	14
1.4 Gestion de la capacité de production	15
1.4.1 Concept de capacité	16
1.4.2 Équilibrage entre charge et capacité	17
1.5 Conclusion	17
 2 Modèles de planification et présentation de la maintenance	 19
2.1 Introduction	19
2.2 Les principaux modèles mathématiques de planification tactique	20
2.2.1 Demande constante	21
2.2.2 Demande variable	23
2.3 Introduction à la maintenance	26
2.3.1 Présentation de la maintenance	26
2.3.2 Actions de maintenance	27
2.4 Modélisation mathématique de la maintenance	30
2.4.1 Modélisation du vieillissement du système	30
2.4.2 Modélisation des défaillances	31
2.4.3 Politiques de maintenance	34

2.5	Critères d'évaluation de la qualité de l'intégration de la maintenance dans le processus de planification	36
2.6	Conclusion	39
3	Etat de l'art sur l'intégration de la maintenance au sein du processus de planification tactique	41
3.1	Introduction	41
3.2	Classification des modèles conjoints de planification tactique et de planification de la maintenance	42
3.3	Présentation et analyse des modèles de la littérature	43
3.3.1	Analyse des modèles basés « lot économique »	43
3.3.2	Analyse des modèles basés « taille de lots »	49
3.4	Conclusion	53
4	Objectifs des travaux	55
4.1	Introduction	55
4.2	Analyse de la problématique générale vis-à-vis de la bibliographie	55
4.3	Cadre de l'étude et positionnement par rapport à la littérature	57
4.4	Objectifs des travaux	58
II	Couplage des processus de planification et de maintenance	59
5	Modélisation d'un problème mono-produit	63
5.1	Introduction	63
5.2	Formulation du problème	64
5.2.1	Problème de planification	64
5.2.2	Hypothèses relatives à la maintenance	65
5.2.3	Formulation générale du problème	67
5.3	Construction du critère de décision	69
5.3.1	Construction du processus de décision Markovien	70
5.3.2	Description du coût total	77
5.4	Conclusion	77
6	Résolution du problème mono-produit	79
6.1	Introduction	79
6.2	Mise en œuvre de la programmation dynamique stochastique	80
6.2.1	Hypothèses pour l'utilisation de la programmation dynamique stochastique	80
6.2.2	Fonctionnement de la méthode	80
6.2.3	Tests et limites de la méthode	82
6.2.4	Analyse des solutions	85
6.3	Méthode de décisions dynamique	88
6.3.1	Obtention d'un plan de production	88
6.3.2	Politique décisionnelle	89
6.3.3	Comparaison avec la programmation dynamique stochastique	90
6.4	Heuristique de décisions tactiques	91

6.4.1	Algorithme de décisions dynamiques	91
6.4.2	Comparaison avec la programmation dynamique stochastique	92
6.4.3	Conclusion	94
7	Extension au cas multi-produits	95
7.1	Introduction	95
7.2	Formulation du problème	95
7.2.1	Construction du processus de décision	96
7.2.2	Description du coût total	102
7.3	Méthodes de résolution	102
7.3.1	Obtention d'un plan de production	102
7.3.2	Algorithme de décision dynamique	103
7.4	Conclusion	104
III	Intégration de critères de performance de la planification conjointe de la production et de la maintenance	107
8	Cas multi-produits avec contrainte de disponibilité	111
8.1	Introduction	111
8.2	Description du problème et formulation mathématique	112
8.2.1	Formulation du problème	112
8.2.2	Formulation mathématique de la contrainte de δ -disponibilité	114
8.2.3	Modélisation en programme linéaire	115
8.3	Développement et évaluation de méthodes de résolution	120
8.3.1	Simplification du problème d'optimisation	120
8.3.2	Etude des performances de la résolution par solveur	121
8.3.3	Etude de sensibilité autour de la contrainte de disponibilité	123
8.3.4	Conclusion	124
9	Cas multi-produits avec contrainte de faisabilité	127
9.1	Introduction	127
9.2	Description du problème et formulation mathématique	128
9.2.1	Formulation du problème	128
9.2.2	Construction d'un modèle linéaire	129
9.3	Développement de méthodes de résolution	135
9.3.1	Analyse de performance de résolution par la programmation linéaire	135
9.3.2	Création d'une heuristique pour la résolution	136
9.4	Evaluation de la méthode et analyse de sensibilité	141
9.4.1	Limites de la méthode	142
9.4.2	Analyse de sensibilité pour le paramètre ε	142
9.4.3	Analyse de sensibilité pour le paramètre nb_{essais}	145
9.4.4	Conclusion	145
	Conclusion générale	147

Table des figures

1.1	Exemple de chaîne logistique	8
1.2	Maison du management de la chaîne logistique [69]	8
1.3	Des progiciels complémentaires [1]	10
1.4	La structure hiérarchique de planification MRP II [72]	13
1.5	Synchronisation de la capacité via la fonction CRP [9]	15
1.6	Exemple de situations de déséquilibre [9]	16
2.1	Classification des problèmes de planification tactique mono-site	20
2.2	Evolution du niveau de stock au cours du temps	22
2.3	Evolution des coûts en fonction de la quantité Q	22
2.4	Les différentes actions de maintenance curative	28
2.5	Evolution du coût total de la maintenance en fonction du nombre d'interventions préventives	29
2.6	Changement d'état d'un système à deux états	32
2.7	Vieillessement aléatoire discret d'un système et défaillance par seuil	33
2.8	Vieillessement déterministe discret d'un système et défaillance aléatoire d'un système	33
2.9	Variation de disponibilité en fonction de la fréquence de maintenance préventive	38
3.1	Classification des problèmes de planification conjointe	42
5.1	Evolution du taux de défaillance en fonction de l'âge du système	67
5.2	Illustration des décisions possibles pour un état	74
5.3	Exemple simple de successions d'états-décisions pour une période	75
6.1	Evolution du nombre moyen d'états en fonction de la capacité	84
6.2	Evolution du temps de résolution moyen en fonction de la capacité	85
8.1	Intersection entre la courbe de disponibilité et le seuil δ	115
9.1	Algorithme de l'heuristique	137
9.2	Processus itératif de modification de la capacité de production en vue de l'obtention d'un plan ε -faisable	140
9.3	Illustration de l'évolution des valeurs a_{max} étudiées	141
9.4	Pourcentage d'instances résolues en fonction de la valeur ε	143
9.5	Valeurs du coût moyen de la production en fonction du paramètre ε	144
9.6	Evolution du nombre moyen de maintenances préventives en fonction du paramètre ε	144

Liste des tableaux

6.1	Valeurs des paramètres utilisés pour les tests	84
6.2	Evolution du nombre moyen d'états et du temps de résolution moyen par instance en fonction de la capacité des périodes des instances	84
6.3	Age moyen du système lors de la mise en œuvre de maintenances préventives, écart type et âge idéal	87
6.4	Proportions de maintenances placées en début, en fin et à la fois en début et fin de période	87
6.5	Comparaison du coût total de la production pour la méthode de décisions dynamiques avec l'optimal	90
6.6	Comparaison du coût total de la production pour la méthode heuristique avec l'optimal	93
6.7	Comparaison du coût total de la production pour la méthode heuristique avec la méthode de décisions dynamiques	93
8.1	Valeurs des paramètres utilisés pour les tests	121
8.2	Pourcentage d'instances résolues pour chaque groupe avec $\delta = 0$	122
8.3	Pourcentage d'instances résolues pour chaque groupe avec $\delta = 0,8$	122
8.4	Pourcentage d'instances résolues pour chaque groupe	123
8.5	Valeurs du coût moyen de la production en fonction des paramètres δ avec $L = 10 \text{ min}$	124
8.6	Valeurs du coût moyen de la production en fonction des paramètres δ avec $L = 60 \text{ min}$	124
9.1	Valeurs des paramètres utilisés pour les tests	142
9.2	Pourcentage d'instances résolues en fonction de la valeur ε	142
9.3	Valeurs du coût moyen de la production en fonction du paramètre ε	143
9.4	Nombre moyen de maintenances préventives en fonction du paramètre ε	144
9.5	Pourcentage d'instances résolues en fonction de la valeur ε et nb_{essais}	145
9.6	Valeurs du coût moyen de la production en fonction des paramètres ε et nb_{essais}	145

Introduction générale

A l'époque actuelle, l'optimisation du fonctionnement de l'entreprise est vitale pour assurer sa pérennité dans un milieu toujours plus compétitif. Dans le cadre d'entreprises manufacturières, cette optimisation passe par le management de la chaîne logistique, dont le but est d'assurer la rentabilité de celle-ci. Il s'agit de garantir une bonne productivité de l'entreprise en vue de répondre correctement en terme de coûts, de délai, et de qualité à la demande du marché.

Le management de la chaîne logistique implique plusieurs activités [69] de plusieurs services de l'entreprise. Parmi ces activités, la planification de la production joue un rôle majeur dans l'organisation de l'entreprise, au niveau tactique comme au niveau opérationnel. L'optimisation de la planification de la production d'un système industriel a pour but de fournir des plans de production (c'est-à-dire le calcul des quantités à produire et à stocker) capables de satisfaire les demandes des clients, tout en minimisant les coûts liés à la production. La bonne réalisation de ces activités est complexe, celle-ci nécessite d'une part une estimation correcte de nombreux paramètres tels que la demande ou la capacité de production, et d'autre part une aide à la décision que peut fournir des progiciels de « Gestion de la Production Assistée par Ordinateur » tels que les « Enterprise Resource Planning ». Ces logiciels ont pour vocation d'assurer la coordination des différentes fonctions de l'entreprise. Cependant, il apparaît que la fonction de maintenance du système de production est souvent décorrélée de celle de la planification de la production [69]. Or la maintenance est un outil indispensable pour le maintien de l'outil de production en condition opérationnelle (celui-ci doit être entretenu régulièrement et réparé en cas de défaillance) et donc pour assurer la compétitivité de l'entreprise.

L'ensemble des activités de maintenance qui vont être mises en œuvre au cours de la production consommera de la capacité initialement dédiée à la production. De plus, la dégradation croissante du système augmentera la probabilité d'occurrence de défaillances au cours de la production. Cependant, cet impact n'est traditionnellement pas pris en compte lors de la planification de la production, bien que susceptible de remettre en compte la

faisabilité des plans de production établis. Ainsi, la réponse à la demande peut être compromise. Il convient dès lors de s'interroger sur les liens entre ces domaines, et de s'intéresser plus particulièrement aux conséquences de l'un sur l'autre pour cette ressource partagée. Le manque actuel de prise en compte de l'impact de la maintenance sur la planification de la production motive le développement de nouvelles méthodes de planification conjointes. L'objectif est de construire des solutions robustes aux aléas liés aux défaillances du système.

Dans cette thèse, nous nous intéressons au développement de nouveaux modèles de planification conjointe. Notre but est de développer des méthodes de résolution capables de fournir à la fois un plan de production et une politique de maintenance tenant compte des aléas liés aux défaillances, via le partage de la capacité du système entre ces deux services. A partir de ces méthodes, nous souhaitons formuler des règles générales de « bonne pratique » concernant la maintenance du système.

Le manuscrit est organisé en trois parties, de la manière suivante :

- la première partie concerne la définition du contexte de nos travaux. Dans le premier chapitre nous y présentons les grands principes du management de la chaîne logistique, et en particulier de la planification de la production. Nous soulèverons alors un problème afférant à l'estimation de la capacité du système lors du processus de planification de la production. Nous exposerons dans un deuxième chapitre les principaux modèles de planification tactique et de maintenance de la littérature, et définirons des critères de performances relatifs à l'évaluation de leur mise en œuvre conjointe. Nous dresserons ensuite un état de l'art des problèmes de planification conjointe de ces deux disciplines afin d'en dégager des axes de recherches. Le quatrième chapitre de cette partie sera voué à la présentation de nos objectifs,
- l'objectif de la deuxième partie est la construction de premiers modèles de planification conjointe et le développement de méthodes de résolution intégrant des politiques de planification dynamique et multi-critères. Le cas mono-produit fera l'objet des deux premiers chapitres : dans le premier sera formulé le problème et une modélisation en processus de Markov sera proposée. Dans le deuxième chapitre seront présentées trois méthodes de résolution pour ce problèmes, dont une méthode optimale. Celles-ci seront comparées, et les solutions obtenues seront analysées afin d'en extraire des règles concernant les politiques de maintenance à mettre en œuvre. Le troisième chapitre de cette partie concernera l'extension de notre problème au cas multi-produits, nous essaierons alors de présenter un modèle analogue, et d'adapter les méthodes précédemment proposées pour sa résolution,

- la dernière partie aura pour vocation l’élargissement de notre modélisation du problème via l’intégration de critères de performances sous forme de contraintes. Le premier chapitre exposera un modèle de planification conjointe sous une contrainte de disponibilité relative au système de production, il s’agira de s’assurer que la capacité consommée par les actions de maintenances n’est pas trop forte par rapport à celle dédiée à la production. Le second chapitre fera l’objet d’un modèle intégrant une contrainte de faisabilité, le but de la méthode de résolution que nous développerons pour ce problème sera de créer des plans de production dont la probabilité de faisabilité sera supérieure ou égale à un certain seuil. Ainsi nous essaierons d’optimiser la planification conjointe de la production et de la maintenance du système, tout en assurant la robustesse aux aléas des plans établis.

Première partie

Problématique de la planification
de la production et de la
maintenance

Chapitre 1

Enjeux de la planification de la production

1.1 Introduction

L'objectif de ce premier chapitre est de situer la problématique de la planification tactique de la production pour un système industriel par rapport au problème plus global de gestion de la chaîne logistique. Nous présenterons les enjeux que pose ce domaine pour l'entreprise, puis les méthodes développées pour y répondre. Nous décrirons notamment la méthode MRP II, qui est la principale méthode mise en œuvre pour la gestion de production. Nous nous attacherons alors à présenter son champ d'action, ainsi que ses limites. Nous montrerons que l'évaluation de la capacité du système de production proposé par cette méthode est problématique, et verrons quels sont les pistes de résolution que nous pourrions examiner.

1.2 Le management de la chaîne logistique

La chaîne logistique est pour [24] « un ensemble d'organisations impliquées dans différents processus et activités à travers des flux montants et descendants, qui produisent de la valeur sous forme de bien et de services à destination des consommateurs finaux ». Ces différentes organisations sont : les fournisseurs, les usines de production, les entrepôts, les distributeurs et les clients. Sous le terme « activité », l'auteur entend l'achat de matières premières, la production, le stockage, la distribution et la vente. Les flux évoqués sont de trois natures : physique, informationnel et financier. La figure 1.1 présente un exemple simple de chaîne logistique, avec ses différents acteurs et les flux qui la composent.

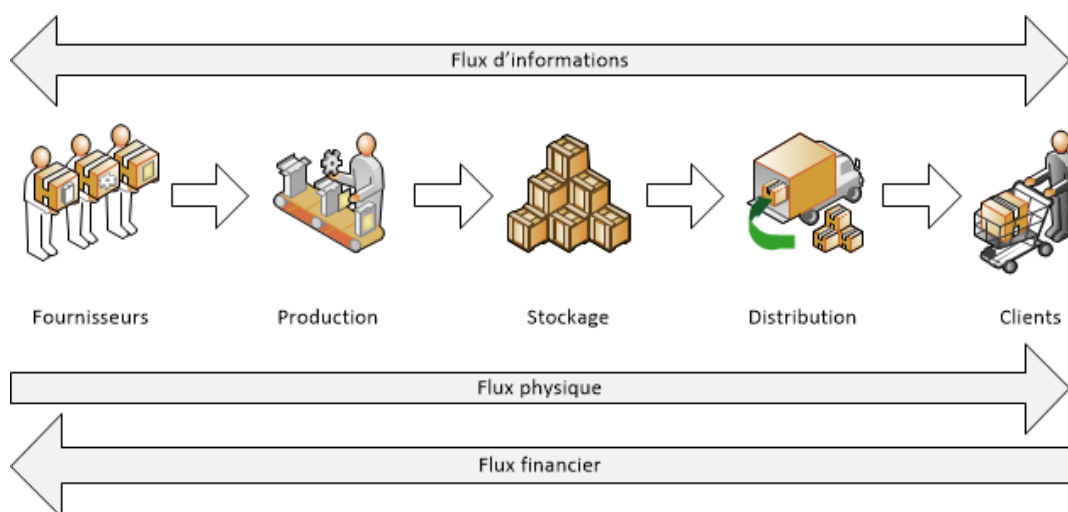


FIGURE 1.1 – Exemple de chaîne logistique

Le management de la chaîne logistique (Supply Chain Management) est défini par [69] comme « la tâche d'intégrer des unités organisationnelles au sein d'une chaîne logistique et de coordonner des flux physiques, informationnels et financiers dans le but de satisfaire la demande client, tout en améliorant la compétitivité de la chaîne logistique dans son ensemble ». Ils illustrent leurs propos au travers de la « Maison du management de la chaîne logistique », représentée dans la figure 1.2. L'objectif du management de la chaîne de production est la compétitivité, celle-ci peut être améliorée de nombreuses manières au travers de chacun des domaines présentés.

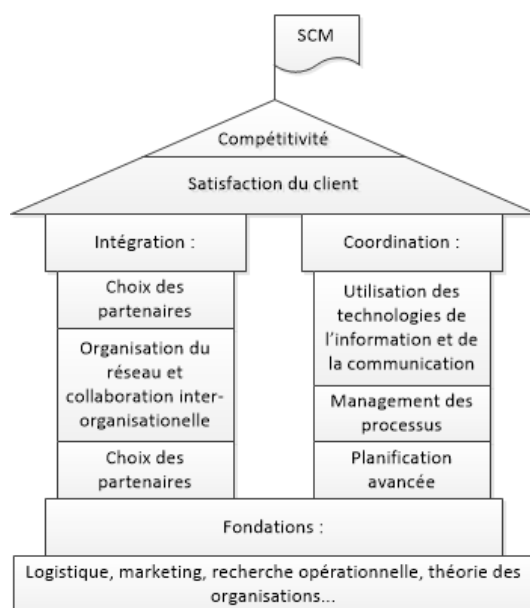


FIGURE 1.2 – Maison du management de la chaîne logistique [69]

Par compétitivité, nous entendons l'organisation à moindre coût de l'ensemble des ressources permettant à l'entreprise de fabriquer des produits dans le but de répondre à la demande, tout en maîtrisant les délais et en assurant leur qualité. L'amélioration de la compétitivité dépend de nombreuses décisions, [69] évoquent notamment :

- la planification des ressources de production
- la planification de la production
- le contrôle de la qualité
- la sécurité des salariés

Afin de mener à bien les objectifs de chaque service dans le cadre de l'amélioration de cette compétitivité, l'ensemble des décisions est divisé en plusieurs niveaux correspondants à plusieurs horizons temporels :

- le niveau stratégique : la politique à long terme (à plus de deux ans) de l'entreprise est décidée. Celle-ci concerne la définition des objectifs globaux, la détermination du portefeuille d'activités, la conception de la structure de production et du réseau logistique, ainsi que la détermination et la mise en place des ressources nécessaires à la production. L'ensemble de ces décisions sera ensuite traduit dans les niveaux décisionnels inférieurs,
- le niveau tactique : les décisions tactiques correspondent à un ensemble de décisions à moyen terme (horizon de six mois à deux ans) subordonnées aux décisions définies par la planification stratégique. L'objectif de ce niveau de planification est l'optimisation de la consommation des ressources pour réduire le coût des actions de production nécessaires à la satisfaction de la demande. Sont déterminés les volumes à produire, à stocker, à transporter et à vendre, en fonction des ressources disponibles, celles-ci font l'objet d'une estimation et sont considérées de manière agrégée. Ces décisions se déclinent selon plusieurs plans : le plan industriel et commercial qui a pour objectif d'estimer les prévisions de ventes, et d'adapter en conséquence les ressources (humaines et matérielles) aux besoins de production pour satisfaire la demande ; le programme directeur de production dont l'objectif est la détermination pour l'ensemble de l'horizon considéré des quantités à produire pour chaque type de produit que propose l'entreprise ; le plan de charge qui fixe les besoins en matières premières pour la réalisation des objectifs de production et ordonne les approvisionnements,
- le niveau opérationnel : les décisions prises à ce niveau sont à court terme (de l'ordre du jour) et visent à assurer le respect des objectifs du plan tactique. Les décisions concernent l'ordonnancement des produits et l'allocation détaillée des ressources de production, les plans de chargement et l'organisation des tournées de livraison. Ce niveau de contrôle permet notamment de réagir aux conséquences d'éventuels aléas qui peuvent survenir au cours de la production.

Des progiciels ont été développés afin de répondre aux problèmes d'organisation et de synchronisation des actions de chaque niveau. Leur vocation est d'aider les décideurs à prendre les bonnes décisions vis-à-vis des problématiques auxquelles ils sont confrontés. Ces logiciels peuvent être classés selon leur type :

- les ERP (Entreprise Resource Planning) : progiciels de gestion intégrée,
- les APS (Advanced Planning and Scheduling) : progiciels de planification et d'optimisation,
- les LES (Logistics Execution System) : progiciels d'optimisation de la logistique de distribution,
- les MES (Manufacturing Execution System) : progiciels de contrôle et d'optimisation de l'exécution de la production.

La figure 1.3 présente le positionnement des principaux progiciels pour la gestion industrielle.

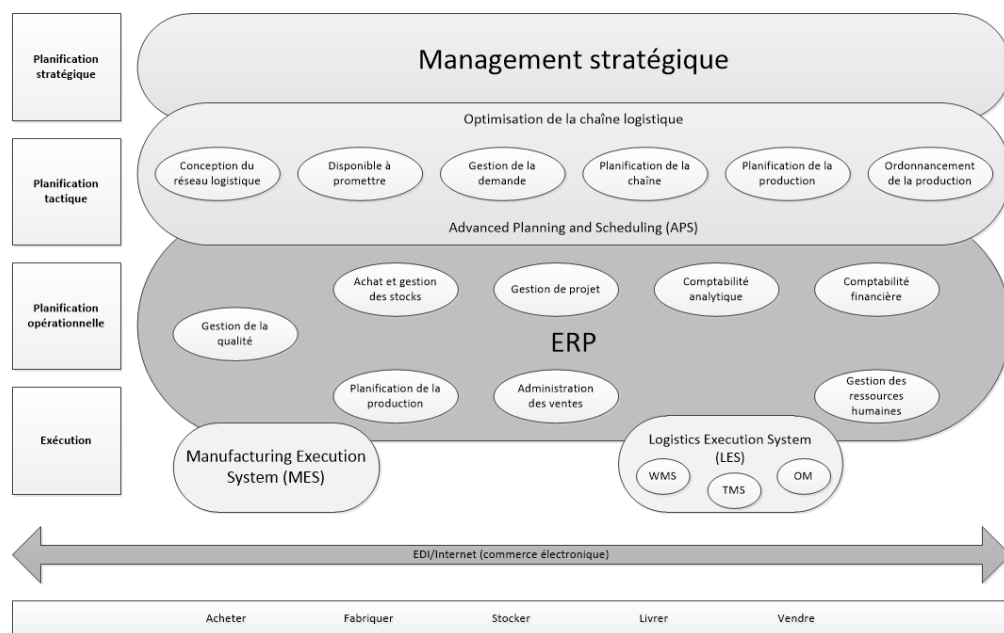


FIGURE 1.3 – Des progiciels complémentaires [1]

Bien que ces progiciels soient complémentaires, les ERPs sont cependant les plus présents dans les entreprises [61]. Certains ERPs englobent même certaines fonctionnalités spécifiques aux autres progiciels. Les fonctionnalités basiques d'un ERP sont :

- la gestion des achats,
- la gestion des ventes,
- la gestion comptable,
- le contrôle de gestion,

- la gestion de production,
- la gestion des stocks.

Un ERP permet aux utilisateurs des différents métiers relatifs à ces fonctions de travailler dans un environnement applicatif identique reposant sur une base de données unique. Ce modèle permet d'assurer l'intégrité des données, la non-redondance de l'information, ainsi que la réduction des temps de traitement. Les ERPs intègrent parmi leurs différentes fonctions la méthode MRP (Material Requirements Planning), dont le but est la planification des besoins en composants pour répondre à la demande commerciale. Cette méthode est donc une composante essentielle des ERPs, et plus globalement de la gestion de la chaîne logistique ; dans la prochaine section nous détaillerons son principe, son évolution et ses limites.

1.3 De la méthode MRP à MRP II

1.3.1 Présentation

La méthode MRP est une méthode de gestion des flux de production développée en 1960 aux Etats-Unis par [57]. Son objectif est de déterminer précisément ce qu'il faut acheter et produire : le principe est de calculer des besoins nets et des charges de production. L'auteur a mis en évidence deux types de besoins :

- les besoins indépendants (extérieurs à l'entreprise, c'est-à-dire soumis au choix du consommateur, comme les produits finis, les pièces de rechange, etc.) : la méthode de planification de ces besoins consiste en leurs estimation par le service commercial,
- les besoins dépendants (tous les besoins rentrant dans la chaîne de fabrication, ceux-ci sont déduits des besoins indépendants au travers de la nomenclature des produits) : leur calcul constitue le principal calcul de la méthode MRP.

Le fonctionnement de la méthode est le suivant : les besoins bruts sont calculés en premier à partir de la nomenclature de chaque produit fini, puis la prise en compte des stocks et des encours permet de calculer les besoins nets. La méthode utilise pour cela l'analyse des données commerciales (prévisions de ventes, commandes, etc.) et des données techniques (gammes d'opérations, postes à charge, etc.). Elle assure également la gestion automatique des lancements d'ordres de fabrication et de commande et le pilotage la production des références finales. Cette méthode présente cependant deux inconvénients majeurs :

- les besoins en composants ne sont planifiés qu’en fonction de la prévision de la demande : ils ne tiennent pas compte des contraintes réelles (temps de production et de capacité des ressources) ; la capacité de production du système est considérée comme infinie,
- l’absence de prise en compte des aléas (pannes, absentéisme du personnel, mauvaise estimation des besoins indépendants, retard dans les livraisons, rebuts, etc.) lors du calcul : la méthode MRP ne préconise pas la constitution de stocks (on parle alors de production Juste A Temps (JAT)) et ne protège donc pas des conséquences de ces aléas.

En 1971 la méthode MRP a été améliorée pour pallier au problème de prise en compte de capacité infinie, la nouvelle méthode ainsi développée fut appelée MRP I. Les fonctionnalités de cette méthode ont ensuite été étendues et enrichies, aboutissant au développement de la méthode MRP II (Manufacturing Resources Planning) par [76]. Celle-ci a pour objectif le développement de différents plans :

- le plan stratégique
- le plan industriel et commercial
- le programme directeur de production
- la planification des besoins en composants (MRP)
- le pilotage d’atelier

La figure 1.4 présente le fonctionnement de la méthode MRP II et les liens entre les différents plans, que nous allons maintenant présenter.

Le plan stratégique (niveau stratégique)

Le but de la planification stratégique est d’évaluer et de tendre à la bonne corrélation entre charge et capacité du système de production en vue de mettre en œuvre la stratégie de l’entreprise à long terme. Les moyens d’adaptation de la capacité du système sont entre autres l’ouverture de nouveaux sites, l’embauche de personnel, et l’achat de machines de production.

Le plan industriel et commercial (niveau tactique)

L’objectif du plan industriel et commercial (PIC) est de définir le niveau d’activité de l’entreprise pour une période budgétaire de l’ordre d’un à deux ans, afin d’assurer une bonne qualité de service en regard des attentes des clients. Ce niveau d’activité résulte d’une estimation des ventes (dont une partie est ferme) et de la prise en compte des capacités de production, ainsi que des coûts ; pour ce calcul le niveau d’agrégation est élevé : les produits sont considérés par famille et non par référence. Le plan industriel et commercial présente trois rôles :

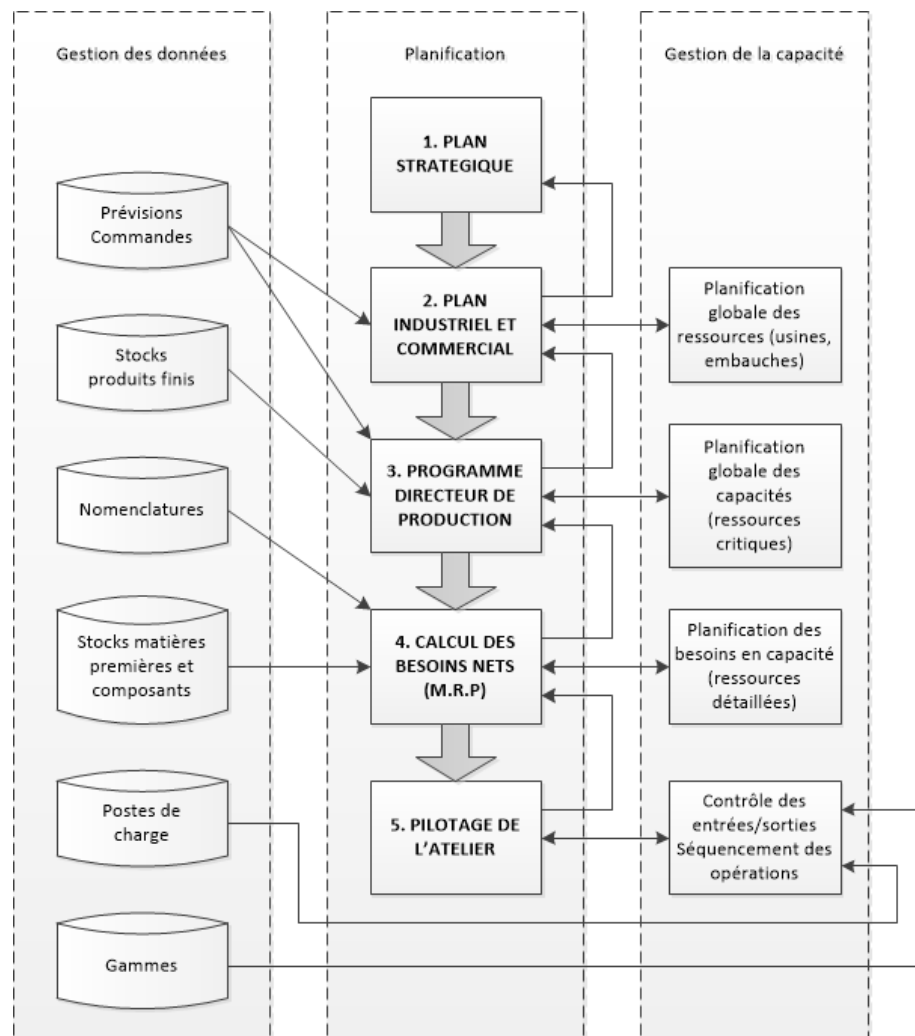


FIGURE 1.4 – La structure hiérarchique de planification MRP II [72]

- l’anticipation de la demande et notamment de sa fluctuation, ce phénomène doit être pris en compte et anticiper en étudiant les possibilités d’action pour équilibrer charge et capacité des moyens de production,
- la répartition des flux et des charges entre les ressources critiques,
- la négociation entre les exigences parfois contradictoires des différents services de l’entreprise.

Le plan directeur de production (niveau tactique)

Le rôle du Plan Directeur de Production (PDP) est de donner les objectifs de production en terme de quantités et de délais en vue de satisfaire la demande exprimée par le plan industriel et commercial. Ces objectifs se traduisent en ordre de fabrication pour chaque référence, et ce pour chaque période d’un horizon de plusieurs mois. Le plan de

production gère les fonctions de fabrication, de stockage et de déstockage, et vise à minimiser l'ensemble des coûts liés à la production via l'utilisation optimale des ressources de production.

Le calcul des besoins nets (niveaux tactique et opérationnel)

Ce calcul est celui qu'effectue la méthode MRP : son rôle consiste à définir les quantités de composants nécessaires pour réaliser les quantités de produits demandées par le plan directeur de production, et à lancer les ordres de commande et de fabrication.

Le pilotage de l'atelier (niveau opérationnel)

Le but du pilotage de l'atelier est d'assurer la bonne exécution du plan de production via l'organisation dans le temps du fonctionnement de l'atelier de production pour utiliser au mieux les ressources humaines et matérielles disponibles.

La fonction de synchronisation de la capacité

Comme présenté dans la figure 1.4, la méthode inclut également une fonction de synchronisation de la capacité entre les différents plans à travers un cycle itératif. Celui-ci est présenté par la figure 1.5 ; cette fonction est dénommée CRP (Capacity Requirement Planning).

Gestion des données

Les différentes fonctions de MRP II utilisent plusieurs bases de données du système d'information de l'entreprise. Les progiciels tels que les ERPs que nous avons précédemment présentés visent à mutualiser ces données au sien d'une base de données unique, dans le but d'assurer l'intégrité des données, la non-redondance de l'information et la réduction des temps de traitement.

1.3.2 Limites

La méthode MRP II est une méthode très couramment utilisée pour la planification de la production, cependant celle-ci présente certains inconvénients : comme nous l'avons vu, la méthode MRP préconise de ne pas constituer de stock et la méthode MRP II n'apporte pas de solution à ce problème ; un système de production utilisant cette méthode est donc vulnérable aux aléas de la production (défaillances, demande mal estimée, rebuts, etc.) [9].

[49] constate également le problème de la synchronisation des flux physiques et des ressources de production entre les différents plans de la méthode. Cette synchronisation est assurée par la fonction de « planification des besoins en capacité » comme présentée dans

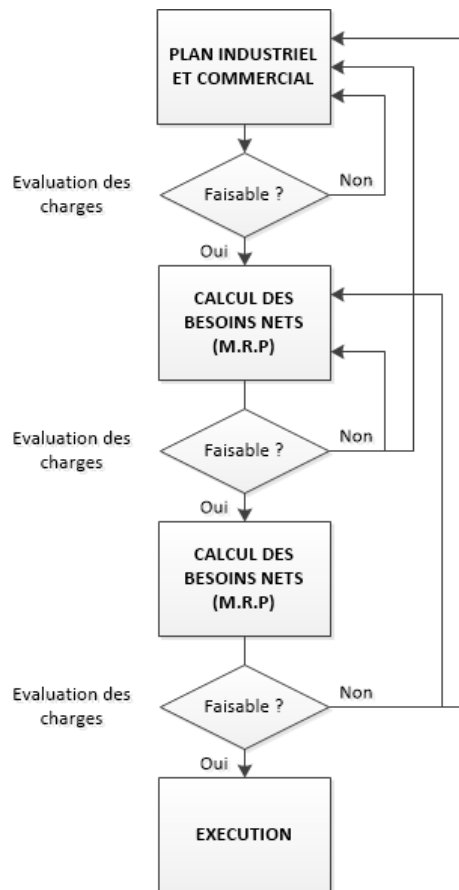


FIGURE 1.5 – Synchronisation de la capacité via la fonction CRP [9]

la figure 1.4. Or, d’une part ces capacités sont estimées, et d’autre part celle-ci subissent une agrégation fonction des niveaux des plans considérés, agrégation pouvant entraîner l’infaisabilité des plans inférieurs : « en fait, il semble impossible de résumer en un chiffre la capacité d’un système général. En effet, chaque ressource possède sa capacité propre et la capacité résultante peut être une fonction très complexe (ou selon les cas très simple) de ces valeurs » [9].

1.4 Gestion de la capacité de production

Nous avons vu dans la partie précédente que la synchronisation des flux physiques et des ressources est problématique au sein de la méthode MRP II, et que cette synchronisation est assurée par la fonction de gestion de la capacité. Nous allons nous attarder dans cette partie sur l’étude de cette fonction, afin de rechercher quels sont les faiblesses et les pistes d’amélioration sur lesquelles il est possible de travailler.

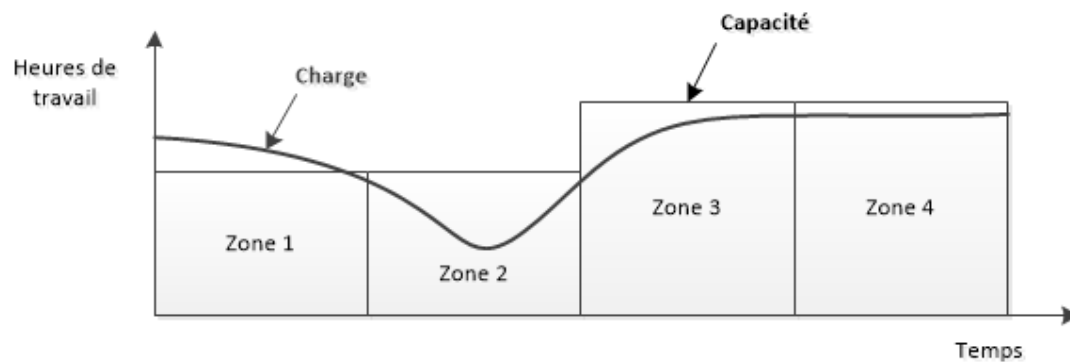


FIGURE 1.6 – Exemple de situations de déséquilibre [9]

1.4.1 Concept de capacité

[9] définissent la capacité d'une ressource comme étant « une mesure de son aptitude à traiter un flux ». L'évaluation de la capacité d'un système de production dépend traditionnellement de deux mesures : la quantité de flux qu'elle peut traiter, c'est-à-dire le nombre de produits qu'elle est en possibilité de réaliser par unité de temps ; et sa durée de disponibilité par période. Cependant de nombreux facteurs aléatoires peuvent faire que la capacité effective d'une ressource de production soit inférieure à sa capacité théorique : indisponibilité due aux maintenances, temps de setup, absence d'opérateurs, production de pièces défectueuses, etc. Les auteurs expliquent que la perte de capacité ainsi engendrée est souvent de l'ordre de 50% dans les entreprises ne mettant pas en œuvre de mesure spécifique. Le caractère aléatoire de cette perte peut également entraîner une inadéquation dans le rapport entre charge et capacité, engendrant une baisse de rentabilité pour l'entreprise.

La figure 1.6 illustre différents rapports entre charge et capacité : en zone 1 la charge est supérieure à la capacité, dans ce cas l'entreprise ne peut répondre à la demande client, entraînant ainsi du retard dans les commandes ou de la demande perdue, situation très dommageable en situation de concurrence. En zone 2, la capacité est supérieure à la charge, dans ce cas le système est en sous-utilisation et la rentabilité des équipements n'est pas optimisée. En zone 3 la capacité est modifiée afin de s'adapter à la charge. En zone 4, l'équilibre est réalisé entre charge et capacité.

Il est donc nécessaire de rechercher comment rendre possible l'adéquation entre la charge et la capacité pour optimiser la rentabilité des moyens de production.

1.4.2 Équilibrage entre charge et capacité

Le but de la gestion de la capacité est de s'assurer que la capacité des ressources permet de répondre aux objectifs de production. La recherche de l'équilibre entre la charge et la capacité est une tâche lourde :

- les moyens d'actions sur la capacité de production sont complexes à mettre en œuvre,
- la capacité est sujette à des aléas (absentéisme, pannes, défauts de qualité, etc.),
- la charge est en partie incertaine (imprécisions dans les prévisions de la demande dans le plan industriel et commercial).

Cependant, au niveau tactique, l'entreprise dispose de nombreux moyens pour agir sur la capacité et pour anticiper les déséquilibres. Concernant l'adaptation de la capacité, l'entreprise peut entreprendre les actions suivantes : modification des horaires de travail, négociation des périodes de congés avec le personnel, appel à du personnel intérimaire, investissements en machines supplémentaires, développement d'une politique de maintenance préventive, contrôle de la qualité (diminution de la proportion de produits défectueux), planification de la production en lots (afin de ne pas multiplier les temps de setup). L'entreprise peut également limiter le déséquilibre de certaines périodes à forte charge en anticipant le manque de capacité par la création d'un stock dans des périodes moins chargées.

Parmi ces actions est à souligner celle de la maintenance qui n'est que très rarement prise en compte lors de la planification de la production : « les fonctions de production et de maintenance sont gérées d'une manière séparée notamment leur planification puisque chacune ne prend pas en considération les contraintes de l'autre » [7]. Or l'optimisation de la politique de maintenance et l'anticipation de l'impact des défaillances semblent prometteuses, puisque les actions de maintenance sont un des facteurs les plus influents sur la disponibilité du système de production [9].

1.5 Conclusion

Dans ce chapitre ont été présentées les problématiques liées à la planification tactique, et les manières dont elles sont traditionnellement traitées à travers la gestion de production. Nous avons également montré les limites des méthodes traditionnelles, et souligné le problème de synchronisation des flux physiques et des ressources au travers de la fonction de gestion de la capacité.

Nous avons alors montré que la gestion de la capacité et l'évaluation de celle-ci sont des éléments primordiaux pour la rentabilité de l'entreprise, mais que plusieurs facteurs aléatoires réduisent fortement la capacité théorique du système de production ; un facteur important étant l'indisponibilité du système liée aux diverses actions de maintenance. Nous avons également montré que l'anticipation de l'impact de ces facteurs est quasi absente des méthodes classiques de gestion de la production, et que le domaine de la maintenance n'est que rarement pris en compte dans le processus de planification de la production. Nous proposons d'étudier les interactions entre planification de la production et maintenance du système au travers de la question suivante : « comment intégrer la maintenance dans le processus de planification tactique de la production ? ». Pour répondre à cette question, nous proposons dans un premier temps de présenter les principaux modèles de planification tactique, mais également le domaine de la maintenance, puis les critères sur lesquels nous pourrions juger la bonne intégration de la maintenance au sein de la planification de la production. Par la suite, nous présenterons une analyse bibliographique des recherches existantes pour répondre à notre question.

Chapitre 2

Modèles de planification et présentation de la maintenance

2.1 Introduction

Dans le premier chapitre, nous avons souligné une limite dans les approches classiques de gestion de la logistique industrielle : l'absence de prise en compte de l'impact des actions de maintenance lors du processus de planification tactique de la production engendre une mauvaise évaluation de la capacité du système de production, et peut ainsi rendre infaisables les plans de production établis sur la base de cette estimation.

L'objectif de ce chapitre est de présenter les principaux modèles mathématiques de la planification tactique et de la maintenance. Ils traduisent les grandes hypothèses considérées par chacune des communautés scientifiques et servent de base pour le développement de nos travaux. Nous présenterons également les critères sur lesquels nous pourrions évaluer la qualité et l'impact de l'intégration de la maintenance dans le processus de planification. La première partie de ce chapitre sera dédiée à la présentation des principaux modèles de planification tactique, la deuxième consistera en une introduction aux concepts du domaine de la maintenance. Dans la troisième partie seront décrits les modèles mathématiques classiquement utilisés en maintenance. Enfin, nous présenterons dans la quatrième partie des critères d'évaluation de la qualité de l'intégration de la maintenance dans le processus de planification.

2.2 Les principaux modèles mathématiques de planification tactique

De nombreux modèles ont été développés pour répondre aux problèmes de planification tactique ; plusieurs auteurs [27, 64, 49] ont proposé une classification de ceux-ci selon les différentes hypothèses rencontrées :

- le nombre de site de production : *mono-site* ou *multi-site*,
- le nombre de références (familles de produits) : *mono-produit* si tous les produits fabriqués sont les mêmes, *multi-produit* sinon,
- la capacité du système de production : dans la plupart des problèmes, celle-ci est prise en compte et est modélisée comme étant *finie* (c'est-à-dire limitée par une cadence de production, ou par la disponibilité des ressources), dans certains modèles, celle-ci n'est pas prise en compte et est supposée *infinie*,
- la nature de la demande : la demande est dite *constante* si celle-ci ne varie pas sur toute la durée de l'horizon temporel considéré ; sinon la demande est dite *variable*, dans ce cas l'horizon temporel est scindé en plusieurs périodes de durées égales et la demande est exprimée pour chacune d'elle.

Dans nos travaux nous ne considérons que des problèmes *mono-site*, les problèmes *multi-site* étant une généralisation des modèles *mono-site* [49]. La figure 2.1 représente un extrait de la classification des modèles de planification, y sont présentés les modèles auxquels nous allons nous intéresser dans nos travaux, et que nous allons maintenant présenter.

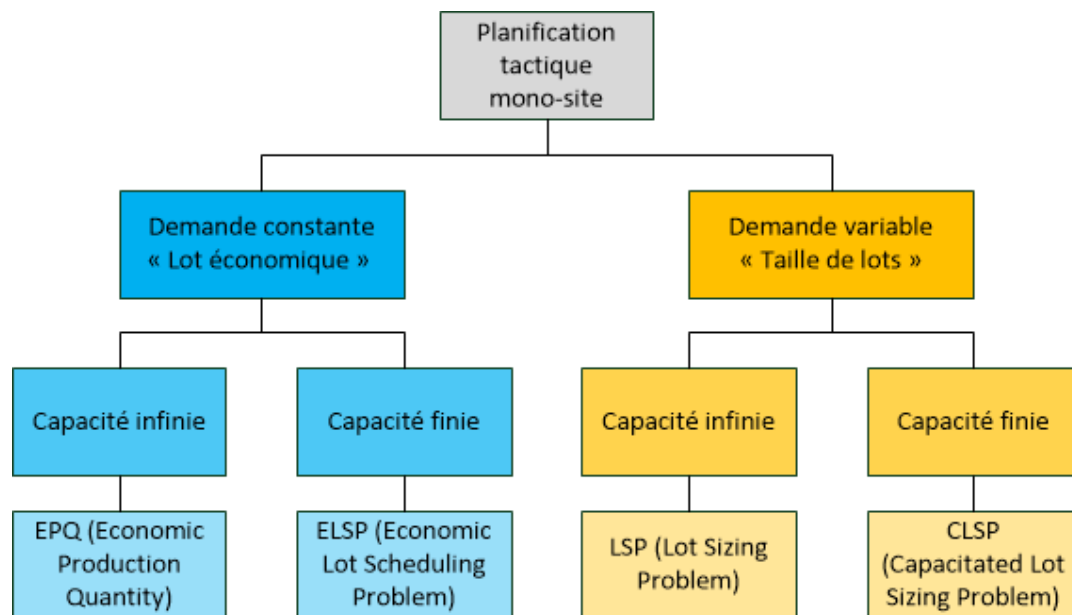


FIGURE 2.1 – Classification des problèmes de planification tactique mono-site

2.2.1 Demande constante

Nous nous plaçons dans le cas où la demande est constante sur l'ensemble de l'horizon temporel. Dans ce cas, les solutions optimales sont basées sur des cycles de production.

Capacité infinie

Dans le cas où la demande est constante et la capacité de production infinie, le problème est dénommé *Economic Product Quantity* (EPQ). Les hypothèses classiques sont les suivantes :

- la demande est uniforme : μ unités de produits doivent être disponibles à chaque unité de temps,
- des opérations de configuration du système (dénommées *setup*) doivent être effectuées avant le lancement de la production ; celles-ci génèrent un coût K ,
- la production de Q produits coûte cQ avec c le coût de production unitaire,
- la production est immédiate dans le sens où la capacité du système est illimitée,
- un coût unitaire de stockage h est engendré par chaque produit stocké par unité de temps.

Le but du problème consiste en la planification des quantités à produire afin de satisfaire la demande au cours du temps, tout en minimisant les coûts de production. [32] a montré que la politique optimale pour ce problème consistait à produire cycliquement un lot Q^* (nommé lot économique) toutes les T^* unités de temps selon les formules suivantes :

$$Q^* = \sqrt{\frac{2\mu K}{h}} \quad (2.1)$$

$$T^* = \sqrt{\frac{2K}{\mu h}} \quad (2.2)$$

Cette formule est appelée *formule de Wilson* en référence aux travaux de [77] ; elle permet à la fois de faire le minimum de lancements de production pour un article donné et d'obtenir le coût de stockage optimal pour ce même article. Lors de son application, la quantité Q^* est produite dès que le stock est vide, comme l'illustre la figure 2.2.

La figure 2.3 montre l'évolution des coûts de stockage et de production en fonction de la quantité Q produite à chaque cycle.

Dans le cas où plusieurs types de produits sont à planifier le problème est inchangé, il suffit d'appliquer cette formule à chacun des produits, ceux-ci étant indépendants les uns des autres et la capacité de production étant infinie.

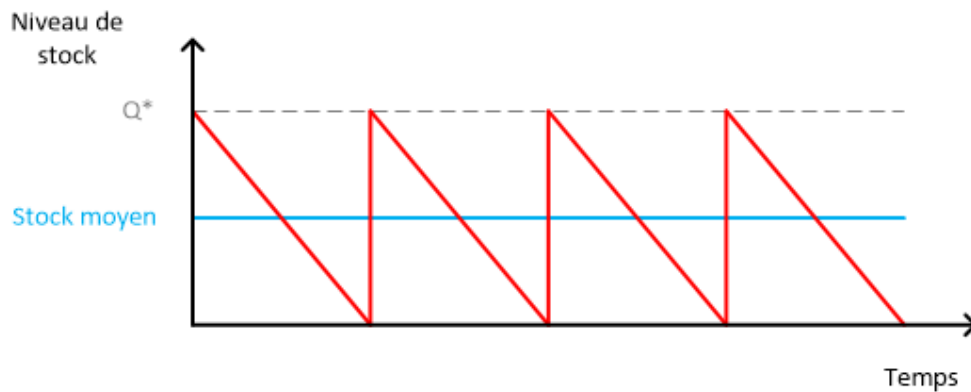
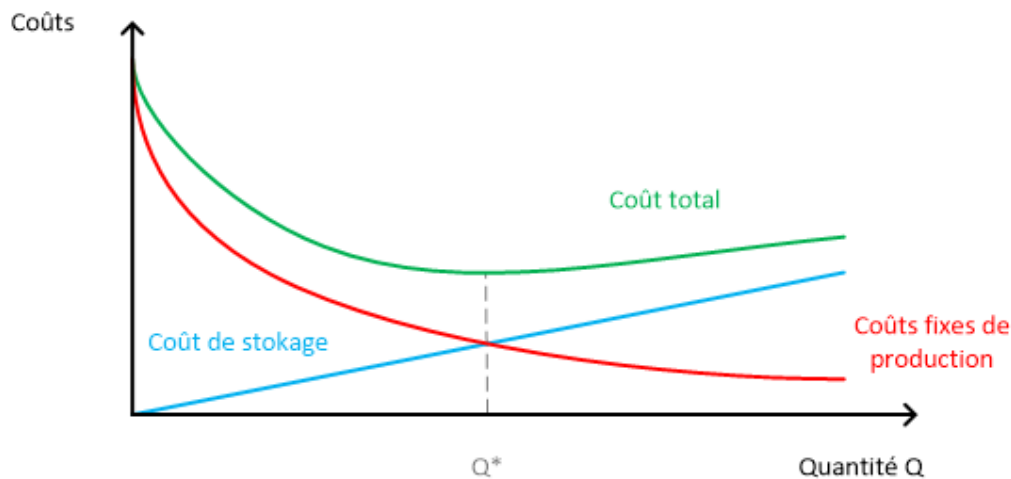


FIGURE 2.2 – Evolution du niveau de stock au cours du temps

FIGURE 2.3 – Evolution des coûts en fonction de la quantité Q

Cependant, cette méthode de gestion se base sur des hypothèses peu réalistes (demande constante et capacité infinie), et présente donc en pratique des risques : si la demande vient à varier ou qu'un aléa perturbe la production, une rupture de stock peut survenir. Pour se prémunir de cela, une solution consiste à établir un stock de sécurité [9].

Capacité finie

Dans le cas où la demande est constante et la capacité de production finie, le problème est dénommé *Economic Lot Scheduling Problem* (ELSP). Ce problème est une variante de l'*Economic Product Quantity* dans laquelle est prise en compte la capacité du système de production : à chaque produit est associé un taux de production. Le but de ce problème est de planifier la production de plusieurs types de produits sur une machine, tout en minimisant les coûts de production. [17] ont montré qu'une solution périodique existe pour

ce problème si l'on considère un horizon infini. Le problème revient donc à chercher des cycles de production minimisant la somme des coûts pour chaque produit. Les notations de ce modèle sont :

N	nombre de familles de produits	
T_i	cycle de production pour le produit i	$\forall i \in \llbracket 1, N \rrbracket$
d_i	demande constante en produit i	$\forall i \in \llbracket 1, N \rrbracket$
p_i	taux de production constant de produit i par unité de temps	$\forall i \in \llbracket 1, N \rrbracket$
c_i	coût de lancement du produit i	$\forall i \in \llbracket 1, N \rrbracket$
h_i	coût de stockage du produit i par unité de temps	$\forall i \in \llbracket 1, N \rrbracket$

La fonction objectif de ce problème est :

$$\min_{(\{T_i\}_{i \in \llbracket 1, N \rrbracket}) \in \Gamma} \sum_{i=1}^N \left\{ \frac{c_i}{T_i} + \frac{1}{2} h_i d_i T_i \left(1 - \frac{d_i}{p_i} \right) \right\} \quad (2.3)$$

Γ représente l'ensemble des n -uplets des cycles T_i pour i allant de 1 à n qui forment une solution réalisable. [41] a montré que ce problème était *NP*-difficile ; plusieurs solutions heuristiques ont été développées pour résoudre ce problème [66].

2.2.2 Demande variable

Capacité infinie

Dans le cas où la capacité du système est *infinie* et où la demande est *variable*, le problème de planification est dénommé « problème de taille de lot » (Lot-Sizing Problem). L'objectif est de déterminer pour chaque période de l'horizon temporel considéré les quantités à produire pour répondre à la demande, tout en minimisant les coûts de production (à savoir généralement les coûts de setup et de stockage).

Les notations précédentes sont étendues :

N	nombre de familles de produits i	
T	nombre de périodes t de l'horizon de planification	
$d_{i,t}$	demande en produit i à la fin de la période t	$\forall i \in \llbracket 1, N \rrbracket \quad \forall t \in \llbracket 1, T \rrbracket$
p_i	capacité nécessaire pour fabriquer une unité du produit i	$\forall i \in \llbracket 1, N \rrbracket$
h_i	coût de stockage du produit i durant une période	$\forall i \in \llbracket 1, N \rrbracket$
s_i	coût de lancement du produit i	$\forall i \in \llbracket 1, N \rrbracket$
$I_{i,0}$	niveau de stock en produit i au début de l'horizon	$\forall i \in \llbracket 1, N \rrbracket$
$Q_{i,t}$	nombre de produits i fabriqués à la période t	$\forall i \in \llbracket 1, N \rrbracket \quad \forall t \in \llbracket 1, T \rrbracket$
$I_{i,t}$	niveau de stock en produit i à la fin de la période t	$\forall i \in \llbracket 1, N \rrbracket \quad \forall t \in \llbracket 1, T \rrbracket$
$X_{i,t}$	vaut 0, ou 1 si le produit i est lancé à la période t	$\forall i \in \llbracket 1, N \rrbracket \quad \forall t \in \llbracket 1, T \rrbracket$

La fonction objectif du problème d'optimisation est :

$$z = \min \sum_{t=1}^T \left\{ \sum_{i=1}^N (s_i X_{i,t} + h_i I_{i,t}) \right\} \quad (2.4)$$

Sous les contraintes :

$$I_{i,t} = I_{i,t-1} + Q_{i,t} - d_{i,t} \quad \forall i \in \llbracket 1, N \rrbracket \quad \forall t \in \llbracket 1, T \rrbracket \quad (2.5)$$

$$Q_{i,t} \leq \left(\sum_{k=t}^T d_{i,k} \right) X_{i,t} \quad \forall i \in \llbracket 1, N \rrbracket \quad \forall t \in \llbracket 1, T \rrbracket \quad (2.6)$$

$$X_{i,t} \in \{0, 1\} \quad \forall i \in \llbracket 1, N \rrbracket \quad \forall t \in \llbracket 1, T \rrbracket \quad (2.7)$$

$$Q_{i,t}, I_{i,t} \in \mathbb{N} \quad \forall i \in \llbracket 1, N \rrbracket \quad \forall t \in \llbracket 1, T \rrbracket \quad (2.8)$$

L'objectif 2.4 est de minimiser la somme des coûts de lancement et de stockage de tous les produits pour toutes les périodes.

La contrainte 2.5 représente l'équilibre des stocks pour chaque produit à chaque période.

La contrainte 2.6 impose qu'un setup pour le type de produit i soit effectué à la période t si la fabrication de ce type est lancée.

La contrainte 2.7 est une contrainte d'intégrité.

La contrainte 2.8 est une contrainte de positivité.

[74] ont proposé une résolution de ce problème en $O(T^2)$ basée sur la programmation dynamique. D'autres auteurs [4, 30, 73] ont proposé des algorithmes en $O(T \ln(T))$.

Capacité finie

Dans le cas où la capacité du système est finie, le problème est nommé *Capacitated Lot-Sizing Problem (CLSP)*. Une nouvelle donnée, la capacité du système de production, est alors estimée pour chacune des périodes (en fonction de la cadence, et des ressources disponibles) :

c_t capacité du système de production pour la période $t \quad \forall t \in \llbracket 1, T \rrbracket$

La fonction objectif du problème est inchangée, mais une contrainte supplémentaire apparaît :

$$\sum_{i=1}^N p_i Q_{i,t} \leq c_t \quad \forall i \in \llbracket 1, N \rrbracket \quad \forall t \in \llbracket 1, T \rrbracket \quad (2.9)$$

La contrainte 2.9 impose que la capacité consommée par les actions de production ne dépasse pas la capacité du système pour chaque période.

[13] ont prouvé que ce problème est également *NP*-difficile. Plusieurs méthodes de résolution ont été proposées : *Branch and Bound*, *Branch and Cut*, heuristiques diverses, etc.

De nombreuses extensions de ce problème ont été étudiées, celles-ci prennent en compte des hypothèses supplémentaires; nous pouvons citer la prise en compte d'opérations de setup [70], la possibilité d'annuler une part de la demande (on parle alors de *shortage*) [2], ou de retarder celle-ci (*backlogging*) [79].

Nous avons présenté dans cette partie les principaux modèles de planification de la littérature. Nous avons vu que ces modèles correspondent pour la plupart à des problèmes *NP*-difficiles, mais que ceux-ci ne permettent pas de répondre à notre problématique en l'état, puisqu'ils ne considèrent aucunement la maintenance du système de production. Il sera donc nécessaire d'enrichir ces derniers en prenant en compte d'une part l'aspect aléatoire des défaillances qui peuvent survenir au cours de la production, et d'autre part les actions de maintenance qui pourront être mises en œuvre. Nous allons maintenant présenter les notions du domaine de la maintenance qui seront associés à ces modèles.

2.3 Introduction à la maintenance

Cette section a pour but de présenter les concepts du domaine de la maintenance : après une présentation générale de la maintenance et des stratégies concernant sa mise en œuvre, nous détaillerons les principaux modèles mathématiques afférents à la maintenance, puis décrirons plusieurs politiques de maintenance.

2.3.1 Présentation de la maintenance

Afin de comprendre les enjeux du domaine de la maintenance nous proposons dans un premier temps de présenter la terminologie de base en reprenant les définitions de la norme européenne AFNOR NF EN 13306 [55].

Maintenance

« Ensemble de toutes les actions techniques, administratives et de management durant le cycle de vie d'un bien, destinées à le maintenir ou à le rétablir dans un état dans lequel il peut accomplir la fonction requise ». La maintenance regroupe deux types d'actions :

- des actions de surveillance de l'état du système : visite et contrôle du système de production,
- des actions curatives : dépannage, réparation, réglage, révision.

La réalisation des activités de maintenance nécessitent un management de celles-ci ; celui-ci est défini comme « toutes les activités des instances de direction qui déterminent les objectifs, la stratégie et les responsabilités concernant la maintenance et qui les mettent en application par des moyens tels que la planification, la maîtrise et le contrôle de la maintenance, l'amélioration des méthodes dans l'entreprise, y compris dans les aspects économiques ». La mise en œuvre de la maintenance revêt donc un aspect économique, les objectifs du management de la maintenance seront d'en minimiser les coûts tout en assurant le bon fonctionnement du système de production. Cela peut se traduire par des objectifs sur des caractéristiques comme la disponibilité du système, la qualité des produits, la protection de l'environnement, ou la sécurité du personnel. Ce bon fonctionnement peut être perturbé par plusieurs facteurs, dont une des causes majeures est la dégradation du système de production. Nous allons maintenant détailler ce terme, et présenter les conséquences de cette dégradation.

Dégradation

« Evolution irréversible d'une ou plusieurs caractéristiques d'un bien liée au temps, à la durée d'utilisation ou à une cause externe ». L'évolution de la dégradation d'un système aura

plusieurs conséquences : occurrences de défaillances, pertes de productivité, dysfonctionnements, etc. Il est possible d'évaluer l'état de dégradation d'un système de production au moyen de certains appareils, qui contrôlent l'évolution de paramètres comme les vibrations, la température, la pression, etc. Nous allons maintenant nous intéresser plus particulièrement à deux conséquences de la dégradation, la défaillance et la panne, celles-ci étant mises en avant comme étant les principales causes de pertes de capacité pour le système de production [9].

Défaillance

« Cessation de l'aptitude d'un bien à accomplir une fonction requise. Après une défaillance, le bien est en panne, totale ou partielle ». Nous ne considérons ici que les défaillances du système de production liées au vieillissement et à la dégradation du système de production, conséquence directe de son exploitation.

Panne

« Etat d'un bien inapte à accomplir une fonction requise, excluant l'inaptitude due à la maintenance préventive ou à d'autres actions programmées ou à un manque de ressources extérieures ». Le système de production passe de l'état de disponibilité à l'état de panne lorsqu'une défaillance survient. Une maintenance du système sera alors nécessaire pour repasser de l'état de panne à l'état opérationnel.

Nous allons maintenant présenter l'ensemble des actions de maintenance, celles-ci permettent notamment de limiter l'évolution de dégradation du système de production, mais aussi de remettre en état en état de fonctionnement un système en panne.

2.3.2 Actions de maintenance

Afin de pallier le problème de dégradation du système de production et ses conséquences, des actions de maintenance dites « curatives » peuvent être menées. Celles-ci visent à maintenir le système dans un état permettant la réalisation des objectifs de productivité et de rentabilité de l'entreprise. Nous allons maintenant les détailler.

Les actions de maintenance curative

Les actions de maintenance curative peuvent être classées en deux catégories : maintenance corrective et maintenance préventive. Les cas d'utilisation de ces maintenances sont différents, les maintenances correctives interviennent lorsque que le système est en panne, tandis que les maintenances préventives interviennent avant sa défaillance. La figure 2.4 présente les différentes stratégies de maintenances relatives à ces catégories.

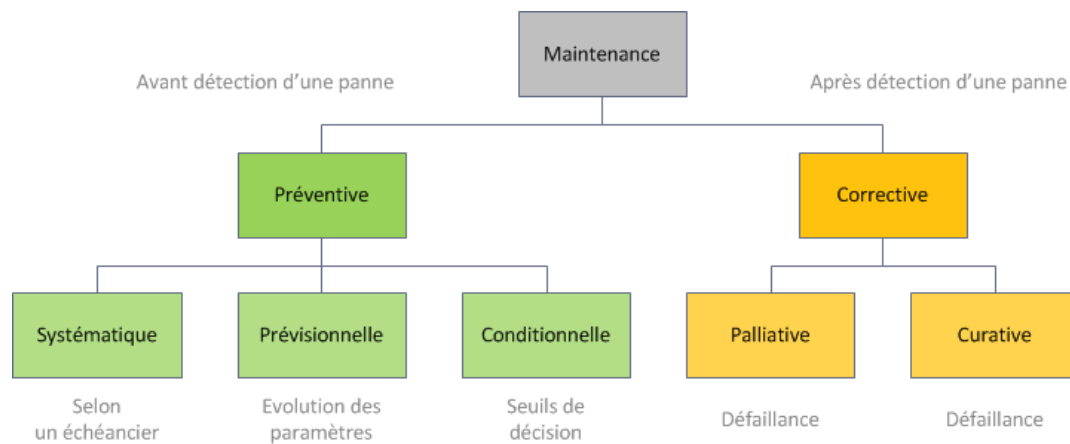


FIGURE 2.4 – Les différentes actions de maintenance curative

Nous allons maintenant présenter et définir les différentes stratégies de maintenances curatives, qui sont les maintenances corrective, préventive et mixte.

Maintenance corrective

« Maintenance exécutée après détection d'une panne et destinée à remettre un bien dans un état dans lequel il peut accomplir une fonction requise ». Deux types de maintenance corrective peuvent être mis en œuvre :

- la maintenance curative constitue une réparation définitive du système, et vise à supprimer tout dysfonctionnement,
 - la maintenance palliative constitue une réparation à caractère provisoire, celle-ci intervient lorsque la défaillance empêche de poursuivre l'exploitation du système de production, et a pour but de le remettre en état afin d'assurer une ou plusieurs de ses fonctions.
- Nous nous intéresserons à ce type de maintenance corrective dans notre manuscrit.

Maintenance préventive

« Maintenance exécutée à des intervalles prédéterminés ou selon des critères prescrits et destinée à réduire la probabilité de défaillance ou la dégradation du fonctionnement d'un bien ». Les maintenances préventives servent à entretenir le système, afin de le maintenir en bon état de fonctionnement, et sont mises en œuvre avant que le système soit en état de panne.

Trois stratégies de maintenances préventives peuvent être mise en œuvre :

- la maintenance systématique : « maintenance préventive exécutée à des intervalles de temps préétablis ou selon un nombre défini d'unités d'usage mais sans contrôle préalable de l'état du bien ». Bien que simple à mettre en œuvre, cette politique de maintenance

- n'est pas très intéressante car elle se base sur l'hypothèse que le temps moyen de bon fonctionnement est constant, ce qui n'est pas forcément le cas en réalité,
- la maintenance prévisionnelle : « maintenance préventive exécutée selon un calendrier préétabli ou selon un nombre défini d'unités d'usage ». Ce type de maintenance se base sur l'estimation du temps de fonctionnement correct du système, qui peut être établie par l'analyse de différentes mesures sur le système,
 - la maintenance conditionnelle : « maintenance préventive basée sur une surveillance du fonctionnement du bien et/ou des paramètres significatifs de ce fonctionnement intégrant les actions qui en découlent ». Cette politique de maintenance se base sur l'évolution de paramètres qui décrivent l'état du système, comme par exemple son état de dégradation. Lorsque les valeurs de ces paramètres atteignent certains seuils, une maintenance est mise en œuvre.

Maintenance mixte

La maintenance mixte est la combinaison des deux types de maintenance précédentes. L'établissement d'un bon compromis entre le nombre de maintenances préventives et le nombre de maintenances correctives permet de réduire les coûts globaux de maintenance du système : les maintenances préventives ont pour effet de réduire la probabilité de défaillance et donc de réduire le coût engendré par les maintenances correctives ; cependant une planification de maintenance préventive trop fréquente engendrera un coût de maintenance élevé. La figure 2.5 illustre l'évolution des coûts totaux de maintenance en fonction du nombre d'actions de maintenance corrective et préventive.

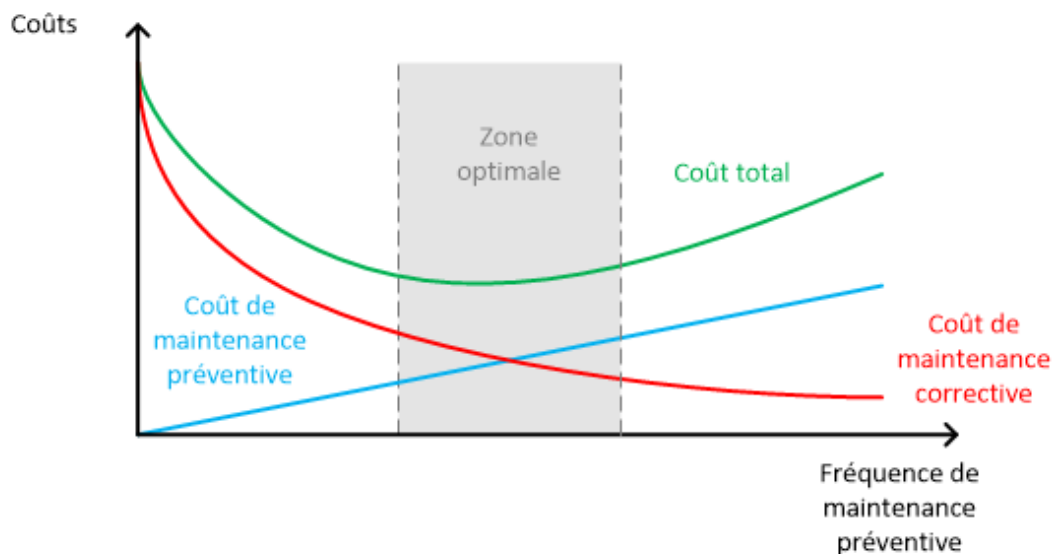


FIGURE 2.5 – Evolution du coût total de la maintenance en fonction du nombre d'interventions préventives

Nous avons présenté dans cette partie les principales définitions liées à la maintenance d'un système de production, et avons souligné l'intérêt de définir une stratégie de maintenance préventive. Cependant la mise en place de règle de décision pour la maintenance est souvent empirique et la gestion de la maintenance n'est pas toujours optimale. Il est nécessaire pour pallier cette carence d'utiliser une modélisation mathématique de la maintenance [19] ; l'étude de différents modèles fait l'objet de la prochaine partie.

2.4 Modélisation mathématique de la maintenance

De nombreux modèles ont été proposés pour modéliser tant le comportement du système de production que l'ensemble des actions de maintenance qui peuvent être mises en œuvre sur celui-ci. Parmi ces modèles, certains font l'hypothèse que le système étudié est *mono-composant*, celle-ci est vérifiée lorsqu'un des modes de défaillance du système est prédominant sur les autres [19]. Dans notre cas, nous justifions l'intérêt d'une telle hypothèse par le positionnement tactique de la décision de planification ; nous pouvons alors considérer un indicateur agrégé de l'ensemble des modes de défaillance critiques par rapport au fonctionnement global de l'outil de production. Par contre, nous pouvons souligner ici l'intérêt d'une modélisation plus fine (prise en compte des différents impacts relatifs aux différents modes de défaillance) dans le cadre de décisions au niveau opérationnel. Nous allons maintenant nous attacher à décrire les différents modèles mathématiques de la littérature concernant le comportement du système : vieillissement, dégradation et défaillance. Nous nous limiterons dans cette description aux modèles les plus classiques (une présentation complète de l'ensemble des modèles est donnée par [68]). Nous présenterons ensuite les différentes modélisations relatives aux actions de maintenance : impact des maintenances sur le système et politiques de maintenance.

2.4.1 Modélisation du vieillissement du système

Au cours de la production, le système vieillit et se dégrade. La modélisation de ces comportements se heurte à certaines difficultés : il peut être difficile de mesurer (et donc de caractériser) l'état de vieillissement et de dégradation du système, celui-ci pouvant dépendre de nombreux facteurs. De plus les lois de comportement des systèmes peuvent également être trop compliquées pour être modélisées par une expression analytique. Pour pallier ces difficultés, différentes hypothèses de modélisation ont du être formulées afin de caractériser l'état du système. Nous allons maintenant les décrire.

Une des hypothèses les plus courantes consiste à indexer le vieillissement du système par son temps de fonctionnement. Il est cependant possible dans certains cas d'associer la dégradation du système à la mesure d'un indicateur (épaisseur d'une pièce soumise à érosion, viscosité d'une huile pour un matériel lubrifié, etc.), afin de modéliser plus précisément le phénomène de vieillissement.

Pour modéliser son vieillissement, le système est caractérisé par un indice de dégradation $i \in \mathbb{N}$ ou $x \in \mathbb{R}^+$, qui correspond à un état de dégradation. Le passage d'un état de dégradation à un autre peut être modélisé de manière discrète ou continue, et de façon déterministe ou stochastique.

Modèle à dégradation déterministe

L'état de dégradation augmente en fonction du temps écoulé (que le système soit en fonctionnement ou non), ou des quantités produites (c'est-à-dire du temps passé à produire). Une possibilité pour ce type de modélisation consiste à associer directement l'indice de dégradation à l'âge du système ou au nombre de produits fabriqués depuis sa mise en service.

Modèle à dégradation stochastique

Dans cette modélisation, le niveau de dégradation évolue de manière aléatoire au cours du temps selon une loi de probabilité donnée. L'élément qui déclenche la transition d'un état à un autre est dénommé « choc ». Ce comportement est modélisable par un processus stochastique, et notamment par des processus markoviens et semi-markoviens : la probabilité de transition d'un état i à un état j ne dépend que de l'état i , et le temps de transition est soit distribué exponentiellement (c'est-à-dire que celle-ci se fait indépendamment du temps) soit indexé par une loi de probabilité fonction de l'état courant. Les processus stochastiques les plus utilisées pour ces modèles sont le processus de Wiener et le processus Gamma [68].

2.4.2 Modélisation des défaillances

Le vieillissement du système entraîne plusieurs conséquences : occurrences de défaillance, pertes de productivité, dysfonctionnements (baisse de la qualité des produits). Dans ce manuscrit nous focalisons notre attention sur les défaillances et l'état de panne que nous avons défini précédemment. Nous ne considérons donc que deux états pour le système : en mesure de fonctionner correctement ou en panne. Nous modélisons l'état du système par une variable d'état binaire $X(t)$:

$$X(t) \begin{cases} 0 & \text{si le système est en état de fonctionner à la date } t \\ 1 & \text{si le système est en état de panne à la date } t \end{cases} \quad (2.10)$$

La figure 2.6 illustre le passage de l'état opérationnel à l'état de panne.

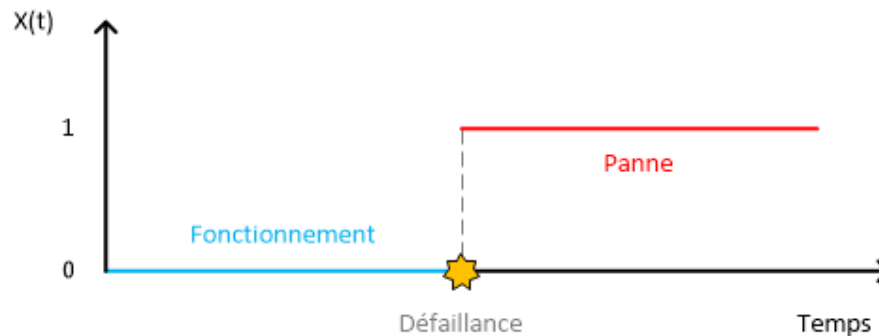


FIGURE 2.6 – Changement d'état d'un système à deux états

Nous avons vu que le vieillissement du système peut être modélisé de plusieurs façons ; deux solutions sont possibles pour modéliser l'occurrence de défaillances.

Seuil de dégradation

Dans cette modélisation, lorsque l'état de dégradation atteint un seuil de dégradation S , le système entre dans l'état de panne. La figure 2.7 illustre cette modélisation dans le cas d'un système dont le vieillissement se fait de manière discrète et aléatoire. L'entrée dans l'état de panne survient après plusieurs chocs pour une dégradation supérieure ou égale au seuil $S = 10$.

Taux de défaillance

Une autre modélisation consiste à associer un taux de défaillance au système. Le passage de l'état opérationnel à l'état de panne est modélisée par une loi de probabilité, que l'on peut choisir par le biais d'analyses statistiques sur le système. La figure 2.8 illustre cette modélisation dans le cas d'un système dont le vieillissement se fait de manière discrète et aléatoire, l'état de panne survient également de manière aléatoire.

La loi la plus utilisée est la *loi de Weibull* de paramètres (β, η) [26]. Le taux de défaillance instantané de cette loi dépend du temps de fonctionnement du système (cela suppose donc que la modélisation du vieillissement du système soit indexée sur le temps) et est définie de la manière suivante :

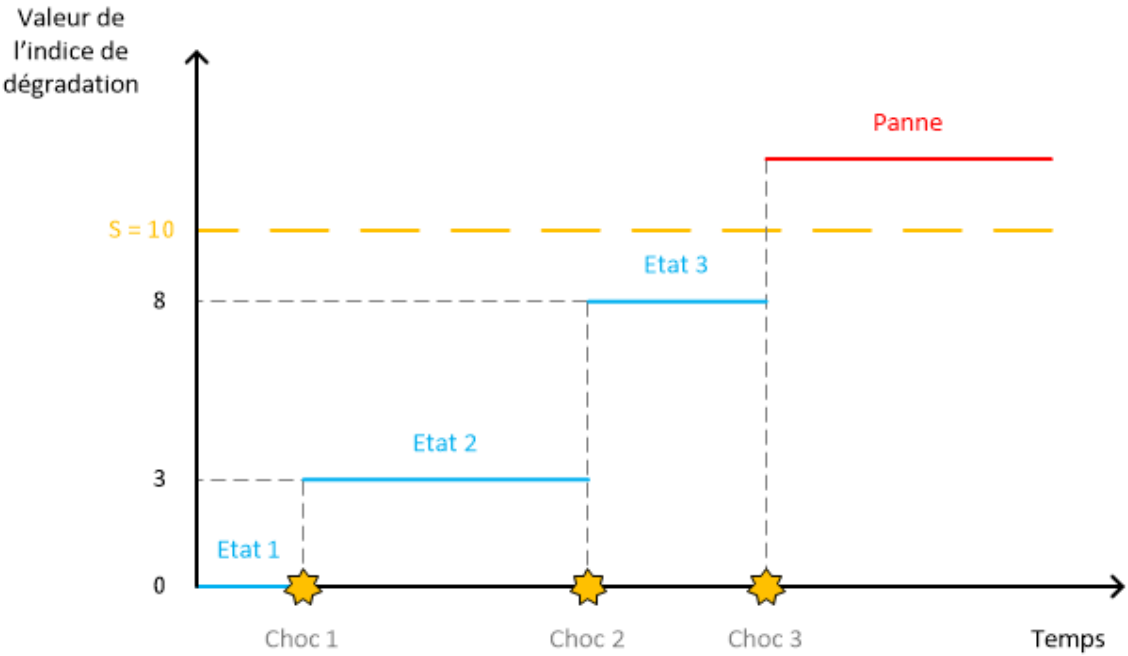


FIGURE 2.7 – Vieillessement aléatoire discret d'un système et défaillance par seuil

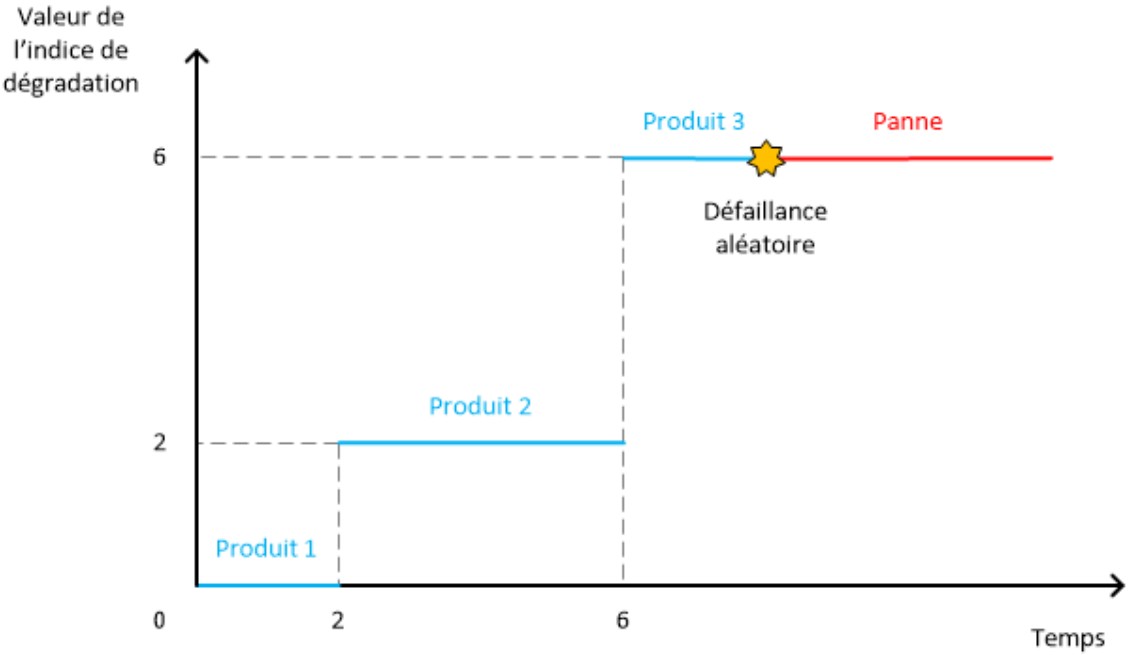


FIGURE 2.8 – Vieillessement déterministe discret d'un système et défaillance aléatoire d'un système

$$\lambda(t) = \frac{\beta}{\eta} \left(\frac{t}{\eta} \right)^{\beta-1} \quad \forall t > 0 \quad (2.11)$$

Le taux de défaillance cumulé entre deux dates t_1 et t_2 est le suivant :

$$\Lambda(t_1, t_2) = \int_{t_1}^{t_2} \frac{\beta}{\eta} \left(\frac{t}{\eta} \right)^{\beta-1} dt = \left(\frac{t_2}{\eta} \right)^{\beta} - \left(\frac{t_1}{\eta} \right)^{\beta} \quad (2.12)$$

Différentes possibilités d'évolution du système peuvent être modélisées via le choix du paramètre β :

- cas où $\beta < 1$: le taux de défaillance décroît en fonction du temps, c'est-à-dire que le niveau de fonctionnement du système s'améliore au cours du temps (phase de rodage par exemple),
- cas où $\beta = 1$: le taux de défaillance est constant et ne dépend pas du temps, dans ce cas le système ne vieillit pas et la loi de Weibull correspond à la loi exponentielle,
- cas où $\beta > 1$: le système se dégrade au cours du temps et est de plus en plus sujet aux défaillances, il est dans ce cas intéressant de mettre en œuvre une stratégie de maintenance préventive.

Défaillances mixtes

Il est également possible de combiner ces deux modèles, c'est-à-dire que le système est soumis à un taux de défaillance et qu'il tombe également en panne lorsqu'il atteint un certain seuil de dégradation.

2.4.3 Politiques de maintenance

De nombreuses stratégies de maintenances ont été développées en fonction des caractéristiques des systèmes considérés. Dans un premier temps nous pouvons distinguer la nature des opérations de réparation : les réparations peuvent être partielles ou complètes. Nous allons maintenant définir plusieurs termes associés à ces réparations.

Réparation parfaite

Ce type de réparation concerne les maintenances préventives ou correctives ; l'état de détérioration du système est restauré à sa valeur initiale. En pratique, le système est souvent remplacé par un système neuf lors de ce type de maintenance.

Réparation imparfaite

Ce type de réparation concerne les deux types de maintenance ; le système est restauré dans un état de dégradation intermédiaire entre son état courant et l'état initial. Un cas particulier de réparation imparfaite est la réparation minimale : ce type de réparation est à caractère provisoire et est mis en œuvre lorsqu'une défaillance empêche de poursuivre l'exploitation du système de production, le but étant de remettre celui-ci en état d'assurer une ou plusieurs de ses fonctions. Le système passe alors de l'état de panne à l'état opérationnel sans modification de son état de détérioration.

Nous allons maintenant présenter les principales politiques de maintenance préventive. Une première classification de ces stratégies peut se faire suivant deux catégories : les politiques d'inspections et les politiques de remplacement. Le choix d'une de ces politiques dépend des contraintes du système d'une part, et de celles imposées par le service de maintenance d'autre part.

Politique d'inspection

Cette politique peut être mise en œuvre dans le cas où la survenue de défaillance n'est pas immédiatement détectable. Son principe consiste à planifier régulièrement dans le temps des inspections du système afin de déceler rapidement la survenue des pannes au cours de la production, et de contrôler l'état de dégradation du système. Ce type de politique se divise en deux catégories suivant les possibilités de maintenance :

- politique corrective d'inspection : lors des inspections, si le système est trouvé dans l'état de panne, une maintenance corrective peut être mise en œuvre. Le problème d'optimisation de la maintenance consiste alors à déterminer la fréquence de ces inspections minimisant la somme des coûts liés à l'indisponibilité du système et ceux liés aux opérations d'inspection,
- politique préventive d'inspection : une maintenance préventive peut être mise en œuvre lorsque le système est inspecté et que les décideurs jugent que le système est trop dégradé. Il s'agit alors de déterminer le seuil de dégradation à partir duquel le remplacement du système est opéré.

Politique de remplacement

Cette politique consiste à effectuer régulièrement des maintenances préventives sur le système, de façon à ce que celui-ci reste dans un état de dégradation acceptable. Il s'agit alors de déterminer quand faire ces maintenances, de trouver un compromis entre leur coût et le coût engendré par les défaillances. Nous avons présenté précédemment trois stratégies de maintenance préventive : prévisionnelle, systématique et conditionnelle. Le choix d'une

stratégie dépendra du modèle de dégradation retenu (et donc de la disponibilité de l'information relative à la dégradation de celui-ci). Nous pouvons maintenant discuter de ces politiques en regard des modèles de dégradation que nous avons présenté :

- politique systématique : les maintenances préventives sont mises en œuvre à des intervalles de temps préétablis ; cette politique est employée notamment pour des modèles où le vieillissement du système est indexé sur le temps écoulé depuis sa mise en service, la politique de maintenance optimale est alors périodique dans le temps [10],
- politique prévisionnelle : cette politique repose sur l'estimation du temps de bon fonctionnement du système, afin d'essayer d'intervenir sur celui-ci avant l'occurrence de défaillances. Celle-ci se base donc sur le temps de fonctionnement du système, ou sur les quantités produites. Elle peut être employée pour les modèles utilisant ces hypothèses,
- politique conditionnelle : cette politique se base sur l'état du système (traditionnellement représenté par une estimation de la dégradation). Il s'agira de déterminer des seuils relatifs à cet état à partir desquels une maintenance préventive sera mise en œuvre. Dans le cadre de notre problématique, il est possible d'étendre cette notion « d'état ». Les actions de maintenance et celles de production partageant une ressource commune, la capacité de production ; la planification de maintenance préventive sera donc conditionnée par certaines contraintes relatives à la production. Nous pouvons alors imaginer la prise en compte de « l'état » de la production pour la planification de maintenance. La politique de maintenance conditionnelle pourra donc se baser sur de nouveaux critères : quantités de produits finis disponibles en regard de la demande, opportunités vis-à-vis de la capacité non utilisée dans certaines périodes (dans le cadre des problèmes de « taille de lots »), ou par rapport aux opérations de setup (c'est-à-dire planifier une maintenance avant une opération de setup pour éviter une éventuelle redondance de celle-ci), etc. Cette dernière peut s'apparenter à des maintenances dites opportunistes.

2.5 Critères d'évaluation de la qualité de l'intégration de la maintenance dans le processus de planification

Nous avons présenté les différentes politiques de maintenance pour le système et précisé que celles-ci visaient à assurer son bon fonctionnement pour la mission de production. Il convient dès lors d'examiner les critères de performance des opérations de maintenance au travers d'indicateurs que nous utiliserons par la suite.

Coût des opérations de maintenance

Comme nous l'avons vu, les opérations de maintenance engendrent des frais, qu'il faudra intégrer au coût de production. L'objectif sera alors de satisfaire la demande client tout en minimisant le coût total de la production. Il s'agit donc de trouver un compromis entre les contraintes de production, la fréquence de maintenance préventive et l'occurrence de maintenances correctives.

Disponibilité et fiabilité du système

La disponibilité est une mesure de performance des actions de maintenance, celle-ci se calcule en divisant la durée pendant laquelle le système est opérationnel par cette durée à laquelle sont additionnées les durées des maintenances. La *disponibilité instantanée* $D(t)$ du système à l'instant t est définie comme étant la probabilité que celui-ci soit en état de fonctionner à cette date.

$$D(t) = \mathbb{P}(X(t) = 1) \quad (2.13)$$

La *disponibilité asymptotique* $D(\infty)$ du système est défini comme la limite de $D(t)$ à l'infini.

$$D(\infty) = \lim_{t \rightarrow \infty} D(t) \quad (2.14)$$

La mise en œuvre d'actions de maintenance (correctives comme préventives) rendent le système indisponible pour une certaine durée. Comme nous l'avons vu, cette indisponibilité peut affecter la planification de la production (demande perdue) et engendrer des pertes économiques. Il sera donc nécessaire de chercher à maximiser la disponibilité du système, ce qui consistera à trouver la politique de maintenance préventive qui assurera le meilleur compromis entre le temps consommé par les actions correctives et les actions préventives : si la fréquence de maintenance préventive est trop élevée celles-ci consommeront trop de capacité de production, et si elle est trop faible ce seront les maintenances correctives qui en consommeront trop (l'occurrence de défaillance sera élevé si les maintenances préventives sont peu nombreuses). La figure 2.9 illustre un exemple de variation de disponibilité en fonction de la fréquence de maintenance préventive.

La *fiabilité* $R(t)$ du système à l'instant t est la probabilité que celui-ci soit en état de fonctionner sur tout l'intervalle de temps $[0, t]$.

$$R(t) = \mathbb{P}(X(s) = 1, \quad \forall s \in [0, t]) \quad (2.15)$$

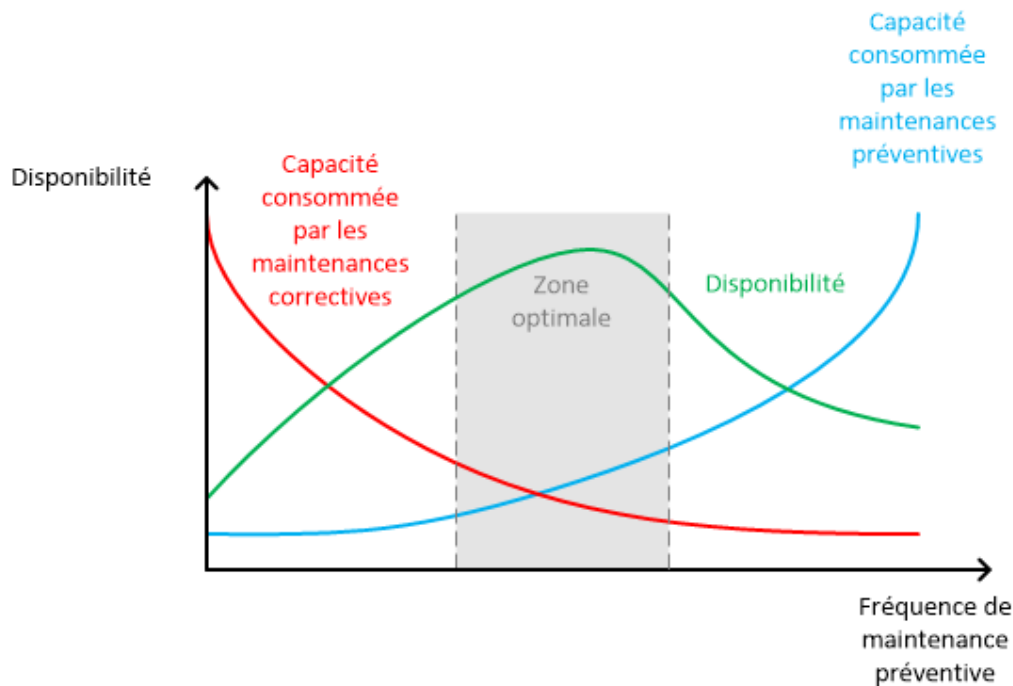


FIGURE 2.9 – Variation de disponibilité en fonction de la fréquence de maintenance préventive

La notion de fiabilité du système induit celle de *robustesse aux aléas*, il sera donc nécessaire de chercher à optimiser cette valeur afin de garantir la faisabilité de la production vis-à-vis de la demande client. Nous développerons plus tard dans ce manuscrit des expressions mathématiques concernant la faisabilité des plans de production fonction des modélisations.

Qualité des produits

La qualité peut être vue comme une composante du domaine de la maintenance : un système détérioré pourra fabriquer des produits de mauvaise qualité, qui viendront, comme nous l'avons vu dans le premier chapitre, diminuer la productivité et donc la rentabilité de l'entreprise. Le taux de qualité de la production correspond au ratio du nombre produits de bonne qualité sur le nombre total de produits fabriqués.

Sécurité du système et des opérateurs

Certains systèmes industriels sont soumis à de nombreuses règles de sécurité (état de fonctionnement critique, interventions obligatoires, etc.), les opérations de maintenance doivent dans ce cas tenir compte de ces contraintes.

Nous avons vu dans cette partie que le domaine de la maintenance poursuit plusieurs objectifs parfois contradictoires : optimisation des coûts, de la robustesse aux aléas, de la qualité des produits, de la sécurité, et de la disponibilité du système de production. Lors de l'intégration de la maintenance au sein du processus de planification, il conviendra d'examiner l'ensemble de ces critères pour juger de la bonne qualité de cette intégration.

2.6 Conclusion

Afin de répondre à notre problématique, nous avons décrit dans ce chapitre les principaux modèles mathématiques de la planification. Nous avons également présenté le domaine de la maintenance, les modèles mathématiques correspondants ainsi que les objectifs de ce domaine. Nous avons discuté des points d'intérêts auxquels nous devons prêter attention lorsque nous apporterons une réponse à notre problématique. Avant de contribuer à répondre à celle-ci, nous proposons dans le prochain chapitre de faire un état de l'art sur les recherches déjà menées sur le sujet. Nous retrouverons dans cette analyse les modèles que nous venons de présenter, et tenterons d'analyser ces travaux au vu des critères que nous avons mis en avant. Cette étude nous permettra alors de proposer des axes de travail pour une nouvelle contribution.

Chapitre 3

Etat de l'art sur l'intégration de la maintenance au sein du processus de planification tactique

3.1 Introduction

Nous avons vu dans les chapitres précédents la nécessité de prendre en compte les opérations de maintenance au sein du processus de planification, et de trouver un compromis quant à l'allocation des ressources entre ces deux services ; ces derniers ont cependant souvent été abordés de manière séparée voire dé-corrélée tant par les industriels que par les communautés scientifiques. Les premiers travaux pour répondre à ce problème sont récents et peu nombreux. Nous avons présenté précédemment le domaine de la planification de la production et celui de la maintenance, ainsi que les modèles mathématiques qui leurs sont associés. Nous proposons dans ce chapitre de mener une étude bibliographique des travaux de recherche traitant des liens entre la planification tactique et l'organisation de la maintenance des systèmes de production. Nous proposons en première partie d'établir une classification des différents travaux ayant trait à la planification tactique, puis de présenter et d'analyser ceux-ci en fonction de la pertinence des réponses qu'ils apportent à notre problème vis-à-vis des critères que nous avons exposés dans la deuxième partie.

3.2 Classification des modèles conjoints de planification tactique et de planification de la maintenance

Dans cette section, nous proposons de classer les modèles conjoints de planification tactique et de planification de la maintenance. La différence la plus importante entre les travaux qui ont été proposés concerne la nature de la demande : constante ou variable sur l'horizon temporel. Nous proposons donc de faire une première classification suivant ce critère : les problèmes sont soit basés « lot économique » soit « taille de lots ». Les possibilités pour continuer cette classification sont nombreuses : les hypothèses de modélisation ainsi que les politiques de maintenance sont nombreuses et variées. Pour les problèmes basés « lot économique », nous avons retenu la nature du taux de production, ce choix nous paraissant être le plus discriminant : le taux de production peut être constant, binaire, ou réglable. Nous détaillerons par la suite les spécificités du fonctionnement de chacune de ces possibilités. Concernant les problèmes basés « taille de lots », nous avons choisi de classer les modèles en fonction de la politique de maintenance préventive mise en œuvre : systématique, prévisionnelle, ou conditionnelle. La figure 3.1 illustre cette classification.

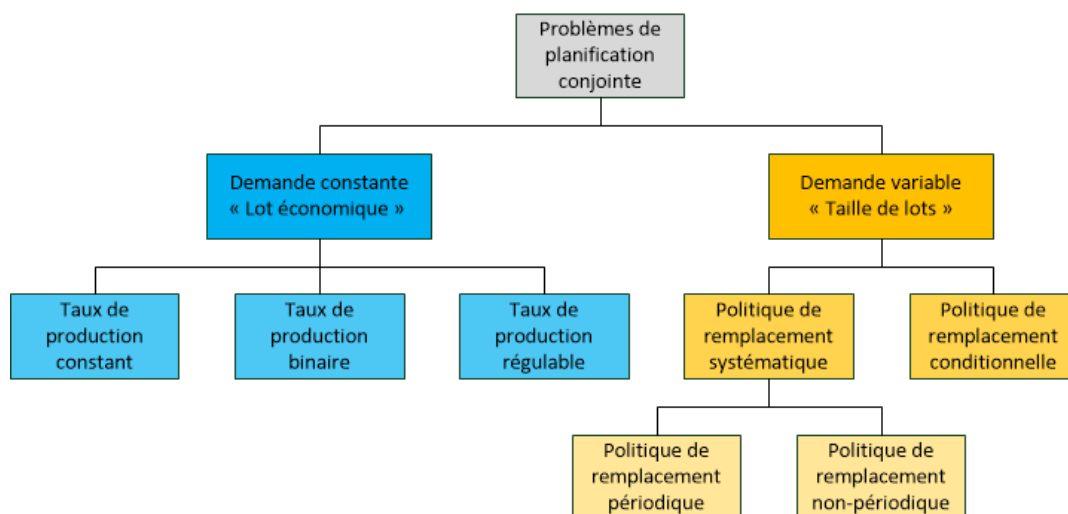


FIGURE 3.1 – Classification des problèmes de planification conjointe

Le but de notre analyse bibliographique est de montrer quelles sont les différentes approches existantes pour intégrer la problématique de la maintenance dans le processus de planification de la production, et de discuter de l'impact de cette intégration relativement à plusieurs critères d'importance pour le processus de planification :

- le coût total de la production,
- la robustesse des plans de production face aux aléas liés aux défaillances du système,
- la pérennité du bon fonctionnement du système.

Pour cela, nous attacherons particulièrement à décrire les modèles vis-à-vis des choix que les auteurs ont effectués concernant :

- le mode de vieillissement et de défaillance du système de production,
- la politique de maintenance mise en œuvre,
- la stratégie de planification de la production.

3.3 Présentation et analyse des modèles de la littérature

Notre présentation des modèles de la littérature se fera selon la classification précédemment présentée. La première partie de cette section concernera donc l'étude des modèles basés « lot économique », la deuxième se focalisera sur les problèmes de « taille de lots ».

3.3.1 Analyse des modèles basés « lot économique »

Les travaux de recherche sur les modèles basés « lot économique » sont très abondants dans la littérature. Les hypothèses de modélisation ainsi que les stratégies pour répondre au problème de planification conjointe sont très diverses, aussi nous avons classifié ces travaux selon la nature du taux de production :

- constant, le système à une capacité de stockage illimitée,
- binaire, la capacité de stockage est limitée, et le taux de production nominal prend la valeur de la demande une fois le stock rempli,
- réglable, le taux est adapté dynamiquement en fonction de la quantité stockée.

Une autre hypothèse relative à la politique de maintenance pourrait également servir pour classer ces travaux : dans certains systèmes les états de panne ou de dysfonctionnement ne peuvent être détectés uniquement lors d'inspections, tandis que ces états sont détectés immédiatement dans d'autres modèles. Ces différences n'impactant pas de manière directe sur l'organisation de la production, nous proposons de classer les travaux suivant la nature du taux de production.

Système avec taux de production constant

Plusieurs auteurs considèrent des systèmes dont le taux de production est constant et pour lesquels la capacité du stock est infinie. La longueur des cycles de production est variable, dépendant notamment de l'occurrence de défaillances. Le but de la résolution concerne la détermination de la quantité économique de production ainsi que le choix de décisions

relatives à la mise en œuvre des maintenances préventives, tout en minimisant les coûts totaux de production (inventaire, setup, pénalités, etc.).

[12] propose un modèle où le système peut-être dans deux états : opérationnel ou défectueux, état dont la conséquence est le risque que certains produits soient non-conformes. Le passage d'un état à l'autre se fait en fonction d'un taux de défaillance modélisé par la loi de Weibull et dépend du temps que le système a passé à produire ; cette hypothèse est classique, comme nous l'avons vu dans le chapitre précédent. La survenue de l'état défectueux ne peut être détectée que lors d'inspections. Celles-ci sont effectuées de manière périodique, et une maintenance préventive est mise en œuvre à chacune de celles-ci. Plusieurs niveaux de maintenances préventives sont considérés, chaque niveau étant caractérisé par un taux de défaillance spécifique. Après m inspections, une maintenance préventive parfaite est appliquée. Un cycle de production se termine dès lors que l'état défectueux est détecté, ou à la m -ième inspection ; un nouveau cycle démarre lorsque le stock est vide. L'objectif est de déterminer le nombre maximal m d'inspections, la durée des intervalles de temps les séparant, et enfin le niveau de maintenance appliqué au système pour chacune des inspections, qui minimiseront le coût total de production par intervalle de temps, la *qualité* de la production étant un facteur pour ces coûts. Les auteurs concluent que la mise en œuvre de maintenance préventive n'est justifiée que lorsque celle-ci ont un impact important sur la réduction du coût engendré par la production de produit non conforme. Plusieurs autres auteurs ont étudié des problèmes avec des hypothèses semblables [62, 63, 65].

[21] proposent un modèle avec des hypothèses similaires. Cependant dans leur modélisation, un état de panne est considéré en plus des deux autres états, celui-ci nécessite la mise en œuvre d'une maintenance corrective pour pouvoir reprendre la production, notion absente des travaux précédents. La définition d'un cycle de production est particulière dans ces travaux : un cycle débute lorsque le système est en état de produire et que le stock est vide, et se termine dès lors qu'une défaillance survient, quelque soit le niveau du stock. Deux politiques de maintenances sont étudiées : la première préconise de ne rien faire si le système est opérationnel lors des inspections, et de faire une maintenance corrective si une panne ou un mauvais fonctionnement est détecté. La seconde politique préconise de faire en fonction de l'état du système soit une maintenance préventive soit une maintenance corrective. Bien que ne pouvant trouver de politique de planification optimale, les auteurs recommandent la deuxième stratégie.

[29] considère une politique de maintenance non périodique, où les maintenances préventives imparfaites dégradent le taux de défaillance : plus le système est réparé, plus le taux de défaillance croitra rapidement avec le temps. Cette hypothèse est originale vis-à-vis des

autres travaux de la littérature et semble intéressante pour caractériser la réparation partielle d'un système de production. Tout comme dans [21], un cycle de production i se termine soit par la mise en œuvre d'une maintenance préventive au bout d'un temps T_i , soit lorsque une défaillance survient. Après N cycles de productions une maintenance préventive parfaite est mise en œuvre. Le but de la résolution est de déterminer les intervalles de temps T_i et la valeur de N qui minimiseront les coûts de production. L'auteur montre que la longueur des cycles doit être de plus en plus courte au cours de la production, et suggère une diminution du taux de production pour le cas d'un problème où la longueur des cycles de production doit être constante.

[39] ont développé un modèle où la longueur des cycles de production est constante, sauf en cas de défaillance. Le modèle considère deux politiques de maintenance : la première préconise la fin du cycle de production après panne, tandis que la deuxième examine la possibilité de reprendre la production en fonction du niveau de stock courant en payant des coûts de setup moindre. Le but est de déterminer la quantité économique à produire qui minimise le coût de production moyen. Les auteurs ont montré que la quantité à produire à chaque cycle était supérieure dans les deux cas à la quantité économique d'un modèle sans défaillance. Ils préconisent l'utilisation de la deuxième politique de maintenance lorsque le coût de setup après panne est faible par rapport au coût de setup classique, et explique que le choix de reprendre ou non la production en fonction du niveau de stock est fortement influencé par la valeur des différents coûts du modèle.

[53] considèrent un modèle proche de celui de [39] avec deux opérations de maintenance différentes : la première opération de maintenance restaure le système dans l'état où il se trouvait avant défaillance avec le même taux de défaillance, tandis que la deuxième restaure le système dans un état où le taux de défaillance est plus élevé, le coût de ce type de maintenance étant inférieur. Les deux taux de défaillance sont constants. La politique de maintenance proposée est la suivante : deux quantités $L1$ et $L2$ sont considérées, si la quantité déjà produite est inférieure à $L1$ lorsqu'une défaillance se produit au cours d'un cycle de production, une maintenance du premier type est appliquée, si la quantité est supérieure à $L1$ mais inférieure à $L2$, une maintenance du deuxième type est mise en œuvre, et si la quantité $L2$ est dépassée, le cycle de production est arrêté. Les auteurs cherchent les valeurs de $L1$ et $L2$ qui minimisent le coût de production par produit. Ils concluent que la quantité économique optimale à produire est plus élevée que la quantité économique d'un modèle sans maintenance. Les hypothèses de ce modèle ainsi que la politique de maintenance sont cependant atypiques.

Dans les travaux présentés les choix de modélisation concernant le mode de vieillissement et de défaillance du système de production sont très variés, tout comme les politiques de

maintenance mises en œuvre. Les hypothèses concernant la stratégie de planification de la production sont cependant globalement semblables : les auteurs tentent d'anticiper la perte de production liée aux actions de maintenances en augmentant la quantité économique à produire à chaque cycle, jouant ainsi sur la longueur de ceux-ci. Cependant le fait que les défaillances mettent fin aux cycles de production rend cette longueur variable, mais surtout aléatoire. Le risque de rupture de stock est donc fort en début de cycle : si une défaillance intervient en début de cycle, le stock constitué ne suffira pas à couvrir la demande pendant la réparation du système. Nous allons voir dans la prochaine partie que certains auteurs tentent d'anticiper ce problème via la constitution d'un stock de sécurité.

Système avec taux de production à deux niveaux de contrôle

Certains modèles considèrent un système pour lequel la capacité de stockage est limitée, mais où la cadence de production s'adapte à la valeur de la demande lorsque le stock est plein. La stratégie consiste en la création d'un stock de taille assez importante pour couvrir la demande en cas de défaillances lors des phases de production et d'établir une politique de maintenance capable de fournir un bon compromis entre le temps consommé par les actions préventives et celui consommé par les actions correctives.

Le système produit à une cadence supérieure à celle de la demande tant que le stock n'est pas plein. Le but de l'utilisation d'une telle méthode est d'atténuer le risque de rupture de stock, celui-ci étant lié à la probabilité d'avoir un trop grand nombre de défaillances au cours de la production.

Dans ce cadre, [71] considèrent un système soumis à des défaillances qui nécessitent la mise en œuvre de maintenance dont la durée est aléatoire. Ce système alimente un stock tampon de capacité bornée avec un taux de production supérieur à la demande tant que celui-ci n'est pas plein (la capacité du stock est fixée). Afin de résoudre leur problème, les auteurs utilisent une politique de maintenance dite (n, N, k) : une maintenance préventive est mise en œuvre si et seulement si l'âge du système est supérieur ou égale à N et que la quantité de produits stockés est supérieure à k ; ou si l'âge du système est supérieur ou égal à n et que le stock est plein. Les auteurs montrent que ce type de politique donne des résultats proches de la stratégie de maintenance optimale, qui est déduite en utilisant la théorie des processus Markoviens. L'avantage d'utiliser une telle règle (plutôt qu'une stratégie optimale) réside dans sa simplicité d'implémentation et d'utilisation pour le décideur.

Dans la continuité des travaux précédents, [48] considèrent un système multi-états, chaque état correspondant à un niveau de détérioration : le dernier état correspond à la panne, pour lequel le système doit subir une maintenance corrective. Le système est soumis à des inspections planifiées à intervalle de temps régulier durant lesquelles la décision d'effectuer

une maintenance préventive parfaite peut être prise. Ce modèle rejoint en ce sens ceux précédemment présentés [12, 21]. Les auteurs déterminent en utilisant la théorie des processus Markoviens s'il faut ou non mettre en œuvre une maintenance préventive pour chacun des états en fonction du niveau du stock. L'intérêt d'une maintenance conditionnelle basée sur plusieurs critères est souligné par les auteurs.

Les auteurs ont choisit de se prémunir d'éventuelles ruptures de stock (ou tout du moins de réduire très fortement la probabilité de leurs survenues) via la constitution d'un stock de sécurité : le système de production n'est pas soumis à des cycles de production mais produit en continu ; le taux de production s'adapte dès lors que le stock de sécurité est constitué. Cette solution est cependant onéreuse de par le coût de stockage des produits finis. Les politiques de maintenance préventive mises en œuvre par les auteurs semblent intéressantes pour apporter une réponse à notre problématique. Celles-ci sont de type conditionnel et se basent sur des seuils relatifs à la maintenance (âge ou état) du système, mais également à l'avancement de la production (niveau de stock). Les auteurs ont montré que leurs politiques de maintenance sont proches de la stratégie optimale et ont mis en avant leur simplicité de mise en œuvre. Il est à souligner que ces politiques sont *dynamiques* dans le sens où les décisions sont adaptées en fonction de l'évolution de l'état du système (en termes de production et de dégradation).

Système avec taux de production à multiples niveaux

Quelques auteurs ont considéré des systèmes où le taux de production est variable. Cette approche constitue une solution robuste à certains aléas : la régulation dynamique du taux de production par rapport au niveau de stock permet d'atténuer le risque de pénurie lié à l'occurrence de défaillances au cours de la production.

[45] font l'étude du problème d'un système où le taux de défaillance est croissant avec le temps et où le temps de réparation après défaillance est aléatoire. La politique de maintenance et la cadence de production sont dynamiques, car fonctions du niveau de stock et de l'âge du système : des seuils sont fixés pour la mise en œuvre des maintenances et pour la régulation du taux de production. L'étude montre que ce type de stratégie est plus efficace (en terme de la production) qu'une stratégie de maintenance périodique classique, et souligne donc l'importance du développement de stratégies de maintenance conditionnelles multi-critères.

[22] proposent un modèle où la sécurité des employés est prise en compte : la réalisation de certaines opérations de maintenance (préventives comme correctives) requière l'arrêt complet du système, celui-ci doit être éteint par raison de sécurité. Les auteurs proposent une politique de contrôle des taux de production, de la fréquence de mise en œuvre de

maintenances préventives et de la vitesse de remise en état de fonctionnement du système. Les auteurs formulent une politique de contrôle conditionnelle de ces taux, en fonction du niveau de stocks et de l'âge de la machine minimisant les coûts de production et de maintenance.

[23] ont étudié un problème où les maintenances préventives sont planifiées périodiquement à intervalle T , leur durée est également aléatoire. Après une maintenance préventive, le taux nominal de production est augmenté tant qu'un stock de S unités n'est pas constitué. Ce stock a pour but de couvrir la demande lorsque le système est en maintenance. Le but des recherches est de déterminer les valeurs optimales de la longueur du cycle T et la taille du stock S , qui minimisent les coûts de maintenance, d'inventaire et les éventuels coûts de pénurie. La résolution du problème se fait par une procédure numérique itérative. Bien que le choix de durées aléatoires pour les actions de maintenances soit intéressant, ce modèle présente une hypothèse peu réaliste : le système ne peut pas tomber en panne tant que le stock S n'est pas constitué.

[14] ont travaillé sur un système constitué de deux machines de production fonctionnant en parallèle. Les opérations de maintenance préventive sont planifiées périodiquement, et sont, tout comme les maintenances correctives, de durée aléatoire. Les auteurs comparent deux stratégies de production et de maintenance pour ce système : dans la première, la périodicité des maintenances entre les deux systèmes et les taux de production des machines sont traités indépendamment ; dans la deuxième les auteurs proposent d'augmenter le taux de production d'une machine à son maximum et de repousser les éventuelles maintenances préventives d'une machine, tant que l'autre n'est pas disponible. Il est montré empiriquement que la deuxième stratégie est la plus rentable, et donc que le fait d'adapter le fonctionnement du système en fonction des actions de maintenance constitue une bonne stratégie.

[67] propose de la même manière que [12] un modèle où le système peut-être dans deux états : opérationnel ou défectueux (état dont la conséquence est le risque que certains produits soient non-conformes). Un seul type de maintenance est considéré : une maintenance préventive parfaite est appliquée à la fin de chaque cycle de production quel que soit l'état du système. Les pièces de mauvaise qualité sont retravaillées pour devenir conforme avec un coût unitaire donné. Le taux de production n'est pas constant, et influe sur la qualité des produits lorsque le système est en défectueux ; augmenter celui-ci permet cependant de fabriquer plus de produits avant que le système ne subisse de défaillance, le taux de défaillance étant indexé sur le temps et non sur les quantités produites. L'objectif de la résolution est à la fois de déterminer la quantité économique de production et le taux de production optimaux pour minimiser les coûts de production.

Dans cette partie, nous avons vu que les auteurs ont étendu le caractère conditionnel de la stratégie de maintenance évoquée précédemment à la régulation du taux de production : celui-ci est fonction de seuils basés sur des critères relatifs à la maintenance et à l'avancement de la production. Le but des problèmes présentés consistent en leur détermination. Ce type d'approche dynamique est prometteur, car il permet d'assurer la pérennité du bon fonctionnement du système de production tout en limitant l'impact des aléas sur la production, et semble viable économiquement. Les aspects négatifs de cette stratégie reposent essentiellement sur l'aspect organisationnel : le caractère dynamique des décisions impliquent une forte réactivité de la part des équipes de production et de maintenance.

3.3.2 Analyse des modèles basés « taille de lots »

Les modèles basés « taille de lots » sont peu nombreux dans la littérature. Les modélisations et les stratégies de planification conjointe proposées sont éloignées de celles que nous avons rencontrées pour les modèles basés « lot économique ». Nous allons maintenant analyser ces travaux vis-à-vis des critères exposés précédemment. Pour cela nous allons reprendre la classification proposée en étudiant les modèles selon leurs politiques de remplacement préventives :

- politique systématique périodique
- politique systématique non-périodique
- politique conditionnelle

Politique de remplacement systématique périodique

Nous rappelons que cette politique est périodique dans le temps, et qu'elle ne tient compte que du temps écoulé. C'est sur celui-ci que certains auteurs ont choisi d'indexer le vieillissement et la défaillance du système de production dans leur modèle, choix qui justifie leur orientation vers une politique de remplacement systématique.

[5] ont travaillé sur une extension du Capacitated Lot Sizing Problem, avec une machine soumise à des défaillances aléatoires. A chaque défaillance, une maintenance corrective doit être mise en œuvre, tandis que des maintenances préventives peuvent être planifiées pour réduire l'état de dégradation du système. Cet état de dégradation croît de manière continue au cours du temps, que le système produise ou non, et influe sur la probabilité de défaillance au cours de la production. Les auteurs utilisent une politique de maintenance périodique dans le temps : les maintenances sont planifiées en début de période toutes les k périodes. Le but de l'algorithme de résolution proposé est de fournir un plan de production capable de répondre à la demande, ainsi que de déterminer la valeur k qui minimisera les coûts de production et de maintenance. La stratégie de maintenance proposée par les

auteurs, ainsi que la dégradation du système et la probabilité d'occurrence de défaillances sont basées sur le temps écoulé.

[56] ainsi que [51] ont étudié le cas d'un système multi-composants dont l'état général est décrit par l'ensemble des états de chaque composant : ceux-ci sont indépendants les uns des autres et peuvent être soit en état de fonctionnement normal, soit en état de panne. Le vieillissement de chacun de ces composants, ainsi que leur mode de défaillance, sont indexés sur le temps écoulé. Les auteurs ont fait l'hypothèse que l'état de panne d'un composant affecte la cadence de production du système, mais ne l'empêche pas de fonctionner. La politique de maintenance préventive est périodique ; et comme dans la plupart des autres travaux de la littérature celles-ci ne peuvent être mise en œuvre qu'en début de période. Le but du problème est de fournir un plan de production ainsi que les intervalles optimaux de maintenance pour chaque composant, tout en minimisant les coûts totaux de production. L'hypothèse d'un système multi-composants est originale par rapport à la littérature, et serait à priori plus réaliste que celle de systèmes mono-composant, qui agrègent les informations de vieillissement et de défaillance.

Les travaux exposés basent leur modélisation du vieillissement du système leur politique de maintenance préventive uniquement sur le temps écoulé. Cette hypothèse est discutable dans le cas où le système de production ne fonctionne pas au maximum de sa capacité pendant tout l'horizon considéré, nous pouvons nous poser la questions suivante : est-il nécessaire de maintenir régulièrement un système qui ne se dégrade pas ? De plus, la politique de maintenance ici mise en œuvre n'est pas flexible : elles ne peuvent être planifiées qu'en début de période et uniquement de manière périodique. Une telle politique ne permet pas de garantir l'optimalité de la fréquence de mises en œuvre des maintenances préventives pour notre problème, ce qui aura comme conséquence une baisse de la disponibilité du système de production. Nous allons maintenant étudier des travaux d'autres auteurs, où la politique de maintenance préventive est plus flexible.

Politique de remplacement systématique non-périodique

Cette politique repose sur l'estimation du temps de bon fonctionnement du système, le but étant d'essayer d'intervenir sur celui-ci avant que des défaillances surviennent. Celle-ci se base donc sur le temps de fonctionnement du système, ou sur les quantités produites.

[31] ont étendu les recherches de [5] : les maintenances préventives ne sont plus obligatoirement planifiées de manière périodique, bien que toujours placées en début de période. Une comparaison avec une politique périodique est proposée dans ces travaux, celle-ci s'avère plus couteuse, car elle contraint le placement des maintenances préventives dans le plan

de production. L'intérêt de ne pas contraindre la place des maintenances est donc souligné dans ces travaux.

[6] s'intéressent à un problème où le système est constitué de plusieurs lignes de production. Les auteurs proposent deux modèles où la stratégie de maintenance préventive diffère : dans le premier les maintenances sont effectuées de manière périodique, tandis qu'elles ne suivent pas forcément de périodicité dans le second. Dans ces modèles, il est supposé que le vieillissement du système entraîne une diminution de la capacité de production au cours du temps. La réduction de capacité est une hypothèse à première vue réaliste, celle-ci semble intéressante pour la création de modèles pour de futures investigations, bien qu'il soit cependant nécessaire de s'interroger sur la pertinence d'indexer celle-ci sur le temps écoulé. Les auteurs ne donnent pas de recommandation quant à l'utilisation préférentielle d'une des politiques proposées.

[54] ont également choisi d'indexer le vieillissement et le taux de défaillance du système de production sur le temps écoulé. Ils proposent cependant une stratégie de maintenance plus flexible : les maintenances préventives sont planifiées dans des fenêtres de temps périodiques. Bien que présentant les désavantages que nous avons déjà évoqués au sujet de l'utilisation de stratégies de maintenance basées sur le temps, cette stratégie offre néanmoins plus de flexibilité pour la planification des actions de maintenances, offrant ainsi plus de liberté pour la planification de la production.

Les travaux de [75] sont en marge des auteurs précédents. Ils proposent un modèle plus complet, composé de trois parties. Le but des recherches présentées est de fournir des conclusions sur des hypothèses de « bonnes pratiques » formulées par les auteurs, afin de donner des recommandations aux responsables de la production. La première des parties du modèle a pour but la création d'un plan de production agrégé, qui vise à définir les quantités à produire par famille de produits en fonction des ressources humaines, tout en minimisant les coûts de production. La deuxième partie consiste en la résolution du problème de « taille de lots », tout en minimisant les coûts de production et la déviation par rapport au modèle précédent. Enfin, la dernière partie consiste en la simulation du plan de production, dans laquelle est prise en compte l'occurrence de défaillances au cours de la production. Dans cette phase sont testées plusieurs politiques de maintenance préventive pour plusieurs jeux de données. Les conclusions majeures établies par les résultats de cette étude préconisent la planification conjointe de la production et de la maintenance ; les auteurs conseillent également d'employer une politique de maintenance préventive périodique dans le cas d'une demande constante, et d'utiliser une politique de maintenance basée sur les quantités produites par le système lorsque la demande est variable.

Nous avons vu que les politiques de remplacement systématique non-périodique sont plus performantes que les stratégies périodiques. En effet, le problème de flexibilité est ainsi partiellement levé (dans certains travaux les maintenances préventives ne peuvent cependant être planifiées qu'en début de période), et la disponibilité du système est susceptible d'être plus forte. Cependant, dans leurs modèles, les auteurs ne considèrent pas le problème de faisabilité des plans de production : l'estimation de la capacité consommée par les maintenances correctives ne se fait que par rapport au nombre moyen de pannes attendues (dont le calcul est basé sur le temps écoulé pour la majorité des modèles et sur les quantités produites dans les autres cas), rien n'assure donc la faisabilité des plans établis dans le cas où le nombre de pannes observées en pratique dépasse cette moyenne.

Politique de remplacement conditionnelle

Cette politique se base sur l'état du système, et est employée notamment dans le cas où le vieillissement du système est modélisé par un indice de dégradation.

[20] proposent un problème où les hypothèses relatives à la dégradation du système sont plus réalistes que dans les travaux précédemment présentés : le système de production est caractérisé par un état de dégradation qui évolue de manière stochastique lors de la production ; et le taux de défaillance du système est fonction de cet état de dégradation. La résolution du problème a pour but la création d'un plan de production sous contrainte de faisabilité et la détermination d'un seuil de dégradation maximal pour le système, au delà duquel une maintenance préventive sera mise en œuvre. Bien que cette politique de maintenance ait la qualité d'être dynamique de part sa prise en compte l'état du système de production, celle-ci présente le défaut de ne pas être assez souple : des opportunités intéressantes pour le placement de maintenances peuvent être ignorées dans le sens où elles ne sont mise en œuvre que si et seulement si le seuil de dégradation est atteint.

Il n'y a qu'un seul article utilisant une politique de remplacement conditionnelle à notre connaissance. Nous pouvons lui reprocher de ne considérer qu'un seul critère (l'état de dégradation) pour cette politique, ce qui a pour conséquence de réduire les possibilités de planification pour la production. Nous avons en effet souligné dans le chapitre précédent la possibilité de prendre en compte des paramètres attrayant à l'état de la planification de la production, c'est-à-dire son avancement, ce qui permettrait a priori de placer les maintenances préventives de manière plus judicieuse, ou tout du moins de limiter l'impact des contraintes liées à la maintenance sur la planification de la production.

Politique de remplacement corrective

[47] présente des travaux autour d'un modèle dont les hypothèses sont très différentes des autres modèles de la littérature, raison pour laquelle nous n'avons pu classer ses

recherches. L'auteur considère un système mono-produit à capacité de production illimitée, avec un taux de défaillance constant. La notion de maintenance préventive est donc absente de ce modèle. Deux cas sont considérés à propos du setup après défaillance du système : soit celui-ci est totalement perdu, soit seulement une partie de celui-ci doit être refait, à moindre coût. Le but du problème dans les deux cas concerne la création du plan de production et la prise de décision concernant la reprise de la production après panne. La résolution du problème est effectuée en utilisant la programmation dynamique stochastique. Pour le premier cas, l'auteur préconise de produire jusqu'à la survenue de la première défaillance après production de la quantité nécessaire à satisfaire la demande de la période en cours. Pour le deuxième cas, la reprise de production après panne dépend des stocks en cours. Ayant fait le choix d'imposer la mise en œuvre d'une opération de setup après panne dans les hypothèses de son modèle, l'auteur souligne l'importance de l'influence des paramètres de coûts de setup et de stockage sur les décisions de reprise de production après panne. La prise de décisions dynamiques en fonction de l'avancement de la production est ici recommandée pour atténuer l'impact des défaillances aléatoires.

3.4 Conclusion

Dans ce chapitre nous avons présenté les travaux de recherche concernant les problèmes liées à notre problématique : l'intégration de la maintenance dans le processus de la planification la production. Nous concluons cette étude bibliographique en proposant un récapitulatif des principales hypothèses de modélisation employées dans les travaux présentés, ainsi qu'une critique des politiques mises en œuvre.

Nous avons souligné que l'ensemble des hypothèses des différents modèles présentés est très hétéroclite (tant pour les modèles basés « lot économique » que pour ceux basés « taille de lot ») ; cependant la très large majorité de ces modèles traitent du même problème et ont le même objectif : comment planifier conjointement la production et la maintenance à moindre coût ? Dans de rares travaux sont considérés des contraintes additionnelles relatives à des exigences des décideurs concernant la production (qualité des produits, sécurité des employés, faisabilité du plan de production, etc.). Celles-ci sont couramment délaissées au profit du seul critère économique ; il convient alors de s'interroger sur la pertinence des approches proposées vis-à-vis de ces critères pour les travaux qui n'en tiennent pas compte. Nous avons vu que les stratégies mises en œuvre pour la planification de la production et de la maintenance sont également très diverses, et qu'elles ne peuvent être analysées qu'en fonction du cadre dans lequel elles sont employées.

La plupart des auteurs tentent d'anticiper les contraintes qu'imposent les actions de maintenance sur le fonctionnement du système de production : la cadence de production ou le plan de production sont calculés en fonction de l'estimation de l'impact des défaillances sur le rythme de la production en regard de la demande. En ce sens, plusieurs solutions ont été proposées :

- le développement d'un « stock tampon » suffisamment important pour pouvoir continuer de répondre à une demande continue lorsque le système n'est pas en état de produire,
- la réduction de la capacité nominale du système lors de la détermination du plan de production, qui permet ainsi de réserver de la capacité qui sera consommée par les actions de maintenance.

Ces solutions bien qu'efficaces peuvent être améliorées par le développement de stratégies dynamiques : la cadence de production peut être changée en fonction de l'avancement de la production ou une replanification du plan de production est suggéré en fonction de l'avancement de la production.

Nous avons constaté qu'une très large majorité de travaux s'intéressent aux modèles de type « lot économique », laissant de nombreuses possibilités d'investigation pour les modèles de type « taille de lots ». Aussi, les auteurs ayant travaillé sur ces modèles basés « taille de lots » ont en majorité choisi d'une part de considérer des hypothèses peu réalistes pour modéliser le vieillissement du système de production (fonction du temps écoulé), et d'autre part de mettre en œuvre une politique de maintenance simple (systématique, ou conditionnelle basée sur un seul critère). Certains auteurs ayant travaillé sur le problème de « lot économique » ont proposé de considérer plusieurs critères conditionnant la mise en œuvre des maintenances préventives et ont montré empiriquement l'intérêt de ce type de stratégie. Paradoxalement, il n'existe pas à notre connaissance de sujet de recherches prenant en compte ces recommandations dans le cadre des problèmes de « lot-sizing ». De nombreuses pistes d'investigation sont donc ouvertes concernant l'implémentation de politique de maintenance conditionnelle multi-critères.

Nous présenterons dans le prochain chapitre les orientations de nos travaux de recherche, dont le but est de pallier aux manquements que nous avons mis en avant au cours de notre analyse bibliographique.

Chapitre 4

Objectifs des travaux

4.1 Introduction

Dans les chapitres précédents nous avons présenté la problématique de la planification conjointe de la production et de la maintenance, ainsi que les travaux existants à ce sujet. Nous proposons dans ce chapitre :

- de résumer les principales hypothèses et les limites des modèles de maintenance présentés au cours de l’étude bibliographique,
- de présenter les hypothèses majeures de nos travaux et de justifier leur choix,
- de préciser les grandes lignes des objectifs de nos travaux et l’étendue de notre champ d’investigation.

4.2 Analyse de la problématique générale vis-à-vis de la bibliographie

L’objectif principal de ce manuscrit est de proposer et d’analyser un ensemble d’approches organisationnelles pour la planification de la production et l’intégration de la maintenance au sein de ce processus ; nous analyserons notamment l’impact de la maintenance sur la production tant en termes de coûts économiques que de robustesse ou encore de faisabilité des plans de production alors construits. Ainsi, nous nous attachons clairement à répondre à la question « comment faire pour intégrer la maintenance au sein du processus de planification tactique de production ? ». Nous avons discuté de ces impacts en termes :

- de critères économiques : l’un des critères les plus usités dans l’optimisation de la planification tactique de la production reste le coût économique, essentiellement formé par

l'ensemble des coûts de production (coûts de setup, coûts de stockage des produits finis, etc.). Il est clair qu'une intervention de maintenance engendre elle aussi un ensemble de coûts intégrant coûts directs (pièces de rechange, personnels de maintenance, etc.) et indirects (liés notamment à l'éventuelle perte de production),

- d'utilisation des ressources de production : pour assurer la rentabilité économique du système de production, il est nécessaire de chercher à en maximiser son utilisation en fonction bien entendu d'un niveau de demande et de sa capacité théorique. La maintenance est perçue d'un point de vue de la production comme une capacité perdue. Il pourrait alors être intéressant de positionner les interventions de maintenance sur des périodes à faible niveau de production, c'est-à-dire d'utiliser les opportunités que présente le plan de production,
- de robustesse ou de faisabilité des plans de production : la raison même de la maintenance est l'assurance du bon fonctionnement des systèmes, notamment vis-à-vis de défaillances pouvant intervenir aléatoirement. On note ici que la fréquence de ces défaillances peut être fonction de l'organisation des interventions de maintenance dites préventives. Cependant, la part restante d'aléas rend le problème de planification stochastique. La faisabilité d'un plan prend alors tout son sens. Or nous avons vu que ce critère n'est quasiment jamais pris en compte pour la planification tactique.

Le problème décisionnel est complexe d'une part à cause de la complexité même du problème de planification tactique et d'autre part au vu des objectifs souvent conflictuels et des domaines de la planification de la production et de la maintenance (consommation d'une ressource commune : la capacité). Nous pouvons d'abord nous interroger sur la question de la modélisation du problème de planification avant d'aborder la question du développement de méthodes de résolution. Sur ce dernier point, nous pouvons distinguer deux approches : la première consiste à déterminer une structure décisionnelle a priori qui repose sur un ensemble de paramètres, la seconde consiste à trouver la solution optimale du problème d'optimisation. Au vu du très grand nombre de paramètres du modèle et de la complexité du modèle, il est peu envisageable de s'orienter dans cette dernière voie. Nous chercherons alors à mettre en évidence des structures générales et des règles de décision à partir d'analyses numériques de nos modèles par le biais de plans d'expérience. Les questions posées ci-dessus forment le socle même de notre recherche que nous reprendrons dans la définition des objectifs de nos travaux.

4.3 Cadre de l'étude et positionnement par rapport à la littérature

Nous avons choisi d'orienter nos recherches sur les modèles de planification de la production de type « taille de lots ». Ce choix est principalement motivé par l'intérêt industriel à disposer d'outils ou de règles pour le cas de problématiques où la demande est variable, ce cas n'ayant que peu été traité dans la littérature. Nous allons restreindre le cadre de l'étude sur le champ de la modélisation de la maintenance ; cette restriction affecte deux champs. Tout d'abord, un système complexe tel qu'un système de production présente plusieurs modes de défaillance, et une action de maintenance, quelle soit préventive ou corrective, est généralement spécifique à une défaillance ; nous ne considérerons ici qu'un seul type de défaillance, qui entraînera l'arrêt immédiat de l'ensemble de la production. La seule façon d'influer sur la fréquence de panne sera la mise en place d'une action préventive assimilable, en termes de performance du moins, à un remplacement du système à l'identique. Le second champ est lié à l'hypothèse de performance de l'organisation du processus maintenance. Nous supposons celle-ci comme parfaitement maîtrisée dans le sens où les ressources humaines et matérielles de maintenance sont supposées infinies. Cette hypothèse se traduit par des durées opératoires de maintenance constantes et connues. En termes d'organisation de maintenance, nous considérerons deux types d'opérations : des réparations correctives minimales (qui permettent une simple remise en fonction du système) et des réparations parfaites (qui consiste en une remise à neuf).

Nous souhaitons développer plusieurs méthodes de résolution, dont le but est la construction conjointe de plans de production et l'établissement de politique de maintenance conditionnelle multi-critères. Ces politiques de maintenance conditionneront la mise en œuvre de maintenances préventives suivant plusieurs critères (âge du système, avancement de la production, étude des opportunités en début et fin de périodes, etc). Certains auteurs [45, 22, 48] ont montré dans le cas de problèmes basés « lot économique », que les politiques de planification et de maintenance conditionnelle basées sur plusieurs critères pouvaient s'avérer bien plus performantes que des politiques de planification plus classiques (planification périodique des maintenances, maintenance conditionnelle basée sur un unique seuil, etc). Nous pensons également que la planification de la production et celle de la maintenance ne peuvent être établie de manière dissociée, et qu'une prise de décisions dynamique en fonction de plusieurs critères relatifs à l'état du système sera plus performante que des stratégies de planification disjointes ou statiques. Nous avons montré dans notre analyse de l'état de l'art qu'il existe un large champ d'investigations pour ces considérations, et que concernant les problèmes basés « taille de lots », aucun modèle de ce type n'a été pour

l'instant proposé; nous souhaitons donc apporter une première contribution dans cette voie.

4.4 Objectifs des travaux

L'objectif principal de nos travaux est de proposer des méthodes pour l'intégration des préoccupations maintenance au niveau de la planification tactique de la production : l'évaluation de plusieurs politiques de maintenance nous permettra d'établir des méthodes et des règles de « bonne pratique » pour les décideurs dans le cadre de l'intégration de la maintenance au sein du processus de planification de la production. Ces politiques devront être élaborées de façon à rester à la fois suffisamment simples pour être utilisables, et suffisamment complexes pour justifier d'une réelle optimisation des critères que nous considérerons (coût de production, faisabilité du plan de production, etc.). Nous proposons de commencer cette étude par le cas le plus simple : le système de production est mono-produit. De cette étude nous essaierons de tirer des conclusions relatives :

- au développement de stratégies efficaces pour la planification de la production et des actions de maintenance,
- aux performances des méthodes de résolution développées,
- à l'impact des paramètres sur les coûts de production.

Dans un second temps, nous élargirons ces résultats préliminaires à des cas plus complexes. Notre étude portera sur la version multi-produits du problème, auxquels sera adjoint successivement plusieurs contraintes relatives aux exigences que peut avoir un décideur : nous prendrons en compte une contrainte de disponibilité du système, puis une contrainte de faisabilité. Tout au long de cette étude, nous nous efforcerons d'une part d'analyser la performance des stratégies de construction conjointe de plans de production et de politiques de maintenance associées, d'autre part de caractériser et d'analyser les comportements des paramètres de décision afin de déterminer quelles sont les stratégies les plus adéquates pour les différents cas rencontrés. En s'appuyant sur ces expérimentations, nous essaierons de présenter des résultats concernant les « bonnes pratiques » évoquées précédemment.

Deuxième partie

Couplage des processus de planification et de maintenance

Introduction

L'objectif de cette deuxième partie est l'apport d'un élément de réponse à notre problématique, via la formulation et la résolution d'un premier problème. Nous avons choisi d'élaborer un modèle basé sur le « Capacitated Lot Sizing Problem with Setup Times and Shortage Costs » [2], et d'adjoindre à celui-ci des hypothèses relatives à la maintenance du système de production. Le vieillissement et la défaillance du système seront basés sur le temps écoulé, et nous considérerons deux types de maintenance : préventive parfaite, et corrective minimale. Nous proposons de créer un modèle de type Markovien. Grâce à une telle modélisation, nous serons en mesure d'utiliser la programmation dynamique sur notre problème. Cette méthode nous permettra de le résoudre de manière optimale. Nous pourrions alors déduire via l'analyse des solutions obtenues des propriétés relatives à la planification des maintenances au sein du plan de production. Ainsi, nous pourrions formuler des règles générales pour la mise en œuvre d'une politique de maintenance. Nous essaierons alors d'utiliser les résultats obtenus afin de développer des méthodes de résolution plus performantes que la programmation dynamique. Nous nous efforcerons alors de prendre en compte les recommandations que nous avons pu extraire de l'analyse de la bibliographie dans la partie précédente : nos politiques de planification de la production et de la maintenances seront basées sur plusieurs critères tels que l'âge du système, le stock de produits finis et la capacité disponible pour le système.

Les deux premiers chapitres de cette partie sont voués à l'étude du cas mono-produit, et le troisième étend nos travaux au cas multi-produits. Dans le premier chapitre nous proposons la formulation d'un problème de planification conjointe et proposons un modèle mathématique de type processus de Markov. Dans le deuxième chapitre nous cherchons à résoudre ce problème, au moyen d'une méthode exacte basée sur la programmation dynamique, et deux méthodes heuristiques : ces méthodes seront comparées. Nous analyserons les solutions obtenues avec la méthode optimale, afin de dégager des propriétés sur la structure des solutions. Dans le troisième chapitre, nous proposerons d'étendre ces recherches au cas multi-produits, et tenterons d'y appliquer les méthodes développées.

Chapitre 5

Modélisation d'un problème mono-produit

5.1 Introduction

Nous avons montré dans les chapitres précédents que la majorité des problèmes basés « taille de lots » de la littérature ne propose que des modèles de dégradation et de défaillance basés sur le temps. Nous proposons de considérer des hypothèses différentes pour modéliser un système de production : nous indexons le vieillissement et l'occurrence de défaillances sur le temps de production effective. [45] recommandent, dans le cadre des problèmes basés « lot économique », d'adopter une stratégie dynamique multi-critères tant pour la planification de la production, que pour celle de la maintenance. Aucun des travaux que nous avons recensés dans la littérature n'applique ce type de stratégie aux modèles « taille de lots ». Celle-ci semble cependant prometteuse : une planification conjointe et interdépendante de la production et de la maintenance permettrait la construction de plans adaptés, présentant des opportunités pour la maintenance et assurant ainsi le bon entretien du système. Pour cela, nous proposons une modélisation mathématique basée sur les processus Markovien. Ce choix nous permettra d'appliquer une méthode de programmation dynamique, qui semble une approche intéressante pour notre problématique [47]. Nous proposons dans un premier temps de travailler sur un problème mono-produit et d'en déduire des stratégies efficaces pour la planification de la production et des actions de maintenance via l'utilisation de la programmation dynamique. Après développement et évaluation de plusieurs méthodes de résolution, les politiques les plus performantes pourront par la suite être étendues au cas multi-produits.

La première partie de ce chapitre est vouée à la présentation de nos hypothèses de modélisation et à la formulation de notre problème, la deuxième partie concerne la description du modèle mathématique associé à cette formulation.

5.2 Formulation du problème

5.2.1 Problème de planification

Nous avons choisi de travailler sur la version mono-produit d'un problème de planification classique, le « Capacitated Lot Sizing Problem with Setup Times and Shortage Costs » [2], qui est une des extensions du « Capacitated Lot Sizing Problem » que nous avons présenté dans la première partie de ce manuscrit. Dans ce problème les opérations de setup génèrent un coût et consomment également une part de la capacité. Aussi, lorsque la demande n'est pas satisfaite à la fin d'une période, une partie de la demande peut être annulée moyennant une pénalité financière pour chaque unité manquante. Nous parlons dans ce cas de demande perdue. Ce problème est *NP*-Difficile [15, 78].

Les notations de notre problème sont les suivantes :

T	nombre de périodes t de l'horizon de planification	
d_t	demande en produit à la fin de la période t	$\forall t \in \llbracket 1, T \rrbracket$
c_t	capacité du système de production pour la période t	$\forall t \in \llbracket 1, T \rrbracket$
c_s	capacité consommée par l'opération de setup	
s	coût de l'opération de setup	
h	coût de stockage d'un produit durant une période	
sh	coût de shortage pour chaque unité manquante	
I_0	niveau de stock au début de l'horizon	
Q_t	nombre de produits fabriqués à la période t	$\forall t \in \llbracket 1, T \rrbracket$
I_t	niveau de stock en produit à la fin de la période t	$\forall t \in \llbracket 1, T \rrbracket$
SH_t	nombre de produits manquants à la fin de la période t	$\forall t \in \llbracket 1, T \rrbracket$
X_t	vaut 0, ou 1 si la production est lancée à la période t	$\forall t \in \llbracket 1, T \rrbracket$

La fonction objectif du problème d'optimisation est :

$$z = \min \sum_{t=1}^T (s X_t + h I_t + sh SH_t) \quad (5.1)$$

Sous les contraintes :

$$I_t = I_{t-1} + Q_t + SH_t - d_t \quad \forall t \in \llbracket 1, T \rrbracket \quad (5.2)$$

$$Q_t + c_s X_t \leq c_t X_t \quad \forall t \in \llbracket 1, T \rrbracket \quad (5.3)$$

$$X_t \in \{0, 1\} \quad \forall t \in \llbracket 1, T \rrbracket \quad (5.4)$$

$$Q_t, I_t, SH_t \in \mathbb{N} \quad \forall t \in \llbracket 1, T \rrbracket \quad (5.5)$$

L'objectif 5.1 est de minimiser la somme des coûts de lancement, de stockage et de shortage sur l'horizon.

La contrainte 5.2 représente l'équilibre des stocks pour chaque période.

La contrainte 5.3 impose qu'une opération de setup soit effectuée à la période t si une production est lancée, et que la capacité consommée soit inférieur ou égale à la capacité disponible.

La contrainte 5.4 est une contrainte d'intégrité.

La contrainte 5.5 est une contrainte de positivité.

5.2.2 Hypothèses relatives à la maintenance

Nous allons maintenant présenter les hypothèses relatives au vieillissement du système, à son mode de défaillance et aux actions de maintenance qui pourront être mise en œuvre.

Nous considérons que le système de production est soumis à un vieillissement fonction de son niveau de production. Ainsi, nous indexerons l'âge du système par le volume de capacité consommée pour produire les items depuis sa remise à neuf. Par ailleurs, nous supposons que les opérations de setup n'ont pas d'influence sur l'âge du système.

Comme mentionné précédemment, nous nous intéressons uniquement aux défaillances qui ont un impact significatif sur la production. Nous considérons alors que ces défaillances aléatoires peuvent être résumées dans une unique distribution de durée de vie définissant alors l'intervalle de fonctionnement depuis sa mise en route jusqu'à la première défaillance. On supposera et ceci tout au long du manuscrit que cette durée de vie peut être caractérisée

par une distribution de probabilité de type loi de Weibull à deux paramètres (β, η) où β est le paramètre de forme et η le paramètre d'échelle.

Très brièvement, nous rappelons que le paramètre de forme caractérise le mode de défaillance (défaillance de jeunesse, aléatoire ou de vieillissement) alors que le paramètre d'échelle caractérise la durée moyenne avant la première défaillance. Nous notons a l'âge du système. La fonction de répartition de la loi de Weibull est :

$$F(a) = e^{-\left(\frac{a}{\eta}\right)^\beta} \quad (5.6)$$

Le support de a est donc le temps de fonctionnement. Le taux de défaillance instantané d'une loi de Weibull est donné par :

$$\lambda(a) = \frac{\beta}{\eta} \left(\frac{a}{\eta}\right)^{\beta-1} \quad (5.7)$$

Le taux de défaillance cumulé $\Lambda(a_1, a_2)$ représente le nombre moyen de défaillances entre deux âges a_1 et a_2 :

$$\Lambda(a_1, a_2) = \int_{a_1}^{a_2} \frac{\beta}{\eta} \left(\frac{u}{\eta}\right)^{\beta-1} du = \left(\frac{a_2}{\eta}\right)^\beta - \left(\frac{a_1}{\eta}\right)^\beta \quad (5.8)$$

La caractérisation des paramètres β et η peut être facilement obtenue par le biais de méthodes d'estimation de type moment ou encore maximum de vraisemblance. Elles reposent sur les dates de durée de fonctionnement des différents systèmes. Dans le cadre de notre étude, nous utiliserons des données génériques que nous présenterons lors de la description des différents tests.

Actions de maintenance

Nous considérons deux types d'actions de maintenance, la mise en œuvre de chacune d'elles consomme une part de la capacité de production et génère un coût :

- maintenances préventives parfaites : ces maintenances restaurent le système en remettant son âge à zéro, comme si celui-ci était neuf ; ce type de maintenance servira donc à réduire l'occurrence de défaillances au cours de la production. La mise en œuvre d'une telle maintenance consomme de la capacité et génère un coût.
- maintenances correctives minimales : ces maintenances doivent être mises en œuvre après chaque défaillance, leur but est de remettre le système en état de fonctionnement ; ces maintenances n'affectent pas l'âge de celui-ci.

Les notations additionnelles relatives à la maintenance sont les suivantes :

- c_{cm} la capacité consommée par une maintenance corrective
- c_{pm} la capacité consommée par une maintenance préventive
- cm le coût d'une maintenance corrective
- pm le coût d'une maintenance préventive

La figure 5.1 illustre l'évolution du taux de défaillance au cours de la production en fonction de l'âge du système.

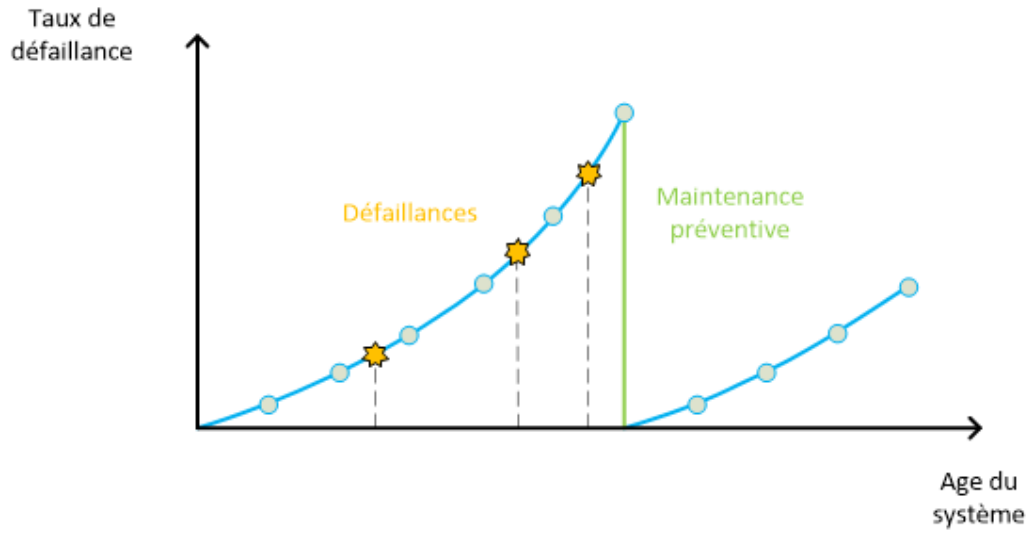


FIGURE 5.1 – Evolution du taux de défaillance en fonction de l'âge du système

Avant de passer à la formulation générale du problème, nous voulons souligner l'impact de l'indexation de l'âge du système en fonction des quantités produites. Cette hypothèse permet de renforcer les dépendances entre planification de la production et maintenance, une périodicité de maintenance sera alors fonction des quantités produites et non simplement du temps, et donc de légitimer une approche d'optimisation intégrée.

5.2.3 Formulation générale du problème

Nous considérons un horizon temporel constitué de T périodes. A la fin de chaque période t , une quantité d_t de produits doit être disponible pour satisfaire la demande client. Le système de production, qui n'est composé que d'une machine, dispose d'une capacité de production c_t spécifique à chaque période t et ne fabrique qu'un seul type de produit. Nous faisons l'hypothèse que la production d'un produit consomme une unité de cette capacité.

Nous proposons de modéliser l'occurrence des défaillances par un processus de Poisson non homogène de paramètre Λ . Ce processus stochastique est indépendant du temps et sert à compter les occurrences d'un phénomène dans un intervalle de temps. Dans notre cas, la probabilité d'avoir k défaillances entre un âge a_1 et un âge a_2 est la suivante :

$$P[N_f(a_1, a_2) = k] = e^{-\Lambda(a_1, a_2)} \cdot \frac{\Lambda(a_1, a_2)^k}{k!} \quad (5.9)$$

Le nombre moyen de ces défaillances pour la production entre a_1 et a_2 est :

$$E[N_f(a_1, a_2)] = \sum_{k=0}^{\infty} k \cdot P(N_f(a_1, a_2) = k) = \sum_{k=0}^{\infty} k \cdot e^{-\Lambda(a_1, a_2)} \cdot \frac{\Lambda(a_1, a_2)^k}{k!} = \Lambda(a_1, a_2) \quad (5.10)$$

A la fin de chaque période, les produits excédentaires peuvent être stockés ; dans ce cas un coût unitaire h doit être payé pour chacun d'entre eux stockés. Le nombre de ces produits est noté I_t pour chaque période. A chaque période, un coût de setup s est payé lorsque la production est lancée, nous considérons sans perdre de généralité que cette opération consomme c_s unités de capacité. Pour chaque période t , si la demande client d_t ne peut être satisfaite, un coût de shortage sh est payé pour chaque produit manquant. Le nombre de ces produits est noté SH_t pour chaque période.

Nous considérons également des hypothèses supplémentaires concernant la gestion de la production :

- si la capacité consommée par la production d'une unité et celle consommée par les maintenances correctives dépassent la capacité disponible, nous considérons que le produit n'est pas fabriqué mais que le système est remis en état de fonctionnement pour la période suivante,
- la production est arrêtée et la période change lorsque la capacité disponible pour la période en cours est nulle,
- une opération de setup est effectuée si la production commence ou reprend après une maintenance préventive.

Le problème décisionnel consiste en la détermination conjointe du plan de production, qui donne la quantité Q_t à produire pour chaque période et de la politique de maintenance préventive. Le plan de production et la politique de maintenance doivent minimiser le coût total de la production, qui est constitué des coûts de stockage, de shortage, de setup, des maintenances préventives et correctives sur tout l'horizon considéré.

Nous avons présenté dans cette section le problème que nous considérons, ainsi que nos hypothèses de travail. Nous allons maintenant proposer une modélisation mathématique de celui-ci.

5.3 Construction du critère de décision

Nous avons vu au cours de notre étude bibliographique que les auteurs préconisent l'emploi de stratégies conditionnelles multi-critères pour la résolution de problèmes de planification conjointe de la production et de la maintenance ; nous souhaitons nous orienter vers ce type de stratégie pour la résolution de notre problème. Nous proposons dans un premier temps de modéliser notre problème comme un processus de décisions Markovien. Ainsi, nous pourrions employer la programmation dynamique et résoudre notre problème de manière optimale. Il sera donc nécessaire d'une part de définir les instants auxquels des décisions pourront être prises et d'autre part de déterminer la nature de ces décisions.

Dans une volonté de définir des structures générales pour la prise de décisions concernant la planification de la production et celle de la maintenance, nous avons fait le choix de considérer une granularité dans la prise de décision pour notre problème. Nous avons formulés les hypothèses suivantes :

- une décision doit être prise dès que le système est disponible (c'est-à-dire ni en train de produire, ni en maintenance) en fonction de l'état dans lequel il se trouve,
- une décision correspond à une action parmi : produire une unité, effectuer une maintenance préventive, ne rien faire jusqu'à la fin de la période,
- la décision d'entreprendre une action consommatrice de capacité (produire une unité, effectuer une maintenance préventive) ne peut être prise si la capacité restante pour la période en cours est supérieure ou égale à la capacité consommée par cette action,
- la décision de ne rien faire jusqu'à la prochaine période « consommera » la capacité restante de la période en cours.

Les conséquences réelles de ces choix se traduisent par la nécessité d'avoir un système et une équipe très réactive. Aussi, ces hypothèses nous conduisent à utiliser une formulation mathématique correspondant à un processus de décision Markovien. Les processus Markoviens sont des modèles issus de la théorie de la décision et de la théorie des probabilités ; ils peuvent être vus comme une chaîne de Markov à laquelle on ajoute une composante décisionnelle. Ils permettent de prendre des décisions dans un environnement lorsque l'on a une certitude sur l'état dans lequel se trouve le système considéré et en présence d'incertitudes sur l'effet des actions (dans notre cas les incertitudes sont liées à l'occurrence aléatoire de défaillances au cours de la production). Nous allons donc devoir modéliser les

différents états dans lequel peut se trouver le système, ainsi que les décisions qui serviront de transition entre ces états.

5.3.1 Construction du processus de décision Markovien

La résolution du problème se fera donc en plusieurs étapes, à chacune d'elle devra être prise une décision, en fonction de l'état dans lequel se trouve le système ; cette décision se traduira par une action à effectuer. Nous allons maintenant définir ces états, puis modéliser l'impact des décisions que nous avons évoquées sur ces états, c'est-à-dire définir une fonction de transition probabilisée.

Décomposition du problème en sous-problèmes

Le problème de planification que nous considérons est décomposable en sous-problèmes. La résolution de chacun de ces sous-problèmes consiste à déterminer une action à effectuer. Le nombre de décisions à prendre sur l'ensemble de l'horizon temporel est fini : chaque action consomme une part de capacité (au moins une unité) et le système que nous considérons est à capacité finie. Nous notons K le nombre de sous-problèmes k , c'est-à-dire le nombre de décisions à prendre sur l'ensemble de l'horizon. Ce nombre dépend de la nature même des décisions (la capacité consommée par chaque action n'étant pas la même) et admet un maximum que nous notons K_{max} . Ce maximum de décisions correspond au cas où chaque décision prise consommerait une unité :

$$K_{max} = \sum_{t=1}^T (c_t + 1) = T + \sum_{t=1}^T c_t \quad (5.11)$$

Modélisation de l'état du système

Nous notons x_k l'état global du système lorsque la k -ième décision doit être prise (par état global nous entendons la connaissance de l'avancement de la production et de l'état du système en terme d'âge). Cet état peut être entièrement décrit par un vecteur $x_k = (x_{k,t}, x_{k,n}, x_{k,c}, x_{k,a})$ avec :

- $x_{k,t}$: le numéro de la période courante t ,
- $x_{k,n}$: le nombre de produits finis disponibles,
- $x_{k,c}$: la capacité de production restante pour la période courante t ,
- $x_{k,a}$: l'âge du système de production.

L'ensemble des états possibles à l'étape k est noté S_k . Nous noterons x_{K+1} l'état final dans lequel se trouvera le système après application de la K -ième décision (c'est-à-dire la

dernière). Ainsi notre processus de décision est Markovien, la décision à prendre à l'état k est donc indépendante des décisions et des événements passés.

Modélisation des décisions

A chaque étape k , une action u_k sera décidée en fonction de l'état x_k parmi l'ensemble d'actions possibles, que nous notons U :

- *Prod* : cette action consiste en la production d'une unité. Après production, le système devient plus âgé d'une unité, la capacité consommée est la somme de la capacité consommée par la production, par une éventuelle opération de setup (en début de période si la production démarre, ou après une maintenance préventive) et de celles d'éventuelles maintenances correctives dans le cas où des défaillances surviendraient au cours de la production,
- *PM* : cette action consiste à effectuer une maintenance préventive si la capacité du système le permet. Après cette action, l'âge du système est remis à zéro, le nombre de produits finis est inchangé. La capacité consommée par cette action est celle d'une maintenance préventive,
- *Fin* : cette action consiste à arrêter la production et d'attendre le début de la prochaine période. Après cette action, l'âge du système est inchangé.

Toutes les actions ne sont pas toujours disponibles, selon l'état courant (par exemple quand il n'y a plus assez de capacité disponible dans une période). Nous notons $U(x_k)$ l'ensemble des actions possibles à l'étape k pour l'état x_k . Nous avons :

$$U(x_k) \subset U \quad \forall k \in [0, K] \quad \forall x_k \in S_k \quad (5.12)$$

Nous notons μ_k la fonction décisionnelle qui associe à l'état x_k la décision u_k :

$$\mu_k(x_k) = u_k \quad \forall x_k \in S_k \quad (5.13)$$

La politique π est le vecteur de toutes les décisions u_k à prendre sur l'horizon de production. Ce vecteur dépend de l'évolution du système au cours de la production et notamment des défaillances aléatoires qui surviennent.

$$\pi = (u_1, u_2, \dots, u_K) \quad (5.14)$$

L'action liée à chacune des décisions entraîne d'une part un changement d'état, qui est donné par une fonction de transition probabilisée et engendre d'autre part un coût. Nous allons maintenant détailler cette fonction de transition, puis présenter la fonction de coût.

Construction de la fonction de transition probabilisée

Chaque action entraîne un changement d'état, nous notons $f(x_k, u_k)$ la fonction de transition de l'état x_k à l'état x_{k+1} . La construction de la fonction de transition est basée sur la description des différents scénarios de production en fonction de la décision prise. Nous allons maintenant détailler cette fonction pour chacune des décisions.

Si la décision est $u_k = Prod$, plusieurs scénarios sont à considérer ; ceux-ci dépendent d'une part de la nécessité ou non d'effectuer une opération de setup (avant de démarrer la production en début de période ou après une maintenance préventive) et d'autres part du nombre de défaillances survenant au cours de la production. Dans le cas où il n'y a pas besoin d'effectuer une opération de setup :

- la capacité restante pour la période en cours suffisante pour couvrir la consommation de capacité engendrée par la production et par les éventuelles maintenances correctives (en cas de défaillance). Dans ce cas, un produit sera manufacturé ($x_{k,n}$ augmentera d'une unité), la capacité de production sera diminuée d'une unité ($x_{k,c}$ diminuera d'une unité) ainsi que de la capacité consommée par les éventuelles maintenances correctives ($x_{k,c}$ diminuera du nombre de défaillance multiplié par la capacité consommée par une maintenance corrective). L'âge du système augmentera également ($x_{k,a}$ augmentera d'une unité),
- la capacité restante n'est pas suffisante pour finir la fabrication du produit en cours (le nombre de défaillances est trop important). Seule la capacité restante du système et l'âge du système changent ($x_{k,c}$ prend la valeur 0 car toute la capacité est consommée et $x_{k,a}$ augmente d'une unité).

Nous notons f_{max} le nombre maximum de panne pouvant survenir au cours de la production du produit en regard de la capacité restante $x_{k,c}$:

$$f_{max}(x_k) = \lfloor (x_{k,c} - 1) / c_{cm} \rfloor \quad (5.15)$$

La fonction de transition pour la décision $u_k = Prod$ dépend du nombre de défaillances survenant au cours de la production. Nous notons $N_f(a_1, a_2)$ le nombre de défaillances affectant le système entre l'âge a_1 et a_2 (indépendamment de la capacité). La fonction indicatrice $\mathbb{I}_{\{N_f(a_1, a_2)=i\}}$ vaut 1 si le nombre de défaillances est égal à i , 0 sinon. La fonction de transition s'écrit donc comme suit :

$$\begin{aligned}
f(x_k, Prod) = & \sum_{i=1}^{f_{max}(x_k)} (x_{k,t}, x_{k,n} + 1, x_{k,c} - i \cdot c_{cm} - 1, x_{k,a} + 1) \cdot \mathbb{I}_{\{N_f(x_{k,a}, x_{k,a}+1)=i\}} \\
& + \sum_{i=f_{max}(x_k)+1}^{\infty} (x_{k,t}, x_{k,n}, 0, x_{k,a} + 1) \cdot \mathbb{I}_{\{N_f(x_{k,a}, x_{k,a}+1)=i\}} \quad (5.16)
\end{aligned}$$

Dans le cas où une opération de setup doit être effectuée avant la production, les deux possibilités sont les suivantes :

- la capacité restante pour la période en cours est suffisante pour couvrir la consommation de capacité engendrée par la production et par les éventuelles maintenances correctives (en cas de défaillance). Dans ce cas, un produit sera manufacturé ($x_{k,n}$ augmentera d'une unité), la capacité de production sera diminuée de la capacité consommée par l'opération de setup, d'une unité ($x_{k,c}$ diminuera d'une unité et de c_s) ainsi que de la capacité consommée par les éventuelles maintenances correctives ($x_{k,c}$ diminuera du nombre de défaillance multiplié par la capacité consommée par une maintenance corrective). L'âge du système augmentera également ($x_{k,a}$ augmentera d'une unité),
- la capacité restante n'est pas suffisante pour finir la fabrication du produit en cours (le nombre de défaillances est trop important). Seule la capacité restante du système et l'âge du système changent ($x_{k,c}$ prend la valeur 0 car toute la capacité est consommée et $x_{k,a}$ augmente d'une unité).

La fonction f_{max} prend maintenant en compte la capacité consommée par l'opération de setup :

$$f_{max}(x_k) = \lfloor (x_{k,c} - c_s - 1) / c_{cm} \rfloor \quad (5.17)$$

La fonction de transition s'écrira alors comme suit :

$$\begin{aligned}
f(x_k, Prod) = & \sum_{i=1}^{f_{max}(x_k)} (x_{k,t}, x_{k,n} + 1, x_{k,c} - c_s - i \cdot c_{cm} - 1, x_{k,a} + 1) \cdot \mathbb{I}_{\{N_f(x_{k,a}, x_{k,a}+1)=i\}} \\
& + \sum_{i=f_{max}(x_k)+1}^{\infty} (x_{k,t}, x_{k,n}, 0, x_{k,a} + 1) \cdot \mathbb{I}_{\{N_f(x_{k,a}, x_{k,a}+1)=i\}} \quad (5.18)
\end{aligned}$$

La décision $u_k = PM$ peut être choisie si la capacité restante est suffisante pour effectuer une maintenance préventive. Dans ce cas, le changement d'état est déterministe ; la capacité

restante $x_{k,c}$ diminue de la valeur c_{pm} et l'âge du système $x_{k,a}$ prend la valeur 0. Nous avons :

$$f(x_k, PM) = (x_{k,t}, x_{k,n}, x_{k,c} - c_{pm}, 0) \quad \forall x_k \in S_k \quad (5.19)$$

Pour la décision $u_k = Fin$ l'état futur dépend de la valeurs du membre x_t , qui désigne la période en cours :

- si $x_{k,t} = T$ la décision Fin est prise à la période T , le prochain état sera alors l'état final x_{K+1} ,
- si $x_{k,t} \neq T$ la valeur $x_{k,t}$ sera incrémentée d'une unité et $x_{k,n}$ sera décrémenté de la valeur de la demande.

$$f(x_k, Fin) = x_{K+1} \mathbb{I}_{\{x_{k,t}=T\}} + (x_{k,t} + 1, \max(x_{k,n} - d_t, 0), c_{x_{k,t}+1}, x_{k,a}) \mathbb{I}_{\{x_{k,t} \neq T\}} \quad (5.20)$$

La figure 5.2 illustre les trois décisions possibles, et les états dans lesquels le système peut passer. Dans le cas où la décision $u_k = Prod$ est choisie, l'état d'arrivé dépend du nombre aléatoire de défaillances survenant au cours de la production.

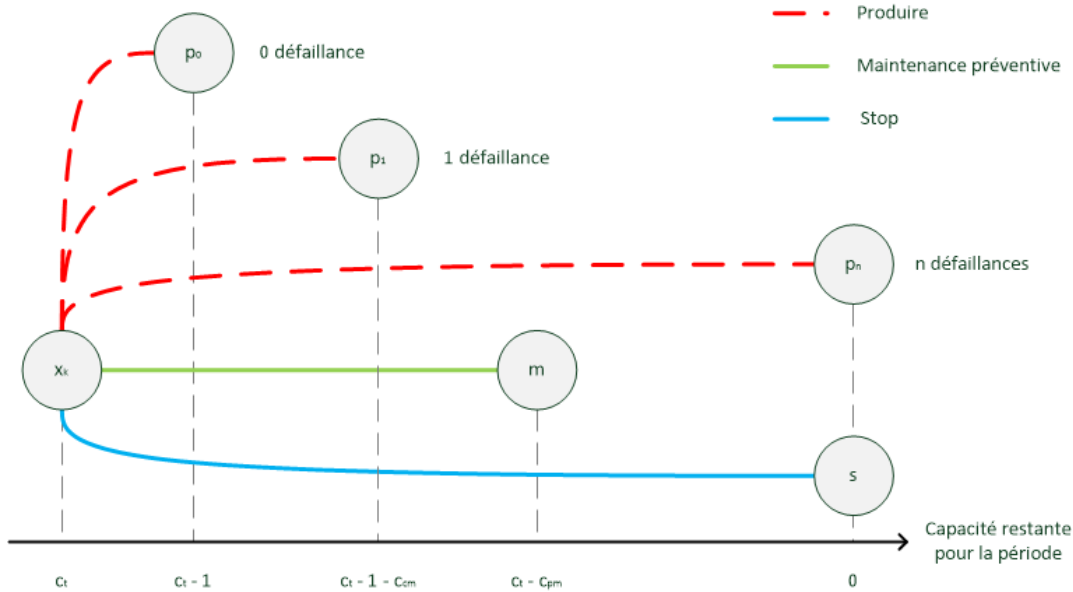


FIGURE 5.2 – Illustration des décisions possibles pour un état

La figure 5.3 présente un exemple simple de successions d'états-décisions pour une période.

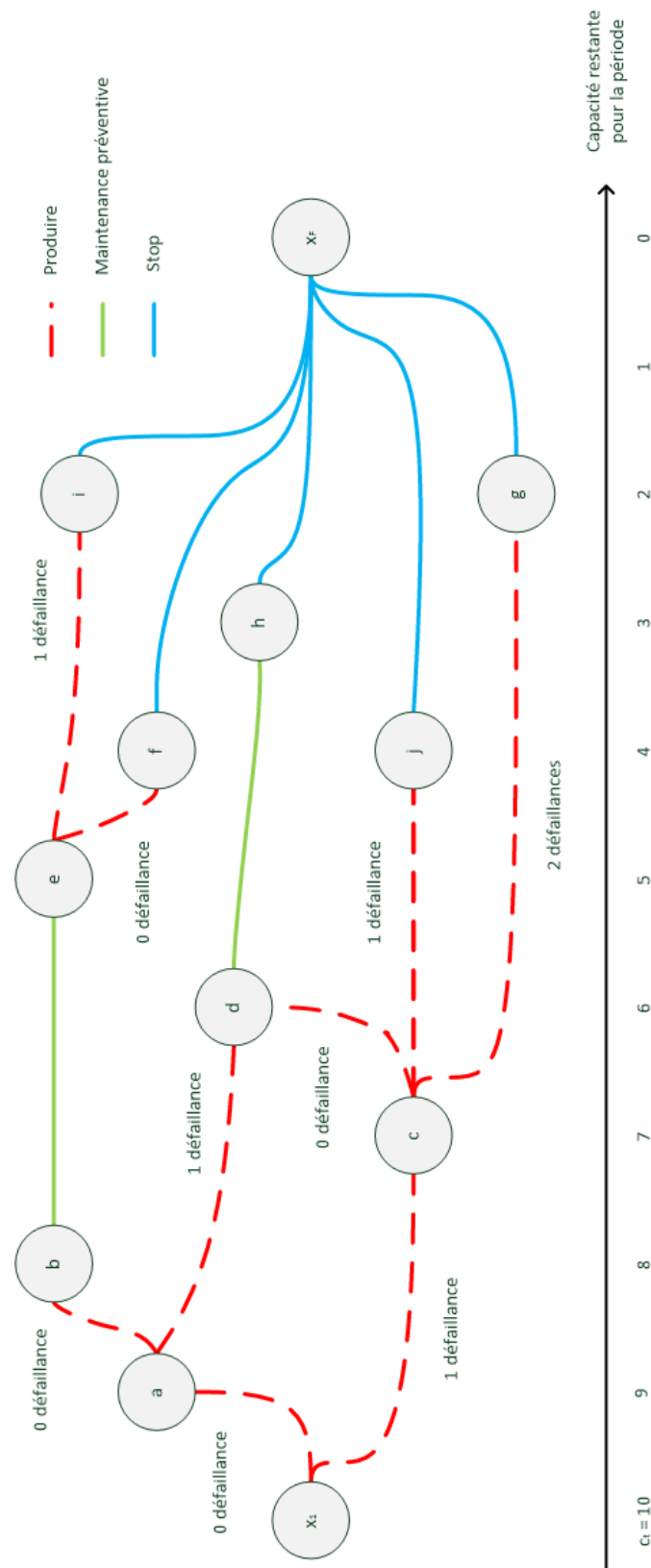


FIGURE 5.3 – Exemple simple de successions d'états-décisions pour une période

Dans cet exemple, nous avons volontairement limité le nombre d'états du système et le nombre de défaillances, celui-ci n'est donc pas complet mais à pour vocation d'illustrer le principe général de notre modélisation.

Description des coûts de chaque action

Pour chaque décision, l'action mise en œuvre implique un coût direct $g(x_k, u_k)$; celui-ci dépend de l'état courant x_k et de la décision u_k . Nous allons maintenant détailler ces coûts pour chacune des décisions.

Pour la décision *Prod*, si $x_{k,c} = c_t$ ou $x_{k,a} = 0$ (c'est-à-dire que soit nous sommes en début de période soit après une maintenance préventive) une opération de setup doit être effectuée. Le coût direct attendu est aléatoire dans ce cas, car dépendant du nombre de défaillances subies au cours de la production du produit. Le coût direct moyen est donc la somme du coût de setup et du coût attendu des éventuelles maintenances correctives :

$$E[g(x_k, Prod)] = s + cm \sum_{i=1}^{\lfloor (x_{k,c}-1)/c_{cm} \rfloor} P(N_f(x_{k,a}+1) - N_f(x_{k,a}) = i) \cdot i \quad (5.21)$$

$$+ cm \sum_{i=\lfloor (x_{k,c}-1)/c_{cm} \rfloor + 1}^{\infty} P(N_f(x_{k,a}+1) - N_f(x_{k,a}) = i) \cdot \lfloor (x_{k,c} - 1)/c_{cm} \rfloor$$

S'il n'y a pas d'opération de setup à effectuer, le coût direct est simplement le coût moyen attendu pour les maintenances correctives :

$$E[g(x_k, Prod)] = cm \sum_{i=1}^{\lfloor (x_{k,c}-1)/c_{cm} \rfloor} P(N_f(x_{k,a}+1) - N_f(x_{k,a}) = i) \cdot i \quad (5.22)$$

$$+ cm \sum_{i=\lfloor (x_{k,c}-1)/c_{cm} \rfloor + 1}^{\infty} P(N_f(x_{k,a}+1) - N_f(x_{k,a}) = i) \cdot \lfloor (x_{k,c} - 1)/c_{cm} \rfloor$$

Pour la décision *PM*, le coût direct est le coût d'une maintenance préventive :

$$g(x_k, PM) = pm \quad \forall x_k \in S_k \quad (5.23)$$

Pour la décision *Fin* trois possibilités sont à considérer en fonction du niveau de stock $x_{k,n}$ et de la demande d_t :

- si le niveau de stock est égal à la demande, le coût direct est nul,
- si le niveau de stock est inférieur à la demande, le coût direct est constitué des coûts de shortage relatifs aux produits manquants,
- si le niveau de stock est supérieur à la demande, le coût direct est constitué des coûts de stockage des unités stockées,

Nous avons donc :

$$g(x_k, Fin) = h \cdot \max(x_{k,n} - d_t, 0) + sh \cdot \max(d_t - x_{k,n}, 0) \quad \forall x_k \in S_k \quad (5.24)$$

5.3.2 Description du coût total

Le coût espéré de la production à partir l'état x_k à l'étape k jusqu'à la fin de la production (état x_{K+1}) est noté $E[J_k^\pi]$, pour la politique π . Ce coût est la somme du coût direct $E[g(x_k, u_k)]$ et du coût moyen attendu pour le restant de la production :

$$E[J_k^\pi(x_k)] = E[g(x_k, u_k)] + E_{f(x_k, u_k)} [J_{k+1}^\pi(x_{k+1})] \quad \forall k \in [0, K] \quad (5.25)$$

$$J_{K+1}^\pi(x_{K+1}) = 0 \quad (5.26)$$

Le coût total espéré de la production pour la politique π est donc :

$$E[J_1^\pi(x_1)] = E[J_0^\pi(1, 0, 1, 0)] \quad (5.27)$$

Sachant la demande d_t pour chaque période t de l'horizon, l'objectif de l'optimisation est la détermination de la politique de décision π^* minimisant le coût total espéré de la production alors noté $E[J_1^{\pi^*}(x_1)]$.

5.4 Conclusion

Dans ce chapitre, nous avons présenté un problème de planification conjointe de la production et de la maintenance dans le cas mono-produit. Nous avons en premier lieu décrit et justifié nos hypothèses de travail, puis proposé un modèle mathématique pour ce problème. Ce modèle est formulé comme un processus de décision Markovien (états-décisions). Nous

nous sommes fortement rapproché du niveau opérationnel dans notre modélisation, afin de pouvoir déduire des propriétés structurelles via l'analyse de solutions optimales que nous obtiendrons en appliquant la programmation dynamique. Nous proposerons également d'autres méthodes de résolution pour ce modèle dans le prochain chapitre.

Chapitre 6

Résolution du problème mono-produit

6.1 Introduction

Dans le chapitre précédent, nous avons formulé un problème de planification conjointe de la production et de la maintenance sous forme de problème d'optimisation séquentielle ; nous avons associé à celui-ci une modélisation mathématique de type processus de décision Markovien. Ce choix de modélisation se justifie par la volonté de trouver des solutions dynamiques à notre problème. Le choix de ce type de modèle permet également d'employer une méthode de résolution développée par Bellman : la programmation dynamique [11]. La programmation dynamique est une technique algorithmique qui permet de résoudre de manière optimale des problèmes d'optimisation séquentielle. En effet, cette méthode fournit une séquence de décisions où chacune des décisions est optimale. Elle repose sur le principe d'optimalité énoncé par [11] : « toute politique optimale est composée de sous-politiques optimales ». Comme nous l'avons vu, notre problème est décomposé en sous-problèmes, chacun d'eux pouvant être résolu de manière optimale.

Pour notre problème, nous allons employer la programmation dynamique stochastique, qui est une extension de la programmation dynamique pour les problèmes d'optimisations séquentielle où l'évolution du système se fait de manière aléatoire. Dans ce cas, la méthode ne fournit plus de décisions optimales, mais une séquence optimale de décisions. Cette méthode fournira donc des solutions optimales, que nous pourrions analyser pour développer des algorithmes performants pour notre problème.

Nous présenterons tout d'abord dans ce chapitre la manière dont nous avons mis en œuvre la programmation dynamique stochastique, puis nous discuterons des avantages et inconvénients liés à son utilisation pour notre problématique. Nous présenterons ensuite une analyse des solutions optimales pour la mise en évidence de propriétés structurelles de la règle de décision. Par la suite, une méthode dérivée de celle-ci sera présentée. Nous nous appliquerons alors à comparer les deux méthodes. Nous exposerons enfin une troisième méthode de résolution, et la comparerons également à la programmation dynamique stochastique. Les travaux présentés dans ce chapitre ont été publiés [34].

6.2 Mise en œuvre de la programmation dynamique stochastique

Dans cette section nous justifions la possibilité d'employer la programmation dynamique stochastique pour notre problème, puis exposons son principe de fonctionnement.

6.2.1 Hypothèses pour l'utilisation de la programmation dynamique stochastique

Comme nous l'avons vu, la programmation dynamique stochastique s'applique aux problèmes d'optimisation séquentielle. Les hypothèses suivantes sont requises :

- possibilité de décomposer le problème en N étapes notées k , avec $k \in [1, N]$,
- à chaque étape k sont associés des états x_k ,
- une décision u_k doit être prise à chaque étape k ,
- la prise de décision u_k engendre un coût.

De par sa construction, notre modèle mathématique vérifie ces hypothèses ; nous pouvons donc appliquer la programmation dynamique stochastique.

6.2.2 Fonctionnement de la méthode

L'objectif de la programmation dynamique est de déterminer la politique de décisions $\pi^* = \{\mu_1^*, \dots, \mu_n^*\}$ optimale minimisant l'espérance totale de la fonction objectif $J_1^\pi(x_1)$. La politique π^* vérifie la relation de récurrence suivante :

$$\begin{aligned}
E[J_k^{\pi^*}(x_k)] &= \min_{u_k \in U(x_k)} \left\{ E[g(x_k, u_k)] + E_{f(x_k, u_k)} [J_{k+1}^{\pi^*}(x_{k+1})] \right\} \quad \forall k \in [0, K] \\
J_{K+1}^{\pi^*}(x_{K+1}) &= 0
\end{aligned} \tag{6.1}$$

Comme l'évolution de l'état du système est stochastique et donc non prévisible, il est nécessaire de déterminer pour chaque état x_k la décision $u_k^* = \mu^*(x_k)$ associée à la politique π^* . Pour cela, la relation de récurrence 6.1 est employée, les états sont examinés de la fin de la production au début de celles-ci : pour chacun des états possibles, nous comparons les décisions possibles (l'ensemble des décisions possibles est fonction de l'état) et retenons celle qui minimise le coût total espéré du reste de la production sur l'horizon.

Nous allons maintenant voir comment nous appliquons cette relation de récurrence à notre modèle. Pour cela il est tout d'abord nécessaire de définir l'ensemble des états dans lequel le système peut se trouver. Nous rappelons que chaque état que le système peut prendre est représenté par un vecteur $x_k = (x_{k,t}, x_{k,n}, x_{k,c}, x_{k,a})$; chacun des membres de ce vecteur ne peut prendre qu'un nombre limité de valeurs, qui dépendent des valeurs des autres membres. Voyons maintenant quelles sont ces valeurs :

- pour $x_{k,t}$, qui désigne le numéro de la période courante :

$$x_{k,t} \in [0, T] \tag{6.2}$$

- le nombre de produits finis disponibles $x_{k,n}$, sera au plus égal au minimum entre la demande cumulée restante et la capacité de production consommée jusque là (cela suppose que le système n'ait jamais fait l'objet de maintenance préventive ou corrective) :

$$x_{k,a} \in \left[0, \min \left\{ \sum_{i=x_{k,t}}^T d_i, \left(\sum_{i=1}^{x_{k,t}} c_i \right) - x_{k,c} \right\} \right] \tag{6.3}$$

- pour $x_{k,c}$ qui est la capacité restante pour la période en cours :

$$x_{k,t} \in [0, c_{x_{k,t}}] \tag{6.4}$$

- l'âge maximum du système $x_{k,a}$, sera au plus égal au minimum entre la demande cumulée sur tout l'horizon et la capacité de production consommée jusque là (cela suppose encore une fois que le système n'ait jamais fait l'objet de maintenance préventive ou corrective) :

$$x_{k,a} \in \left[0, \min \left(\sum_{i=1}^T d_i, \left(\sum_{i=1}^{x_{k,t}} c_i \right) - x_{k,c} \right) \right] \tag{6.5}$$

L'algorithme 1 présente la manière dont nous mettons en œuvre la programmation dynamique stochastique, et expose l'ordre dans lequel sont visités chacun des états du système.

Algorithme 1 : Algorithme de la programmation dynamique stochastique

Entrée : le problème de planification

Sortie : la politique décisionnelle π^*

Pour i variant de T à 1 faire

 // Calcul de la demande cumulée restante pour chaque période :

$CumDemande(i) = \sum_{n=i}^T d_i$;

Fin pour

Pour i variant de 1 à t faire

 // Calcul du nombre maximum de produits finis pour chaque période :

$produitsMax(i) = \min(\sum_{t=0}^i c_t, CumDemande(i))$;

 // Calcul de l'âge maximal du système pour chaque période :

$ageMax(i) = \sum_{n=0}^i produitsMax(i)$;

Fin pour

 // Pour chaque période de la fin au début de la production :

Pour i variant de T à 1 faire

 // Pour chaque nombre de produits finis possibles :

Pour j variant de $produitsMax(i)$ à 0

 // Pour chaque capacité restante possible de 0 à la capacité totale initiale de la période :

Pour k variant de 0 à c_i

 // Pour chaque âge possible du système :

Pour l variant de $ageMax(i)$ à 1

 // Calcul de $u \mid J^{\pi^*}((i, j, k, l)) =$

$\min_{u \in U((i, j, k, l))} E[g((i, j, k, l), u)] + E[J^{\pi^*}(f((i, j, k, l), u))]$

Fin pour

Fin pour

Fin pour

Fin pour

La méthode de programmation dynamique stochastique fournit ainsi l'action à effectuer en fonction de l'état dans lequel se trouve le système. Il suffit donc d'appliquer ces décisions au cours de la production en fonction de l'évolution du système pour avoir une planification conjointe optimale.

6.2.3 Tests et limites de la méthode

Nous nous attachons dans cette partie à établir une critique de la méthode employée. Une des principales faiblesses de cette méthode réside dans la consommation de mémoire qu'elle entraîne. En effet, nous avons vu qu'une décision doit être associée à chacun des états dans lequel le système peut se trouver, chaque couple état-décision devant être gardé

en mémoire. Nous proposons dans un premier temps d'étudier les limites de cette méthode en termes de mémoire, et d'examiner les temps de calcul de celle-ci sous notre configuration.

Consommation mémoire

La formulation du nombre d'états du système $N_{états}$ pour lesquelles la méthode doit associer une décision est la suivante :

$$N_{états} = \sum_{t=1}^N \sum_{i=1}^{c_t} \left(\min \left\{ \sum_{i=x_{k,t}}^T d_i, \left(\sum_{i=1}^{x_{k,t}} c_i \right) - x_{k,c} \right\} \cdot \min \left\{ \sum_{i=x_{k,t}}^T d_i, \left(\sum_{i=1}^{x_{k,t}} c_i \right) - x_{k,c} \right\} \right) \quad (6.6)$$

Nous pouvons majorer ce nombre pour estimer l'évolution du nombre d'états en fonction des paramètres du problème. Pour cela nous notons c_{max} le maximum des capacités des périodes de l'horizon temporel :

$$c_{max} = \max_{t \in [1, N]} c_t \quad (6.7)$$

Nous allons maintenant majorer chacune des composantes du vecteur x_k :

- $x_{k,t} \leq T$
- $x_{k,n} \leq T c_{max}$
- $x_{k,c} \leq c_{max}$
- $x_{k,a} \leq T c_{max}$

Nous pouvons donc écrire :

$$N_{états} \leq T^3 c_{max}^3 \quad (6.8)$$

Nous avons implémenté l'algorithme 1 présenté précédemment sous le langage C#. Nous avons également développé un générateur d'instance paramétrable pour effectuer nos tests, comme il n'existe pas à notre connaissance d'instances de référence pour notre problème. Nous avons utilisé un processeur de $2.27GHz$ pour la résolution. Comme la programmation dynamique est une méthode qui consomme beaucoup de ressources, et notamment de mémoire, nous proposons d'étudier les limites de celle-ci. Afin de déterminer la taille maximale des instances que nous pouvions résoudre sous notre configuration, nous avons résolu des instances en augmentant progressivement la taille de celles-ci en terme de capacité par période c_{max} (dans nos instances nous avons $c_t = c_{max} \forall t \in [1, T]$). Les valeurs des paramètres utilisés dans ces tests sont renseignées dans le tableau 6.1.

Désignation	T	c_{pm}	c_{cm}	c_s	s	h	sh	pm	cm	β	η
Valeur	10	$c_t/5$	$c_t/25$	$c_t/25$	300	10	100	1000	100	5	100

TABLE 6.1 – Valeurs des paramètres utilisés pour les tests

La demande de chaque période a été générée aléatoirement selon une loi uniforme entre 0 et $2d_m$ où d_m est la demande moyenne. Cette demande moyenne est fonction de la charge souhaitée pour le plan de production, c'est-à-dire du rapport moyen demande sur capacité. Pour chaque valeur de capacité nous avons généré trois groupes d'instances de charges différentes : 70%, 80% et 90%. Chaque groupe comprend cinq instances. Nous n'avons pas augmenté plus la charge des instances car il est nécessaire de réserver de la capacité pour les actions de maintenance. Le tableau 6.2 présente l'évolution du nombre d'états moyen (en million) et de la vitesse moyenne de résolution par instance pour plusieurs valeurs de capacité. La capacité maximale pour lesquels nous avons réussi à résoudre les instances est $c_t = 125$.

Capacité des périodes	50	75	100	125
Nombre d'états moyen (M)	6,18	14,73	22,84	39,25
Temps de résolution moyen (s)	15,58	40,47	65,24	114,16

TABLE 6.2 – Evolution du nombre moyen d'états et du temps de résolution moyen par instance en fonction de la capacité des périodes des instances

Les graphiques 6.1 et 6.2 illustrent les résultats précédents, nous pouvons remarque que le nombre moyen d'états et le temps de résolution augmentent de la même manière.

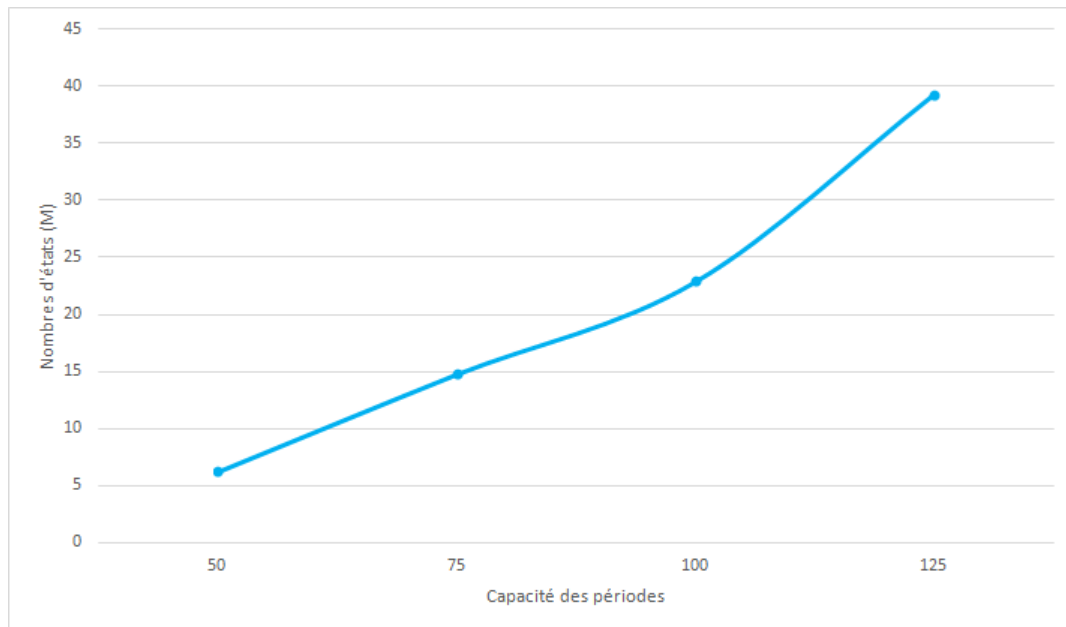


FIGURE 6.1 – Evolution du nombre moyen d'états en fonction de la capacité

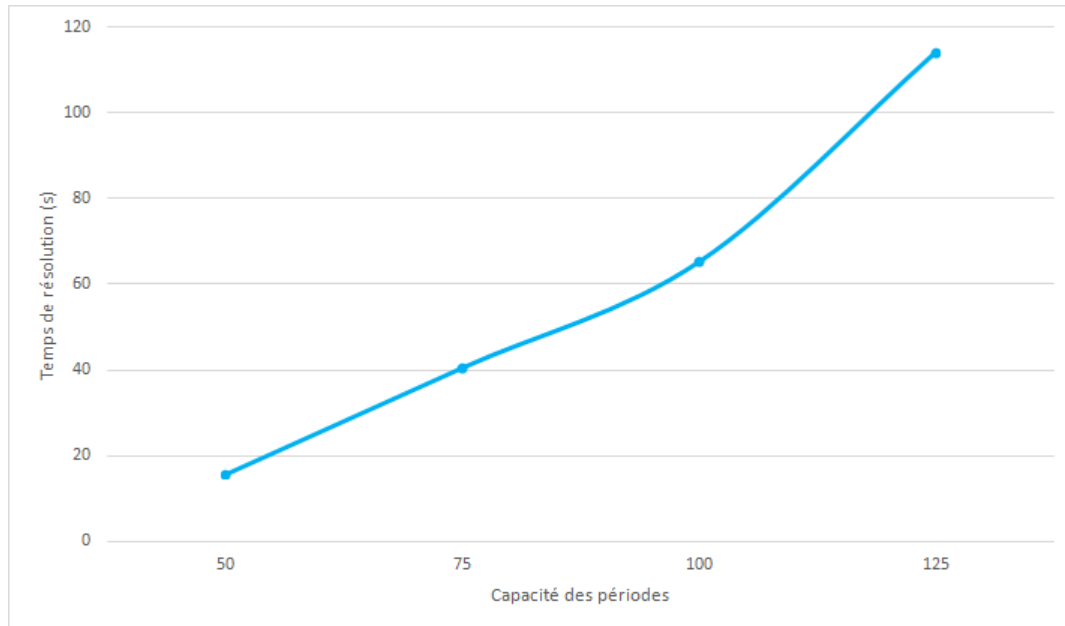


FIGURE 6.2 – Evolution du temps de résolution moyen en fonction de la capacité

Outre un temps de résolution raisonnable, l'avantage de cette méthode est qu'elle permet d'obtenir une séquence de décision optimale, qui minimise le coût espéré de la production. Cependant, vis-à-vis de notre problématique, nous pouvons formuler certaines limites :

- il n'est pas possible de résoudre des instances de grande taille (nous pouvons résoudre notre problème jusqu'à ce que $T \cdot c_{max} \simeq 1500$),
- les décisions se font au niveau opérationnel, chaque décision étant fonction de l'état courant ; nous sortons ainsi du cadre de la planification tactique,
- la méthode ne fournit pas de plan de production, c'est-à-dire qu'elle ne donne pas les quantités à produire et à stocker pour chacune des périodes de l'horizon temporel. Donc elle ne répond pas au cadre de planification tactique.

Nous allons maintenant analyser la structure des solutions de la programmation dynamique stochastique. Outre le fait de chercher à répondre à notre problématique, l'intérêt de cette analyse est souligné par le fait qu'elle portera sur les solutions optimales de notre problème.

6.2.4 Analyse des solutions

Nous avons développé un outil de simulation afin d'étudier les solutions fournies par la programmation dynamique. Cet outil applique les décisions fournies par la programmation dynamique et génère aléatoirement des défaillances au cours de la production selon une distribution de Poisson. Grâce à cet outil nous pouvons établir des statistiques sur les

solutions optimales, et analyser leur structure (c'est-à-dire la manière dont est planifiée la production et dont sont placées les maintenances). Bien que ces structures diffèrent selon les paramètres des instances (il est impossible de caractériser une structure type) nous avons pu observer que les maintenances sont planifiées de façon régulière mais non périodique dans une fenêtre d'âge. Le tableau 6.4 présente les âges moyens du système lorsqu'une maintenance préventive est mise en œuvre selon nos différents groupes d'instances, ainsi que les écarts types associés. Nous avons effectué 10000 simulations de l'application de la méthode de programmation dynamique sur chacune de nos instances pour obtenir nos résultats. Nous proposons également dans ce tableau de comparer ces âges moyens avec l'âge idéal du système pour lequel une maintenance préventive devrait être mise en œuvre. Le terme « idéal », se rapporte aux coûts de maintenance, aussi nous faisons abstraction des contraintes de la production. Nous allons maintenant voir comment cet âge est déterminé.

Soit g_1 la fonction représentant le coût moyen lié à la fabrication d'un produit (nous prenons en compte l'espérance du coût généré par les éventuelles maintenances correctives) et par la mise en œuvre d'une maintenance préventive, en fonction du nombre de produits fabriqués entre chaque maintenance préventive (qui est égal à l'âge auquel le système fait l'objet d'une maintenance préventive) :

$$g_1(a) = \frac{a + pm + \Lambda(a) \cdot cm}{a} \quad \forall a \in \mathbb{N}^* \quad (6.9)$$

Le minimum de la fonction g_1 est l'âge a_1^* optimal séparant chaque maintenance préventive :

$$a_1^* = \min \left\{ \underset{a \in \mathbb{N}^*}{\operatorname{argmin}} g_1(a) \right\} \quad (6.10)$$

Avec nos valeurs nous obtenons $a_1^* = 120$.

Les écarts types observés étant faibles, nous pouvons donc conclure que la méthode place les maintenances dans une fenêtre d'âge, autour d'un âge moyen qui varie en fonction des paramètres employés. Aussi, nous pouvons constater que cet âge est légèrement inférieur à l'âge idéal a_1^* . Nous avons également remarqué au cours de nos tests que les maintenances préventives ont tendances à être mise en œuvre soit en début ou soit en fin de période (c'est-à-dire lorsque la production de la période courante est finie) ; l'intérêt de ce placement réside dans la non redondance du coût de *setup* : si la maintenance préventive est placée au cours de la fabrication d'un lot de produit, le coût de *setup* est payé une fois au début de ce lot, et une fois lors de la reprise de la production après la maintenance préventive, tandis que si la maintenance préventive est planifiée avant ou après ce lot, une seule opération de *setup* est nécessaire. Le tableau 6.4 expose les moyennes des proportions de maintenances

Capacité	Charge	Age moyen	Ecart type	Ecart avec l'âge idéal
50	70%	114,31	5,4	4,74%
50	80%	107,7	13,65	10,25%
50	90%	117,51	12,36	2,08%
75	70%	115,33	8,42	3,89%
75	80%	112,83	16,63	5,98%
75	90%	120,54	9,27	-0,45%
100	70%	103,48	16,67	13,77%
100	80%	103,64	12,62	13,63%
100	90%	108,83	12,79	9,31%
125	70%	109,75	14,84	8,54%
125	80%	98,98	13,33	17,52%
125	90%	101,13	11,02	15,73%

TABLE 6.3 – Age moyen du système lors de la mise en œuvre de maintenances préventives, écart type et âge idéal

préventives placées en début de période, en fin de période ou à la fois en début et en fin (possibilité existante pour les rares cas où rien n'est produit pendant une période). Ces résultats ont été obtenus par simulation, de la même manière que précédemment.

Capacité	Charge	Début de période	Fin de période	Début et fin	Total
50	70%	46,94%	53,06%	0%	100%
50	80%	40,08%	59,79%	0,13%	100%
50	90%	41,79%	58,21%	0%	100%
75	70%	27,42%	72,58%	0%	100%
75	80%	51,87%	48%	0,13%	100%
75	90%	56,5%	43,5%	0%	100%
100	70%	31,08%	61,15%	0%	92,23%
100	80%	39,68%	32,14%	4,95%	76,77%
100	90%	37,79%	32,96%	0%	70,75%
125	70%	45,03%	54,97%	0%	100%
125	80%	56,12%	43,88%	0%	100%
125	90%	53,75%	41,23%	0%	94,98%

TABLE 6.4 – Proportions de maintenances placées en début, en fin et à la fois en début et fin de période

Nous avons vu que la programmation dynamique ne répond pas exactement à notre problématique dans le cadre de problèmes mono-produit dans le sens où elle ne fournit pas de plan de production. Nous proposons maintenant d'utiliser les résultats que nous avons établis pour le développement de nouveaux algorithmes performants pour la résolution de notre problème. Nous allons présenter deux nouvelles méthodes : la première consiste en une adaptation de la programmation dynamique stochastique ; la deuxième est une heuristique basée sur l'analyse des structures des solutions que nous avons obtenues avec la programmation dynamique stochastique.

6.3 Méthode de décisions dynamique

L'objectif de cette section est la proposition d'un algorithme pour la construction d'un plan de production reposant sur une adaptation de l'algorithme de programmation dynamique. Celui-ci fonctionne en deux temps : tout d'abord un plan de production est calculé, puis les règles de la programmation dynamique sont adaptées et appliquées au cours de la production.

6.3.1 Obtention d'un plan de production

Nous allons détailler ici la première phase de l'algorithme, celle-ci concerne la création d'un plan de production. Notre objectif est de maximiser l'anticipation de l'impact (en terme de consommation de capacité) des maintenances préventives et correctives : il sera nécessaire de maintenir régulièrement le système, et des défaillances nécessiteront la mise en œuvre de maintenances correctives.

Si nous considérons uniquement le problème de planification de la production, celui-ci peut être résolu en utilisant la programmation linéaire au moyen d'un solveur. Nous avons vu cependant que les contraintes liées à la maintenance ne permettent pas toujours la fabrication des quantités calculées de cette manière : les capacités des périodes peuvent être insuffisantes du fait des actions de maintenances correctives, qui ne sont pas anticipées lors du calcul du plan de production. Nous proposons la création d'un plan de production prenant en compte l'impact attendu des actions de maintenance, pour cela nous proposons de scinder la capacité disponible en deux parties : la première sera allouée à la production, et la deuxième aux opérations de maintenance correctives. Nous allons maintenant rechercher de quelle manière effectuer ce partitionnement. Pour cela, nous allons déterminer un majorant de la quantité qu'il est possible de produire pour chaque période de l'horizon.

Soit g_2 la fonction représentant la capacité moyenne consommée par la fabrication d'un produit (nous prenons en compte l'espérance de la capacité consommée par les éventuelles maintenances correctives) et par la mise en œuvre d'une maintenance préventive, en fonction du nombre de produits fabriqués entre chaque maintenance préventive (qui est égal à l'âge auquel le système fait l'objet d'une maintenance préventive) :

$$g_2(a) = \frac{n + c_{pm} + c_s + \Lambda(a) \cdot c_{cm}}{a} \quad \forall a \in \mathbb{N}^* \quad (6.11)$$

Le minimum de la fonction g_2 est l'intervalle i^* optimal (en nombre de produits fabriqués) séparant chaque maintenance préventive :

$$a_2^* = \min \left\{ \underset{a \in \mathbb{N}^*}{\operatorname{argmin}} g_2(a) \right\} \quad (6.12)$$

Supposons que le système fasse l'objet de maintenances préventives dès que a_2^* produits ont été fabriqués. Pour une période t de capacité c_t , la quantité maximale $Q_{max,t}$ que l'on peut espérer produire si aucune maintenance préventive n'est planifiée sera alors :

$$Q_{max,t}(a_2^*) = \frac{c_t a_2^*}{a_2^* + \Lambda(a_2^*) \cdot c_{cm}} \quad \forall t \in T \quad (6.13)$$

Si le système n'est pas entretenu tous les a_2^* produits, l'espérance de la quantité maximale qu'il sera possible de produire sera donc inférieure ou égale à $Q_{max,t}(a_2^*)$. Nous partitionnons alors la capacité c_t de chaque période en deux :

- la capacité $Q_{max,t}(a_2^*)$ sera dédiée à la production (il est inutile de chercher à produire plus car la capacité c_t ne sera alors en moyenne pas suffisante pour supporter la production et les actions de maintenances attendues),
- la capacité $c_t - Q_{max,t}(a_2^*)$ sera allouée aux actions de maintenances.

Cette partition va nous permettre de créer des plans de production minimisant l'effet moyen des maintenances sur le système. Nous posons $c_t = Q_{max,t}$ pour chaque période, et calculons le plan de production optimal pour ces capacités à l'aide de la programmation linéaire via le solveur IBM ILOG CPLEX 12.5 (nous résolvons uniquement le problème de production, et ne planifions donc aucune maintenance préventive). Le plan obtenu conserve ainsi une marge adaptée pour les actions de maintenances, ce qui permet de diminuer l'espérance du nombre de produits annulés pour chaque période lors de sa mise en œuvre (la production est lissée).

6.3.2 Politique décisionnelle

La seconde phase de notre méthode reprend la méthode de programmation dynamique : les décisions fournies par la programmation dynamique (produire une unité, effectuer une maintenance préventive ou ne rien faire jusqu'à la fin de la période) sont appliquées au cours de la production avec comme contrainte le fait que les quantités fournies par le plan de production ne doivent pas être dépassées au cours de la production. Ainsi, la décision *Prod* ne sera prise que si la quantité de produits finis disponible $x_{k,n}$ est strictement inférieure à la quantité de produits à fabriquer $d_{x_{k,t}} - SH_{x_{k,t}} + I_{x_{k,t}}$ pour la période courante (donnée par le plan de production précédemment calculé), même si elle minimise le coût espéré de

la suite de la production. Certains ensemble d'actions possibles $U(x_k)$ se voit donc retirer la décision *Prod* :

$$x_{k,n} = d_{x_{k,t}} - SH_{x_{k,t}} + I_{x_{k,t}} \Rightarrow U(x_k) \leftarrow U(x_k) - \{Prod\} \quad \forall k \in [0, K] \quad \forall x_k \in S_k \quad (6.14)$$

L'optimalité de la politique de décision π ainsi générée n'est donc plus garantie. Nous allons donc maintenant étudier l'efficacité de cette méthode en la comparant aux solutions optimales de la programmation dynamique stochastique.

6.3.3 Comparaison avec la programmation dynamique stochastique

Nous avons vu que la méthode de programmation dynamique stochastique permet d'obtenir la séquence de décisions optimale pour le problème. Nous avons donc pris les coûts moyens espérés donnés par cette méthode comme références pour comparer les coûts obtenus avec la méthode adaptée de la programmation dynamique. Pour obtenir le coût total moyen de la production pour cette méthode, nous avons utilisé notre outil de simulation précédemment présenté pour simuler l'application de la méthode sur les groupes instances que nous avons générés. Les résultats présentés sont des moyennes faites sur 10000 simulations.

Nous présentons dans la figure 6.5 les coûts obtenus par la méthode de décisions dynamiques et l'écart avec le coût de la programmation dynamique. Comme cette méthode repose sur la programmation dynamique, les temps de calculs nécessaires à la détermination des décisions sont les mêmes.

Capacité	Charge	Optimum	Méthode décisions dynamiques	Ecart
50	70%	7031,47	7490,74	6,53%
50	80%	7490,35	8058,78	7,59%
50	90%	15248,81	15518,68	1,77%
75	70%	9972,54	11011,42	10,42%
75	80%	14583,22	15028,68	3,05%
75	90%	24324,67	24463,14	0,57%
100	70%	13757,35	14982,76	8,91%
100	80%	21806,36	22192,08	1,77%
100	90%	33479,37	33747,04	0,8%
125	70%	18300,58	18781,82	2,63%
125	80%	29902,46	30697,3	2,66%
125	90%	28150,15	29110,76	3,41%

TABLE 6.5 – Comparaison du coût total de la production pour la méthode de décisions dynamiques avec l'optimal

Le coût moyen de la production est donc proche de l'optimal pour cette méthode ; à 4,33% en moyenne. Cependant celle-ci présente tout comme la méthode de programmation dynamique une limite concernant la taille des instances qui peuvent être résolues. Nous proposons pour pallier ce problème le développement d'une troisième méthode de résolution.

6.4 Heuristique de décisions tactiques

La précédente méthode est capable de fournir un plan de production mais ne permet pas de s'affranchir des fortes limites concernant les tailles d'instances relatives à l'emploi de la programmation dynamique, ni du caractère opérationnel de certaines décisions. Le développement d'une heuristique peut constituer une voie intéressante pour répondre à ces problèmes. L'analyse structurelle des solutions optimales que nous avons menée va maintenant être exploitée pour la construction de cette heuristique.

La méthode heuristique est composée comme précédemment de deux phases, la première consiste à calculer un plan de production où les capacités ont été réduites de la même manière que précédemment afin de garder de la capacité pour les maintenances correctives attendues. La deuxième consiste en l'application d'un algorithme décisionnel au cours de la production.

6.4.1 Algorithme de décisions dynamiques

Pour cette méthode, les décisions sont prises de manière dynamique au cours de la production en fonction de l'état du système. Nous avons montré précédemment que dans les solutions optimales, les maintenances préventives étaient placées de préférence en début ou en fin de période pour s'affranchir de coûts de setup redondants ; nous proposons dans notre heuristique de planifier les maintenances préventives uniquement en début ou en fin de période. Notre algorithme 3 essaie de planifier les maintenances préventives en répondant aux deux questions suivantes :

- lorsque le système est en début de période, est-il opportun d'effectuer une maintenance préventive avant de débiter la production ?
- lorsque le système est en fin de période et que le nombre de produits finis correspond aux quantités prévus, est-il judicieux d'effectuer une maintenance préventive ?

Pour répondre à ces questions, nous utilisons dans notre algorithme l'âge idéal a_1^* que nous avons défini précédemment via la minimisation de la fonction g_1 .

Algorithme 2 : Algorithme de l'heuristique**Entrée** : le problème de planification**Sortie** : la politique décisionnelle π

// Si la capacité est entièrement consommée ou que les quantités prévues pour la période courante ont été produites conformément au plan de production, nous passons à la période suivante :

Si ($x_{k,c} = 0$ **ou** $x_{k,n} = d_{x_{k,t}} + I_{x_{k,t}} - SH_{x_{k,t}}$) **alors** $\mu(x_k) = Fin$;

// Sinon si la quantité prévue pour la période est produite, et que la production de la période suivante fera vieillir la machine au delà de a_1^* , une maintenance préventive est mise en œuvre si le système n'est pas neuf, et que la capacité restante de la période en cours est suffisante :

Sinon si ($x_{k,n} = d_{x_{k,t}} + I_{x_{k,t}} - SH_{x_{k,t}}$ **et** $x_{k,c} \neq T$ **et** $x_{k,c} \geq c_{pm}$ **et** $x_{k,a} + Q_{x_{k,t}+1} \geq a_1^*$ **et** $x_{k,a} \neq 0$) **alors**

| $\mu(x_k) = PM$

// Sinon si on est en début de période, que l'âge va dépasser a_1^* au cours de la production, on effectue une maintenance préventive :

Sinon si ($x_{k,c} = c_{x_{k,t}}$ **et** $x_{k,a} + Q_{x_{k,t}} \geq a_1^*$ **et** $x_{k,a} \neq 0$) **alors**

| $\mu(x_k) = PM$

// Sinon si la quantité à produire dans la période n'est pas encore satisfaite :

Sinon si ($x_{k,n} = d_{x_{k,t}} + I_{x_{k,t}} - SH_{x_{k,t}}$) **alors**

| $\mu(x_k) = Prod$

Sinon $\mu(x_k) = Fin$;

Nous avons vu que la programmation dynamique s'inscrit dans le cadre de décisions opérationnelles et non tactiques, dans le sens où une décision doit être prise à chaque changement d'état. Un des avantages de l'heuristique est de pallier cet inconvénient via l'agrégation des décisions *Prod* : comme les maintenances préventives ne peuvent être planifiées qu'en début de période ou en fin lorsque la quantité prévue par le plan de production a été fabriquée, et que la décision *Stop* n'est prise que lorsqu'il n'y a plus de capacité ou que la quantité prévue par le plan de production a été produite, les décisions *Prod* s'enchainent jusqu'à production des quantités prévues ou épuisement de la capacité. Cela revient à dire que prendre la décision *Prod* est équivalent à prendre la décision de produire le lot entier prévu par le plan de production pour la période courante.

6.4.2 Comparaison avec la programmation dynamique stochastique

Nous avons comparé les écarts entre les coûts moyens de la méthode heuristique et les coûts optimum. Les résultats présentés sont comme précédemment les moyennes faites sur 100 simulations. La figure 6.6 présente les coûts obtenus par la méthode heuristique ainsi que l'écart avec le coût de la programmation dynamique.

L'écart moyen avec l'optimal est de 10,08% pour cette méthode. La figure 6.7 présente les coûts obtenus par la méthode heuristique ainsi que l'écart avec le coût de la programmation

Capacité	Charge	Optimum	Heuristique	Ecart
50	70%	7031,47	7797,98	10,9%
50	80%	7490,35	8739,74	16,68%
50	90%	15248,81	16514,04	8,3%
75	70%	9972,54	11638,42	16,7%
75	80%	14583,22	16191,12	11,03%
75	90%	24324,67	25271,22	3,89%
100	70%	13757,35	16321,54	18,64%
100	80%	21806,36	23865,72	9,44%
100	90%	33479,37	35316,16	5,49%
125	70%	18300,58	19537	6,76%
125	80%	29902,46	31581,64	5,62%
125	90%	28150,15	30024,9	6,66%

TABLE 6.6 – Comparaison du coût total de la production pour la méthode heuristique avec l'optimal

dynamique. La détermination des décisions à prendre étant instantanée, les temps de calcul pour l'ensemble de cette méthode sont inférieure à la seconde (le seul calcul effectué est le calcul préliminaire du plan de production par notre solveur).

Capacité	Charge	Méthode de décisions dynamiques	Heuristique	Ecart
50	70%	7490,74	7797,98	4,10%
50	80%	8058,78	8739,74	8,45%
50	90%	15518,68	16514,04	6,41%
75	70%	11011,42	11638,42	5,69%
75	80%	15028,68	16191,12	7,73%
75	90%	24463,14	25271,22	3,30%
100	70%	14982,76	16321,54	8,94%
100	80%	22192,08	23865,72	7,54%
100	90%	33747,04	35316,16	4,65%
125	70%	18781,82	19537	4,02%
125	80%	30697,3	31581,64	2,88%
125	90%	29110,76	30024,9	3,14%

TABLE 6.7 – Comparaison du coût total de la production pour la méthode heuristique avec la méthode de décisions dynamiques

L'écart moyen avec la méthode de décisions dynamiques est de 5,57%.

Notre heuristique permet de résoudre le problème posé via l'obtention d'un plan de production adaptée, et la détermination des décisions à prendre tout au long de la production. Les résultats obtenus avec cette heuristique sont très encourageants au vu des hypothèses contraignantes que nous avons pris concernant le placement des maintenances préventives. De plus, cette méthode ne présente pas de limites en terme de mémoire (aucune association états-décision n'est stockée en mémoire). Celle-ci est donc viable pour répondre à notre problème. Il sera alors intéressant d'étendre cette méthode au cas multi-produits.

6.4.3 Conclusion

La méthode de programmation dynamique stochastique que nous avons développée permet l'obtention de séquences de décisions optimale pour notre problème. Cette méthode ne permet cependant pas de le résoudre, ne fournissant pas de plan de production. Nous avons analysé la structure des séquences de décisions optimales obtenues pour en déterminer des propriétés structurelles. A partir de cette analyse, nous avons développé une méthode de décisions dynamiques adaptée de la programmation dynamique. Cette méthode fournit un plan de production et des décisions à prendre au cours de la production, et permet donc la résolution du problème posé.

Cependant, il apparait une limite commune à ces méthodes : la mémoire qu'elles consomment ne permet pas de travailler sur des instances de tailles très importantes. Nous avons décidé de développer une nouvelle méthode, de type heuristique, basée sur l'analyse des propriétés structurelles des séquences de décisions optimales précédemment obtenues. Cette méthode fournit un plan de production, et propose de manière dynamique la mise en œuvre de maintenances préventives au cours de la production en fonction de l'évolution de l'état du système. Ces maintenances ne peuvent être planifiées qu'en début et en fin de période. Les résultats liés à cette méthode sont très satisfaisants : les instances de grandes tailles peuvent être résolues et les coûts liés à la mise en œuvre de la séquence de décisions ne sont pas trop importants par rapport à ceux de la programmation dynamique. Nous proposons maintenant d'étendre cette étude au cas multi-produits.

Chapitre 7

Extension au cas multi-produits

7.1 Introduction

Nous avons proposé dans les chapitres précédents la formulation d'un problème mono-produit. Nous avons associé à ce problème un modèle basé sur les processus de Markov, et avons résolu celui-ci en employant trois méthodes de résolution : une exacte et deux heuristiques. L'analyse des solutions obtenus par la méthode de programmation dynamique stochastique nous a permis de faire deux constats, premièrement que les maintenances sont mises en œuvre de manière régulière (en terme d'âge du système), et deuxièmement que celles-ci sont souvent placées en début ou en fin de période.

Nous proposons dans ce chapitre d'étendre notre étude au cas multi-produits. Pour cela nous proposons de reprendre et d'adapter la modélisation que nous avons faite, puis d'essayer de mettre en œuvre les méthodes précédemment proposées.

7.2 Formulation du problème

Nous reprenons le problème du cas mono-produit et l'étendons au cas multi-produit. Les nouvelles notations sont les suivantes :

$d_{i,t}$	demande en produit i à la fin de la période t	$\forall i \in \llbracket 1, N \rrbracket \quad \forall t \in \llbracket 1, T \rrbracket$
h_i	coût de stockage du produit i durant une période	$\forall i \in \llbracket 1, N \rrbracket$
p_i	capacité nécessaire pour fabriquer une unité du produit i	$\forall i \in \llbracket 1, N \rrbracket$
τ_i	capacité consommée par l'opération de setup de type i	$\forall i \in \llbracket 1, N \rrbracket$
s_i	coût de l'opération de setup du produit i	$\forall i \in \llbracket 1, N \rrbracket$
$Q_{i,t}$	quantité de produit i fabriqué à la période t	$\forall i \in \llbracket 1, N \rrbracket \quad \forall t \in \llbracket 1, T \rrbracket$
$I_{i,t}$	niveau de stock en produit i à la fin de la période t	$\forall i \in \llbracket 1, N \rrbracket \quad \forall t \in \llbracket 1, T \rrbracket$
$X_{i,t}$	vaut 0, ou 1 si le produit i est lancé à la période t	$\forall i \in \llbracket 1, N \rrbracket \quad \forall t \in \llbracket 1, T \rrbracket$

Une autre modification concerne le vieillissement du système, nous considérons que son âge A , augmentera de p_i à chaque fois qu'une unité d'un produit i sera fabriquée.

Le problème décisionnel consiste en la détermination conjointe du plan de production, qui donne la quantité $Q_{i,t}$ à produire et la quantité $I_{i,t}$ pour chaque produit et chaque période, et de la politique de maintenance préventive. Le plan de production et la politique de maintenance doivent minimiser le coût total de la production, qui est constitué des coûts de stockage, de shortage, de setup, des maintenances préventives et correctives sur tout l'horizon considéré.

7.2.1 Construction du processus de décision

Modélisation de l'état du système

Nous notons x_k l'état global du système lorsque la k -ième décision doit être prise (par état global nous entendons la connaissance de l'avancement de la production et de l'état du système en terme d'âge). Pour décrire cet état, nous devons maintenant prendre en compte les quantités de produits finis pour chaque produit. Nous considérons donc le vecteur $x_k = (x_{k,t}, x_{k,n_1}, \dots, x_{k,n_N}, x_{k,c}, x_{k,a})$ avec :

- $x_{k,t}$: le numéro de la période courante t ,
- x_{k,n_i} : le nombre de produits i finis disponibles $\forall i \in \llbracket 1, N \rrbracket$,
- $x_{k,c}$: la capacité de production restante pour la période courante t ,
- $x_{k,a}$: l'âge du système de production.

L'ensemble des états possibles à l'étape k est noté S_k . Nous noterons x_{K+1} l'état final dans lequel se trouvera le système après application de la K -ième décision (c'est-à-dire la dernière).

Modélisation des décisions

A chaque étape k , une action u_k doit être prise en fonction de l'état x_k parmi l'ensemble d'actions possibles, que nous notons U . Les décisions restent inchangées par rapport au modèle précédent, à la différence que la décision *Prod* est étendue à tous les produits :

- *Prod(i)* : cette action consiste en la production d'une unité du produit i . Après production, le système devient plus âgé d'une unité, la capacité consommée est la somme de la capacité consommée par la production, celle d'une éventuelle opération de setup (en début de période si la production démarre, ou après une maintenance préventive, ou lors du lancement de la production d'un type de produit) et de celles d'éventuelles maintenances correctives dans le cas où des défaillances surviendraient au cours de la production du produit.
- *PM* : cette action consiste à effectuer une maintenance préventive si la capacité du système le permet. Après cette action, l'âge du système est remis à zéro, le nombre de produits finis est inchangé. La capacité consommée par cette action est celle d'une maintenance préventive,
- *Fin* : cette action consiste à arrêter la production et d'attendre le début de la prochaine période. Après cette action, l'âge du système est inchangé.

La décision *Prod(i)* n'est désormais plus compatible avec la propriété Markovienne : la distribution conditionnelle de probabilité des états futurs dépend maintenant des décisions passées. En effet l'opération de setup est maintenant nécessaire pour passer de la fabrication d'un produit à un autre, or l'information relative au dernier type de produit fabriqué (donc la nécessité d'effectuer une opération de setup) n'est pas déductible de l'état courant tel que nous l'avons modélisé. Deux alternatives sont envisageables :

- rajouter dans l'état x_k l'information relative au dernier produit fabriqué,
- opter pour une modélisation non Markovienne, ce qui rendra impossible l'utilisation de la programmation dynamique.

Nous avons vu dans le chapitre précédent que l'utilisation de la méthode de programmation dynamique stochastique est très vite limitée par la taille des instances considérées. Dans la modélisation de notre problème multi-produits, le nombre d'états possibles pour le système ainsi que le nombre d'informations stockés dans ces états augmente en fonction N , le nombre de produits différents. L'utilisation de la programmation dynamique semble donc vouer à l'échec pour notre problème. Nous opterons donc pour une modélisation de notre problème comme un processus aléatoire non Markovien.

Toutes les actions ne sont pas toujours disponibles, selon l'état courant (par exemple quand il n'y a plus de capacité disponible dans une période). Nous notons $U_k(x_k)$ l'ensemble des actions possibles à l'étape k pour l'état x_k . Nous avons :

$$U_k(x_k) \subset U \quad \forall k \in [0, K] \quad \forall x_k \in S_k \quad (7.1)$$

Nous notons μ_k la fonction décisionnelle qui associe à l'état x_k la décision u_k :

$$\mu_k(x_k) = u_k \quad \forall x_k \in S_k \quad (7.2)$$

La politique π est le vecteur de toutes les décisions u_k à prendre sur l'horizon de production. Ce vecteur dépend de l'évolution du système au cours de la production, et notamment des défaillances aléatoires qui surviennent.

$$\pi = (u_1, u_2, \dots, u_K) \quad (7.3)$$

L'action liée à chacune des décisions entraîne d'une part un changement d'état, qui est donné par une fonction de transition probabilisée, et engendre d'autre part un coût. Nous allons maintenant détailler cette fonction de transition, puis présenter la fonction de coût.

Construction de la fonction de transition probabilisée

Chaque action entraîne un changement d'état, nous notons $f_k(x_k, u_k)$ la fonction de transition de l'état x_k à l'état x_{k+1} . La construction de la fonction de transition est basée sur la description des différents scénarios de production en fonction de la décision prise. Nous allons maintenant détailler cette fonction pour chacune des décisions.

Si la décision est $u_k = \text{Prod}(i)$, plusieurs scénarios sont à considérer ; ceux-ci dépendent d'une part de la nécessité où non d'effectuer une opération de setup (avant de démarrer la production d'un type de produit, ou après une maintenance préventive) et d'autres part du nombre de défaillances survenant au cours de la production. Dans le cas où il n'y a pas besoin d'effectuer une opération de setup :

- la capacité restante pour la période en cours suffisante pour couvrir la consommation de capacité engendrée par la production et par les éventuelles maintenances correctives (en cas de défaillance). Dans ce cas, un produit sera manufacturé (x_{k,n_i} augmentera d'une unité), la capacité de production sera diminuée de la capacité consommée par la production d'un produit i ($x_{k,c}$ diminuera de p_i) ainsi que de la capacité consommée par les éventuelles maintenances correctives ($x_{k,c}$ diminuera du nombre de défaillance multiplié par la capacité consommée par une maintenance corrective). L'âge du système augmentera également ($x_{k,a}$ augmentera de p_i),

- la capacité restante n'est pas suffisante pour finir la fabrication du produit en cours (le nombre de défaillances est trop important). Seule la capacité restante du système et l'âge du système changent ($x_{k,c}$ prend la valeur 0 car toute la capacité est consommée, et $x_{k,a}$ augmente de p_i).

Nous notons f_{max} le nombre maximum de panne pouvant survenir au cours de la production du produit en regard de la capacité restante $x_{k,c}$:

$$f_{max}(x_k, i) = \lfloor (x_{k,c} - p_i) / c_{cm} \rfloor \quad (7.4)$$

La fonction de transition pour la décision $u_k = Prod(i)$ dépend du nombre de défaillances survenant au cour de la production. Nous notons $N_f(a_1, a_2)$ le nombre de défaillances affectant le système entre l'âge a_1 et a_2 (indépendamment de la capacité). La fonction indicatrice $\mathbb{I}_{\{N_f(a_1, a_2)=i\}}$ vaut 1 si le nombre de défaillances est égale à i , 0 sinon. La fonction de transition s'écrit donc comme suit :

$$\begin{aligned} f_k(x_k, Prod(i)) = & \sum_{j=1}^{f_{max}(x_k, i)} (x_{k,t}, x_{k,n_i} + 1, x_{k,c} - j \cdot c_{cm} - p_i, x_{k,a} + p_i) \cdot \mathbb{I}_{\{N_f(x_{k,a}, x_{k,a}+p_i)=j\}} \\ & + \sum_{j=f_{max}(x_k, i)+1}^{\infty} (x_{k,t}, x_{k,n_i}, 0, x_{k,a} + p_i) \cdot \mathbb{I}_{\{N_f(x_{k,a}, x_{k,a}+p_i)=j\}} \end{aligned} \quad (7.5)$$

Dans le cas où une opération de setup doit être effectuée avant la production :

- la capacité restante pour la période en cours suffisante pour couvrir la consommation de capacité engendrée par la production et par les éventuelles maintenances correctives (en cas de défaillance). Dans ce cas, un produit sera manufacturé ($x_{k,n}$ augmentera d'une unité), la capacité de production sera diminuée de la capacité consommée par l'opération de setup, d'une unité ($x_{k,c}$ diminuera d'une unité et de τ_i) ainsi que de la capacité consommée par les éventuelles maintenances correctives ($x_{k,c}$ diminuera du nombre de défaillance multiplié par la capacité consommée par une maintenance corrective). L'âge du système augmentera également ($x_{k,a}$ augmentera d'une unité),
- la capacité restante n'est pas suffisante pour finir la fabrication du produit en cours (le nombre de défaillances est trop important). Seule la capacité restante du système et l'âge du système changent ($x_{k,c}$ prend la valeur 0 car toute la capacité est consommée, et $x_{k,a}$ augmente d'une unité).

La fonction f_{max} prend maintenant en compte la capacité consommée par l'opération de setup :

$$f_{max}(x_k, i) = \lfloor (x_{k,c} - \tau_i - p_i) / c_{cm} \rfloor \quad (7.6)$$

La fonction de transition s'écrit alors comme suit :

$$\begin{aligned} f_k(x_k, Prod(i)) = & \sum_{j=1}^{f_{max}(x_k, i)} (x_{k,t}, x_{k,n_i} + 1, x_{k,c} - \tau_i - j \cdot c_{cm} - p_i, x_{k,a} + p_i) \cdot \mathbb{I}_{\{N_f(x_{k,a}, x_{k,a} + p_i) = j\}} \\ & + \sum_{j=f_{max}(x_k, i)+1}^{\infty} (x_{k,t}, x_{k,n_i}, 0, x_{k,a} + p_i) \cdot \mathbb{I}_{\{N_f(x_{k,a}, x_{k,a} + p_i) = j\}} \end{aligned} \quad (7.7)$$

La décision $u_k = PM$ peut être choisie si la capacité restante est suffisante pour effectuer une maintenance préventive. Dans ce cas la le changement d'état est déterministe ; la capacité restante $x_{k,c}$ diminue de la valeur c_{pm} et l'âge du système $x_{k,a}$ prend la valeur 0. Nous avons :

$$f_k(x_k, PM) = (x_{k,t}, x_{k,n}, x_{k,c} - c_{pm}, 0) \quad \forall x_k \in S_k \quad (7.8)$$

Pour la décision $u_k = Fin$ l'état futur dépend de la valeurs du membre x_t , qui désigne la période en cours :

- si $x_{k,t} = T$ la décision *Fin* est prise à la période T , le prochain état sera alors l'état final x_{K+1} ,
- si $x_{k,t} \neq T$ la valeur $x_{k,t}$ sera incrémentée d'une unité, et $x_{k,n}$ sera décrémenté de la valeur de la demande.

$$f_k(x_k, Fin) = x_{K+1} \mathbb{I}_{\{x_{k,t}=T\}} + (x_{k,t} + 1, \max(x_{k,n} - d_t, 0), c_{x_{k,t}+1}, x_{k,a}) \mathbb{I}_{\{x_{k,t} \neq T\}} \quad (7.9)$$

Description des coûts de chaque action

Pour chaque décision, l'action mise en œuvre implique un coût direct $g_k(x_k, u_k)$; celui-ci dépend de l'état courant x_k et de la décision u_k . Nous allons maintenant détailler ces coûts pour chacune des décisions.

Pour la décision *Prod(i)*, si une opération de setup doit être effectuée, le coût direct attendu est aléatoire dans ce cas, car dépendant du nombre de défaillances subies au cours de la production du produit ; aussi nous considérons le coût moyen engendrées par ces

défaillances. Le coût direct moyen est donc la somme du coût de setup et du coût attendu des éventuelles maintenances correctives :

$$\begin{aligned}
 E[g_k(x_k, Prod(i))] = & s_i + cm \sum_{i=1}^{\lfloor (x_{k,c}-1)/c_{cm} \rfloor} P(N_f(x_{k,a}+1) - N_f(x_{k,a}) = i) \cdot i \\
 & + cm \sum_{i=\lfloor (x_{k,c}-1)/c_{cm} \rfloor + 1}^{\infty} P(N_f(x_{k,a}+1) - N_f(x_{k,a}) = i) \cdot \lfloor (x_{k,c}-1)/c_{cm} \rfloor
 \end{aligned} \tag{7.10}$$

Sinon, s'il n'y a pas d'opération de setup à effectuer, le coût direct est simplement le coût moyen attendu pour les maintenances correctives :

$$\begin{aligned}
 E[g_k(x_k, Prod(i))] = & cm \sum_{i=1}^{\lfloor (x_{k,c}-1)/c_{cm} \rfloor} P(N_f(x_{k,a}+1) - N_f(x_{k,a}) = i) \cdot i \\
 & + cm \sum_{i=\lfloor (x_{k,c}-1)/c_{cm} \rfloor + 1}^{\infty} P(N_f(x_{k,a}+1) - N_f(x_{k,a}) = i) \cdot \lfloor (x_{k,c}-1)/c_{cm} \rfloor
 \end{aligned} \tag{7.11}$$

Pour la décision *PM*, le coût direct est le coût d'une maintenance préventive :

$$g_k(x_k, PM) = pm \quad \forall x_k \in S_k \tag{7.12}$$

Pour la décision *Fin* trois possibilités sont à considérer en fonction du niveau de stock $x_{k,n}$ et de la demande d_t :

- si le niveau de stock est égal à la demande, le coût direct est nul,
- si le niveau de stock est inférieure à la demande, le coût direct est constitué des coûts de shortage relatifs aux produits manquants,
- si le niveau de stock est supérieure à la demande, le coût direct est constitué des coûts de stockage des unités stockées,

Nous avons donc :

$$g_k(x_k, Fin) = h \cdot \max(x_{k,n} - d_t, 0) + sh \cdot \max(d_t - x_{k,n}, 0) \quad \forall x_k \in S_k \tag{7.13}$$

7.2.2 Description du coût total

Nous notons J_k^π le coût espéré de la production à partir l'état x_k à l'étape k jusqu'à la fin de la production (état x_{K+1}) pour la politique π . Ce coût est la somme du coût direct $E[g(x_k, u_k)]$ et du coût moyen attendu pour le restant de la production :

$$J_k^\pi(x_k) = E[g_k(x_k, u_k)] + E_{f_k(x_k, u_k)} [J_{k+1}^\pi(x_{k+1})] \quad \forall k \in [0, K]$$

$$J_{K+1}^\pi(x_{K+1}) = 0 \tag{7.14}$$

$$\tag{7.15}$$

Le coût total espéré de la production pour la politique π est donc :

$$J_1^\pi(x_1) = J_0^\pi(1, 0, 1, 0) \tag{7.16}$$

Sachant la demande d_t pour chaque période t de l'horizon, l'objectif de l'optimisation est la détermination de la politique de décision π^* minimisant le coût total espéré de la production alors noté $J_1^{\pi^*}(x_1)$.

7.3 Méthodes de résolution

Nous avons vu que l'emploi de la programmation dynamique n'est pas possible pour le modèle que nous avons développé. Afin de résoudre le problème, nous proposons d'adapter la méthode heuristique que nous avons présentée dans le chapitre précédent. Celle-ci se compose de deux phases : la détermination d'un plan de production et l'application d'un algorithme de décisions dynamiques.

7.3.1 Obtention d'un plan de production

Nous procédons de la même manière que dans le chapitre précédent pour créer un plan de production. Celui-ci réserve une part de la capacité nominale de production aux opérations de maintenance corrective attendues.

Soit g la fonction représentant la capacité moyenne consommée lors de l'utilisation d'une unité de capacité pour la production (nous prenons en compte l'espérance de la capacité

consommée par les éventuelles maintenances correctives) et par la mise en œuvre d'une maintenance préventive, en fonction de l'âge du système à chaque maintenance préventive :

$$g(a) = \frac{n + c_{pm} + c_s + \Lambda(a) \cdot c_{cm}}{a} \quad \forall a \in \mathbb{N}^* \quad (7.17)$$

Vis-à-vis de la capacité consommée, le minimum de la fonction g est l'âge optimal a^* pour lequel mettre en œuvre une maintenance préventive :

$$a^* = \left\{ a \mid g(a) = \min_{n \in \mathbb{N}^*} g(n) \right\} \quad (7.18)$$

Supposons que le système fasse l'objet de maintenances préventives dès qu'il atteint l'âge a^* ; pour une période t de capacité c_t , la capacité maximale $Q_{max,t}$ que l'on peut espérer utiliser pour la production, si aucune maintenance préventive n'est planifiée, sera alors :

$$Q_{max,t}(a^*) = \frac{c_t a^*}{a^* + \Lambda(a^*) \cdot c_{cm}} \quad \forall t \in T \quad (7.19)$$

Si le système n'est pas entretenu tous les a^* unités d'âge, l'espérance de la capacité maximale que l'on pourra allouer à la production sera donc inférieure ou égale à $Q_{max,t}(a^*)$. Nous partitionnons alors la capacité c_t de chaque période en deux :

- la capacité $Q_{max,t}(a^*)$ sera dédiée à la production (il est inutile d'allouer plus de capacité pour la production car la capacité c_t ne sera alors en moyenne pas suffisante pour supporter la production et les actions de maintenances attendues),
- la capacité $c_t - Q_{max,t}(a^*)$ sera allouée aux actions de maintenances.

Cette partition va nous permettre de créer des plans de production anticipant l'impact des maintenances sur le système. Nous posons $c_t = Q_{max,t}$ pour chaque période, et calculons le plan de production optimal pour ces capacités à l'aide de la programmation linéaire et d'un solveur.

7.3.2 Algorithme de décision dynamique

Avant de développer notre heuristique, nous allons dans un premier temps chercher l'âge idéal (en terme de coût) pour entretenir le système, indépendamment des contraintes liées à la planification. Soit g la fonction représentant la capacité moyenne consommée lors de l'utilisation d'une unité de capacité pour la production (nous prenons en compte l'espérance du coût généré par les éventuelles maintenances correctives) et par la mise en

œuvre d'une maintenance préventive, en fonction de l'âge du système auquel est mis en œuvre maintenance préventive :

$$g(n) = \frac{n + pm + s + \Lambda(n) \cdot cm}{n} \quad \forall n \in \mathbb{N}^* \quad (7.20)$$

Le minimum de la fonction g est l'âge a^* optimal (en terme de coût) séparant chaque maintenance préventive :

$$a^* = \left\{ a \mid g(a) = \min_{a \in \mathbb{N}^*} g(n) \right\} \quad (7.21)$$

Si ne nous considérons donc pas les contraintes liées à la production, l'âge idéal (en terme de coût) pour mettre en œuvre une maintenance préventive est a^* . Cette valeur sera utilisée au cours de notre algorithme afin de décider ou non de la mise en œuvre de maintenance préventive. Comme pour le cas mono-produit, le but de l'algorithme 3 est de fournir les décisions à prendre au cours de la production. Les décisions relatives à la mise en œuvre de maintenances préventives ne peuvent se prendre qu'en début et fin de périodes.

Comme nous l'avons vu, dans cet algorithme nous plaçons les maintenances uniquement en début ou en fin de période. Nous pouvons supposer que la suppression de cette contrainte permettrait d'optimiser le coût total de la production (en vue de planifier judicieusement une maintenance préventive entre deux lots par exemple). Cependant cette hypothèse pose la discussion de l'ordonnancement des lots : en effet il s'agira dès lors de calculer conjointement l'ordre de production des lots, et la place des maintenances préventives. Ce constat souligne le lien entre planification tactique, ordonnancement et maintenance, il pourrait être dès lors intéressant d'essayer d'intégrer ces trois domaines au sein d'un même modèle.

7.4 Conclusion

Nous avons proposé dans ce chapitre d'étendre notre problème mono-produits au cas multi-produit. Pour cela nous avons reformulé l'expression du modèle mathématique que nous avons proposé. Cependant, le fait d'avoir plusieurs familles de produit nous empêche de pouvoir modéliser notre problème comme un processus de Markov. L'application de la programmation dynamique n'est donc plus possible. Nous avons adaptée la méthode heuristique que nous avons proposée dans le chapitre précédent afin de résoudre notre modèle. Cependant, nous n'avons pas d'autres méthode de résolution avec lesquels comparer sa pertinence.

Algorithme 3 : Algorithme de l'heuristique**Entrée** : le problème de planification**Sortie** : la politique décisionnelle π

Si la capacité est entièrement consommée ou que les quantités prévues pour la période courante ont été produites conformément au plan de production, nous passons à la période suivante :

Si $x_{k,c} = 0$ ou $\forall i \in \llbracket 1, N \rrbracket x_{k,n_i} = d_{i,x_{k,t}} + I_{i,x_{k,t}} - SH_{i,x_{k,t}}$ **alors** $\mu_k(x_k) = Fin$;

Sinon si la quantité prévue pour la période est produite, et que la production de la période suivante fera vieillir la machine au delà de a^ , une maintenance préventive est mise en œuvre si le système n'est pas neuf, et que la capacité restante de la période en cours est suffisante :*

Sinon si $\forall i \in \llbracket 1, N \rrbracket x_{k,n_i} = d_{i,x_{k,t}} + I_{i,x_{k,t}} - SH_{i,x_{k,t}}$ et $x_{k,c} \neq T$ et $x_{k,c} \geq c_{pm}$ et

$x_{k,a} + \sum_{i=1}^N Q_{i,x_{k,t}+1} \geq a^*$ et $x_{k,a} \neq 0$ **alors**
 | $\mu_k(x_k) = PM$

Sinon si on est en début de période, que l'âge va dépasser a^ au cours de la production, on effectue une maintenance préventive :*

Sinon si $x_{k,c} = c_{x_{k,t}}$ et $x_{k,a} + \sum_{i=1}^N Q_{i,x_{k,t}} \geq a^*$ et $x_{k,a} \neq 0$ **alors**
 | $\mu_k(x_k) = PM$

Sinon si la quantité à produire dans la période n'est pas encore satisfaite :

Sinon si $\exists i \mid x_{k,n_i} \neq d_{i,x_{k,t}} + I_{i,x_{k,t}} - SH_{i,x_{k,t}}$ **alors**

| Tant que la production du i n'est pas complète

| **Tant que** $x_{k,n_i} \neq d_{i,x_{k,t}} + I_{i,x_{k,t}} - SH_{i,x_{k,t}}$

| Produire le lot de produit i

| $\mu_k(x_k) = Prod(i)$

Sinon $\mu_k(x_k) = Fin$;

Nous avons vu que l'hypothèse multi-produits pose la question de l'ordonnancement des lots par rapport à la place des maintenances au sein du plan de production, nous rapprochant une nouvelle fois d'un niveau de décision opérationnel. A cet effet, nous proposerons dans la prochaine partie de travailler sur des modèles où les maintenances ne sont possibles qu'en début de période, afin de concentrer nos recherches dans le cadre de prise de décisions au niveau tactique.

Troisième partie

Intégration de critères de performance de la planification conjointe de la production et de la maintenance

Introduction

L'objectif de cette dernière partie concerne l'intégration de critères de performance dans des modèles de planification conjointe. Ces critères sont relatifs à la maintenance et ont été présentés dans la première partie de ce manuscrit. Nous considérerons la disponibilité et la fiabilité du système. Via la prise en compte de ces critères, il s'agit de s'assurer de la pertinence de la politique de maintenance mise en œuvre lors du calcul du plan conjoint de production et de maintenance. Nous proposons de les intégrer sous forme de contraintes, nous parlerons alors de seuils de disponibilité et nous traduirons la notion de fiabilité du système en seuils de faisabilité du plan de production. La prise en compte de ces notions nous emmènera à repenser les modèles de planification conjointe que nous avons formulés dans la partie précédente, ainsi que les politiques de maintenance que nous leurs avons associées. Dans cette dernière partie, nous considérerons des modèles où la demande perdue n'est plus autorisée afin que nos critères soient pertinents : il serait aisé d'assurer une bonne disponibilité du système ou de créer des plans robustes aux aléas en limitant la production, via le sacrifice d'une part de la demande. Cette hypothèse apportera une difficulté supplémentaire à la résolution : il est possible qu'aucune solution n'existe pour le problème de planification dès lors que les ruptures de stock ne sont plus tolérées [49].

Dans le premier chapitre de cette partie, nous proposerons le couplage d'un problème de planification conjointe avec une contrainte relative à la disponibilité du système. Nous proposerons une modélisation mathématique du problème sous forme de programme linéaire, et proposerons de le résoudre via un solveur. Nous étudierons les limites de cette méthode de résolution et nous mènerons une étude de sensibilité concernant le seuil relatif à la contrainte de disponibilité. Dans le deuxième chapitre, nous conduirons des recherches analogues en intégrant cette fois une contrainte relative à la faisabilité du plan de production. La complexité du problème dans ce cas-là nous conduira à développer une heuristique pour sa résolution.

Chapitre 8

Cas multi-produits avec contrainte de disponibilité

8.1 Introduction

Nous proposons dans ce chapitre d'élargir notre problème de planification conjointe via la prise en compte d'un critère classique de performance [26] : la disponibilité du système de production qui représente le ratio entre le temps alloué à la production et le temps total où le système est utilisé (pour la production et les actions de maintenance, préventives et correctives). Pour cela, nous intégrons une contrainte de disponibilité dans un nouveau modèle de planification de la production et de la maintenance. Notre objectif sera comme précédemment de déterminer un plan de production et une politique de maintenance, cependant un seuil de disponibilité du système devra être respecté. Ce seuil peut être interprété comme un gage de bon fonctionnement du système, traduisant donc la bonne gestion des opérations de maintenance. Il peut être lié à une négociation contractuelle entre les services internes ou externes de maintenance et de production.

Dans une première partie nous fournirons une description du problème, et nous lui associerons un modèle mathématique, sous la forme d'un programme linéaire. Dans la deuxième partie nous proposerons de résoudre celui-ci en utilisant la programmation linéaire. Dans la troisième partie, nous étudierons les limites de la résolution par solveur, et mènerons une étude de sensibilité autour du seuil de notre contrainte de disponibilité sur des paramètres tels que le coût de la production ou l'obtention de solutions au problème. Ces travaux ont fait l'objet d'une conférence [35].

8.2 Description du problème et formulation mathématique

Dans cette section nous décrivons tout d'abord les différentes hypothèses du problème, puis nous exposons la modélisation mathématique que nous avons établie. Nous prenons comme base le « Capacitated Lot Sizing Problem with Setup Times » [70], auquel nous ajoutons certaines hypothèses relatives à la maintenance, et une contrainte de disponibilité.

8.2.1 Formulation du problème

Nous considérons un horizon temporel constitué de T périodes. Le système de production peut produire N types de produits, notés i . A la fin de chaque période t , une quantité $d_{i,t}$ de produits de type i doit être disponible pour satisfaire la demande client. Ces demandes doivent obligatoirement être satisfaites, c'est-à-dire qu'aucune demande perdue n'est autorisée dans le plan de production. Le système de production, qui n'est composé que d'une machine, dispose d'une capacité de production c_t spécifique à chaque période t . La production d'un produit du type i consomme p_i unités de cette capacité. L'opération de setup nécessaire au lancement de la production de produits du type i consomme τ_i unités de capacité.

Le système de production vieillit lorsqu'il est en fonctionnement, la conséquence de ce vieillissement est l'augmentation de la probabilité d'occurrence de défaillances au cours de la production. L'âge du système augmente de p_i unités d'âge lors de la fabrication d'un produit i , nous notons A_t l'âge du système à la fin de la période t . Les défaillances sont distribuées selon une loi de Weibull de paramètres (β, η) . Le taux de défaillance est noté Λ . Nous travaillons sur le cas où le taux de défaillance augmente avec l'âge du système, nous avons donc $\beta > 1$. Le nombre de défaillances survenant au cours de la production est donné par un processus de Poisson non homogène. L'expression du taux de défaillance pour la production d'un âge a_1 à un âge a_2 est la suivante :

$$\Lambda(a_1, a_2) = \int_{a_1}^{a_2} \frac{\beta}{\eta} \left(\frac{u}{\eta} \right)^{\beta-1} du = \left(\frac{a_2}{\eta} \right)^{\beta} - \left(\frac{a_1}{\eta} \right)^{\beta} \quad (8.1)$$

Une défaillance du système entraîne l'arrêt de la production et une maintenance corrective doit être effectuée pour le remettre en état de fonctionnement. Ces maintenances sont minimales : elles n'affectent pas le taux de défaillance du système, celui-ci conserve la valeur qu'il avait avant la défaillance du système. La capacité de production consommée pour la mise en œuvre de ce type de maintenance est égale à c_{cm} . Des maintenance préventives peuvent également être mise en œuvre pour réparer intégralement le système

de production, mais uniquement en début de période. Nous considérons donc dans notre problème qu'il n'est possible de planifier qu'une seule maintenance préventive par période. Ces maintenances sont parfaites : elles réduisent l'âge du système et le taux de défaillance à leurs valeurs initiales. La capacité consommée par ces maintenances est égale à c_{pm} . Soit M_t la variable binaire qui vaut 1 si une maintenance préventive est effectuée au début de la période t , et 0 sinon.

A la fin de chaque période les produits finis peuvent être stockés, dans ce cas un coût unitaire h_i doit être payé pour chaque produit de type i qui est stocké. Le nombre de ces produits est noté $I_{i,t}$ pour chaque période et chaque type. Le coût de l'opération de setup pour lancer la production de produits de type i est s_i . Pour chaque période t . Une maintenance corrective coûte cm et une maintenance préventive coûte pm . Le but est de minimiser la somme totale des coûts de maintenance et de production.

Nous considérons également une contrainte relative à la disponibilité du système de production. Nous rappelons que la disponibilité asymptotique est une mesure de performance des actions de maintenance [26], celle-ci se calcule en divisant la durée pendant laquelle le système est opérationnel par cette même durée à laquelle sont additionnées les durées des maintenances. Dans notre cas, son expression dépend de l'âge a auquel sont effectuées les maintenances préventives sur le système dans notre cas est la suivante :

$$D(a) = \frac{a}{a + c_{pm} + c_{cm} \cdot N_f(0, a)} \quad \forall a \in [0, \infty[\quad (8.2)$$

Le nombre moyen de défaillances est lié à la loi de Weibull que nous employons. Comme les défaillances sont distribuées selon une loi de Poisson dont le paramètre est le taux de défaillance cumulé :

$$P[N_f(0, a) = k] = e^{-\Lambda(0, a)} \cdot \frac{\Lambda(0, a)^k}{k!} \quad (8.3)$$

Le nombre moyen de pannes entre 0 et a est donc :

$$\mathbb{E}[N_f(0, a)] = \sum_{k=0}^{\infty} k \cdot e^{-\Lambda(0, a)} \cdot \frac{\Lambda(0, a)^k}{k!} = \Lambda(0, a) \quad (8.4)$$

D'où la reformulation suivante de la disponibilité :

$$D(a) = \frac{a}{a + c_{pm} + c_{cm} \cdot \Lambda(0, a)} \quad \forall a \in [0, \infty[\quad (8.5)$$

Nous dirons d'un plan de production qu'il est δ -disponible si et seulement si sa disponibilité est supérieure ou égale à δ .

Le problème décisionnel consiste en la détermination conjointe d'un plan de production δ -disponible qui fournit pour chaque produit et pour chaque période les quantités à produire et à stocker, et d'une politique de maintenance préventive. Le plan de production et la politique de maintenance doivent minimiser le coût total de production, qui est constitué des coûts de stockage, des coûts de setup, du coût des maintenances préventives et du coût moyen des maintenances correctives sur tout l'horizon considéré. Nous proposons de modéliser notre problème sous forme de programme linéaire.

8.2.2 Formulation mathématique de la contrainte de δ -disponibilité

Dans cette section nous proposons de formuler mathématiquement la contrainte de disponibilité, en vue d'en faire une contrainte linéaire pour notre modèle.

Afin d'exprimer linéairement la contrainte de disponibilité de notre problème, nous allons tout d'abord reformuler sa définition : la disponibilité correspondante à l'âge auquel est effectué chaque maintenance préventive doit être supérieure ou égale au seuil δ . Nous avons donc :

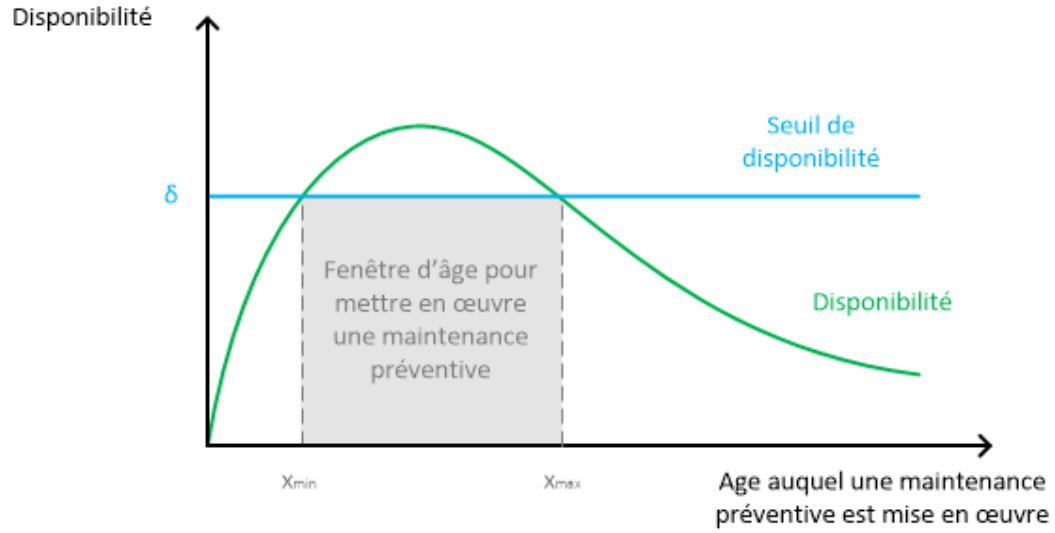
$$M_{t+1} D(A_t) \geq \delta M_{t+1} \quad \forall t \in \llbracket 1, T-1 \rrbracket \quad (8.6)$$

Nous pouvons facilement vérifier que pour $\beta > 1$ la fonction $D(x)$ admet un unique maximum x^* avec :

$$x^* = \eta \left(\frac{c_{pm}}{c_{cm} \cdot (\beta - 1)} \right)^{\frac{1}{\beta}} \quad (8.7)$$

Ceci nous assure l'existence, pour des valeurs suffisamment faibles de la contraintes de disponibilité asymptotique des points x_{min} et x_{max} vérifiant $D(x_{min}) = D(x_{max}) = \delta$. La figure 8.1 illustre l'intersection entre la courbe de disponibilité asymptotique et le seuil δ . Nous notons $a_{min} = \lfloor x_{min} + 1 \rfloor$ et $a_{max} = \lfloor x_{max} \rfloor$.

Sous cette condition, il sera donc nécessaire d'effectuer les maintenances préventives dans la fenêtre d'âge $\llbracket a_{min}, a_{max} \rrbracket$ pour respecter le seuil de disponibilité. Numériquement la contrainte de δ -disponibilité s'écrit donc :

FIGURE 8.1 – Intersection entre la courbe de disponibilité et le seuil δ

$$M_{t+1} A_t \in \llbracket a_{min}, a_{max} \rrbracket \quad \forall t \in \llbracket 1, T - 1 \rrbracket \quad (8.8)$$

8.2.3 Modélisation en programme linéaire

Maintenant que nous avons exprimé la contrainte de δ -disponibilité, nous proposons d'établir dans cette section une modélisation mathématique du problème sous forme de programme linéaire en nombre entier. Nous allons pour cela présenter la fonction objectif ainsi que l'ensemble des contraintes, regroupées en différentes catégories :

- fonction objectif
- contraintes classiques du « Capacitated Lot Sizing Problem with Setup Times »
- contraintes relatives à l'âge du système
- contraintes relatives à la δ -disponibilité
- contraintes de positivité et d'intégrité

Nous précisons avant de présenter notre modèle, que M est un entier très grand par rapport aux autres valeurs du problème. Cet entier servira à désactiver certaines contraintes sous certaines conditions, en les rendant toujours valides.

Fonction objectif

L'objectif 8.9 est de minimiser la somme des coûts de lancement et de stockage de tous les produits pour toutes les périodes, ainsi que le coût des maintenances préventives qui sont

planifiées et le coût moyen attendu pour les maintenances correctives, $\Lambda(A_t - \sum_{i=1}^N p_i Q_{i,t}, A_t)$ représentant le nombre moyen de défaillances survenant au cours de la période t . Nous notons $Y_{t,a}$ la variable qui vaut 1 lorsque $a = A_t - \sum_{i=1}^N (p_i Q_{i,t})$ et 0 sinon pour chaque période t et chaque âge a possible. De même, nous notons $Z_{t,a}$ la variable qui vaut 1 lorsque $a = A_t$ et 0 sinon pour chaque période t et chaque âge a possible.

$$z = \min \sum_{t=1}^T \left\{ \sum_{i=1}^N (s_i X_{i,t} + h_i I_{i,t}) + pm M_t + cm \cdot \left(\sum_{a=0}^{a_{max}} (Z_{t,a} - Y_{t,a}) \cdot \Lambda(0, a) \right) \right\} \quad (8.9)$$

Contraintes classiques du « Capacitated Lot Sizing Problem with Setup Times »

La contrainte 8.10 représente l'équilibre des stocks pour chaque produit à chaque période.

$$I_{i,t} = I_{i,t-1} + Q_{i,t} - d_{i,t} \quad \forall i \in \llbracket 1, N \rrbracket \quad \forall t \in \llbracket 1, T \rrbracket \quad (8.10)$$

La contrainte 8.11 impose qu'un setup pour le type de produit i soit effectué à la période t si la fabrication de ce type est lancé.

$$p_i Q_{i,t} \leq X_{i,t} \cdot c_t \quad \forall i \in \llbracket 1, N \rrbracket \quad \forall t \in \llbracket 1, T \rrbracket \quad (8.11)$$

Nous allons maintenant détailler la formulation de la contrainte de capacité de notre problème. Pour chaque période, la somme des capacités consommées doit être inférieure à la capacité disponible. Cette somme est composée des capacités consommées par :

- par la production : $\sum_{i=1}^N (p_i Q_{i,t})$
- par les opérations de setup : $\sum_{i=1}^N (\tau_i X_{i,t})$
- par l'éventuelle maintenance préventive : $c_{pm} M_t$
- par le nombre moyen de maintenances correctives attendues : $c_{cm} \cdot \Lambda(A_t - \sum_{i=1}^N p_i Q_{i,t}, A_t)$

Nous avons donc :

$$\sum_{i=1}^N (p_i Q_{i,t} + \tau_i X_{i,t}) + c_{pm} M_t + c_{cm} \cdot \Lambda(A_t - \sum_{i=1}^N p_i Q_{i,t}, A_t) \leq c_t \quad \forall t \in \llbracket 1, T \rrbracket \quad (8.12)$$

Nous allons maintenant linéariser cette expression à l'aide des variables binaires $y_{t,a}$ et $Z_{t,a}$ et de la connaissance des valeurs de la fonction Λ . Nous pouvons écrire :

$$\forall t \in \llbracket 1, T \rrbracket \quad \forall a \in \mathbb{N}^*$$

$$\begin{aligned} \Lambda(A_t - \sum_{i=1}^N p_i Q_{i,t}, A_t) &= \Lambda(0, A_t) - \Lambda(0, A_t - \sum_{i=1}^N p_i Q_{i,t}) \\ &= \sum_{a=1}^{\infty} [(Z_{t,a} - Y_{t,a}) \cdot \Lambda(0, a)] \end{aligned} \quad (8.13)$$

Comme l'âge maximum du système est borné par la valeur a_{max} du fait de la contrainte de disponibilité nous avons :

$$Y_{t,a} = Z_{t,a} = 0 \quad \forall t \in \llbracket 1, T \rrbracket \quad \forall a > a_{max} \quad (8.14)$$

D'où :

$$\Lambda(A_t - \sum_{i=1}^N p_i Q_{i,t}, A_t) = \sum_{a=0}^{a_{max}} [(Z_{t,a} - Y_{t,a}) \cdot \Lambda(0, a)] \quad (8.15)$$

Nous avons ainsi linéarisé la contrainte de capacité, les différentes valeurs de $\Lambda(0, a)$ étant calculables :

$$\sum_{i=1}^N (p_i Q_{i,t} + \tau_i X_{i,t}) + c_{pm} M_t + c_{cm} \cdot \left(\sum_{a=0}^{a_{max}} (Z_{t,a} - Y_{t,a}) \cdot \Lambda(0, a) \right) \leq c_t \quad \forall t \in \llbracket 1, T \rrbracket \quad (8.16)$$

Nous devons maintenant formuler une contrainte pour que la variable $Y_{t,a}$ vaille 1 lorsque $a = A_t - \sum_{i=1}^N (p_i Q_{i,t})$ et 0 sinon. Pour cela, nous allons créer deux contraintes. La contrainte 8.17 spécifie que la somme de ces variables binaires est égale à 1, cela implique qu'une seule d'entre elle vaille 1, et les autres 0.

$$\sum_{a=0}^{a_{max}} Y_{t,a} = 1 \quad \forall t \in \llbracket 1, T \rrbracket \quad (8.17)$$

La contrainte 8.18 force la variable $Y_{t,a}$ qui vérifie $a = A_t - \sum_{i=1}^N (p_i Q_{i,t})$ à valoir 1.

$$A_t - \sum_{i=1}^N p_i Q_{i,t} = \sum_{a=0}^{a_{max}} a \cdot Y_{t,a} \quad \forall t \in \llbracket 1, T \rrbracket \quad (8.18)$$

De même que pour la variable $Y_{t,a}$, la variable $Z_{t,a}$ doit valoir 1 lorsque $a = A_t$ et 0 sinon. La contrainte 8.19 spécifie que la somme de ces variables binaires est égale à 1, cela implique qu'une seule d'entre elle vaille 1, et les autres 0.

$$\sum_{a=0}^{a_{max}} Z_{t,a} = 1 \quad \forall t \in \llbracket 1, T \rrbracket \quad (8.19)$$

La contrainte 8.20 force la variable $Z_{t,a}$ qui vérifie $a = A_t$ à valoir 1.

$$A_t = \sum_{a=0}^{a_{max}} a \cdot Z_{t,a} \quad \forall t \in \llbracket 1, T \rrbracket \quad (8.20)$$

Contraintes relatives à l'âge du système

Dans notre programme linéaire nous devons contraindre l'âge A_t du système à la fin de la période t à correspondre à la capacité consommée par la production de puis la dernière maintenance préventive. Nous avons pour cela quatre contraintes, pour deux cas de figures, relatif à la mise en œuvre ou non d'une maintenance préventive au début de la période t .

Premièrement, nous considérons le cas où il y a une maintenance préventive au début de la période t . Dans ce cas, l'âge du système à la fin de cette période doit être égal à la capacité utilisée par la production au cours de la période t :

$$A_t = \sum_{i=1}^N p_i Q_{i,t} \quad \forall t \in \llbracket 1, T \rrbracket \quad (8.21)$$

Nous allons utiliser deux contraintes pour modéliser linéairement l'équation 8.21, qui n'est valide que si une maintenance préventive est planifiée au début de la période t .

La contrainte 8.22 impose que l'âge du système à la fin de la période t soit supérieur ou égal à la somme de la capacité utilisée par la production au cours de la période t .

$$\sum_{i=1}^N p_i Q_{i,t} \leq A_t \quad \forall t \in \llbracket 1, T \rrbracket \quad (8.22)$$

S'il y a une maintenance préventive au début de la période t , la contrainte 8.23 impose que l'âge du système à la fin de la période t soit inférieur ou égal à la somme de la capacité utilisée par la production au cours de la période t . Sinon, cette contrainte se désactive.

$$A_t \leq \sum_{i=1}^N p_i Q_{i,t} + (1 - M_t) \cdot M \quad \forall t \in \llbracket 1, T \rrbracket \quad (8.23)$$

Nous allons maintenant considérer le cas où il n'y a pas de maintenance préventive au début de la période t et procéder de même que précédemment. Dans ce cas, l'âge du système à la fin de cette période doit être égal à l'âge du système à la fin de la période précédente additionné à la capacité utilisée par la production au cours de la période t :

$$A_t = A_{t-1} + \sum_{i=1}^N p_i Q_{i,t} \quad \forall t \in \llbracket 1, T \rrbracket \quad (8.24)$$

Nous allons utiliser deux contraintes pour modéliser linéairement l'équation 8.24, qui n'est valide que s'il n'y a pas de maintenance préventive au début de la période t .

La contrainte 8.25 impose que l'âge du système à la fin de la période t soit inférieur ou égal à l'âge du système à la fin de la période précédente, auquel est sommée la capacité utilisée par la production au cours de la période t .

$$A_t \leq A_{t-1} + \sum_{i=1}^N p_i Q_{i,t} \quad \forall t \in \llbracket 1, T \rrbracket \quad (8.25)$$

S'il n'y a pas de maintenance préventive au début de la période t , la contrainte 8.26 impose que l'âge du système à la fin de la période t soit supérieur ou égal à l'âge du système à la fin de la période précédente sommé la capacité utilisée par la production au cours de la période t . Sinon, cette contrainte se désactive.

$$A_{t-1} + \sum_{i=1}^N p_i Q_{i,t} - M \cdot M_t \leq A_t \quad \forall t \in \llbracket 1, T \rrbracket \quad (8.26)$$

Contraintes relatives à la δ -disponibilité

La contrainte de δ -disponibilité s'exprime dans notre modèle sous la forme de deux contraintes.

La première 8.27 spécifie que si une maintenance préventive est effectué à la période t , alors l'âge du système doit être supérieur ou égale à $\lfloor a_{min} \rfloor$.

$$M_{t+1} \cdot \lfloor a_{min} + 1 \rfloor \leq A_t \quad \forall t \in \llbracket 1, T-1 \rrbracket \quad (8.27)$$

La contrainte 8.28 spécifie que cet âge doit également être inférieur à $\lfloor flora_{max} \rfloor$.

$$A_t \leq a_{max} \quad \forall t \in \llbracket 1, T \rrbracket \quad (8.28)$$

Contraintes de positivité et d'intégrité

La contrainte 8.29 définit les variables de lancement comme étant binaires.

$$X_{i,t}, M_t, Y_{t,a}, Z_{t,a} \in \{0, 1\} \quad \forall i \in \llbracket 1, N \rrbracket \quad \forall t \in \llbracket 1, T \rrbracket \quad \forall a \in \llbracket 0, a_{max} \rrbracket \quad \forall k \in \llbracket 0, c_t \rrbracket \quad (8.29)$$

La contrainte 8.30 est une contrainte qui définit les variables comme étant entières et positives.

$$Q_{i,t}, I_{i,t}, A_t \in \mathbb{N} \quad \forall i \in \llbracket 1, N \rrbracket \quad \forall t \in \llbracket 1, T \rrbracket \quad (8.30)$$

8.3 Développement et évaluation de méthodes de résolution

Comme nous avons modélisé notre problème en un programme linéaire en nombres entiers, nous proposons dans un premier temps de résoudre celui-ci grâce à la programmation linéaire, en employant un solveur.

8.3.1 Simplification du problème d'optimisation

L'utilisation de la programmation linéaire nécessite quelques calculs préliminaires. Ceux-ci concernent la détermination des valeurs de a_{min} et de a_{max} , si elles existent. Pour cela nous résolvons l'équation $D(a) = \delta$. Par la suite est calculé l'ensemble des valeurs $\Lambda(0, a) \quad \forall a \in \llbracket 0, a_{max} \rrbracket$.

Nous utilisons ensuite le solveur IBM ILOG CPLEX 12.5 pour la construction et la résolution de notre modèle. Celui-ci ne parvient cependant pas à déterminer de solution pour de petites instances ($T = 10, N = 5, c_t = 50 \quad \forall t \in \llbracket 1, T \rrbracket$), même après plusieurs heures de calcul. Nous avons mené plusieurs tests afin de chercher si certaines contraintes de

notre modèle étaient liées à ce problème. Finalement nous avons constaté que le problème résidait dans l'évaluation de la fonction objectif, et que la résolution du problème était possible en des temps moindres (de l'ordre de la dizaine de minutes) si le coût moyen des maintenances correctives était retiré de la fonction objectif. Le problème semble lié au calcul de sa valeur, et provenir du grand nombre de variables $Y_{t,a}$ et $Z_{t,a}$ ($T \ a_{max}$).

Pour pallier cette difficulté, nous proposons de résoudre notre modèle en lui retirant ce coût, puis de le calculer et de le rajouter à l'éventuelle solution (le problème peut ne pas avoir de solution, ou le solveur peut ne pas en trouver). Même si les maintenances correctives sont enlevées de la fonction objectif, celles-ci sont toujours intégrées au modèle par le biais des contraintes de capacité. Aussi, les maintenances préventives sont conservés dans la fonction objectif afin d'en limiter leur nombre.

La fonction objectif utilisée lors de la résolution devient donc :

$$z = \min \sum_{t=1}^T \left\{ \sum_{i=1}^N (s_i X_{i,t} + h_i I_{i,t}) + pm \ M_t \right\} \quad (8.31)$$

Nous proposons maintenant d'étudier les performances de la méthode de résolution.

8.3.2 Etude des performances de la résolution par solveur

Comme précédemment nous avons développé un générateur d'instances pour ce problème et nous avons généré plusieurs groupes d'instances. Ces groupes sont caractérisés par leur rapport moyen demande sur capacité (50%, 60%, 70%), et sont formés de sous-groupes caractérisés par la capacité par période de leurs instances (50, 100, 500, 1000). Chacun de ces sous-groupes comporte cinq instances. Le tableau 8.1 présente les paramètres utilisés pour ces instances. Les différentes données du problème ont été générées aléatoirement en utilisant des lois uniformes (la demande $d_{i,t}$, la capacité utilisée par les opérations de setup τ_i , le coût de ces opérations s_i , les coûts de stockage h_i et la capacité de production nécessaire à chacun des produits p_i). Les paramètres de ces lois dépendent de plusieurs autres paramètres, tels que la capacité de chaque période, et le rapport moyen voulu entre demande et capacité. Le paramètre η de la loi de Weibull est choisi en fonction de la capacité des périodes ; il correspond à l'âge du système pour lequel en moyenne une défaillance sera observé pour l'utilisation d'une unité de capacité pour la production.

Désignation	T	c_{pm}	c_{cm}	pm	cm	β	η
Valeur	10	$c_t/5$	$c_t/25$	1000	100	5	c_t

TABLE 8.1 – Valeurs des paramètres utilisés pour les tests

Pour déterminer la capacité de résolution, et les limites de la programmation linéaire pour notre problème, nous avons comparé les pourcentages d’instances résolues (nous entendons par « résolue » le fait que soit une solution ait été trouvée, soit qu’il ait été prouvé que le problème est infaisable) en fonction du temps L alloué au solveur pour la résolution de chacune des instances. Nous avons effectué ces tests pour $\delta = 0$ (cas le moins contraint), et $\delta = 0, 8$. Les tableau 8.2 et 8.3 présentent les résultats de cette étude.

Charge	Capacité	$L = 1 \text{ min}$	$L = 10 \text{ min}$	$L = 60 \text{ min}$
50%	50	80%	80%	80%
50%	100	40%	100%	100%
50%	500	0%	0%	20%
50%	1000	0%	20%	20%
60%	50	80%	100%	100%
60%	100	20%	80%	100%
60%	500	0%	0%	0%
60%	1000	0%	20%	20%
70%	50	40%	40%	60%
70%	100	40%	60%	60%
70%	500	0%	0%	20%
70%	1000	0%	0%	0%

TABLE 8.2 – Pourcentage d’instances résolues pour chaque groupe avec $\delta = 0$

Charge	Capacité	$L = 1 \text{ min}$	$L = 10 \text{ min}$
50%	50	100%	100%
50%	100	100%	100%
50%	500	100%	100%
50%	1000	100%	100%
60%	50	100%	100%
60%	100	100%	100%
60%	500	100%	100%
60%	1000	80%	100%
70%	50	100%	100%
70%	100	100%	100%
70%	500	100%	100%
70%	1000	100%	100%

TABLE 8.3 – Pourcentage d’instances résolues pour chaque groupe avec $\delta = 0, 8$

Le premier constat que nous pouvons faire est que la résolution du problème est beaucoup plus rapide pour le cas où $\delta = 0, 8$. Cela s’explique en partie par le fait que la contrainte de disponibilité rend certains problèmes infaisables. Il sera donc intéressant d’examiner par la suite l’impact de cette contrainte sur la faisabilité du problème. Nous pouvons remarquer que naturellement le pourcentage d’instances résolues augmente avec le temps, mais qu’au delà de $L = 10 \text{ min}$ le nombre d’instances résolues n’augmente que très peu. La programmation linéaire semble donc être une méthode adaptée pour la résolution du

modèle adapté et $L = 10 \text{ min}$ constitue une limite de temps convenable pour obtenir des solutions pour des problèmes de petite taille (où la capacité par période est de l'ordre de 100 pour une dizaine de périodes) lorsque la contrainte de disponibilité n'est pas prise en compte. Si la contrainte de disponibilité est forte, cette limite de temps est adaptée pour des instances de plus grande taille.

Afin d'établir des résultats pertinents sur les performances de la méthode en terme de coûts par rapport au temps de calcul, et sur l'impact de la contrainte de disponibilité sur la faisabilité du problème et sur les coûts obtenus, nous nous limiterons à l'étude d'instances de petites tailles (la capacité des périodes sera de 100).

8.3.3 Etude de sensibilité autour de la contrainte de disponibilité

Nous proposons maintenant d'étudier l'influence du paramètre δ sur la faisabilité et le coût des solutions obtenues. Afin de résoudre un nombre pertinent d'instances, nous avons généré des sous-groupes d'instances où la capacité par période est de 75, et prenons $L = 10 \text{ min}$. Le tableau 8.4 présente l'évolution de la faisabilité des instances, par faisabilité, nous entendons le fait qu'une instance soit résolue, et qu'une solution ait été trouvée.

Charge	Capacité	$\delta = 0$	$\delta = 0,6$	$\delta = 0,7$	$\delta = 0,8$	$\delta = 0,9$
50%	50	80%	100%	100%	60%	0%
50%	75	100%	100%	100%	80%	0%
50%	100	80%	80%	80%	80%	0%
60%	50	40%	40%	40%	20%	0%
60%	75	60%	60%	60%	40%	0%
60%	100	80%	100%	100%	20%	0%
70%	50	60%	60%	20%	0%	0%
70%	75	20%	40%	40%	0%	0%
70%	100	20%	100%	60%	20%	0%

TABLE 8.4 – Pourcentage d'instances résolues pour chaque groupe

Le nombre d'instances résolues diminue avec l'augmentation du seuil de disponibilité δ , et lorsque le seuil est trop haut, la résolution n'est pas possible (dans ce cas là, soit le problème est trop contraint pour avoir des solutions, soit le seuil est trop haut et il n'existe pas de fenêtre d'âge $[a_{min}, a_{max}]$ permettant de respecter le seuil de disponibilité δ). Nous pouvons également voir qu'en dessous d'un certain seuil, le nombre d'instances résolues se stabilise. Il est donc maintenant intéressant d'étudier quelle est l'influence du paramètre δ sur le coût des solutions obtenues. Pour cela nous avons regroupé les instances résolues pour toutes les valeurs de δ inférieures ou égales à 0,8 et avons étudié les coûts obtenus avec $L = 10 \text{ min}$. Le tableau 8.5 présente l'évolution de ces coûts.

Charge	Capacité	$\delta = 0$	$\delta = 0,6$	$\delta = 0,7$	$\delta = 0,8$
50%	50	12415,73	12115,23	11548,31	10918,08
50%	75	12985,28	12756,45	11564,42	10845,63
50%	100	13889,32	13684,82	12644,87	12243,34
60%	50	13689,71	14502,2	13425,46	13411
60%	75	13811,03	15206,7	13677,87	14171,8
60%	100	15632,18	14383,68	13723,19	12846,56
70%	100	16284,34	15577,41	15409,84	14866,26

TABLE 8.5 – Valeurs du coût moyen de la production en fonction des paramètres δ avec $L = 10 \text{ min}$

Le coût moyen de la production diminue quelque peu avec le paramètre δ . Nous pouvons déduire de ces résultats que la détermination de solution est plus rapide avec une contrainte de disponibilité élevée, et que la limite $L = 10 \text{ min}$ n'est pas suffisante pour obtenir des résultats significatifs quant à l'influence de la disponibilité sur le coût total de la production. Nous proposons de mener cette étude avec $L = 60 \text{ min}$. Le tableau 8.6 présente les résultats obtenus.

Charge	Capacité	$\delta = 0$	$\delta = 0,6$	$\delta = 0,7$	$\delta = 0,8$
50%	50	9901,22	9992,37	10578,31	10918,08
50%	75	9894,78	10284,73	10564,29	10845,63
50%	100	11236,06	11786,12	12014,64	12243,34
60%	50	12673,52	12935,84	13251,01	13411
60%	75	13278,05	13367,63	13614,47	14171,8
60%	100	11987,59	12173,90	12208,66	12846,56
70%	100	14278,33	14360,12	14561,22	14866,26

TABLE 8.6 – Valeurs du coût moyen de la production en fonction des paramètres δ avec $L = 60 \text{ min}$

Le premier constat que nous pouvons faire est que les coûts totaux de production ne varient pas lorsque $\delta = 0,8$. Leur variation est de plus en plus importante avec la diminution du paramètre δ . Il apparait donc que moins le problème est contraint, plus il devient difficile à résoudre. Nous remarquons également que les coûts de production varient de manière significative en fonction du seuil de disponibilité. Les objectifs de minimisation du coût de la production et de respect d'une contrainte de disponibilité sont antagonistes, il sera donc nécessaire au décideur d'effectuer un compromis entre disponibilité du système et coûts de production.

8.3.4 Conclusion

Dans ce chapitre nous avons formulé un problème de planification de la production et de la maintenance pour lequel nous avons adjoint une contrainte de faisabilité, que nous

avons nommée contrainte de δ -*disponibilité*. Le but de la résolution de ce problème était de proposer des plans de production capables d'assurer un seuil de disponibilité minimum pour le système : la disponibilité de chaque période doit être supérieure ou égale à δ .

Après avoir proposé un modèle linéaire à partir de la formulation de notre problème, nous avons essayé de résoudre celui-ci à l'aide d'un solveur. Cette résolution n'est cependant pas possible du fait de la complexité du problème. La résolution semble cependant possible via suppression d'une partie de la fonction objectif, nous avons donc proposé de résoudre le problème sans cette dernière, que nous ajoutons par la suite à la solution obtenue.

Nous avons étudié les limites de notre méthode de résolution et fait le constat que la résolution de grandes instances demandait beaucoup de temps de calcul. Il pourrait dès lors être intéressant de développer des méthodes de résolution heuristique afin d'améliorer le temps de calcul pour ce problème. Nous avons également mené une étude de sensibilité concernant la contrainte de disponibilité, autour de paramètres tels que le coût de production et la faisabilité du problème. Nous avons vu que ces paramètres influent fortement en fonction du seuil, il sera donc nécessaire de ne pas être trop exigeant pour ce critère de performance pour espérer obtenir des solutions de coût raisonnable.

Chapitre 9

Cas multi-produits avec contrainte de faisabilité

9.1 Introduction

Dans le chapitre précédent, nous avons associé une contrainte de disponibilité au problème de planification conjointe dans le but d'assurer une bonne performance de l'activité de maintenance au sein du processus de planification. L'objectif de ce chapitre concerne la prise en compte d'un autre critère d'évaluation : la robustesse aux aléas des plans de production. Pour cela nous proposons d'intégrer une contrainte de faisabilité dans un modèle de planification conjointe de la production et de la maintenance, et chercherons au travers de cette contrainte à garantir un seuil de faisabilité pour les plans de production établis.

Dans une première partie nous formulerons notre problème, et nous lui associerons un modèle mathématique, modèle établi sous la forme d'un programme linéaire. Dans la deuxième partie nous proposerons des méthodes de résolution : programmation linéaire et méthode heuristique. Dans la troisième partie, nous étudierons les performances de notre heuristique, et mèneront une étude de sensibilité autour du seuil de la contrainte de faisabilité sur des paramètres tels que le coût de la production, ou la faisabilité du problème. Ces travaux et leurs résultats ont été présentés dans [37, 36].

9.2 Description du problème et formulation mathématique

Dans cette section nous décrivons tout d'abord les différentes hypothèses du problème, puis nous exposons la modélisation mathématique que nous avons établie. Nous prenons comme base le « Capacitated Lot Sizing Problem with Setup Times » [70], auquel nous ajoutons certaines hypothèses relatives à la maintenance, et une contrainte concernant la faisabilité du plan de production.

9.2.1 Formulation du problème

Nous considérons dans ce chapitre le même problème que celui du chapitre précédent, sauf qu'à la place de la contrainte de disponibilité, nous considérons une contrainte relative à la faisabilité du plan de production. L'ensemble des notations que nous utilisons est le suivant :

T	longueur (en périodes de l'horizon de la planification)	
N	nombre de produits	
$d_{i,t}$	demande en produit i à la fin de la période t	$\forall i \in \llbracket 1, N \rrbracket \quad \forall t \in \llbracket 1, T \rrbracket$
h_i	coût de stockage du produit i durant une période	$\forall i \in \llbracket 1, N \rrbracket$
p_i	capacité nécessaire pour fabriquer une unité du produit i	$\forall i \in \llbracket 1, N \rrbracket$
τ_i	capacité consommée par le lancement de la production de produit du type i	$\forall i \in \llbracket 1, N \rrbracket$
c_{pm}	capacité consommée lors de la mise en œuvre d'une maintenance préventive	
c_{cm}	capacité consommée lors de la mise en œuvre d'une maintenance préventive	
s_i	coût de l'opération de setup du produit i	$\forall i \in \llbracket 1, N \rrbracket$
pm	coût d'une maintenance préventive	
a_{sup}	age maximum que peut avoir le système	
M	un coefficient positif très grand par rapport aux autres valeurs	
$Q_{i,t}$	quantité de produit i fabriqué à la période t	$\forall i \in \llbracket 1, N \rrbracket \quad \forall t \in \llbracket 1, T \rrbracket$
$I_{i,t}$	niveau de stock en produit i à la fin de la période t	$\forall i \in \llbracket 1, N \rrbracket \quad \forall t \in \llbracket 1, T \rrbracket$
$X_{i,t}$	vaut 0, ou 1 si le produit i est lancé à la période t	$\forall i \in \llbracket 1, N \rrbracket \quad \forall t \in \llbracket 1, T \rrbracket$
M_t	vaut 0, ou 1 si une maintenance préventive est planifié en début de période t	$\forall t \in \llbracket 1, T \rrbracket$
A_t	âge du système à la fin de la période t	$\forall t \in \llbracket 1, T \rrbracket$

Nous allons maintenant présenter la contrainte de faisabilité que nous considérons. Nous notons $N_f(a_1, a_2)$ le nombre de défaillances observées entre l'âge a_1 et a_2 . Avec cette notation, $N_f(A_t - \sum_{i=1}^N p_i Q_{i,t}, A_t)$ représente donc le nombre de défaillances survenant au cours d'une période t . La capacité consommée par l'ensemble de la production et par les actions de maintenances (préventives et correctives) sera alors $\sum_{i=1}^N (p_i Q_{i,t} + \tau_i X_{i,t}) + c_{pm} M_t + c_{cm} N_f(A_t - \sum_{i=1}^N p_i Q_{i,t}, A_t)$. Cette quantité doit être inférieure à la capacité c_t de la période. Cependant, comme le nombre de défaillances est aléatoire, nous proposons de travailler sur la probabilité que cette capacité ne soit pas dépassée. Cette probabilité devra être plus grande qu'un seuil que nous notons ε , et une période sera dite ε -faisable si elle respecte cette condition. La formulation mathématique de la contrainte d' ε -faisabilité, est la suivante :

$$P \left[\sum_{i=1}^N (p_i Q_{i,t} + \tau_i X_{i,t}) + c_{pm} M_t + c_{cm} N_f(A_t - \sum_{i=1}^N p_i Q_{i,t}, A_t) \leq c_t \right] \geq \varepsilon \quad (9.1)$$

Nous définissons un plan de production comme étant ε -faisable si et seulement si chacune de ses périodes est ε -faisable.

Le problème décisionnel consiste en la détermination conjointe d'un plan de production ε -faisable qui fournit pour chaque produit et pour chaque période les quantités à produire et à stocker, et d'une politique de maintenance préventive. Le plan de production et la politique de maintenance doivent minimiser le coût total de la production, qui est constitué des coûts de stockage, des coûts de setup, du coût des maintenances préventives et du coût moyen des maintenances correctives sur tout l'horizon considéré.

9.2.2 Construction d'un modèle linéaire

Dans cette section, nous proposons d'établir une modélisation mathématique du problème sous forme de programme linéaire en nombre entier. Nous allons maintenant présenter la fonction objectif ainsi que l'ensemble des contraintes, regroupées en différentes catégories :

- fonction objectif
- contraintes classiques du « Capacitated Lot Sizing Problem with Setup Times »
- contraintes relatives à l'âge du système
- contraintes relatives à l' ε -faisabilité
- contraintes de positivité et d'intégrité

M est toujours un entier très grand par rapport aux autres valeurs du problème qui sert à désactiver certaines contraintes, sous certaines conditions, en les rendant toujours valides.

Fonction objectif

L'objectif 9.2 est de minimiser la somme des coûts de lancement et de stockage de tous les produits pour toutes les périodes, ainsi que le coût des maintenances préventives qui sont planifiées.

$$z = \min \sum_{t=1}^T \left\{ \sum_{i=1}^N (s_i X_{i,t} + h_i I_{i,t}) + pm M_t \right\} \quad (9.2)$$

Contraintes classiques du « Capacitated Lot Sizing Problem with Setup Times »

La contrainte 9.3 représente l'équilibre des stocks pour chaque produit à chaque période.

$$I_{i,t} = I_{i,t-1} + Q_{i,t} - d_{i,t} \quad \forall i \in \llbracket 1, N \rrbracket \quad \forall t \in \llbracket 1, T \rrbracket \quad (9.3)$$

La contrainte 9.4 impose qu'un setup pour le type de produit i soit effectué à la période t si la fabrication de ce type est lancé.

$$p_i Q_{i,t} \leq X_{i,t} \cdot c_t \quad \forall i \in \llbracket 1, N \rrbracket \quad \forall t \in \llbracket 1, T \rrbracket \quad (9.4)$$

La contrainte classique de capacité est comprise dans la contrainte d' ε -*faisabilité*, nous détaillerons celle-ci par la suite.

Contraintes relatives à l'âge du système

Ces contraintes sont les mêmes que celles du chapitre précédents, elles imposent que la variable A_t corresponde bien à l'âge du système à la fin de la période t :

$$\sum_{i=1}^N p_i Q_{i,t} \leq A_t \quad \forall t \in \llbracket 1, T \rrbracket \quad (9.5)$$

$$A_t \leq \sum_{i=1}^N p_i Q_{i,t} + (1 - M_t) \cdot M \quad \forall t \in \llbracket 1, T \rrbracket \quad (9.6)$$

$$A_t \leq A_{t-1} + \sum_{i=1}^N p_i Q_{i,t} \quad \forall t \in \llbracket 1, T \rrbracket \quad (9.7)$$

$$A_{t-1} + \sum_{i=1}^N p_i Q_{i,t} - M \cdot M_t \leq A_t \quad \forall t \in \llbracket 1, T \rrbracket \quad (9.8)$$

Contraintes relatives à l' ε -faisabilité

Nous proposons de formuler différemment la contrainte 9.1 : la probabilité que le nombre de défaillances $N_f(A_t - \sum_{i=1}^N p_i Q_{i,t}, A_t)$ survenant au cours de la production soit inférieur ou égal au nombre maximum de défaillances admissibles, doit être supérieure au seuil ε . Nous notons $N_{f_{max}}(t)$ ce nombre maximum de défaillances pouvant survenir au cours la production au cours de la période t . Celui-ci est égal à la partie entière de la capacité c_t de la période courante à laquelle est retranchée la capacité consommée par la production, par les opérations de setup, et par l'éventuelle maintenance préventive en début de période :

$$N_{f_{max}}(t) = \left\lfloor \frac{c_t - \sum_{i=1}^N (p_i Q_{i,t} + \tau_i X_{i,t}) - c_{pm} M_t}{c_{cm}} \right\rfloor \quad (9.9)$$

La reformulation de la probabilité de la contrainte 9.1 donne donc la probabilité suivante :

$$P \left[N_f(A_t - \sum_{i=1}^N p_i Q_{i,t}, A_t) \leq N_{f_{max}}(t) \right] \geq \varepsilon \quad (9.10)$$

Pour une période t , comme les défaillances suivent une distribution de Poisson de paramètre $\Lambda \left(A_t - \sum_{i=1}^N p_i Q_{i,t}, A_t \right)$, la probabilité d'avoir k défaillances est :

$$P \left[N_f \left(A_t - \sum_{i=1}^N p_i Q_{i,t}, A_t \right) = k \right] = e^{-\Lambda(a, A_t)} \cdot \frac{\Lambda(a, A_t)^k}{k!} \quad (9.11)$$

Notre contrainte s'écrit donc :

$$\sum_{k=0}^{N_{f_{max}}(t)} e^{-\Lambda(A_t - \sum_{i=1}^N p_i Q_{i,t}, A_t)} \cdot \frac{\Lambda(A_t - \sum_{i=1}^N p_i Q_{i,t}, A_t)^k}{k!} \geq \varepsilon \quad (9.12)$$

Il s'agit maintenant de linéariser cette expression mathématique. Pour cela nous proposons d'utiliser une fonction G qui donne la probabilité d'avoir k défaillances au cours de la production entre l'âge a_1 et a_2 :

$$G(a_1, a_2, k) = e^{-\Lambda(a_1, a_2)} \cdot \frac{\Lambda(a_1, a_2)^k}{k!} \quad \forall a_1 \in \mathbb{N}^* \quad \forall a_2 \in \mathbb{N}^* \quad \forall k \in \llbracket 1, c_t \rrbracket \quad (9.13)$$

Avec cette fonction, l'inéquation 9.12 devient :

$$\sum_{k=0}^{N_{fmax}(t)} G(A_t - \sum_{i=1}^N p_i Q_{i,t}, A_t) \geq \varepsilon \quad (9.14)$$

Si nous introduisons également la variable binaire $Z_{t,a_1,a_2,k}$ qui vaut 1 lorsque $a_1 = A_t - \sum_{i=1}^N (p_i Q_{i,t})$, que $a_2 = A_t$ et que $k \leq N_{fmax}(t)$. Sinon cette variable vaut 0. Nous pouvons donc reformuler l'inéquation 9.14 :

$$\sum_{k=0}^{N_{fmax}(t)} \left[\sum_{a_1=0}^{\infty} \left(\sum_{a_2=0}^{\infty} Z_{t,a_1,a_2,k} \cdot G(a_1, a_2, k) \right) \right] \geq \varepsilon \quad (9.15)$$

Il ne reste maintenant plus qu'à modifier les indices de sommations pour obtenir une expression linéaire. Tout d'abord nous pouvons remarquer que l'âge du système est borné par un âge maximal a_{sup} , qui correspond à la demande totale de l'horizon temporel :

$$a_{sup} = \sum_{t=1}^T \left(\sum_{i=1}^N d_{i,t} \right) \quad (9.16)$$

L'équation 9.15 devient :

$$\sum_{k=0}^{N_{fmax}(t)} \left[\sum_{a_1=0}^{a_{sup}} \left(\sum_{a_2=0}^{a_{sup}} Z_{t,a_1,a_2,k} \cdot G(a_1, a_2, k) \right) \right] \geq \varepsilon \quad (9.17)$$

Etant donnée que $Z_{t,a_1,a_2,k}$ vaut 0 si $k > N_{fmax}(t)$ l'équation 9.17 se formule de façon linéaire :

$$\left\lfloor \frac{c_t}{c_{cm}} \right\rfloor \left[\sum_{k=0}^{a_{sup}} \left(\sum_{a_1=0}^{a_{sup}} \left(\sum_{a_2=0}^{a_{sup}} Z_{t,a_1,a_2,k} \cdot G(a_1, a_2, k) \right) \right) \right] \geq \varepsilon \quad (9.18)$$

La contrainte d' ε -*faisabilité* de notre modèle est donc :

$$\left\lfloor \frac{c_t}{c_{cm}} \right\rfloor \left[\sum_{k=0}^{a_{sup}} \left(\sum_{a_1=0}^{a_{sup}} \left(\sum_{a_2=0}^{a_{sup}} Z_{t,a_1,a_2,k} \cdot G(a_1, a_2, k) \right) \right) \right] \geq \varepsilon \quad \forall t \in \llbracket 1, T \rrbracket \quad (9.19)$$

Cette contrainte remplace la contrainte de capacité classique. L'ensemble des valeurs de la fonction G sera calculé en amont du programme linéaire.

Nous devons maintenant formuler des contraintes pour que la variable $Z_{t,a_1,a_2,k}$ vaille 1 lorsque $a_1 = A_t - \sum_{i=1}^N (p_i Q_{i,t})$, que $a_2 = A_t$ et que $k \leq N_{f_{max}}(t)$ et 0 sinon. Pour cela, nous introduisons dans un premier temps une nouvelle variable, $B_{t,k}$, qui vaut 1 lorsque $k \leq N_{f_{max}}(t)$ et 0 sinon.

Tout d'abord, nous allons créer des contraintes pour faire en sorte que la somme sur a_1 et a_2 des variables $Z_{t,a_1,a_2,k}$ valent 1 si $k \leq N_{f_{max}}(t)$ et 0 sinon. Les contraintes 9.20 et 9.21 spécifient que cette somme soit égale à 1, si $B_{t,k} = 1$. Ces contraintes impliquent donc que pour chaque valeur de t et de k , une seule des variables $Z_{t,a_1,a_2,k}$ vaille 1, et les autres, 0.

$$\sum_{a_1=0}^{a_{sup}} \sum_{a_2=0}^{a_{sup}} Z_{t,a_1,a_2,k} + M \cdot (1 - B_{t,k}) \geq 1 \quad \forall t \in \llbracket 1, T \rrbracket \quad \forall k \in \llbracket 0, \left\lfloor \frac{c_t}{c_{cm}} \right\rfloor \rrbracket \quad (9.20)$$

$$\sum_{a_1=0}^{a_{sup}} \sum_{a_2=0}^{a_{sup}} Z_{t,a_1,a_2,k} - M \cdot (1 - B_{t,k}) \leq 1 \quad \forall t \in \llbracket 1, T \rrbracket \quad \forall k \in \llbracket 0, \left\lfloor \frac{c_t}{c_{cm}} \right\rfloor \rrbracket \quad (9.21)$$

La contrainte 9.22 impose que la somme précédente vaille 0 si $B_{t,k} = 0$. Ainsi, si $k \leq N_{f_{max}}(t)$, toutes les variables $Z_{t,a_1,a_2,k}$ vaudront bien 0.

$$\sum_{a_1=0}^{a_{sup}} \sum_{a_2=0}^{a_{sup}} Z_{t,a_1,a_2,k} - M \cdot B_{t,k} \leq 0 \quad \forall t \in \llbracket 1, T \rrbracket \quad \forall k \in \llbracket 0, \left\lfloor \frac{c_t}{c_{cm}} \right\rfloor \rrbracket \quad (9.22)$$

Maintenant, nous devons contraindre les variables $Z_{t,a_1,a_2,k}$ à valoir 1 si $a_1 = A_t - \sum_{i=1}^N (p_i Q_{i,t})$ et $a_2 = A_t$. Pour cela, les contraintes 9.23 et 9.24 imposent que la variable

$Z_{t,a_1,a_2,k}$ qui vaut 1 vérifie bien $a_1 = A_t - \sum_{i=1}^N (p_i Q_{i,t})$.

$$A_t - \sum_{i=1}^N p_i Q_{i,t} \leq \sum_{a_1=0}^{a_{sup}} a_1 \cdot Z_{t,a_1,a_2,k} + M \cdot (1 - B_{t,k}) \quad \forall t \in \llbracket 1, T \rrbracket \quad \forall a_2 \in \llbracket 0, a_{sup} \rrbracket \quad \forall k \in \llbracket 0, \left\lfloor \frac{c_t}{c_{cm}} \right\rfloor \rrbracket \quad (9.23)$$

$$A_t - \sum_{i=1}^N p_i Q_{i,t} \geq \sum_{a_1=0}^{a_{sup}} a_1 \cdot Z_{t,a_1,a_2,k} - M \cdot (1 - B_{t,k}) \quad \forall t \in \llbracket 1, T \rrbracket \quad \forall a_2 \in \llbracket 0, a_{sup} \rrbracket \quad \forall k \in \llbracket 0, \left\lfloor \frac{c_t}{c_{cm}} \right\rfloor \rrbracket \quad (9.24)$$

De même, les contraintes 9.25 et 9.26 imposent que la variable $Z_{t,a_1,a_2,k}$ qui vaut 1 vérifie bien $a_2 = A_t$.

$$A_t \leq \sum_{a_2=0}^{a_{sup}} a_2 \cdot Z_{t,a_1,a_2,k} + M \cdot (1 - B_{t,k}) \quad \forall t \in \llbracket 1, T \rrbracket \quad \forall a_1 \in \llbracket 0, a_{sup} \rrbracket \quad \forall k \in \llbracket 0, \left\lfloor \frac{c_t}{c_{cm}} \right\rfloor \rrbracket \quad (9.25)$$

$$A_t \geq \sum_{a_2=0}^{a_{sup}} a_2 \cdot Z_{t,a_1,a_2,k} - M \cdot (1 - B_{t,k}) \quad \forall t \in \llbracket 1, T \rrbracket \quad \forall a_1 \in \llbracket 0, a_{sup} \rrbracket \quad \forall k \in \llbracket 0, \left\lfloor \frac{c_t}{c_{cm}} \right\rfloor \rrbracket \quad (9.26)$$

Avec les contraintes précédentes, les variables binaires $Z_{t,a_1,a_2,k}$ ont bien la valeur souhaitée. Il reste maintenant à créer des contraintes pour que la variable $B_{t,k}$ que nous avons introduit vaille bien 1 lorsque $k \leq N_{f_{max}}(t)$ et 0 sinon. Pour cela nous introduisons une nouvelle variable $S_{t,k}$, qui vaut 1 lorsque $k = N_{f_{max}}(t)$ et 0 sinon. La contrainte 9.27 impose que si une variable $B_{t,k}$ est égale à 0, toutes les variables $B_{t,k}$ suivantes (par rapport à l'indice k) vaudront également 0 et que si une variable $B_{t,k}$ vaut 1, toutes les précédentes vaudront également 1.

$$B_{t,k} \leq B_{t,k-1} \quad \forall t \in \llbracket 1, T \rrbracket \quad \forall k \in \llbracket 1, c_t \rrbracket \quad (9.27)$$

La contrainte 9.28 impose que les variables $B_{t,k}$ soient supérieures ou égales aux variables $S_{t,k}$, ainsi les variables $B_{t,k}$ vaudront 1 si $S_{t,k}$ vaut 1 également.

$$B_{t,k} \geq S_{t,k} \quad \forall t \in \llbracket 1, T \rrbracket \quad \forall k \in \llbracket 0, \left\lfloor \frac{c_t}{c_{cm}} \right\rfloor \rrbracket \quad (9.28)$$

La contrainte 9.29 impose que les variables $B_{t,k}$ valent 0 si $k \leq N_{f_{max}}(t)$.

$$c_t - \sum_{i=1}^N (p_i Q_{i,t} + \tau_i X_{i,t}) - c_{pm} M_t \geq k \cdot B_{t,k} \cdot c_{cm} \quad \forall t \in \llbracket 1, T \rrbracket \quad \forall k \in \llbracket 0, \left\lfloor \frac{c_t}{c_{cm}} \right\rfloor \rrbracket \quad (9.29)$$

Avec les contraintes précédentes, les variables binaires $B_{t,k}$ ont bien la valeur souhaitée. Il ne reste plus qu'à contraindre les variables $S_{t,k}$ à valoir 1 lorsque $k = N_{f_{max}}(t)$ et 0 sinon. La contrainte 9.30 spécifie que la somme de ces variables binaires est égale à 1, cela implique qu'une seule d'entre elle vaille 1, et les autres 0.

$$\sum_{k=0}^{c_t} S_{t,k} = 1 \quad \forall t \in \llbracket 1, T \rrbracket \quad (9.30)$$

Les contraintes 9.31 et 9.32 forcent la variable $S_{t,k}$ qui vérifie $k = N_{f_{max}}(t)$ à valoir 1, et donc les autres à valoir 0 avec la contrainte précédente.

$$c_t - \sum_{i=1}^N (p_i Q_{i,t} + \tau_i X_{i,t}) - c_{pm} M_t \geq \left(\sum_{k=0}^{c_t} k \cdot S_{t,k} \right) c_{cm} \quad \forall t \in \llbracket 1, T \rrbracket \quad (9.31)$$

$$c_t - \sum_{i=1}^N (p_i Q_{i,t} + \tau_i X_{i,t}) - c_{pm} M_t + 1 \leq \left(\sum_{k=0}^{c_t} (k+1) \cdot S_{t,k} \right) c_{cm} \quad \forall t \in \llbracket 1, T \rrbracket \quad (9.32)$$

Contraintes de positivité et d'intégrité

La contrainte 9.34 définit les variables de lancement comme étant binaires.

$$\begin{aligned} X_{i,t}, M_t, Z_{t,a_1,a_2,k}, S_{k,t}, B_{k,t} &\in \{0, 1\} \\ \forall i \in \llbracket 1, N \rrbracket \quad \forall t \in \llbracket 1, T \rrbracket \quad \forall a_1 \in \llbracket 0, a_{sup} \rrbracket \quad \forall a_2 \in \llbracket 0, a_{sup} \rrbracket \quad \forall k \in \llbracket 0, \left\lfloor \frac{c_t}{c_{cm}} \right\rfloor \rrbracket \end{aligned} \quad (9.33)$$

La contrainte 9.34 est une contrainte qui définit les variables comme étant entières et positives.

$$Q_{i,t}, I_{i,t}, A_t \in \mathbb{N} \quad \forall i \in \llbracket 1, N \rrbracket \quad \forall t \in \llbracket 1, T \rrbracket \quad (9.34)$$

9.3 Développement de méthodes de résolution

Nous proposons dans un premier temps d'appliquer la programmation linéaire à notre modèle, puis au vue des limites de celle-ci, de développer une méthode alternative, de type heuristique.

9.3.1 Analyse de performance de résolution par la programmation linéaire

Nous avons tout d'abord essayé de résoudre notre problème par la programmation linéaire au moyen du solveur IBM ILOG CPLEX 12.5. Nous avons constaté que cette méthode était inefficace, aucune instance n'ayant pu être traitée : la consommation de ressource mémoire pour la création du problème était trop importante. Après plusieurs tests, nous

avons déterminé que le problème venait du très grand nombre de variables $Z_{t,a_1,a_2,k}$. Les indices de cette variable appartiennent aux ensembles suivants :

$$t \in \llbracket 1, T \rrbracket \quad , a_1 \in \llbracket 0, a_{sup} \rrbracket \quad , a_2 \in \llbracket 0, a_{sup} \rrbracket \quad , k \in \llbracket 0, \left\lfloor \frac{c_t}{c_{cm}} \right\rfloor \rrbracket \quad (9.35)$$

Le nombre de ces variables est donc :

$$Card(Z_{1,0,0,0}, \dots, Z_{T,a_{sup},a_{sup},\lfloor c_t/c_{cm} \rfloor}) = T \cdot (a_{sup} + 1)^2 \cdot \left(\left\lfloor \frac{c_t}{c_{cm}} \right\rfloor + 1 \right) \quad (9.36)$$

Pour une instance de 10 périodes de capacité 100, ce nombre est de l'ordre du milliard. La mémoire consommée est alors trop importante, et empêche la construction des modèles. Cette considération nous pousse à nous orienter vers une résolution heuristique.

9.3.2 Création d'une heuristique pour la résolution

Une des difficultés qui se pose pour la résolution de notre problème réside dans le fait qu'il n'admet pas forcément de solution, la demande perdue n'étant pas tolérée. Pour pallier cette difficulté et donc essayer de construire des solutions à notre problème, nous proposons une heuristique se basant sur plusieurs itérations des modules suivants :

- le premier module concerne la détermination conjointe d'un plan de production relatif au « Capacitated Lot Sizing Problem with Setup Times » et d'un plan de maintenance respectant une politique de maintenance simple : le système ne doit pas dépasser un âge maximum noté a_{max} , une maintenance préventive doit donc être mise en œuvre avant ou lorsque cet âge est atteint,
- le deuxième processus consiste à évaluer l' ε -*faisabilité* d'un plan créé dans la première phase. Les capacités initiales du problème sont ensuite modifiées si le plan n'est pas ε -*faisable*, ces deux phases s'enchainent jusqu'à que le problème soit infaisable, ou qu'un plan ε -*faisable* soit trouvé,
- le dernier module de l'algorithme a pour but de lancer la boucle constituée par les deux autres opérations pour un nombre défini de valeurs de a_{max} . Le choix des valeurs a_{max} étudiées est fait par l'algorithme en fonction des résultats obtenus.

Le fonctionnement de ces modules est illustré par la figure 9.1.

Nous allons maintenant présenter en détail le fonctionnement de chacun de ces modules.

Obtention d'un plan de production

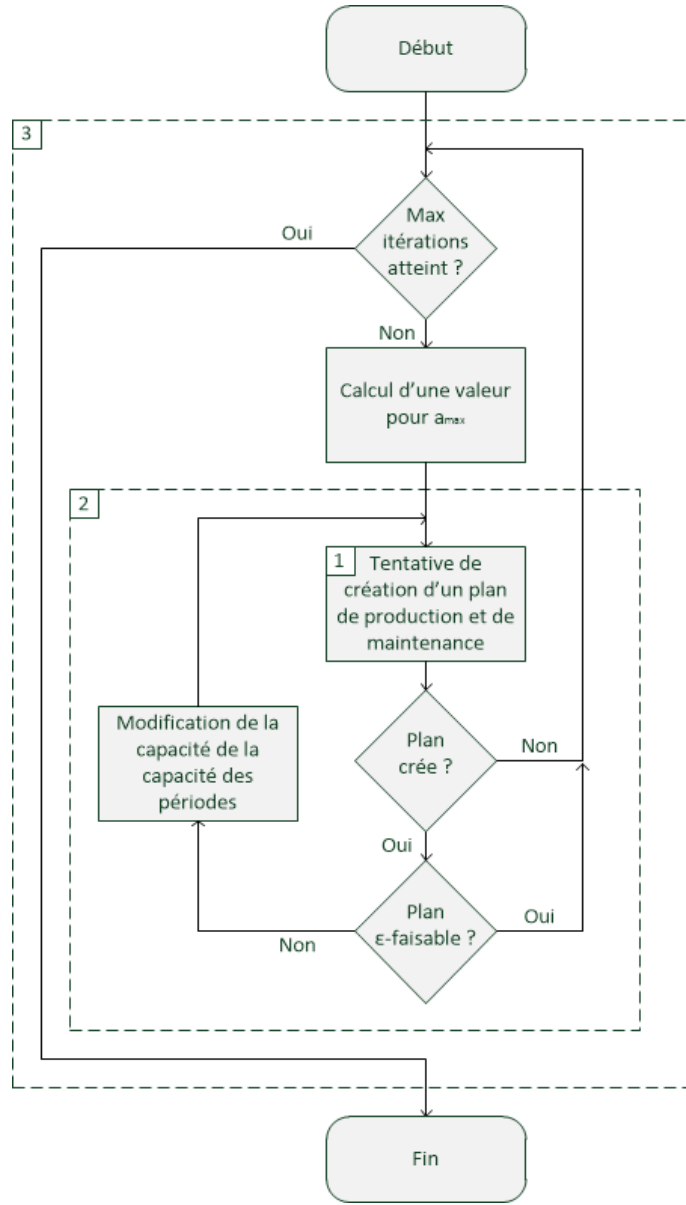


FIGURE 9.1 – Algorithme de l'heuristique

Nous considérons donc une version simplifiée de notre problème, dans laquelle le but est de déterminer un plan de production comprenant les maintenances préventives à effectuer sur le système. Dans notre modèle la contrainte d'*ε-faisabilité* est remplacée par une contrainte de capacité plus classique :

$$\sum_{i=1}^N (p_i Q_{i,t} + \tau_i X_{i,t}) + c_{pm} M_t \leq c_t \quad \forall t \in \llbracket 1, T \rrbracket \quad (9.37)$$

Cette contrainte n'intègre plus la capacité consommée par les maintenances correctives attendues, celle-ci sera prise en compte au cours de la phase suivante. Ainsi nous faisons disparaître l'ensemble des variables $Z_{t,a_1,a_2,k}$, qui empêchaient la résolution de notre modèle par un solveur. Comme nous modifions cette contrainte, il est nécessaire d'imposer une politique de maintenance préventive ; en effet, les maintenances préventives ne sont maintenant modélisées que comme source de consommation de capacité et génératrice de coût (dans la contrainte d' ε -*faisabilité* les maintenances préventives limitaient la capacité consommée par les maintenances correctives via la remise à zéro régulière de l'âge du système). Afin d'obtenir des solutions à notre problème tout en assurant un maintien régulier du système (en terme d'âge du système, c'est-à-dire en fonction des quantités produites), nous proposons une politique simple : nous imposons un âge maximum pour le système, une maintenance préventive doit être mise en œuvre lorsque cet âge est atteint ou avant ; cet âge est noté a_{max} . Nous verrons par la suite comment nous déterminons cette valeur. Notre modèle reprend cependant la fonction objectif ainsi que de nombreuses contraintes que nous avons présentées précédemment.

La fonction objectif est la même que précédemment :

$$z = \min \sum_{t=1}^T \left\{ \sum_{i=1}^N (s_i X_{i,t} + h_i I_{i,t}) + pm M_t \right\} \quad (9.38)$$

Sous les contraintes :

$$I_{i,t} = I_{i,t-1} + Q_{i,t} - d_{i,t} \quad \forall i \in \llbracket 1, N \rrbracket \quad \forall t \in \llbracket 1, T \rrbracket \quad (9.39)$$

$$\sum_{i=1}^N (p_i Q_{i,t} + \tau_i X_{i,t}) + c_{pm} M_t \leq c_t \quad \forall t \in \llbracket 1, T \rrbracket \quad (9.40)$$

$$p_i Q_{i,t} \leq X_{i,t} \cdot c_t \quad \forall i \in \llbracket 1, N \rrbracket \quad \forall t \in \llbracket 1, T \rrbracket \quad (9.41)$$

$$A_{t-1} + \sum_{i=1}^N p_i Q_{i,t} - M \cdot M_t \leq A_t \quad \forall t \in \llbracket 1, T \rrbracket \quad (9.42)$$

$$\sum_{i=1}^N p_i Q_{i,t} \leq A_t \quad \forall t \in \llbracket 1, T \rrbracket \quad (9.43)$$

$$A_t \leq A_{t-1} + \sum_{i=1}^N p_i Q_{i,t} \quad \forall t \in \llbracket 1, T \rrbracket \quad (9.44)$$

$$A_t \leq \sum_{i=1}^N p_i Q_{i,t} + (1 - M_t) \cdot M \quad \forall t \in \llbracket 1, T \rrbracket \quad (9.45)$$

$$A_t \leq a_{max} \quad \forall t \in \llbracket 1, T \rrbracket \quad (9.46)$$

La contrainte de capacité 9.40 prend en compte la capacité consommée par la production, par les opérations de setup, et celle consommée par les maintenances préventives. La capacité consommée par les maintenances correctives n'est pas prise en compte directement dans la contrainte. Celle-ci sera prise en compte lors de la modification d'éventuelles solutions.

La contrainte 9.46 impose que l'âge du système ne peut excéder a_{max} , les maintenance préventives doivent donc être effectuées lorsque le système atteint cet âge, ou avant.

Ce modèle vise donc à associer à une valeur de a_{max} un plan de production. Nous allons maintenant voir comment rendre un plan issue de ce modèle ε -faisable.

Modification du plan de production pour le rendre ε -faisable

Nous supposons que la phase précédente a permis l'obtention d'un plan de production. Il est alors possible de déterminer si celui-ci est ε -faisable, en vérifiant si chaque période respecte la contrainte 8.12 est ε -faisable. Nous proposons de chercher de manière itérative à rendre ε -faisable le plan de production en diminuant d'une unité la capacité nominale de la première période non- ε -faisable, en résolvant à nouveau le modèle précédent avec cette modification. La figure 9.2 présente ce processus de modification.

Nous avons constaté empiriquement que le choix d'opérer la modification de capacité sur la première période non- ε -faisable permettait d'obtenir plus de plans ε -faisables que si nous modifions la capacité d'autres périodes. Le choix de décrémenter la capacité nominale d'une unité à la fois permet également de favoriser l'obtention de plan ε -faisable ; en contrepartie le temps de résolution est plus long.

Nous avons présenté une procédure qui tente d'associer à une valeur de a_{max} un plan de production ε -faisable. Nous allons maintenant voir pour quelles valeurs de a_{max} nous pouvons utiliser cette procédure, puis présenter le fonctionnement global de l'heuristique.

Détermination des valeurs a_{max}

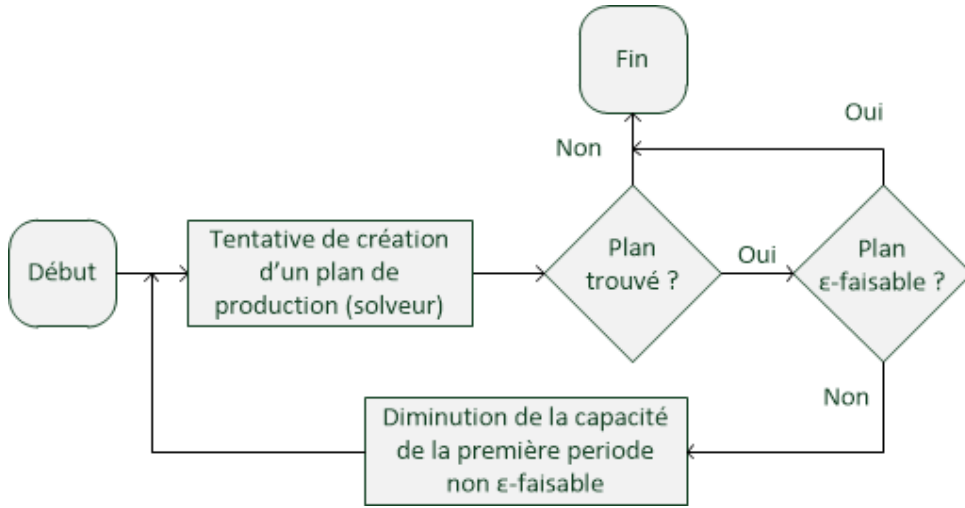


FIGURE 9.2 – Processus itératif de modification de la capacité de production en vue de l'obtention d'un plan ε -faisable

La valeur de a_{max} conditionne la recherche de solutions au problème. Il est donc nécessaire de tester plusieurs valeurs pour trouver des plans de productions ε -faisables de bonne qualité. Comme nous n'avons aucune indication concernant les valeurs de a_{max} pour lesquelles notre procédure aboutisse à la création d'un plan ε -faisable, nous proposons de tester plusieurs valeurs parmi l'ensemble $R = \llbracket 0, a_{sup} \rrbracket$. Pour cela nous partitionnons cet ensemble en nb_{essais} sections de longueur p :

$$p = \left\lfloor \frac{a_{sup}}{nb_{essais}} \right\rfloor \quad (9.47)$$

Nous tentons ensuite d'associer via la procédure présentée précédemment un plan aux âges $(a_1, \dots, a_{nb_{essais}})$ correspondant aux bornes des sections que nous avons définies avec :

$$a_n = n \cdot p \quad \forall n \in \llbracket 1, nb_{essais} \rrbracket \quad (9.48)$$

Afin de ne pas faire des recherches pour des valeurs a_{max} dont on peut supposer qu'elles ne permettront pas de trouver de plan ε -faisable via notre procédure, nous stoppons notre parcours des valeurs $(a_1, \dots, a_{nb_{essais}})$ et redéfinissons l'espace de recherche en fonction de la valeur nb_{essais} et du nombre d'âges testés dès que les deux conditions sont réunies : au moins une solution a été trouvée au cours de la recherche, et l'association d'une valeur a_{max} à un plan ε -faisable échoue. Nous notons a^* l'âge pour lequel notre procédure renvoie le plan de production de meilleur coût, et m l'indice pour laquelle l'association échoue. L'espace de recherche est redéfini autour de l'âge a^* en fonction de p : $R = \llbracket \max(0, a^* - p), a^* + p \rrbracket$. Les valeurs des âges visités sont également redéfinis :

$$a_n \leftarrow a^* - p + (n - m + 1) \left\lfloor \frac{2p}{nb_{essais} - m + 1} \right\rfloor \quad \forall n \in \llbracket m + 1, nb_{essais} \rrbracket \quad (9.49)$$

$$p \leftarrow \left\lfloor \frac{2p}{nb_{essais} - m + 1} \right\rfloor \quad (9.50)$$

De cette manière nous arrivons à appliquer notre procédure à plusieurs valeurs pour a_{max} , et à converger vers des valeurs susceptibles de correspondre à des plans de production ε -faisables dont le coût total diminue.

La figure 9.3 illustre les partitionnements successifs de l'espace de recherche sur un exemple simple, où $nb_{essais} = 10$.

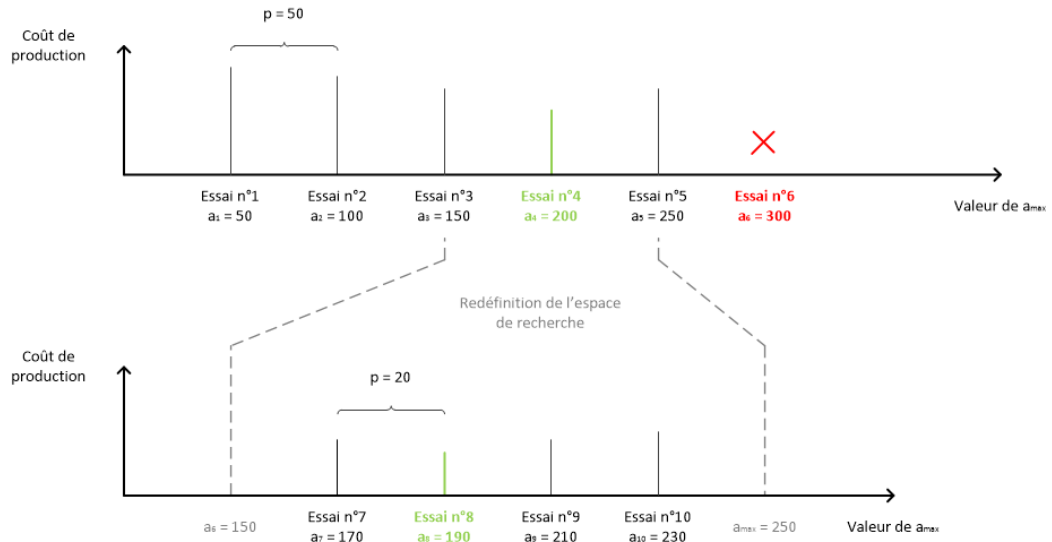


FIGURE 9.3 – Illustration de l'évolution des valeurs a_{max} étudiées

Nous allons maintenant évaluer les limites de l'algorithme, et étudier l'impact du paramètre ε sur la résolution de plusieurs instances. Nous comparerons également l'impact du paramètre nb_{essais} sur la résolution du problème.

9.4 Evaluation de la méthode et analyse de sensibilité

Dans cette partie, nous nous attacherons dans un premier temps à cerner les limites de notre méthode en termes de taille d'instance et de temps de résolution. Par la suite nous mènerons une étude de sensibilité par rapport au paramètre ε , celle-ci portera sur la faisabilité du problème, sur les coûts obtenus, et sur le nombre moyen de maintenances préventives planifiées.

9.4.1 Limites de la méthode

Nous avons développé un générateur d'instances paramétrable pour effectuer nos tests, et générer plusieurs groupes d'instances, caractérisés par la capacité des périodes : 100, 500, 1000. Le ratio moyen demande sur capacité est de 70%. Chaque groupe comprend cinq instances. Notre programme est développé en C# et fait appel à IBM ILOG CPLEX 12.5 pour la résolution des programmes linéaires, avec un temps limite de résolution maximum d'une minute. Nous avons utilisé un processeur de 2,20GHz. Le tableau 9.1 présente les paramètres utilisés pour ces instances. La demande, la capacité utilisé par les opérations de setup, leurs coûts, ceux relatifs au stockage, ainsi que la capacité de production nécessaire à chacun des produits sont générés aléatoirement en utilisant des loi uniformes. Les paramètres de ces lois dépendent de plusieurs autres paramètres, telles que la capacité de chaque période, et le rapport moyen voulu entre demande et capacité. Le paramètre η de la loi de Weibull est choisi en fonction de la capacité des périodes ; il correspond à l'âge du système pour lequel en moyenne une défaillance sera observé pour l'utilisation d'une unité de capacité pour la production.

Désignation	T	c_{pm}	c_{cm}	pm	cm	β	η	Nb_{essais}
Valeur	10	$c_t/5$	$c_t/25$	1000	100	5	c_t	10

TABLE 9.1 – Valeurs des paramètres utilisés pour les tests

L'ensemble des instances a pu être traité. Cependant il s'avère que la résolution des instances de grandes tailles est très longue (plusieurs heures pour les instances de capacité 1000). Pour la suite de notre étude nous considérerons donc uniquement des instances de capacité 100.

9.4.2 Analyse de sensibilité pour le paramètre ε

Pour cette étude, nous avons généré un seul groupe, celui-ci comprend 50 instances, avec un ratio demande capacité de 70%. Les paramètres de génération des instances sont ceux du tableau 9.1, comme précédemment.

Faisabilité

Le tableau 9.2 présente le nombre d'instances pour lesquelles nous avons pu déterminer une solution en fonction du paramètre ε , le graphique 9.4 illustre ces résultats.

Valeur de ε	50	60	70	80	90
Pourcentage résolu	58%	54%	54%	54%	46%

TABLE 9.2 – Pourcentage d'instances résolues en fonction de la valeur ε

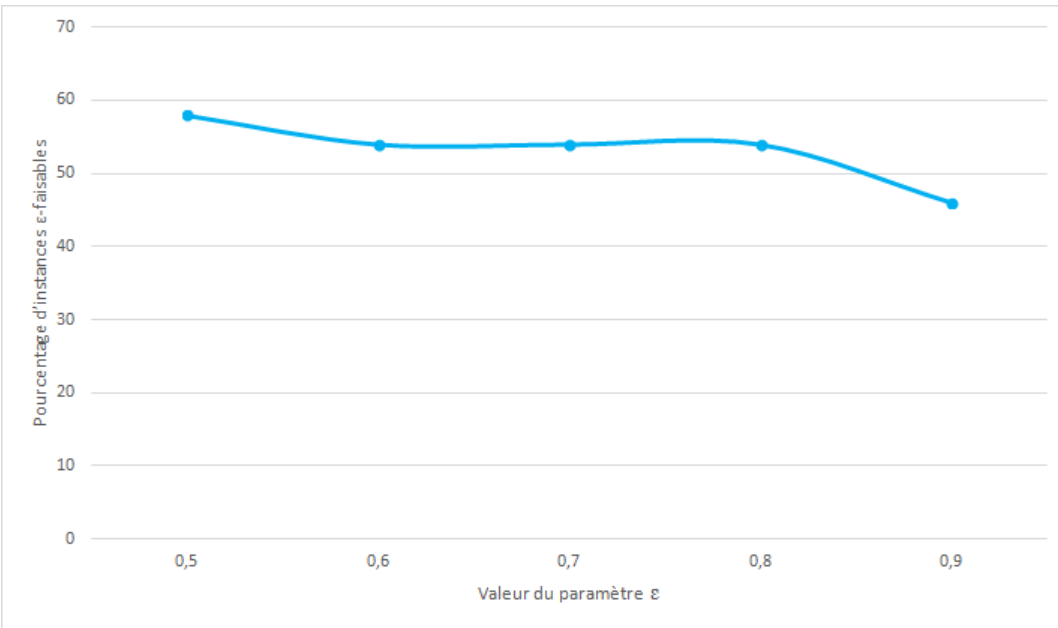


FIGURE 9.4 – Pourcentage d'instances résolues en fonction de la valeur ε

Le nombre d'instances résolues diminue avec l'augmentation du seuil ε , cependant cette diminution est faible. Nous pouvons en conclure que le seuil de faisabilité ne conditionne que peu la résolution de notre problème.

Coût moyen de la production

Le tableau 9.3 présente le coût moyen obtenu pour les instances ε -faisable en fonction du paramètre ε , le graphique 9.5 illustre ces résultats.

Valeur de ε	50	60	70	80	90
Coût moyen	13224,83	13507,57	13783,09	14207,48	15265

TABLE 9.3 – Valeurs du coût moyen de la production en fonction du paramètre ε

Le coût moyen de la production augmente régulièrement avec le paramètre ε jusqu'à la valeur 0,8 où l'augmentation est plus rapide. Nous avons vu qu'augmenter le seuil de faisabilité du plan de production ne modifie que peu la probabilité d'obtenir celui-ci, cependant cette augmentation influe nettement sur les coûts de production ; il s'agira alors pour le décideur de trouver un compromis entre faisabilité et coût de la production.

Nombre moyen de maintenances

Le tableau 9.4 présente le nombre moyen de maintenances mises en œuvre au cours de la production en fonction du paramètre ε , le graphique 9.6 illustre ces résultats.

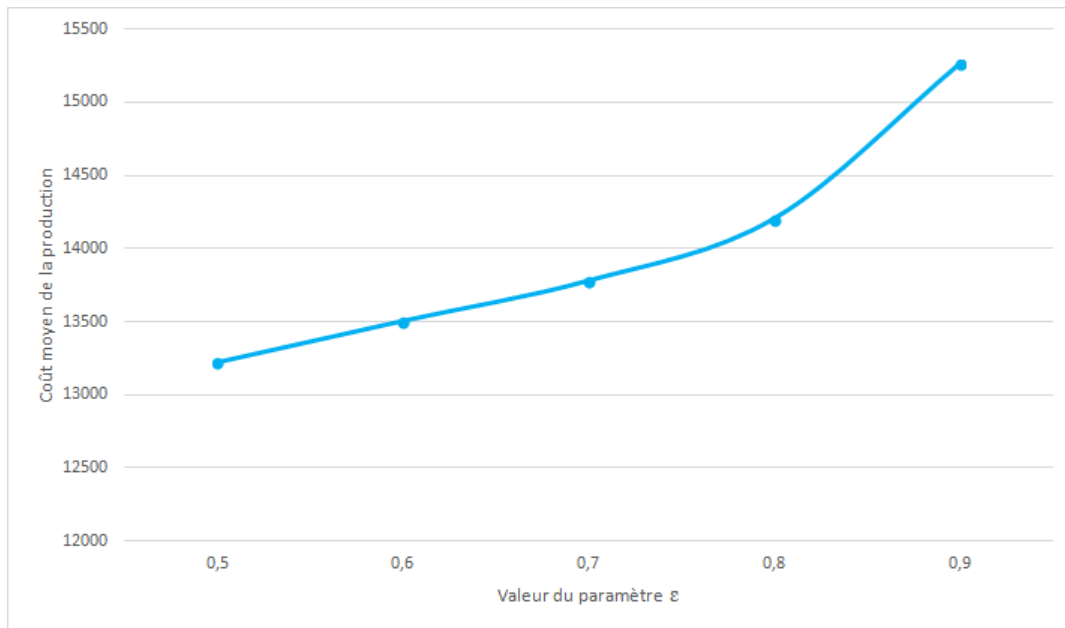


FIGURE 9.5 – Valeurs du coût moyen de la production en fonction du paramètre ε

Valeur de ε	50	60	70	80	90
Nombre moyen de maintenances	3,09	3,22	3,35	3,52	4

TABLE 9.4 – Nombre moyen de maintenances préventives en fonction du paramètre ε

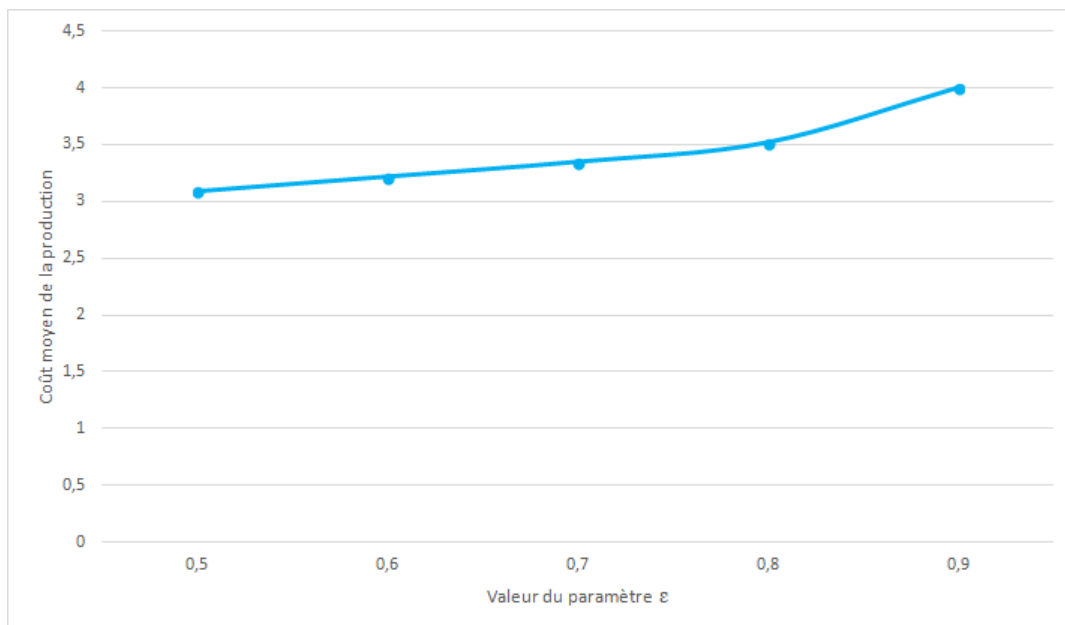


FIGURE 9.6 – Evolution du nombre moyen de maintenances préventives en fonction du paramètre ε

Le nombre de maintenances préventives mises en œuvre augmente avec le paramètre ε , cela s'explique par le fait que la mise en œuvre régulière de maintenances préventives permet de diminuer la probabilité d'occurrence de défaillances, et par conséquent, la probabilité d'infaisabilité. Aussi, nous pouvons supposer que l'augmentation du coût avec le paramètre ε est dû en partie à ce constat.

9.4.3 Analyse de sensibilité pour le paramètre nb_{essais}

Nous avons repris l'étude précédente en modifiant cette fois-ci le paramètre nb_{essais} , afin de déterminer l'influence de celui-ci sur la qualité de la résolution. Le tableau 9.5 et 9.6 comparent respectivement le taux d'instances ε -faisables, et le coût moyen obtenu sur notre groupe d'instances pour deux valeurs de nb_{essais} .

Valeur de ε	50	60	70	80	90
$nb_{essais} = 10$	58%	54%	54%	54%	46%
$nb_{essais} = 20$	58%	54%	56%	58%	48%

TABLE 9.5 – Pourcentage d'instances résolues en fonction de la valeur ε et nb_{essais}

Valeur de ε	50	60	70	80	90
$nb_{essais} = 10$	13224,83	13507,57	13783,09	14207,48	15265
$nb_{essais} = 20$	13123,52	13372,39	13632,77	13960,04	14925,36
Ecart relatif	0,77%	1%	1,09%	1,74%	2,22%

TABLE 9.6 – Valeurs du coût moyen de la production en fonction des paramètres ε et nb_{essais}

Nous constatons que l'influence du paramètre nb_{essais} est moindre sur la résolution : les temps de calcul augmentent fortement pour un gain peu significatif en terme de coût et de nombre de solutions trouvées. Ce constat nous laisse supposer que la méthode converge rapidement vers les éventuelles solutions du problème.

9.4.4 Conclusion

Dans ce chapitre nous avons formulé un problème de planification de la production et de la maintenance pour lequel nous avons adjoint une contrainte de faisabilité, que nous avons nommée contrainte d' ε -faisabilité. Le but de la résolution de ce problème était de proposer des plans de production robustes aux défaillances aléatoires survenant au cours de la production : la probabilité qu'ils soient faisables doit être supérieure ou égale à ε .

Après avoir proposé un modèle linéaire, nous avons essayé de résoudre celui-ci à l'aide d'un solveur. Cette résolution n'est cependant pas possible du fait du trop grand nombre

de variables pour les modèles créés; pour pallier ce problème nous avons proposé une résolution heuristique composé de plusieurs modules utilisés successivement au cours de plusieurs itérations :

- un module est chargé de calculer un plan de production ou la contrainte d' ε -*faisabilité* n'est pas pris en compte,
- un module a pour fonction l'évaluation de l' ε -*faisabilité* d'un plan de production et le calcul de la violation (en terme de capacité) en cas de non ε -*faisabilité* d'une des périodes du plan,
- un module est en charge de modifier la capacité des périodes d'un plan pour tendre à le rendre ε -*faisable*.

Nous avons étudié les limites de notre heuristique et fait le constat que la résolution d'instances de grandes tailles était possible, bien que long. A travers une étude de sensibilité concernant le paramètre ε , nous avons montré que ce seuil avait une influence importante sur le coût global de la production, et qu'un compromis était nécessaire concernant le coût et la robustesse du plan de production. Nous avons également montré que notre heuristique convergeait rapidement vers des solutions. Cependant, il serait maintenant intéressant de trouver un moyen de comparer cette méthode à une méthode optimale, ou d'arriver à formuler une borne inférieure pour juger de la qualité de celle-ci.

Conclusion générale

Dans ce manuscrit nous nous sommes intéressés à la planification conjointe de la production et de la maintenance au niveau tactique pour un système industriel. Notre objectif est d'apporter une contribution quant au développement et à la résolution de problèmes inhérents à cette problématique, et de formuler, via l'évaluation des méthodes de résolution employées, des règles de « bonne pratique » pour les décideurs concernant les politiques de maintenance à mettre en œuvre. Ces travaux pourraient constituer un support d'aide à la décision lors de la création de plans de production.

Nous avons fait le constat de l'existence d'un problème afférent à la fonction de gestion de la capacité de production, dans le cadre du management de la chaîne logistique : la capacité est une donnée estimée, il apparaît cependant que cette estimation ne tient quasiment jamais compte de l'impact de facteurs aléatoires telles que les défaillances du système de production ou l'entretien du système. L'intégration du processus de planification de la production avec celui de la maintenance du système semble constituer une solution prometteuse à ce problème. Il s'agit alors de répondre à la question « comment faire pour intégrer la maintenance au sein du processus de planification tactique ? ». Nous avons proposé une analyse bibliographique des différentes recherches concernant la planification conjointe de la production et de la maintenance dont nous avons retenu les points suivants :

- la majorité des auteurs considèrent des problèmes basés « lot économique ». Les principales recommandations que nous pouvons extraire dans cette littérature quant à notre problématique concernent l'utilisation de stratégies dynamiques multi-critères, et tant bien pour la planification de la production que celle de la maintenance,
- une minorité de contributions se rapporte aux problèmes de type « taille de lots ». Il apparaît que la plupart des modèles basent leur modélisation du vieillissement et de la dégradation du système sur le temps écoulé, hypothèses que l'on peut remettre en compte en considérant les phases où le système ne produit pas. Aucun n'indexe ces modélisations sur les quantités produites,
- la plupart des recherches ne s'intéressent qu'à un seul critère dans leur méthode d'optimisation : le coût total de la production. Il existe cependant d'autres critères garants

du bon fonctionnement du système, et de la robustesse aux aléas des solutions établies, qu'il serait intéressant de considérer. En effet, ceux-ci constituent le cœur même de notre problématique.

L'objectif de nos recherches a alors été de développer de nouveaux modèles de type « taille de lots » pour créer de nouvelles règles pour les cas industriels où la demande est variable, et d'y associer des méthodes de résolution. Dans nos hypothèses nous avons choisi des modèles de vieillissement et de dégradation basés sur les charges effectives, et considéré deux types de maintenances : préventives parfaites et correctives minimales. Dans un premier temps, nous avons considéré les préconisations proposées dans la littérature en construisant des modèles dynamiques multi-critères : mono-produit, puis multi-produits. Nous avons développé des méthodes de résolution dynamiques pour ces problèmes, notamment basées sur la programmation dynamique. Cependant, il s'avère que bien qu'efficaces, ces méthodes, de par leur aspect dynamique, inscrivaient leurs décisions dans le cadre opérationnel, et sont donc inadaptées au contexte tactique. Nous avons analysés les résultats obtenus avec ces méthodes ainsi que les politiques de maintenance que nous avons mises en œuvre et constaté que les maintenances préventives étaient principalement placées en début de périodes, lorsque le système atteint un certain niveau de vieillissement. A partir de ces analyses, nous avons élaboré un algorithme performant et simple à mettre en œuvre pour la résolution de notre problème.

Nous avons par la suite utilisé nos résultats pour construire de nouveaux modèles, auxquels nous avons intégré des critères de performances formulés sous forme de contraintes, ceux-ci concernent la disponibilité du système de production, et la faisabilité des plans de production établis. Nous avons ensuite associé à ces modèles de nouvelles méthodes de résolution de type heuristique. Ces méthodes permettent l'obtention de plans de production performants, ceux-ci garantissent le respect d'un certain seuil de disponibilité du système, ou un seuil de faisabilité, garant de la robustesse aux aléas. Nous avons mené plusieurs analyses de sensibilité afin d'évaluer l'impact des seuils de performances que nous imposons. Nous avons montré que l'augmentation des paramètres de performances influent de manière modérée sur la faisabilité des problèmes, et de manière conséquente sur le coût de la production. Les décideurs doivent donc chercher un compromis entre l'optimisation du coût de production, la faisabilité de leur problème, et les critères de performances relatifs à l'intégration de la planification de la production et de la maintenance. Dans ce cadre, nos travaux pourraient servir de base pour le développement d'un outil d'aide à la décision.

Les perspectives d'extensions possibles à nos travaux sont les suivantes :

- nous avons vu que dans le cas multi-produits que si nous considérons que les maintenances préventives peuvent être planifiées ailleurs qu'en début de période, il devient

nécessaire d'ordonnancer les lots pour planifier ces maintenances. Nous avons ainsi souligné l'interaction entre maintenance, planification de la production et ordonnancement, et l'intérêt de lier ces trois domaines. Nous nous sommes limité dans notre manuscrit au cadre tactique, une extension de nos travaux au cadre opérationnel pourrait cependant être prometteur,

- dans notre dernière partie, les problèmes peuvent ne pas admettre de solutions (aucune demande perdue n'est tolérée dans le plan de production). Il est donc d'une part non-trivial de trouver des solutions au problème dans un temps raisonnable pour des instances de grandes tailles, et d'autres part difficile de trouver un élément de comparaison pour les résultats que nous obtenons, tels qu'une borne inférieure ou la valeur de la solution optimale. Il pourrait donc être intéressant de rechercher de nouvelles méthodes de résolution pour les modèles que nous avons proposés,
- l'adaptation de nos travaux et notamment des règles de « bonne pratique » que nous avons formulées au contexte industriel pourrait potentiellement améliorer le management de la chaîne logistique, en atténuant notamment l'impact des aléas sur l'évaluation de la capacité de production.

Bibliographie

- [1] Conseil choix logiciel et progiciel, 2006.
- [2] N. Absi, B. Detienne, and S. Dauzère-Pérès. Heuristics for the multi-item capacitated lot-sizing problem with lost sales. *Computers & Operations Research*, 40 :264–272, 2013.
- [3] N. Absi and S. Kedad-Sidhoum. The multi-item capacitated lot-sizing problem with setup times an shortage costs. *European Journal of Operational Research*, 185 :1351–1374, 2008.
- [4] A. Aggarwal and J.K. Park. Improved algorithms for economic lot size problems. *Operations Research*, 41(3) :549–571, 1993.
- [5] E.H. Aghezzaf, M.A. Jamali, and D. Ait-Kadi. An integrated production and preventive maintenance planning model. *European Journal of Operational Research*, 181 :679–685, 2007.
- [6] E.H. Aghezzaf and N.M. Najid. Integrated production planning and preventive maintenance in deteriorating production systems. *Information Sciences*, 178 :3382–3392, 2008.
- [7] M.M. Alaoui Selsouli. *Modélisation et résolution d’un problème de la planification conjointe de production et de maintenance*. PhD thesis, Université de Nantes, 2011.
- [8] H. Allaoui, S. Lamouri, A. Artiba, and E. Aghezzaf. Simultaneously scheduling n jobs and the preventive maintenance on the two-machine flow shop to minimize the makespan. *International Journal of Production Economics*, 112 :161–167, 2008.
- [9] G. Baglin, O. Bruel, A. Garreau, M. Greif, L. Kerbache, and C. van Delft. *Management industriel et logistique*. Economica, 2005.
- [10] R.E. Barlow and E. Proschan. *Mathematical theory of reliability*. Society for Industrial and Applied Mathematics, 1996.
- [11] R. Bellman. *Dynamic Programming*. Courier Dover Publications, 1957.

- [12] M. Ben-Daya. The economic production lot-sizing problem with imperfect production processes and imperfect maintenance. *International Journal Production Economics*, 76 :257–264, 2002.
- [13] G. Bitran and H. Matsuo. Computational complexity of the capacitated lot-size problem. *Management Science*, 46 :724–738, 1982.
- [14] V. Boschian, N. Rezg, and A. Chelbi. Contribution of simulation to the optimization of maintenance strategies for a randomly failing production system. *European Journal of Operational Research*, 197 :1142–1149, 2009.
- [15] N. Brahimi, S. Dauzère-Pérès, N.M. Najid, and A. Nordli. Single item lot sizing problems. *European Journal of Operational Research*, 168 :1–16, 2006.
- [16] M.D. Byrne and M. Bakir. Production planning using a hybrid simulation-analytical approach. *International Journal of Production Economic*, 59 :305–311, 1999.
- [17] J. Carlier and P. Chrétienne. Timed petri nets schedule. *Advanced in Petri nets : Lecture notes in Computer Science*, 340 :62–84, 1998.
- [18] C.R. Cassady and E. Kutanoglu. Minimizing job tardiness using integrated preventive maintenance planning and production scheduling. *IIE Transactions*, 35 :503–513, 2003.
- [19] B. Castanier. *Modélisation stochastique et optimisation de la maintenance conditionnelle des systèmes à dégradation graduelle*. PhD thesis, Université de Technologies de Troyes, 2001.
- [20] B. Castanier and D. Lemoine. A preliminary integrated model for optimizing tactical production planning and condition-based maintenance. *International Conference on Industrial Engineering and Systems Management*, 2011.
- [21] T. Chakraborty, B.C. Giri, and K.S. Chaudhuri. Production lot sizing with process deterioration and machine breakdown under inspection schedule. *Omega*, 37 :257 – 271, 2009.
- [22] E. Charlot, J.-P. Kenné, and S. Nadeau. Optimal production, maintenance and lockout/tagout control policies in manufacturing systems. *International Journal of Production Economics*, 178 :435–450, 2007.
- [23] A. Chelbi and D. Ait-Kadi. Analysis of a production/inventory system with randomly failing production unit submitted to regular preventive maintenance. *Production, Manufacturing and Logistics*, 156 :712–718, 2004.
- [24] M. Christopher. *Logistics and supply chain management, creating value-adding networks*. Financial Times Prentice Hall, 2005.

- [25] S.H. Chung, F.T.S. Chan, and H.K. Chan. A modified algorithm approach for scheduling of perfect maintenance in distributed production scheduling. *Engineering Applications of Artificial Intelligence*, 22 :1005–1014, 2009.
- [26] C. Coccozza-Thivent. *Processus stochastiques et fiabilité des systèmes*. Springer, 1997.
- [27] M. Comelli, M. Gourgand, and D. Lemoine. A review of tactical planning models. *Journal of Systems Science and Systems Engineering*, 18 :204–229, 2008.
- [28] S. Dauzère-Péres and J.-B. Lasserre. Integration of lotsizing and scheduling decisions in a job-shop. *European Journal of Operational Research*, 75 :413–426, 1994.
- [29] S. El-Ferik. Economic production lot-sizing for an unreliable machine under imperfect age-based maintenance policy. *European Journal of Operational Research*, 186 :150–163, 2008.
- [30] A. Federgruen and M. Tzur. A simple forward algorithm to solve general dynamic lot sizing models with n periods in $o(n \log n)$ or $o(n)$ time. *Management Science*, 37(8) :909–925, 1991.
- [31] M.-C. Fitouhi and M. Nourelfath. Integrating noncyclical preventive maintenance scheduling and production planning for a single machine. *International Journal of Production Economics*, 136 :344–351, 2012.
- [32] W.H. Ford. How many parts to make at once. *Factory, the Magazine of Management*, 10 :135–136, 1913.
- [33] P. Genin. *Planification tactique robuste avec usage d'un A.P.S. - Proposition d'un mode de gestion par plan de référence*. PhD thesis, Ecole supérieure des mines de Paris, 2003.
- [34] M. Géhan, B. Castanier, and D. Lemoine. Joint optimization of a master production schedule and a preventive maintenance policy. In *IESM*, 2013.
- [35] M. Géhan, B. Castanier, and D. Lemoine. Tactical production planning under system availability constraint. In *IWLS*, 2013.
- [36] M. Géhan, B. Castanier, and D. Lemoine. Integration of maintenance in the tactical production planning process under feasibility constraint. In *APMS*, 2014.
- [37] M. Géhan, B. Castanier, and D. Lemoine. Planification conjointe de la production et de la maintenance sous contrainte de faisabilité : cas multi-produits. In *ROADEF*, 2014.
- [38] V. Giard. *Gestion de la production et des flux*. Economica, 2003.
- [39] H. Groenevelt, L. Pintelon, and A. Seidmann. Production lot sizing with machine breakdowns. *Management Science*, 38 :104–123, 1992.
- [40] R. Hooke and T.A. Jeeves. Direct search solution of numerical statistical problems. *Journal of the Association for Computing Machinery*, 8 :212–229, 1961.

- [41] W Hsu. On the general feasibility test of scheduling lot sizes for several products on one machine. *Management Science*, 29 :93–105, 1983.
- [42] M. Ji, Y. He, and T.C.E. Cheng. Single-machine scheduling with periodic maintenance to minimize makespan. *Computers & Operations Research*, 34 :1764–1770, 2007.
- [43] X. Jin, L. Li, and J. Ni. Option model for joint production and preventive maintenance system. *International Journal Production Economics*, 119 :347–353, 2009.
- [44] J. Kaabi, C. Varnier, and N. Zerhouni. Heuristics for scheduling maintenance and production on a single machine. In *Systems, Man and Cybernetics*, 2002.
- [45] J.-P. Kenné, A. Gharbi, and M. Beit. Age-dependent production planning and maintenance strategies in unreliable manufacturing systems with lost sale. *European Journal of Operational Research*, 178 :408–420, 2007.
- [46] B. Kim and S. Kim. Extended model for a hybrid production planning approach. *International Journal of Production Economics*, 73 :165–173, 2001.
- [47] H. Kuhn. A dynamic lot sizing model with exponential machine breakdowns. *European Journal of Operational Research*, 100 :514–536, 1997.
- [48] E.G.. Kyriakidis and T.D. Dimitrakos. Optimal preventive maintenance of a production system with an intermediate buffer. *European Journal of Operational Research*, 168 :86–99, 2006.
- [49] D. Lemoine. *Modèles génériques et méthodes de résolution pour la planification tactique mono-site et multi-site*. PhD thesis, Université Blaise Pascal - Clermont-Ferrand II, 2008.
- [50] C.J. Liao and W.J. Chen. Single-machine scheduling with periodic maintenance and nonresumable jobs. *Computers & Operations Research*, 30 :1335–1347, 2003.
- [51] M. Machani and M. Nourelfath. A genetic algorithm for integrated production and preventive maintenance planning in multi-state systems. In *MOSIM’10*, 2010.
- [52] A. Mili, A. Oulamara, and M.-C. Portmann. Ordonnancement conjoint de la production et de la maintenance préventive. In *ROADEF*, 2007.
- [53] A. Moini and D.N.P. Murthy. Optimal lot sizing with unreliable production system. *Mathematical and Computer Modelling*, 31 :245–250, 2000.
- [54] N.M. Najid, M.M. Alaoui Selsouli, and A. Mohafid. An integrated production and maintenance planning model with time windows and shortage cost. *International Journal of Production Research*, 48 :2265–2283, 2011.
- [55] 13306 NF, EN. *Maintenance terminology*. AFNOR, 2001.
- [56] M. Nourelfath, M.-C. Fitouhi, and M. Machani. An integrated model for production and preventive maintenance planning in multi-state systems. *IEE Transactions on Reliability*, 59(3) :496–506, 2012.

- [57] J. Orlicky. *Material Requirements Planning*. McGraw-Hill, 1975.
- [58] D. Pandey, M. Kulkarni, and P. Vrat. Joint consideration of production scheduling, maintenance and quality policies : a review and conceptual framework. *Advanced Operations Management*, 2 :1–24, 2010.
- [59] D. Pandey, M. Kulkarni, and P. Vrat. A methodology for joint optimization for maintenance planning, process quality and production scheduling. *Computers & Industrial Engineering*, 61 :1098–1106, 2011.
- [60] M.V.F. Pereira and L.M.G.V. Pinto. Multi-stage stochastic optimization applied to energy planning. *Mathematical Programming*, 52 :359–375, 1991.
- [61] C. Polge. Des solutions à la carte. *Supply Chain Magazine*, 1, 2005.
- [62] M.A. Rahim. Joint determination of production quantity, inspection schedule and control chart design. *IIE Transactions*, 26(6), 1994.
- [63] M.A. Rahim and M. Ben-Daya. A generalized economic model for the joint determination of production run, inspection schedules and control chart design. *International Journal of Production Research*, 36 :277–289, 1998.
- [64] N. Rizk and A. Martel. Supply chain flow planning methods : a review of the lot-sizing literature. In *Working Paper DT-2001-AM-1r*, 2001.
- [65] M.J. Rosenblatt and H.L. Lee. Economic production cycles with imperfect production process. *IIE Transactions*, 18 :48–55, 1986.
- [66] M. Salomon, R. Kuik, and L. van Wassenhove. Statistical search methods for lot-sizing problems. *Annals Operations Research*, 41 :453–468, 1993.
- [67] S.S. Sana. An economic production lot size model in an imperfect production system. *European Journal of Operational Research*, 201 :158–170, 2010.
- [68] N.D. Singpurwalla. Survival in dynamic environments. *Statistical Science*, 10 :86–103, 1995.
- [69] H. Stadtler and C. Kilger. *Supply Chain Management and Advanced Planning*. Springer, 2007.
- [70] W. Trigeiro, L. Thomas, and J. Mc Clain. Capacited lot sizing with setup times. *Management Science*, 35 :353–366, 1989.
- [71] F.A. Van der Duyn Schouten and S.G. Vanneste. Maintenance optimization of a production system with buffer capacity. *European Journal of Operational Research*, 82 :323–338, 1995.
- [72] T.E. Vollmann, W.L. Berry, and C.D. Whybark. *Manufacturing Planning and Control Systems*. APICS, 1997.
- [73] A. Wagelmans, S. Van Hoesel, and A. Kolen. Economic lot sizing : an $O(n \log n)$ that runs in linear time in the wagner within case. *Operations Research*, 40 :145–156, 1992.

-
- [74] H.M. Wagner and T.M. Whitin. Dynamic version of the economic lot size model. *Management Science*, 5 :89–96, 1958.
 - [75] L. Weinstein and C. Chung. Integrating maintenance and production decisions in a hierarchical production planning environment. *Computers & Operations Research*, 26 :1059–1074, 1999.
 - [76] O.W. Wight. *Manufacturing resource planning : MRP II, Unlocking America's productivity potential*. 1984.
 - [77] R.H. Wilson. A scientific routine for stock control. *Harvard Business Review*, 13 :116–128, 1934.
 - [78] L.A. Wolsey. Progress with single-item lot-sizing. *Journal of Operational Research*, 86 :395–401, 1995.
 - [79] W. Zangwill. A backlogging model and a multi-echelon model of a dynamic economic lot size production system - a network approach. *Management Science*, 15 :506–527, 1969.

Thèse de Doctorat

Martin GÉHAN

Contribution à l'intégration des processus de planification de la production et de la maintenance en contexte incertain

Contribution to the integration of the process of production planning and maintenance in uncertain environment

Résumé

La planification tactique de la production a pour but la détermination des quantités à produire et à stocker pour satisfaire la demande client en minimisant les coûts de production. Ces prévisions reposent sur l'estimation de la capacité du système de production. Or, cette donnée est sujette à de nombreux aléas, dont notamment l'indisponibilité du système de production pour cause de panne. Les plans de production obtenus à partir de celle-ci peuvent donc devenir infaisables. L'objectif de cette thèse est de chercher à répondre à cette préoccupation en intégrant au problème de planification des considérations relatives à la disponibilité de l'outil de production et ainsi à sa stratégie de maintenance, ces champs étant généralement abordés de manière indépendante. Cette intégration induit des dépendances mutuelles entre les deux domaines, dont les objectifs sont conflictuels. Dans un premier temps, nous avons cherché à analyser un problème simplifié de planification de la production pour comprendre l'organisation des décisions optimales. Ensuite nous avons étendu ces résultats pour la construction d'algorithmes performants pour répondre au problème de planification tactique. Les problèmes ciblés sont des problèmes de taille de lots avec temps de setup et coûts de demande perdue, dans lesquels nous considérons de la maintenance préventive et corrective du système de production. Dans un second temps nous intégrons dans des modèles sans demande perdue des critères de performances sous forme de contraintes de disponibilité ou de faisabilité de plans, traduisant ainsi la bonne intégration de la maintenance au sein du processus de planification.

Mots clés

planification tactique, production, maintenance, recherche opérationnelle.

Abstract

The aim of tactical planning of the production is to determinate the quantities to produce and to store to meet customer demand while minimizing production costs. These forecasts are based on an estimate of the capacity of the production system. However, this data is subject to many uncertainties, including the unavailability of the production system due to breakdown. The production plans based on it may be infeasible. This integration induces mutual dependencies between the two domains, whose objectives are conflicting. First, we tried to analyze a simplified problem of production planning in order to understand the organization of optimal decisions. Then we used these results to the develop efficient algorithms to solve the problem of tactical planning. We consider Lot-Sizing problems with setup times and shortage costs and with preventive and corrective maintenance concerns. In a second step we integrate in models without shortage some performance criteria, as a constraints of availability or feasibility of the planning plans, reflecting the correct integration of maintenance in the planning process.

Key Words

tactical planning, production, maintenance, operational research.