Ecole Polytechnique de l'Université de Nantes

Ecole Doctorale de Nantes

Mécanique, Thermique et Génie Civil

Année 2006

Thèse de doctorat

Discipline : Sciences pour l'Ingénieur
Spécialité : Dynamique des Fluides

présentée et soutenue publiquement par

Vincent MELOT

le 13 Décembre 2006

à l'Ecole Polytechnique de l'Université de Nantes

Hydrodynamique instationnaire d'un cylindre sous choc

Jury

J. Magnaudet	Directeur de Recherche, IMFT, Toulouse	*Rapporteur*
E. Longatte	HDR, EDF MFTT, Chatou,	*Rapporteur*
R. Ohayon	Professeur, CNAM, Paris	*Examinateur*
R. Saurel	Professeur, IUSTI, Marseille,	*Examinateur*
H. Peerhossaini	Professeur, Université de Nantes,	*Directeur de thèse*
C. Lainé	Docteur-Ingénieur, DCN Propulsion	*Co Directeur de thèse*
B. Auvity	Maitre de Conférence, Université de Nantes,	*Co Encadrant*
J.F. Sigrist	Docteur-Ingénieur, DCN Propulsion	*Co Encadrant*

Laboratoire de Thermocinétique de Nantes, CNRS, UMR 6607
La Chantrerie, rue Christian Pauc, 44306 NANTES Cedex 3

DCN Propulsion - Service Scientifique et Technique
Route d'Indret - 44620 La Montagne

N° : ED 367-258

Remerciements

Cette thèse a été réalisée dans le cadre d'une collaboration entre le Laboratoire de Thermocinétique de Nantes et DCN Propulsion où de nombreuses personnes sont intervenues dans le déroulement de mes travaux et dont je tiens à remercier ici.

Je souhaite tout d'abord remercier les membres du jury pour avoir accepter de participer à la soutenance de thèse, notamment Monsieur Roger Ohayon d'avoir consenti à en être le président, Madame Elisabeth Longatte et Monsieur Jacques Magnaudet pour avoir contribuer à enrichir mon mémoire de thèse à travers leurs rapports et leurs remarques et ainsi que Monsieur Richard Saurel.

Je remercie aussi Monsieur Hassan Peerhossaini, en tant que directeur de thèse, pour son accueil dans le laboratoire et de m'avoir donné sa confiance pendant ces trois années.

Mon co-directeur de thèse Christian Lainé qui a été l'initiateur de ce projet et qui sans lui, je n'aurais réalisé cette thèse. Je le remercie pour son dynamisme dans les moments difficiles et pour m'avoir donné toute sa confiance et son soutien.

Mes co-encadrants, Bruno Auvity et Jean-François Sigrist, sans lesquels je n'aurais pu accomplir ce travail. Je remercie Bruno, pour sa patience, sa disponibilité et la qualité de son approche scientifique. Jean-François, pour sa pédagogie et pour m'avoir transmis ses connaissances dans le domaine des calculs fluides et structures. Je tiens à noter qu'il est rare pour un doctorant d'avoir eu pendant trois ans sans discontinuités deux personnes avec de telles qualités, tant humaine que scientifique et parlant d'une même voix sans même se concerter.

Je remercie Christophe Le Bigot pour m'avoir accueilli dans son service et pour m'avoir aidé à résoudre les problèmes administratifs de début de thèse.

Je remercie aussi Michel Jezegou, pour son rôle dans la conception, le dimensionnement et la réalisation du dispositif expérimental et pour avoir passé de nombreuses heures sur ce projet, y compris ses jours de vacances.

Xavier Boissière, pour ses conseils sur l'utilisation du code STAR-CD et de m'avoir transmis son expérience dans les calculs numériques en mécanique des fluides.

Serge Defay, pour m'avoir introduit aux techniques d'asservissement et son aide dans le réglage du dispositif expérimental.

Cédric Leblond, pour la qualité de ses échanges scientifiques et lui souhaitant un bon courage pour sa dernière année.

Je remercie aussi les services de documentation, notamment le PEB ou encore la BU Techno, pour leur aide dans la recherche bibliographique.

Je tiens aussi à remercier le Laboratoire : des permanents enseignants/chercheurs en passant par les techniciens et secrétaires jusqu'aux doctorants ; le Service Scientifique et Technique

de DCN Propulsion, des ingénieurs aux techniciens ; et tout particulièrement certains qui se retrouveront ici dans ces quelques lignes et qui m'ont aidé de près ou de loin.

Enfin, je remercie mes amis, notamment la petite famille TIMITÉ pour être venu m'encourager à ma soutenance. Je ne saurais terminer ces remerciements sans y associer ma famille et notamment mon épouse Stéphanie pour son dynamisme permanent et pour son soutien moral, ainsi que ma petite Léa qui sans le savoir m'a aidé à passer les moments difficiles, je les remercie pour tout leur amour donné.

Table des matières

Avant propos **x**

Notations **1**

Problématique **1**

1 Revue bibliographique **9**
1.1 Démarche bibliographique 9
1.2 Formulation générale 9
1.3 Etude de l'écoulement autour d'un cylindre soumis à un mouvement harmonique 11
1.4 Etude de l'écoulement autour d'un cylindre soumis à une accélération de Dirac . 16
1.5 Phénomènes hydrodynamiques 22
1.5.1 Cavitation 22
1.5.2 Instabilité 23
1.5.3 Compressibilité 23
1.6 Conclusion 24

2 Formulation analytique des forces fluides **25**
2.1 Problématique et objectif 25
2.2 Forces fluides s'exerçant sur un corps soumis à un mouvement harmonique . . . 26
2.2.1 Formalisation 26
2.2.2 Plaque plane 27
2.2.3 Sphère 28
2.2.4 Cylindre 28
2.3 Forces fluides s'exerçant sur un corps soumis à une accélération de Dirac 31
2.3.1 Formalisation 31
2.3.2 Plaque plane 31
2.3.3 Sphère 32
2.3.4 Cylindre 32
2.4 Développement d'une formulation générale des forces pour un mouvement arbitraire 35
2.4.1 Méthode de la recomposition spectrale 35
2.4.2 Méthode de superposition des écoulements 39
2.4.3 Conclusion et comparaison des méthodes 41
2.5 Application et conclusion : Etude des effets d'histoires 42

3 Modélisation numérique **49**
3.1 Objectif . . . 49
3.2 Méthodes numériques . . . 49
3.3 Modélisation du problème . . . 54
3.3.1 Calcul en maillage fixe . . . 55
3.3.2 Calcul en maillage mobile . . . 56
3.3.3 Comparaison des schémas numériques . . . 58
3.4 Validation . . . 60
3.4.1 Simulation à $R_e = 550$ . . . 60
3.4.2 Simulation à $R_e = 3000$ . . . 62

4 Présentation du dispositif expérimental et des techniques de mesures **65**
4.1 Objectif et contraintes . . . 65
4.2 Montage experimental . . . 65
4.2.1 Bassin d'essai . . . 67
4.2.2 Système d'impulsion . . . 67
4.2.3 Dispositif de transmission du mouvement . . . 71
4.2.4 Chassis . . . 72
4.2.5 Plage de fonctionnement du dispositif expérimental . . . 73
4.3 Instrumentation du dispositif expérimental . . . 76
4.3.1 Asservissement du vérin hydraulique . . . 76
4.3.2 Instrumentation du cylindre et accéléromètre . . . 77
4.4 Qualification du banc d'essai . . . 78
4.4.1 Système d'asservissement . . . 78
4.4.2 Réponse dynamique du dispositif . . . 81
4.4.3 Capteur de force du cylindre . . . 82
4.4.4 Mesure de pressions . . . 85

5 Cylindre soumis à un choc sinus **87**
5.1 Démarche . . . 87
5.2 Ecoulement en fluide parfait . . . 87
5.2.1 Description de l'écoulement . . . 88
5.2.2 Paramètres du modèle numérique . . . 91
5.3 Ecoulement en fluide visqueux dans le cas de petits déplacements du cylindre . . . 93
5.3.1 Couche limite et topologie de l'écoulement . . . 94
5.3.2 Forces et pressions . . . 98
5.4 Ecoulement en fluide visqueux dans le cas de grands déplacements du cylindre . . . 105
5.4.1 Topologie de l'écoulement . . . 105
5.4.2 Forces et champ de pression . . . 111
5.4.3 Approche bidimensionnelle de la stabilité de l'écoulement . . . 116
5.4.4 Etude de la sensibilité de la méthode numérique . . . 117
5.5 Ecoulement réel . . . 120
5.5.1 Analyse du mouvement du cylindre . . . 120
5.5.2 Forces fluides . . . 126
5.5.3 Pressions . . . 128
5.6 Conclusion . . . 130

6 Application au cas d'un calcul couplé fluide structure **135**
6.1 Méthode analytique 136
6.2 Méthode numérique 136
6.3 Validation dans le cas du fluide parfait 137
6.4 Validation dans le cas du fluide visqueux 139
6.5 Etude de l'interaction fluide structure 141

Conclusions et Perspectives **145**

A Modèle de Stokes **149**

B Modèle de Blasius **155**

C Modèle de Lamb **157**

D Méthode de Houbolt **161**

E Architecture d'un calcul couplé sous STAR-CD **163**

Bibliographie **171**

Avant propos

L'objet de ce mémoire est de présenter les travaux de recherche réalisés dans le cadre d'une thèse financée et encadrée par la société DCN Propulsion et par le Laboratoire de Thermocinétique de Nantes. Cette étude s'inscrit dans une démarche de recherche appliquée sur la tenue au choc des systèmes et équipements propulsifs conçus et fabriqués par DCN Propulsion. Le dimensionnement de structures navales militaires doit répondre aux exigences de conception prenant en compte les conditions opérationnelles de navigation en particulier celles relatives au risque d'explosion de mines sous marines à proximité du navire (choc dit "militaire")

Au niveau des équipements embarqués, et en particulier les équipements propulsifs du navire, un grand nombre de structures mécaniques se trouvent en présence de fluide (réservoirs, échangeurs thermiques, capacités nucléaires principales ou auxiliaires) posant ainsi des problèmes d'interaction fluide/structure lors d'un choc. Les analyses de dimensionnement de bureau d'études réalisées par DCN Propulsion tenaient compte de la présence du fluide de manière simplifiée en augmentant la masse de la structure par une masse estimée du fluide participant au couplage. Cependant, dans le processus industriel, il est nécessaire de maîtriser les marges de dimensionnement afin de contrôler et de réduire les coûts de conception et de réalisation des appareils. Un des moyens d'optimiser les marges de dimensionnement est d'accroître la connaissance des phénomènes physiques se produisant lors de l'interaction fluide/structure.

Le Service Technique et Scientifique de DCN Propulsion a lancé depuis 2001 un programme de recherche sur les problèmes d'interactions fluide structure lors d'un choc. Les travaux de thèse de J.F. Sigrist effectués sur la période 2001-2004 ont permis de mettre en évidence la nécessité de prendre en compte les effets de couplage fluide/structure dans le dimensionnement des équipements de propulsion nucléaire soumis à un choc. Les travaux ont permis d'évaluer les principaux effets d'interaction (effets inertiels, couplage de modes en basse et haute fréquence) (Sigrist, 2004) et de développer des méthodes et des outils de calcul utilisable en bureau d'étude pour traiter de ces problèmes sur des structures industrielles. Des développements spécifiques au sein de codes utilisé par le service STS tel que ANSYS ou STAR-CD ont été alors réalisés (Sigrist & Abouri, 2006; Sigrist & Garreau, 2006).

L'étude présentée ici s'inscrit dans une collaboration de recherche (ERT "Mise en Impulsion de Structure Couplée à un Fluide", 2006-2009) entre le Laboratoire de Thermocinétique de Nantes et DCN Propulsion afin de décrire précisément les effets dissipatifs et leurs influences sur le comportement dynamique des structures complexes soumis à un choc dans un milieu fluide. L'objectif des travaux de thèse est de proposer des modèles analytiques prenant en compte l'effet du fluide sur la structure, validées par des études expérimentale et numérique.

Notations

Lettre

B_ν	terme de viscosité	
C_π	terme harmonique de force du à la pression	
C_σ	terme harmonique de force du au cisaillement	
C_{D_π}	coefficient de trainée du à la pression	
C_{D_σ}	coefficient de trainée du au cisaillement	
C_M	terme de masse de fluide ajoutée	
C_V	terme d'amortissement ajouté	
D_ν	terme de trainée due à la viscosité	
E_ν	terme harmonique de viscosité	
D	diamètre du cylindre	(m)
M_D	terme de masse de fluide déplacée	
p	contrainte de pression	
T_0	temps nominal d'excitation	(s)
U_0	vitesse nominale	$(m.s^{-1})$
$\mathbf{U}(\chi, \zeta, \xi)$	champ de déplacement du solide	$(m.s^{-1})$
$\mathbf{V}(u, v, w)$	champ de vitesse du fluide	$(m.s^{-1})$
$\mathbf{x}(x, y, z)$	coordonnée spatiale cartésienne	
$\mathbf{x}(r, \theta, z)$	coordonnée spatiale cylindrique	
w_0	pulsation de l'excitation	(s^{-1})
ϵ	écart relatif entre deux valeurs	$(\%)$
γ_0	accélération nominale	$(m.s^{-2})$
$\delta(t)$	fonction de Dirac	
δ_{CL}	épaisseur caractéristique de la la couche limite	
μ	viscosité dynamique	$(kg.m^{-1}.s^{-1})$
ν	viscosité cinématique	$(m^2.s^{-1})$
ρ	masse volumique	$(kg.m^{-3})$
σ	contrainte de cisaillement	
τ	variable de convolution	
φ	force fluide	

φ_π	force fluide due à la contrainte de pression	
φ_σ	force fluide due à la contrainte de cisaillement	
φ^H	force fluide dans le cas d'un mouvement harmonique	
φ^D	force fluide dans le cas d'une accélération de DIRAC	
φ^Q	force fluide dans le cas d'un mouvement quelconque	
χ	déplacement suivant la coordonnée x	(m)
$\dot{\chi}$	vitesse suivant la coordonnée x	$(m.s^{-1})$
$\ddot{\chi}$	accélération suivant la coordonnée x	$(m.s^{-2})$
Σ	contrainte totale	

Nombre sans dimensions

KC	Nombre de KEULEGAN-CARPENTER
M	Nombre de MACH
Re	Nombre de REYNOLDS
β	Nombre de STOKES
t^*	Temps réduit

Problématique

Par définition, un choc est une excitation vibratoire ou une transmission d'énergie cinétique à un système dont la durée est de l'ordre de grandeur ou inférieure à environ deux fois la période propre du système mécanique sollicité. Il y a choc mécanique lorsqu'une force, une position, une vitesse ou une accélération est brusquement modifiée et que cela créé un régime transitoire dans le système considéré. Cette sollicitation dynamique peut provenir d'une onde de choc provoqué par une explosion, d'un mouvement sismique créé par la tectonique des plaques ou encore d'impact entre deux objets évoluant à des vitesses différentes. Le choc est représenté par un accélérogramme, c'est à dire par la donnée de l'accélération imposée au système au cours du temps. La figure (1) présente l'accélérogramme épuré d'une sollicitation dynamique ressentie sur un équipement interne d'un navire[1]. Il apparaît dans les tous premiers instants, des accélérations importantes correspondant au choc, suivies ensuite d'un régime transitoire.

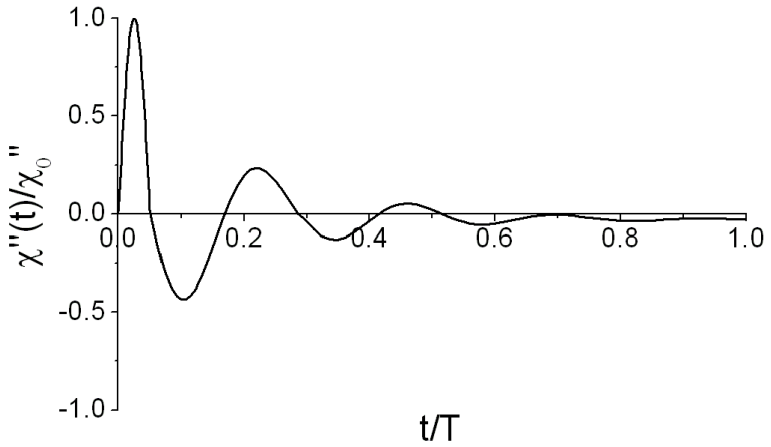


FIG. 1 – Accélérogramme épuré d'une excitation dynamique sur un materiel embarqué.

Le signal d'un choc est donc par nature complexe du fait des fluctuations irrégulières qui le composent. C'est pourquoi, il est souvent modélisé par des chocs équivalents au sens des dommages produits sur les structures. Il existe alors de nombreux choc "simples", par exemple le choc demi-sinus ou sinus, en dent de scie, trapezoidal ou encore rectangulaire (LALANNE, 1999). L'étude s'intéresse ici au premier moment du choc de la figure (1) correspondant à la

[1]Le signal en accélération présente une composante haute fréquence avec un niveau d'accélération élevé, correspondant à l'impact de l'onde primaire généré par l'explosion sous marine et une composante basse fréquence avec un niveau d'accélération plus faible s'amortissant au cours du temps, correspondant à l'effet de pulsation de la bulle de gaz formée au moment de l'explosion(COLE, 1948).

composante élevée d'accélération modélisable alors par une sinusoïde. Sous cette hypothèse, le choc est représenté par un choc sinus, soit un profil d'accélération sinusoïdale :

$$\begin{cases} \ddot{\chi}(t^*) = \gamma_0 \sin(2\pi t^*) & t^* \in [0;1] \\ \ddot{\chi}(t^*) = 0 & t^* \in [1;\infty] \end{cases} \tag{1}$$

où γ_0 est l'amplitude du choc, T_0 sa durée et $t^* = t/T_0$ le temps réduit. Ce signal permet de proposer un modèle simplifié du choc réellement appliqué sur un équipement en réduisant la représentation par les deux paramètres élémentaires : l'accélération maximum γ_0 et le temps de choc T_0. La cinématique du choc est également donnée par les vitesses et les déplacements :

$$\begin{cases} \dot{\chi}(t^*) = \dfrac{\gamma_0 T_0}{2\pi}\left[1 - \cos(2\pi t^*)\right] & \text{pour} \quad t^* \in [0;1] \\ \dot{\chi}(t^*) = 0 \quad \text{pour} & t^* \in [1;\infty] \end{cases} \tag{2}$$

et :

$$\begin{cases} \chi(t^*) = \dfrac{\gamma_0 T_0^2}{4\pi^2}\left[2\pi t^* - \sin(2\pi t^*)\right] & \text{pour} \quad t^* \in [0;1] \\ \chi(t^*) = \dfrac{\gamma_0 T_0^2}{2\pi} \quad \text{pour} & t^* \in [1;\infty] \end{cases} \tag{3}$$

pour une vitesse maximale de $\dot{\chi}_0 = \dfrac{\gamma_0 T_0}{\pi}$ atteinte à $t^* = 0.5$ et un déplacement maximum de $\chi_0 = \dfrac{\gamma_0 T_0^2}{2\pi}$ à $t^* = 1$. Une représentation graphique de ces profils temporel est donnée par la figure (2) avec $\ddot{\chi}_0 = \gamma_0$.

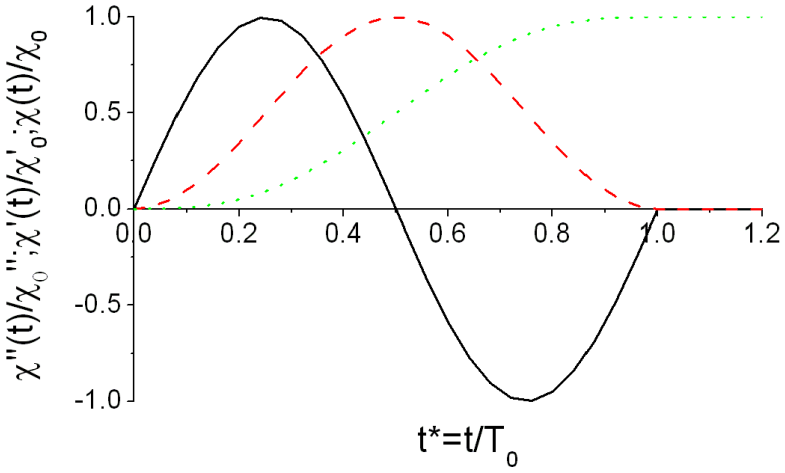


FIG. 2 – Profils temporels d'accélération, de vitesse et de déplacement du choc sinus en fonction du temps réduit $t^* = t/T_0$. — $\ddot{\chi}(t)/\ddot{\chi}_0$; - - - $\dot{\chi}(t)/\dot{\chi}_0$; ... $\chi(t)/\chi_0$

Cette description temporelle du choc n'est pas la représentation la plus pratique. Il existe alors deux outils couramment utilisés, la transformée de FOURIER du signal et le spectre de réponse au choc. Le spectre de FOURIER permet de renseigner précisément sur le contenu énergétique du choc, fréquence par fréquence (voir figure 3). Ce dernier est composé pour le choc sinus d'un lobe principal étalé sur des fréquences allant de 0 à $2f.T_0$ et de lobes secondaires contenus sur une gamme fréquentielle de $f.T_0$ et d'amplitudes faible par rapport au lobe principal.

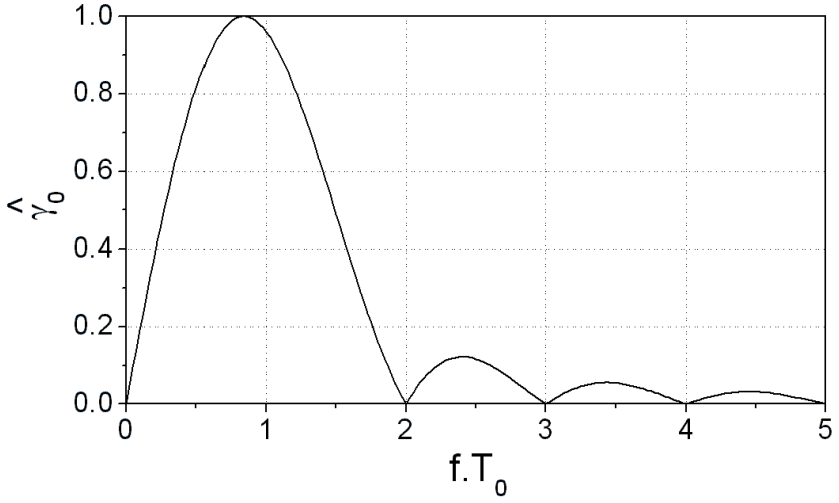


FIG. 3 – Spectre d'amplitude de l'accélération du choc sinus.

Cependant, la sévérité d'un choc sur la structure ne peut être estimée qu'en fonction des sollicitations qu'il impose. L'évaluation de l'importance d'un choc sur une structure exige la connaissance des effets majeurs se produisant sur celle-ci, par exemple son déplacement ou son accélération maximum. Le spectre de réponse au choc consiste à appliquer le choc considéré à un système mécanique "étalon", composé d'un système masse(M_S)-ressort(K_S) dont l'équation du mouvement est la suivante (voir figure 4) :

$$M_S\ddot{Y}(t) + K_S Y(t) = F(t) \tag{4}$$

avec Y le déplacement absolu de la masse M_S par rapport au repère fixe et $F(t)$ une force extérieure. Une accélération $\ddot{\chi}(t)$ représentant le choc est appliquée à la base du système mécanique, il en résulte alors une force appliquée via le ressort, $F(t) = K_S\chi(t)$. Le système s'écrit sous la forme :

$$\ddot{Z}(t) + w_S^2 Z(t) = -\ddot{\chi}(t) \tag{5}$$

avec $Z = Y - X$, le déplacement relatif et $w_S = \sqrt{K_S/M_S}$, la pulsation propre du système mécanique. Pour des conditions initiales nulles, la réponse du système est donnée par une intégrale de DUHAMEL, soit :

$$Z(t) = \frac{-1}{w_S}\int_0^t \ddot{\chi}(\alpha)\sin\ w_S(t-\alpha)d\alpha$$

En pratique, la dérivée première et seconde de cette intégrale ne sont pas calculées, elles sont approchées par le produit du déplacement avec la pulsation propre ou le carré de la pulsation propre. Il vient alors une pseudo-vitesse $w_S Z(t)$ et une pseudo-accélération $w_S^2 Z(t)$. Ces pseudo quantités sont égales à la vitesse $\dot{Y}$ et l'accélération réelle $\ddot{Y}$ quand le système ne possède pas d'amortissement. Connaissant le déplacement relatif maximum atteint au cours d'un choc, il est possible de tracer la pseudo accélération en fonction de la période propre du système, ce qui définit alors le spectre de réponse au choc.

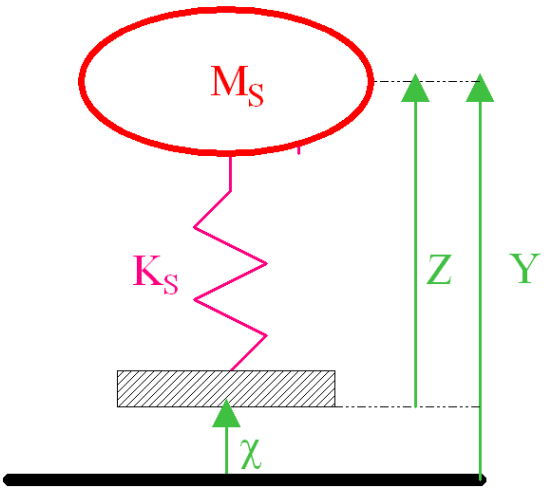


FIG. 4 – Système masse-ressort-amortisseur soumis à une excitation $\chi(t)$

La figure (5) présente le spectre de réponse au choc pour le signal temporel défini ci dessus où il apparaît trois zones :

- *zone inertielle* pour $w_S T_0 << 1$. La durée du choc est très courte devant la période propre du système. Le système atténue les effets du choc. L'amplitude de la pseudo-accélération est très inférieure à l'amplitude du choc ; d'autre part, pendant le choc, le déplacement relatif du système est opposé au déplacement imposé.
- *zone statique* pour $w_S T_0 >> 1$. La durée du choc est grande devant la période propre du système. A tout instant, le système atteint sa position d'équilibre. Le déplacement relatif résultant est très faible. L'accélération de la structure est égale à l'accélération imposée.
- *zone résonante* pour $w_S T_0 \simeq 1$. La durée du choc est très proche de la pulsation propre du système. Ce dernier a tendance à amplifier les effets du choc, l'amplification est plus où moins importante selon la forme du choc. La pseudo-accélération peut alors dépasser la valeur maximale de l'accélération absolue imposée (selon la figure (5), 3.25 fois supérieure à l'accélération maximale dans le cas du choc sinus).

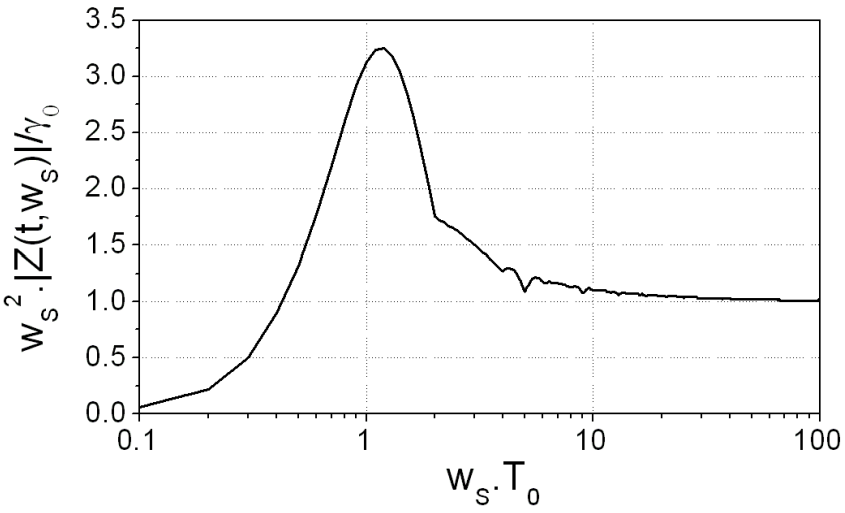


FIG. 5 – Spectre de réponse au choc d'un choc sinus

Dans le cas où le système est environné par un fluide considéré comme parfait, c'est à dire sans viscosité et non borné, la masse M_S reçoit en réaction de son déplacement, une force fluide φ proportionnelle à son accélération $\ddot{Y}(t)$ et à sa masse de fluide déplacée M_D, soit $\varphi = -M_D\ddot{Y}(t)$. L'équation (5) devient :

$$\ddot{Z}(t) + w_{SF}^2 Z(t) = -\ddot{\chi}(t) \tag{6}$$

avec la fréquence propre du système modifié par la présence du fluide :

$$w_{SF}^2 = \sqrt{\frac{K_S}{M_S + M_D}}$$

Le seul effet du fluide est alors d'abaisser la fréquence propre du système par la masse de fluide déplacée. Ce phénomène peut alors avoir des effets négatifs sur le spectre de réponse au choc. En effet, si la fréquence propre du système se trouve dans la zone statique, le fluide aura alors tendance à la ramener dans la zone résonnante, ce qui peut devenir dangereux pour le système. Par contre, si la fréquence propre du système se situe à l'origine dans la zone résonnante, le fluide tendra à la décaler dans la zone inertielle, ce qui peut être bénéfique pour la structure. Dans le cas de fluide contenu dans des structures élastiques, l'effet inertiel est plus complexe comme l'a montré par exemple Sigrist (2004).

Dans le cas où la viscosité du fluide est prise en compte, les effets sur la réponse du spectre au choc sont mal identifiés. Il est cependant possible de préjuger en première approximation que l'amplitude du spectre de fréquence au choc tend à diminuer en raison de l'amortissement apporté par la viscosité du fluide. En effet, dans le cas où un amortissement est pris en compte dans la formulation (6), il vient :

$$\ddot{Z}(t) + 2\xi w_{SF}\dot{Z}(t) + w_{SF}^2 Z(t) = -\ddot{\chi}(t)$$

Il existe comme pour l'équation (5), une solution analytique s'écrivant de la manière suivante :

$$Z(t) = \frac{-1}{w_S\sqrt{1-\xi^2}} \int_0^t \ddot{\chi}(\alpha) e^{-\xi w_S(t-\alpha)} \sin w_S\sqrt{1-\xi^2}(t-\alpha) d\alpha$$

avec $\xi = \dfrac{B_F}{\sqrt{K_S(M+M_D)}}$ avec B_F l'amortissement apporté par le fluide. La figure (6) présente l'effet de l'amortissement sur le spectre de fréquence au choc pour 3 valeurs d'amortissement, soit $\xi = 2\%$; 5% ; 10%. Comme le présente cette figure, l'effet principal de l'amortissement est de réduire l'amplitude de l'accélération du système. Dans le cas où l'amortissement apporté par le fluide est de 10%, l'amplitude est réduit d'environ 25% par rapport à un système non amorti.

Pour caractériser précisément l'influence de la viscosité, il est alors nécessaire de connaître la formulation précise des forces fluides s'exerçant sur la structure. Une connaissance fine de ces forces s'accompagne alors par une description complète des effets de la viscosité sur les forces fluides. L'étude de la description des forces se place dans une approche globale des effets du fluide sur la structure. En effet, elle est le résultat de l'intégration des contraintes fluides sur le pourtour de la structure. Cependant, il est important de ne pas négliger les effets locaux de ces contraintes pouvant causer d'éventuels dommages sur la structure. D'autre part, il sera important de quantifier les effets de phénomènes hydrodynamiques, tel que le décollement de couche limite, la présence de tourbillons, d'instabilités, les effets de compressibilité ou encore de cavitation.

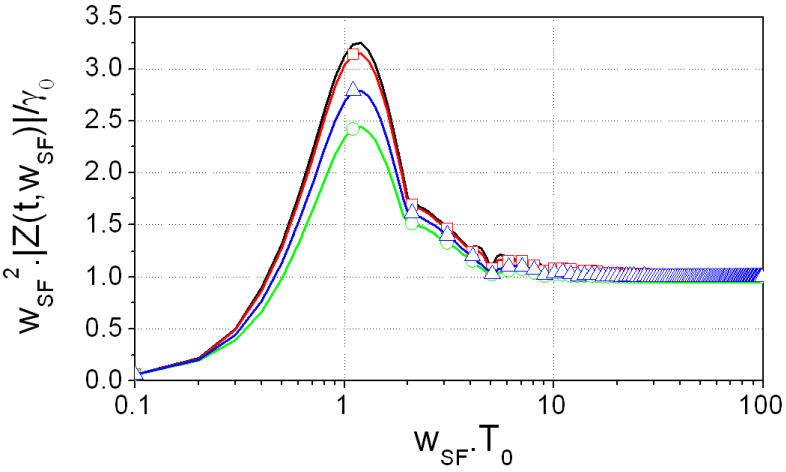


FIG. 6 – Spectre de réponse au choc d'un choc sinus pour une structure amortie. — $\zeta = 0$; −□− $\zeta = 2\%$; −△− $\zeta = 5\%$; − ◯ − $\zeta = 10\%$

Le présent document a pour objet de déterminer l'influence de la viscosité dans le cas de structures soumises à un choc sinus[2] d'une amplitude maximum de 30 g en 15 ms. Dans un premier temps, on considéra un système non couplé dont on impose le déplacement. La géométrie de la structure choisie est une structure cylindrique d'un diamètre de 5 cm permettant d'être représentative d'appareils internes au navire et d'obtenir une géométrie simplifiée [3] (voir figure 7).

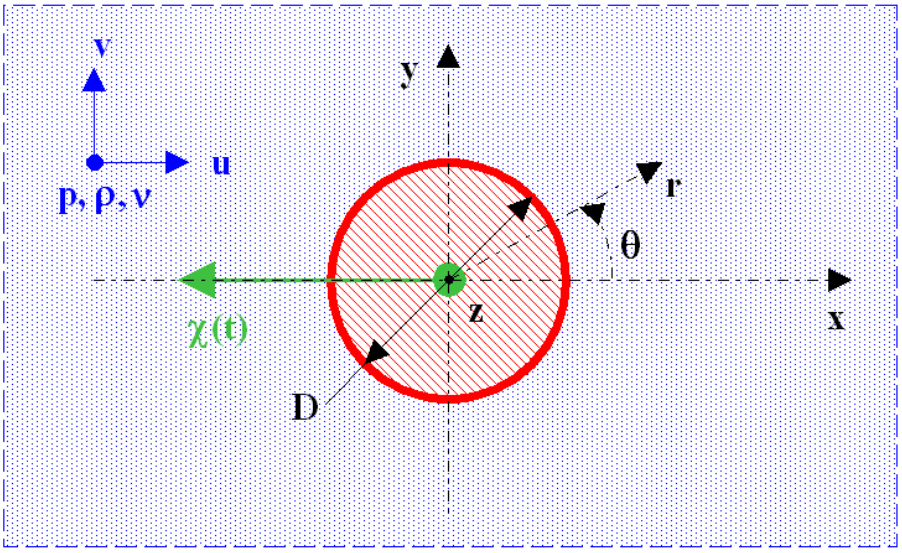


FIG. 7 – Schéma de principe d'un cylindre de diamètre D soumis à un déplacement $\dot{\chi}(t)$ dans un milieu fluide.

Le premier chapitre du mémoire a pour but dans un premier temps de positionner notre problématique dans la littérature existante. L'analyse bibliographique proposée ici détaille l'analyse du comportement du fluide dans le cas de mouvements de cylindre, notamment les mouvements

[2]Ces données sont à l'origine du cahier des charges émis par le service STS de DCN Propulsion.

[3]Les justifications de cette grandeur sont données dans le chapitre concernant la présentation du dispositif expérimental.

dits impulsionnel et harmonique. Cet état de l'art est complété par une description sommaire de phénomènes hydrodynamiques pouvant être rencontrés dans notre cas d'étude. Ce chapitre se terminera par le re-positionnement de notre étude dans cette littérature afin de cibler le travail effectué. Ceci permettra de développer un cadre de travail et de définir les outils utilisés.

Le deuxième chapitre présente le développement de modèles analytiques des forces fluides dans le cas d'un cylindre soumis à un mouvement arbitraire. Au préalable, une revue de l'état de l'art est présentée et accompagnée d'une proposition d'un formalisme des forces pour un corps de forme quelconque. Dans la seconde partie, les méthodes permettant de déterminer les forces fluides sur un corps en mouvement sont présentées et appliquées à notre cas d'étude. Cette étude est enfin validée dans le cas de l'écoulement de COUETTE plan où les effets d'histoires sont mis en évidence.

Le troisième chapitre concerne la présentation et le développement des outils numériques au sein du code de calcul STAR-CD utilisé pour la simulation de notre cas d'étude. En premier lieu, une présentation de la technique des volumes finis et des divers algorithmes utilisés dans le code est proposée. La stratégie de la modélisation du problème sera ensuite détaillé. Ce chapitre se finira par la validation du modèle numérique pour le cas d'un cylindre soumis à une accélération de DIRAC.

Le quatrième chapitre présente le montage expérimental, ainsi que la chaîne de mesure associée développé pour réaliser le choc sinus sur le cylindre. Ce dispositif expérimental est qualifié dans le cas d'un cylindre soumis à un mouvement harmonique .

Les trois approches - analytique, numérique et expérimental - sont comparés entre-elles au cinquième chapitre dans le cas d'un choc sinus. La première partie de ce chapitre est consacrée à la définition des nombres adimensionnels contrôlant l'écoulement produit par le choc sinus du cylindre. Dans une seconde partie, l'écoulement est étudié notamment les forces et les pressions sous l'hypothèse d'un écoulement potentiel pour des petits et grands déplacement du cylindre. A la troisième section, la couche limite développée autour du cylindre est étudiée dans le cas de petits déplacements du cylindre ainsi que la force et la pression s'exerçant sur le cylindre. En quatrième partie, l'écoulement est étudié dans le cas d'un fluide visqueux soumis à des grands déplacements du cylindre ainsi que la stabilité de l'écoulement. Ces trois sections sont abordées à l'aide des outils analytiques et numériques. Dans la dernière partie, les résultats des forces et des pressions agissant lors d'un écoulement dit réel, c'est à dire à partir du banc expérimental seront présentés et discutés.

Au sixième chapitre, le cas d'un cylindre couplé à un fluide est détaillé à l'aide de la formulation analytique et et à l'aide de méthodes numériques développées dans cette thèse. L'écoulement, les forces et les pressions sont discutés dans le cas d'un choc sur le système couplé.

Chapitre 1

Revue bibliographique

1.1 Démarche bibliographique

La problématique de l'écoulement généré par la mise en mouvement d'un cylindre dans un milieu infini est apparue depuis plus d'un siècle et demi (Stokes, 1851). L'intérêt porté à cette géométrie simple est due à l'étendue de son applicabilité, tel que l'écoulement autour de fils électriques, de haubans de ponts, l'écoulement marin autour des cables amarrant les plates formes pétrolières, ou encore par extension, l'écoulement autour de profils portants (d'aile d'avions, hélices, éoliennes). Les différentes études connexes à ce sujet montrent que cet écoulement peut présenter dans certains cas de multiples phénomènes, tel que le développement et la séparation de couche limite, l'apparition d'instabilités, la cavitation.

La diversité et le nombre d'études effectuées rendent difficile la réalisation d'une bibliographie exhaustive sur ce sujet. Cependant, il est possible de classer ces écoulements selon le type de mouvement imposé au cylindre. En effet, il existe dans littérature deux types de mouvements bien connus. Le premier concerne un mouvement impulsionnel caractérisé par une accélération de Dirac, se traduisant par le déplacement du cylindre à une vitesse constante dès l'instant $t = 0^+$. Le deuxième déplacement concerne des oscillations entretenues du cylindre correspondant à un régime harmonique.

La démarche bibliographie proposée ici s'interesse dans un premier temps à la formulation générale des forces fluides à travers l'analyse adimensionnelle des équations de Navier-Stokes. Ce paragraphe permettra de fixer les notations et le vocabulaire utilisé dans l'ensemble du mémoire. Dans un deuxième et troisième temps, une présentation de la topologie de l'écoulement provoqué par un cylindre respectivement soumis à un mouvement harmonique et à une accélération de Dirac est proposée. La présentation de ces deux classes d'écoulements permettra de positionner notre problème dans la littérature et de se familiariser avec celle-ci. Cette revue de l'état de l'art se terminera par une brève introduction à divers phénomènes hydrodynamiques pouvant être rencontrés dans notre étude.

1.2 Formulation générale

Les équations de la mécanique des fluides sont basées sur une approche macroscopique du milieu fluide, considéré comme un milieu continu occupant un espace défini. En faisant l'hypothèse d'un fluide monophasique, homogène et isotherme, l'état d'une particule fluide est défini par un ensemble de fonctions scalaires et vectorielles, tel que la masse volumique ρ, la viscosité cinématique ν, la pression p et le champ de vitesse $\mathbf{V}$. Le mouvement d'un fluide comporte généralement des déplacements et des déformations très supérieurs à ce qu'un solide peut tolérer. Il est donc plus aisé de le décrire en variables *eulériennes* plutôt qu'en variables *lagrangiennes*. On rappelle que les variables eulériennes sont relatives aux différents points de l'espace occupés par le fluide et non aux particules qui le constituent. La différence

entre variables eulériennes et lagrangiennes se met en évidence lors d'un calcul du taux de variation temporelle d'une grandeur. Ce taux est justement appelé dérivée particulaire, qui est noté $D\ /Dt$. En particulier, l'accélération d'une portion infinitésimale de fluide est $D\mathbf{V}/Dt$. L'expression de la dérivée particulaire est :

$$\frac{D\mathbf{V}}{Dt} = \left(\frac{\partial \mathbf{V}}{\partial t} + \mathbf{V}.\nabla\mathbf{V}\right) \tag{1.1}$$

L'application des concepts fondamentaux de la mécanique à un milieu continu (Duvaut, 1990) permet d'établir, à partir de l'écriture de bilans, des équations locales de conservation portant sur les champs définis ci-dessus. En se plaçant dans une approche lagrangienne, dans laquelle les champs (scalaires et vectoriels) de l'écoulement sont écrits en variables eulériennes, les équations locales de bilan s'écrivent sous forme conservative. Dans le cas d'un fluide visqueux, incompressible, le fluide est modélisable par les équations de Navier-Stokes (NS)[1].

$$\begin{cases} \nabla.\mathbf{V} = 0 & (1.2) \\ \dfrac{D\mathbf{V}}{Dt} = -\dfrac{\nabla p}{\rho} + \nu\Delta\mathbf{V} & (1.3) \end{cases}$$

La première relation est appelée équation de continuité et la seconde est nommée équation de conservation de quantité de mouvement. En remplaçant la dérivée particulaire dans la précédente équation, le système NS devient

$$\begin{cases} \nabla.\mathbf{V} = 0 & (1.4) \\ \dfrac{\partial \mathbf{V}}{\partial t} + \mathbf{V}.\nabla\mathbf{V} = -\dfrac{\nabla p}{\rho} + \nu\Delta\mathbf{V} & (1.5) \end{cases}$$

Ecrit dans ce formalisme, ce système est difficilement interprétable. Il est préférable d'utiliser l'analyse dimensionnelle permettant d'estimer l'influence de chaque terme et de dégager alors les termes dominants. Cette analyse permet d'évaluer l'ordre de grandeur des phénomènes physiques mis en jeu.

En considérant un corps de longueur caractéristique L évoluant selon un mouvement contrôlé par la vitesse $\overline{V}$ et le temps d'excitation $\overline{t}$, il est alors possible d'adimensionner les variables principales du système NS, soit $\mathbf{V} = \overline{V}.\mathbf{V}^*$; $\mathbf{X} = \overline{L}.\mathbf{X}^*$; $t = \overline{t}.t^*$ et $p = \overline{p}.p^*$ avec $\overline{p}$ une pression caractéristique du problème. Le système NS s'écrit alors :

$$\begin{cases} \overline{V}\nabla.\mathbf{V}^* = 0 & (1.6) \\ \dfrac{\partial \mathbf{V}^*}{\partial t^*} + KC.\mathbf{V}^*.\nabla\mathbf{V}^* = -\dfrac{\overline{t}\overline{p}}{\overline{V}\rho\overline{L}}\nabla p^* + \dfrac{\Delta\mathbf{V}^*}{\beta} & (1.7) \end{cases}$$

où apparaît dans l'équation de conservation de quantité de mouvement, deux nombres adimensionnels :

- le nombre de Stokes β étant le rapport entre le temps de diffusion visqueuse $\overline{L}^2/\nu$ et le temps caractéristique d'excitation du mouvement $\overline{t}$: $\beta = \dfrac{\overline{L}^2}{\nu\overline{t}}$.
- le nombre de Keulegan & Carpenter (1958) KC définissant le rapport entre le déplacement du corps $\overline{V}\overline{t}$ et la longueur de ce dernier $\overline{L}$: $KC = \dfrac{\overline{V}\overline{t}}{\overline{L}}$.

[1]Les forces volumiques ne sont pas ici pris en compte.

Le nombre de STOKES permet de quantifier l'importance du terme visqueux. Pour des petits nombres de β l'écoulement sera fortement visqueux alors que pour des grands nombres de STOKES, l'écoulement peut être considéré comme potentiel. Quand au nombre de KEULEGAN-CARPENTER, il évalue l'incidence du terme non linéaire d'advection. Pour des petits nombres de KC, c'est à dire pour des petits déplacements du corps, le terme non linéaire sera négligeable, alors que pour des grands nombres de KC, le corps dans une configuration de grand déplacement provoquera l'apparition de non linéarités dans l'écoulement perturbé. A noter que le nombre de STOKES et le nombre de KEULEGAN-CARPENTER sont liés par le nombre de REYNOLDS, soit :

$$Re = KC.\beta = \frac{\overline{VL}}{\nu}$$

Le mouvement des particules fluides autour d'un corps provoque des contraintes Σ sur la paroi de ce dernier. L'origine de ces contraintes est dues à la pression p et au cisaillement σ :

$$\Sigma_{ij} = -p\delta_{ij} + \sigma_{ij} \tag{1.8}$$

avec δ_{ij} le symbole de KRONECKER et i, j les composantes spatiales pour $i, j \in [1 : 3]$. Les forces intégrées autour du corps s'écrivent alors :

$$\varphi_i = \varphi_{\pi_i} + \varphi_{\sigma_i} = -\int\int_{\partial\Gamma} p\delta_{ij}n_j\partial\Gamma + \int\int_{\partial\Gamma} \sigma_{ij}n_j\partial\Gamma \tag{1.9}$$

avec $\partial\Gamma$ la surface et $\mathbf{n}$ la normale à la surface. Le corps immergé subit alors une force de pression φ_{π_i} et de cisaillement φ_{σ_i}.

1.3 Etude de l'écoulement autour d'un cylindre soumis à un mouvement harmonique

L'écoulement autour d'un cylindre de diamètre D, initialement immobile dans un fluide au repos est soumis à un mouvement harmonique d'accélération sinusoïdale, $\ddot{\chi}(t) = U_0 w_0 \sin(w_0 t)$ et de période $T_0 = 2\pi/w_0$. A l'aide de l'analyse dimensionnelle décrite à la première section et en posant $\overline{V} = U_0$, $\overline{L} = D$, $\overline{t} = T_0$ et $\overline{p} = (\rho D U_0 w_0)/(2\pi)$, l'équation NS devient :

$$\begin{cases} \dfrac{U_0}{D}\nabla\mathbf{V}^* = 0 & (1.10) \\ \dfrac{\partial\mathbf{V}^*}{\partial t^*} + KC.\mathbf{V}^*.\nabla\mathbf{V}^* = -\nabla p^* + \dfrac{\Delta\mathbf{V}^*}{\beta} & (1.11) \end{cases}$$

avec le nombre de STOKES β et le nombre de KEULEGAN-CARPENTER KC :

$$\beta = \frac{D^2}{T_0\nu} \quad ; \quad KC = \frac{U_0 T_0}{D}$$

et pour un temps réduit $t^* = t/T_0$. Il est possible de classer l'écoulement en différents régimes, fonction du nombre KC et β. A travers la figure (1.1), TATSUNO & BEARMAN (1990) et SARPKAYA (2002) ont montré l'existence potentielle de dix régimes. Les différentes zones de A^*, A jusqu'à H sont étudiés dans la partie "pseudo-stationnaire" de l'écoulement, c'est à dire dans le cas où le cylindre a déjà réalisé plusieurs cycles[2] (à partir d'une vingtaine environ). Il

[2]Un cycle correspond à un aller-retour.

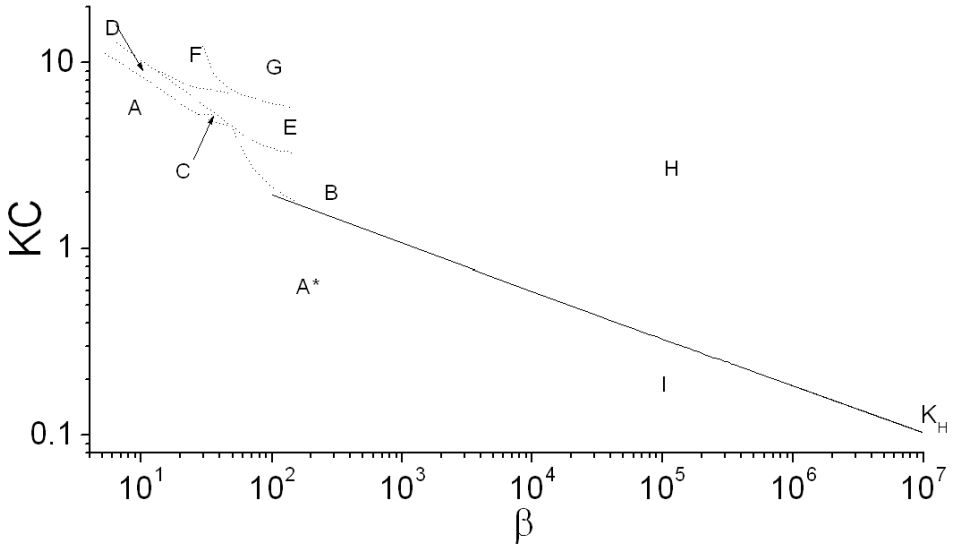


FIG. 1.1 – Cartographie identifiant différents régimes dans le plan $KC - \beta$.

existe très peu d'études concernant la partie instationnaire. BADR et al. (1995) ont étudié la phase du démarrage du cylindre entre le deuxième et troisième cycle pour un nombre de β égal à 1000 pour des KC égal à 2 et à 4.

Topologie de l'écoulement

• Régime A^* :

L'écoulement est bidimensionel (invariant suivant z, voir figure 7) et symétrique par rapport aux axes longitudinaux (Ox) et transversaux (Oy).

• Régime A :

Des paires de tourbillons symétriques par rapport à l'axe longitudinal et de nature bidimensionelle, se forment de part et d'autre du cylindre pendant chaque demi cycle. Au demi cycle suivant leur création, ces tourbillons se séparent et sont convectés vers l'autre coté du cylindre pendant que se créent de nouveaux tourbillons, comme le montre la figure (1.2). Les tourbillons séparés sont ensuite convectés loin du cylindre et disparaissent progressivement.

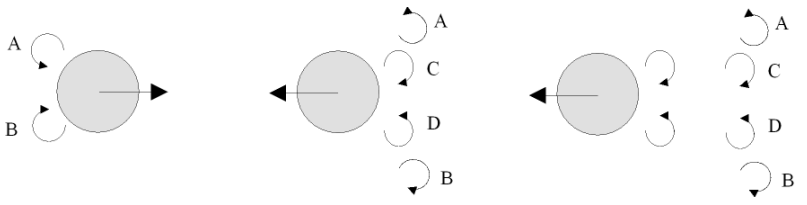


FIG. 1.2 – Mécanisme de séparation du régime A d'après KUHTZ (1996).

• Régimes B,I,H :

Aucun tourbillon ne se crée dans le plan 2D pour les régimes B et I, des structures 3D dues à l'instabilité de la couche limite apparaissent, l'écoulement proche de la paroi est cette fois-ci tridimensionnel. HONJI (1981) a détaillé expérimentalement cet écoulement (régime B) pour une

gamme de β allant de 70 et 700 et des nombres de KC de 0 à 4. Ce dernier a visualisé la création alternative de paires de tourbillons contra-rotatifs longitudinaux (Ox) (figure 1.3). Selon Honji, l'origine de ces tourbillons est due à une instabilité de type centrifuge. Ces observations ont été relevées par Tatsuno & Bearman (1990) et confirmées théoriquement par Hall (1984) à l'aide d'une étude de stabilité. Ce dernier définit ainsi une ligne délimitant unr région stable d'une région instable dans le plan $KC - \beta$ selon l'équation :

$$K_H = 5.78\beta^{-0.25}(1 + 0.21\beta^{-0.25} + ...)$$

Sur cette ligne, les instabilités de type centrifuge sont auto-entretenues d'une oscillation à une autre. En dessous de cette ligne (régime I), des instabilités appelés "quasi-coherent structures" par Sarpkaya (1986, 2002) apparaissent. Ces dernières sont celles décrites sur la ligne de Hall mais apparaissent de manière intermittente et prennent des formes irrégulières. Sarpkaya décrit notamment les limites entre la région A^* et I. Au dessus de la ligne de Hall (régime H), l'écoulement est turbulent résultant d'interactions entre le mécanisme bidimensionnel de séparation et les instabilités tridimensionnelles.

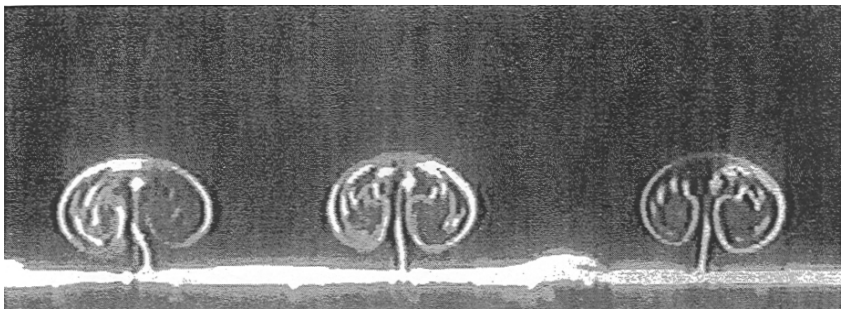


Fig. 1.3 – Instabilité de Honji à $\beta = 9956$ pour $KC = 0.58$ - Régime B (d'après Sarpkaya (2002)).

• Régime C :

Ce régime est en sorte un mélange entre les zones A et B. En effet, le mécanisme de création de tourbillons est le même que dans le régime A. Les tourbillons créés sont cette fois-ci de plus grande taille et au demi-cycle suivant, ils se détachent de manière dissymétrique à la façon d'une allée de Benard-Von Karman dans un écoulement uniforme (figure 1.4). Cependant, les sens de rotations des tourbillons ont des signes opposés à ceux de l'allée (Williamson, 1992). D'autre part, il apparaît dans la direction de l'axe de révolution, des structures très perturbées à la manière du régime B.

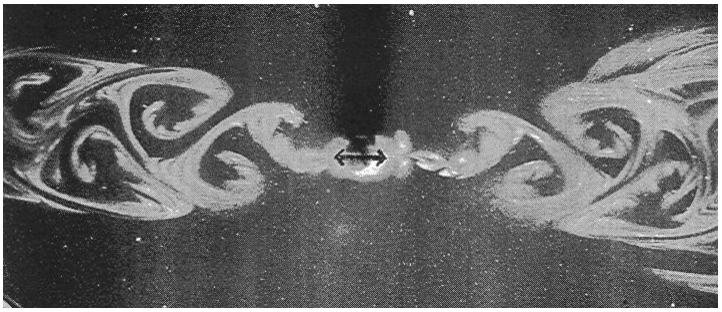


Fig. 1.4 – Détachement tourbillonnaire à $\beta = 42$ pour $KC = 4.4$ - Régime C (d'après Tatsuno & Bearman (1990)).

• Régimes D,E :

La dynamique des phénomènes est identique à celle du régime précédent mais cette fois-ci, l'allée provoquée par les oscillations du cylindre est inclinée par rapport au mouvement (figure 1.5). Ces tourbillons créent des structures tridimensionelles en forme de tubes déformés (Nehari et al., 2004). Le régime E est identique au régime D à ceci près que l'allée transverse est dans ce cas tantôt au dessus de l'axe longitudinal et tantôt en dessous.

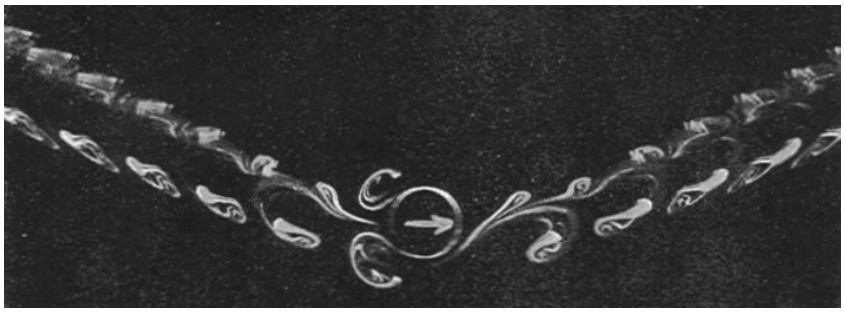


Fig. 1.5 – Détachement tourbillonnaire transverse à $\beta = 22.1$ pour $KC = 6.28$ - Régime D (d'après Tatsuno & Bearman (1990)).

• Régimes F,G :

Les régimes F,G présentent des allées de plus en plus complexes munies de plusieurs tourbillons oscillant dans différentes directions ajoutés à des structures placées selon l'axe de révolution du cylindre (Tatsuno & Bearman, 1990).

Forces exercées sur le cylindre

La force longitudinale exercée sur le cylindre dans le cas d'un écoulement oscillant peut être représentée par l'équation de Morison (Morison et al., 1950) :

$$\varphi = 0.5\rho D C_D \dot{\chi}|\dot{\chi}| + 0.25\pi\rho D^2 C_M \ddot{\chi}$$

avec C_M et C_D, respectivement les coefficients d'inertie et de traînée. En général ces coefficients sont obtenus à partir de résultats expérimentaux ou à l'aide de solutions numériques des équations de Navier-Stokes. Cependant, à des nombres de KC suffisamment petits, l'écoulement autour du cylindre reste attaché, laminaire et bidimensionnel et il est alors possible d'obtenir des solutions analytiques pour les deux coefficients C_M et C_D. Une analyse théorique décrite dans les travaux de Keulegan & Carpenter (1958) et Sarpkaya (1986) a permis de donner une solution analytique basée sur les résultats de Stokes (1851) et Wang (1968) :

$$\begin{cases} C_M = 1 + 4(\pi\beta)^{-0.5} + (\pi\beta)^{-1.5} \\ C_D = \dfrac{3\pi^3}{2KC}\left[(\pi\beta)^{-0.5} + (\pi\beta)^{-0.5} - 0.25(\pi\beta)^{-1.5}\right] \end{cases} \tag{1.12}$$

Le modèle précédent n'est valable que pour des petits déplacements du cylindre, c'est à dire pour des faibles valeurs de KC. Tenant compte de cette remarque, différents auteurs ont étudié l'influence du nombre KC sur les valeurs de C_M et C_D en fonction du nombre β et KC. Les figures (1.6) et (1.7) présentent respectivement le rapport entre la valeur C_M (ou C_D) obtenue par des études expérimentales ou numériques et la valeur du modèle de Stokes-Wang appelé $C_{M_{SW}}$ (ou $C_{D_{SW}}$), soit $\alpha_M = C_M/C_{M_{SW}}$ et $\alpha_D = C_D/C_{D_{SW}}$. Il apparaît dans le cas de la figure (1.6) que le modèle de Stokes-Wang n'est valable que pour une plage de KC allant de 0 à un nombre critique KC_M. Au delà de ce nombre, les valeurs du coefficient α_M tendent à

diminuer pour des nombres de KC de plus en plus grands, le modèle de SW surestime alors la masse ajoutée au fluide pouvant alors atteindre le double de la valeur réelle. La valeur du nombre KC_M évolue en fonction du nombre β. Dans le cas de la figure (1.7), le modèle de SW n'est valable aussi que pour une plage de KC allant de 0 à un nombre critique KC_D. Au delà, les valeurs du coefficients α_D augmentent avec le nombre de KC contrairement au coefficient d'inertie. Dans des cas extrêmes, le coefficient réel C_D peut être sept fois plus grand que ce que prévoit le modèle de STOKES-WANG. D'autre part, ce coefficient augmente rapidement lorsque le nombre de β est grand. A très faible KC, α_D peut être deux fois supérieur à celui de SW lorsque β est grand.

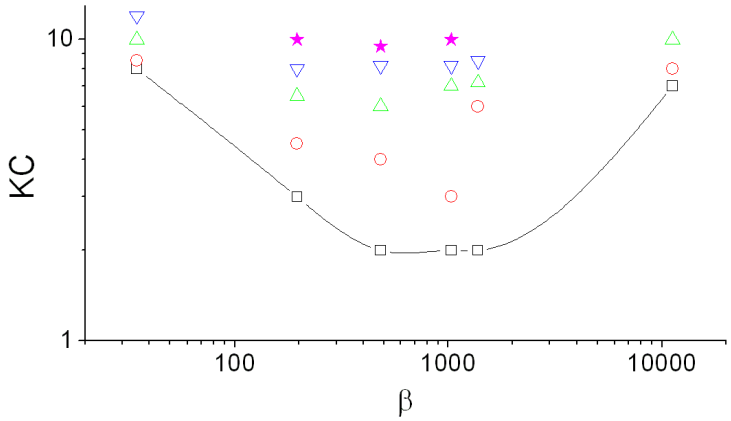


FIG. 1.6 – Evolution des coefficients $\alpha_M = C_M/C_{M_{SW}}$ en fonction du nombre β et KC. □ $\alpha_M = 1$; ◯ $\alpha_M = 0.9$; △ $\alpha_M = 0.8$; ▽ $\alpha_M = 0.7$; ★ $\alpha_M = 0.5$. $\beta = 35$ de DUTSCH et al. (1998) ; $\beta = 196$ et 483 de JUSTESEN (1990) ; $\beta = 1035$ de JUSTESEN (1990) et de SARPKAYA (1986) ; $\beta = 1380$ et 11240 de SARPKAYA (1986).

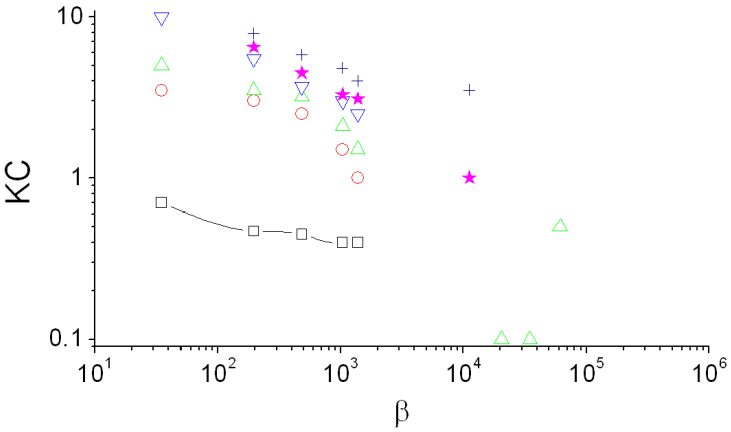


FIG. 1.7 – Evolution des coefficients $\alpha_D = C_D/C_{D_{SW}}$ en fonction du nombre β et KC. □ $\alpha_D = 1$; ◯ $\alpha_D = 1.5$; △ $\alpha_D = 2$; ▽ $\alpha_D = 4$; ★ $\alpha_D = 5$; + $\alpha_D = 7$. $\beta = 35$ de DUTSCH et al. (1998) ; $\beta = 196$ et 483 de JUSTESEN (1990) ; $\beta = 1035$ de JUSTESEN (1990) et de SARPKAYA (1986) ; $\beta = 1380$ et 11240 de SARPKAYA (1986) ; $\beta = 20526$ et 34946 de BEARMAN & RUSSEL (1997) ; $\beta = 670,000$ de CHAPLIN (2000) ; $\beta = 1,365,000$ de SARPKAYA (2001)

1.4 Etude de l'écoulement autour d'un cylindre soumis à une accélération de Dirac

Un cylindre de diamètre D, initialement immobile dans un fluide au repos est mis en mouvement, à partir de l'instant $t = 0$, avec une vitesse U_0 constante. Ce départ dit impulsif est représenté en terme d'accélération par un DIRAC, $\ddot{\chi}(t) = U_0\delta(t)$. A l'aide de l'analyse dimensionnelle décrite dans la section précédente et en posant $\overline{V} = U_0$, $\overline{L} = D$, $\overline{t} = U_0/D$ et $\overline{p} = \rho U_0^2$, l'équation NS devient :

$$\begin{cases} \dfrac{U_0}{D}\nabla\mathbf{V}^* = 0 & (1.13) \\ \dfrac{\partial\mathbf{V}^*}{\partial t^*} + \mathbf{V}^*.\nabla\mathbf{V}^* = -\nabla p^* + \dfrac{\Delta\mathbf{V}^*}{Re} & (1.14) \end{cases}$$

pour un nombre de KEULEGAN-CARPENTER égal à une constante valant l'unité, le nombre de STOKES est alors égal au nombre de REYNOLDS, soit :

$$\beta = Re = \frac{U_0 D}{\nu}$$

Ce nombre de REYNOLDS est défini comme le rapport entre les forces d'inertie et les forces de viscosité. La nature de l'écoulement varie donc en fonction du nombre de REYNOLDS et est caractéristique de différents régimes énoncés ci après. Quant à l'évolution temporelle de l'écoulement, elle est décrite à l'aide d'un temps réduit t^* :

$$t^* = \frac{tU_0}{D} \tag{1.15}$$

Ce dernier mesure le temps réel écoulé t par rapport au temps d'excitation U_0/D. Ce temps réduit peut aussi être vu comme la mesure du déplacement du cylindre tU_0 par rapport à son diamètre D. En effet, quand le temps réduit t^* est égal 1, le cylindre a parcouru la valeur de son diamètre.

Les travaux (par exemple LOC (1980) et CHANG & CHERN (1991)) sur ce cas d'étude ont montré qu'il était possible de classifier ce type d'écoulement par cinq régimes plus ou moins distincts. Les bornes de ces régimes ne sont pas figées, elles varient en fonction des auteurs et des conditions de l'étude (numérique ou expérimentale). D'autre part, la littérature montre qu'il existe deux types de travaux : les études pendant les premiers instants de l'impulsion ($t^* < 5$) et les études pendant le régime dit *établi* ou *permanent* ($t^* >> 5$). Nous présenterons ici les deux approches avec cependant un accent particulier sur les premiers instants. Pour illustrer ces travaux, nous exposerons tout d'abord la topologie de l'écoulement basée sur les travaux de BOUARD (1983) et ses effets sur la structure.

Topologie de l'écoulement

• Régime N°1 : $Re < 5$

L'écoulement est dit stationnaire et rampant, c'est à dire laminaire et non décollé. Il a alors la propriété d'être symétrique selon l'axe longitudinal et l'axe transversal (TRITTON, 1959).

• Régime N°2 : $5 < Re < 50$

Aux tous premiers instants, l'écoulement est rampant comme dans le régime précédent. Peu après, une zone de vorticité apparaît et se diffuse progressivement à partir de la surface du cylindre suivi d'une séparation de l'écoulement. Il se forme alors de chaque coté du cylindre,

un tourbillon attaché appelé *tourbillon principal* dont la longueur, la largeur et l'angle de séparation augmentent avec le temps (figure 1.8)[3]. Suite à ces premiers instants, l'écoulement reste stationnaire et présente toujours ces deux tourbillons (Guerouache, 2000).

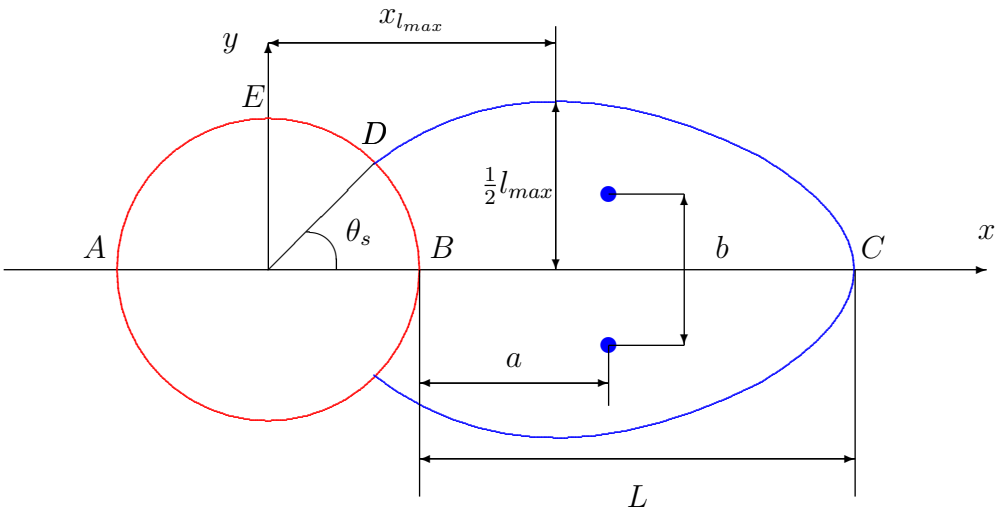


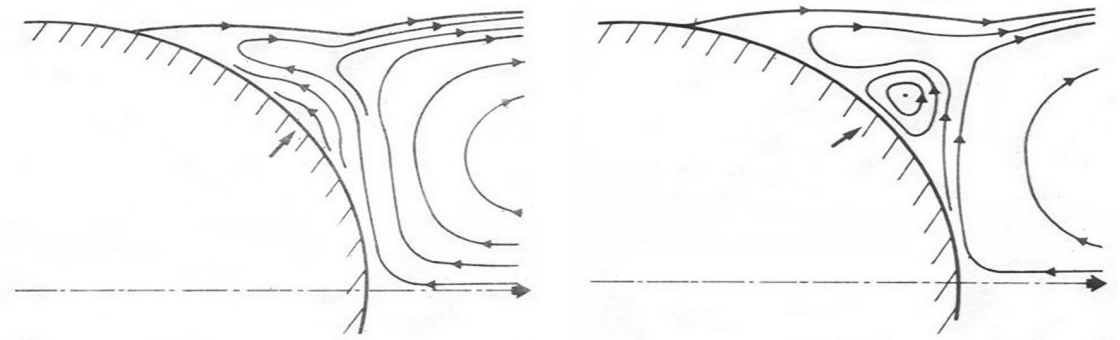
Fig. 1.8 – Paramètres géométriques du sillage attaché (d'après Bouard (1983))

- Régime N°3 : $50 < Re < 600$

Au fur et à mesure que le nombre de Reynolds augmente, les vitesses dans la zone de recirculation augmentent et pour $Re > 47$ des phénomènes secondaires apparaissent durant le développement de l'écoulement (Bouard & Coutanceau, 1980). Près de la paroi du cylindre et environ à mi-chemin entre les points d'arrêt B et de séparation D, les lignes de courant montrent quelques distorsions : les particules fluides passant à travers cette région s'écartent du cylindre formant un renflement dans le dessin des lignes de courant (figure 1.9a) et il se produit une réduction assez marquée des vitesses. L'amplitude du renflement augmente avec Re et il devient suffisamment important pour former un petit tourbillon secondaire (figure 1.9b). Ce tourbillon secondaire qui a un sens de rotation opposé à celui du tourbillon principal est dû à une deuxième séparation de l'écoulement, c'est à dire une séparation de l'écoulement de retour lui-même ; ce phénomène apparaît lorsque la vitesse de recirculation est assez grande. Ce tourbillon secondaire augmente en taille à la fois lorsque le temps et le nombre de Reynolds augmentent (Honji & Taneda, 1969).

[3]Les points A et B sont respectivement les points d'arrêt amont et aval. Le point C est le point d'arrêt de recirculation, le point D étant le point de séparation ou point de décollement et le point E coupe l'axe y avec le cylindre. Les grandeurs suivantes sont alors caractéristiques de l'écoulement : grandeurs suivantes

- L : longueur de recirculation
- a : distance entre le point B et les tourbillons de recirculations
- b : distance entre les deux tourbillons de recirculations
- θ_s : angle de séparation
- $x_{l_{max}}$: distance entre le centre du cylindre et la zone de renflement
- l_{max} : distance entre l'axe x et la zone de renflement



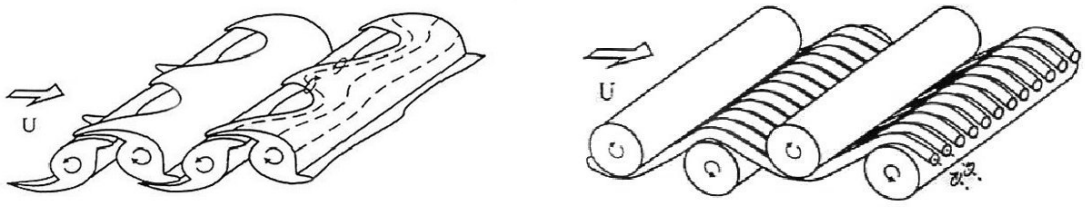
a *b*

FIG. 1.9 – $50 < Re < 600$ (d'après BOUARD (1983))

L'apparition du renflement suivi de la formation du tourbillon secondaire indique que la distribution de la vorticité sur la surface du cylindre ne demeure pas régulièrement croissante ou décroissante comme elle le ferait pour les faibles nombres de REYNOLDS. Ainsi la vorticité, qui est négative dans toute la zone de séparation, décroît de zéro, au point d'arrêt aval B, passe par un minimum, puis augmente régulièrement pour s'annuler à nouveau au point de séparation D. Cette alteration dans la distribution de la vorticité due à l'apparition du gonflement des lignes de courant donne naissance à un tourbillon secondaire indiquant une vorticité positive dans la zone du sillage attaché. Au delà de D, la vorticité est négative et augmente jusqu'au point d'arrêt amont A.

Suite à ces premiers instants, l'écoulement devient cette fois-ci instationnaire. Une instabilité de type sillage se développe et donne naissance à une allée de tourbillons alternés émis à une fréquence f. Ils forment une double rangée de tourbillons appelée *allée de* BÉNARD VON KARMAN, contrôlée par le nombre de STROUHAL, $S_T = \dfrac{fD}{U_0}$ (PROVANSAL, 1988).

Pour un nombre de REYNOLDS supérieur à 150, des instabilités tridimensionnelles apparaissent à travers l'allée, caractéristique d'un régime de transition laminaire-turbulent. Le régime de transition est associé à deux changements dans la structure du sillage lorsque Re augmente (WILLIAMSON, 1992) (figure 1.10). La première modification se situe vers $Re \simeq 180-197$ (PERSILLON & BRAZA, 1998). Elle est liée à la formation de tourbillons secondaires, d'orientation longitudinale (axe parallèle à l'écoulement secondaire), due à la déformation des tourbillons primaires. C'est le mode A de l'instabilité, caractérisé par des structures régulières de longueur d'onde relativement grande. Une deuxième modification du sillage se forme entre $230 - 250$ (BREDE et al., 1996). Il apparaît alors un mode B qui est dû à un transfert graduel d'énergie du mode A vers le mode B. Ce mode est caractérisé par des structures irrégulières à une échelle plus petite.



Mode A Mode B

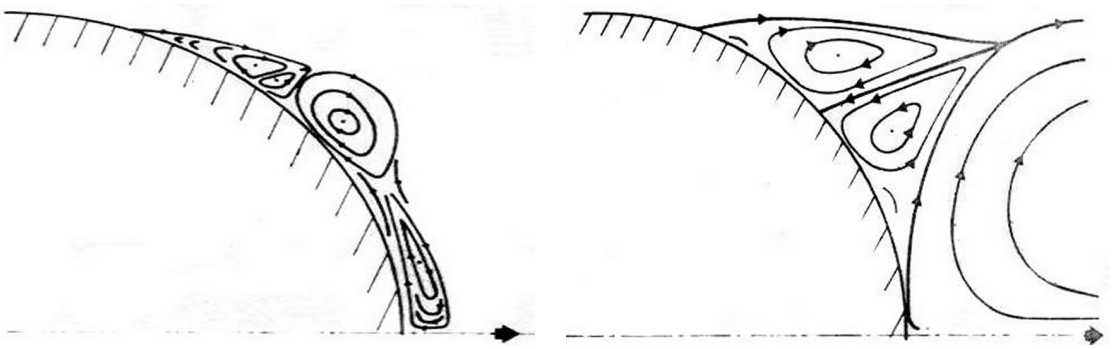
FIG. 1.10 – Instabilités tridimensionnelles (d'après GUEROUACHE (2000))

Ces instabilités conduisent pour des nombres de REYNOLDS supérieur à 400, à un régime

désordonné (Wu et al., 1994). L'allée de tourbillons alternés devient alors instable et ces tourbillons longitudinaux deviennent plus fins et de plus en plus désordonnés.

• Régime N°4 : $600 < Re < 1.10^5$

Pour des grands nombres de Reynolds de nombreux phénomènes apparaissent. Il se dégage alors deux types d'écoulements bien particuliers (Koumoutsakos & Leonard, 1995). Dans les tous premiers instants de l'écoulement, il se forme un sillage très mince épousant la forme du cylindre. Mais très tôt, le coeur de cette zone de recirculation, qui correspond à un pic de vorticité prend une vitesse de rotation très rapide en comparaison des vitesses régnant dans cette zone formant alors un tourbillon. Ce pré-sillage (figure 1.11a) s'indivualise en un tourbillon principal qui croît avec le temps, en taille et en intensité séparant le sillage en deux parties. Celle qui est située près du point de séparation D (voir figure 1.8) est occupée par un tourbillon secondaire. L'autre partie reste plus ou moins en communication avec le tourbillon principal. Quelques instants après, le tourbillon principal remplace progressivement ce pré-sillage et le tourbillon secondaire est alors assez développé en taille pour que la région du sillage proche du point de séparation se trouve alors isolée pour qu'un autre tourbillon secondaire prenne naissance (figure 1.11b). Ces deux tourbillons secondaires ainsi formés sont pratiquement équivalents en taille et en intensité (Nagata et al., 1989).



a *b*

Fig. 1.11 – *600 < Re < 10000* (d'après Bouard (1983))

Comme dans le précédent régime, des instabilités de Von Karman et des instabilités tridimensionnelles se mettent en place après les premiers instants conduisant au régime turbulent (Williamson, 1996).

• Régime N°5 : $Re > 1.10^5$

Pour les premiers instants, l'écoulement se développe de la même façon que dans le régime précédent, mais il apparaît de multiples petits tourbillons secondaires près de la paroi du cylindre (Chang & Chern, 1991). L'écoulement au voisinage du point d'arrêt devient assez perturbé et il est difficile de fournir une description exhaustive des phénomènes observés (Lecointe, 1986). Suite à ces premiers instants, il est constaté que la couche limite non décollé devient turbulente et la périodicité de l'écoulement disparaît, ce qui correspond à l'extinction de l'allée de tourbillons.

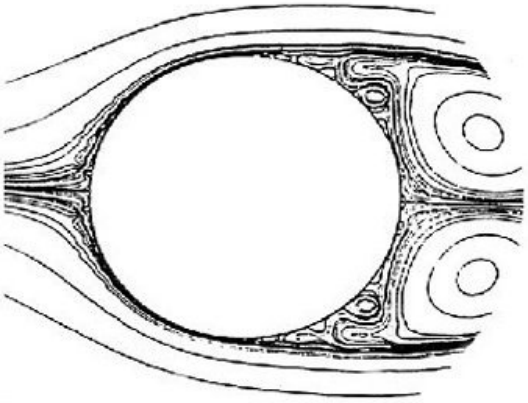


FIG. 1.12 – $Re = 20000$ à $t^* = 4.5$ (d'après LECOINTE & PIQUET (1984))

Forces et pression exercées sur le cylindre

Lors du déplacement du cylindre, le fluide exerce en réponse au mouvement de ce dernier une force longitudinale φ dans le sens de son mouvement. Dans le cas d'un mouvement uniforme de vitesse U_0, il est possible d'adimensionner cette force en un coefficient de trainée[4] :

$$C_D = \frac{\varphi_\pi + \varphi_\sigma}{0.5\rho U_0^2 D}$$

avec respectivement φ_π et φ_σ les forces de pression et de cisaillement. D'après SMITH & STANSBY (1988) et KOUMOUTSAKOS & LEONARD (1995), les forces de pression et de cisaillement s'écrivent en fonction de la vorticité ω à la paroi :

$$\varphi_\pi = -\frac{D}{2}\int_0^{2\pi} \nu \frac{\partial \omega}{\partial r}\cos\theta d\theta \quad ; \quad \varphi_\sigma = -\frac{D}{2}\int_0^{2\pi} \nu\omega\sin\theta d\theta$$

avec r, θ les coordonnées polaires autour du cylindre et pour $p = \dfrac{\partial \omega}{\partial r}$ et $\sigma = \omega$. La pression est donc proportionnelle à la dérivée partielle de la vorticité à la paroi par rapport à la direction radiale alors que la contrainte de cisaillement est directement relative à la vorticité. La figure (1.13) présente un exemple de flux de vorticité à la paroi (la pression) et la vorticité à la paroi (le cisaillement) pour un nombre de REYNOLDS de 9500 et pour différents temps réduit ($\theta = 0$ correspond au point d'arrêt aval et $\theta = \pi$ au point d'arrêt amont). Ces courbes montrent l'influence de l'écoulement sur les contraintes à la paroi, notamment aux alentours de 45 ° et 315 ° où sont situés les tourbillons (figure 1.11). Ces tourbillons ont un effet considérable sur l'amplitude du flux de vorticité à la paroi, c'est à dire sur la pression au regard de la contrainte de cisaillement..

La figure (1.14) montre l'allure temporelle des coefficients de trainée de pression C_{D_π} et de cisaillement C_{D_σ}. Le coefficient de traînée du au cisaillement présente une décroissance régulière quelques soit le nombre de REYNOLDS et malgré la présence de structures tourbillonnaires. Du fait de la présence localisée des pics de vorticités et de leur amplitude faible au regard de la vorticité nominale, la force intégré de cisaillement ne présente pas de modifications par rapport à un écoulement non perturbé. Contrairement au coefficient de traînée dû au cisaillement, le coefficient de trainée dû à la pression varie en fonction du nombre de REYNOLDS. En effet, l'effet du flux de vorticité est important sur la répartition de la pression autour du cylindre.

[4]Lorsque l'écoulement présente une dissymétrie longitudinale, il existe une force transversale perpendiculaire au sens du mouvement du cylindre associée à un coefficient de portance C_L

Il est alors possible de remarquer un point d'inflexion pour les quatre courbes aux environs de $t^* = 0.5$ identifiant la naissance d'un sillage. Une zone de vorticité négative s'installe alors, créant une augmentation de pression derrière le cylindre. Suite à ce changement, les courbes présentent un ou plusieurs points d'inflexion caractérisant l'apparition de tourbillons.

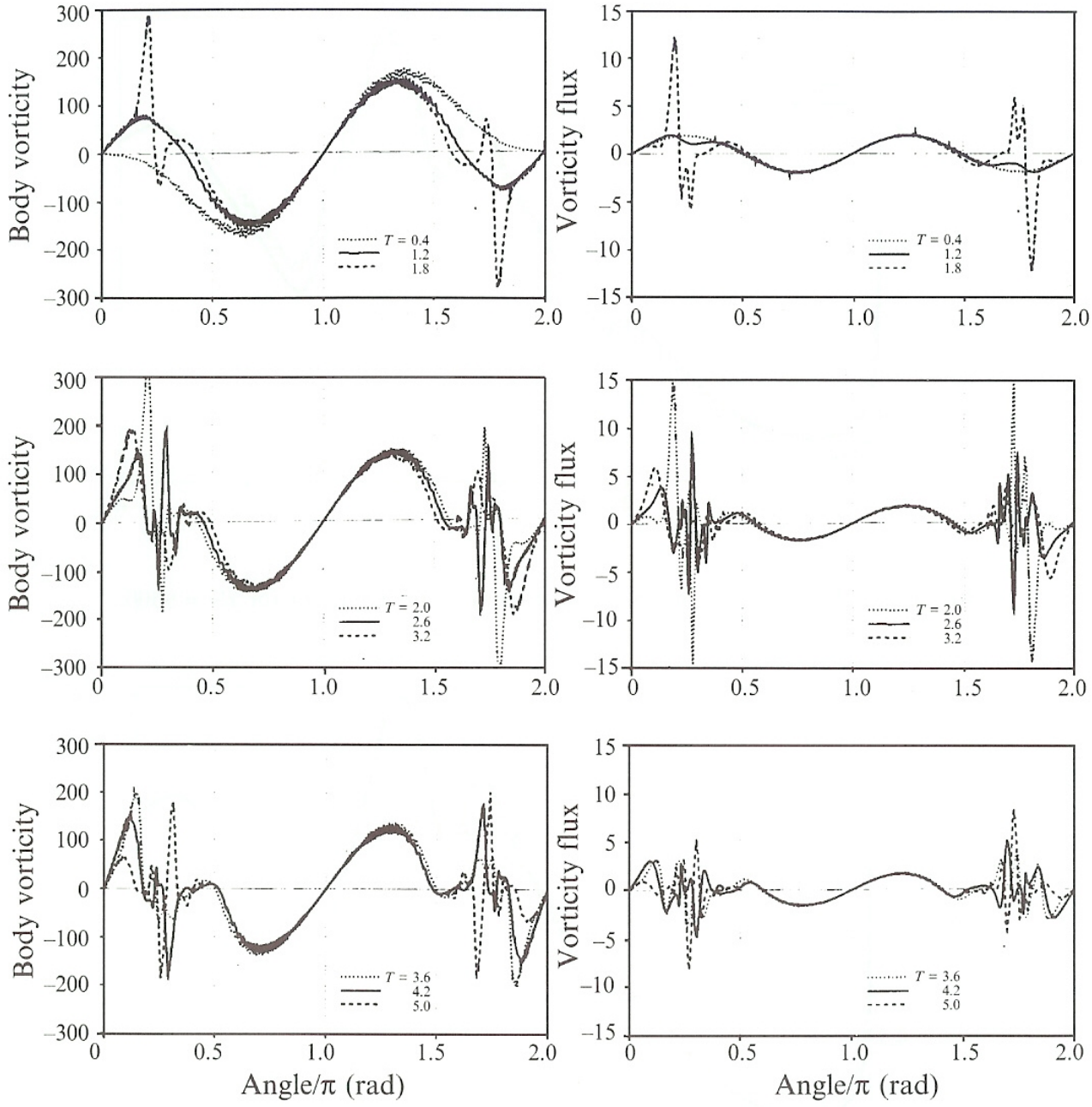


FIG. 1.13 – Evolution du cisaillement et de la pression autour du cylindre à différents instants (d'après KOUMOUTSAKOS & LEONARD (1995))

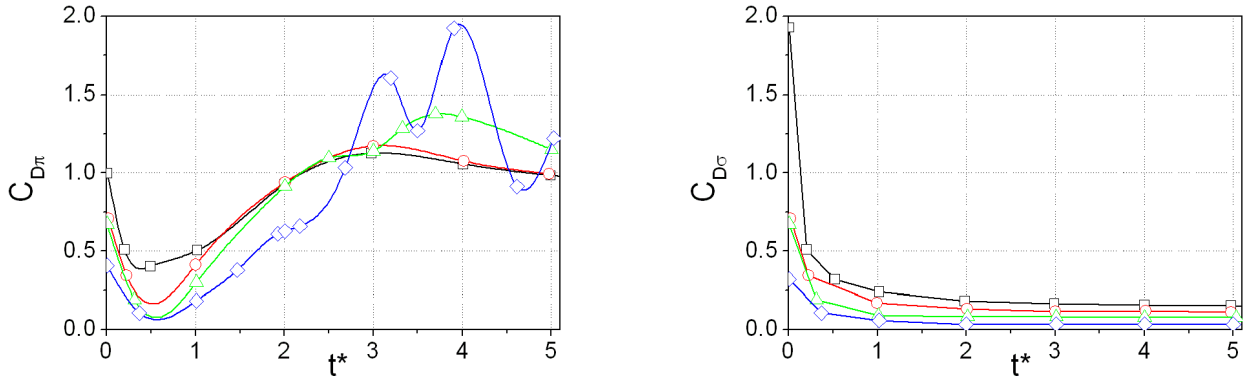


FIG. 1.14 – Coefficient de trainée due à la pression $C_{D\pi}$ et au cisaillement $C_{D\sigma}$ en fonction du temps réduit t^* (KOUMOUTSAKOS & LEONARD, 1995). $-\square-$ $Re = 550$; $-\bigcirc-$ $Re = 1000$; $-\triangle-$ $Re = 3000$; $-\Diamond-$ $Re = 9500$.

1.5 Phénomènes hydrodynamiques

1.5.1 Cavitation

La cavitation est la formation dans un point d'un liquide d'une phase vapeur lorsque la pression absolue devient égale ou inférieure à la pression de vapeur saturante au cours d'un processus isotherme (BRENNEN, 1995). La création de cavitation s'explique comme la rupture du liquide sous des contraintes plus fortes que sa tension théorique de rupture. Cependant, la cavitation s'amorce avant d'atteindre cette tension théorique car le liquide n'est pas totalement pur. En effet, la présence d'impuretés, comme des micro-inclusions de mélange gaz vapeur dans le liquide ou des imperfections dans la surface solide en contact avec le fluide accélèrent le processus de cavitation. Il est alors difficile de définir des critères exacts d'apparition de cavitation car il serait nécessaire d'avoir des connaissances micrométriques sur le fluide et son environnement. En réalité, la cavitation est observée macroscopiquement et il est possible de distinguer trois types de cavitations : les bulles, les poches (ou cavitation attachée) et les tourbillons. Ces formes de cavitations peuvent co-exister et interagir entre elles sur une même configuration (ASTOLFI, 2003).

- La cavitation sous forme de bulles apparaît par exemple pour un écoulement autour d'un plan porteur avec une distribution de pression quasi-uniforme. Les bulles grossissent dans la zone de dépression, puis implosent lorsqu'elles transitent vers les régions où la pression augmente à nouveau. Ces implosions extrêmements rapides (quelques micro-secondes), gênèrent des ondes de pression de très fortes amplitudes et ont un pouvoir corrosif important.
- La cavitation attachée apparaît sous la forme d'une poche de vapeur. Elle est initiée au voisinage du bord d'attaque des obstacles sous forme d'une bande de vapeur ou d'un chapelet de petites bulles ou de "doigts" de cavitation. Dans le cas de corps axisymétriques, l'initiation de la bande de cavitation peut être observée dans le cas de décollement laminaire de couche limite. Dans le cas où les obstacles ne présentent pas de décollement de couche limite, il se forme plutôt une cavitation par bulle au début de la zone de transition de la couche limite.
- La troisième forme de cavitation apparaît sous forme de tourbillons cavitants. Elle se produit dans les zones de l'écoulement où la vorticité est forte, comme les zones de dé-

collements ou de cisaillement. Dans ce cas, le dépression induite au coeur des tourbillons est suffisamment forte pour permettre l'apparition de cavités de vapeur.

L'apparition de la cavitation provient donc de zones de forte depression autour d'un obstacle conduisant à une transition liquide/vapeur du fluide en question. Il sera alors intéressant dans notre cas d'étude de porter une attention particulière sur l'évolution du champ de pression autour du cylindre ainsi que la présence d'éventuels tourbillons.

1.5.2 Instabilité

Une instabilité est définie comme un état dit déséquilibré provenant d'un précédent état stable auquel une perturbation a été introduite. La nature des perturbations joue un rôle prépondérant dans le passage d'un état stable vers un état instable (Drazin & Reid, 1981). En effet, il est possible que ces dernières s'amortissement ou au contraire s'amplifient suffisamment pour que l'écoulement devienne instable (Schmid & Henningson, 1981). Il existe de nombreuses instabilités, telles que Rayleigh-Benard, Taylor-Couette, Benard-Marangoni, Görtler, Honji, Benard-Von Karman , Kelvin-Helmhotz et bien d'autres encore (Guyon et al., 1998; Chassaing, 2000).

Dans le cas d'une géométrie cylindrique, il est possible d'en relever plusieurs. La plus connue est l'instabilité de Benard-Von Karman qui se manifeste dans le cas d'un cylindre soumis à une vitesse constante. Des tourbillons sont lachés alternativement et périodiquement dans le sillage du cylindre. Cette dernière apparaît pour des nombres de Reynolds supérieurs à 50 et pour des grandes valeurs de t^*. En effet, il est nécessaire que l'écoulement soit pourvu des deux tourbillons principaux pour que l'instabilité apparaisse. Il existe dans la configuration de cet écoulement, des instabilités dites tri-dimensionnelles. Elles apparaissent pour un nombre de Reynolds supérieure à 150 et se mêlent à l'allée de Benard-Von Karman (figure 1.10).

Pour un cylindre oscillant, il est possible d'en discerner aussi plusieurs. La première est à l'image de l'allée de Benard-Von Karman. En effet, il se crée lors de l'apparition des tourbillons principaux une dissymétrie produisant de chaque coté du cylindre une allée (figure 1.4). Ce phénomène n'apparaît qu'après plusieurs oscillations (une vingtaine environ) et est borné dans une gamme de valeur du nombre de Stokes et de Keulegan-Carpenter. Pour des gammes de β et de KC supérieures, cette allée devient dissymétrique par rapport l'axe transversal et génère une autre instabilité (figure 1.5). La dernière instabilité est celle d'Honji apparaissant sous forme de champignons périodiques selon l'axe de révolution (figure 1.3).

Ces diverses instabilités se créent généralement au dela d'un seuil exprimé par un nombre adimensionel (valeur critique) et surtout après un certain temps. En effet, ces dernières se développent à partir d'un état stable déjà mis en place et apparaissent progressivement.

1.5.3 Compressibilité

La compressibilité est par définition une diminution (ou une augmentation) du volume fluide en réponse à un accroissement (ou une diminution) de la pression. Ce phénomène est mesuré par la diminution relative $\delta\rho/\rho$ du volume de l'unité de masse par augmentation δp de la pression à entropie fixée :

$$\left.\frac{\delta\rho}{\rho}\right|_S = -\alpha\delta p$$

Ces effets de compressibilité se caractérisent par la propagation d'ondes de pression à une célérité c définie par :

$$c^2 = \left.\frac{\delta p}{\delta \rho}\right|_S = \frac{1}{\rho \alpha}$$

Dans le cas d'un fluide en mouvement, il est possible de mettre en évidence le rapport entre la vitesse du fluide v et la célérité c, soit :

$$M = \frac{v}{c}$$

Ce nombre adimensionnel permet de distinguer cinq écoulements, soit :
- $M << 1$: écoulement incompressible
- $M < 1$: écoulement subsonique
- $M \simeq 1$: écoulement transsonique
- $M > 1$: écoulement supersonique
- $M > 5$: écoulement hypersonique

Dans le cas d'un écoulement instationnaire, la condition nécessaire pour que ce dernier soit incompressible est que la fréquence typique de la variation temporelle de la vitesse f_v soit très inférieure au rapport c/L, avec L une longueur caractéristique de l'écoulement (Fermigier, 2002).

Dans le cas de notre étude, il est possible de prédire l'effet de ce phénomène en première approximation. En effet, pour un choc sinus d'amplitude 30 g et de durée 15 ms, la vitesse maximale atteinte par le cylindre est de 1.5 m/s avec une célérité du son dans l'eau de 1500 m/s, le nombre de Mach est égal à 1.10^{-3} et est très petit devant l'unité et la fréquence caractéristique de l'écoulement, soit $f_v = 1/T_0 = 66$ Hz est très petite devant le rapport c/L, soit 30000 Hz. Au vue de ces résultats, il est raisonnable de supposer les effets de compressibilité négligeable.

1.6 Conclusion

Comme nous l'avons vu dans les paragraphes précédents, il existe de nombreuses études autour d'un cylindre mis en mouvement dans un fluide, notamment l'écoulement provoqué par le mouvement impulsionnel et/ou par le mouvement harmonique. Ces deux types d'écoulements sont paramétrés par des nombres adimensionnels permettant alors de définir une cartographie de l'écoulement. De la même façon, nous allons dans ce mémoire tenter d'établir une cartographie de l'écoulement rassemblant les différents phénomènes rencontrés dans une gamme de nombres adimensionnels judicieusement définis. Une attention particulière sera portée à l'évolution et au niveau d'amplitude des forces et du champ de pression s'appliquant sur le cylindre.

Ces différents objectifs seront réalisées à l'aide du développement de trois outils distincts ;
- une étude analytique des forces fluides
- une étude numérique simulant l'écoulement engendré par le mouvement du cylindre dans le fluide
- une étude expérimentale reproduisant le choc réel d'un cylindre dans un fluide

Ces trois outils nous permettront alors d'avoir un spectre de compréhension large et d'obtenir des résultats critiquables et quantifiables.

Formulation analytique des forces fluides

Ce chapitre propose la formulation analytique des forces fluides agissant sur un corps en mouvement. Cette formulation est particulièrement détaillée pour un cylindre, une plaque plane et une sphère sous l'hypothèse d'un fluide visqueux et de petits déplacements des corps. En premier lieu, une revue de l'état de l'art est présentée et accompagnée d'une proposition d'un formalisme des forces pour un corps de forme quelconque et pour un mouvement oscillatoire ou en impulsion de Dirac. Dans la deuxième partie de ce chapitre, les méthodes de la recomposition spectrale et le principe de superposition des écoulements, permettant d'obtenir une formulation générale des forces pour un mouvement arbitraire, sont présentées. Cette étude est validée dans le cas d'un écoulement de Couette plan où l'attention sera particulièrement portée sur les effets d'histoires.

2.1 Problématique et objectif

L'objectif principal de ce chapitre est d'obtenir une formulation pour le calcul des forces fluides longitudinales agissant sur un cylindre soumis à un choc sinus. Comme il a été présenté dans le chapitre précédent, l'état de l'art ne fait pas référence à ce type de mouvement mais de nombreuses études ont été réalisées pour le calcul des forces fluides autour d'un cylindre notamment pour un mouvement harmonique[1] et une accélération de Dirac[2] (Melot et al., 2006a). Cependant, il existe dans la littérature des formulations générales permettant de calculer les forces fluides pour n'importe quel type de mouvement dans le cas de géométries spécifiques, telles que la plaque plane et la sphère. Ces formulations générales peuvent être obtenues à partir de deux méthodes. La première est connue sous le nom de la méthode de la recomposition spectrale. Cette méthode consiste a réaliser des opérations de transformée de Fourier à partir d'une formulation des calculs de forces pour un mouvement harmonique (Melot et al., 2006b). Le but de ce chapitre est donc de s'inspirer de cette méthode pour le cas d'un cylindre. Une deuxième méthode est proposée ici, plus directe que la première, utilisant les formulations en accélération de Dirac. Cette méthode est nommée, méthode de superposition des écoulements.

[1] En première approximation, il est possible d'imaginer que l'accélération sinusoïdale peut se résumer à une période d'un harmonique mais cette hypothèse se révèle fausse. En effet, la formulation dans le cas d'un mouvement harmonique ne prend pas en compte le départ du cylindre, c'est à dire la partie transitoire. De plus, la vitesse et le déplacement du cylindre ne peuvent pas se résumer à des fonctions harmoniques.

[2] Il existe d'autres types de mouvement apparaissant que très rarement dans la littérature, tel qu'une accélération constante (Honji & Taneda, 1969), ou des accélérations parabolique et exponentielle (Görtler, 1944) (Watson, 1955)

2.2 Forces fluides s'exerçant sur un corps soumis à un mouvement harmonique

2.2.1 Formalisation

D'une manière générale, la force s'exerçant sur un corps en mouvement harmonique peut s'exprimer par la somme d'un terme harmonique de pression C_π proportionnel à l'accélération du corps $\ddot{\chi}(t)$ et d'un terme harmonique de cisaillement C_σ proportionnel lui aussi à l'accélération :

$$\begin{aligned} \varphi &= \varphi_\pi + \varphi_\sigma \\ &= -C_\pi \ddot{\chi}(t) - C_\sigma \ddot{\chi}(t) \end{aligned} \tag{2.1}$$

Le terme harmonique de pression C_π est la somme d'un terme de masse d'eau déplacée M_D et d'un terme de viscosité E_ν ; le terme harmonique de cisaillement C_σ se résume uniquement au terme de viscosité E_ν. Si N est la dimension du problème, ces termes s'écrivent :

$$C_\pi = M_D \left(\frac{1}{N-1} + E_\nu \right) \tag{2.2}$$

$$C_\sigma = M_D (N-1) E_\nu \tag{2.3}$$

avec $N = 2$ pour une plaque plane et un cylindre et $N = 3$ pour un corps tridimensionnel comme la sphère. Le terme E_ν peut s'écrire sous la forme d'une partie réelle h et d'une partie complexe h', soit $E_\nu = h + ih'$. Les coefficients h et h' dépendent des caractéristiques géométriques, des propriétés du fluide et de la fréquence d'oscillations w ($w = 2\pi/T$). L'équation (2.1) s'écrit alors :

$$\varphi = -M_D[(\frac{1}{N-1} + h)\ddot{\chi}(t) + h' w \dot{\chi}(t)] - M_D(N-1)[h\ddot{\chi}(t) + h' w \dot{\chi}(t)] \tag{2.4}$$

Si le fluide est non visqueux, la force fluide est proportionnelle à l'accélération via le terme de masse d'eau déplacée (Fritz, 1975) :

$$\varphi = -\frac{M_D}{N-1} \ddot{\chi}(t) \tag{2.5}$$

L'équation générale (2.4) peut aussi s'écrire sous la forme d'un terme de masse ajoutée C_M proportionnelle à l'accélération et d'un terme d'amortissement C_V proportionnelle à la vitesse (Chen, 1987) :

$$\varphi = -C_M \ddot{\chi}(t) - C_V \dot{\chi}(t) \tag{2.6}$$

avec $C_M = M_D k$ et $C_V = M_D w k'$. k et k' sont liées aux coefficients h et h' par les relations suivantes :

$$\begin{cases} k = \dfrac{1}{N-1} + Nh \\ k' = Nh' \end{cases}$$

La formulation (2.4) peut donc être appliquée pour n'importe quelle géométrie et est validées ci-dessous dans le cas d'une plaque plane, d'une sphère et d'un cylindre.

2.2.2 Plaque plane

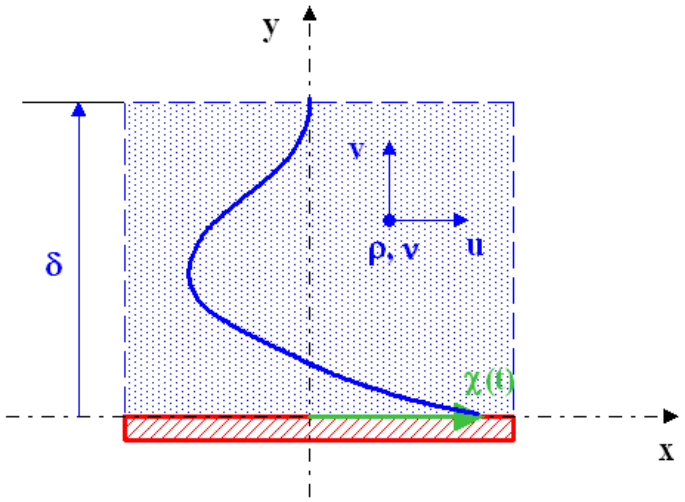


FIG. 2.1 – Plaque plane oscillant à une vitesse $\dot{\chi}(t)$ dans un milieu fluide semi-infini.

Considérons une paroi de dimension infinie se déplacant dans un plan suivant une seule direction dans un milieu fluide semi-infini (voir figure 2.1). Cette paroi subit des oscillations entretenues du type $\dot{\chi}(t) = U_0 e^{-iwt}$. En l'absence de toute autre force extérieure (gravité, pression), le mouvement du fluide résulte exclusivement du déplacement de la plaque. La solution décrite ci-dessous est basée sur l'hypothèse d'un champ de vitesse $\mathbf{V}(u, v)$ ne dépendant que de la direction y et du temps t. Du fait de cette hypothèse, le champ de vitesse u est indépendant de la coordonnée x entraînant ainsi une vitesse normale au plan v nulle en raison de la condition d'incompressibilité du fluide ($\nabla.\mathbf{V} = 0$). Les conditions aux limites sont alors :

$$\begin{cases} u(0,t) = U_0 e^{-iwt} \quad \forall t > 0 & (2.7) \\ u(\infty,t) = 0 \quad \forall t > 0 & (2.8) \end{cases}$$

Le terme $\mathbf{V}.\nabla\mathbf{V}$ de l'équation NAVIER STOKES est alors nul et l'équation du mouvement se réduit à :

$$\frac{\partial u}{\partial t} = \nu \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} \tag{2.9}$$

La solution de l'équation (2.9) est de la forme (LANDAU & LIFSHITZ, 1987) :

$$u(y,t) = U_0 e^{i(lx - wt)} \tag{2.10}$$

avec

$$iw = \nu k^2 \ ; \ l = (1+i)/\delta \ ; \ \delta = \sqrt{2\nu/w}$$

où δ est l'épaisseur caractéristique de la couche limite engendrée par le mouvement de la plaque. Les forces s'exerçant sur la plaque sont seulement dues à la contrainte de cisaillement. La force s'écrit alors sous la forme suivante :

$$\varphi = \varphi_\sigma = \mu \left.\frac{du}{dy}\right|_{y=0} = -C_\sigma \ddot{X}(t) \tag{2.11}$$

avec $C_\sigma = \rho\sqrt{\frac{1}{4}\frac{2\nu}{w}}(1+i)$. Dans le cas particulier de ce problème bidimensionel ($N = 2$), la masse d'eau déplacée[3] M_D se résume à la masse volumique ρ et les coefficients h et h' sont égaux à $h = h' = \sqrt{\frac{1}{4}\frac{2\nu}{w}}$. la relation (2.6) s'écrit dans ce cas :

$$\varphi = -M_D\left[\frac{1}{2}\sqrt{\frac{2\nu}{w}}\ddot{X}(t) - \frac{1}{2}\sqrt{\frac{2\nu}{w}}w\dot{X}(t)\right] \tag{2.12}$$

2.2.3 Sphère

Considérons maintenant une sphère de diamètre D oscillant à une vitesse $\dot{\chi}(t)$ dans un fluide incompressible, visqueux et non pesant en milieu infini tridimensionnel ($N = 3$) initialement au repos. Dans ces conditions, l'équation (2.4) s'écrit :

$$\varphi = -M_D[(\frac{1}{2}+h)\ddot{\chi}(t) + h'w\dot{\chi}(t)] - 2M_D[h\ddot{\chi}(t) + h'w\dot{\chi}(t)] \tag{2.13}$$

Dans le cas linéaire des équations de Stokes, Stokes (1851) a déterminé les forces s'exerçant sur la sphère. Les coefficients h et h' sont alors égaux à :

$$\begin{cases} h = \dfrac{3}{2D}\sqrt{\dfrac{2\nu}{w}} \\ h' = \dfrac{3}{2D}\sqrt{\dfrac{2\nu}{w}} + \dfrac{6}{D^2}\dfrac{\nu}{w} \end{cases} \tag{2.14}$$

avec $M_D = \dfrac{\rho\pi D^3}{6}$. Pour la formulation classique rencontrée dans la littérature (equation 2.6), les coefficients k et k' s'écrivent (Hussey & Vujacic, 1967) :

$$\begin{cases} k = \dfrac{1}{2} + \dfrac{9}{2D}\sqrt{\dfrac{2\nu}{w}} \\ k' = \dfrac{9}{2D}\sqrt{\dfrac{2\nu}{w}} + \dfrac{18}{D^2}\dfrac{\nu}{w} \end{cases} \tag{2.15}$$

2.2.4 Cylindre

Considérons maintenant, un cylindre de diamètre D (voir figure 7) oscillant dans un fluide visqueux incompressible et non pesant dans un état initial au repos en milieu infini bidimensionel ($N = 2$). L'équation (2.4) s'écrit dans ce cas :

$$\varphi = -M_D[(1+h)\ddot{\chi}(t) + h'w\dot{\chi}(t)] - M_D[h\ddot{\chi}(t) + h'w\dot{\chi}(t)] \tag{2.16}$$

Stokes (1851) a également résolu les forces agissant sur le cylindre dans le cas de l'équation de Stokes (voir en annexe A), les coefficients s'écrivent sous la forme suivante :

$$h - ih' = \frac{4}{\lambda D}\frac{K_1(\lambda D/2)}{K_0(\lambda D/2)} \tag{2.17}$$

[3]Notons que physiquement la plaque plane n'entraîne pas dans son déplacement une masse d'eau du fait de la direction parallèle du mouvement de la plaque par rapport au fluide. Cette relation est pourtant écrite ici mathématiquement car elle permet à l'origine d'obtenir une formulation générale pour n'importe quel corps.

avec $M_D = \dfrac{\rho\pi D^2}{4}$, $\lambda = \sqrt{\dfrac{iw}{\nu}}$. K_1 et K_0 sont respectivement les fonctions de Bessel modifiées de seconde espèce à l'ordre 1 et 0 (Abramowitz & Stegun, 1970). Wang (1968) formule les coefficients h et h' à partir de la méthode des développements asymptotiques raccordés. Cette approche consiste à scinder le domaine en deux parties, un écoulement potentiel loin du cylindre (outer) et une couche limite visqueuse (inner) près de la paroi. Les champs de vitesse sont ensuite approximés par des développements en série jusqu'à l'ordre 3 par la méthode de Blasius (voir en annexe B). Les deux coefficients s'expriment comme :

$$\begin{cases} h = \dfrac{2}{D}\sqrt{\dfrac{2\nu}{w}} + \dfrac{1}{4D^3}\left(\dfrac{2\nu}{w}\right)^{3/2} \\ h' = \dfrac{2}{D}\sqrt{\dfrac{2\nu}{w}} + \dfrac{2}{D^2}\dfrac{2\nu}{w} - \dfrac{1}{4D^3}\left(\dfrac{2\nu}{w}\right)^{3/2} \end{cases} \tag{2.18}$$

Stuart (1963) a approché le modèle de Stokes à l'ordre 2 en formulant l'hypothèse que les termes en fonction de Bessel se réduisent à $\dfrac{K_1(\lambda D/2)}{K_0(\lambda D/2)} = 1 + \dfrac{1}{\lambda D_0}$. Il vient alors les coefficients h et h' :

$$\begin{cases} h = \dfrac{2}{D}\sqrt{\dfrac{2\nu}{w}} \\ h' = \dfrac{2}{D}\sqrt{\dfrac{2\nu}{w}} + \dfrac{2}{D^2}\dfrac{2\nu}{w} \end{cases} \tag{2.19}$$

Sinyavaskii et al. (1980) ont exprimé ces coefficients d'une manière approchée à l'ordre 1 en faisant tendre le rapport des deux fonctions de Bessel précédentes vers 1. Les coefficients h et h' s'écrivent alors :

$$h = h' = \frac{2}{D}\sqrt{\frac{2\nu}{w}} \tag{2.20}$$

Les coefficients h et h' du modèle de Stokes sont représentés à la figure (2.2) en fonction du nombre β. Pour des grandes valeurs de β, les coefficient h et h' tendent vers 0, le fluide peut être considéré sous ces hypothèses comme non visqueux. Pour des faibles β, les deux coefficients tendent vers une valeur infinie.

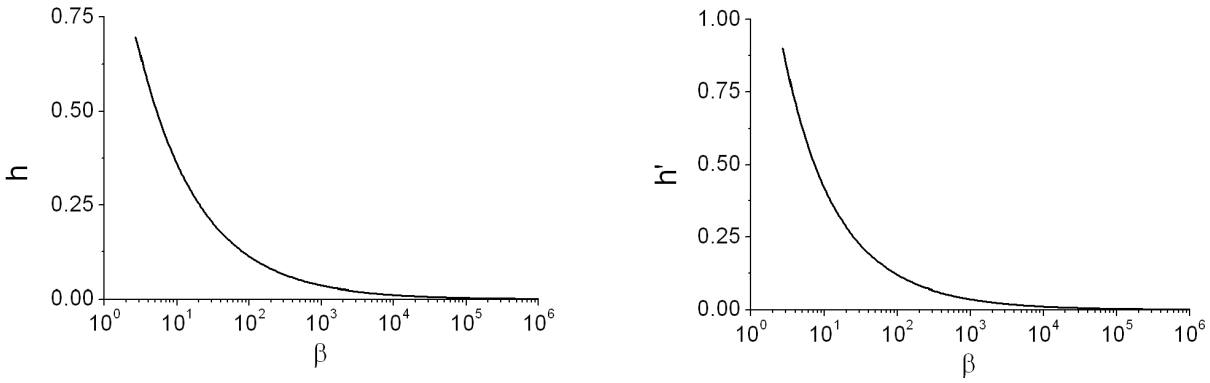


Fig. 2.2 – Evolution des coefficients h et h' du modèle de Stokes en fonction du nombre β.

.

La figure (2.3) présente l'écart ϵ en pourcent entre les différents modèles comparés à celui de STOKES pour les coefficients h et h' en fonction du nombre β, soit :

$$\epsilon(h_i) = 100 \times \frac{h_{\text{STOKES}} - h_i}{h_{\text{STOKES}}} \quad ; \quad \epsilon(h'_i) = 100 \times \frac{h'_{\text{STOKES}} - h'_i}{h'_{\text{STOKES}}} \tag{2.21}$$

avec l'indice i pouvant représenter le modèle de SINYAVASKII, celui de STUART ou le modèle de WANG. La différence ϵ entre les différents modèles pour le coefficient h est très faible (inférieure à 1% quelque soit β) : le modèle de SINYAVASKII à l'ordre 1 est suffisant pour décrire correctement les effets du fluide. Pour le coefficient h', la différence n'excède pas 1% pour le modèle de STUART et celui de WANG par rapport au modèle de STOKES. A noter que la différence entre ces deux modèles (WANG et STUART) est faible, par conséquent la prise en compte de l'ordre 3 ne s'avère pas pertinente. Il existe cependant une différence importante entre le modèle de SINYAVASKII et le modèle de STOKES pour des valeurs de β inférieures à 100, soit plus de 5%. Par contre pour des valeurs supérieures, la différence entre les différents modèles est faible, le modèle d'ordre 1 de SINYAVASKII est suffisant.

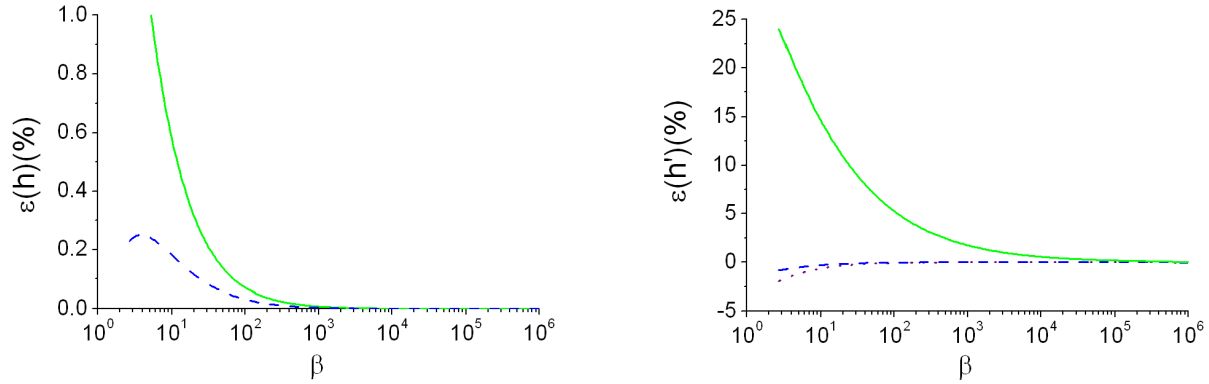


FIG. 2.3 – Ecart en pourcent ϵ entre les différents modèles par rapport à celui de STOKES en fonction du nombre β pour les coefficients h et h'. — Modèle de SINYAVASKII ; ... Modèle de STUART ; - - - Modèle de WANG.

Remarque 1 *Il est remarquable de constater que pour n'importe quel corps, les coefficient h et h' exprimés à l'ordre 1 sont proportionnels à l'épaisseur caractéristique de la couche limite* $\delta = \sqrt{\frac{2\nu}{w}}$.

2.3 Forces fluides s'exerçant sur un corps soumis à une accélération de Dirac

2.3.1 Formalisation

Les forces de pression φ_π et de cisaillement φ_σ sont directement proportionnelles à la vitesse imposé U_0 (SCHLICHTING, 1979) liée au terme de traînée due à la viscosité D_ν. La force fluide s'écrit alors :

$$\begin{aligned} \varphi &= \varphi_\pi + \varphi_\sigma \\ &= -M_D D_\nu U_0 - M_D(N-1)D_\nu U_0 \end{aligned} \tag{2.22}$$

avec N la dimension du problème. Les forces fluides peuvent être adimensionnées par la force hydrodynamique $\varphi_H = 0.5\rho U_0^2 A$ (avec A la surface du corps projetée dans la direction normale au mouvement)). Il vient alors les coefficients de trainée C_{D_π} et C_{D_σ}, respectivement liés à la pression et à la viscosité :

$$\begin{cases} C_{D_\pi} = \dfrac{\varphi_\pi}{0.5\rho U_0^2 A} \\ C_{D_\sigma} = \dfrac{\varphi_\sigma}{0.5\rho U_0^2 A} \end{cases}$$

La formulation (2.22) peut donc être appliquée pour n'importe quelle géométrie et elle est vérifiée ici dans le cas d'une plaque plane, d'une sphère et d'un cylindre.

2.3.2 Plaque plane

Dans ce type d'écoulement, les équations de NAVIER STOKES se réduisent à (voir pour plus de précision la section 2.2.2) :

$$\frac{\partial u}{\partial t} = \nu \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} \tag{2.23}$$

où $u(y,t)$ est la vitesse et ν la viscosité cinématique du fluide. La paroi subit une accélération de DIRAC $\delta(t)$ suivie d'une translation à vitesse constante U_0. Les conditions initiales sont alors :

$$\begin{cases} u(0,t) = U_0 \quad \text{pour} \quad t > 0 \\ u(\infty,t) = 0 \quad \text{pour} \quad t > 0 \end{cases} \tag{2.24}$$

La solution de l'équation (2.23) avec les conditions limites énoncées ci-dessus est de la forme (SCHLICHTING, 1979) :

$$\frac{u}{U_0} = \text{erfc}\frac{y}{2\sqrt{\nu t}} \tag{2.25}$$

avec $\text{erfc}(x)$, la fonction d'erreur complémentaire, donnée par :

$$\text{erfc}(x) = \frac{2}{\sqrt{\pi}} \int_x^\infty e^{-\xi^2} d\xi \tag{2.26}$$

La force tangentielle s'exerçant sur la plaque s'écrit (Erdogan, 2002) :

$$\varphi_\sigma = \mu \left.\frac{du}{dy}\right|_{y=0} = -M_D D_\nu U_0 \tag{2.27}$$

avec $M_D = \rho$ et $D_\nu = \sqrt{\frac{\nu}{\pi}}\frac{1}{\sqrt{t}}$.

2.3.3 Sphère

En utilisant la méthode des dévoppements asymptotiques raccordés, Wang (1969) a déterminé les forces s'exerçant sur une sphère en réalisant un développement en série conduit jusqu'à l'ordre 2. Les coefficients de trainée dus à la pression C_{D_π} et à la viscosité C_{D_σ} faisant apparaître le nombre de Reynolds et le temps réduit, s'écrivent alors comme :

$$\begin{aligned} C_{D_\pi} &= -\frac{4}{\sqrt{\pi}}(Re\ t^*)^{-1/2} - \frac{8}{Re} \\ C_{D_\sigma} &= 2C_{D_\pi} \end{aligned}$$

avec $Re = \frac{U_0 D}{\nu}$, $t^* = \frac{tU_0}{D}$. La force hydrodynamique est $\varphi_H = \frac{1}{2}\rho U_0^2 \frac{\pi D^2}{4}$. La force totale peut s'écrire sous la forme générale de l'équation (2.22) :

$$\varphi = -M_D D_\nu U_0 - 2M_D D_\nu U_0 \tag{2.28}$$

avec $M_D = \frac{\rho\pi D^3}{6}$. Le coefficient D_ν s'écrit ainsi :

$$D_\nu = \frac{3}{D}\sqrt{\frac{\nu}{\pi}}\frac{1}{\sqrt{t}} + \frac{6\nu}{D^2} \tag{2.29}$$

2.3.4 Cylindre

Les travaux de Collins & Dennis (1973) sont basés sur la méthode de Blasius. Les équations de Navier Stokes incluant le terme non linéaire convectif sont exprimées dans un repère cylindrique, plus adapté au problème. Le développement en série est conduit jusqu'à l'ordre 7 à l'aide de la technique des différences finies.

Les coefficients de trainée dus à la pression C_{D_π} et à la viscosité C_{D_σ} s'écrivent alors :

$$\begin{aligned} C_{D_\pi} &= \pi(4Re\ t^*)^{-1/2}\Big(2.557 + m - 0.141m^2 + 4(4.59 - 22.1m + 78.8m^2)t^{*^2} + \\ &\quad 8(2.68 - 40.5m - 219.3m^2)t^{*^4} + 57.216t^{*^6}\Big) \\ C_{D_\sigma} &= \pi(4Re\ t^*)^{-1/2}\Big(2.557 + m - 0.141m^2 + 0.662m^3 - 4(0.092 - 1.60m + 6.90m^2 - 22.7m^3)t^{*^2} - \\ &\quad 16(0.074 - 1.24m + 12.12m^2 + 24.35m^3)t^{*^4} + 64(0.008 + 0.196m)t^{*^6})\Big) \end{aligned}$$

avec $m = 4\sqrt{\frac{t^*}{Re}}$, $Re = \frac{U_0 D}{\nu}$, $t^* = \frac{tU_0}{D}$. La force hydrodynamique est $\varphi_H = \frac{1}{2}\rho U_0^2 D$. Les forces de pression et de cisaillement peuvent s'exprimer linéairement jusqu'à l'ordre 3 sous la forme

générale de l'équation (2.22) :

$$\begin{cases} \varphi_\pi = M_D \left[\dfrac{4.532}{D}\sqrt{\dfrac{\nu}{\pi t}} + \dfrac{4}{D^2}\nu - 2.556\dfrac{\nu^{3/2}}{D^3}\sqrt{t} + \vartheta(t^*) \right] U_0 \\ \varphi_\sigma = \varphi_\pi \end{cases} \tag{2.30}$$

avec $M_D = \dfrac{\rho\pi D^2}{4}$. Bar-Lev & Yang (1975) ont développé une méthode identique à celle développée par Wang. Les équations de Navier-Stokes sont résolues en tenant compte du terme non linéaire convectif. Les coefficients de trainée dus à la pression C_{D_π} et à la viscosité C_{D_σ} s'écrivent alors :

$$\begin{aligned} C_{D_\pi} &= \frac{2\sqrt{\pi}}{\sqrt{Re\ t^*}} + \frac{2\pi}{Re}\left(9 - \frac{15}{\sqrt{\pi}}\right) - \frac{30}{\sqrt{\pi}}\frac{\sqrt{t}^*}{Re^{3/2}} + 8\sqrt{\pi}\left[\left(\frac{108\sqrt{3}-89}{30\pi} + \frac{128}{135\pi^2} - \frac{11}{12}\right) + \right. \\ &\quad \left. 3\left(\frac{64}{45\pi^2} + \frac{27\sqrt{(3)}-11}{30\pi} - \frac{7}{12}\right)\right]\frac{t^{*3/2}}{\sqrt{Re}} \\ C_{D_\sigma} &= \frac{2\sqrt{\pi}}{\sqrt{Re\ t^*}} + \frac{2\pi}{Re} + 30\sqrt{\pi}\frac{\sqrt{t}^*}{Re^{3/2}} - 8\sqrt{\pi}\left[\left(\frac{108\sqrt{3}-89}{30\pi} + \frac{128}{135\pi^2} - \frac{11}{12}\right) + \right. \\ &\quad \left. 3\left(\frac{64}{45\pi^2} + \frac{27\sqrt{3}-11}{30\pi} - \frac{7}{12}\right)\right]\frac{t^{*3/2}}{\sqrt{Re}} \end{aligned}$$

Comme ci-dessus, ces expressions peuvent se restreindre au cas linéaire jusqu'à l'ordre 3 sous la forme générale de l'équation (2.22) :

$$\begin{cases} \varphi_\pi = M_D \left[\dfrac{4}{D}\sqrt{\dfrac{\nu}{\pi t}} + \dfrac{4}{D^2}\nu\left(9 - \dfrac{15}{\sqrt{\pi}}\right) - \dfrac{60}{\pi^{3/2}}\dfrac{\nu^{3/2}}{D^3}\sqrt{t} + \vartheta(t^*) \right] U_0 \\ \varphi_\sigma = M_D \left[\dfrac{4}{D}\sqrt{\dfrac{\nu}{\pi t}} + \dfrac{4}{D^2}\nu + \dfrac{60}{\sqrt{\pi}}\dfrac{\nu^{3/2}}{D^3}\sqrt{t} + \vartheta(t^*) \right] U_0 \end{cases} \tag{2.31}$$

Nous notons ici que le terme D_ν apparaissant dans la contribution due à la pression est différent de celui se trouvant dans la force du au cisaillement. Cette anomalie est due aux approximations de calculs réalisés par Bar-Lev & Yang (1975) dans leur étude.

Il est possible de définir un nouveau nombre adimensionnel définissant le rapport entre le temps de diffusion visqueuse D^2/ν et le temps courant t. Ce dernier est équivalent au nombre de Stokes, il sera alors noté β'. La figure (2.4) présente l'évolution du coefficient D_ν en fonction du nombre β' pour les deux modèles présentés ci-dessus. Pour des valeurs de β' supérieures à 100, les deux modèles sont quasiment identiques alors que pour des valeurs inférieures, les modèles prédisent des valeurs nettement différentes.

La figure (2.5) présente l'influence de l'ordre d'approximation du coefficients D_ν pour le modèle de Collins et Dennis. L'influence du niveau d'approximation est étudiée en comparant le coefficient D_ν^i exprimé à l'ordre i (pour $i = 1$ à 2) par rapport au coefficient D_ν^3 écrit à l'ordre 3 (voir equation 2.30). Ce rapport est décrit par l'écart ϵ, soit :

$$\epsilon(D_\nu^i) = \frac{D_\nu^3 - D_\nu^i}{D_\nu^3} \tag{2.32}$$

D'après la figure(2.5), l'écart entre la solution exprimée à l'ordre 1 et à l'ordre 3 est faible (inférieure à 0.5%) quelles ques soient les valeurs de β'. Ce constat illustre la faible influence des termes du deuxième et troisième ordre dans la solution.

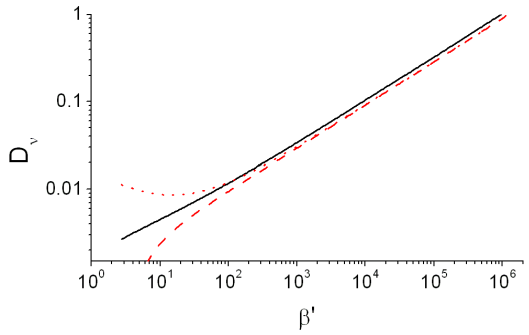


FIG. 2.4 – Evolution du coefficients D_ν en fonction de β'. — Modèle de COLLINS & DENNIS ; - - - Modèle de BAR-LEV & YANG pour D_ν lié à la contribution due à la pression et . . . Modèle de BAR-LEV & YANG pour D_ν lié la contribution du au cisaillement.

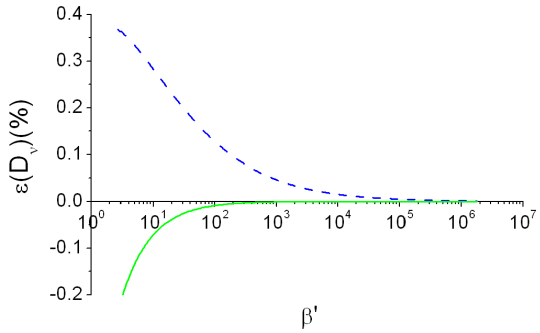


FIG. 2.5 – Influence ϵ de l'ordre d'approximation du coefficient D_ν pour le modèle de COLLINS & DENNIS en fonction du nombre β'. - - - Approximation du 1er ordre ; — Approximation du 2ème ordre.

La figure (2.6) présente l'influence de l'ordre d'approximation $\epsilon(D_\nu)$, (equation 2.32) du coefficients D_ν pour le modèle BAR-LEV et YANG, en distinguant la contribution à la pression et au cisaillement. Pour des nombres β' supérieurs à 100, l'écart $\epsilon(D_\nu)$ est quasiment nul. Un ordre d'approximation élevé n'est alors pas nécessaire, le premier terme des coefficients étant suffisant. Pour des nombres β' inférieurs, les écarts augmentent et il est nécessaire de considérer des solutions avec des ordres plus élevés. A noter que la différence entre le second et troisième ordre est faible, ce qui démontre que l'ordre 3 n'enrichit pas la solution d'une manière significative. En conséquence, les modèles de BAR-LEV *et al.* et de COLLINS *et al.* à l'ordre 1 sont valables pour des nombres de β' supérieur à 100 et à l'ordre 2 pour l'ensemble de la gamme de β'.

Remarque 2 *Il est remarquable de constater que pour n'importe quel corps (comme dans le cas de la formulation harmonique), le coefficient D_ν exprimé à l'ordre 1 est proportionnel à l'épaisseur caractéristique de la couche limite* $\delta = \sqrt{\dfrac{\nu}{\pi t}}$.

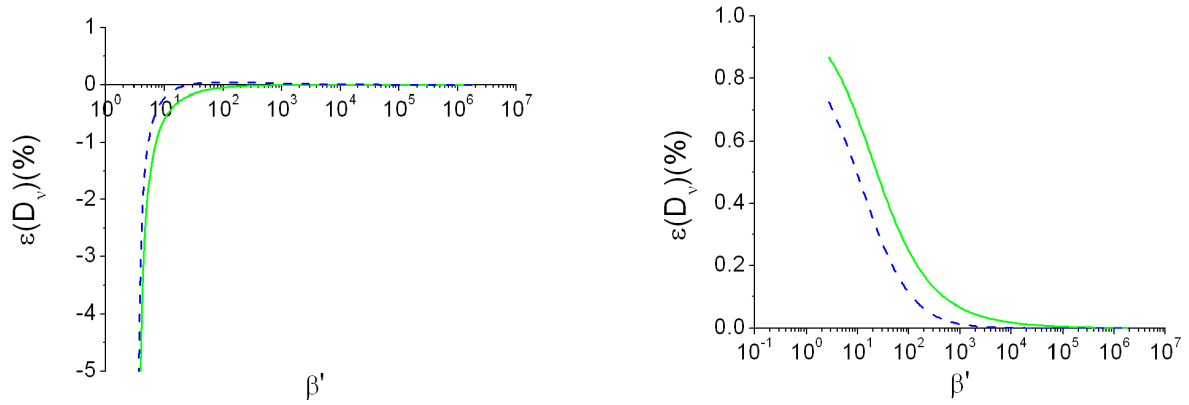


FIG. 2.6 – Influence de l'ordre d'approximation ϵ du coefficient D_ν pour le modèle de BAR-LEV & YANG en fonction du nombre β' (à gauche, la contribution du à la pression et à droite la contribution du au cisaillement). - - - Approximation du 1er ordre ; — Approximation du 2ème ordre.

2.4 Développement d'une formulation générale des forces pour un mouvement arbitraire

Le calcul des forces fluides exercées sur un corps soumis à un mouvement quelconque φ^Q peut être obtenu à partir de la méthode de la recomposition spectrale section 2.4.1) ou à partir de la méthode de superposition des écoulements (section 2.4.2). La première méthode est basée sur la connaissance de la formulation des forces dans le cas d'un mouvement harmonique φ^H alors que la seconde s'inspire de la formulation des forces dans le cas d'une accélération de DIRAC φ^D. Ces méthodes permettent alors d'obtenir une formulation générale des forces fluides pour un mouvement arbitraire (section 2.4.3).

2.4.1 Méthode de la recomposition spectrale

Principe de la méthode

La méthode de la recomposition spectrale consiste à obtenir une formulation des forces fluides agissant sur un corps soumis à un mouvement quelconque à partir d'une formulation des forces pour un corps oscillant dans un fluide au repos. La méthode consiste dans un premier temps à rechercher une solution en mouvement harmonique pour le corps étudié. Une transformée de FOURIER est ensuite appliquée sur cette solution pour passer dans le domaine fréquentiel. La dernière étape consiste à revenir dans le domaine temporel à l'aide d'une transformée de FOURIER inverse. La solution obtenue est alors une formulation générale où l'ensemble des transitoires créés par le mouvement est pris en compte. Cette méthode a été proposée par BASSET (1888) dans le cas d'une sphère à partir de la solution harmonique développé par STOKES (1851) décrit dans la section (2.2.3). LANDAU & LIFSHITZ (1987) ont aussi appliqué cette technique dans le cas de la plaque plane.

Développement

Le but de cette section est de proposer une formulation générale du calcul des forces pour un corps quelconque et pour n'importe quel type de mouvement. Pour cela, l'équation (2.4) est

prise comme solution de référence ; elle s'écrit :

$$\varphi^H(t) = -M_D[\frac{\ddot{\chi}(t)}{N-1} + h(w)\ddot{\chi}(t) + h'(w)w\dot{\chi}(t)] - M_D(N-1)[h(w)\ddot{\chi}(t) + h'(w)w\dot{\chi}(t)] \quad (2.33)$$

Les règles de transformée de FOURIER sont rappelés ci dessous. La transformée d'une fonction $f(t)$ est notée $\widehat{f}(\omega)$ et se calcule comme (LAAMRI, 2002) :

$$\mathcal{F}\{f(t)\} = \widehat{f}(\omega) = \int_{-\infty}^{+\infty} e^{-i\omega t} f(t) dt \quad (2.34)$$

La transformée inverse est :

$$\mathcal{F}^{-1}\left\{\widehat{f}(\omega)\right\} = f(t) = \frac{1}{2\pi}\int_{-\infty}^{+\infty} e^{i\omega t}\widehat{f}(\omega) d\omega \quad (2.35)$$

La dérivée en fréquence à l'ordre $n \in \mathbb{N}$, sous condition que f^n soit continue par morceaux, se calcule comme :

$$\mathcal{F}\{t^n f(t)\} = i^n \widehat{f^n}(\omega) \quad (2.36)$$

En appliquant ces règles à la solution harmonique, l'équation (2.33) s'écrit en prenant l'ensemble du spectre de fréquences :

$$\begin{aligned}\widehat{\varphi^H}(w) &= -M_D\left[\frac{1}{N-1}\int_{-\infty}^{\infty} e^{iwt}\ddot{\chi}(t)dt + \int_{-\infty}^{\infty} e^{iwt}h(w)\ddot{\chi}(t)dt + i\int_{-\infty}^{\infty} e^{iwt}h'(w)\ddot{\chi}(t)dt\right] \\ &- M_D(N-1)\left[\int_{-\infty}^{\infty} e^{iwt}h(w)\ddot{\chi}(t)dt + i\int_{-\infty}^{\infty} e^{iwt}h'(w)\ddot{\chi}(t)dt\right] \quad (2.37)\end{aligned}$$

Par transformée inverse, l'équation (2.37) s'écrit dans le domaine temporel sous la forme suivante :

$$\begin{aligned}\varphi^Q(t) &= -M_D\left[\frac{1}{N-1}\int_0^t \delta(t-\tau)\ddot{\chi}(\tau)d\tau + \int_0^t \widetilde{h}(t-\tau)\ddot{\chi}(\tau)d\tau + \int_0^t \widetilde{h}'(t-\tau)\ddot{\chi}(\tau)d\tau\right] \\ &- M_D(N-1)\left[\int_0^t \widetilde{h}(t-\tau)\ddot{\chi}(\tau)d\tau + \int_0^t \widetilde{h}'(t-\tau)\ddot{\chi}(\tau)d\tau\right] \quad (2.38)\end{aligned}$$

avec $\widetilde{h}$ et $\widetilde{h}'$ les transformées inverses respectives de h et h', $\delta(t)$ la fonction de DIRAC et τ la variable d'intégration. Cette formulation est validée dans le cas de la plaque plane et de la sphère pour être appliquée par la suite dans le cas du cylindre.

2.4.1.1 Plaque plane

Selon le problème décrit à la section 2.2.2, la force s'exerçant sur la plaque se résume à une force tangentielle, soit :

$$\varphi^H = M_D\left[h\ddot{\chi}(t) + h'\ddot{\chi}w(t)\right] \quad (2.39)$$

avec $M_D = \rho$ et $h = h' = \sqrt{\frac{\nu}{2w}}$. Selon la formulation générale (equation 2.38), la force s'écrit :

$$\varphi^Q = M_D\left[\int_0^t \widetilde{h}(t-\tau)\ddot{\chi}(\tau)d\tau + \int_0^t \widetilde{h}'(t-\tau)\ddot{\chi}(\tau)\right]d\tau \quad (2.40)$$

L'obtention de la formulation générale nécessite l'inversion de FOURIER des coefficients h et h' afin d'exprimer $\widetilde{h}$ et $\widetilde{h}'$. La transformée inverse de $\frac{1}{\sqrt{w}}$ étant égale à $\sqrt{\frac{1}{2\pi t}}$ (ABRAMOWITZ & STEGUN, 1970), les transformées inverses de h et h' sont alors :

$$\widetilde{h} = \widetilde{h'} = \sqrt{\frac{\nu}{4\pi t}} \tag{2.41}$$

L'équation (2.40) s'écrit donc (LANDAU & LIFSHITZ, 1987) :

$$\varphi^Q = M_D \sqrt{\frac{\nu}{\pi}} \int_0^t \frac{\ddot{\chi}(\tau)}{\sqrt{t-\tau}} d\tau \tag{2.42}$$

2.4.1.2 Sphère

Dans le cas d'un mouvement harmonique d'une sphère, la force agissant sur la sphère s'écrit (voir la section 2.2.3) :

$$\varphi^H = -M_D[(\frac{1}{2} + h)\ddot{\chi}(t) + h'w\dot{\chi}(t)] - 2M_D[h\ddot{\chi}(t) + h'w\dot{\chi}(t)] \tag{2.43}$$

avec :

$$\begin{cases} h = \dfrac{3}{2D}\sqrt{\dfrac{2\nu}{w}} \\ h' = \dfrac{3}{2D}\sqrt{\dfrac{2\nu}{w}} + \dfrac{6}{D^2}\dfrac{\nu}{w} \\ M_D = \dfrac{\rho\pi D^3}{6} \end{cases} \tag{2.44}$$

La force s'exerçant sur la sphère dans le cas d'un mouvement quelconque s'écrit selon la formulation générale (equation 2.38) :

$$\begin{aligned} \varphi^Q &= -M_D \left[\frac{1}{2}\int_0^t \delta(t-\tau)\ddot{\chi}(\tau)d\tau + \int_0^t \widetilde{h}(t-\tau)\ddot{\chi}(\tau)d\tau + \int_0^t \widetilde{h}'(t-\tau)\ddot{\chi}(\tau)d\tau\right] \\ &- 2M_D \left[\int_0^t \widetilde{h}(t-\tau)\ddot{\chi}(\tau)d\tau + \int_0^t \widetilde{h}'(t-\tau)\ddot{\chi}(\tau)d\tau\right] \end{aligned} \tag{2.45}$$

Le premier terme de l'équation se simplifie car :

$$\int_0^t \delta(t-\tau)\ddot{\chi}(\tau)d\tau = \ddot{\chi}(t)$$

Comme la transformée de $\frac{1}{w}$ est égale à l'unité, l'équation précédente devient :

$$\begin{aligned} \varphi^Q &= -M_D \left[\frac{1}{2}\ddot{\chi}(t) + \frac{3}{D}\sqrt{\frac{\nu}{\pi}}\int_0^t \frac{\ddot{\chi}(\tau)}{\sqrt{t-\tau}}d\tau + \frac{6\nu}{D^2}\dot{\chi}(t)\right] \\ &- 2M_D \left[\frac{3}{D}\sqrt{\frac{\nu}{\pi}}\int_0^t \frac{\ddot{\chi}(\tau)}{\sqrt{t-\tau}}d\tau + \frac{6\nu}{D^2}\dot{\chi}(t)\right] \end{aligned} \tag{2.46}$$

Cette dernière équation peut s'écrire sous une forme plus compacte et il est possible de retrouver l'écriture proposée par MEI et al. (1991) et ODAR & HAMILTON (1964) :

$$\varphi^Q = -M_D \left[\frac{1}{2}\ddot{\chi}(t) + \frac{9}{D}\sqrt{\frac{\nu}{\pi}} \int_0^t \frac{\ddot{\chi}(\tau)}{\sqrt{t-\tau}} d\tau + \frac{18\nu}{D^2}\dot{\chi}(t) \right] \tag{2.47}$$

avec de la gauche vers la droite, le terme d'inertie présent dans les écoulements irrotationnels, le terme de BASSET prenant en compte l'ensemble des transitoires de la sphère et le terme de trainée apparaissant dans les écoulements provoqués par le mouvement d'une sphère à vitesse constante.

2.4.1.3 Cylindre

La force s'exerçant sur un cylindre soumis à un mouvement harmonique s'écrit selon la section (2.2.4) :

$$\varphi^H = -M_D[(1+h)\ddot{\chi}(t) + h'w\dot{\chi}(t)] - M_D[h\ddot{\chi}(t) + h'w\dot{\chi}(t)] \tag{2.48}$$

avec $M_D = \dfrac{\rho\pi D^2}{4}$. Comme dans les autres cas, une inversion de FOURIER des fonctions h et h' est nécessaire. L'expression de ces coefficients selon le modèle de STOKES est complexe puisqu'elle fait intervenir des fonctions de BESSEL. Il n'est pas alors possible d'utiliser des propriétés de transformées remarquables comme dans le cas de la plaque et de la sphère. Une autre façon de calculer les fonctions inverses est d'utiliser la technique numérique de la FFT (Fast Fourier Transform). Cependant il est compliqué d'utiliser cette méthode car les coefficients présentent des singularités pour des faibles valeurs de w (voir figure 2.2). Une solution alternative est d'utiliser les autres modèles présentés dans le paragraphe précédent, c'est à dire, le modèle de WANG, de STUART et celui de SINYAVASKII. Le modèle de STUART sera choisi ici car selon l'étude comparative développée dans la précédente section entre ces divers modèles, il a été montré que ce dernier était suffisant pour proposer une solution satisfaisante sur l'ensemble de la gamme des β. Les coefficients de ce modèle sont rappelés ci-dessous :

$$\begin{cases} h = \dfrac{2}{D}\sqrt{\dfrac{2\nu}{w}} \\ h' = \dfrac{2}{D}\sqrt{\dfrac{2\nu}{w}} + \dfrac{2}{D^2}\dfrac{2\nu}{w} \end{cases} \tag{2.49}$$

La force agissant sur un cylindre soumis à un mouvement quelconque s'écrit pour le modèle de STUART :

$$\begin{aligned} \varphi^Q &= -M_D \left[\ddot{\chi}(t) + \frac{4}{D}\sqrt{\frac{\nu}{\pi}} \int_0^t \frac{\ddot{\chi}(\tau)}{\sqrt{t-\tau}} d\tau + \frac{4\nu}{D^2}\dot{\chi}(t) \right] \\ &- M_D \left[\frac{4}{D}\sqrt{\frac{\nu}{\pi}} \int_0^t \frac{\ddot{\chi}(\tau)}{\sqrt{t-\tau}} d\tau + \frac{4\nu}{D^2}\dot{\chi}(t) \right] \end{aligned} \tag{2.50}$$

Il est possible d'écrire l'expression précédente sous une forme compacte comme dans le cas de la sphère :

$$\varphi^Q = -M_D \left[\ddot{\chi}(t) + \frac{8}{D}\sqrt{\frac{\nu}{\pi}} \int_0^t \frac{\ddot{\chi}(\tau)}{\sqrt{t-\tau}} d\tau + \frac{8\nu}{D^2}\dot{\chi}(t) \right] \tag{2.51}$$

Cette force se décomposé de gauche à droite en un terme d'inertie, un terme d'histoire et un terme de trainée.

2.4.2 Méthode de superposition des écoulements

La méthode appliquée ici permet de calculer les forces pour un corps soumis à un mouvement quelconque à partir de la solution exprimée dans le cas d'un corps subissant une accélération de Dirac. D'après la relation (2.38), la formulation générale pour un mouvement arbitraire peut s'écrire sous la forme suivante :

$$\varphi^Q = -M_D \left[\frac{\ddot{\chi}(t)}{N-1} + \int_0^t B_\nu(t-\tau)\ddot{\chi}(t)d\tau \right] - M_D(N-1) \int_0^t B_\nu(t-\tau)\ddot{\chi}(t)d\tau \tag{2.52}$$

avec M_D le terme de masse de fluide déplacée, B_ν le terme associé à la viscosité. L'écriture d'une telle formulation est proposée par Lawrence & Weinbaum (1986) et (1988) dans le cas de corps axisymétriques. Pozrikidis (1989) a étudié l'écriture des forces à partir de la méthodes des singularités. D'autres auteurs ont également travaillé sur cette problématique tels que Lovalenti & Brady (1993); Tanzosh & Stone (1996); Shu & Chwang (2001); Magnaudet & Legendre (1998).

La suite du problème consiste à determiner les inconnues de l'équation précédente, c'est à dire le terme de masse de fluide déplacée M_D, le terme de viscosité B_ν et de caractériser la dimension du problème N. Pour cela, le principe de superposition des écoulements est appliqué : il se traduit en termes physiques par la construction d'une solution linéaire à partir d'une combinaison de plusieurs solutions linéaires (Bousquet, 1990, p5). La méthode utilisée ici consiste à résoudre l'équation (2.52) en utilisant une combinaison de deux solutions connues dans la littérature. La première solution exprimée pour un corps se déplaçant dans un fluide non visqueux permet de determiner le terme de masse de fluide déplacée M_D. En effet, la solution (2.52) donne une relation particulière pour $\nu = 0$ vérifiant la relation (2.5) :

$$\varphi(t) = -\frac{M_D}{N-1}\ddot{\chi}(t) \tag{2.53}$$

La seconde solution concerne le même corps mais se déplaçant cette fois-ci dans un fluide visqueux avec une vitesse constante. Cette relation permet d'obtenir le terme de viscosité B_ν. La solution (2.52) s'écrit alors pour $\dot{\chi}(t) = U_0$ sous la forme suivante en cohérence avec l'équation (2.22) :

$$\varphi(t) = -M_D B_\nu U_0 - M_D(N-1)B_\nu U_0 \tag{2.54}$$

Si les équations (2.53) et (2.54) sont connues pour un corps particulier, une identification avec l'équation (2.52) permet obtenir l'ensemble des inconnues recherchées.

Remarque 3 *En général, l'équation (2.54) est suffisante pour obtenir tous les coefficients y compris le terme de masse de fluide déplacée. Cependant, la solution (2.54) n'est pas toujours écrite clairement et M_D n'apparaît pas immédiatement. Il est alors nécessaire de connaître l'équation (2.53) pour le déterminer. Toutefois, cette équation ne sera pas utile dans la suite car l'équation (2.54) est parfaitement détaillée dans les sections (2.2.2), (2.2.3) et (2.2.4).*

L'objectif est donc de valider cette méthode dans le cas de la plaque plane, de la sphère et du cylindre.

2.4.2.1 Plaque plane

La force s'exerçant sur une plaque plane lorsqu'elle est soumise à une vitesse constante U_0 s'écrit :

$$\varphi_\sigma^D = M_D D_\nu U_0 \tag{2.55}$$

avec $M_D = \rho$ et $D_\nu = \sqrt{\frac{\nu}{\pi}}\frac{1}{\sqrt{t}}$. L'équation (2.52) s'écrit dans le cas de la plaque plane[4] :

$$\varphi^Q = -M_D \int_0^t B_\nu(t-\tau)\ddot{\chi}(\tau)d\tau \tag{2.56}$$

En identifiant le terme B_ν par le terme D_ν, l'équation précédente devient (De Langre, 2001) :

$$\varphi^Q = -M_D\sqrt{\frac{\nu}{\pi}}\int_0^t \frac{\ddot{\chi}(\tau)}{\sqrt{t-\tau}}d\tau \tag{2.57}$$

Cette expression est identique à celle trouvée à partir d'un mouvement harmonique (2.42).

2.4.2.2 Sphère

Dans le cas d'une sphère soumise à une accélération de Dirac, la force s'écrit :

$$\varphi^D = -M_D D_\nu U_0 - 2M_D D_\nu U_0 \tag{2.58}$$

avec $M_D = \dfrac{\rho\pi D^3}{6}$ et le coefficient D_ν donné par :

$$D_\nu = \frac{3}{D}\sqrt{\frac{\nu}{\pi}}\frac{U_0}{\sqrt{t}} + \frac{6\nu}{D^2}U_0 \tag{2.59}$$

Selon la formulation générale (2.52) et en réalisant une identification entre le terme D_ν et B_ν, l'équation devient :

$$\begin{aligned}\varphi^Q &= -M_D\left[\frac{1}{2}\ddot{\chi}(t) + \frac{3}{D}\sqrt{\frac{\nu}{\pi}}\int_0^t\frac{\ddot{\chi}(\tau)}{\sqrt{t-\tau}}d\tau + \frac{6\nu}{D^2}\dot{\chi}(t)\right] \\ &- 2M_D\left[\frac{3}{D}\sqrt{\frac{\nu}{\pi}}\int_0^t\frac{\ddot{\chi}(\tau)}{\sqrt{t-\tau}}d\tau + \frac{6\nu}{D^2}\dot{\chi}(t)\right]\end{aligned} \tag{2.60}$$

2.4.2.3 Cylindre

La force s'exerçant sur un cylindre en accélération de Dirac s'écrit comme suit :

$$\varphi^D = -M_D D_\nu U_0 - M_D D_\nu U_0 \tag{2.61}$$

avec $M_D = \dfrac{\rho\pi D^2}{4}$. Le coefficient D_ν est déterminé à partir des modèles de Collins & Dennis et/ou par Bar-Lev & Yang. Le coefficient donné par le modèle de Collins & Dennis est rappelé ci-dessous :

$$D_\nu = \frac{4.532}{D}\sqrt{\frac{\nu}{\pi t}} + \frac{4\nu}{D^2}$$

[4]On rappelle que la force de pression est nulle et que le problème est bidimensionel.

Dans le cas du modèle de Bar-Lev & Yang, ils s'écrivent :

$$\begin{cases} D_\nu = \dfrac{4}{D}\sqrt{\dfrac{\nu}{\pi t}} + \dfrac{2.1486\nu}{D^2} & \text{pour la pression} \\ D_\nu = \dfrac{4}{D}\sqrt{\dfrac{\nu}{\pi t}} + \dfrac{4\nu}{D^2} & \text{pour le cisaillement} \end{cases} \tag{2.62}$$

A partir de ces expressions et en réalisant les identifications nécessaires, la force pour un mouvement quelconque dans le cas du modèle de Collins et Dennis s'écrit :

$$\begin{aligned} \varphi^Q &= -M_D\left[\ddot{\chi}(t) + \frac{4.532}{D}\sqrt{\frac{\nu}{\pi}}\int_0^t \frac{\ddot{\chi}(\tau)}{\sqrt{t-\tau}}d\tau + \frac{4\nu}{D^2}\dot{\chi}(t)\right] \\ &- M_D\left[\frac{4.532}{D}\sqrt{\frac{\nu}{\pi}}\int_0^t \frac{\ddot{\chi}(\tau)}{\sqrt{t-\tau}}d\tau + \frac{4\nu}{D^2}\dot{\chi}(t)\right] \end{aligned} \tag{2.63}$$

et dans le cas du modèle de Bar-Lev et Yang :

$$\begin{aligned} \varphi^Q &= -M_D\left[\ddot{\chi}(t) + \frac{4}{D}\sqrt{\frac{\nu}{\pi}}\int_0^t \frac{\ddot{\chi}(\tau)}{\sqrt{t-\tau}}d\tau + \frac{2.1486\nu}{D^2}\dot{\chi}(t)\right] \\ &- M_D\left[\frac{4}{D}\sqrt{\frac{\nu}{\pi}}\int_0^t \frac{\ddot{\chi}(\tau)}{\sqrt{t-\tau}}d\tau + \frac{4\nu}{D^2}\dot{\chi}(t)\right] \end{aligned} \tag{2.64}$$

Ces deux expressions deviennent sous une forme plus compacte :

$$\varphi^Q = -M_D\left[\ddot{\chi}(t) + \frac{9.064}{D}\sqrt{\frac{\nu}{\pi}}\int_0^t \frac{\ddot{\chi}(\tau)}{\sqrt{t-\tau}}d\tau + \frac{8\nu}{D^2}\dot{\chi}(t)\right] \tag{2.65}$$

$$\varphi^Q = -M_D\left[\ddot{\chi}(t) + \frac{8}{D}\sqrt{\frac{\nu}{\pi}}\int_0^t \frac{\ddot{\chi}(t\tau)}{\sqrt{t-\tau}}d\tau + \frac{6.1486\nu}{D^2}\dot{\chi}(t)\right] \tag{2.66}$$

Comme dans les expressions précédentes, les relations précédentes font apparaître un terme d'inertie, un terme de Basset et un terme de trainée .

2.4.3 Conclusion et comparaison des méthodes

Les solutions établies avec la méthode de recomposition de spectrale et avec la méthode de superposition des écoulements donnent pour la plaque plane et pour la sphère des résultats identiques ce qui permet de valider les deux méthodes en s'appuyant sur les travaux de Basset (1888) et Landau & Lifshitz (1987). Ces forces s'écrivent respectivement :

$$\varphi^Q_{plaque\ plane} = -\rho\sqrt{\frac{\nu}{\pi}}\int_0^t \frac{\ddot{\chi}(\tau)}{\sqrt{t-\tau}}d\tau \tag{2.67}$$

$$\varphi^Q_{sphere} = -M_D\left[\frac{1}{2}\ddot{\chi}(t) + \frac{9}{D}\sqrt{\frac{\nu}{\pi}}\int_0^t \frac{\ddot{\chi}(\tau)}{\sqrt{t-\tau}}d\tau + \frac{18\nu}{D^2}\dot{\chi}(t)\right] \tag{2.68}$$

Dans le cas du cylindre, il apparaît quelques différences sensibles entre les deux approches imputables au modèle de base utilisé pour établir l'expression des forces. Ces relations sont

rappelées ci-dessous pour le modèle de STUART, de COLLINS et DENNIS et celui de BAR-LEV et YANG, respectivement :

$$\begin{cases} \varphi^Q = -M_D \left[\ddot{\chi}(t) + \dfrac{8}{D}\sqrt{\dfrac{\nu}{\pi}} \displaystyle\int_0^t \dfrac{\ddot{\chi}(\tau)}{\sqrt{t-\tau}} d\tau + \dfrac{8\nu}{D^2}\dot{\chi}(t) \right] \\ \varphi^Q = -M_D \left[\ddot{\chi}(t) + \dfrac{9.064}{D}\sqrt{\dfrac{\nu}{\pi}} \displaystyle\int_0^t \dfrac{\ddot{\chi}(\tau)}{\sqrt{t-\tau}} d\tau + \dfrac{8\nu}{D^2}\dot{\chi}(t) \right] \\ \varphi^Q = -M_D \left[\ddot{\chi}(t) + \dfrac{8}{D}\sqrt{\dfrac{\nu}{\pi}} \displaystyle\int_0^t \dfrac{\ddot{\chi}(\tau)}{\sqrt{t-\tau}} d\tau + \dfrac{6.149\nu}{D^2}\dot{\chi}(t) \right] \end{cases} \tag{2.69}$$

Ces différences n'apparaissent que sur les valeurs des coefficients de chacun des termes. Il s'avère que les écarts entre ces modèles restent inférieurs à 0.5%. Le modèle général développé à partir de la solution harmonique de STUART est retenu pour la suite de notre étude. Avec ce modèle, il est possible d'obtenir la pression autour du cylindre à l'aide de la méthode de la recomposition spectrale et à partir de la connaissance de la pression du modèle harmonique de STUART (voir equation A.45 en formulant l'hypothèse que la fraction de l'équation $\dfrac{K_1(\lambda D/2)}{K_0(\lambda D/2)}$ est équivalente à $1 + \dfrac{1}{\lambda D_0}$ pour $\lambda = iw/\nu$), soit :

$$p^H = \frac{\rho \cos\theta D}{2} \left[1 + \frac{2}{D}\sqrt{\frac{2\nu}{w}}(1-i) - \frac{4i}{D^2}\frac{\nu}{w} \right] \ddot{\chi}(t) \tag{2.70}$$

La pression pour un mouvement quelconque s'écrit alors :

$$p^Q = \frac{\rho \cos\theta D}{2} \left[\ddot{\chi}(t) + \frac{4}{D}\sqrt{\frac{\nu}{\pi}} \int_0^t \frac{\ddot{\chi}(\tau)}{\sqrt{t-\tau}} d\tau + \frac{4\nu}{D^2}\dot{\chi}(t) \right] \tag{2.71}$$

Remarque 4 *Avec les expressions précédentes, il est possible de constater que la contrainte visqueuse s'écrit en première approximation de la même manière pour n'importe quelle corps, sous la forme d'un produit de convolution de l'accélération avec une fonction racine placée au dénominateur, appelé noyau :*

$$\varphi_\nu = -\sqrt{\frac{\nu}{\pi}} \int_0^t \frac{\ddot{\chi}(\tau)}{\sqrt{t-\tau}} d\tau \tag{2.72}$$

2.5 Application et conclusion : Etude des effets d'histoires

Nous avons constaté dans les sections précédentes que l'effet d'histoire est représenté par le terme de BASSET dans la formulation des forces fluides. Dans le cas d'une sphère ou d'un cylindre, ce terme est compris dans une formulation où apparait d'autres termes, tels que le terme d'inertie et le terme de traînée. Il est alors difficile avec ce type de corps d'isoler l'influence du terme de BASSET. Pour cela, l'étude décrite ci-dessous s'interesse au cas de l'écoulement de STOKES où la paroi inférieure est soumise un choc sinus (MELOT et al., 2005a). Dans ces conditions, l'équation de NAVIER STOKES se réduit à la conservation de quantité de mouvement :

$$\frac{\partial u}{\partial t} = \nu \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} \tag{2.73}$$

où $u(y,t)$ est la vitesse du fluide, y la coordonnée spatiale perpendiculaire aux deux plaques.

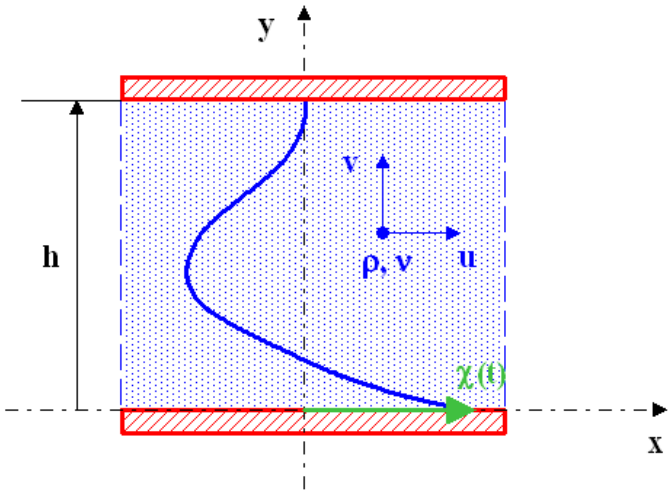


FIG. 2.7 – Schéma de principe de l'écoulement de COUETTE plan.

La force s'exerçant sur une plaque plane pour un mouvement arbitraire évoluant dans un environnement semi-infini (problème de STOKES) s'écrit (voir équation 2.67) :

$$\varphi_S = -\rho\sqrt{\frac{\nu}{\pi}}\int_0^t \frac{\ddot{\chi}(\tau)}{\sqrt{t-\tau}}d\tau \tag{2.74}$$

Dans le cas de l'écoulement de COUETTE plan, aucune formulation des forces pour un mouvement quelconque n'a pu être recensé. Cependant, il existe dans la littérature une formulation des forces dans le cas d'une accélération de DIRAC (ERDOGAN, 2002) et pour un mouvement harmonique (ERDOGAN, 2000). Il est alors possible d'appliquer à ce cas les deux méthodes décrites précédemment. La seconde méthode est préférée ici car elle est plus rapide que la première et nécessite moins de développements analytiques. D'autre part, l'opération de transformée de FOURIER sur la formulation développé par ERDOGAN est complexe en raison des problèmes de singularités.

La solution proposée par ERDOGAN (2002) s'écrit :

$$\varphi(t) = -\rho\sqrt{\frac{\nu}{\pi}}\frac{U_0}{\sqrt{t}}\left[\sum_{n=0}^{\infty} e^{\frac{-n^2h^2}{\nu t}} + \sum_{n=0}^{\infty} e^{\frac{-(n+1)^2h^2}{\nu t}}\right] \tag{2.75}$$

La force de pression agissant sur la paroi mobile étant nulle, une identification entre l'expression précédente et la relation (2.54) est alors suffisante pour obtenir une solution générale pour un mouvement arbitraire :

$$\varphi(t) = -\rho\sqrt{\frac{\nu}{\pi}}\int_0^t \frac{\ddot{\chi}(\tau)}{\sqrt{t-\tau}}\left[\sum_{n=0}^{\infty} e^{\frac{-n^2h^2}{\nu(t-\tau)}} + \sum_{n=0}^{\infty} e^{\frac{-(n+1)^2h^2}{\nu(t-\tau)}}\right]d\tau \tag{2.76}$$

Ce type d'écoulement peut être paramétré par un nombre adimensionnel de confinement λ décrivant le rapport entre la distance h séparant les deux plaques et l'épaisseur de la couche limite δ, $\lambda = \dfrac{h}{\sqrt{\nu t}}$. Dans le cas d'un écoulement parallèle, l'épaisseur de la couche limite δ est proportionnelle à la racine carrée du produit de la viscosité cinématique et du temps (SCHLICHTING, 1979). Ce nombre de confinement est aussi le rapport entre le temps de diffusion visqueuse $T_F = h^2/\nu$ et le temps courant t. Pour des grandes valeurs de λ, c'est à dire $h >> \delta$, l'écoulement tend vers le cas de l'écoulement instationnaire de STOKES (plaque infinie en milieu semi-infini). L'expression de la force (2.76) se simplifie ; le terme entre crochet tend vers 1 quand

λ tend vers l'infini et il vient alors l'équation (2.74). Pour des petites valeurs de λ, c'est à dire $h << \delta$, la couche limite instationnaire est confinée entre les deux plaques. L'écoulement peut être regardé comme une succession d'états d'équilibre ce qui ramène ainsi au problème stationnaire de COUETTE plan. La relation (2.76) peut être simplifiée :

$$\varphi_C(t) = -\frac{\mu\dot{\chi}(t)}{h} \tag{2.77}$$

Par la linéarité de l'équation de (2.73), le champ de vitesse peut s'écrire sous la forme générale suivante DE LANGRE (2001, pp 42-45) et SHU & CHWANG (2001) :

$$u(y,t) = \int_0^t \ddot{\chi}(\tau) f_u(y, t-\tau) d\tau \tag{2.78}$$

avec f_u est une fonction dépendant de la direction y et du temps t. Pour determiner cette fonction, le principe de superposition des écoulements est appliqué. La fonction f_u est résolue par l'identification avec une solution particulière obtenue dans le cas d'une accélération de DIRAC. Dans ce cas, la relation (2.78) s'écrit pour une plaque animée d'une vitesse U_0 :

$$u(y,t) = f_u(y,t)U_0 \tag{2.79}$$

ERDOGAN (2002) a proposé un champ de vitesse pour le cas d'un mouvement du type accélération de DIRAC écrit comme :

$$u(y,t)/U_0 = \sum_{n=0}^{\infty} \mathrm{erfc}\frac{2n + y/h}{2(\nu t/h^2)^{1/2}} - \sum_{n=0}^{\infty} \mathrm{erfc}\frac{2n + 2 - y/h}{2(\nu t/h^2)^{1/2}} \tag{2.80}$$

En réalisant une identification entre l'équation (2.79) et (2.80), la vitesse dépendant du mouvement instationnaire est déduite :

$$u(y,t) = \int_0^t \ddot{\chi}(\tau) \left[\sum_{n=0}^{\infty} \mathrm{erfc}\frac{2n + y/h}{2(\nu(t-\tau)/h^2)^{1/2}} - \sum_{n=0}^{\infty} \mathrm{erfc}\frac{2n + 2 - y/h}{2(\nu(t-\tau)/h^2)^{1/2}} \right] d\tau \tag{2.81}$$

Pour des grandes valeurs de λ, la relation précédente s'apparente à celle de l'écoulement instationnaire de STOKES et pour des petites valeurs λ, à celle de l'écoulement stationnaire de COUETTE :

$$u(y,t)_S = \int_0^t \ddot{\chi}(\tau) \mathrm{erfc}\frac{y}{2\sqrt{\nu(t-\tau)}} d\tau \tag{2.82}$$

$$u(y,t)_C = \frac{y}{h}\dot{\chi}(t) \tag{2.83}$$

La plaque mobile est soumise à un choc sinus dont l'équation est rappelée ci-dessous :

$$\begin{cases} \ddot{\chi}(t) = \gamma_0 \sin(2\pi t^*) & \forall t[0, T_0] \\ \ddot{\chi}(t) = 0 & \forall t[T_0, \infty] \end{cases} \tag{2.84}$$

avec $t^* = t/T_0$, le temps réduit ; γ_0 l'accélération et T_0 le temps de choc. La figure (2.8) présente l'accélération normalisée $\ddot{\chi}(t)/\ddot{\chi}_{MAX}$, la vitesse normalisée $\dot{\chi}(t)/\dot{\chi}_{MAX}$ et le déplacement normalisée $\chi(t)/\chi_{MAX}$.

Le nombre sans dimension λ est exprimé en fonction de la durée du temps de choc T_0, soit $\lambda = h/\sqrt{\nu T_0}$. Pour délimiter les valeurs de λ bornées par l'écoulement de STOKES (grande valeur

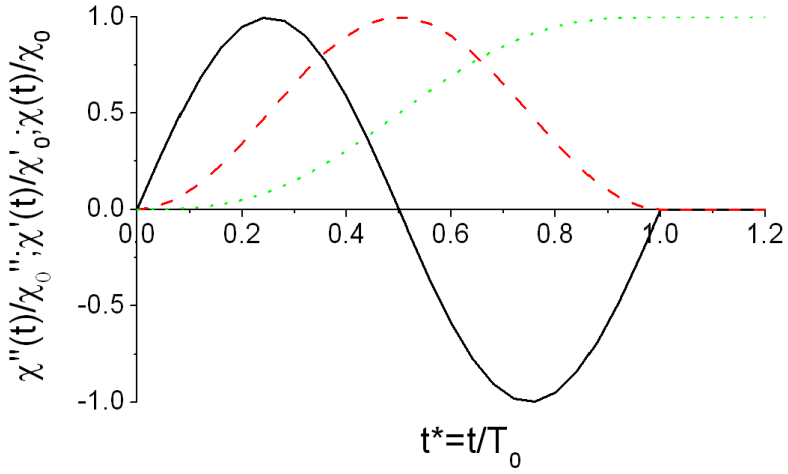


FIG. 2.8 – Evolution de l'accélération, de la vitesse et du déplacement normalisée en fonction du temps réduit t^*. — $\ddot{\chi}(t)/|\ddot{\chi}|$; - - - $\dot{\chi}(t)/|\dot{\chi}|$; ... $\chi(t)/|\chi|$

de λ) et par l'écoulement stationnaire de COUETTE (petite valeur de λ), la valeur maximale positive de la force de cisaillement notée $|\varphi|$, obtenue à partir de l'équation (2.76) est comparée à la valeur maximale positive de la force de cisaillement obtenue avec l'équation (2.74) dans le cas d'un choc sinus, soit :

$$|\varphi_S| = \rho\sqrt{\frac{\nu}{\pi}}\gamma_0\sqrt{T_0} \tag{2.85}$$

Elle est aussi comparée à la valeur de la force de cisaillement de l'écoulement stationnaire de COUETTE, avec la vitesse de la plaque mobile égale au maximum de la dérivée de l'équation (2.84) notée $|\dot{\chi}| = 2\gamma_0/w_0$, c'est à dire :

$$|\varphi_C| = \frac{\mu}{h}\frac{2\gamma_0}{w_0} \tag{2.86}$$

La figure (2.9) présente l'évolution des deux ratios $|\varphi|/|\varphi_S|$ et $|\varphi|/|\varphi_C|$ avec λ. Quand λ est plus grand que 1, c'est à dire lorsque la hauteur h est plus grande que la longueur caractéristique de la couche limite, le rapport $|\varphi|/|\varphi_S|$ est égal 1. L'équation (2.76) donne des résultats consistants avec l'équation (2.74), l'écoulement dans cette gamme de λ étant celui de STOKES. Quand λ est de l'ordre de 0.5 et en dessous, le rapport $|\varphi|/|\varphi_S|$ est inversement proportionnel à λ et $|\varphi|/|\varphi_C|$ est constant et égal à 1. Dans cette gamme, l'écoulement est une succession d'états stationnaires d'écoulements de COUETTE.

Afin d'illustrer les effets d'histoires, le rapport λ est varié dans la région intermédiaire pour $\lambda = 2, 0.66, 0.44, 0.074$. L'équation (2.73) est résolue numériquement avec le code STAR-CD[5]. Les figures (2.10) et (2.11) présentent l'évolution de la force de cisaillement $\varphi(t)/|\varphi_S|$ avec le temps réduit t^* pour $\lambda = 2, 0.66, 0.44, 0.074$. Les figures (2.12) et (2.13) montrent le profil de vitesse $u(y)/|\dot{\chi}|$ le long de la coordonnée adimensionnelle $y/\sqrt{\nu T_0}$ pour les mêmes valeurs de λ. En premiere approche, il est possible d'observer une bonne correspondance entre la solution analytique (2.76) et le calcul numérique pour n'importe quelle valeur de λ. Pour des grandes valeurs de λ, notamment $\lambda = 2$, l'allure de la force de cisaillement est une combinaison entre le profil de l'accélération et celui de la vitesse du choc sinus. Une fois la plaque arrêtée, la force

[5]La méthode numérique utilisée par le code de calcul est présentée au chapitre 3

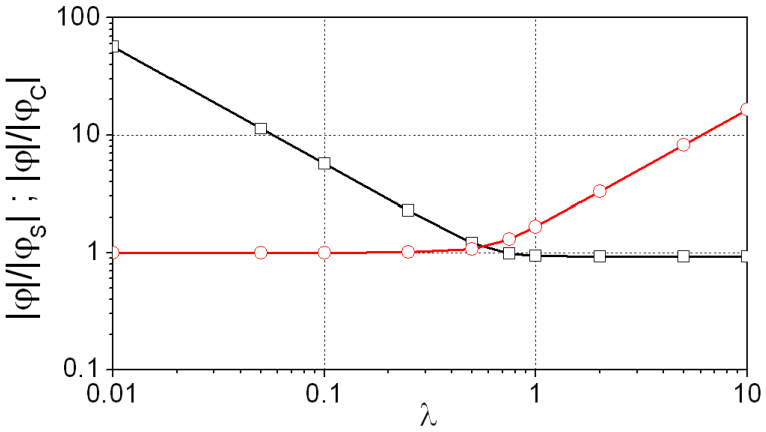


FIG. 2.9 – Evolution des rapports $|\varphi|/|\varphi_S|$ sous la forme $-\square-$ et $|\varphi|/|\varphi_C|$ représenté par $-\bigcirc-$.

de cisaillement n'est pas nulle instantanément mais tend progressivement vers zéro pour des grands temps réduits. Ce phénomène est attribué aux effets d'histoires, modélisés par le produit de convolution dans l'équation (2.76). Ceci révèle que l'échelle du temps de diffusion $T_F = h^2/\nu$ est plus grande que le temps caractéristique du choc T_0, soit $T_F > T_0$, ou encore que λ est plus grand que l'unité. Pendant la première moitié du choc, correspondant à l'augmentation de la vitesse de la plaque, le champ de vitesse est similaire à l'évolution approximative d'une fonction d'erreur erfc. Après $t^* = 0.5$, ce profil change, le maximum de vitesse n'étant plus localisé sur la plaque en mouvement mais dans le domaine fluide. Ce maximum se déplace de plus en plus loin de la paroi quand le temps réduit augmente. A l'arrêt de la plaque, le profil de vitesse s'annule progressivement. A noter que le temps réduit $t^* = 0.67$ correspond à l'instant où la force s'annule et à l'instant où le profil de vitesse est perpendiculaire à plaque, c'est à dire lorsque le cisaillement s'annule.

Quand λ se situe dans la gamme $0.1 - 1$ (voir les figures 2.10 et 2.11) , soit $\lambda = 0.66, 0.44$, la région négative de la force de cisaillement disparaît quand λ diminue, tend alors à rendre symétrique le profil de force autour de $t^* = 0.5$, pour devenir ensuite proportionnel à la vitesse imposée à la plaque. Ceci est en accord avec l'allure des champs de vitesses qui s'identifie à une fonction linéaire quand λ diminue (voir les figures 2.12 et 2.13).

Pour des petites valeurs de λ, (figure 2.11), par exemple $\lambda = 0.074$, la force de cisaillement est strictement proportionnelle à la vitesse imposée à la plaque. Cette constatation est vérifiée avec l'équation (2.77) pour l'écoulement quasi-stationnaire de COUETTE. Les profils de vitesses représentés à la figure (2.13), sont linéaires pour tous les temps réduits, ce qui est prédit par l'équation (2.83). Dans ce cas, les effets d'histoire disparaissent pour un temps de diffusion visqueuse plus petit que le temps de choc imposé à la plaque, soit $T_F < T_0$.

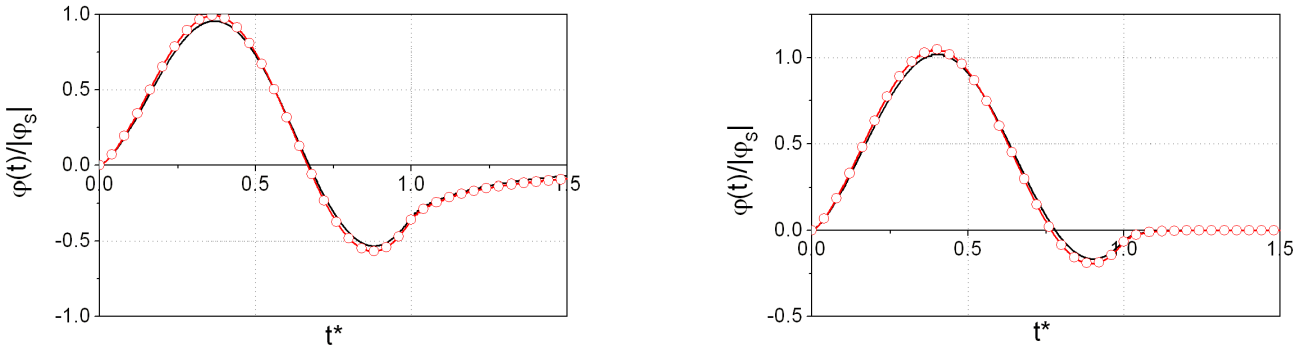


FIG. 2.10 – Evolution de la force $\varphi(t)/|\varphi_S|$ en fonction du temps réduit t^* respectivement pour $\lambda = 2$ et $\lambda = 0.66$. — Solution analytique ; ◯ Solution numérique

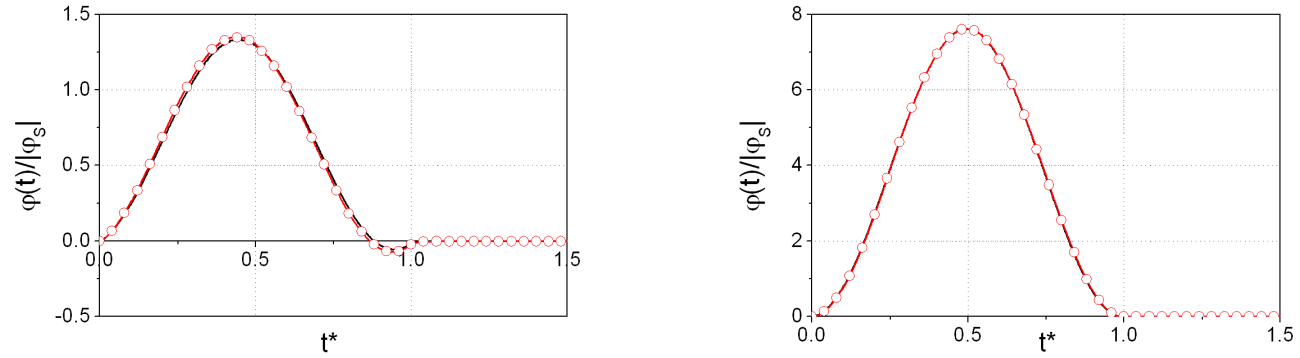


FIG. 2.11 – Evolution de la force $\varphi(t)/|\varphi_S|$ en fonction du temps réduit t^* respectivement pour $\lambda = 0.44$ et $\lambda = 0.074$. — Solution analytique ; ◯ Solution numérique

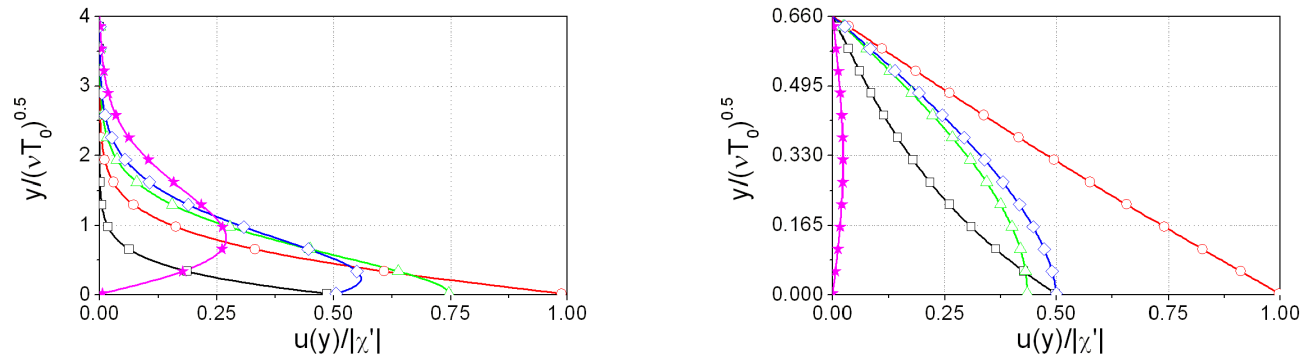


FIG. 2.12 – Variation du rapport de vitesse $u/|\dot{\chi}|$ le long de la coordonnée $y/\sqrt{\nu T_0}$ à différents temps réduit respectivement pour $\lambda = 2$ et $\lambda = 0.66$. Comparaison entre la solution analytique représentée par la ligne pleine et le résultat numérique sous forme de symbole. $-\square-$ $t^* = 0.25$; $-\bigcirc-$ $t^* = 0.5$; $-\triangle-$ $t^* = 0.67$; $-\Diamond-$ $t^* = 0.75$; $-\bigstar-$ $t^* = 1$.

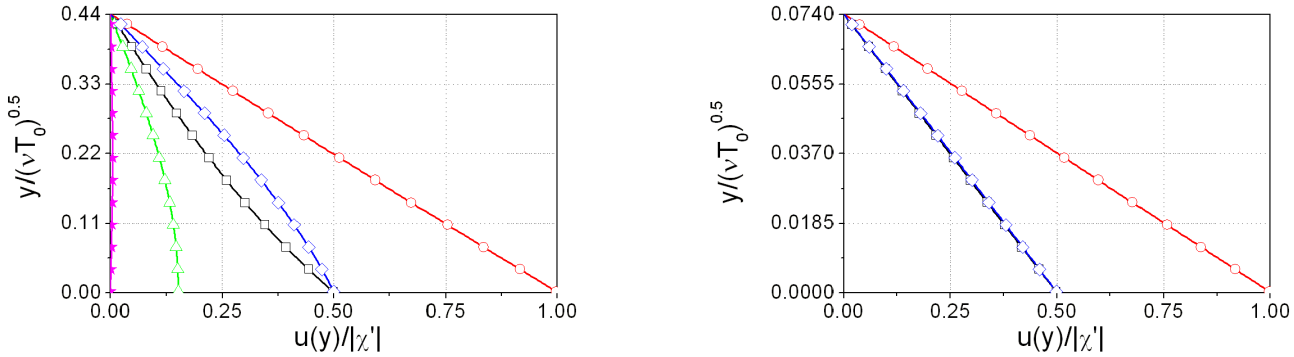


FIG. 2.13 – Variation du rapport de vitesse $u/|\dot{\chi}|$ le long de la coordonnée $y/\sqrt{\nu T_0}$ à différents temps réduit respectivement pour $\lambda = 0.44$ et $\lambda = 0.074$. Comparaison entre la solution analytique représentée par la ligne pleine et le résultat numérique sous forme de symbole. $-\square-$ $t^* = 0.25$; $-\bigcirc-$ $t^* = 0.5$; $-\lozenge-$ $t^* = 0.75$; $-\triangle-$ $t^* = 0.88$; $-\bigstar-$ $t^* = 1$.

Modélisation numérique

Ce chapitre présente les outils numériques employés et développés au sein du code CFD nécessaire à la simulation de notre cas d'étude. En premier lieu, une présentation de la technique des volumes finis et des divers algorithmes utilisées dans le code de calcul est détaillée. La stratégie de modélisation du problème d'un cylindre se déplaçant au sein d'un fluide est abordée dans la deuxième partie. La validation de ce modèle numérique est ensuite détaillée dans la troisième et dernière section.

3.1 Objectif

L'objectif de la modélisation numérique consiste à simuler l'écoulement apparaissant autour du cylindre lors de son accélération et de calculer les forces fluides en distinguant les contributions dues à la pression et au cisaillement. Les simulations numériques sont réalisées à l'aide du code généraliste de mécanique des fluides STAR-CD utilisés au sein de DCN Propulsion pour la recherche et le développement des différents projets industriels. Ce code a déjà fait l'objet de nombreuses validations à travers différentes thèses. Guerouache (2000) a étudié numériquement l'instabilité de Benard - Von Karman derrière un cylindre fixe ou en mouvement périodique. Boissiere (2003) a réalisé une étude expérimentale et numérique d'un manchon thermique représentant le bossage d'un échangeur de chaleur d'un réacteur nucléaire. La modélisation numérique d'un problème couplé fluide/structure a été abordé dans la thèse de Sigrist (2004). Ce dernier a étudié les interactions fluide/structure entre deux cylindres coaxiaux sous l'hypothèse d'un cylindre intérieur déformable et d'un cylindre extérieur rigide.

Le développement de cette étude passe donc par la maîtrise de la technique des volumes finis utilisés pour la discrétisation des équations de Navier-Stokes au sein du code CFD. En effet, la connaissance des différents algorithmes et des schémas utilisés est cruciale dans le choix à posteriori de ces derniers. La modélisation de notre cas d'étude est présentée dans la section suivante. Le modèle numérique développé est alors validé dans le cas d'un cylindre soumis à une accélération de Dirac pour lequel la littérature est abondante.

3.2 Méthodes numériques

Les inconnues du problème sont la pression p et le champ de vitesse $\mathbf{V} = v_i$. Dans ce cas l'équation de Navier Stokes, soit l'équation de continuité et l'équation de quantité de mouvement s'écrivent comme suit (Chassaing, 2000) :

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \frac{\partial \rho v_j}{\partial x_j} = 0 \tag{3.1}$$

$$\frac{\partial \rho v_i}{\partial t} + \frac{\partial \rho v_i v_j}{\partial x_j} = S_i - \frac{\partial p}{\partial x_i} + \frac{\partial}{\partial x_i}\left[\mu\left(\frac{\partial v_i}{\partial x_j} + \frac{\partial v_j}{\partial x_i}\right)\right] \tag{3.2}$$

avec S_i le terme source. La résolution numérique du problème fluide est réalisée avec une technique de type volumes finis (Ferziger & Peric, 1999). Ces équations sont intégrées sur un volume de contrôle Ω de frontière $\partial\Omega$. Les intégrales de volumes se réduisent à l'aide de la formule d'Ostrogradski à une intégrale de surface :

$$\int_\Omega \frac{\partial \Phi}{\partial x_j} d\Omega = \int_{\partial\Omega} \Phi dn_j \tag{3.3}$$

où $d\mathbf{n} = dn_j$ est le vecteur élémentaire sortant défini sur $\partial\Omega$ et Φ est une fonction définie sur Ω. Compte-tenu de cette relation, les équations (3.1) et (3.2) intégrées sur un volume de contrôle s'écrivent :

$$\frac{d}{dt}\int_\Omega \rho d\Omega + \int_{\partial\Omega} \rho v_j dn_j = 0 \tag{3.4}$$

$$\frac{d}{dt}\int_\Omega \rho v_i d\Omega + \int_{\partial\Omega} \rho v_i v_j dn_j = \int_\Omega S_i d\Omega - \int_{\partial\Omega} p dn_j + \int_{\partial\Omega} \mu\left(\frac{\partial v_i}{\partial x_j} + \frac{\partial v_j}{\partial x_i}\right) dn_j \tag{3.5}$$

Discrétisation temporelle et spatiale

Le domaine fluide est discrétisé en cellules élémentaires, sur lesquelles sont écrites les équations précédentes. La figure (3.1) représente les volumes de contrôle dans un repère cartesien. Ces volumes de contrôle sont délimités par quatre faces planes de sorte que $\partial\Omega = \sum_k \partial\Omega_k$ avec $k = e, w, n, s$ notés suivant la direction des noeuds.

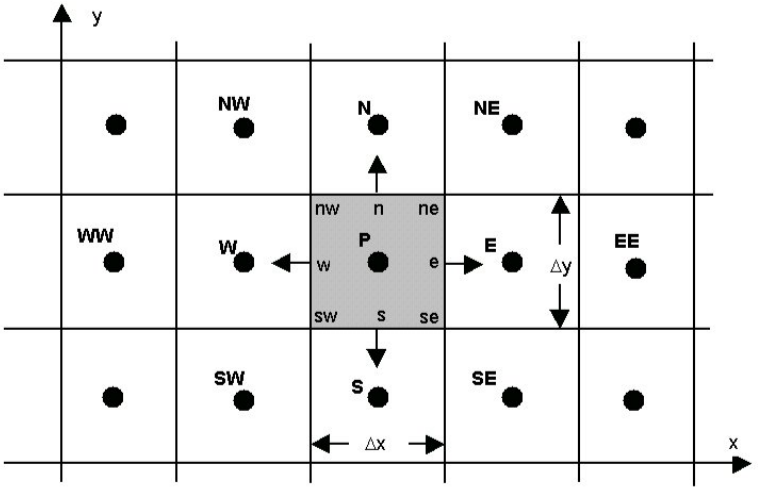


Fig. 3.1 – Maillage cartesien

Sur la cellule élémentaire considérée (en gris sur la figure 3.1), les équations précédentes s'écrivent sous la forme suivante.

$$\frac{(\rho\Omega)^{n+1}-(\rho\Omega)^n}{\delta t}+\sum_k\int_{\partial\Omega_k}\rho^{n+1}v_j^{n+1}dn_j=0 \tag{3.6}$$

$$\frac{(\rho\Omega)^{n+1}-(\rho\Omega)^n}{\delta t}+\sum_k\int_{\partial\Omega_k}\rho^{n+1}v_j^{n+1}v_i^{n+1}dn_j=\int_\Omega S_i d\Omega-\sum_k\int_{\partial\Omega_k}p^{n+1}dn_j$$
$$+\sum_k\int_{\partial\Omega_k}\mu\left(\frac{\partial v_i^{n+1}}{\partial x_j}+\frac{\partial v_j^{n+1}}{\partial x_i}\right)dn_j \tag{3.7}$$

Dans la discrétisation proposée ci dessus, le terme transitoire est traité à l'aide du schéma d'EULER, totalement implicite, inconditionnellement stable et précis en $O(\delta t)$.

Les intégrales de surface $\int_{\Omega_k} f(\phi)dS$ sont approchées au moyen de différents schémas numériques plus où moins précis en espace, ϕ étant une variable pouvant représenter la vitesse selon une direction, la pression ou tout autre scalaire. Par exemple, pour $k=e$, un schéma au premier ordre s'écrit avec la règle du point milieu :

$$\int_{\partial\Omega_e} f dS = f_e S_e$$

et un schéma au quatrième ordre prend la forme suivante avec la règle de SIMPSON :

$$\int_{\partial\Omega_e} f dS = \frac{S_e}{6}\left(f_{ne}+4f_e+f_{se}\right)$$

avec S_e, l'aire de $\partial\Omega_e$. Les intégrales de volumes $\int_\Omega q d\Omega$ sont calculées avec des schémas numériques tel qu'un schéma écrit au premier ordre :

$$\int_\Omega q d\Omega = q_P V$$

ou encore au quatrième ordre :

$$\int_\Omega q d\Omega = \frac{V}{36}\left(16q_P+4q_S+4q_N+4q_W+4q_E+q_{se}+q_{sw}+q_{ne}+q_{sw}\right)$$

avec V, le volume de Ω.

Il est maintenant nécessaire de développer une interpolation des quantités nodales à partir de schémas. En effet, les inconnues nodales aux différents points de la surface de contrôle (points $n, ne, sw, s, e, etc..$) sont calculées à partir des valeurs des inconnues au centre de la cellule de contrôle (points $P, N, S, W, E, etc..$) à l'aide de schémas d'interpolation basés sur des développements en série de TAYLOR. Le code STAR-CD propose différents schémas, LUD, CD, QUICK, SFCD, GAMMA et MARS. Les schémas les plus utilisés sont les suivants :

– *Le schéma Upwind (Upwind Differencing)*
Le schéma *Upwind* prend en compte la direction de l'écoulement dans la détermination de Φ : la valeur de Φ_e sur une face de la cellule est prise égale à la valeur au noeud situé en amont de l'écoulement[1] :

$$\Phi_e=\begin{cases}\Phi_P & \text{si } (v.n)_e>0\\ \Phi_E & \text{si } (v.n)_e<0\end{cases}$$

Cette approximation du premier ordre satisfait les conditions aux limites mais elle introduit de la diffusion numérique.

[1] D'où le terme "upwind" !

– *Le schéma Centré (Central Differencing Schemes ou CDS)*

Ce schéma utilise une interpolation linéaire entre les deux noeuds voisins du noeud à calculer :

$$\Phi_e = \Phi_E \lambda_e + \Phi_P (1 - \lambda_e)$$

avec le facteur d'interpolation linéaire :

$$\lambda_e = \frac{x_e - x_P}{x_E - x_P}$$

L'interpolation a une precision du second ordre mais peut introduire des oscillations numériques.

– *Le schéma Upwind linéaire (Linear Upwind Differencing)*

Le schéma LUD est un croisement entre les schémas UD et CD car il prend en compte le sens de l'écoulement (UD) et les noeuds voisins (CD) pour calculer la quantité Φ_e :

$$\Phi_e = \begin{cases} \Phi_P + \lambda_1(\Phi_P - \Phi_W) & \text{si } (v.n)_e > 0 \\ \Phi_E + \lambda_2(\Phi_E - \Phi_{EE}) & \text{si } (v.n)_e < 0 \end{cases}$$

avec λ_1 et λ_2 des facteurs d'interpolation linéaire. Ce schéma est d'ordre deux, il réduit les diffusions numériques mais peut produire des solutions qui ne respectent pas les conditions aux limites.

– *Le schéma MARS (Monotone Advection Reconstruction Scheme)*

Ce schéma est précis au second ordre et il agit en deux étapes[2].
(1) Reconstruction : un ensemble de gradients monotones est calculé en utilisant un schéma de type TVD (*multidimensional Total Variation Diminishing scheme*).
(2) Advection : les propriétés reconstruites de l'écoulement aux faces des cellules sont utilisées pour calculer les flux de toutes les propriétés advectées avec un schéma borné et monotone.

Remarque 5 Guerouache *(2000) a montré l'influence des schémas précédents sur le calcul du coefficient de trainée pour un cylindre en translation dans le régime d'une instabilité de* Benard-Von Karman*. Son étude a montré que les schémas LUD et MARS sont les plus adaptés à la simulation numérique de ce problème avec une préférence pour le schéma MARS. De plus, le schéma MARS est recommandé pour la résolution de problèmes d'évolution en temps et son utilisation a été validée dans des travaux antérieurs (*Boissiere*, 2003;* Sigrist*, 2004). De ce fait, ce dernier sera utilisé de façon systématique dans la suite de notre étude.*

Mise en équations

L'écriture de l'équation de conservation pour un volume de contrôle avec les approximations et les interpolations précédentes permet d'obtenir, après report au second membre de tous les termes connus, une équation algébrique pour chaque cellule de calcul. La sommation de ces équations sur l'ensemble du domaine de calcul permet d'écrire un système du type :

$$A_P \Phi_P + \sum_N A_N \Phi_N = b_p \Longleftrightarrow \mathbf{A}(\mathbf{\Phi}) \{\Phi\} = \{b\} \tag{3.8}$$

[2]Ce schéma est le fruit d'un développement spécifique dans STAR-CD (Star-CD, 2004a) (Star-CD, 2004b) ; pour des raisons de confidentialité, il n'est pas possible de présenter plus de détails sur son formalisme.

où P est le point central du volume de contrôle, N désigne les centres des cellules voisines. $\mathbf{A}(\mathbf{\Phi})$ est une matrice creuse, $\{\Phi\}$ est un vecteur contenant les variables nodales inconnues et $\{b\}$ contient les valeurs nodales connues. Ce système est non linéaire et est résolu dans le code à l'aide de la méthode du gradient conjugué (Lascaux & Theodor, 1987).

Résolution du couplage vitesse/pression

La matrice creuse présente un couplage entre les inconnues p et v_i. La résolution complète de ce système est très coûteuse en temps de calcul. Une méthode alternative consiste à résoudre le problème en découplant ces inconnues : cette méthode est dite méthode de séparation d'opérateurs. Le principe est de réécrire le problème avec l'équation de conservation de quantité de mouvement et l'équation de Poisson, obtenue à l'aide de l'équation de conservation de quantité de mouvement et de conservation de masse :

$$\begin{cases} \dfrac{\partial(\rho v_i)}{\partial t} + \dfrac{\partial(\rho v_i v_j)}{\partial x_j} = -\dfrac{\partial p}{\partial x_i} + \dfrac{\partial \tau_{ij}}{\partial x_j} + S_i & (3.9) \\ \dfrac{\partial}{\partial x_i}(\dfrac{\partial p}{\partial x_i}) = -\dfrac{\partial}{\partial x_i}\left[\dfrac{\partial}{\partial x_j}(\rho v_i v_j - \tau_{ij})\right] + \dfrac{\partial S_i}{\partial x_i} + \dfrac{\partial^2 \rho}{\partial t^2} & (3.10) \end{cases}$$

Ces équations sont discrétisées avec la méthode des volumes finis décrite précédemment ce qui permet d'obtenir deux équations algébriques de la forme :

$$\begin{cases} A_P v_P^{n+1} = \sum_n A_N v_N^{n+1} + B_P^n v_P^n + D(p^{n+1}) + S_v^{n+1} \\ A_P p_P^{n+1} = \sum_n A_N p_N^{n+1} + S_p^{n+1}(v) \end{cases}$$

où v_P et p_P désignent les valeurs des champs de vitesse et de pression au noeud P (centre de la cellule fluide élémentaire) et v_N et p_N désignent les valeurs au centre des cellules voisines notées N. Les exposant n et $n+1$ désignent les valeurs calculées respectivement au pas de temps t_n et t_{n+1}. La résolution de ce système couplant les inconnues nodales de vitesse et de pression est conduite avec une méthode de prediction et de correction des quantités $v^{(q),n+1}, p^{(q),n+1}$. La première étape du schéma permet de prédire la vitesse :

$$A_P v_P^{(0),n+1} = \sum_n A_N v_N^{(0),n+1} + B_P^n v_P^n + D(p^n) + S_v^{n+1}$$

Elle est suivie d'une étape de correction de la vitesse et de la pression :

$$\begin{cases} A_P v_P^{(q+1),n+1} = \sum_n A_N v_N^{(q),n+1} + B_P^n v_P^n + D(p^{(q),n+1}) + S_v^{n+1} \\ A_P p_P^{(q),n+1} = \sum_n^n A_N p_N^{(q),n+1} + S_p^{(q),n+1}(v) \end{cases}$$

Cette procédure présente une étape de correction supplémentaire et est itérée jusqu'à satisfaction du critère de convergence portant sur la norme des résidus à chaque itération interne. Cet algorithme appelé PISO (Issa, 1986) pour *Pressure Implicit for Splitting Operator*, présente des avantages de précison de calcul, de temps de calcul et de stabilité numérique pour des calculs instationnaires.

Remarque 6 *Les simulations ont été réalisées sur deux ordinateurs. Le premier est un ordinateur portable* Pentium 4 *cadencé à* $2.66GHz$ *d'une mémoire de* $1Go$. *Le code* STAR-CD *est installé sur Linux émulé à partir de* Windows. *Ce dernier bénéficie de la moitié de la*

mémoire disponible. Le deuxième ordinateur utilisée est une station de travail SUN BLADE 2000 *d'une mémoire de* $1Go$*. Le temps de calculs des simulations numériques sont approximativement identiques sur les deux machines. L'ensemble des simulations a été réalisé en double précision. D'autre part, les efforts s'appliquant sur le cylindre sont calculés à l'aide d'une sous routine développée en FORTRAN et implémenté dans le code* STAR-CD.

3.3 Modélisation du problème

Le problème peut être modélisé selon deux approches. La première consiste à se placer dans un repère absolu par rapport au cylindre, c'est à dire que celui-ci reste fixe par rapport au repère terrestre et le fluide est en mouvement. Cette approche fait appel à un maillage de l'espace fixe. La seconde approche décrit le mouvement du cylindre dans un fluide initialement au repos, c'est à dire en repère relatif et fait appel à un maillage d'espace mobile. Ces deux méthodes sont identiques, il suffit d'opérer un changement de variables sur les vitesses pour retrouver l'un des deux écoulements (BATCHELOR, 1998, pp 139-140). Pour le problème d'un cylindre évoluant dans un milieu infini, la méthode du maillage fixe est entièrement satisfaisante. Cependant, l'utilisation du maillage mobile est nécessaire dans cette étude pour plusieurs motifs. La première raison est que la géométrie d'étude retenue dans le cadre de la recherche collaborative entreprise entre le LTN et DCN Propulsion (ERT "Mise en Impulsion de Structure Couplée à un Fluide") est de confiner le cylindre d'étude par un autre cylindre d'un diamètre plus important. Il est alors essentiel dans ce cas d'utiliser la technique de maillage mobile. Il s'agit donc ici de maîtriser cette méthode en la validant par rapport à la méthode avec maillage fixe. D'autre part, la méthode avec maillage mobile sera utilisée dans ce mémoire pour réaliser des calculs couplés fluide-structure.

Le domaine de calcul est identique dans les deux méthodes. Sa forme est rectangulaire de longueur $L = L_1 + L_2$ et de hauteur H (figure 3.2). Les frontières latérales sont placées chacune à une distance $H/2$ de l'axe du cylindre alors que les frontières amont et aval se trouvent respectivement à une distance L_1 et L_2 du centre de l'obstacle.

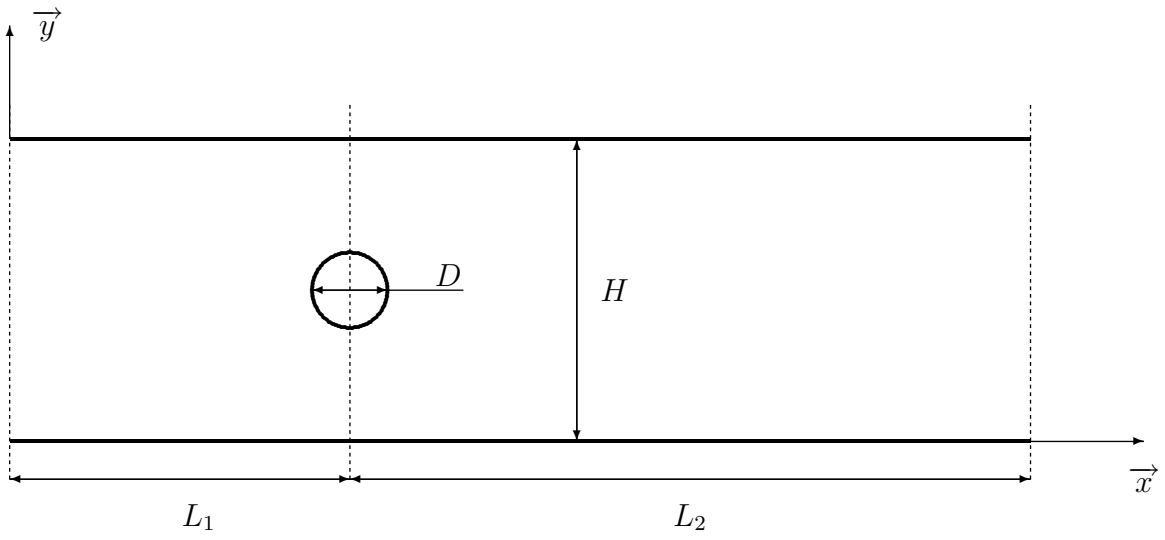


FIG. 3.2 – Domaine de calcul

Le domaine de calcul est structuré à partir de plusieurs blocs s'insérant autour du cylindre. La figure (3.3) présente l'agencement des blocs sur la moitié supérieure du domaine. Il apparaît

quatres zones distinctes, deux rectangles indicés (**3**) et (**4**), une zone annulaire indicée (**1**) et quatre quadrilatères indicés (**2**) réalisant la jonction entre les parties rectangulaires et annulaire. La zone annulaire de diamètre intérieur D et extérieur D' est maillée en $4N'_q \times N_r$ cellules avec un ratio λ suivant la coordonnée radiale afin de raffiner progressivement le maillage près du cylindre[3]. Ce ratio est déterminé par l'équation suivante :

$$dr_i = \frac{\sum_{j=1}^{Nr} dr_j}{\sum_{j=0}^{Nr-1} \lambda^j} \lambda^{i-1} \tag{3.11}$$

avec N_r, le nombre d'éléments considéré et dr_i, la distance entre deux mailles. Les parties rectangulaires (**3**) et (**4**) sont respectivement de dimension $(L_1 - H/2) \times H/2$ $(L_2 - H/2) \times H/2$ et sont discrétisées avec $N'_q \times N_i$ $N'_q \times N_o$ cellules fluides. Les quadrilatères sont discrétisés en $Nq' \times N_c$ cellules avec un ratio λ_c suivant la direction radiale pour raffiner progressivement le maillage vers la partie annulaire. Le nombre total de cellules dans le domaine est ainsi égal à $2N'_q \times [N_i + 4N_c + 4N_r + N_o]$.

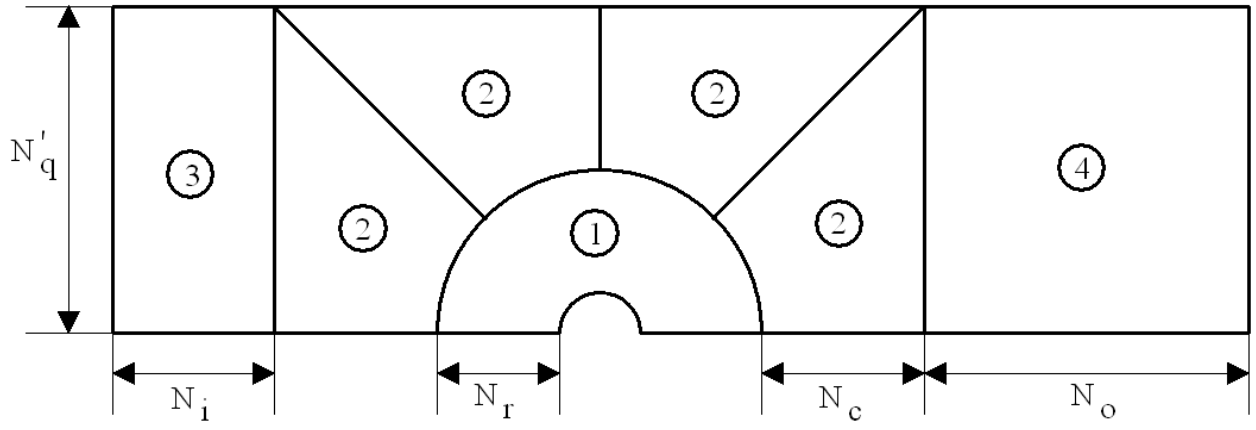


FIG. 3.3 – Représentation de la technique du maillage

3.3.1 Calcul en maillage fixe

Cette approche consiste à imposer un écoulement autour d'un cylindre fixe. Les conditions aux limites sont les suivantes sur le pourtour du domaine :

$$\begin{cases} u = \dot{\chi}(t) \ ; \ v = 0 \quad \text{pour} \quad x = 0 \ ; \ \forall y \\ \dfrac{\partial u}{\partial y} = 0 \ ; \ v = 0 \quad \text{pour} \quad \forall x \ ; \ y = [0, H] \\ \dfrac{\partial u}{\partial x} = 0 \ ; \ \dfrac{\partial v}{\partial x} = 0 \quad \text{pour} \quad x = L \ ; \ \forall y \end{cases} \tag{3.12}$$

Quant au cylindre, sa paroi est considérée comme *non glissante*, les composantes de vitesses u et v sont nulles sur ce dernier. Afin de retrouver un écoulement équivalent à celui obtenu avec un maillage mobile, il est nécessaire de déclarer une force volumique $\varphi_V = \rho\ddot{\chi}(t)$ à l'ensemble du domaine fluide. Cette force est due au changement de référentiel permettant de compenser l'accélération du cylindre.

Remarque 7 *L'ensemble des conditions aux limites sont déclarées dans les fichiers sources du code, notamment dans des sous routines développées en langage FORTRAN.*

[3] $N'_q = N_q/8$, avec N_q le nombre d'éléments suivant la direction azimuthale

3.3.2 Calcul en maillage mobile

Cette approche consiste à déplacer le cylindre dans un fluide initialement au repos. Les conditions aux limites sont des conditions de paroi *glissante* sur tout le pourtour du domaine :

$$\begin{cases} \dfrac{\partial u}{\partial y} = 0 \ ; \ v = 0 \quad \text{pour} \quad \forall x \ ; \ y = [0, H] \\ \dfrac{\partial u}{\partial y} = 0 \ ; \ \dfrac{\partial v}{\partial x} = 0 \quad \text{pour} \quad x = [0; L] \ ; \ \forall y \end{cases} \tag{3.13}$$

Le cylindre est soumis à un déplacement longitudinal $\chi(t)$ et une vitesse $\dot{\chi}(t)$. L'architecture d'un calcul numérique avec maillage mobile nécessite l'utilisation de deux méthodes, l'une pour déplacer les noeuds de calcul et l'autre pour calculer les inconnues du problème, respectivement un algorithme de re-maillage et la méthode ALE.

Algorithme de re-maillage

L'algorithme de re-maillage détaillé ci dessous permet de déplacer le cylindre et les noeuds situés dans l'espace annulaire indicé 1 (figure 3.3). Il est possible de mettre en évidence une autre méthode consistant à déplacer des blocs entiers d'un maillage. Le domaine de calcul est alors scindé en trois parties : une partie amont, centrale et aval. La partie centrale comprenant le cylindre reste fixe au cours du temps alors que les parties amont et aval subissent des distorsions de mailles à chaque pas de temps pour un nombre de cellules constant. Guerouache (2000) et Henning (1997) utilisent ces deux approches dans leurs travaux de thèse. Les deux méthodes sont consistantes bien que la deuxième ne puisse appréhender un futur confinement cylindrique. La technique utilisée nécessite le développement d'un algorithme de remaillage du domaine fluide présenté ci-dessous.

Le maillage du domaine est composé utilise des cellules à 4 noeuds de I noeuds distribués dans la direction r, un nombre J de noeuds dans la direction θ. Le cylindre intérieur se déplace d'une quantité χ dans la direction x, comme représenté sur la figure (3.4).

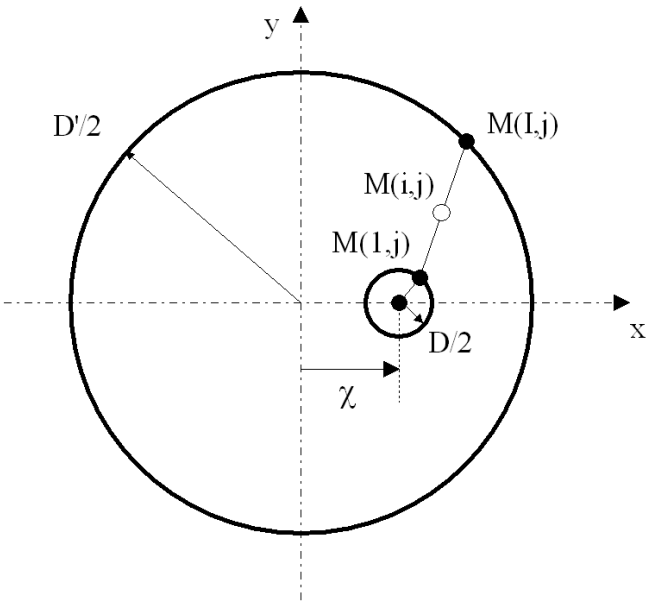


Fig. 3.4 – définition géométrique du maillage

Les points du cylindre extérieur $M(I, j)_{j\in[1,j]}$ sont immobiles et les points du cylindre intérieur $M(1, j)$ sont tous déplacés d'une quantité ϵ suivant x. Les nouvelles coordonnées carté-

siennes de ces points sont alors :

$$\begin{cases} x(1,j) = (D/2)\cos\ \theta_j + \chi \\ y(1,j) = (D/2)\sin\ \theta_j \\ x(I,j) = (D'/2)\cos\ \theta_j \\ y(I,j) = (D'/2)\sin\ \theta_j \end{cases} \tag{3.14}$$

Pour j fixé, les nouvelles coordonnées des points $M(i,j)_{i\in[2,I-1]}$ situés entre $M(1,j)$ et $M(I,j)$ sont alors :

$$\begin{aligned} x(i+1,j) &= x(i,j) + \frac{x(I,j)-x(1,j)}{\sum_{k=0}^{N-1}\lambda^k}\lambda^{i-1} \\ y(i+1,j) &= y(i,j) + \frac{y(I,j)-y(1,j)}{\sum_{k=0}^{N-1}\lambda^k}\lambda^{i-1} \end{aligned}$$

La figure (3.5) donne une représentation du maillage obtenu pour un déplacement $\chi = 4\times D$.

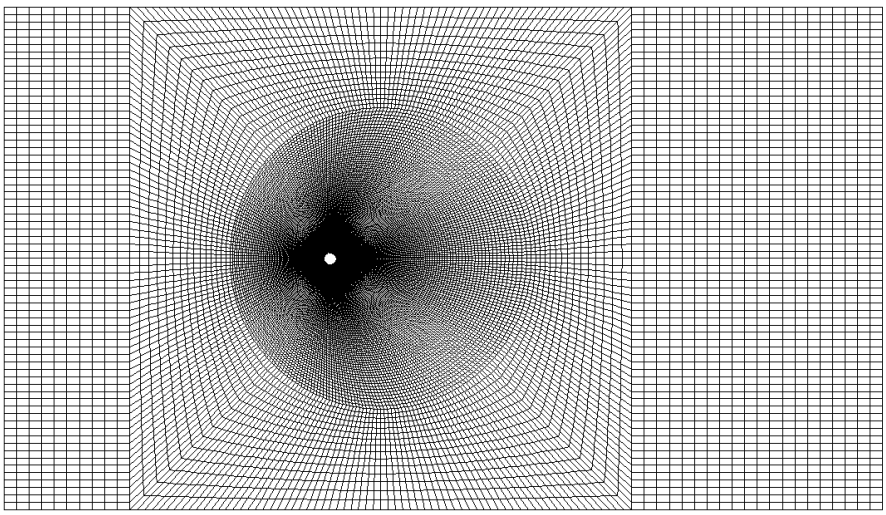


FIG. 3.5 – représentation du maillage déformé

Méthode ALE (*Arbitrary Lagrangian Eulerian*)

La résolution des équations de NAVIER-STOKES est assurée par la formulation ALE. L'idée de cette méthode est de décrire les équations de conservation dans un domaine intermédiaire dont les points sont déterminés grâce à la vitesse de déformation du maillage. Les équations de conservation s'écrivent alors :

$$\begin{cases} \dfrac{d}{dt}\displaystyle\int_{\Omega(t)} \rho d\Omega + \int_{\partial\Omega(t)} \rho(v_j - v_j^*)dn_j = 0 \\ \dfrac{d}{dt}\displaystyle\int_{\Omega(t)} \rho v_i d\Omega + \int_{\partial\Omega(t)} \rho v_i(v_j - v_j^*)dn_j = \int_{\Omega(t)} S_i d\Omega - \int_{\partial\Omega(t)} p dn_j + \int_{\partial\Omega(t)} \mu\left(\dfrac{\partial v_i}{\partial x_j} + \dfrac{\partial v_j}{\partial x_i}\right) dn_j \end{cases}$$

où v_j^* est la vitesse de grille. Le problème est donc constitué des inconnues p, v_i, v_i^*. Lorsque $v^* = 0$, c'est à dire loin de la région déformée, le formalisme adopté est *eulérien* alors que si $v^* = v$, le formalisme est *lagrangien*. Le système précédent contient deux équations pour trois

inconnues, ce qui impose d'utiliser une relation supplémentaire : l'équation de conservation de l'espace (ou *Space Conservation Law*) (Demirdzic & Peric, 1988) permet alors de fermer le problème. Cette équation s'écrit :

$$\frac{d}{dt}\int_{\Omega(t)} d\Omega = \int_{\partial\Omega(t)} v_j^* n_j dS$$

La stratégie de résolution consiste alors à déterminer le champ de vitesse de grille à partir de la connaissance des déplacements du maillage tout en satisfaisant l'équation ci-dessus. Dans le cas où l'équation de conservation de l'espace n'est pas respectée, il apparaîtra un débit massique artificiel généré par le mouvement de maillage. En effet, l'équation de conservation de la masse formulée en ALE s'écrit :

$$\left[\frac{d}{dt}\int_{\Omega(t)} d\Omega - \int_{\partial\Omega} v_j^* n_j dS\right] + \int_{\partial\Omega} v_j n_j dS = 0$$

Si le terme entre crochet est non nul, la condition d'incompressibilité $\int_{\partial\Omega} v_j n_j dS = 0$ ne sera pas respectée.

Remarque 8 *La formulation ALE est implémentées dans le code* Star-CD *alors que l'algorithme de re-maillage a été développé en FORTRAN dans une sous routine. Cette dernière communique les nouvelles positions des noeuds au code. De plus, il est nécessaire de déclarer des conditions de vitesses à la paroi afin d'assurer la continuité du champ de vitesse au sein de la frontière fluide/solide.*

3.3.3 Comparaison des schémas numériques

La comparaison des schémas numériques se place dans le problème d'un cylindre évoluant à vitesse constante U_0 dans un fluide au repos à un nombre de Reynolds de 550 pendant les premiers instants. Le tableau (3.1) présente les caractéristiques du modèle numérique choisi en fonction des paramètres utilisés par Guerouache (2000) :

D (m)	D'	H	L_1	L_2	N_r	N_q	N_c	N_i	N_o	λ	λ_c
0.05	$24D$	$40D$	$30D$	$40D$	160	272	$c15$	10	20	1.024	1.06

Tab. 3.1 – Données géométriques du maillage

La simulation numérique de ce cas d'étude nécessite un raffinement marqué du pas du temps pendant les premiers instants de l'écoulement (jusqu'à $t^* = 0.02$). En effet, la vitesse imposée au cylindre ou à l'écoulement est constante dès les premiers instants créant ainsi une brusque discontinuité de vitesse. Ce changement brutal de vitesse au sein du fluide peut être évité en réalisant une discrétisation temporelle fine pendant les premiers instants. Pour ne pas augmenter le temps de calcul du à la diminution du pas de temps, une solution consiste à imposer une vitesse de transition entre l'instant initial et le temps réduit $t_f^* = 0.02$ assurant une continuité de vitesse :

$$\begin{cases} \dot{\chi}(t) = \dfrac{\gamma_1}{w_1^2}\left[w_1 t - \sin(w_1 t)\right] \quad \forall\ t^* = [0; t_f^*] & (3.15) \\ \dot{\chi}(t) = 0 \quad \forall\ t^* > t_f^* & (3.16) \end{cases}$$

avec $w_1 = \dfrac{2\pi}{T_1}$, $T_1 = \dfrac{t_f^* D}{U_0}$, $\gamma_1 = \dfrac{2\pi U_0}{T_1^2}$ pour $t_f^* = 0.02$. Le domaine de discrétisation temporelle est donc scindé en deux parties ; la première compte 100 éléments pour la plage $t^* = [0; t_f^*]$ et 200 pour $t^* = [0; 4]$.

La figure (3.6) présente l'influence des schémas de discrétisations utilisés (UD, CD, LUD et MARS) sur les coefficients de trainée due à la pression et au cisaillement pour $Re = 3000$. Les schémas donnent des résultats quasiment identiques pour le coefficient de trainée du au cisaillement alors qu'il apparaît une différence entre le schéma UD et les schémas CD, LUD et MARS pour le coefficient dû à la pression. En effet, ce coefficient est sensible à la topologie de l'écoulement et notamment à la présence et à la répartition des tourbillons autour du cylindre. Ceci est confirmé par les figures (3.7) et (3.8) présentant le champ de vorticité à $t^* = 3$. La topologie de l'écoulement est identique pour les schémas CD, LUD et MARS alors que le schéma UD ne prédit pas un tourbillon secondaire complètement formé.

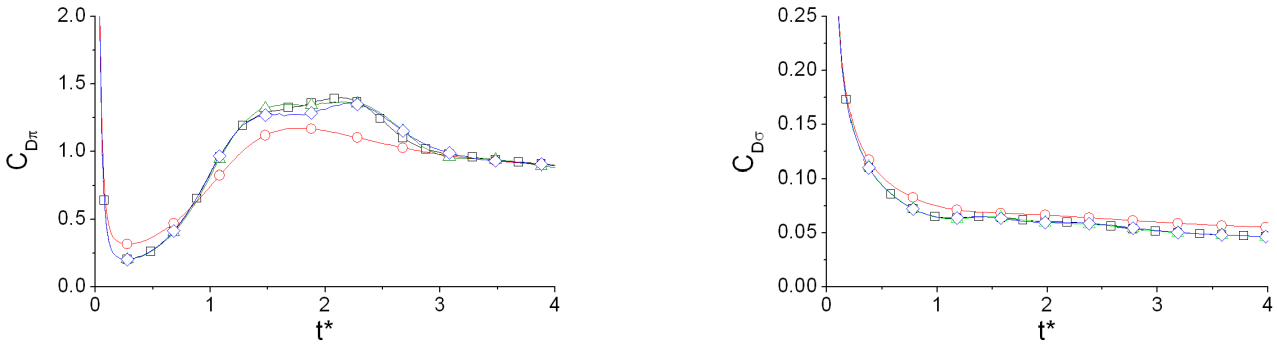


FIG. 3.6 – Influence du schéma de discrétisation sur les coefficients de traînées dus à la pression et au cisaillement. – ◯ – schéma UD ; –△– schéma CD ; –◇– schéma LUD ; –□– schéma MARS.

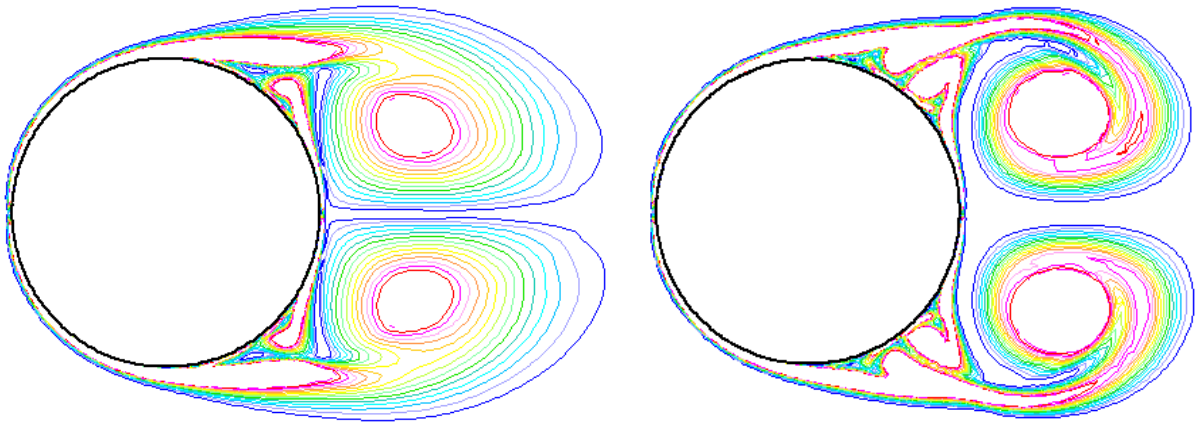


Schéma UD Schéma CD

FIG. 3.7 – Champ de vorticité pour $Re = 3000$ à $t^* = 3$ pour les schémas UD et CD.

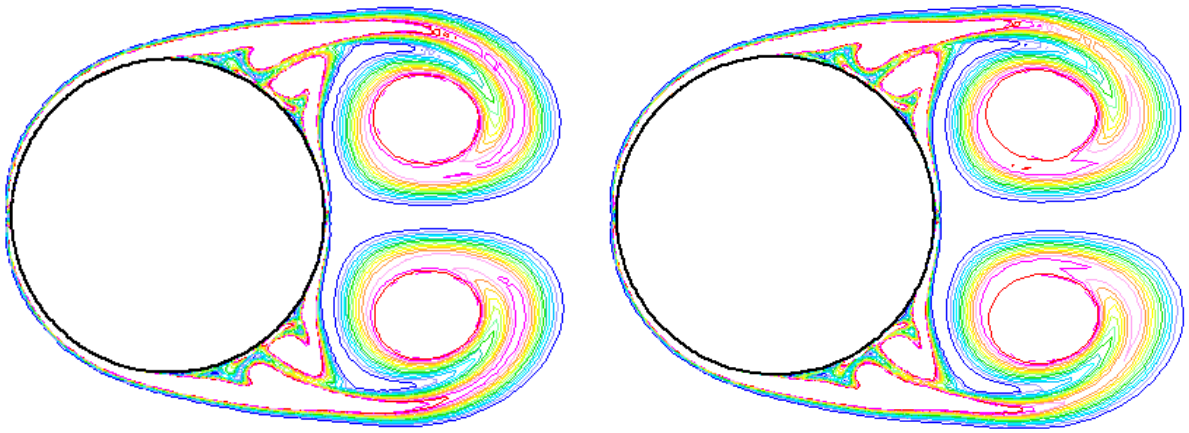


Schéma LUD Schéma MARS

FIG. 3.8 – Champ de vorticité pour $Re = 3000$ à $t^* = 3$ pour les schémas LUD et MARS.

3.4 Validation

Le modèle CFD est validé dans le cas d'un cylindre soumis à une accélération de DIRAC dans un milieu infini (MELOT et al., 2005b). Nos résultats numériques sont comparés à ceux de la littérature pour des nombres de REYNOLDS de 550 et 3000. Ces nombres correspondent respectivement au régime 3 et 4 décrit à la section (1.4).

3.4.1 Simulation à $R_e = 550$

Pour des nombres de REYNOLDS compris entre $50 < Re < 600$, l'écoulement est composé dans son sillage d'un tourbillon principal et d'un tourbillon secondaire plus petit en taille, situé entre le cylindre et le tourbillon principal. La figure (3.9) compare la visualisation de l'écoulement réalisée par BOUARD (1983) et le champ de vorticité produit par la simulation en maillage mobile pour $R_e = 550$ à $t^* = 3$.

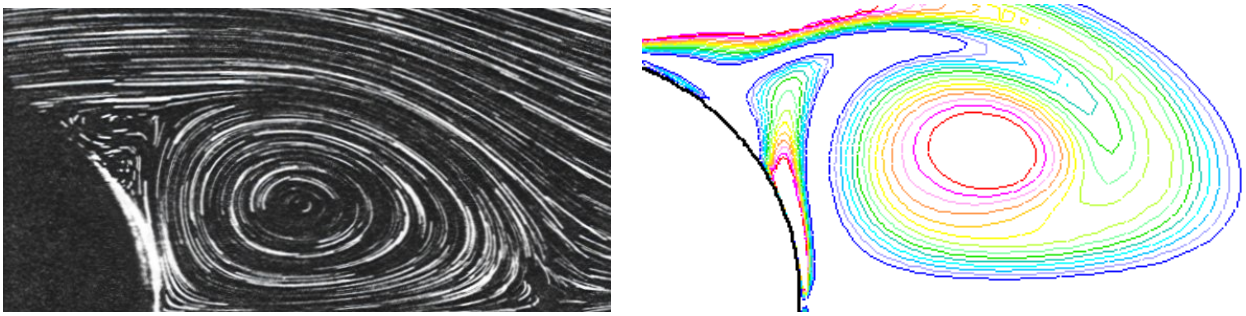


FIG. 3.9 – $R_e = 550$ à $t^* = 3$: visualisation de l'écoulement par BOUARD et champ de vorticité obtenue par la simulation en maillage mobile.

La figure (3.10) présente l'évolution temporelle de la traînée en fonction du temps réduit, respectivement due à la pression C_{D_π} et au cisaillement C_{D_σ}. Les calculs CFD sont comparés aux études analytique de BAR-LEV & YANG (1975) et numériques de COLLINS & DENNIS (1973) et KOUMOUTSAKOS & LEONARD (1995). Les deux résultats sont comparés avec succès à ceux de KOUMOUTSAKOS *et al.* pour tous t^* et à ceux BAR-LEV *et al.* et COLLINS *et al.* pour $t^* < 0.5$. En effet, les études de BAR-LEV *et al.* et COLLINS *et al.* sont valables uniquement pour les

premiers instants de l'écoulement. Les deux points d'inflexion apparaissant sur le coefficient de traînée du à la pression, respectivement à $t^* \simeq 0.375$ et à $t^* \simeq 1.6$, correspondent à l'apparition des deux points de séparations à la couche limite.

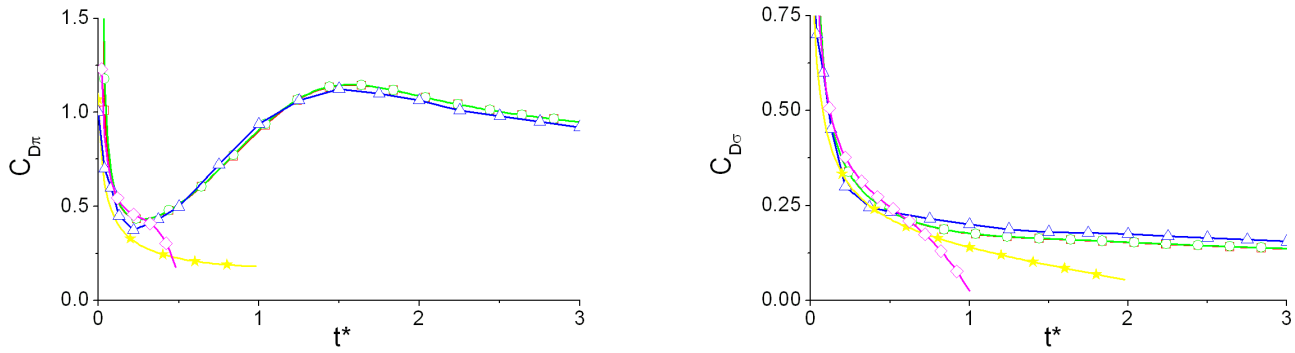


FIG. 3.10 – Coefficient de trainée C_{D_π} et C_{D_σ} en fonction du temps réduit pour $R_e = 550$. –□– Méthode en maillage fixe ; – ◯ – Méthode en maillage mobile ; –△– KOUMOUTSAKOS *et al.* ; –★– BAR-LEV *et al.* ; –◇– COLLINS *et al.*

Les figures (3.11) et (3.12) présentent les caractéristiques du sillage, c'est à dire l'évolution temporelle de la longueur de recirculation, de la vitesse maximale dans le sillage et de la position longitudinale et transversale du tourbillon principal (voir figure 1.8). Nos résultats CFD sont comparés avec succès aux études expérimentale de BOUARD (1983) et numérique de LOC & BOUARD (1985). Ces figures montrent que les grandeurs caractéristiques du sillage augmentent progressivement avec le temps réduit, confirmant la croissance continuelle du tourbillon principal. A noter que la position transversale du tourbillon reste à peu près constante au cours du temps. En effet, l'écoulement provoqué par le déplacement du cylindre contraint les tourbillons à rester derrière le cylindre ; le centre des tourbillons ne peut pas alors se situer au delà du diamètre du cylindre suivant la direction transversale.

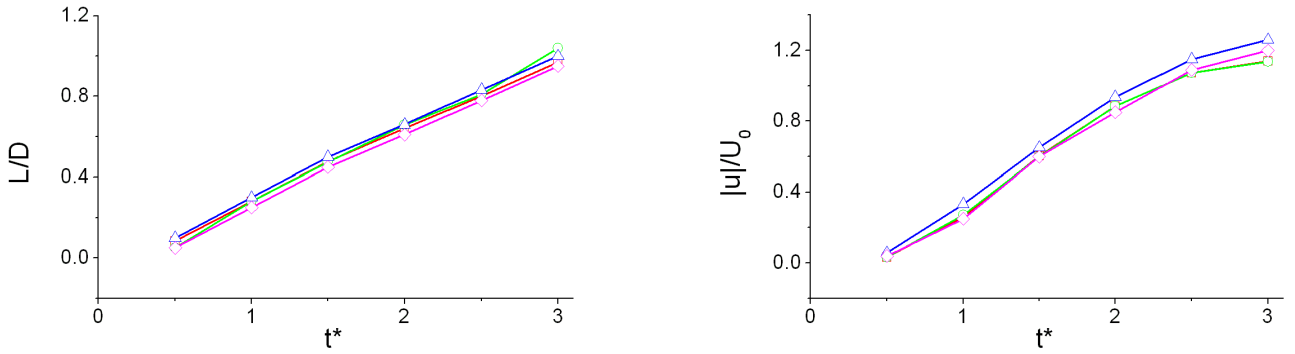


FIG. 3.11 – Longueur de recirculation L/D et vitesse maximale dans la zone du sillage $|u|/U_0$ en fonction du temps réduit pour $R_e = 550$. –□– Maillage fixe ; – ◯ – Maillage mobile ; –△– BOUARD, –◇– LOC

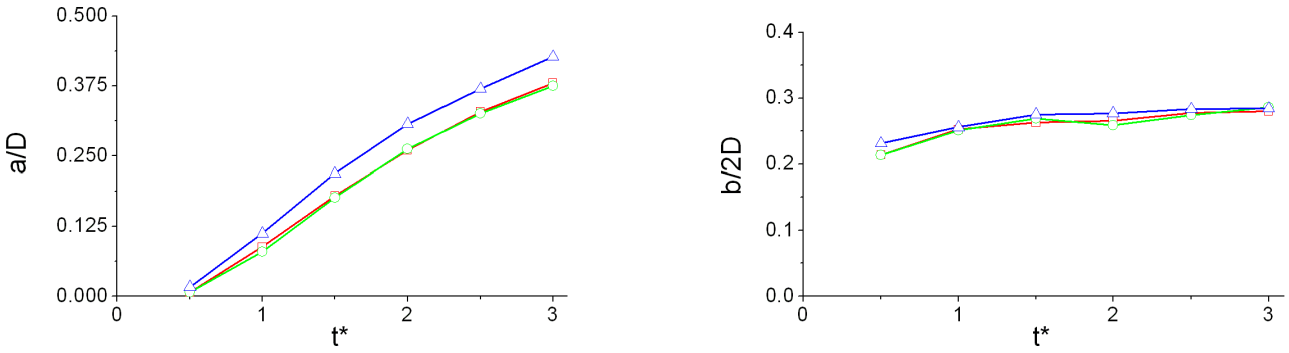


FIG. 3.12 – Position du tourbillon principal suivant l'axe longitudinal a/D et suivant l'axe transversal $b/2D$ en fonction du temps réduit t^* pour $Re = 550$. –□– Maillage fixe ; – ◯ – Maillage mobile ; –△– BOUARD

3.4.2 Simulation à $R_e = 3000$

Pour des nombres de REYNOLDS compris entre $600 < Re < 9000$, il apparaît dans le sillage un tourbillon principal et deux tourbillons secondaires placés entre le cylindre et le tourbillon primaire. La figure (3.13) compare la visualisation d'écoulement réalisée par BOUARD et le champ de vorticité résultant de la simulation avec maillage mobile pour $R_e = 550$ à $t^* = 3$. Ces images montrent les phénomènes décrits sur la figure (1.11-b), c'est à dire le sillage composé du tourbillon principal et des vortex secondaires.

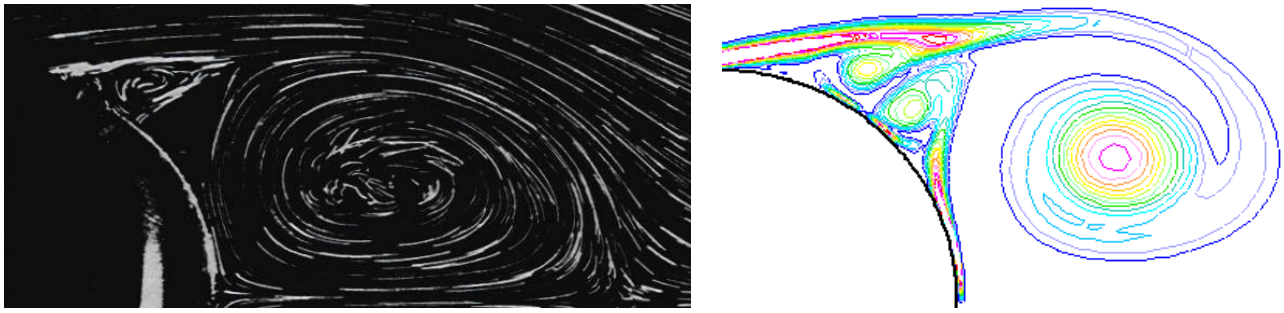


FIG. 3.13 – $R_e = 3000$ à $t^* = 3$ respectivement : visualisation expérimentale de BOUARD *et al.* et champ de vorticité réalisé par la méthode en maillage mobile.

La figure (3.14) présente l'évolution temporelle du coefficient de traînée en fontion du temps réduit, due respectivement à la pression C_{D_π} et au cisaillement C_{D_σ}. Les calculs de CFD sont comparés à trois auteurs ; KOUMOUTSAKOS *et al.*, BAR-LEV *et al.* et COLLINS *et al.*. Les deux résultats CFD présentent encore une bonne concordance avec les résultats de la littérature.

Les figures (3.15) et (3.16) présentent les caractéristiques du sillage, c'est à dire l'évolution temporelle de la longueur de recirculation, de la valeur de la vitesse maximale dans le sillage et de la position longitudinale et transversale du tourbillon principal. Nos résultats CFD sont comparés avec succès aux études expérimentale de BOUARD (1983) et numérique de SMITH & STANSBY (1988). Ces figures montrent, comme dans le cas à $Re = 550$, que les grandeurs caractéristiques du sillage augmentent progressivement avec le temps réduit, confirmant la croissance continuelle du tourbillon principal. Cependant, la position transversale du tourbillon principal diminue avec le temps réduit, c'est à dire que les tourbillons principales ont tendance

à se rapprocher. En effet les structures secondaires sont de taille plus importante que pour $Re = 500$ et contraignent le tourbillon principal à se décaler.

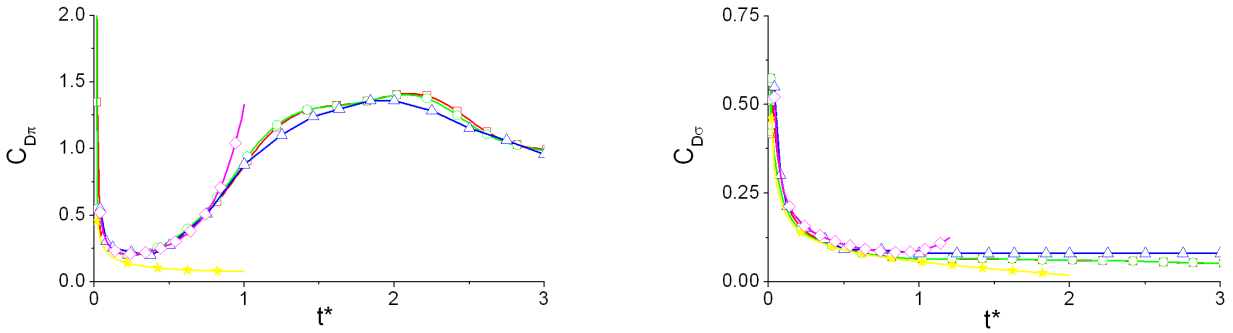


FIG. 3.14 – Coefficient de trainée C_{D_π} et C_{D_σ} en fonction du temps réduit pour $R_e = 3000$. –□– Méthode en maillage fixe ; – ◯ – Méthode en maillage mobile ; –△– KOUMOUTSAKOS *et al.* ; –★– BAR-LEV *et al.* ; –◇– COLLINS *et al.*

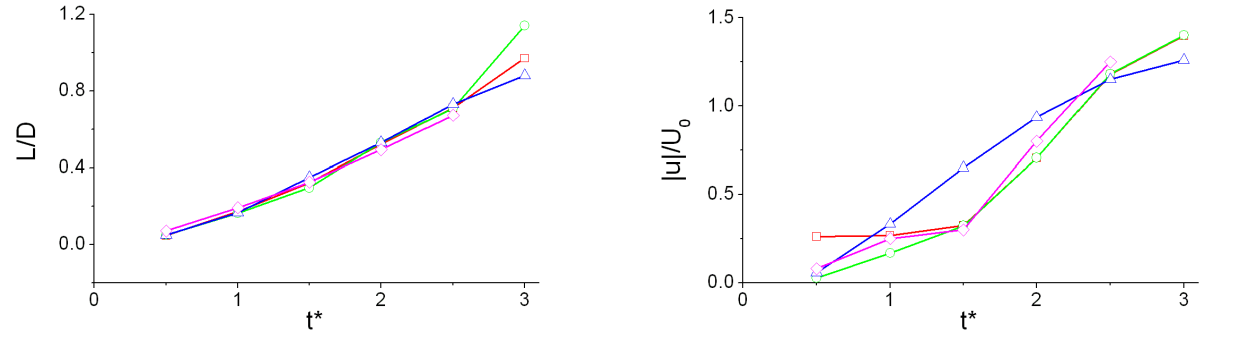


FIG. 3.15 – Longueur de recirculation L/D et vitesse maximale dans la zone du sillage $|u|/U_0$ en fonction du temps réduit pour $R_e = 550$. –□– Méthode en maillage fixe ; – ◯ – Méthode en maillage mobile ; –△– BOUARD, –◇– SMITHS *et al.*

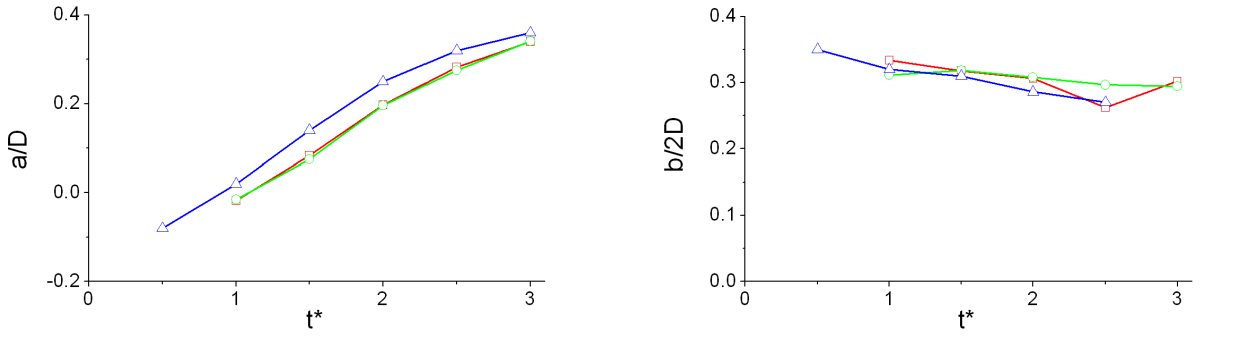


FIG. 3.16 – Position du tourbillon principal suivant l'axe longitudinal a/D et suivant l'axe transversal $b/2D$ en fonction du temps réduit t^*. –□– Méthode en maillage fixe ; – ◯ – Méthode en maillage mobile ; –△– BOUARD.

Présentation du dispositif expérimental et des techniques de mesures

Ce chapitre présente le dispositif expérimental et les techniques de mesures associées. A la première section, le montage expérimental ainsi que les différents organes le constituant sont présentés. L'instrumentation de la chaîne de mesure du banc est ensuite détaillée à la section suivante. Ce chapitre se termine par la validation du dispositif expérimental dans le cas d'un mouvement harmonique d'un cylindre.

4.1 Objectif et contraintes

L'objectif de ce banc expérimental est de permettre la mesure des grandeurs hydrodynamiques (forces, pressions et champ de vitesse) apparaissant autour d'un cylindre soumis à un choc sinus d'amplitude maximum 30 g pour un temps de choc minimum de 15 ms dans un domaine fluide de grande dimension. Ce choc correspond à un déplacement du cylindre d'environ 11 mm pour une vitesse maximale de 1.5 m/s. Le diamètre du cylindre se doit d'être compatible avec les échelles aisément observables avec les techniques de visualisations conventionnelles et doit conduire à un poids du cylindre acceptable. De ce fait, il est fixé à 50 mm pour une longueur égale à huit fois le diamètre, soit 400 mm afin d'éviter les effets de bord (Chen, 1987, pp 17-51) et son poids est estimé en premier lieu à 1 kg. La déformation en flexion du cylindre ne doit pas excéder une tolérance de 0.1 mm sur le déplacement du diamètre.

Ces données physiques permettent de choisir et de dimensionner le montage expérimental ainsi que la chaîne de mesure associée. Ces deux sous-ensembles sont présentés respectivement dans les sections (4.2) et (4.3).

4.2 Montage experimental

Le montage expérimental se compose de quatre parties principales :
- le système d'impulsion permettant de générer le choc ;
- le cylindre d'étude ainsi que son dispositif de guidage relié au système d'impulsion ;
- le bassin d'essai rempli du fluide ;
- un chassis supportant le système d'impulsion, le cylindre d'étude et la cuve.

Les figures (4.1) et (4.2) présentent respectivement la schématisation et les photos de la plate-forme expérimentale assemblée sur le site du Laboratoire de Thermocinétique de Nantes[1].

[1]Ce dispositif expérimental a été réalisé en collaboration avec l'ingénieur d'études du Laboratoire, Michel Jezegou

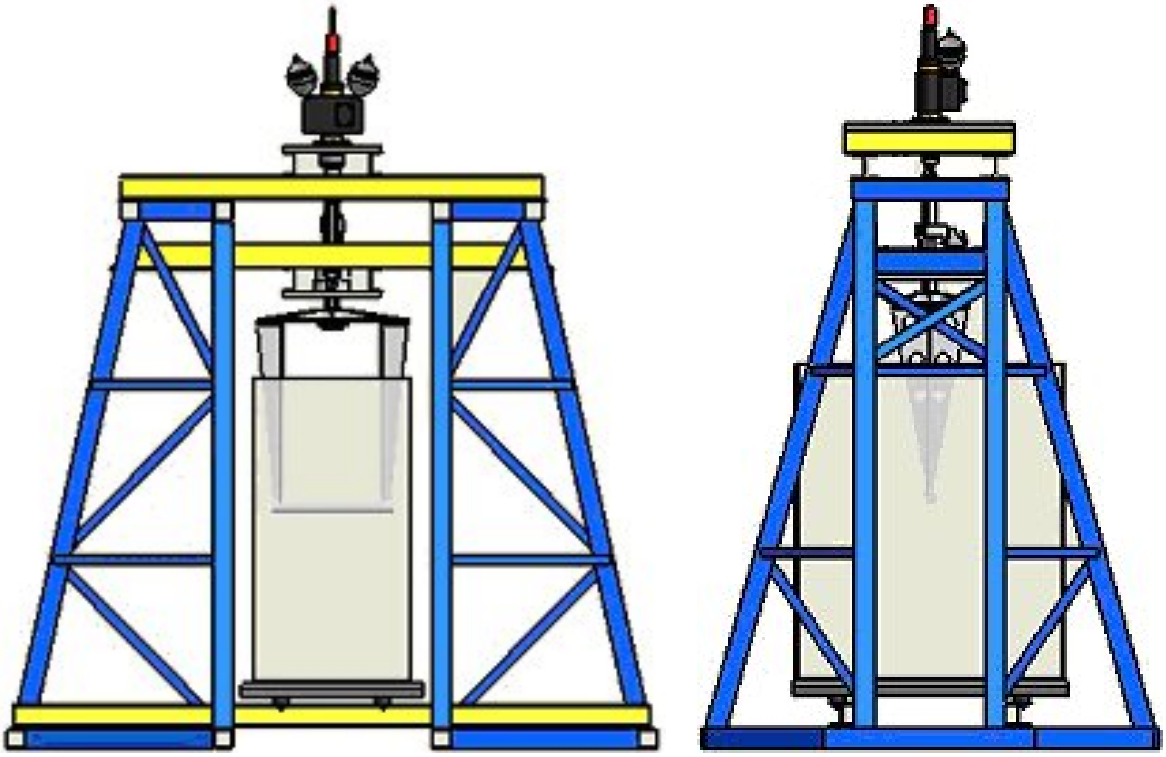


FIG. 4.1 – Plateforme expérimentale

Vue de face sans le cylindre et la cuve

Vue de côté

FIG. 4.2 – Plate-forme expérimentale

4.2.1 Bassin d'essai

Le bassin d'essai a une hauteur de 1.5 m avec une surface de 1.5×0.7 m. Il est constitué de cinq plaques de verre d'épaisseur 20 mm assemblées par collage. La simulation de l'écoulement en milieu infini dans les trois directions de l'espace est assurée par des dimensions du bassin d'essai calculées au regard des dimensions du cylindre (Chen, 1987, pp 17-51). Le verre est composé de deux feuilles de verres trempées et collées afin de résister aux forces fluides exercés sur les parois de la cuve. Le bassin d'essai est posé sur une plaque de polystyrène d'épaisseur 60 mm permettant d'accepter les défauts de planéité du verre. Cette plaque repose elle-même sur une plaque de bois d'épaisseur 40 mm soutenant le poids de la cuve remplie de son fluide. L'ensemble du bassin d'essai ainsi que son assise sont découplés de la structure porteuse à l'aide de plots[2] permettant de s'affranchir des vibrations produites par le système d'impulsion transmis par la structure.

4.2.2 Système d'impulsion

Le système d'impulsion de technologie hydraulique est composé de trois parties (figure 4.3) :

- un vérin hydraulique générant le choc ;
- une centrale hydraulique assurant l'alimentation en huile du vérin ainsi que la mise en pression du réseau ;
- un système d'asservissement pilotant le vérin.

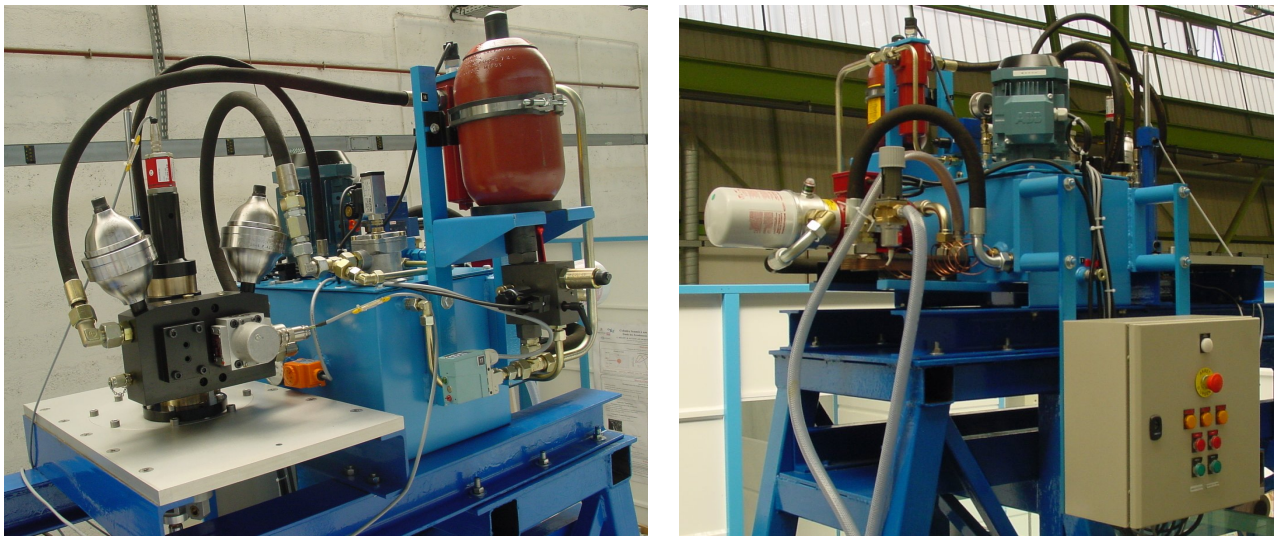


Fig. 4.3 – Dispositif d'impulsion. Centrale et vérin hydraulique

Le schéma (4.4) et le tableau (4.1) décrivent succinctement ces trois composants ainsi que le fonctionnement du système d'impulsion.

[2]La fréquence de résonance des plots est d'environ 10 Hz.

N°	Composants
1	Bache
2	Moteur du circuit primaire
3	Pompe du circuit primaire
4	Distributeur
5	Clapet anti-retour
6	Pressostat à deux seuils
7	Accumulateur
8	Sonde thermométrique
9	Moteur du circuit secondaire
10	Pompe du circuit secondaire
11	Échangeur à plaque huile/eau
12	Vanne thermostatique
13	Accumulateur de 160 bar
14	Accumulateur de 1 bar
15	Servo-valve
16	Vérin
17	Capteur de déplacement
18	Structure de l'asservissement

TAB. 4.1 – Nomenclature du schéma décrivant le fonctionnement de la système d'impulsion

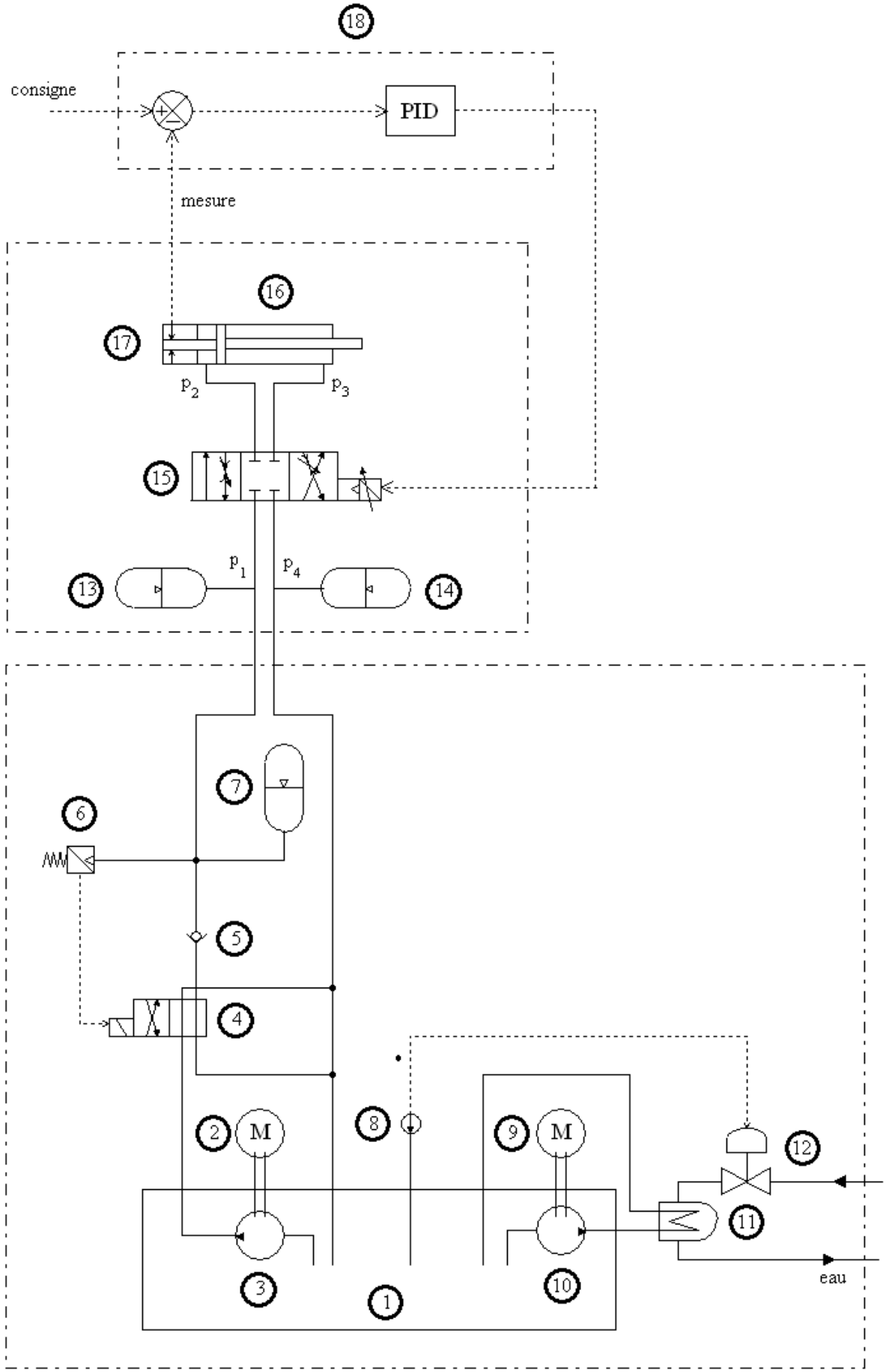


FIG. 4.4 – Description du fonctionnement du système d'impulsion

La centrale hydraulique est composée d'une bâche d'une capacité de 30 litres d'huile. Sur cette bâche sont branchées deux groupes moto-pompe **(2-3)** (puissance de 2700 W à une fréquence de rotation de 3000 tr/min) et **(9-10)** permettant d'alimenter respectivement le circuit principal et le circuit de refroidissement. Le distributeur (**4**) permet de dissocier dans le circuit principal ; le circuit haute pression HP placé en aval et le circuit basse pression BP placé en amont. L'ouverture de ce distributeur est commandée par le pressostat (**6**) à deux seuils réglant les pressions minimum et maximum regnant dans le circuit haute-pression. Lorsque la pression dans le circuit HP est inférieure à la pression de consigne maximum, le distributeur s'ouvre et permet de gonfler en huile l'accumulateur **(7)** d'une capacité de 4 litres pouvant maintenir une pression de maximum de 250 bar. Quand cette pression est atteinte, le distributeur se referme, le circuit HP est alors prêt pour effectuer un tir du vérin. En parallèle du circuit principal est monté un circuit de refroidissement permettant de réguler en température l'huile de la bâche. Cette opération est assurée par un échangeur à plaques **(11)**, huile/eau. L'huile est acheminée par le groupe moto-pompe alors que l'eau provient d'un service d'eau interne au Laboratoire. Le réglage du niveau de la température de l'huile est effectué par la vanne thermométrique **(12)** commandée mécaniquement par une sonde thermostatique **(8)** branchée au coeur de la cuve. Ce circuit de refroidissement est nécessaire car lorsque le système d'impulsion est mis en service pendant plus de dix minutes, l'huile passant dans la servo-valve **(15)** s'échauffe sous l'effet du laminage dans les étroites sections de passage de cette dernière.

Le vérin hydraulique **(16)** est à double tige guidé par des paliers lisses, dimensionné pour une course de 30 mm et pour une vitesse maximale de 2 m/s. La distribution de l'huile vers les différents orifices du vérin est assurée par un bloc foré sur lequel sont montés deux accumulateurs **(13)** et **(14)**. Ces deux derniers sont situés sur l'entrée et la sortie du vérin, gonflés respectivement à 160 bar et à 1 bar, permettant ainsi de stabiliser la pression d'huile autour du vérin. Le réglage en position de la tige du vérin est assuré : par la servo-valve **(15)** permettant de commander l'ouverture des orifices alimentant les entrées-sorties du vérin et par le capteur de position **(17)** mesurant le déplacement effectif de la tige du vérin. Cette servo-valve possède deux étages et quatre valves. Le premier étage contient les tiroirs de distribution d'huile réglant le débit d'huile vers les différents orifices alors que le second contient les organes électriques et mécaniques de ce tiroir. L'ensemble de la servo-valve est piloté par des commandes électriques venant de l'ordinateur dédié à l'asservissement.

L'ordinateur de commande permettant de piloter le vérin est constitué d'un coffret de table en liaison avec un PC de bureautique. Le coffret de table permet de recevoir et d'envoyer les informations électriques à la servo-valve et de recevoir ceux du capteur de position. Il permet aussi d'intégrer le module de conditionnement analogique numérique de la servo-valve. Le PC de bureautique permet à l'utilisateur de commander en déplacement le vérin avec un logiciel dédié à l'asservissement. Ce logiciel permet non seulement de créer le déplacement souhaité mais de générer d'autres signaux. L'asservissement proposé par le constructeur est une boucle de régulation en PID.

Remarque 9 *Le choix de ce système d'impulsion a été fait après consultation nationale auprès de différents fournisseurs. Quatres solutions techniques ont été envisagées ; pneumatique, electro-magnétique, mécanique et hydraulique. La solution pneumatique consistait à impulser le cylindre via un vérin pneumatique. Cependant, il est impossible d'atteindre les niveaux d'accélération et de temps de choc exigés du fait de la compressibilité de l'air. La deuxième technologie consistait à installer un vérin electro-magnétique. Ce projet n'a pas pu aboutir car il posait le problème de l'encombrement du bobinage et la présence d'un champ magnétique autour du banc conduisant à dérégler les appareils de mesures. La troisième technologie permettait de produire l'impulsion grâce à un vérin electro-mécanique. Le mouvement était engendré par la rotation d'une came déplaçant une tige. La came était spécifique à la course de l'impulseur*

et le temps de choc était piloté par la vitesse de rotation d'un moteur. Ce système présentait deux inconvénients, de type financier et technique. En effet, pour effectuer différentes courses, il était nécessaire d'avoir plusieurs cames usinées pour chaque cas, augmentant alors les coûts du montage. Le montage et démontage relevaient d'opérations délicates avec une chaîne cinématique complexe à maîtriser. La quatrième solution a donc été la mise en oeuvre d'un système hydraulique dont les caractéristiques et les avantages ont été détaillés ci-dessus

4.2.3 Dispositif de transmission du mouvement

Le role du dispositif de transmission du mouvement est d'établir une liaison mécanique entre le nez du vérin **(8)** et le cylindre d'étude **(1)** (voir figure 4.5). Le cylindre **(1)** est maintenu à chaque extrémité par deux jambes **(2)** et **(3)** reliées elles-même à un support **(4)**, définissant ainsi un étrier. Cet étrier est relié au nez du vérin **(8)** par l'intermédiaire d'un mât **(6)** dont l'une des extrémités est encastrée à l'étrier et l'autre par un système d'accouplement **(7)** sur le vérin. L'accouplement est réalisé par deux chapes brochées entre elles par une broche amovible.

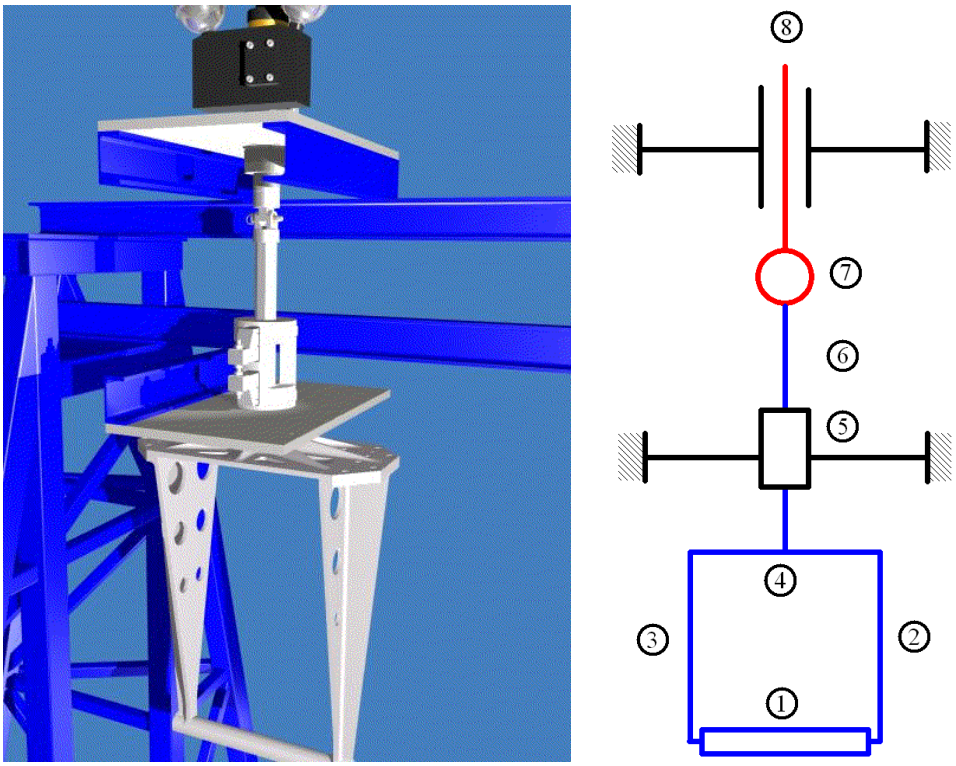


FIG. 4.5 – Dispositif de transmission du mouvement. Vue d'ensemble et principe de la chaîne cinématique.

Le guidage en translation du mât **(6)** est réalisé par une glissière **(5)**. Le vérin possède deux degrés de liberté, une translation et une rotation suivant l'axe de translation. Le vérin et la glissière sont fixés sur deux plaques parallèles solidaires du chassis. Le mât **(6)** est composé de trois méplats de guidage sur toute la longueur de la pièce. La glissière **(5)** représentée à la figure (4.6) se compose de six roulements, trois dans le plan inférieur et trois dans le plan supérieur de la pièce. Sur ces six roulements, deux sont réglables en position par un système de vis écrou (à droite sur la figure 4.6) ce qui permet ainsi d'ajuster le jeu du mât dans la glissière. Ce système permet alors de guider en translation le dispositif et de supprimer le degré de liberté en rotation autorisé par le vérin.

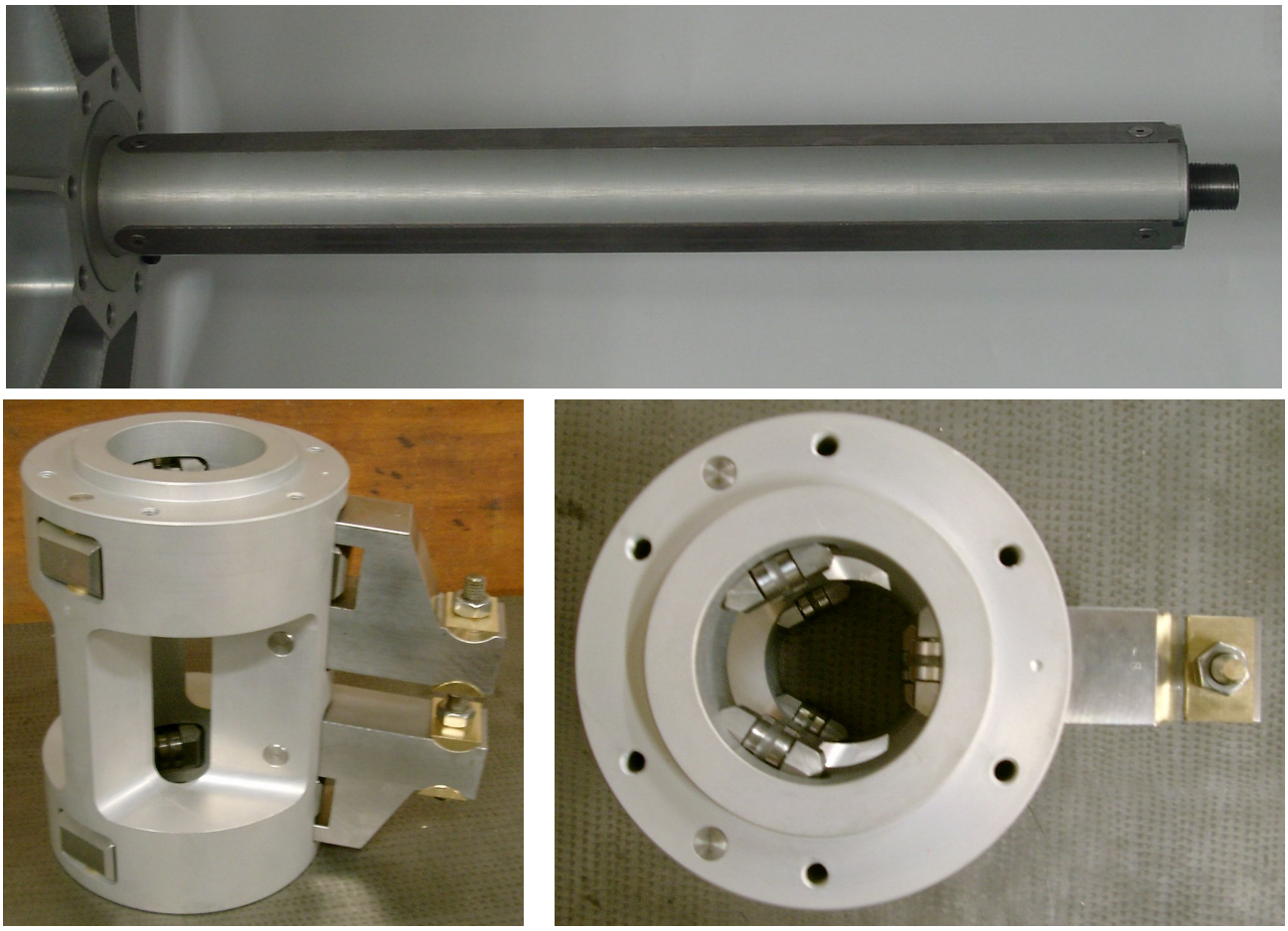


FIG. 4.6 – Système de guidage du dispositif de transmission respectivement, le mât et la glissière

Ce dispositif de transmission de mouvement est dimensionné pour résister aux effets de traction et de compression ainsi qu'aux effets vibratoires résultants de l'impulsion du vérin. D'autre part, ce système est allégé afin de réduire la masse à déplacer du vérin.

4.2.4 Chassis

Le chassis est représenté figure (4.1) et il se compose de deux structures porteuses (en bleu) reliées entre-elle par des poutres (en jaune). Ces poutres de liaisons aux nombres de six sont réparties sur les différents étages de la structure. Le premier étage permet de recevoir la cuve, le deuxième de maintenir le système de guidage et le dernier de soutenir le vérin hydraulique. Comme le montre la figure (4.7), les systèmes d'impulsion et de guidage sont vissés sur des plaques en aluminium, elles-mêmes fixés sur le chassis par un ensemble de poutres. Les dimensions de la plaque du troisième étage soutenant le vérin sont calculées pour encaisser l'accélération générée par le vérin.

Les différents éléments composant le chassis sont dimensionnées à l'aide d'une analyse modale et statique. Les sections des poutres porteuses sont choisies de manière que la fréquence d'excitation du choc soit très supérieure aux fréquences propres de la structure (GIBERT, 1986).

FIG. 4.7 – Plaques de maintien des 2ème et 3ème étages.

4.2.5 Plage de fonctionnement du dispositif expérimental

4.2.5.1 Etude cinématique

Le vérin est limité cinématiquement par sa course et sa vitesse maximale. La course maximale du vérin est bornée par ses propres butées, soit 30 mm. Cependant, la plage d'utilisation est limitée à 26 mm pour éviter que la tige vérin ne vienne toucher ses butées. Dans le cas d'un choc sinus, le déplacement maximal $|\chi|$ et la vitesse maximale $|\dot{\chi}|$ s'écrivent :

$$|\chi| = \frac{\gamma_0 T_0^2}{2\pi} \quad ; \quad |\dot{\chi}| = \frac{\gamma_0 T_0}{\pi}$$

A l'aide des données décrites dans le paragraphe précédent et de l'équation (1), il est possible de déterminer la plage d'accélération et de temps de choc balayable par le montage expérimental. La figure (4.8) présente l'accélération en fonction du temps de choc pour une course maximale de 26 mm et une vitesse maximale de 2 m/s. La zone quadrillée représente donc la gamme où le dispositif expérimental peut produire des chocs de type sinus.

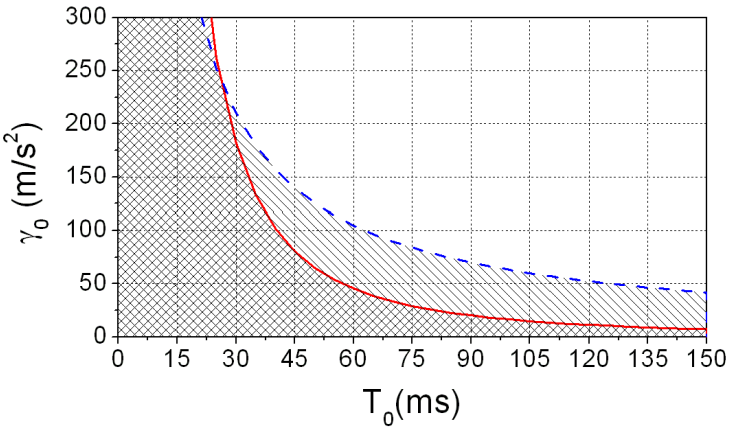


FIG. 4.8 – Accélération γ_0 en fonction du temps T_0 correspondant respectivement en trait continu rouge à une course maximale de 26 mm et en trait discontinu bleu à une vitesse maximale de 2 m/s.

4.2.5.2 Etude dynamique

Le dispositif d'impulsion est limité par les caractéristiques techniques du vérin mais aussi par les autres organes permettant de créer l'impulsion, tels que les accumulateurs, la servo-valve et la masse à déplacer en bout de vérin. Le vérin doit donc déplacer une masse mobile M composée de la masse du piston, du capteur de force, du système de guidage, du cylindre et de la masse de fluide ajoutée. Cette partie mobile de masse M est en équilibre dynamique sous l'action des pressions p_2 et p_3 s'exerçant sur la surface du disque du piston de section utile S (figure 4.4), ce qui impose :

$$(p_2 - p_3)S = M\ddot{\chi}(t)$$

avec $p_2 - p_3 = (p_2 - p_4) - (p_3 - p_4)$ et $p_1 = p_2$. La différence de pression $p_3 - p_4$ correspond à la perte de charge établie dans la servo-valve. Cette perte de charge est proportionnelle au débit $q(t)$ au carré et de la fonction représentant l'ouverture au cours de la régulation en temps de la section de passage de la servo valve, soit :

$$q^2(t) = k(t)(p_3 - p_4)$$

A la fermeture totale de la servo-valve, le débit devient nul quelle que soit la perte de charge $p_3 - p_4$, la fonction $k(t)$ est alors nulle, alors qu'à l'ouverture totale, le debit dans la servo-valve est maximum, la fonction $k(t)$ atteint son maximum $k(t) = k_{max}$. Les ballons HP et BP respectivement en amont et en aval de la servo-valve permettent de stabiliser les pressions, il vient alors les relations suivantes :

$$p_1 = p_2 \quad ; \quad p_2 - p_4 = \text{cste} = \Delta p$$

Il est alors possible d'écrire une équation reliant les différentes caractéristiques du système d'impulsion, soit :

$$q^2 = k(t)\left[(p_3 - p_2) - (p_2 - p_4)\right] = k(t)\left[\Delta p - \frac{M}{S}\ddot{\chi}(t)\right]$$

Le débit d'huile traversant la servo-valve est proportionnel à la vitesse du déplacement du vérin et à la section utile du vérin, la relation précédente devient pour un choc sinus :

$$\frac{S^2\gamma_0^2 T_0^2}{4\pi^2}\left[1 - \cos(2\pi t^*)\right]^2 = k(t)\left[\Delta p - \frac{M}{S}\gamma_0 \sin(2\pi t^*)\right] \quad \text{avec} \quad t^* = \frac{t}{T_0}$$

En posant, $k^* = k(t^*)/k_{max}$, l'équation précédente s'écrit alors :

$$k^*(t^*) = \frac{S^3\gamma_0 T_0^2}{4\pi^2 M k_{max}}\left[\frac{\left[1 - \cos(2\pi t^*)\right]^2}{\frac{\Delta p S}{M\gamma_0} - \sin(2\pi t^*)}\right]$$

avec $k^*(t^*)$ variant entre 0 et 1 et k_{max} correspondant à l'ouverture totale de la servo-valve. Il est alors possible de déterminer la plage d'accélération et de temps de choc que le système est capable de réaliser, soit à l'ouverture totale de la servo-valve :

$$T < \sqrt{\frac{4\pi^2 k_{max}\left[\Delta p S - M\gamma_0 \sin(2\pi t^*)\right]}{S^3\gamma_0^2\left[1 - \cos(2\pi t^*)\right]^2}}$$

La figure (4.9) présente les capacités dynamiques du système d'impulsion pour une masse M estimée à 26 kg, une section utile de 5.18 cm^2, une pression de l'accumulateur de 230 bar pour une valeur de k_{max} donnée par le constructeur[3] à $5.7302.10^{-14}$.

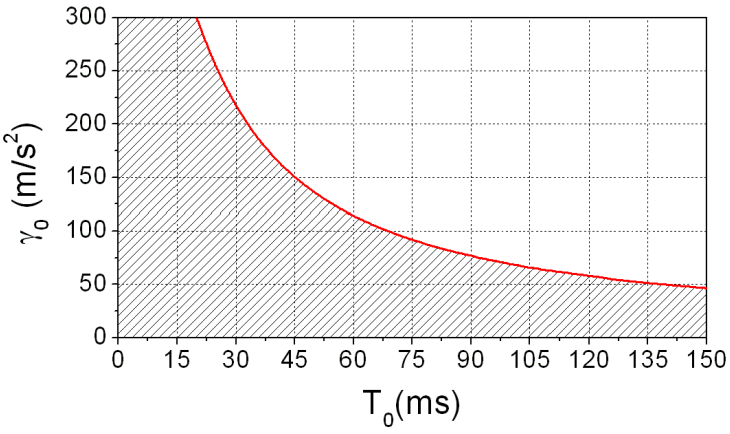


FIG. 4.9 – Accélération γ_0 en fonction du temps T_0.

4.2.5.3 Conclusion

Les études cinématique et dynamique permettent de determiner la plage de fonctionnement du système d'impulsion, représentée en hachurés sur la figure (4.10).

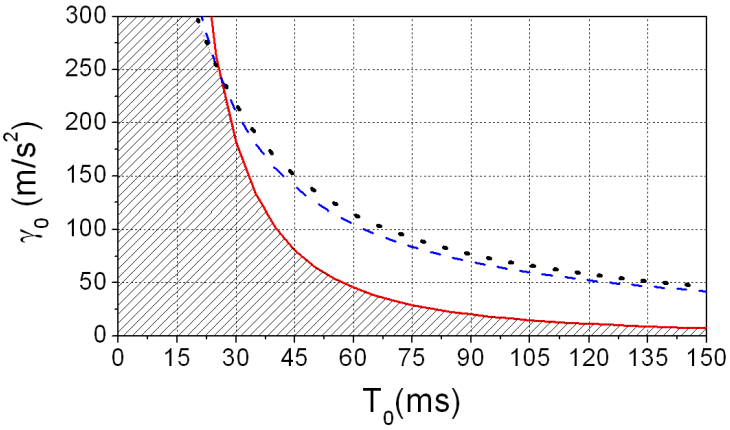


FIG. 4.10 – Plage de fonctionnement du système d'impulsion défini par la zone hachuré : Accélération γ_0 en fonction du temps T_0. —— limitation cinématique due à la course maximale de 26 mm ; – – – limitation cinématique due à la vitesse maximale de 2 m/s ; $\cdots$ limitation dynamique.

[3]La valeur de k_{max} est le rapport entre le débit maximum accepté par la servo-valve (soit 38 l/min) au carré et la perte de charge correspondante (soit 70 bar), $k_{max} = q_{max}^2/\Delta p$.

4.3 Instrumentation du dispositif expérimental

Le montage expérimental est doté de l'instrumentation suivante :
- un capteur de déplacement placé sur la tige du vérin ;
- un capteur de force fixé au nez du vérin ;
- un accéléromètre mobile ;
- des capteurs de force placés sur les extrémités du cylindre ;
- cinq capteurs de pression répartis sur le périmètre du cylindre.

L'acquisition de ces différentes mesures est réalisée par l'ordinateur de contrôle de l'asservissement et par un second ordinateur dédié à l'acquisition de données.

4.3.1 Asservissement du vérin hydraulique

Le vérin hydraulique est asservi en position à l'aide de la servo-valve et d'un capteur de déplacement. Le premier organe permet de contrôler le débit d'entrée de la servo-valve alors que le deuxième renseigne sur la position du vérin. La connexion de la servo-valve et du capteur de déplacement est réalisé à l'aide d'un asservissement en structure PID parallèle connecté et programmé sur l'ordinateur de commande (De Larminat, 2003). La figure (4.11) présente la structure de l'asservissement en boucle fermée. L'objectif de ce système est de corriger en temps réel l'écart ϵ entre la consigne $\chi_c(t)$ et la mesure $\chi_m(t)$. La structure PID à travers les paramètres K_p, T_i et T_d permet de corriger le déplacement mesuré $\chi_m(t)$ en essayant de diminuer l'erreur ϵ (BHALY, 1994). Le gain proportionnel K_p permet d'accélérer la réponse de la mesure, ce qui a pour effet direct de réduire l'écart, soit $\chi_m(t) = k_p\epsilon$. Le rôle de l'action intégrale T_i est d'annuler l'écart entre la mesure et la consigne alors que l'action dérivée est de compenser les effets du temps mort du procédé, c'est à dire de le stabiliser. Ces deux derniers paramètres sont notamment utilisés en régulation, c'est à dire pour maintenir la mesure en temps à une constante stable. En effet, dans le cas d'un régime transitoire, ces paramètres ont peu d'effet sur la qualité de l'asservissement et ne seront donc pas utilisés par la suite.

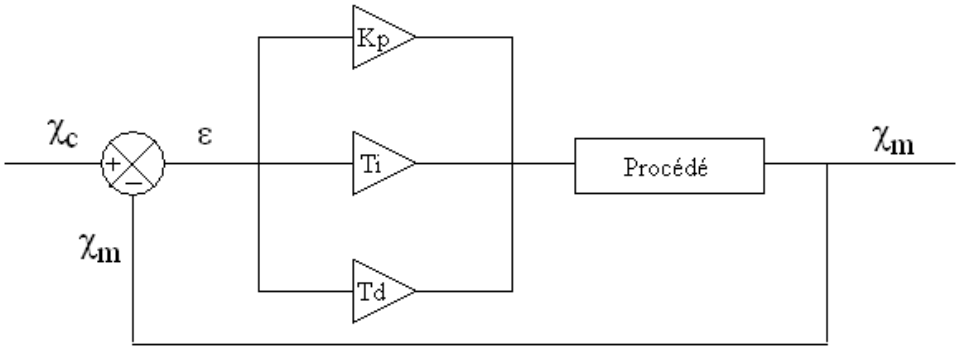


Fig. 4.11 – Description de la structure de l'asservissement en structure PID parallèle en boucle fermé. χ_c Consigne de déplacement ; χ_m Mesure du déplacement ; K_p Gain proportionnel ; T_i Constante d'intégrale ; T_d Constante de dérivée.

Le capteur de déplacement est pourvu d'une technologie magneto-strictive à électronique intégrée mesurant le déplacement à une fréquence cadencée à 1 kHz pour une linéarité de ± 0.02 mm et une répétabilité de ± 0.002 mm. A l'autre bout de la tige du vérin est installé un capteur de force de type à pont de jauges atteignant une étendue de mesure de 10 kN pour une linéarité et une répétabilité de 0.025 kN. Ce capteur permet de qualifier l'asservissement du vérin hydraulique en terme d'accélération. Séparément, une carte de conditionnement de

format Europe est destinée à assurer l'alimentation de ce dernier ainsi que le traitement du signal. Les données de ces capteurs sont acquises à l'aide du logiciel d'asservissement du vérin équipant l'ordinateur de contrôle.

4.3.2 Instrumentation du cylindre et accéléromètre

Instrumentation du cylindre

La figure (4.12) présente le montage des deux capteurs de forces dans le cylindre d'étude. Les capteurs sont constitués d'une partie cylindre encastrée dans l'étrier et d'une chape femelle s'imbriquant dans la chape male du cylindre par un axe. La jonction des deux parties des capteurs est constituée de deux lames où sont collées des jauges de déformations. Les deux chapes males sont reliées entre elles par une vis réglable par des écrous. Le cylindre vient alors se monter autour de ce système par l'intermédiaire des joints toriques des chapes males. Les jauges mesurent alors la déformation en flexion pure du capteur due à la rotation du pivot entre les deux chapes quand une force est appliquée sur le cylindre. L'ensemble des quatres jauges constitue un pont de WHEASTONE. L'alimentation de ces capteurs ainsi que la mesure est réalisée par l'ordinateur d'acquisition de données. Un étalonnage statique de ces capteurs a permis d'estimer la sensibilité du capteur à $2.88.10^{-6}$ N/V $\pm 0.12.10^{-6}$.

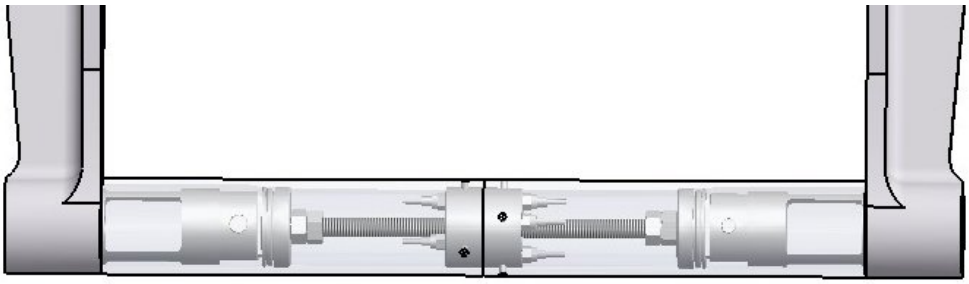


FIG. 4.12 – Montage des capteurs de forces sur les extrémités du cylindre.

Le cylindre est scindé en deux parties encastrées dans une pièce intermédiaire sur laquelle sont montés les cinq capteurs de pressions répartis autour de la section centrale du cylindre. Les capteurs 1 et 5 sont diamétralement opposés. Les capteurs 2 et 3 sont espacés respectivement de 45°et 90°du capteur 1. Le capteur 4 est situé à 157.5 °du capteur 1, soit 22.5°du capteur 5. Ces capteurs de marque Kulite Semiconductor possèdent une étendue de mesure jusqu'à une pression de 3.5 bar pour une sensibilité de 28 mV/bar. L'ensemble du cylindre ainsi que ces capteurs peuvent tourner autour de l'axe de révolution du cylindre afin d'obtenir plusieurs points de mesures de pression.

L'alimentation de ces capteurs (capteur de force et pression) ainsi que la mesure est réalisée par l'ordinateur d'acquisitions de données.

Accéléromètre

Un accéléromètre de technologie piezotron peut être placé sur n'importe quelle zone du dispositif expérimental, par exemple sur le socle du vérin pour mesurer les vibrations ou encore sur le dispositif de transmission de mouvement. Il possède une étendue de mesure de ± 50 g dans une gamme de fréquences allant de 0.5 Hz à 10 kHz pour une precision de 0.3%.

Système d'acquisitions des données

L'acquisition est réalisée à l'aide d'un ordinateur PXI de National Instruments dotée d'une carte de conditionnement réalisant la conversion analogie numérique. Sur cette carte sont branchés ; l'accéléromètre, le capteur de force et les capteurs de pressions. L'acquisition et le traitement de ces données sont réalisés par un programme développé au cours de la thèse sur le logiciel LabView. Ce programme permet de convertir les données exprimées en Volt dans leur unité respective. De plus, il permet de réaliser les opérations de filtrage et de transformée de Fourier. L'ensemble de l'unité d'acquisition possède une précision de mesure de 0.2% pour l'accéléromètre et 1.9% pour le capteur de force du cylindre.

4.4 Qualification du banc d'essai

Le dispositif expérimental, c'est à dire le système d'impulsion et la chaîne de mesure associée, est validé dans le cas d'un cylindre soumis à un mouvement harmonique en milieu infini. Ce type de mouvement est choisi pour que l'écoulement engendré ainsi que les forces exercées sur le cylindre sont parfaitement connues (voir chapitre 1).

La validation du dispositif est réalisée dans une gamme du nombre de Stokes et de Keulegan-Carpenter (voir figure 1.1) pour laquelle les formulations analytiques sont disponibles (voir chapitre 2). Ces nombres sont rappelés ci-dessous :

$$\beta = \frac{D^2}{T_0 \nu} \quad ; \quad KC = \frac{2\pi A_0}{D}$$

avec A_0 l'amplitude du mouvement défini par un mouvement harmonique en sinus :

$$\chi(t) = A_0 \sin(\frac{2\pi t}{T_0})$$

Les essais sont réalisés pour des grands nombres β, pour que l'effet de la viscosité soit négligeable et pour des petits nombres KC afin de ne pas provoquer d'éventuels décollements ainsi que l'apparition de tourbillons. Le tableau (4.2) présente les caractéristiques paramétriques des trois essais de validation du dispositif expérimental. Pour chaque essai quarante périodes sont produites par le système d'impulsion afin d'atteindre le régime pseudo-stationnaire de l'écoulement.

N° de l'essai	1	2	3
β	14970	50000	69444
KC	1.57	0.31	0.31
T_0(ms)	167	50	36
A_0(mm)	12.5	2.5	2.5

Tab. 4.2 – Caractéristiques paramétriques des essais de validation du dispositif expérimental.

4.4.1 Système d'asservissement

Les figures (4.13),(4.14) et (4.15) présentent la consigne de déplacement $\chi_c(t)$ et le déplacement mesuré $\chi_m(t)$ pour les essais 1,2 et 3 réalisés dans le cas du cylindre environné par l'air ambiant. Ces tracés ne représentent qu'une portion du mouvement imposé au cylindre pendant la phase pseudo-stationnaire, c'est à dire que le début et la fin du mouvement ne sont pas pris

en compte. Comme le montrent ces figures, le mouvement est initié à partir d'une position centrale placée à 15 mm faisant référence à la moitié de la course utile du vérin. Pour les trois essais, la mesure est très proche de la consigne malgré l'apparition de quelques distorsions du sinus sur la mesure $\chi_m(t)$ pour des nombres de β élevés. Le système d'asservissement est donc validé.

Les figures (4.16), (4.17) et (4.18) présentent le spectre d'amplitude des accélérations mesurées respectivement par l'accéléromètre $\ddot{\chi}_a(t)$ placé sur la plaque de maintien (voir figure 4.5). Il apparaît dans ces spectres une raie fondamentale correspondant à la fréquence d'excitation et d'autres raies placées respectivement à $n.f_0$ d'amplitude moindre que la fondamentale avec n le numéro de la raie secondaire. Dans le cas de l'essai 1, il n'existe qu'une raie secondaire de faible amplitude alors que pour les essais 2 et 3, les raies secondaires sont plus nombreuses et d'amplitudes plus importantes.

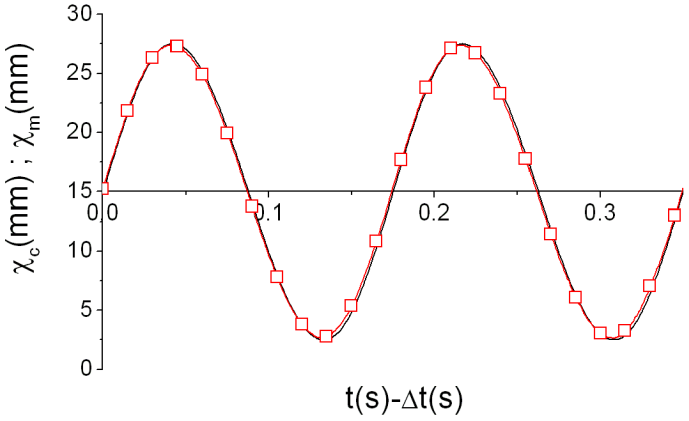


FIG. 4.13 – Comparaison entre la consigne de déplacement $\chi_c(t)$ et le déplacement mesuré $\chi_m(t)$ pour l'essai 1. —$\chi_c(t)$; –□–$\chi_m(t)$.

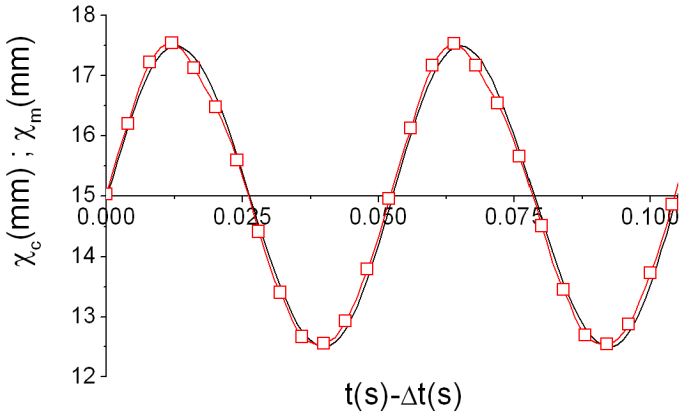


FIG. 4.14 – Comparaison entre la consigne de déplacement $\chi_c(t)$ et le déplacement mesuré $\chi_m(t)$ pour l'essai 2. —$\chi_c(t)$; –□–$\chi_m(t)$.

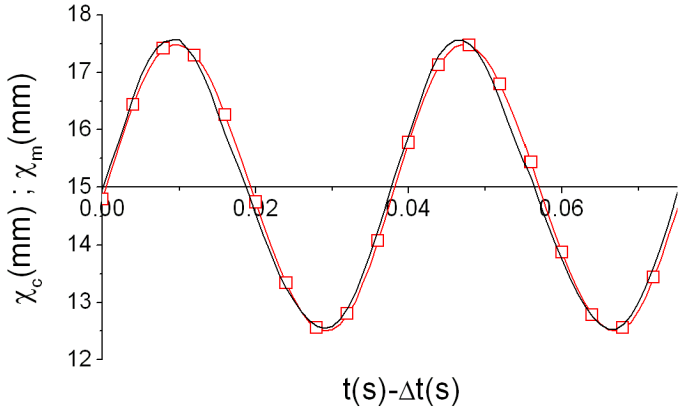


FIG. 4.15 – Comparaison entre la consigne de déplacement $\chi_c(t)$ et le déplacement mesuré $\chi_m(t)$ pour l'essai 3.—$\chi_c(t)$; −□−$\chi_m(t)$.

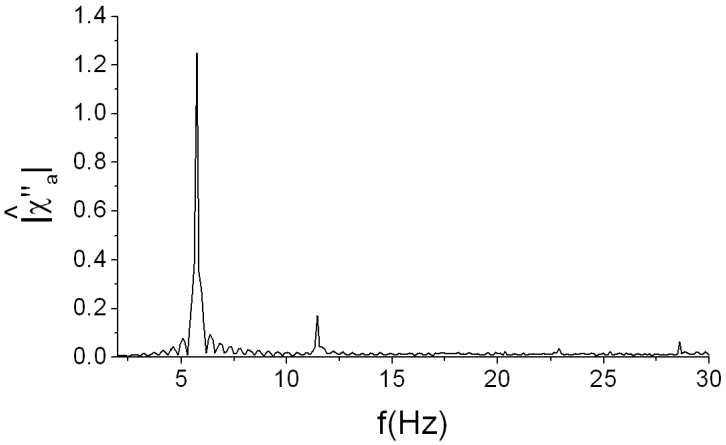


FIG. 4.16 – Spectre d'amplitude de l'accéléromètre $\widehat{\ddot{\chi}_a}$ pour l'essai 1.

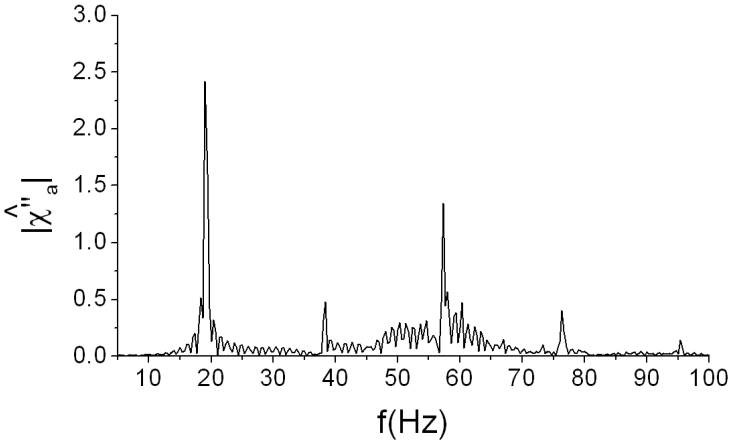


FIG. 4.17 – Spectre d'amplitude de l'accéléromètre $\widehat{\ddot{\chi}_a}$ pour l'essai 2.

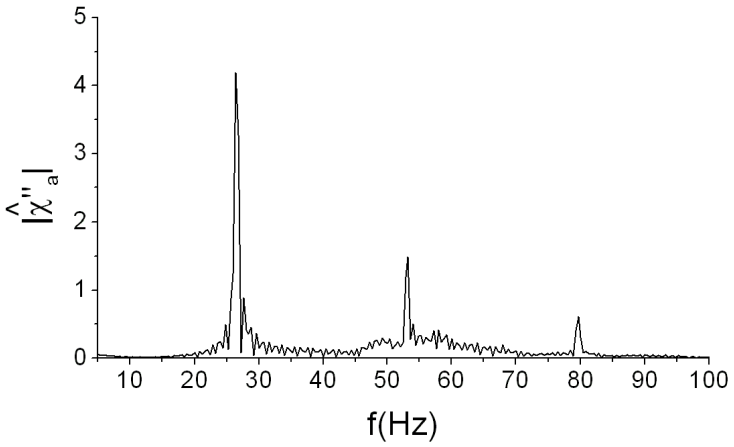


FIG. 4.18 – Spectre d'amplitude de l'accéléromètre $\widehat{\ddot{\chi}_a}$ pour l'essai 3.

4.4.2 Réponse dynamique du dispositif

La figure (4.19) présente le spectre d'amplitude relevé par l'accéléromètre et le capteur de force du cylindre pour l'essai 3. Il apparaît que les deux relevés sont identiques pour toute la gamme de fréquence mis à part pour des zones localisées autour de 200Hz et 800Hz. Ces fréquences se retrouvent aussi sur les essais 1 et 2. En effet, l'accéléromètre mesure des fréquences à 800Hz alors que le capteur ne les mesurent pas et inversement pour les fréquences autour de 200Hz. Les vibrations enregistrées à 800 Hz par l'accéléromètre fixé sur le dessus du support de dispositif de transmission de mouvement (indicé **(4)** à la figure 4.5) ne sont pas à ce jour expliquées. Quant à la fréquence associée à 200Hz, elle provient de la première fréquence propre du système de fixation entre les deux capteurs, c'est à dire les pivots et la vis centrale. Cette fréquence propre a été vérifiée pour des essais sans le montage du cylindre.

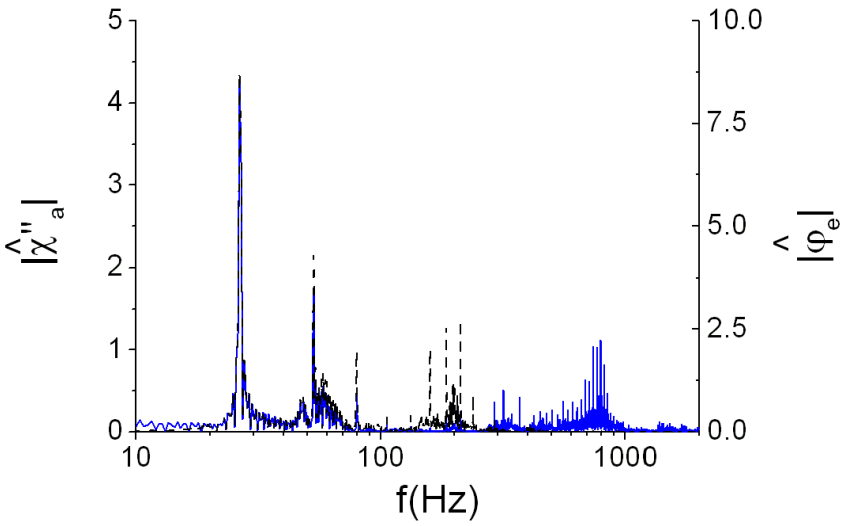


FIG. 4.19 – Spectre d'amplitude de l'accélération $\widehat{\ddot{\chi}_a}$ et de la force $\widehat{\varphi_e}$ pour l'essai 3 en air. ——$|\widehat{\ddot{\chi}_a}|$ par l'accéléromètre ; – – –$|\widehat{\varphi_e}|$ par le capteur de force du cylindre.

4.4.3 Capteur de force du cylindre

L'objectif de cette section est de vérifier la mesure des forces s'exerçant sur le cylindre acquise par le capteur de force du cylindre. Dans le cas de la campagne d'essai établie pour des grandes valeurs de nombres de STOKES et des petites valeurs du nombre de KEULEGAN-CARPENTER, l'expression (2.16) se résume au modèle de LAMB (voir en annexe C) ; la force analytique $\varphi^H(t)$ s'exerçant sur le cylindre s'écrit comme suit :

$$\varphi^H(t) = M_D \ddot{\chi}(t) \quad \text{avec} \quad M_D = \frac{\rho \pi D^2 L}{4} \tag{4.1}$$

avec M_D la masse de fluide déplacée et L la longueur du cylindre. Du point de vue du dispositif expérimental, le capteur du cylindre mesure la force $\varphi_e(t)$ dues à la masse du cylindre M_S et à la masse d'eau déplacée M_D, soit :

$$\varphi_e(t) = (M_S + M_D)\ddot{\chi}(t) \tag{4.2}$$

Le terme de masse de fluide déplacée est déterminé selon deux méthodes. La première méthode consiste à calculer M_D à partir de l'expression analytique (4.1) en tenant compte des dimensions géométriques du cylindre et de la masse volumique du fluide. La seconde méthode détermine M_D à l'aide de l'équation (4.2), c'est à dire à partir de la connaissance de l'accélération imposée, de la force mesurée et de la masse du cylindre. Cette masse du cylindre est obtenue en réalisant un essai *en air*. En effet, quand le fluide environnant le cylindre est de l'air, la masse M_D est dans le cas du dispositif expérimental négligeable par rapport à la masse du cylindre M_S. Il est donc nécessaire dans cette seconde méthode de réaliser un essai en air puis en eau.

Approche analytique

Cette méthode consiste à calculer la masse d'eau ajoutée à l'aide des dimensions géométriques du cylindre et de la masse volumique du cylindre : soit un diamètre de 49.5 ± 0.2 mm, une longueur de 398 ± 0.5 mm, une masse volumique de 998 ± 1 kg.m^{-3}. La masse d'eau ajoutée est alors égale à 0.764 ± 0.008 kg, soit une erreur relative de $\pm 1\%$.

Approche expérimentale

Les figures (4.20) et (4.21) présentent les résultats[4] de l'essai 1 de l'accéléromètre $\ddot{\chi}_a(t)$ et du capteur de force du cylindre $\varphi_e(t)$, respectivement en air et en eau. Il apparaît comme le prédit l'équation (4.1) une proportionnalité entre l'accélération et la force fluide. En effet, les courbes d'accélération et de force se superposent. Le facteur de proportionnalité est donc la masse du cylindre M_S pour l'essai en air et la masse totale M_T pour l'essai en eau[5].

[4]Ces signaux ont été filtrés par un filtre passe-bas de BUTTERWORTH à l'ordre 2 . avec une fréquence de coupure respectivement de 30, 100 et 100 Hz pour les essais 1, 2 et 3 (BENDAT & PIERSOL, 1996).

[5]La masse M_T est la somme de la masse du cylindre M_S et de la masse d'eau ajoutée M_D.

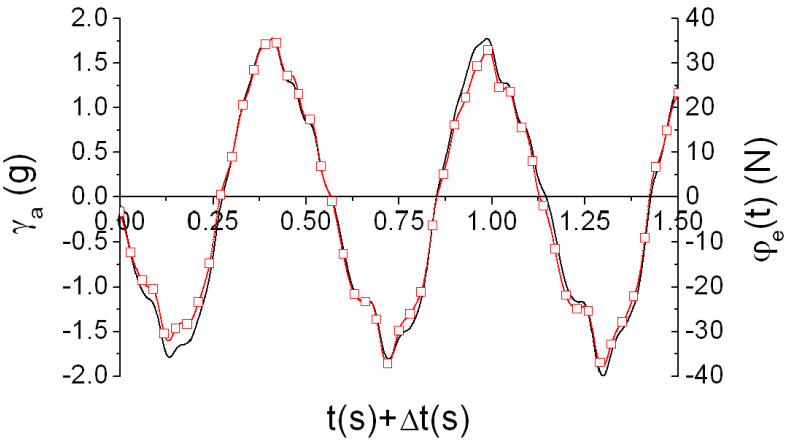


FIG. 4.20 – Evolution temporelle de l'accélération $\ddot{\chi}_a(t)$ et de la force $\varphi_e(t)$ pour l'essai 1 en air. —$\ddot{\chi}_a(t)$ par l'accéléromètre ; –□–$\varphi_e(t)$ par le capteur de force du cylindre.

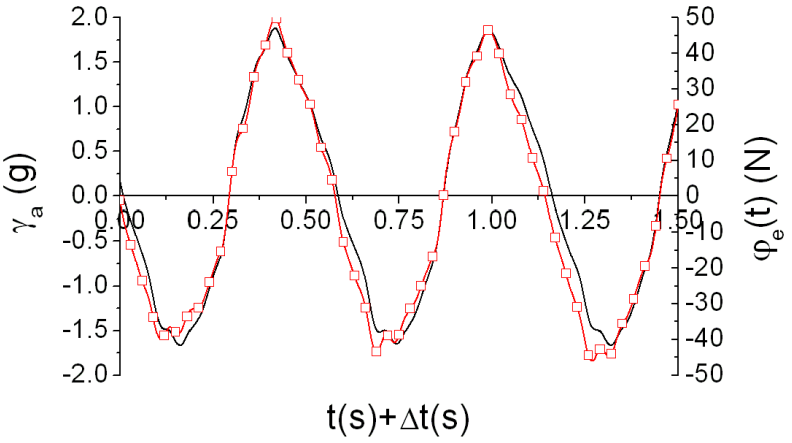


FIG. 4.21 – Evolution temporelle de l'accélération $\ddot{\chi}_a(t)$ et de la force pour l'essai 1 en eau. —$\ddot{\chi}_a(t)$ par l'accéléromètre ; –□–$\varphi_e(t)$ par le capteur de force du cylindre.

En première approximation, il est possible de determiner la masse (M_S ou M_T) en réalisant un rapport entre la moyenne des pics du signal de la force et ceux du signal d'accélération. Une autre méthode, plus robuste, est d'utiliser le spectre d'amplitude de l'accéléromètre et du capteur de force du cylindre. La figure (4.22) présente le spectre d'amplitude pour l'accéléromètre et le capteur de force du cylindre pour l'essai 1, respectivement en air et en eau. Il apparaît une très forte similitude entre les deux spectres. De ce fait, la méthode consiste à calculer le rapport d'amplitude entre l'accéléromètre et le capteur de force du cylindre à chaque fréquence du spectre. En effet, en réalisant une transformation de FOURIER de l'équation (4.2), il vient :

$$\int_{-\infty}^{\infty} \varphi_e = M_T \int_{-\infty}^{\infty} \ddot{\chi}_a \tag{4.3}$$

La masse M_T est calculée à partir de l'amplitude de la transformée de φ_e et $\ddot{\chi}_a$ sur la gamme de fréquence où les spectres sont identiques, il vient :

$$\sum_{i=f_B}^{f_H} |\widehat{\varphi_e}| = M_T \sum_{i=f_B}^{f_H} |\widehat{\ddot{\chi}_a}| \tag{4.4}$$

avec M_T la masse totale, f_B et f_H les fréquences de coupure respectivement basse et haute.

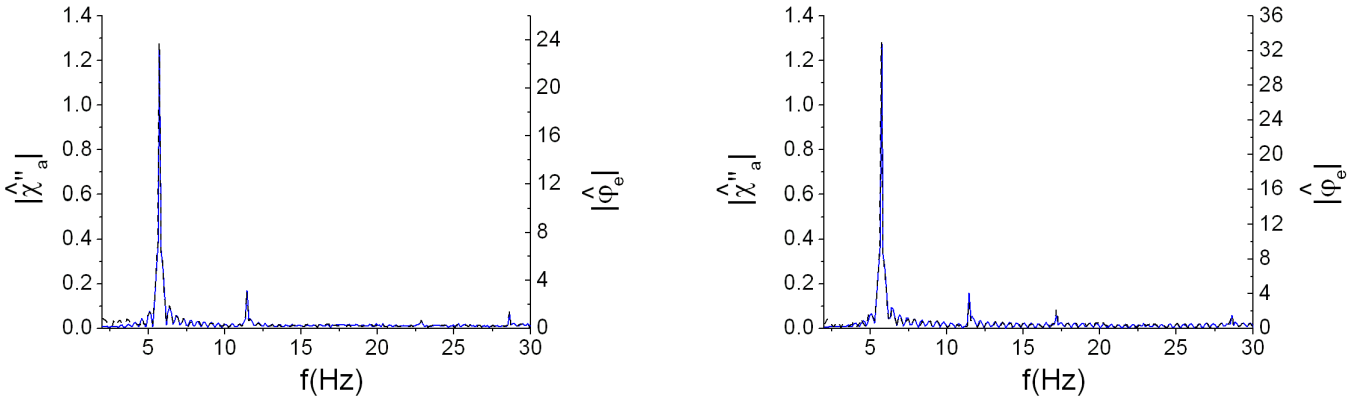


FIG. 4.22 – Spectre d'amplitude de l'accélération $\widehat{\ddot{\chi}_a}$ et de la force $\widehat{\varphi_e}$ pour l'essai 1 en air et eau. ——$|\widehat{\ddot{\chi}_a}|$ par l'accéléromètre ; – – –$|\widehat{\varphi_e}|$ par le capteur de force du cylindre.

Dans le cas des spectres présentés à la figure (4.22), les fréquences de coupure des filtres égales à $f_B = 3Hz$ et $f_H = 30Hz$. Dans le cas de l'essai en air, la masse du cylindre est estimée à 1.73 ± 0.11 kg alors que pour l'essai en eau, la masse totale est de 2.54 ± 0.16 kg. En décomptant, la masse de fluide inséré entre le cylindre et les capteurs de force du cylindre, la masse de fluide déplacée est estimée alors à 0.75 ± 0.23 kg. Le tableau (4.23) présente le résultats des essais 1, 2 et 3, ainsi que les erreurs absolues et relatives[6] accompagnées de l'erreur ϵ entre le résultat analytique et les résultats expérimentaux.

	Essai 1	Essai 2	Essai 3
M_S (kg)	$1.73 \pm 0.11(6.4\%)$	$1.88 \pm 0.12(6.4\%)$	$1.74 \pm 0.11(6.4\%)$
M_T (kg)	$2.54 \pm 0.16(6.4\%)$	$2.73 \pm 0.18(6.4\%)$	$1.54 \pm 0.16(6.4\%)$
M_D (kg)	$0.75 \pm 0.27(30\%)$	$0.79 \pm 0.30(30\%)$	$0.75 \pm 0.27(30\%)$
$\epsilon(\%)$	1.3%	5.3%	1.3%

FIG. 4.23 – Résultats du calcul de la masse d'eau déplacée à l'aide du dispositif expérimental ainsi que l'erreur ϵ entre les résultats analytiques et numériques.

Il apparaît une forte imprécision sur la masse d'eau déplacée. En effet, M_D est faible comparée à M_T et bien que la précision sur M_T soit satisfaisante, il en résulte une forte imprécision sur M_D.

[6]Ces erreurs sont calculées à partir d'un calcul d'erreur en connaissance de la précision de la chaîne de mesure.

4.4.4 Mesure de pressions

Les résultats présentés ci-dessous concernent l'évolution temporelle de la pression relative respectivement aux points situés à 0°(point d'arrêt aval, voir figure 1.8) et à 45°(voir figure 1.8) pour l'essai 3, c'est à dire à $\beta = 65444$ et à $KC = 0.31$. Les figures (4.24) et (4.25) comparent les résultats expérimentaux à ceux acquis à l'aide du modèle de LAMB (voir annexe C). Ce modèle présenté au chapitre (5) est développé pour un cylindre évoluant dans un écoulement potentiel, soit :

$$p(t,\theta) = p_\infty + \frac{\rho D}{2}\ddot{\chi}(t)\cos\theta + \rho\frac{\dot{\chi}(t)^2}{2}\left[4\sin^2\theta - 1\right] \tag{4.5}$$

avec p_∞ une constante, $\frac{\rho D}{2}\ddot{\chi}(t)\cos\theta$ le terme d'inertie et $\rho\frac{\dot{\chi}(t)^2}{2}\left[4\sin^2\theta - 1\right]$ le terme d'advection. L'accélération $\ddot{\chi}(t)$ et la vitesse $\dot{\chi}(t)$ sont celles acquises à l'aide des résultats du capteur de force. En effet, la force fluide sur le cylindre est proportionnelle à l'accélération, il est alors possible de déduire du capteur de force l'accélération du cylindre en connaissant de la masse totale du cylindre détaillée à la section précédente.

Il apparaît une bonne concordance entre les résultats obtenus à partir du banc expérimental et ceux du modèle de LAMB. Des oscillations à une fréquence d'environ 200 Hz se manifestent autour de la position moyenne du signal et sont celles décrites précédemment dans l'étude de la réponse dynamique du banc.

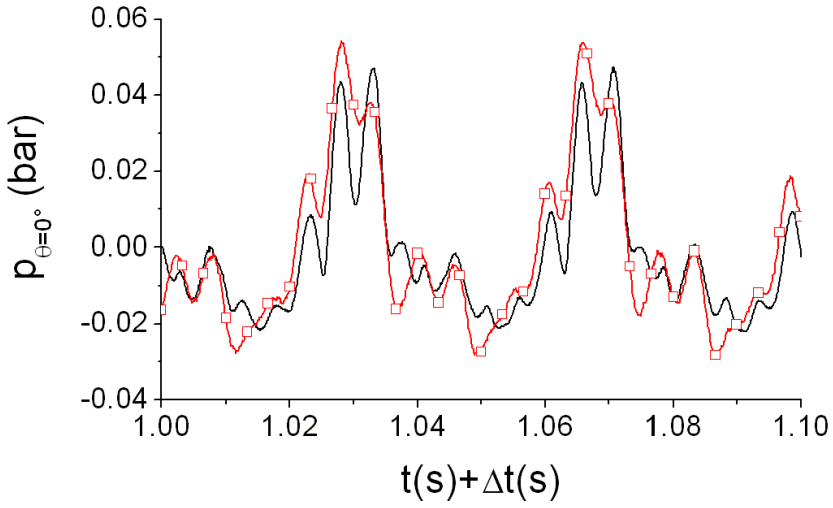


FIG. 4.24 – Evolution temporelle de la pression relative p au point situé à 0°pour l'essai 3. —— Modèle de LAMB ; −□− Résultat expérimental.

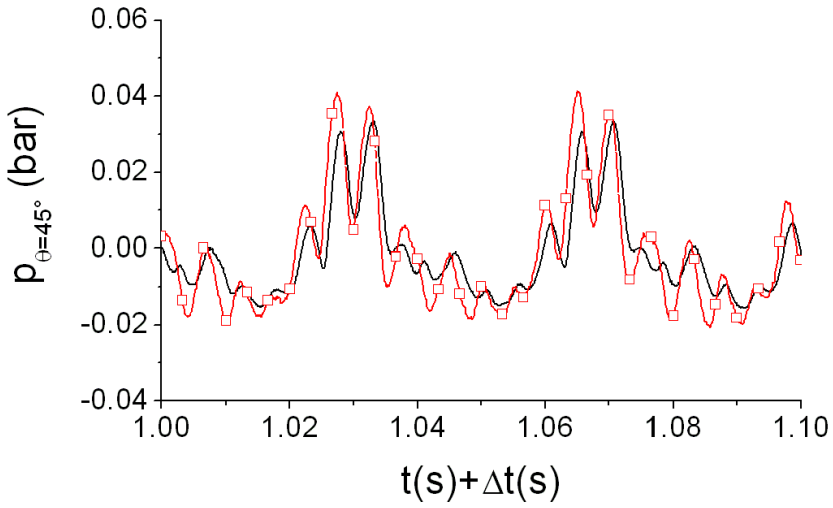


FIG. 4.25 – Evolution temporelle de la pression relative p au point situé à 0°pour l'essai 3. ——— Modèle de LAMB ; –□– Résultat expérimental.

Cylindre soumis à un choc sinus

5.1 Démarche

L'objectif de ce chapitre est de décrire la topologie de l'écoulement ainsi que les forces et les pressions s'exerçant autour d'un cylindre soumis à un choc sinus. Comme dans le cas d'un mouvement harmonique ou d'une accélération de Dirac, on définit les nombres adimensionnels suivants ; $\overline{V} = \dfrac{\gamma_0 T_0}{2\pi}$, $\overline{L} = D$, $\overline{t} = \dfrac{t}{T_0}$ et $\overline{p} = \dfrac{\rho D \gamma}{2\pi}$, l'équation de conservation de la quantité de mouvement s'écrit :

$$\frac{\partial \mathbf{U}^*}{\partial t^*} + KC\ \mathbf{U}^* \nabla . \mathbf{U}^* = -\nabla p^* + \frac{1}{\beta}\ \Delta \mathbf{U}^* \tag{5.1}$$

avec le nombre de Stokes β et le nombre de Keulegan-Carpenter KC données par :

$$\beta = \frac{D^2}{T_0 \nu} \quad \text{et} \quad KC = \frac{\gamma_0 T_0^2}{2\pi D}$$

Ces deux nombres adimensionels vont nous permettre de determiner l'influence physique de chacun des termes de l'équation (5.1) et d'obtenir une cartographie de l'écoulement. La première section de ce chapitre correspondra donc à l'étude de l'écoulement en fluide parfait, c'est à dire à un nombre de Stokes infini. L'influence du terme d'advection sera alors étudié en faisant varier le nombre de Keulegan-Carpenter. La deuxième section s'intéressera au cas du fluide visqueux pour des petits déplacements du cylindre, c'est à dire pour $KC \simeq 0$ et pour différents β. La troisième section correspondra à l'étude dans son intégralité de l'équation (5.1), c'est à dire à différentes valeurs de nombres de Stokes et de Keulegan-Carpenter. Ces trois premières sections sont l'occasion de mettre en oeuvre des simulations numériques validées par les modèles analytiques adéquats. La quatrième section s'intéressera alors à l'écoulement réel étudié avec le dispositif experimental et les résultats seront discutés et comparés au vu des résultats établis précédemment.

5.2 Ecoulement en fluide parfait

En supposant un fluide parfait ($\nu = 0$) où le nombre de Stokes est infini, l'équation (5.1) n'est alors régit que par le nombre de Keulegan-Carpenter, soit :

$$\frac{\partial \mathbf{U}^*}{\partial t^*} + KC.\ \mathbf{U}^* \nabla \mathbf{U}^* = -\nabla p^* \tag{5.2}$$

L'objet de cette étude est donc de determiner les phénomènes physiques mis en jeu dans le fluide à travers l'influence du terme d'advection sur les forces et les pressions agissant sur le cylindre. Cette étude est menée à l'aide d'un modèle analytique et de la simulation numérique.

Les résultats numériques présentés ci-dessous ont été obtenus à l'aide des calculs en maillage mobile. Le modèle analytique utilisé résolvant l'équation (5.2) est celui développé par Lamb (1963) (voir annexe C). La force et la pression autour du cylindre s'écrivent sous la forme suivante :

$$\begin{cases} \varphi(t) = -M_D \ddot{\chi}(t) & (5.3) \\ p(t,\theta) = p_\infty + \dfrac{\rho D}{2}\ddot{\chi}(t)\cos\theta + \rho\dfrac{\dot{\chi}(t)^2}{2}\left[4\sin^2\theta - 1\right] & (5.4) \end{cases}$$

avec $M_D = \dfrac{\rho\pi D^2}{4}$ la masse de fluide déplacée. La force φ est proportionnelle au produit de la masse de fluide déplacée par l'accélération du cylindre tandis que la pression p varie en fonction de deux termes à une constante p_∞ près. Le premier est le terme d'inertie proportionnel à l'accélération alors que le deuxième est le terme d'advection, proportionnel au carré de la vitesse. Ce terme d'advection est caractéristique de l'écoulement provoqué par le déplacement d'un cylindre à vitesse constante. En effet, la force s'exerçant sur le cylindre est nulle car l'accélération l'est aussi tandis que la pression régit par le terme d'advection ne l'est pas (Smits, 2000, pp 223-224). Dans le cas où le terme d'advection est négligé, le modèle se réduit à celui proposé par Fritz (1975).

Dans le cas d'un choc sinus, il est possible de réécrire sous forme adimensionnelle cette équation précédente pour une pression infinie p_∞ égale à 0 :

$$\begin{cases} \varphi^*(t^*) = -\sin(2\pi t^*) & (5.5) \\ p^*(t^*,\theta) = \sin(2\pi t^*)\ \cos\theta + \dfrac{KC}{2\pi}\left(1-\cos(2\pi t^*)\right)^2\left(4\sin^2\theta - 1\right) & (5.6) \end{cases}$$

avec la force adimensionnelle définie par $\varphi^* = \dfrac{\varphi}{M_D\gamma_0}$, la pression adimensionnelle par $p^* = \dfrac{2p}{\rho\gamma_0 D}$ et le temps réduit par $t^* = t/t_0$. Il apparaît que la force est toujours proportionnelle à l'accélération et est indépendante de KC, c'est à dire de l'amplitude du déplacement. Il n'en est pas de même pour la pression, cette dernière varie en fonction de KC. Pour des petits déplacements, la pression est régie par le terme d'inertie de l'équation (5.6) alors que pour des grands déplacements, le terme d'advection vient modifier le champ de pression.

5.2.1 Description de l'écoulement

La description de cet écoulement a été menée pour quatre valeurs du nombre de Keulegan-Carpenter, soit $KC = 0.0005, 0.2, 0.5, 1$. La valeur de KC égale à 0.0005 correspond au cas où le cylindre évolue dans de petits déplacements, soit un déplacement équivalent à 0.05% du diamètre du cylindre ; la valeur de $KC = 1$ correspond à un déplacement du cylindre de la valeur de son diamètre.

Ce nombre KC dépend de trois paramètres, le diamètre du cylindre D_0, l'accélération γ_0 et le temps de choc T_0. Dans le cas où le temps de choc est fixé à 15 ms et le diamètre du cylindre à 5 cm, les accélérations correspondantes aux différents KC sont respectivement $\gamma_0 = 1, 300, 700$ et 1400 m.s^{-2}.

La figure (5.1) présente l'allure de la force de pression φ^* en fonction du temps. Cette courbe représente à la fois les résultats analytiques et numériques pour les quatre valeurs de KC, et

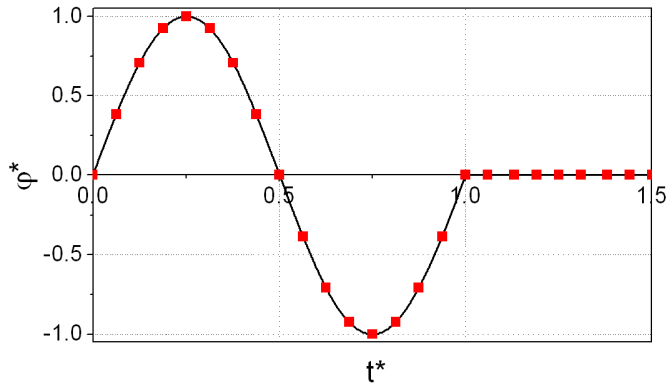


FIG. 5.1 – Evolution de la force φ^* en fonction du temps réduit t^* pour le modèle analytique et pour le modèle numérique à différents KC. — Modèle analytique ; ■ Modèle numérique.

montre alors une bonne cohérence entre les deux approches. D'autre part, il est intéressant de constater que la force reste inchangée quelle que soit la grandeur du déplacement conformément à l'expression (5.5) du modèle analytique de LAMB.

Les figures (5.2) et (5.3) présentent l'allure du champ de pression p^* autour du cylindre respectivement aux trois temps réduit, soit $t^* = 0.25, 0.75, 0.50$ et pour quatre valeurs de KC détaillées ci-dessus. Les temps $t^* = 0.25$ et $t^* = 0.75$ correspondent respectivement au maximum et au minimum de l'accélération imposée au cylindre alors que le temps $t^* = 0.5$ est le moment où l'accélération est nulle et où la vitesse atteint son maximum. Ces figures présentent les résultats analytiques et numériques. Les courbes de chacune des deux approches sont confondues, ce qui montre une très bonne concordance entre les deux méthodes.

Pour $KC = 0.0005$, comme le montre la figure (5.2), la répartition angulaire de pression à l'allure $t^* = 0.25$ d'un cosinus. La pression au point d'arrêt amont p_{180} ($\theta = 180$ °) est égale à la pression maximale et la pression au point d'arrêt aval p_0 ($\theta = 0$ °) est égale à la pression minimale avec $p_{180} = -p_0$. Le cylindre est dans sa phase d'accélération positive. Cette allure de pression est celle calculée à $t^* = 0.75$ à un déphasage de 180°près. La pression est nulle au temps $t^* = 0.5$ quelle que soit l'angle et n'est pas représentée sur la figure (5.2). La figure (5.4) présente le champ de pression autour du cylindre pour les mêmes instants : on y retrouve bien deux champs symétriques pour $t^* = 0.25$ et $t^* = 0.75$ et un champ de pression nul pour $t^* = 0.5$. Le déplacement du cylindre étant petit devant son diamètre, le terme d'advection est petit devant les autres grandeurs. La pression n'est alors régie que par le terme d'inertie, proportionnel à l'accélération et évoluant sous la forme d'un cosinus autour du cylindre.

Il apparaît pour des plus grand déplacements, c'est à dire à $KC = 0.2, 0.5$ et 1, (figures 5.2 et 5.3) des changements progressifs sur la répartition de pression. Au temps $t^* = 0.25$, la répartition de pression n'évolue plus sous la forme d'un cosinus. La pression est relativement constante autour du points d'arrêt amont et aval. D'autre part, la pression au point d'arrêt amont n'est plus l'opposé de la pression au point d'arrêt aval, $p_{180} \neq -p_0$. Toutefois, l'allure de la pression à $t^* = 0.75$ correspond à celle à $t^* = 0.25$ avec un déphasage de 180°. La pression au temps $t^* = 0.5$ n'est plus nulle et augmente en amplitude avec le nombre de KC. Pour $KC = 1$, la figure (5.5) présente le champ de pression à $t^* = 0.25,\ 0.5$ et 0.75. On observe que les deux champs à $t^* = 0.25$ et $t^* = 0.75$ sont symétriques et que le champ de pression n'est pas nul pour $t^* = 0.5$. L'augmentation de KC dans cette équation entraîne des perturbations sur le champ de pression dues au terme d'advection.

Il est intéressant de regarder maintenant l'évolution de l'amplitude de la pression maximale

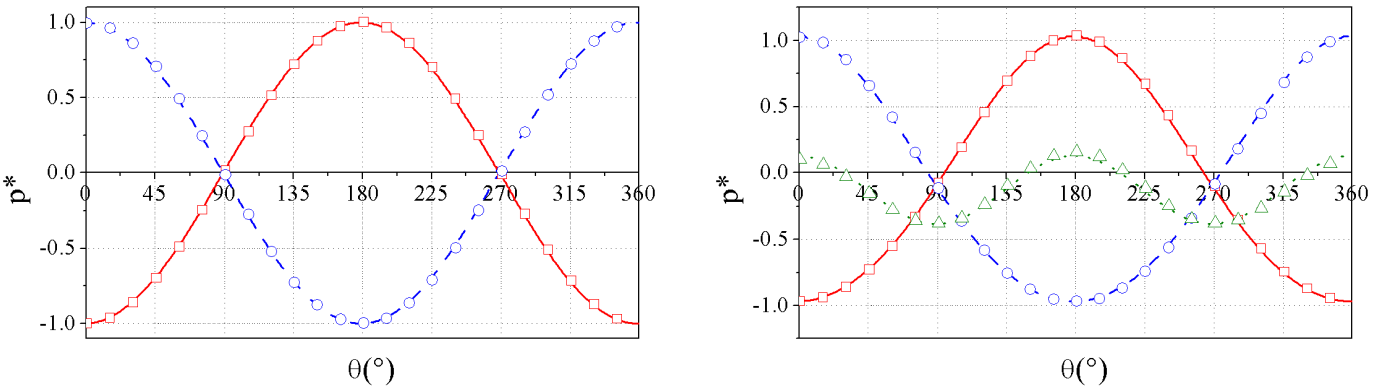


FIG. 5.2 – Répartition de la pression autour du cylindre à $t^* = 0.25, 0.75$ pour $KC = 0.0005$ (à gauche) et $KC = 0.2$ (à droite). $t^* = 0.25$: – – – Modèle de LAMB et □ Calcul CFD ; $t^* = 0.5$: . . . Modèle de LAMB et △ Calcul CFD ; $t^* = 0.75$: – – – Modèle de LAMB et ◯ Calcul CFD.

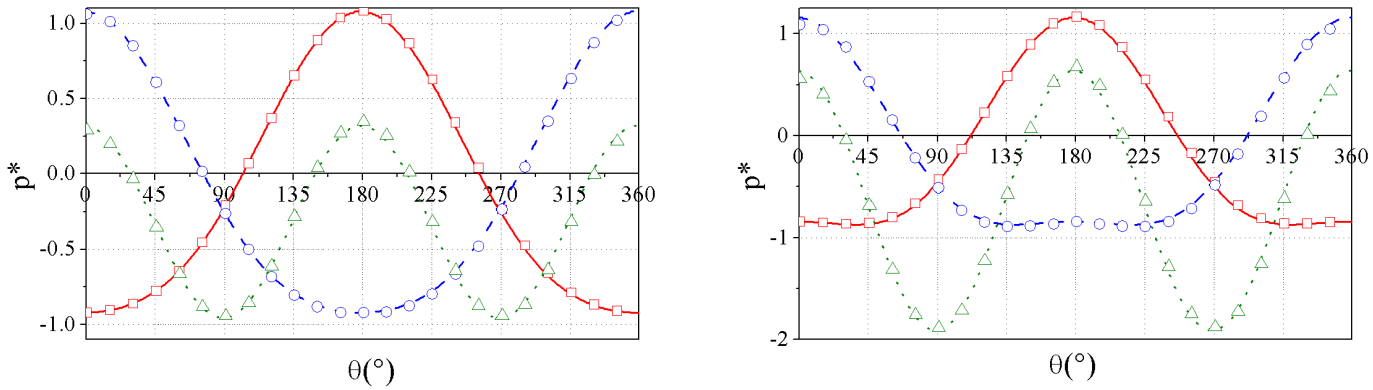


FIG. 5.3 – Répartition de la pression autour du cylindre à $t^* = 0.25, 0.75$ pour $KC = 0.5$ (à gauche) et $KC = 1$ (à droite). $t^* = 0.25$: – – – Modèle de LAMB et □ Calcul CFD. $t^* = 0.5$: . . . Modèle de LAMB et △ Calcul CFD. $t^* = 0.75$: – – – Modèle de LAMB et ◯ Calcul CFD.

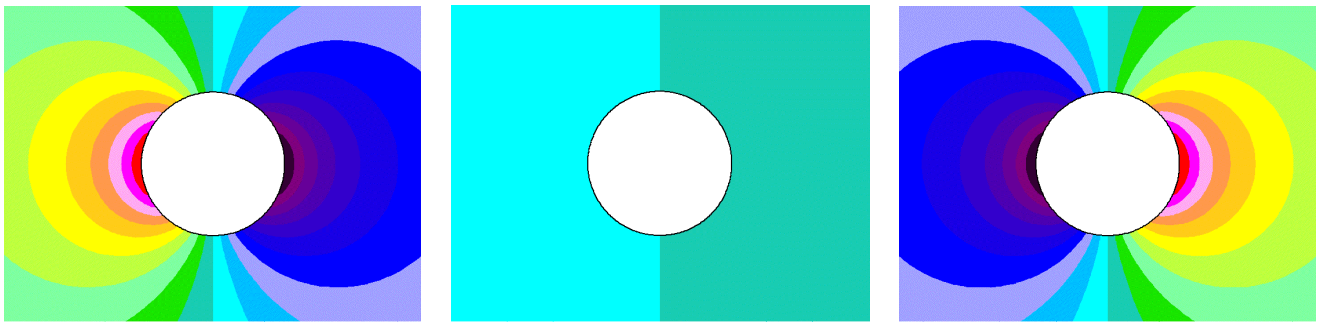


FIG. 5.4 – Champ de pression relative autour du cylindre à $t^* = 0.25$ (à gauche) $t^* = 0.5$ (au milieu) $t^* = 0.75$ (à droite) pour $KC = 0.0005$ obtenue par calcul CFD (en rouge, les zones de pression maximales et en bleu foncé, les zones de pression minimales).

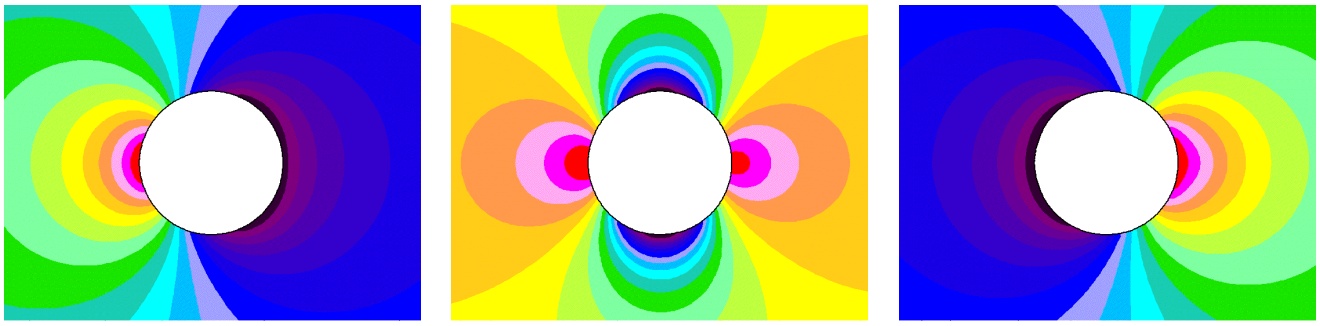


FIG. 5.5 – Champ de pression relative autour du cylindre à $t^* = 0.25$ (à gauche) $t^* = 0.5$ (au milieu) $t^* = 0.75$ (à droite) pour $KC = 1$ obtenue par calcul CFD (en rouge, les zones de pression maximales et en bleu foncé, les zones de pression minimales).

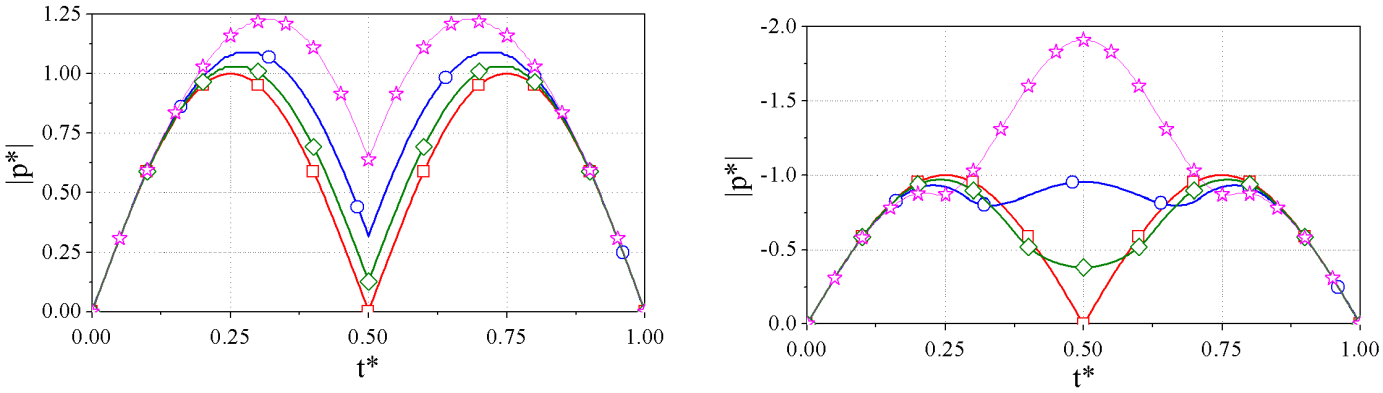


FIG. 5.6 – Evolution de la pression adimensionnelle respectivement maximale positive et maximale négative au cours du temps t^* pour un calcul analytique. $-\square-$ $KC = 0.0005$; $-\bigcirc-$ $KC = 0.2$; $-\triangle-$ $KC = 0.5$; $-\bigstar-$ $KC = 1$.

et minimale au cours du temps t^* (figure 5.6). Il apparaît clairement que l'augmentation de KC élève les amplitudes des pressions maximales positives et négatives. A fort KC, la pression adimensionnelle minimale peut atteindre jusqu'à deux fois la pression minimale atteinte pour des petits déplacements du cylindre. De manière intéressante, cette valeur est atteinte pour $t^* = 0.5$, temps auquel la pression est nulle pour les petits déplacements.

5.2.2 Paramètres du modèle numérique

La simulation d'un problème où le domaine fluide est supposé infinie exige des dimensions du domaine de calcul adéquates. Pour cela, la hauteur H du domaine de calcul (voir figure 3.2) est choisie d'après un modèle développé par CHEN (1987) permettant de prédire la variation de la force s'exerçant sur un cylindre se déplaçant près d'une paroi, soit :

$$\varphi = M_D C_M \ddot{\chi}(t)$$

où le coefficient de masse ajoutée C_M s'écrit en fonction du diamètre du cylindre D et de la hauteur H :

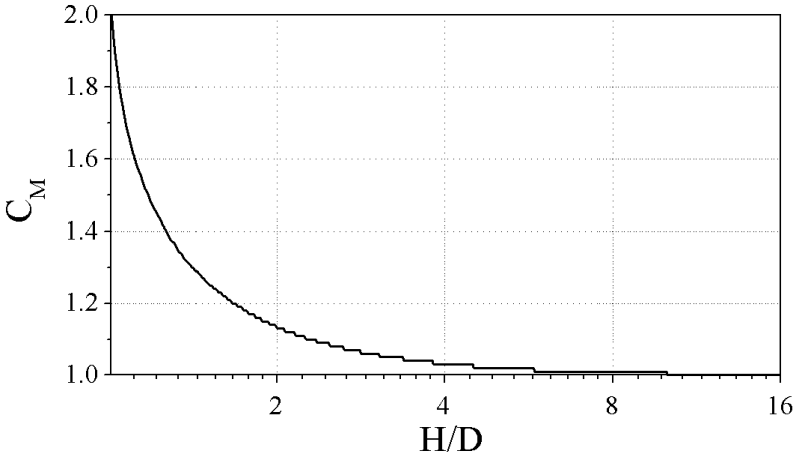


FIG. 5.7 – Evolution du coefficient de masse de fluide ajoutée C_M en fonction du rapport de forme H/D.

$$C_M = 1 + 4\sinh^2\alpha \sum_{n=1}^{\infty} n \frac{e^{-3n\alpha}}{\sinh(n\alpha)} \quad \text{avec} \quad \alpha = \ln\left[\frac{H + \sqrt{H^2 - D^2}}{D}\right]$$

A noter qu'une démarche identique a été adaptée pour le choix de la dimension du bassin d'essai (voir section 4.2). La figure (5.7) présente l'évolution du coefficient de masse de fluide ajoutée C_M de l'équation précédente en fonction du rapport de forme H/D. Pour des nombres supérieurs à un rapport de forme d'environ 10, le coefficient C_M est quasiment égal à 1 (avec une erreur inférieure à 0.5%).

Cependant, un domaine de calcul comportant de telles dimensions n'est pas suffisant pour obtenir des résultats corrects. En effet, il est nécessaire d'avoir un nombre de cellules ayant une dimension adéquate. En règle générale, un calcul en fluide parfait n'exige pas un nombre de cellules important mais plutôt des dimensions de cellules correctes. La figure (5.8) montre des exemples de résultats de calculs obtenus avec différents maillages. La différence entre ces différents maillages réside dans la taille de la maille radiale proche de la paroi du cylindre, notée dr_i. En effet, le nombre de cellules est identique pour les trois calculs. Une valeur élévée de dr_1 (taille radiale de la première cellule) correspond à des cellules ayant un rapport d'aspect[1] proche de 1 (cellule carrée) alors qu'une faible valeur correspond à des cellules de fort rapport d'aspect (cellule étirée). Pendant la première moitié du sinus, la force reste identique et son allure est un demi-sinus alors que pour l'autre moitié du choc, la force maximale négative tend à diminuer avec la longueur de la taille de la maille. Il apparaît après la fin du choc, une force résiduelle présentant différents harmoniques. La diminution dans la direction radiale de la taille de maille proche de la paroi contribue à augmenter les erreurs de calculs, ce qui se traduit par l'apparition d'une certaine diffusion numérique[2][3].

[1]Le rapport d'aspect défini le rapport entre la longueur et la largeur de la cellule.

[2]Ces phénomènes apparaissant dans l'allure de la force sont comparables à ceux apparaissant dans le cas d'un cylindre impulsé dans un milieux visqueux. En effet, la diffusion numérique a le même effet que la viscosité *naturelle*.

[3]Pour diminuer ces erreurs constatées lorsque les tailles de mailles sont petites, il est possible soit de diminuer la valeur du résidu des inconnues du champ de vitesse et de la pression ou soit d'augmenter le nombre d'itérations internes au schéma de discrétisation.

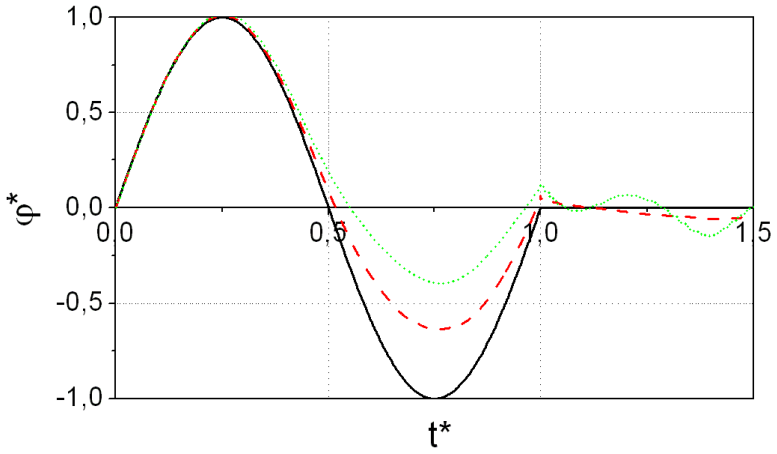


FIG. 5.8 – Evolution de la force $|\varphi|$ en fonction du temps réduit. — $d_{r_1} = 7.10^{-4}$; – – $d_{r_1} = 4.3.10^{-4}$; ··· $d_{r_1} = 1.5.10^{-4}$.

D	D'	H	L_1	L_2	N_r	N_q	N_c	N_i	N_o	λ	λ_c
$0.05m$	$12D$	$20D$	$15D$	$19.5D$	120	240	8	10	5	1.012	1.11

TAB. 5.1 – Données géométriques du maillage

Les calculs réalisés dans le cas d'un fluide parfait sont obtenus avec un maillage dont les caractéristiques sont définies dans le tableau (5.7). A noter que la discrétisation temporelle est réalisée avec un nombre d'itérations temporelles de 200.

5.3 Ecoulement en fluide visqueux dans le cas de petits déplacements du cylindre

Cette section a pour objectif de décrire les effets de la viscosité dans le cas de petit déplacement du cylindre (β modéré et $KC << 1$). L'équation (5.1) peut alors être réécrite sous la forme suivante :

$$\frac{\partial \mathbf{U}^*}{\partial t^*} = -\nabla p^* + \frac{1}{\beta}\,\Delta \mathbf{U}^* \tag{5.7}$$

L'objet de cette section est de décrire dans un premier temps les caractéristiques de la couche limite, telles que son allure et son épaisseur. Ceci permettra de définir le nombre d'éléments de maillage à utiliser autour du cylindre. Dans un deuxième temps, les forces de pression et de cisaillement ainsi que le champ de pression autour du cylindre seront détaillés à l'aide du calcul CFD et de modèles analytiques.

Les investigations de l'écoulement ont été menées pour quatre valeurs du nombre de STOKES, soit $\beta = 100, 625, 20000, 166666$ pour un petit déplacement du cylindre, permettant de ne pas provoquer de décollement de couche limite, soit $KC = 0.0005$.

Le nombre de STOKES dépend de trois paramètres, le diamètre D, le temps de choc T_0 et la viscosité cinématique ν. Pour un diamètre du cylindre de 5 cm et une viscosité à 1.10^{-6} m^2.s^{-1},

le tableau 5.2 présente les temps de choc correspondant au nombre β choisi et à l'accélération fixé par KC.

β	T_0 (s)	γ_0 (m.s^{-2})
100	25	$2.5133.10^{-7}$
625	4	$9.8175.10^{-6}$
20000	0.125	$1.0053.10^{-2}$
166666	0.015	$6.9813.10^{-1}$

TAB. 5.2 – Temps de choc T_0 et accélération γ_0 pour différents nombres de STOKES β

5.3.1 Couche limite et topologie de l'écoulement

La figure (5.9) présente les profils de la vitesse v_θ autour du cylindre pour différents instants à $\beta = 100$. Le cylindre se déplace de la droite vers la gauche. Les profils de vitesse angulaire sont symétriques par rapport à la position $\theta = 90°$. De plus, à t^* fixé, ils sont en similitude azimuthale. Le paramètre de similitude en θ est $\dot{\chi}_\theta = -\dot{\chi} sin\theta$.

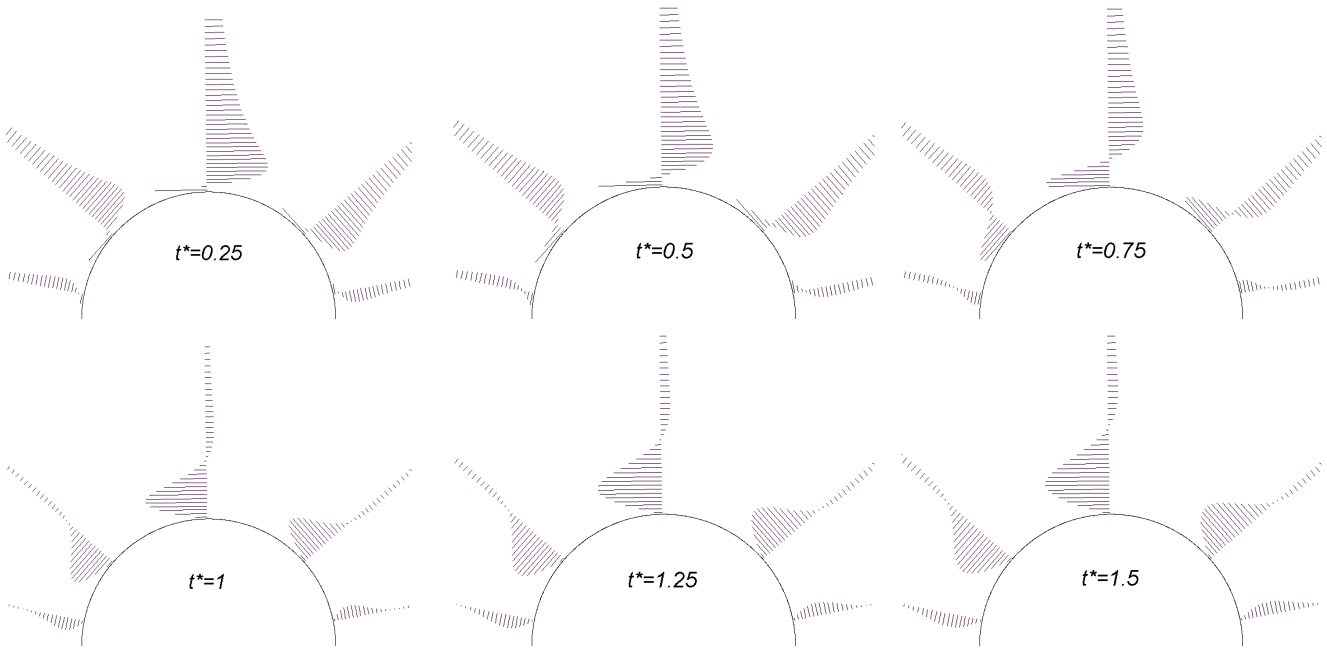


FIG. 5.9 – Profils de la vitesse v_θ pour $\beta = 100$ à différents temps réduit t^* à différentes positions angulaires le long du cylindre $30, 60, 90, 120$ et $150°$.

Des profils de vitesses similaires sont obtenus pour les autres valeurs de β considérées. Quelle que soit le nombre de STOKES, les profils de vitesses présentent une zone à vitesse négative proche de la paroi et une autre plus éloignée du cylindre où la vitesse est positive. Ces profils de vitesse peuvent donc être caractérisés par deux longueurs caractéristiques : la première, notée δ' est cotée à partir de la paroi jusqu'au point où la vitesse v_θ est nulle ; et la seconde, notée δ'' à partir de ce dernier point jusqu'au point où la vitesse v_θ atteint une valeur inférieure à 10% de la quantité $|\dot{\chi}|_\theta$. Physiquement, la première zone s'apparente de par son allure à la couche limite d'une plaque plane développée pour un choc sinus ; elle sera ainsi appelée dans

ce qui suit couche limite de STOKES. En effet dans le cas de petits déplacements, toute portion d'un corps de forme quelconque peut être modélisé par une plaque plane LANDAU & LIFSHITZ (1987, pp 83-88). La seconde zone caractérisée par la longueur δ'' est due au déplacement du fluide par le cylindre sur ses cotés créant des vitesses de signes opposés. Elle est assimilable à la superposition du premier problème de STOKES et de l'écoulement de POISEUILLE (CHASSAING, 2000, pp 292-295) et est du à l'effet de l'écoulement redressé à l'image du *steady streaming* dans le cas d'un mouvement harmonique d'un cylindre (PETIT & GONDRET, 1992) . L'évolution de δ' en fonction de t^* est identique quelque soit β.

La figure (5.10) présente l'évolution de l'épaisseur adimensionée de couche limite δ'/δ'^* en fonction du temps t^* pour différentes valeurs de β où δ'^* est l'épaisseur de couche limite à $t^* = 1$. Quelle que soit le nombre de STOKES, l'épaisseur de couche limite adimensionée par δ' évolue selon la même allure.

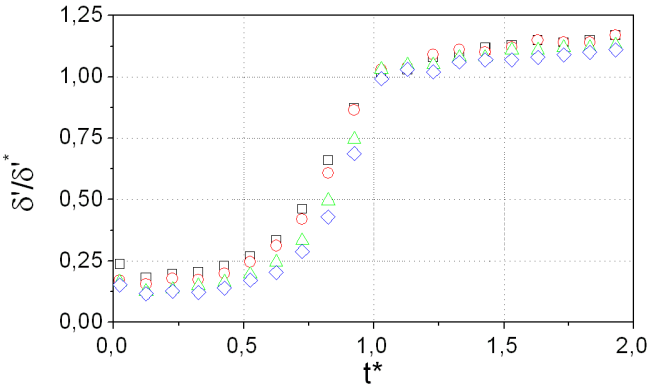


FIG. 5.10 – Evolution de l'épaisseur de couche limite δ'/δ'^* en fonction du temps réduit t^* pour différents nombre de STOKES. □ $\beta = 100$; ◯ $\beta = 625$; △ $\beta = 20.000$; ◊ $\beta = 166.666$

Les figures (5.11) et (5.12), montrent le profil de vitesse $v_\theta/|\dot{\chi}|_\theta$ le long de la direction radiale r/δ'^* pour différents temps réduit et pour les nombres β considérés. Notons que la vitesse maximale atteinte par la composante v_θ dans la zone de l'écoulement redressé augmente avec le nombre de STOKES ; pour $\beta = 166666$, elle est égale à la vitesse imposée sur le cylindre, soit $\dot{\chi}_\theta$.

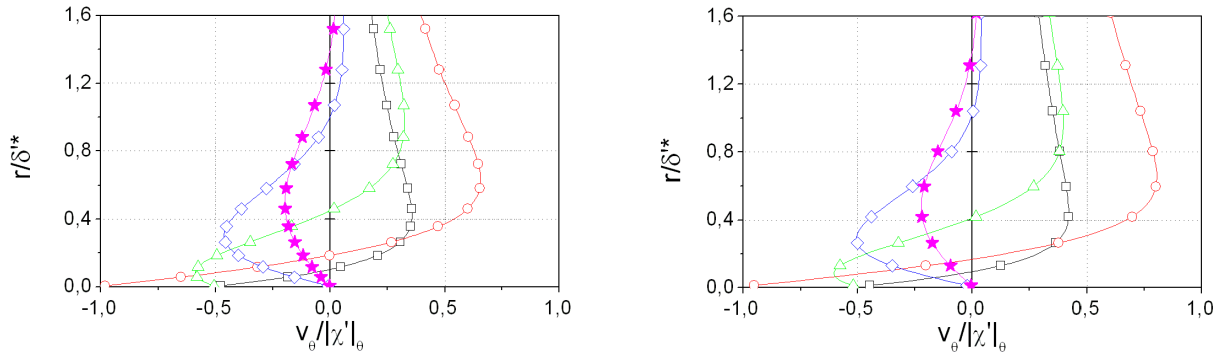


FIG. 5.11 – Evolution de la vitesse $v_\theta/|\dot{\chi}|_\theta$ le long de l'abscisse r/δ' pour $\beta = 100$ et $\beta = 625$. −□− $t^* = 0.25$; − ◯ − $t^* = 0.5$; −△− $t^* = 0.75$; −◊− $t^* = 1$; −★− $t^* = 1.5$

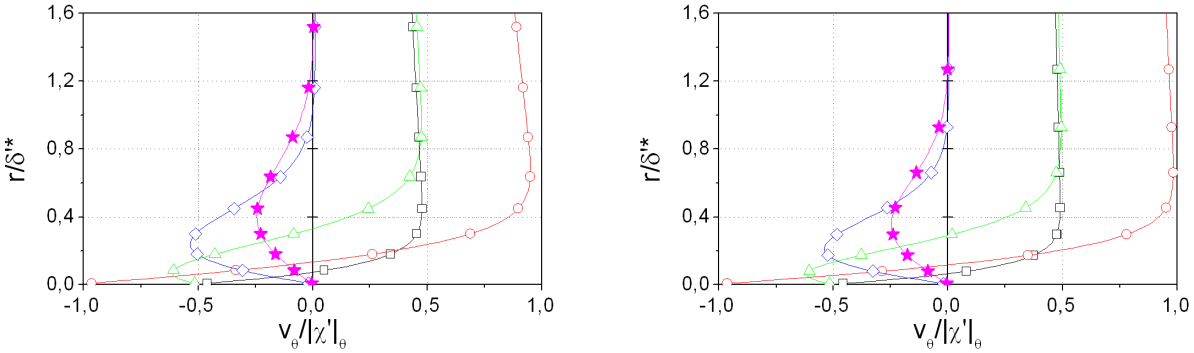


FIG. 5.12 – Evolution de la vitesse $v_\theta/|\dot{\chi}|_\theta$ le long de l'abscisse r/δ' pour $\beta = 20.000$ et $\beta = 166.666$. $-\square-$ $t^* = 0.25$; $-\bigcirc-$ $t^* = 0.5$; $-\triangle-$ $t^* = 0.75$; $-\Diamond-$ $t^* = 1$; $-\bigstar-$ $t^* = 1.5$

Une étude de similitude sur l'épaisseur δ' au temps réduit $t^* = 1$ notée δ'^* a montré que δ'^* évolue en fonction de T_0 et de β suivant l'expression :

$$\delta'^* = 1.78\sqrt{\nu T_0}\beta^{0.0655} \tag{5.8}$$

L'épaisseur de couche limite δ'^* évolue en fonction de la racine carrée du produit de la viscosité et du temps de choc comme dans le cas d'une plaque plane (voir chapitre 2). Le terme $\sqrt{\nu T_0}$ est cependant pondérée par le nombre de STOKES. Le tableau (5.3) permet de vérifier la cohérence de la relation (5.8) à travers une comparaison de l'épaisseur de couche limite calculée par la relation précédente et obtenue par des résultats de plusieurs simulations numériques pour différents nombres β et en fonction du diamètre D, de la viscosité cinématique ν et du temps de choc T_0.

L'écart entre les résultats numériques et la relation (5.8) est faible (voir tableau 5.3) et reste inférieur à 5%. Il est important de connaître la loi de similitude de ce paramètre car il permet de déterminer le nombre de cellules à utiliser dans une simulation numérique. En effet, un maillage *relaché* ou au contraire trop fin dans cette épaisseur conduit à des simulations non valides.

D	T_0	ν	β	$\sqrt{\nu T_0}$	δ'^* (Numérique)	δ'^* (Equation 5.8)	Ecart
0.05	25	1.10^{-6}	100	$5.00.10^{-3}$	$1.20.10^{-2}$	$1.20.10^{-2}$	0.35%
0.05	1	$2.5.10^{-5}$	100	$5.00.10^{-3}$	$1.20.10^{-2}$	$1.20.10^{-2}$	0.35%
0.5	25	1.10^{-4}	100	$5.00.10^{-2}$	$1.20.10^{-1}$	$1.20.10^{-1}$	0.35%
0.05	4	1.10^{-6}	625	$2.00.10^{-3}$	$5.47.10^{-3}$	$5.43.10^{-3}$	0.82%
0.05	2.5	1.10^{-6}	1.000	$1.58.10^{-3}$	$4.44.10^{-3}$	$4.42.10^{-3}$	0.34%
0.05	0.125	1.10^{-6}	20.000	$3.54.10^{-4}$	$1.26.10^{-3}$	$1.20.10^{-3}$	5.06%
0.05	0.015	1.10^{-2}	166.666	$1.22.10^{-4}$	$4.81.10^{-4}$	$4.79.10^{-4}$	0.47%
5	0.015	1.10^{-6}	166.666	$1.22.10^{-2}$	$4.81.10^{-2}$	$4.79.10^{-2}$	0.47%
2	2.5	1.10^{-6}	1.600.000	$1.58.10^{-3}$	$7.10.10^{-3}$	$7.17.10^{-3}$	0.96%

TAB. 5.3 – Etude de similitude sur l'épaisseur de couche limite δ' à $t^* = 1$

La figure (5.13) présente l'évolution de l'épaisseur totale δ où $\delta = \delta' + \delta''$, adimensionnée par l'épaisseur atteinte en $t^* = 0.5$, δ^* en fonction du temps réduit t^*.

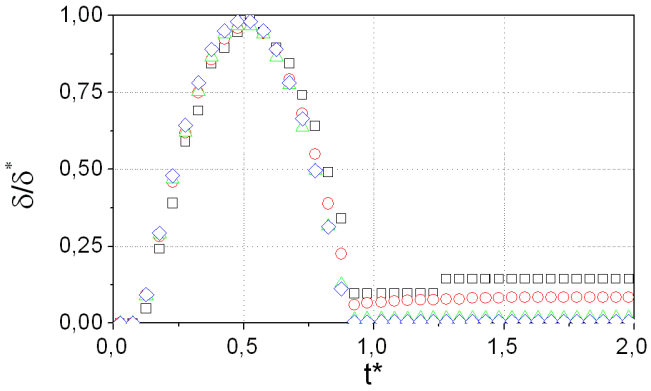


FIG. 5.13 – Evolution de l'épaisseur δ/δ^* en fonction du temps réduit t^* pour différents nombre de STOKES. □ $\beta = 100$; ◯ $\beta = 625$; △ $\beta = 20.000$; ◊ $\beta = 166.666$

Quel que soit le nombre de STOKES, l'évolution de cette épaisseur pendant la période du choc est identique et a une allure de *cloche*. Elle atteint son maximum à $t^* = 0.5$. Après le choc ($t^* = 1$), l'épaisseur est très fine, voire nulle pour les grandes valeurs de β. Une étude de similitude permet de déterminer la valeur maximale de la couche limite totale δ pour le temps réduit $t^* = 0.5$. L'épaisseur de cette zone est definie à partir du cylindre jusqu'au point où la vitesse v_θ atteint une valeur inférieure à 10% du rapport $v_\theta/|\dot{\chi}|_\theta$. La relation empirique donnant l'évolution de cette longueur est :

$$\delta^* = 1.32 D_0 \beta^{-0.0176} \tag{5.9}$$

En première approximation, l'épaisseur maximale est dimensionée par le diamètre du cylindre D_0. Elle est faiblement pondérée par le nombre de STOKES. L'écart entre les résultats de simulations numériques et ceux obtenues à partir de l'expression (5.9) est faible (voir tableau 5.4), inférieur à 5%. Dans le cas d'une simulation numérique, ce deuxième paramètre permet de fixer la taille du domaine entourant le cylindre, c'est à dire de fixer rapport de forme H/D.

D	T_0	ν	β	$\sqrt{\nu T_0}$	δ^* (Numérique)	δ^* (Equation 5.9)	Ecart
0.05	25	1.10^{-6}	100	$5.00.10^{-3}$	0.0628	0.0609	3.18%
0.05	1	$2.5.10^{-5}$	100	$5.00.10^{-3}$	0.0629	0.0609	3.35%
0.5	25	1.10^{-4}	100	$5.00.10^{-2}$	0.629	0.0608	3.35%
0.05	4	1.10^{-6}	625	$2.00.10^{-3}$	0.0576	0.0589	2.26%
0.05	2.5	1.10^{-6}	1.000	$1.58.10^{-3}$	0.056	0.0584	4.18%
0.05	0.125	1.10^{-6}	20.000	$3.54.10^{-4}$	0.0536	0.0554	3.32%
0.05	0.015	1.10^{-2}	166.666	$1.22.10^{-4}$	0.0541	0.0534	1.29%
2	2.5	1.10^{-6}	1.600.000	$1.58.10^{-3}$	2.13	2.05	3.75%

TAB. 5.4 – Etude de similitude sur l'épaisseur de couche limite δ' à $t^* = 1$

La figure (5.14) présente le champ de vorticité autour du cylindre à différentes valeurs du temps réduit pour $\beta = 100$. Ce champ de vorticité conserve des propriétés de symétrie selon les directions longitudinale et transversale. Il est caractérisé par deux zones de vorticités contrarotatives, une très proche du cylindre correspondant à la couche limite de STOKES et une au delà correspondant à l'effet instationnaire de l'écoulement redressé. L'allure du champ de vorticité est identique quel que soit le nombre de STOKES mais difficilement visualisable pour des grandes valeurs de β. En effet à grand nombre de STOKES, le rapport entre la quantité $\sqrt{\nu T_0}$, qui définie la première épaisseur de couche limite et le diamètre D, est très petit.

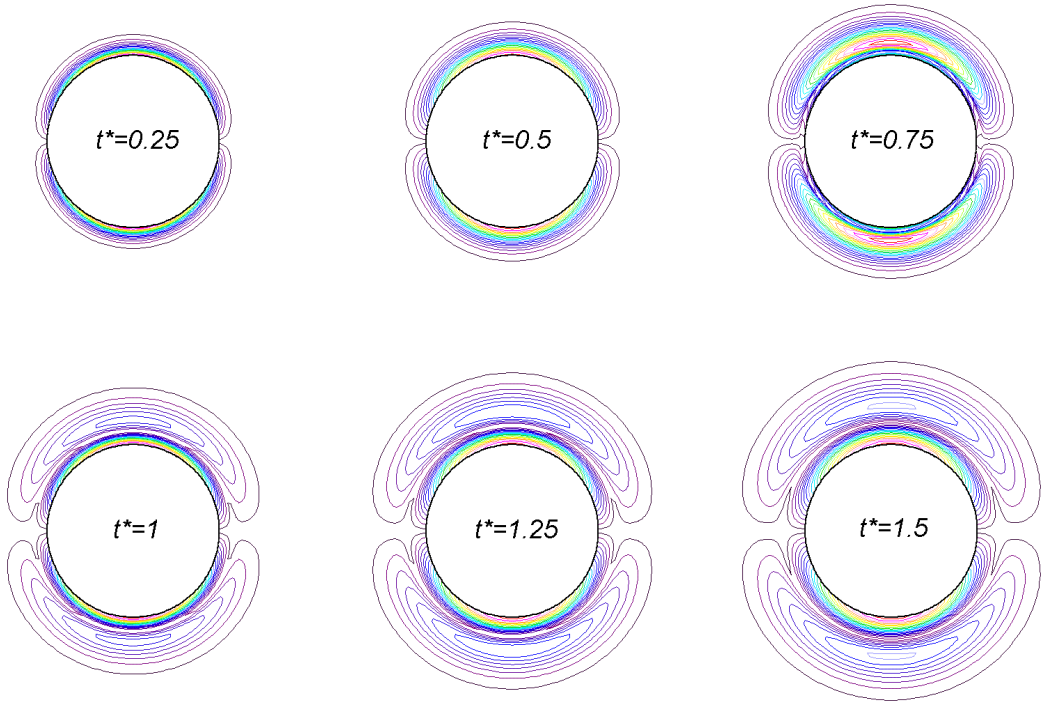


FIG. 5.14 – Evolution du champ de vorticité à $\beta = 100$ pour différents temps réduit t^*.

5.3.2 Forces et pressions

Les forces s'appliquant sur le cylindre ainsi que le champ de pression sont calculés à l'aide de simulations numériques, du modèle harmonique de STUART et du modèle général développé à partir du modèle de STUART (voir chapitre 2). Le modèle harmonique est comparée aux deux autres approches afin de démontrer la nécessité de prendre en compte le régime transitoire, et de par la même, l'utilisation du modèle général (MELOT et al., 2006). Les forces de pression et de cisaillement ainsi que la pression calculé à partir du modèle harmonique s'écrivent :

$$\begin{cases} \varphi_\pi^H = -M_D \left[\left(1 + \dfrac{2}{D}\sqrt{\dfrac{2\nu}{w_0}} \right) \ddot{\chi}(t) + \left(\dfrac{2}{D}\sqrt{\dfrac{2\nu}{w_0}} + \dfrac{4}{D^2}\dfrac{\nu}{w_0} \right) w_0 \dot{\chi}(t) \right] & (5.10) \\ \varphi_\sigma^H = -M_D \left[\dfrac{2}{D}\sqrt{\dfrac{2\nu}{w_0}} \ddot{\chi}(t) + \left(\dfrac{2}{D}\sqrt{\dfrac{2\nu}{w_0}} + \dfrac{2}{D^2}\dfrac{2\nu}{w_0} \right) w_0 \dot{\chi}(t) \right] & (5.11) \\ p^H = \dfrac{\rho \cos\theta D}{2} \left[\left(1 + \dfrac{2}{D}\sqrt{\dfrac{2\nu}{w_0}} \right) \ddot{\chi}(t) + \left(\dfrac{2}{D}\sqrt{\dfrac{2\nu}{w_0}} + \dfrac{4}{D^2}\dfrac{\nu}{w_0} \right) w_0 \dot{\chi}(t) \right] & (5.12) \end{cases}$$

en remplaçant les grandeurs du mouvement $\ddot{\chi}(t), \dot{\chi}(t)$ par celle du choc sinus, la relation précédente peut s'écrire sous une forme adimensionnelle en fonction de β et du temps réduit t^* :

$$\begin{cases} \varphi_\pi^{H*} = -\sin(2\pi t^*) - \dfrac{2}{\sqrt{\pi}}\beta^{-1/2}\left(1+\sqrt{2}\sin\left(2\pi\left(t^*-\dfrac{1}{8}\right)\right)\right) - \dfrac{2}{\pi}\beta^{-1}(1-\cos(2\pi t^*)) & (5.13) \\ \varphi_\sigma^{H*} = -\dfrac{2}{\sqrt{\pi}}\beta^{-1/2}\left(1+\sqrt{2}\sin\left(2\pi\left(t^*-\dfrac{1}{8}\right)\right)\right) - \dfrac{2}{\pi}\beta^{-1}(1-\cos(2\pi t^*)) & (5.14) \\ p^{H*} = \cos\theta\left[\sin(2\pi t^*) + \dfrac{2}{\sqrt{\pi}}\beta^{-1/2}\left(1+\sqrt{2}\sin\left(2\pi\left(t^*-\dfrac{1}{8}\right)\right)\right) + \dfrac{2}{\pi}\beta^{-1}(1-\cos(2\pi t^*)\right] & (5.15) \end{cases}$$

avec $\varphi_\pi^{H*} = \dfrac{\varphi_\pi^H}{M_D\gamma_0}$, $\varphi_\sigma^{H*} = \dfrac{\varphi_\pi^H}{M_D\gamma_0}$ et $p^{H*} = \dfrac{p^H}{0.5\rho D\gamma_0}$. Dans le cas du modèle général, la force et la pression s'écrivent de la manière suivante :

$$\begin{cases} \varphi_\pi^Q = -M_D\left[\ddot{\chi}(t) + \dfrac{4}{D}\sqrt{\dfrac{\nu}{\pi}}\displaystyle\int_0^t \frac{\ddot{\chi}(\tau)}{\sqrt{t-\tau}}d\tau + \frac{4\nu}{D^2}\dot{\chi}(t)\right] & (5.16) \\ \varphi_\sigma^Q = -M_D\left[\dfrac{4}{D}\sqrt{\dfrac{\nu}{\pi}}\displaystyle\int_0^t \frac{\ddot{\chi}(\tau)}{\sqrt{t-\tau}}d\tau + \frac{4\nu}{D^2}\dot{\chi}(t)\right] & (5.17) \\ p^Q = \dfrac{\rho\cos\theta D}{2}\left[\ddot{\chi}(t) + \dfrac{4}{D}\sqrt{\dfrac{\nu}{\pi}}\displaystyle\int_0^t \frac{\ddot{\chi}(\tau)}{\sqrt{t-\tau}}d\tau + \frac{4\nu}{D^2}\dot{\chi}(t)\right] & (5.18) \end{cases}$$

Avec un choc sinus, ces expressions peuvent s'écrire sous une forme adimensionnelle avec la même adimensionalisation que pour la formulation harmonique, c'est à dire :

$$\begin{cases} \varphi_\pi^{Q*} = -\sin(2\pi t^*) - \dfrac{4}{\sqrt{\pi}}\beta^{-1/2}\displaystyle\int_0^{t^*} \frac{\sin(2\pi\tau')}{\sqrt{t^*-\tau'}}d\tau' - \frac{4}{\pi}\beta^{-1}(1-\cos(2\pi t^*)) & (5.19) \\ \varphi_\sigma^{Q*} = -\dfrac{4}{\sqrt{\pi}}\beta^{-1/2}\displaystyle\int_0^{t^*} \frac{\sin(2\pi\tau')}{\sqrt{t^*-\tau'}}d\tau' - \frac{4}{\pi}\beta^{-1}(1-\cos(2\pi t^*)) & (5.20) \\ p^{Q*} = \cos\theta\left[\sin(2\pi t^*) + \dfrac{4}{\sqrt{\pi}}\beta^{-1/2}\displaystyle\int_0^{t^*} \frac{\sin(2\pi\tau')}{\sqrt{t^*-\tau'}}d\tau' + \frac{4}{\pi}\beta^{-1}(1-\cos(2\pi t^*))\right] & (5.21) \end{cases}$$

Force de cisaillement

Les figures (5.15) et (5.16) présentent l'évolution de la force de cisaillement en fontion du temps réduit pour les nombres de STOKES suivant $\beta = 100$, 625, 20000 et 166666. D'un point de vue global, ces figures montrent que quel que soit le nombre de STOKES β et le modèle choisi, les allures des forces φ_σ^* durant l'impulsion ($0 < t^* < 1$) peuvent être considérées comme une combinaison entre l'accélération $\ddot{\chi}(t)$ et la vitesse $\dot{\chi}(t)$ imposée au corps. Cependant en détaillant finement ces courbes, il apparaît des nuances entre les modèles en fonction du nombre β.

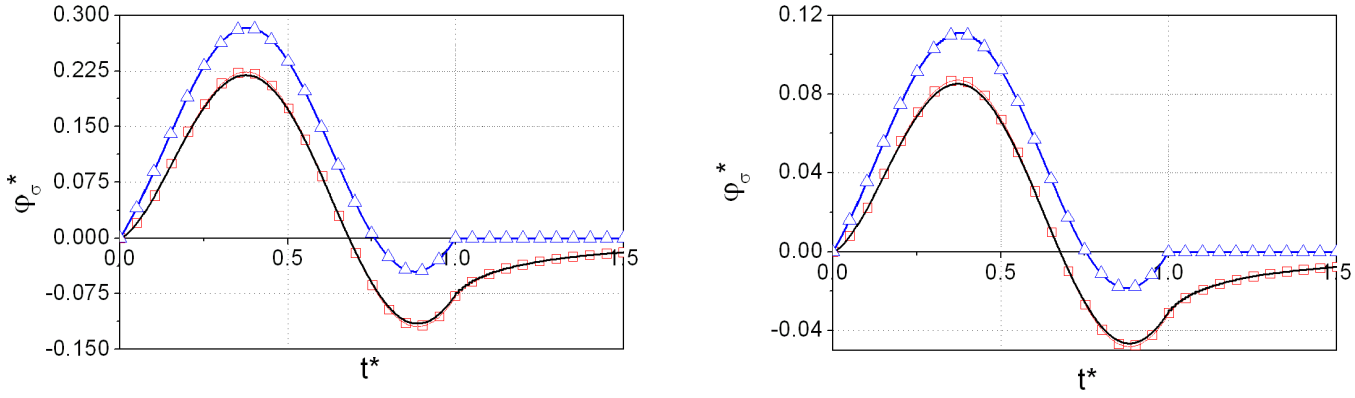


FIG. 5.15 – Force de cisaillement φ_σ^* en fonction du temps t^* pour $\beta = 100$ et pour $\beta = 625$. □ Modèle CFD ; — Modèle général ; △ Modèle harmonique de STUART

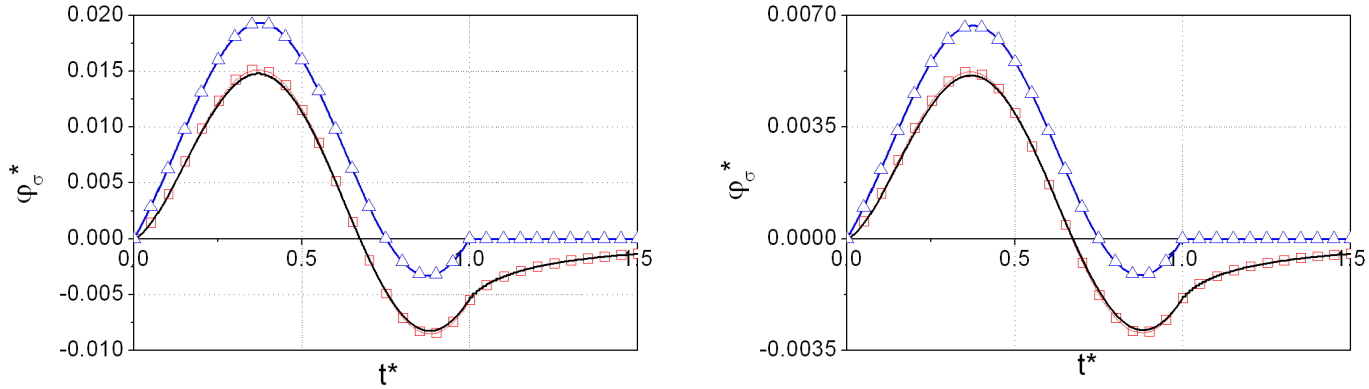


FIG. 5.16 – Force de cisaillement φ_σ^* en fonction du temps t^* pour $\beta = 20000$ et pour $\beta = 166666$. □ Modèle CFD ; — Modèle général ; △ Modèle harmonique de STUART

La première constatation pouvant être mis en évidence est que le modèle CFD et le modèle général se superposent parfaitement quel que soit le nombre de STOKES. Par contre le modèle harmonique se distingue de ces derniers. La différence entre le modèle harmonique et les deux autres modèles peut s'expliquer à partir des relations (5.14) et (5.20). En effet, le second terme de chacune des deux équations est identique alors que le premier diffère. Dans l'équation (5.14), ce premier terme est proportionnel à l'accélération du cylindre déphasé de 1/8 alors que dans l'équation (5.20), ce terme se résume à une intégrale de convolution combinant l'accélération du cylindre avec une fonction de transfert. Ce terme sera décrit dans les remarques suivantes.

Le deuxième constat est que la force φ_σ^* ne s'annule pas toujours au même temps t^* pour tous les modèles. La figure (5.17) présente l'évolution de la valeur temporelle t_0^* où la force φ_σ^* s'annule en fonction du nombre β. Les modèles tendent vers des valeurs $t_0^*(\varphi_\sigma^* = 0)$ finies pour des β grands. D'après les relations (5.14) et (5.20), la force trouve une valeur nulle respectivement pour le modèle harmonique à $t_0^* = 0.75$ et pour le modèle générale à $t_0^* \simeq 0.6735$. Pour des faibles valeurs de STOKES, la position du point où la force s'annule tend vers des grandes valeurs de t_0^* quels que soient les modèles. Il est possible de noter que l'écart entre le modèle harmonique et les autres modèles est approximativement égal à une constante, soit $t_0^* \simeq 0.077$.

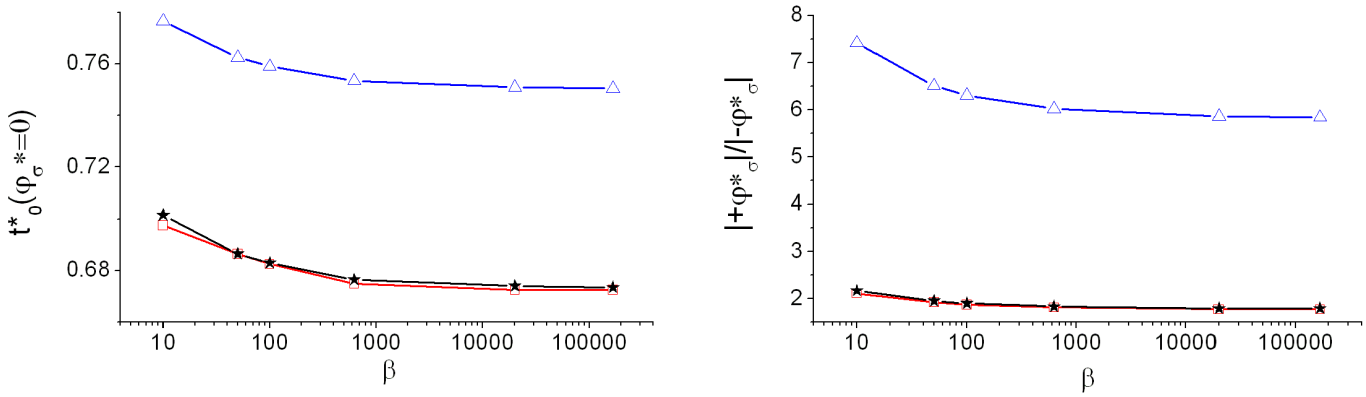


FIG. 5.17 – Position temporelle t_0^* du point $\varphi^* = 0$ (à gauche) et rapport entre la valeur maximale positive de la force $|+\varphi^*|$ et la valeur maximale négative de la force $|-\varphi^*|$ (à droite) pour la force de cisaillement φ_σ^*. □ Modèle CFD ; — Modèle général ; △ Modèle harmonique de STUART

D'autre part, la force positive maximale $|+\varphi_\sigma^*|$ n'est pas égale à la force négative maximale $|-\varphi_\sigma^*|$ dans la gamme du nombre de STOKES considérée. La figure (5.17) montre le rapport entre ces deux forces $|+\varphi_\sigma^*|/|-\varphi_\sigma^*|$ en fonction du nombre de STOKES pour les trois modèles. Le rapport $|+\varphi_\sigma^*|/|-\varphi_\sigma^*|$ prédit pour le modèle harmonique est environ trois fois plus grand que pour les autres modèles.

La dernière constatation est la présence d'une force résiduelle suite à l'impulsion, c'est à dire après $t^* = 1$, dans le cas du modèle CFD et du modèle général. Cette force tend vers 0 pour des temps réduits tendant vers l'infini. Dans le modèle général, il est aisé d'expliquer l'existence d'une force résiduelle. En effet, le dernier terme de l'équation (5.20) est égal à 0 pour $t^* > 1$ alors que le premier est non nul. Ce terme prend en compte les effets d'histoire ; la force fluide à un instant donnée dépend du mouvement antérieur du cylindre. Ce mécanisme est dû principalement à l'existence d'une échelle de temps interne au fluide T_ν caractéristique de la diffusion visqueuse du fluide avec $T_\nu = D^2/\nu$. Physiquement, ce phénomène s'explique par le fait que les particules fluides n'ont pas le temps de suivre instantanément les déplacements du cylindre. Pendant les premiers moments du mouvement du corps, le fluide reste au repos pendant quelques instants et prend alors un certain retard. Lorsque le cylindre s'arrête, les particules continuent de se déplacer au sein du fluide, il en résulte ainsi une contrainte due uniquement à la viscosité. Ce terme n'est pas pris en compte dans le modèle harmonique, ce qui explique les differences avec les autres modèles. En effet, les équations (5.14) et (5.20) ont le dernier terme identique alors que le premier diffère. Ceci explique les écarts constatés dans les précédentes remarques entre le modèle général et les simulations numériques par rapport au modèle harmonique.

Force de pression

Les figures (5.18) et (5.19) présentent l'évolution de la force de pression en fonction du temps réduit pour $\beta = 100$, 625, 20000 et 166666. Quel que soit le modèle choisi, l'allure des évolutions des forces de pression est identique avec une quasi proportionnalité entre la force et l'accélération du cylindre. Cependant, en analysant finement ces courbes, plusieurs nuances apparaissent.

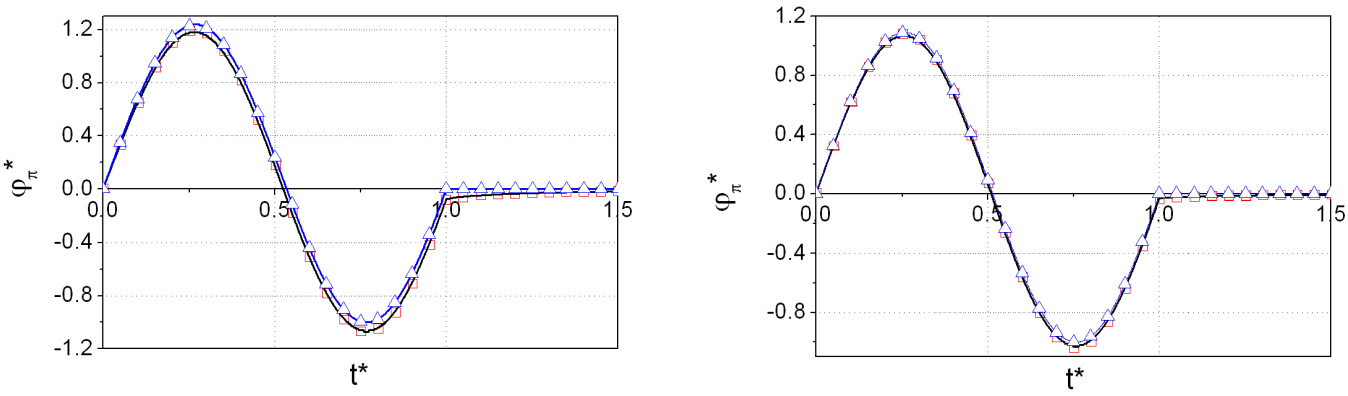


FIG. 5.18 – Force de pression φ_π^* en fonction du temps t^* pour $\beta = 100$ et pour $\beta = 625$. □ Modèle CFD ; — Modèle général ; △ Modèle harmonique de STUART

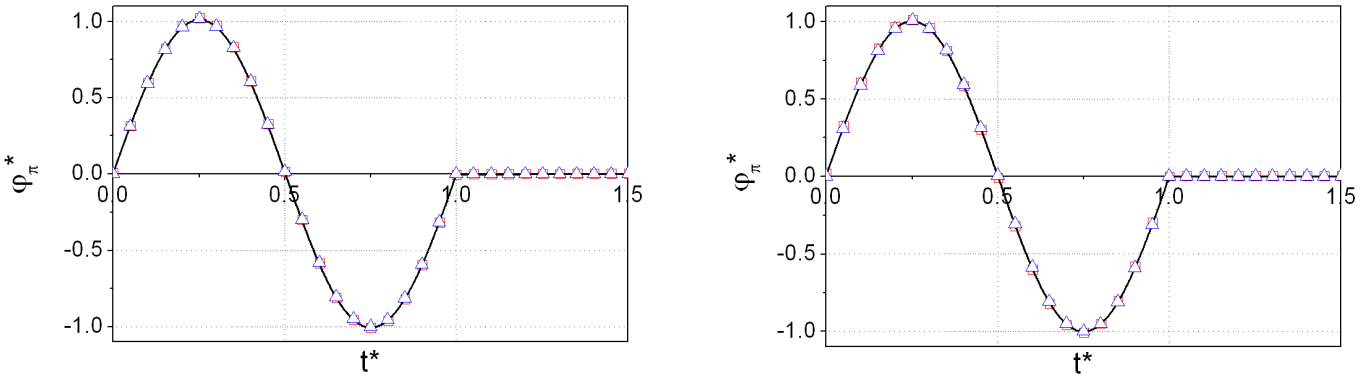


FIG. 5.19 – Force de pression φ_π^* en fonction du temps t^* pour $\beta = 20000$ et pour $\beta = 166666$. □ Modèle CFD ; — Modèle général ; △ Modèle harmonique de STUART

La première constatation est que les forces ne s'annulent pas toujours à $t^* = 0.5$ mais pour des valeurs plus grandes. La figure (5.20) présente l'évolution temporelle t_0^* du point où la force φ_π^* s'annule en fonction du nombre β. Pour des petites valeurs de β et quel que soit le modèle utilisé, l'instant $t_0^*(\varphi_\pi^* = 0)$ est supérieure à $t^* = 0.5$ alors que pour des grandes valeurs, les modèles tendent à se rapprocher de cette valeur. Le modèle harmonique prédit de manière satisfaisante la force de pression avec cependant un écart plus marqué avec le modèle général et les simulations pour les β faibles. Les simulations numériques et le modèle général donnent des résultats quasi-identiques.

La deuxième observation est que la force maximale positive $|+\varphi_\pi^*|$ n'est pas toujours égale à la force maximale négative $|-\varphi_\pi^*|$ sur la gamme du nombre de STOKES considérée. La figure (5.20) présente le rapport entre ces deux forces $|+\varphi_\pi^*|/|-\varphi_\pi^*|$ en fonction de β pour les trois modèles. Ce rapport est équivalent pour le modèle numérique et le modèle général. Il tend vers 1 pour des grandes valeurs de β. Le rapport $|+\varphi_\pi^*|/|-\varphi_\pi^*|$ calculé avec le modèle harmonique observe les mêmes évolutions que celles décrites pour les deux modèles mais il se distingue nettement de ces derniers pour des petites valeurs de β.

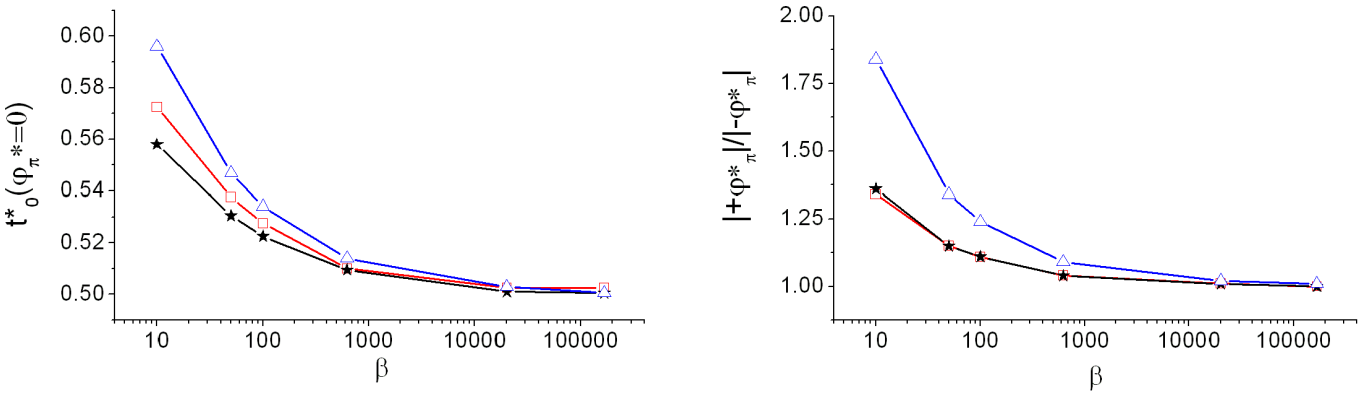


FIG. 5.20 – Position temporelle t_0^* du point $\varphi^* = 0$ (à gauche) et rapport entre la valeur maximale positive de la force $|+\varphi^*|$ et la valeur maximale négative de la force $|-\varphi^*|$ (à droite) pour la force de pression φ_π^*. □ Modèle CFD ; — Modèle général ; △ Modèle harmonique de STUART

Une troisième remarque concerne l'allure de la force suite au choc, c'est à dire pour des temps réduits t^* supérieurs 1. Il existe comme dans le cas de la force de cisaillement une force résiduelle pour le modèle CFD et pour le modèle général. Cette force résiduelle de pression est égale à la force résiduelle de cisaillement à β fixé. Ceci peut s'expliquer à l'aide des équations (5.19) et (5.20). En effet, les termes de viscosité inclus dans la pression sont petits devant le terme d'inertie. D'autre part, ces termes liés à la viscosité sont égaux à ceux présents dans la force de cisaillement.

En conclusion, les calculs CFD et le modèle général donnent des résultats équivalents pour toutes les valeurs de β. Cependant, des différences apparaissent entre ces modèles et le modèle harmonique. Pour des grandes valeurs de β, les écarts sont presque nuls. En effet les termes des équations (5.13) et (5.19) dépendant du nombre β sont négligeables devant le terme d'inertie. Les effets d'histoires sont alors négligeables dans le calcul des forces de pression pour des nombres de STOKES importants. Alors que pour des nombres β petits, la force de pression est principalement régie par les termes inertiel et d'histoire. Le terme de trainée est à l'ordre 2 et il n'intervient que faiblement dans la solution.

Force totale

La force totale est la somme de la force de pression et de la force de cisaillement. La figure (5.21) présente l'amplitude maximale de la force totale adimensionée $|\varphi^*|$ de chaque modèle en fonction du nombre de STOKES. Ces modèles sont comparés au modèle de LAMB, c'est à dire dans le cas où le fluide est parfait. Les calculs CFD et le modèle général prédisent le même résultat. Le modèle harmonique est équivalent aux autres modèles pour des grands nombres de STOKES mais surestime le résultat pour des petites valeurs. Malgré les différences entre les modèles, ces derniers montrent des tendances identiques. En effet, pour des grandes valeurs de β, la force $|\varphi^*|$ tend vers la solution de LAMB, l'écoulement peut être considéré comme irrotationnel. Pour des petites valeurs de β, la force totale tend vers des valeurs infinies, supérieures à celles du modèle de LAMB.

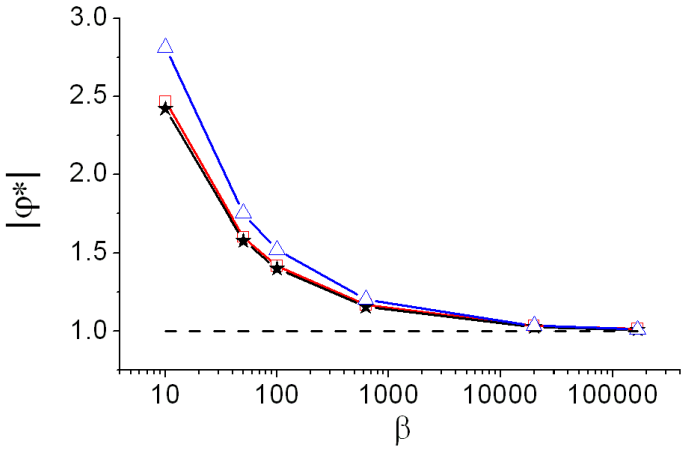


FIG. 5.21 – Evolution de l'amplitude maximale de la force totale $|\varphi^*|$ en fonction du nombre β. □ Modèle CFD ; −★− Modèle général ; △ Modèle harmonique de STUART ; - - - Modèle de LAMB

Champ de pression

La figure (5.22) présente l'évolution de la pression maximale positive et négative s'exercant sur le cylindre pendant le choc. Ces courbes comparent à différents nombres de STOKES, les calculs numériques et le modèle général (équation 5.21) avec succès. Il apparaît très peu de différences entre les différents nombres de β considérés mis à part à $\beta = 100$ où l'effet de la viscosité se manifeste plus fortement. D'après l'équation (5.21), la pression est régie principalement par le terme d'inertie grand devant les termes liés à la viscosité.

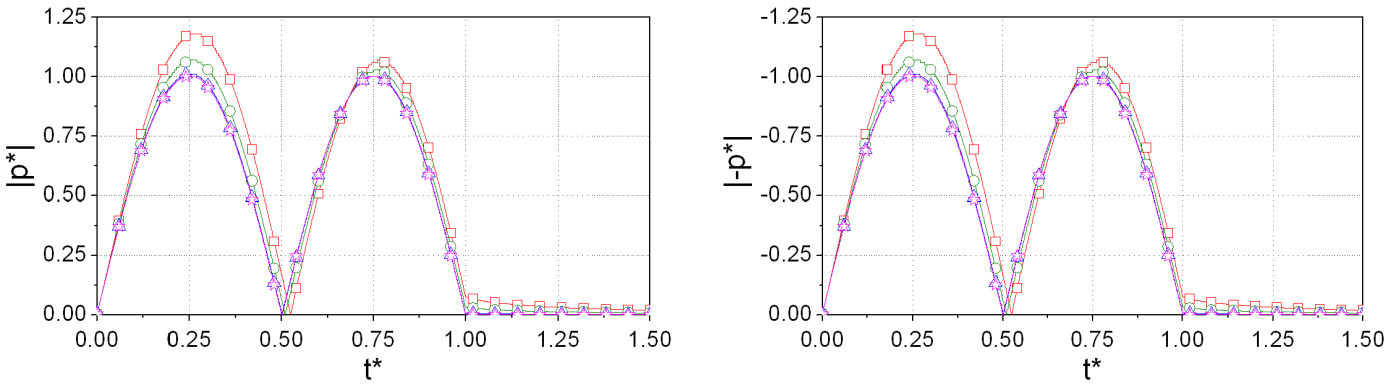


FIG. 5.22 – Evolution de la pression maximale positive et négative autour du cylindre au cours du temps t^* pour les quatres valeurs de β pour le modèle CFD sous forme de symbole et le modèle général sous forme de ligne. −□− $\beta = 100$; − ◯ − $\beta = 625$; −△− $\beta = 20.000$; −★− $\beta = 166.666$.

5.4 Ecoulement en fluide visqueux dans le cas de grands déplacements du cylindre

Après avoir étudié l'écoulement potentiel sous l'hypothèse de grands déplacements et l'écoulement d'un fluide visqueux sous l'hypothèse de petits déplacements, l'écoulement d'un fluide visqueux engendré par des grands déplacements du cylindre est maintenant abordé. L'équation (5.1), répétée ci-dessous, est alors résolue dans son intégralité :

$$\frac{\partial \mathbf{U}^*}{\partial t^*} + KC\ \mathbf{U}^*.\nabla \mathbf{U}^* = -\nabla p^* + \frac{1}{\beta}\ \Delta \mathbf{U}^* \tag{5.22}$$

Une attention particulière est portée aux effets de couplage entre le terme visqueux $\frac{1}{\beta}\ \Delta \mathbf{U}^*$ et le terme non-linéaire $KC\ \mathbf{U}^*.\nabla \mathbf{U}^*$ sur la topologie de l'écoulement et sur les caractéristiques de la force et de la pression s'exerçant sur le cylindre en fonction des nombres β et KC. Le domaine d'exploration couvre la gamme des valeurs de β allant de 100 à 166666 pour des nombres de KC allant de 0.2 à 1 (voir tableau 5.5).

		$KC = 0.2$	$KC = 0.5$	$KC = 1$
β	$T_0(s)$	$\gamma_0(m.s^{-2})$	$\gamma_0(m.s^{-2})$	$\gamma_0(m.s^{-2})$
100	25	$1.0053.10^{-4}$	$2.5133.10^{-4}$	$5.0265.10^{-4}$
625	4	$3.9270.10^{-3}$	$9.8175.10^{-3}$	$1.9635.10^{-2}$
20000	0.125	4.0212	$1.0053.10^{+1}$	$2.0106.10^{+1}$
166666	0.015	$2.7925.10^{+2}$	$6.9813.10^{+2}$	$1.3963.10^{+3}$

TAB. 5.5 – Temps de choc T_0 et accélération γ_0 pour différents nombres de STOKES β

L'ensemble des résultats présentés dans cette section sont issus de simulations numériques et sont comparés aux modèles analytiques détaillés ci-dessus.

5.4.1 Topologie de l'écoulement

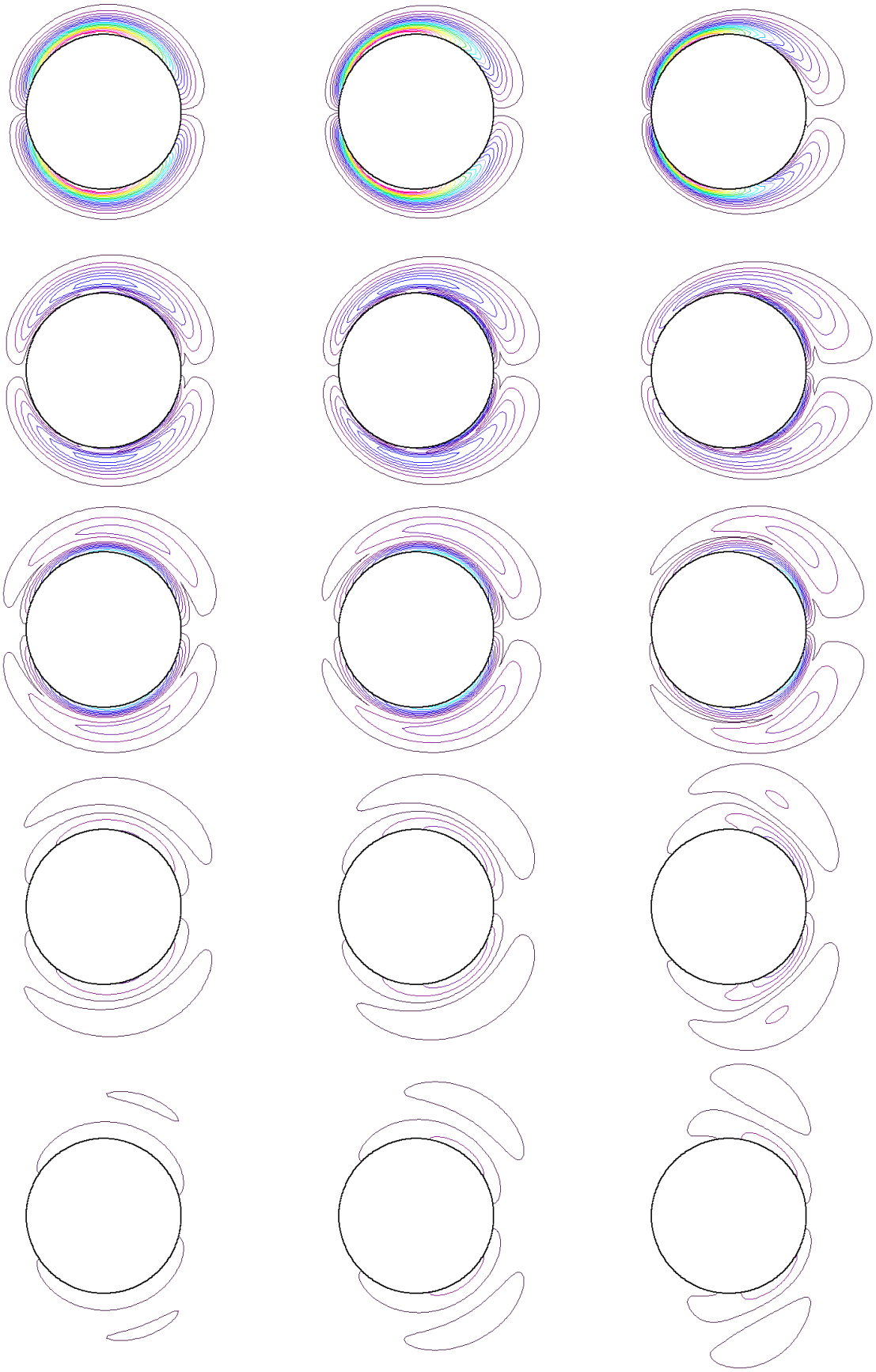
Les figures (5.23), (5.24), (5.25) et (5.26) présentent respectivement le champ de vorticité autour du cylindre pour quatres valeurs du nombre de STOKES (β = 100, 625, 20000 et 166666) à différents instants (t^* = 0.5,0.75,1,1.5 et 2) et pour les trois valeurs de KC étudiées. Pour un nombre β égal à 100, il se forme au fur et à mesure que le temps réduit et que le nombre de KEULEGAN-CARPENTER augmentent, un sillage composé de zones de vorticités en aval du cylindre[4]. Ce dernier est symétrique par rapport à l'axe longitudinal du cylindre et est composée de deux zones de vorticités. La première, proche de la paroi du cylindre, correspond à l'épaisseur de la couche limite de STOKES alors que la seconde englobant la première défini l'effet instationnaire de l'écoulement redressé (voir section précédente). Ces zones de vorticités ont une intensité maximale à $t^* = 0.5$, c'est à dire lorsque le cylindre atteint la valeur maximale de la vitesse du choc. Ce sillage se décale vers l'aval du cylindre quand KC augmente. Après l'arrêt du cylindre, ce sillage s'éloigne du cylindre et diminue en intensité.

Pour un nombre de STOKES plus important, β = 625, la topologie de l'écoulement reste identique au cas précédent mais avec une zone de vorticité autour du cylindre plus fine. A

[4]Le cylindre se déplace de la droite vers la gauche.

$KC = 1$, il apparaît des tourbillons autour du cylindre pour $t^* > 1$. Lorsque la vitesse imposée au cylindre diminue, la zone de vorticité secondaire (liée au effet instationnaire de l'écoulement redressé) placée en aval tend à s'écarter du cylindre et se déplace progressivement vers l'amont du cylindre. Cette zone de vorticité ayant alors acquis une vitesse de rotation importante comparée aux plus petits KC, vient entraîner dans son mouvement la zone de vorticité de paroi. Ces deux zones de vorticités se scindent alors en plusieurs parties, créant quatre tourbillons. Le premier et le troisième tourbillons, en partant de la droite vers la gauche du cylindre, proviennent de la deuxième zone de vorticité et tournent dans le sens inverse aux deuxième et quatrième tourbillons générés par la première zone de vorticité. En effet la zone de vorticité de l'écoulement écarte le deuxième tourbillon de la paroi du cylindre qui par la même dans son mouvement vient couper la zone de vorticité de l'écoulement. Ces derniers s'emmêlent ensuite pour s'écarter du cylindre et se dissiper pour des grand temps réduits. Un mécanisme similaire a été observé dans la simulation de Koumoutsakos & Leonard (1995) dans le cas d'un cylindre en translation à vitesse constante à $Re = 550$ et soudainement arrêté.

Pour des grands nombres β grand ($\beta = 20000$ et à $\beta = 166666$), la zone de vorticité devient très localisée autour du cylindre. Pour des faibles valeurs de KC, la zone de vorticité est difficilement observable. La taille de la couche limite devient de plus en plus petite par rapport au diamètre du cylindre. Il apparaît comme décrit précédemment de multiples tourbillons suite à l'interaction entre les deux zones de vorticités et la paroi du cylindre mais avec des mécanismes de création plus complexes qu'à $\beta = 625$. Ce nombre de tourbillons augmente avec β. Lecointe (1986) a mis en évidence pour un cylindre évoluant à vitesse constante que le nombre de tourbillons présents dans la zone proche du sillage augmente avec le nombre de Reynolds.



$KC = 0.2$ $KC = 0.5$ $KC = 1$

FIG. 5.23 – Evolution du champ de vorticité à $\beta = 100$ pour $KC = 0.2$,0.5 et 1 (en colonnes) et à cinq temps réduits $t^* = 0.5$,0.75,1,1.5 et 2 (en lignes).

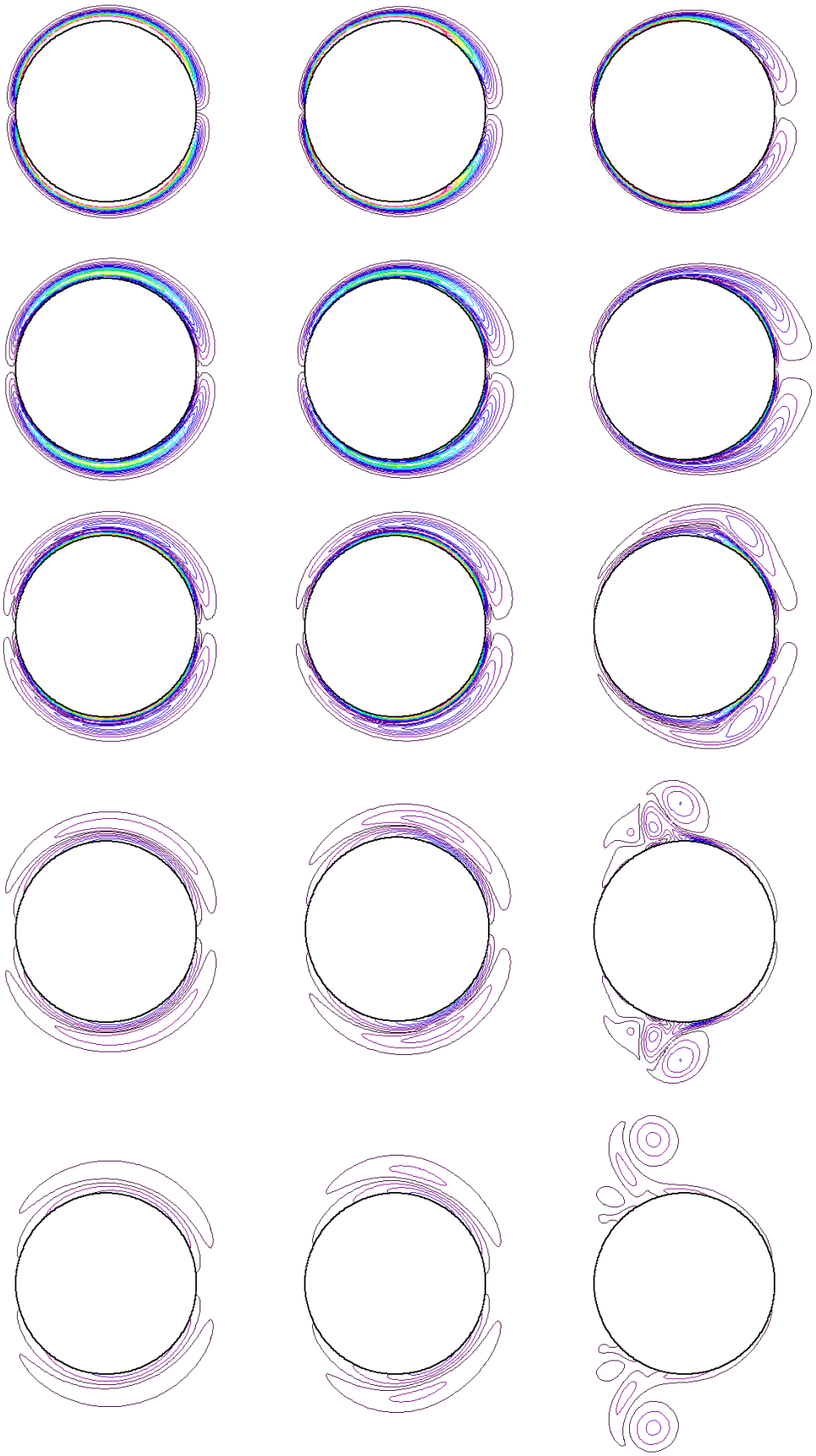
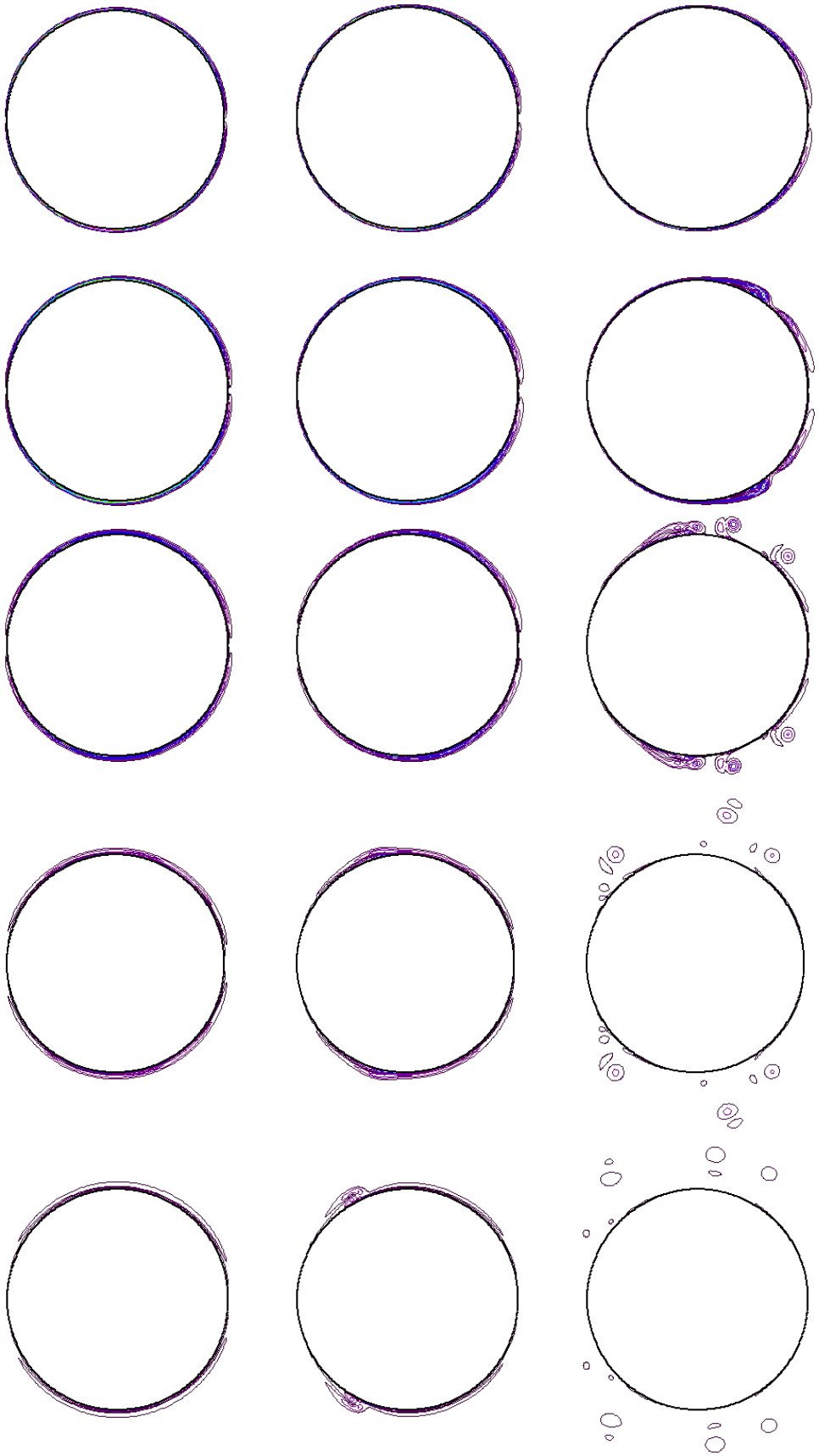


FIG. 5.24 – Evolution du champ de vorticité à $\beta = 625$ pour $KC = 0.2$,0.5 et 1 (en colonnes) et à cinq temps réduits $t^* = 0.5$,0.75,1,1.5 et 2 (en lignes).



$KC = 0.2$ $KC = 0.5$ $KC = 1$

FIG. 5.25 – Evolution du champ de vorticité à $\beta = 20000$ pour $KC = 0.2{,}0.5$ et 1 (en colonnes) et à cinq temps réduits $t^* = 0.5{,}0.75{,}1{,}1.5$ et 2 (en lignes).

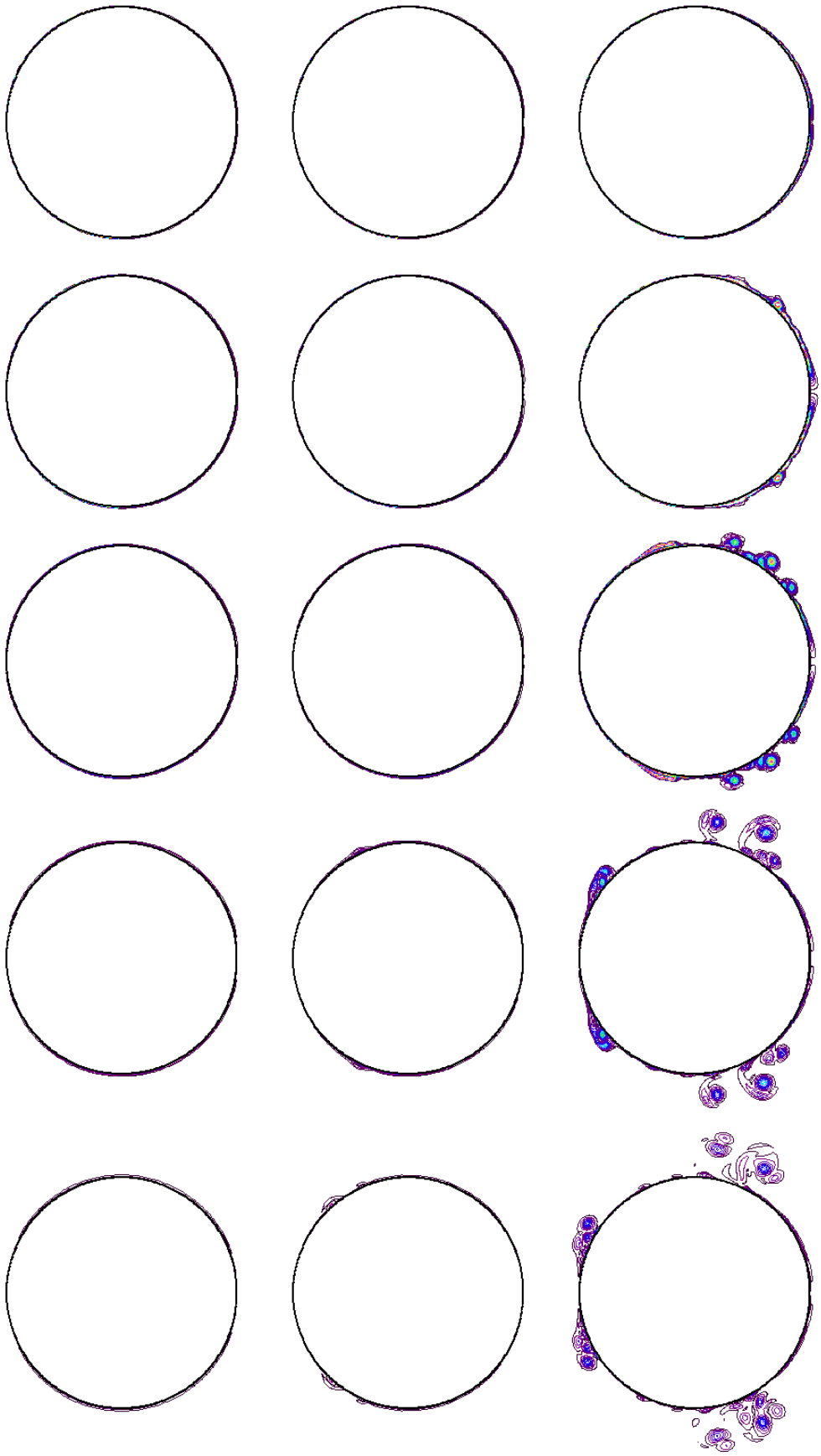


FIG. 5.26 – Evolution du champ de vorticité à $\beta = 166666$ pour $KC = 0.2{,}0.5$ et 1 (en colonnes) et à cinq temps réduits $t^* = 0.5{,}0.75{,}1{,}1.5$ et 2 (en lignes).

5.4.2 Forces et champ de pression

Influence de l'écoulement sur les forces

Les figures (5.27) à (5.30) présentent respectivement les résultats issus de calcul numérique de la force de pression φ_π^* et de la force de cisaillement φ_σ^* en fonction du temps réduit t^* pour les différentes valeurs de β et KC considérées. Pour n'importe quel β, les forces de pression et de cisaillement restent quasiment inchangées quel que soit KC. Cette remarque signifie que même à des grandes valeurs de KC où l'écoulement présente des tourbillons, la force de pression ou de cisaillement ne subit pas de modifications. Les variations locales de la pression et du cisaillement ont donc un effet négligeable à l'échelle globale, c'est à dire pour les forces intégrées.

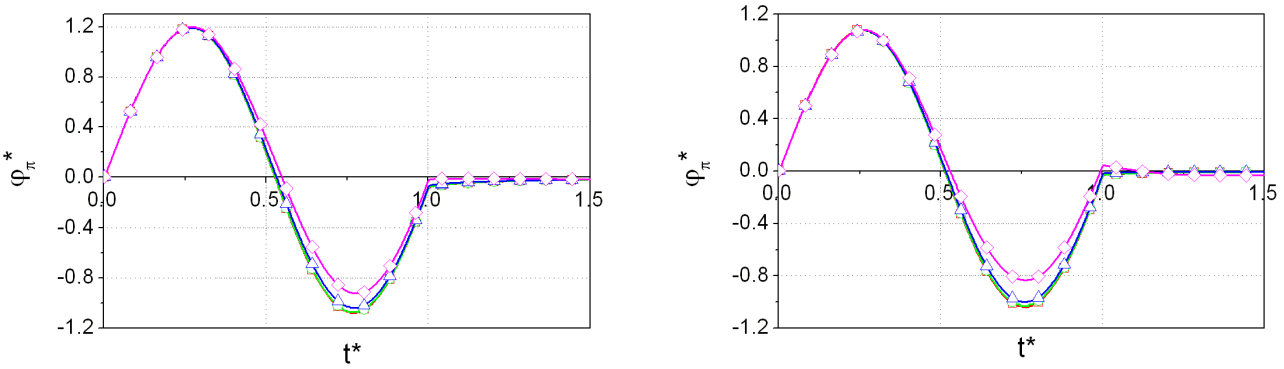


FIG. 5.27 – Force de pression φ_π^* en fonction du temps t^* pour $\beta = 100$ et pour $\beta = 625$. $-\square-$ $KC = 0.0005$; $-\bigcirc-$ $KC = 0.2$; $-\triangle-$ $KC = 0.5$; $-\diamond-$ $KC = 1$

.

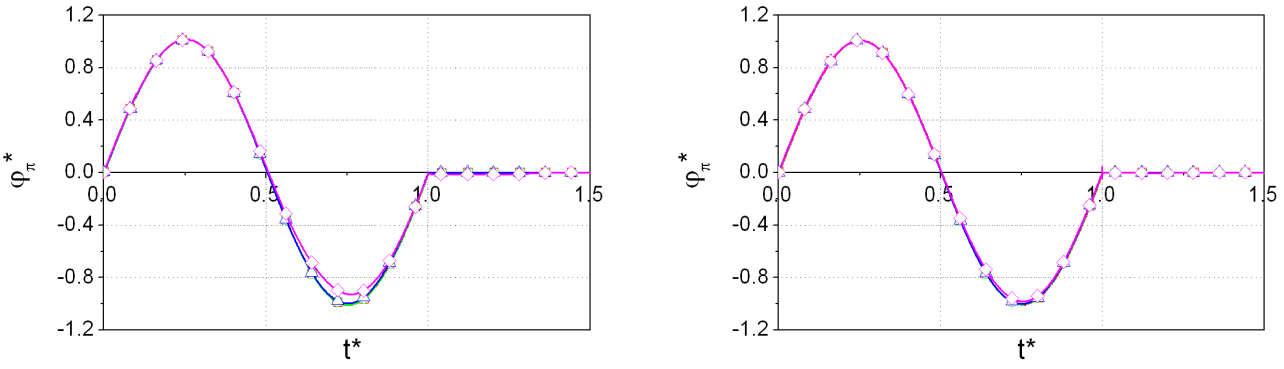


FIG. 5.28 – Force de pression φ_π^* en fonction du temps t^* pour $\beta = 20000$ et pour $\beta = 166666$. $-\square-$ $KC = 0.0005$; $-\bigcirc-$ $KC = 0.2$; $-\triangle-$ $KC = 0.5$; $-\diamond-$ $KC = 1$

.

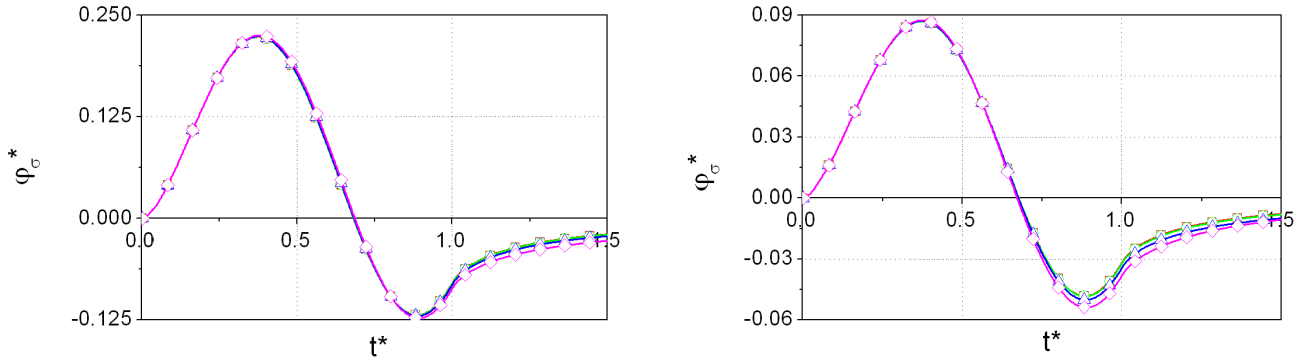


FIG. 5.29 – Force de cisaillement φ_σ^* en fonction du temps t^* pour $\beta = 100$ et pour $\beta = 625$. $-\square-$ $KC = 0.0005$; $-\bigcirc-$ $KC = 0.2$; $-\triangle-$ $KC = 0.5$; $-\Diamond-$ $KC = 1$

.

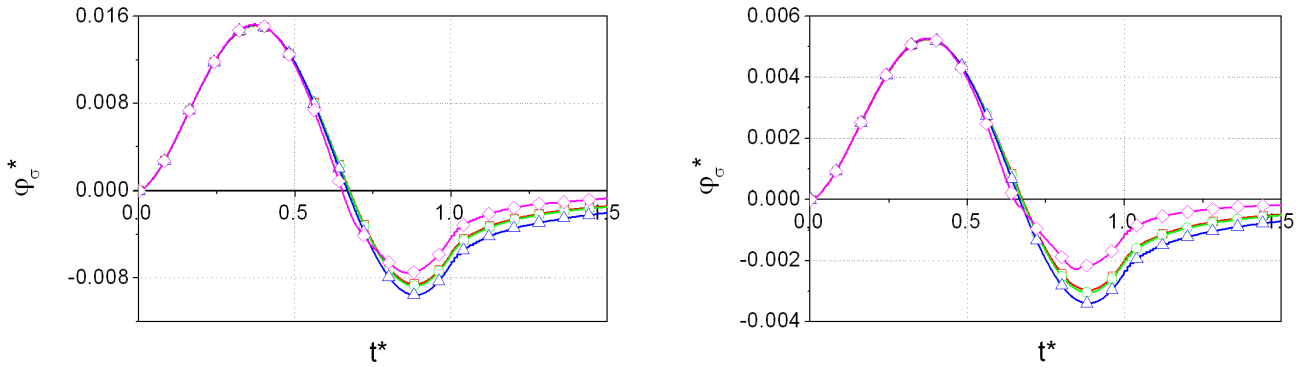


FIG. 5.30 – Force de cisaillement φ_σ^* en fonction du temps t^* pour $\beta = 20000$ et pour $\beta = 166666$. $-\square-$ $KC = 0.0005$; $-\bigcirc-$ $KC = 0.2$; $-\triangle-$ $KC = 0.5$; $-\Diamond-$ $KC = 1$

.

Influence de l'écoulement sur les pressions

Les figures (5.31) à (5.34) présentent la répartition de pression autour du cylindre pour les quatre valeurs du nombre de STOKES à $KC = 1$. Ces figures comparent les résultats acquis avec la simulation numérique et ceux du modèle de LAMB. Il apparaît une bonne cohérence des deux approches pour des grands nombres de STOKES mettant en jeu l'hypothèse du fluide parfait. D'autre part, ces résultats sont à rapprocher de la dynamique de l'écoulement (figures 5.23 à 5.26) mettant en évidence la présence des tourbillons autour du cylindre à $KC = 1$. En effet, ces zones de vorticités proches de la paroi se manifestent par des pics de pression. Malgré l'activité de création et de mouvement de tourbillons, l'amplitude de ces pics de pression associés aux tourbillons proches de la paroi restent modérés. Il est possible cependant de noter des pressions résiduelles faibles amplitudes après le choc. En effet, la pression gouvernée principalement par l'accélération (voir equation 5.4) devient quasiment nulle après le choc, les tourbillons perdent en intensité et s'écartent de la paroi du cylindre ; ils n'ont plus alors d'effets majeurs sur le champs de pression. Ces tourbillons peuvent influer sur la répartition de pression que si ils sont formés pendant le choc et qu'ils sont attachés à la paroi du cylindre.

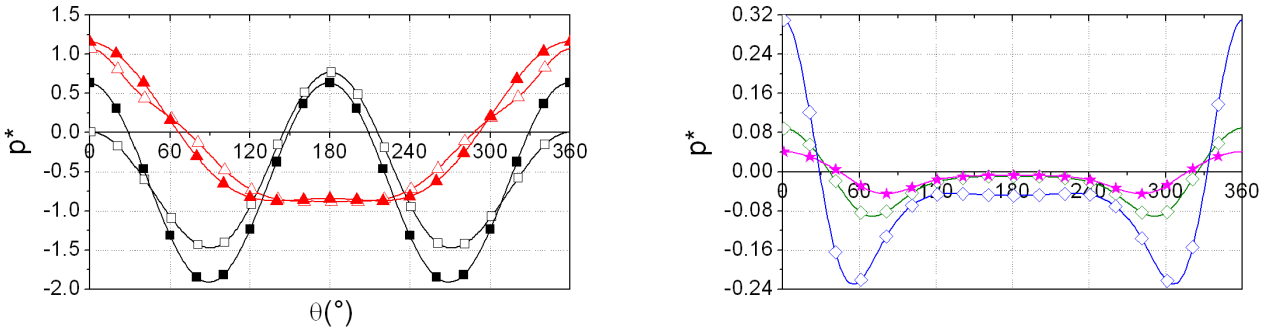


FIG. 5.31 – Pression p^* en fonction de la position angulaire θ ° pour $\beta = 100$ à $KC = 1$. Résultats CFD : −□− $t^* = 0.5$; −△− $t^* = 0.75$; − ◯ − $t^* = 1$; −◇− $t^* = 1.5$; −★− $t^* = 2$. Résultats du modèle de LAMB : −■− $t^* = 0.5$; −▲− $t^* = 0.75$.

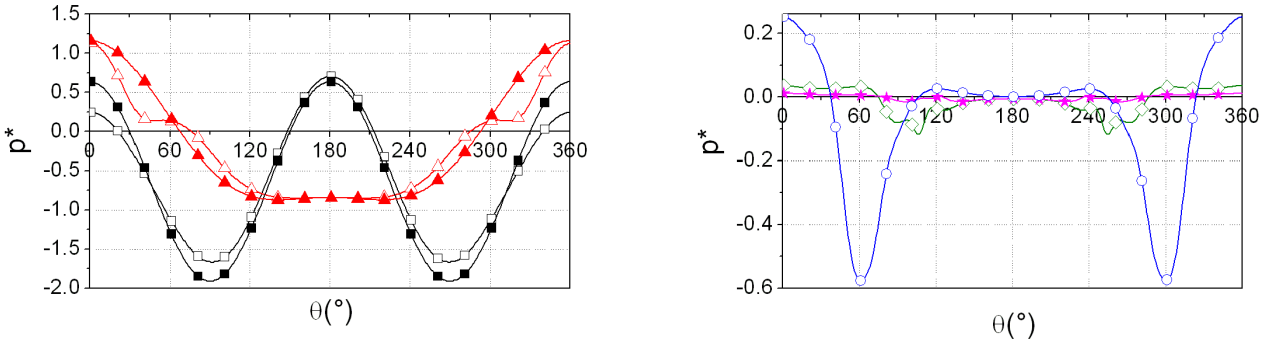


FIG. 5.32 – Pression p^* en fonction de la position angulaire θ ° pour $\beta = 625$ à $KC = 1$. Résultats CFD : −□− $t^* = 0.5$; −△− $t^* = 0.75$; − ◯ − $t^* = 1$; −◇− $t^* = 1.5$; −★− $t^* = 2$. Résultats du modèle de LAMB : −■− $t^* = 0.5$; −▲− $t^* = 0.75$.

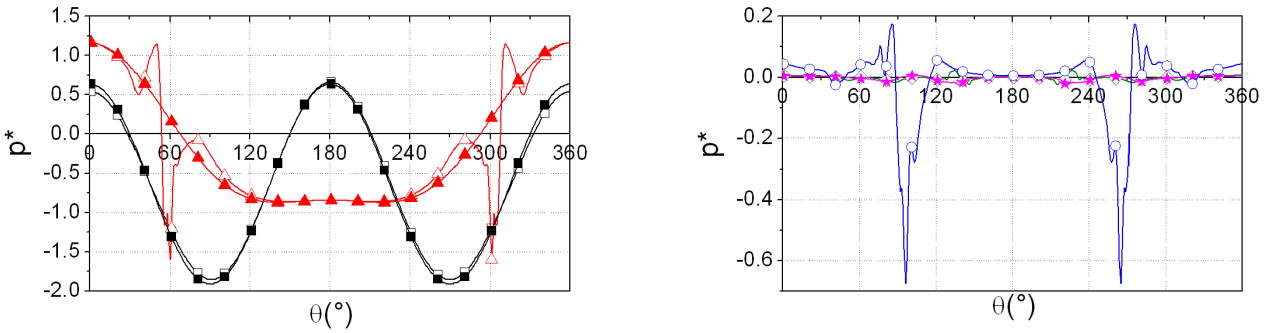


FIG. 5.33 – Pression p^* en fonction de la position angulaire θ ° pour $\beta = 20000$ à $KC = 1$. Résultats CFD : −□− $t^* = 0.5$; −△− $t^* = 0.75$; − ◯ − $t^* = 1$; −◇− $t^* = 1.5$; −★− $t^* = 2$. Résultats du modèle de LAMB : −■− $t^* = 0.5$; −▲− $t^* = 0.75$.

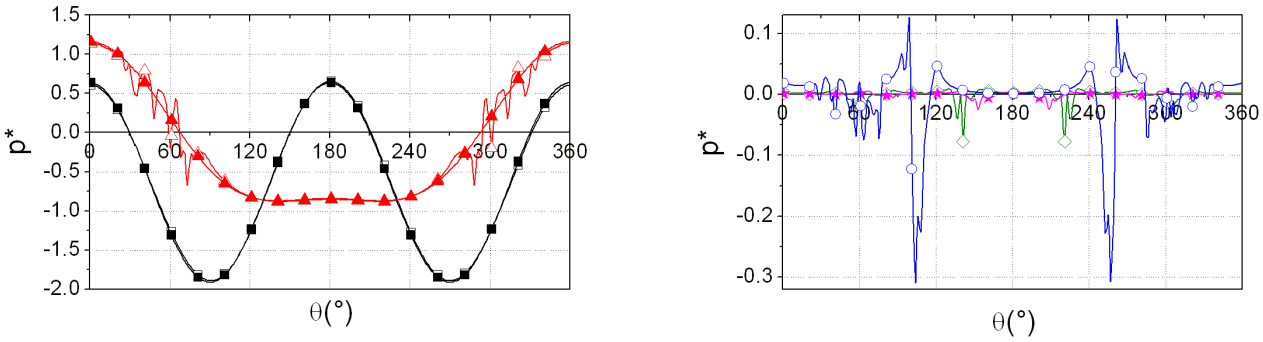


FIG. 5.34 – Pression p^* en fonction de la position angulaire θ ° pour $\beta = 166666$ à $KC = 1$. Résultats CFD : $-\square-$ $t^* = 0.5$; $-\triangle-$ $t^* = 0.75$; $-\bigcirc-$ $t^* = 1$; $-\Diamond-$ $t^* = 1.5$; $-\bigstar-$ $t^* = 2$. Résultats du modèle de LAMB : $-\blacksquare-$ $t^* = 0.5$; $-\blacktriangle-$ $t^* = 0.75$.

Les pressions maximale et minimale atteintes au cours du choc sont présentées sur les figures (5.35), (5.36) et (5.37) pour trois valeurs de KC ($KC = 0.2; 0.5$ et 1) et pour les quatres nombres de STOKES considérés. Ces figures comparent les résultats de calcul obtenues avec le modèle de LAMB et de simulations numériques. Le champ de pression pour $KC = 0.2$ calculé avec le modèle de LAMB et les simulations CFD donnent des résultats quasiment identiques quel que soit β. Il apparaît toutefois à $KC = 1$ des pics de pressions dus à la présence de tourbillons. La vorticité induite par les tourbillons est en effet directement liée à la pression. Ces tourbillons n'apparaissent quasiment pas dans les différentes configurations d'écoulements étudiées ($KC = 0.2$ et $KC = 0.5$) car les zones de vorticités n'ont pas des vitesses de rotations importantes et que les tourbillons se forment et se développent principalement après le choc.

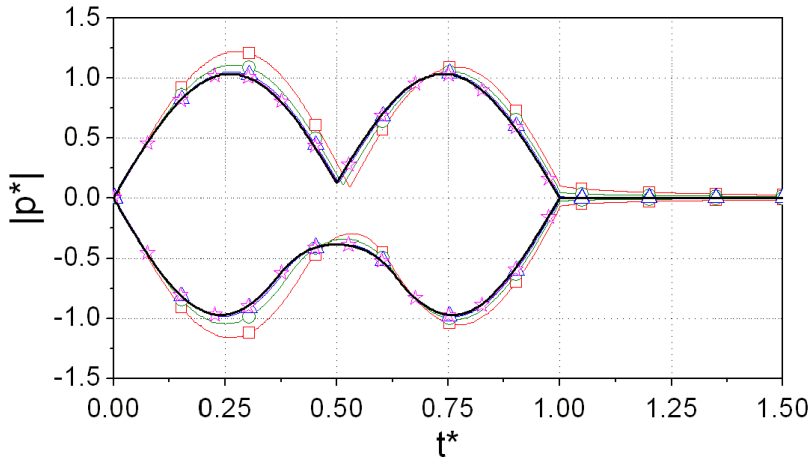


FIG. 5.35 – Pression maximale et minimale en fonction du temps t^* respectivement pour $KC = 0.2$. — Modèle de LAMB ; $-\square-$ $\beta = 100$; $-\bigcirc-$ $\beta = 625$; $-\triangle-$ $KC = 20000$; $-\bigstar-$ $\beta = 166666$.

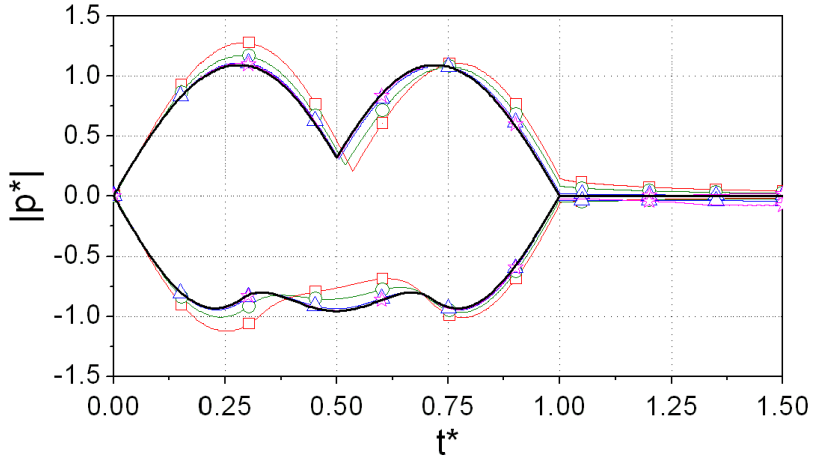


FIG. 5.36 – Pression maximale et minimale en fonction du temps t^* respectivement pour 0.5. — Modèle de LAMB ; –□– $\beta = 100$; – ◯ – $\beta = 625$; –△– $KC = 20000$; –★– $\beta = 166666$.

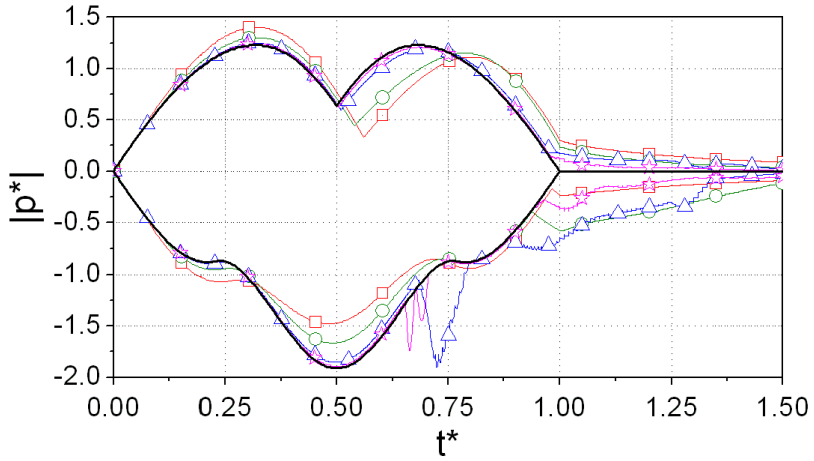


FIG. 5.37 – Pression maximale et minimale en fonction du temps t^* respectivement pour 1. — Modèle de LAMB ; –□– $\beta = 100$; – ◯ – $\beta = 625$; –△– $KC = 20000$; –★– $\beta = 166666$.

A l'aide des résultats ci-dessus, il est possible de détecter la formation éventuelle de cavitation. Pour une température ambiante de 20°C, la pression de saturation, c'est à dire la transition entre la phase vapeur et la phase liquide, est atteinte à environ 0.02 bar (voir figure 5.38). Dans le cas de notre montage expérimental, c'est à dire pour un diamètre de 50 mm, une masse volumique de 1000 kg.m^{-3} et une accélération de 30 g, la pression minimale relative attendue d'après l'équation (5.6) en majorant sa valeur est de 0.15 bar et la pression absolue minimale est d'alors de 9.75 bar. La pression minimale abosule créée par le choc est alors très supérieure à la valeur de la pression de saturation, le phénomène de cavitation n'est pas présent dans cette gamme de valeurs. Pour un diamètre plus grand, une accélération plus grande ou encore des déplacements plus grands, il est peut être possible de voir apparaître des phénomènes de cavitation. En effet, pour une accélération de 30 g et un diamètre supérieure à 65 cm, il est possible d'atteindre une pression minimale absolue inférieure à celle de saturation

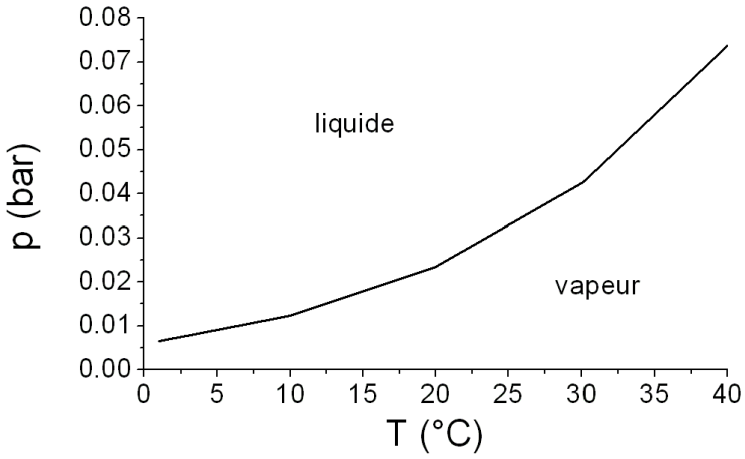


FIG. 5.38 – Evolution de la courbe de pression de saturation liquide/vapeur (d'après RAZNJEVIC (1995))

.

5.4.3 Approche bidimensionnelle de la stabilité de l'écoulement

La stabilité de l'écoulement est étudiée à l'aide du modèle CFD sur la gamme $\beta = 100, 625$ 20000 et 166.666 à $KC = 1$. Cette zone de l'écoulement est étudiée car elle est plus susceptible de se déstabiliser qu'à des valeurs de KC plus petites. En effet l'écoulement est moins riche pour des petits déplacements (moins de tourbillons). Des perturbations sont ajoutées à l'écoulement de base engendré par le choc du cylindre dans le milieu fluide afin de provoquer une modification de cet écoulement de base. Deux types de perturbations sont étudiées ; la perturbation dite initiale, c'est à dire que cette dernière est introduite dans les premiers instants de l'écoulement et la perturbation dite intégrée, celle-ci est ajoutée à l'écoulement pendant le choc du cylindre.

Deux types de perturbations initiales ont été étudiées ; la première consiste à décaler d'une certaine valeur y le cylindre de sa position initiale dans la direction transverse de l'écoulement à l'instant $t = 0$ puis à le ramener à sa position initiale ($y = 0$) après une vingtaine de pas de temps. Différentes valeurs de décalage y/D ont été étudiées sur une gamme allant de 5.10^{-3} jusqu'à 1. La deuxième perturbation consiste à imposer un écoulement de vitesse constante V_1 inférieure à la vitesse maximale atteinte au cours du choc pendant quelques instants avant le départ du cylindre. Ces deux types de perturbations ne permettent pas de déstabiliser l'écoulement de base. En effet, la topologie de l'écoulement ainsi que la répartition de la pression et des forces ne sont pas modifies par ces dernières.

La perturbation intégrée consiste à imposer au cylindre un déplacement transverse à celui du choc. Le premier type de perturbation est un signal harmonique d'une amplitude et d'une fréquence caractéristique. Les valeurs de ces grandeurs sont choisies de façon à ce que la perturbation ne soit pas "supérieure" à l'écoulement de base. En effet, si l'amplitude de la perturbation est supérieure à celle de l'écoulement de base ou si la fréquence est supérieure à la fréquence du choc, la perturbation devient l'écoulement de base et le choc la perturbation. Dans le cas où ces grandeurs sont choisies correctement, la topologie de l'écoulement est alors très peu affectée par cette perturbation. La deuxième perturbation consiste à imposer un signal en créneau au cylindre. La caractéristique du créneau est régie par une amplitude et une fréquence caractéristique. Les valeurs de ces deux grandeurs sont choisies de la même façon que pour le signal harmonique, c'est à dire que la perturbation ne devienne pas l'écoulement de base. Cette

perturbation a pour effet de cisailler en deux la zone de vorticité autour du cylindre (figure 5.39) aux points $\theta = 90\,^{\circ}$ et $\theta = 270\,^{\circ}$ établie à chaque front montant ou descendant du signal créneau mais ne modifie que très légèrement l'allure des forces et des pressions. La dernière perturbation étudiée est un signal bruité régi seulement par son amplitude. Cette dernière a pour effet d'introduire des niveaux de perturbations très élevés quelque soit son niveau d'amplitude. En effet, ce type de perturbation possède une fréquence caractéristique quasiment infinie, bien supérieure à celle du choc, conduisant alors supplanter l'écoulement de base (figure 5.39).

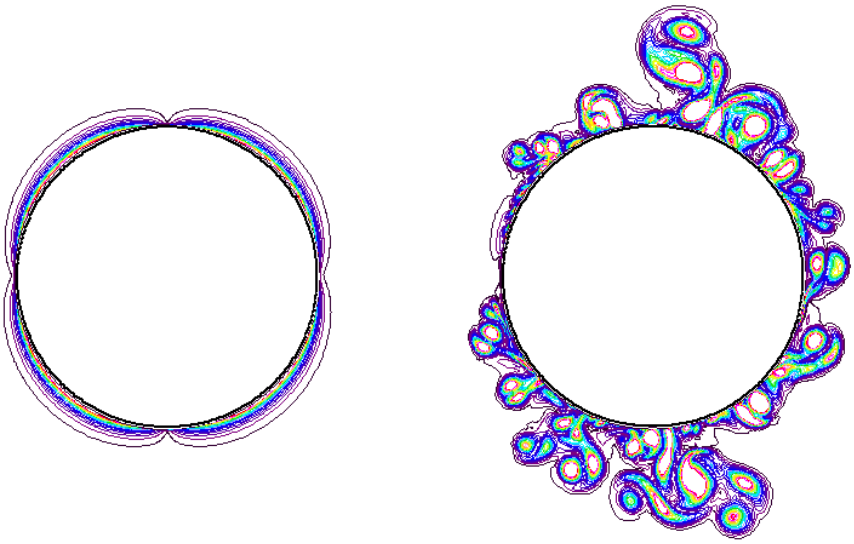


FIG. 5.39 – Champ de vorticité à $t^* = 0.25$ pour $\beta = 100$ et $KC = 1$ dans le cas d'une perturbation intégrée en créneau et à $t^* = 0.5$ pour $\beta = 166666$ et $KC = 1$ dans le cas d'une perturbation intégrée sous la forme d'un bruit d'une amplitude maximum équivalente à 2% du diamètre du cylindre (à droite)

L'écoulement de base généré par le choc peut être considéré comme stable au vu des résultats des différentes perturbations introduites. En effet, ceci s'explique par une topologie de l'écoulement très pauvre en terme de phénomènes physiques en raison de la rapidité du choc et du faible déplacement du cylindre.

5.4.4 Etude de la sensibilité de la méthode numérique

L'étude de la sensibilité des calculs à la discrétisation en espace et en temps est réalisée pour un nombre de STOKES de 166.666 et pour une valeur de KC égale 1. Cette configuration est retenue car elle est la plus difficile à mettre en oeuvre pour deux raisons. La première est qu'au de nombre de STOKES considéré, la couche limite est très faible devant de la dimension du diamètre du cylindre ; il est alors nécessaire de réaliser un maillage très fin autour du corps. La deuxième raison est qu'à nombres de STOKES et de KEULEGAN-CARPENTER élevés, il est difficile de respecter la condition de COURANT exprimée par :

$$C_0 = \frac{|\dot{\chi}|\Delta t}{\Delta y} \leqslant 1$$

avec $|\dot{\chi}|$, la vitesse maximale atteinte pendant le choc, Δt la taille du maillage temporelle et Δy la taille de la première radiale autour du cylindre. Pour des nombres de COURANT élevés, les simulations numériques ne sont pas valides. En effet, dans le cas de $\beta = 166.666$ à $KC = 1$, la vitesse maximale $|\dot{\chi}|$ est importante, la taille Δy doit être très petite pour décrire correctement

la couche limite et il en résulte que la taille Δt doit être faible pour diminuer le nombre de COURANT. Il en résulte des calculs très longs et très lourds en terme d'espace mémoire de l'ordinateur.

La discrétisation en temps est définie par le nombre N_T :

$$N_T = \frac{T_0}{\Delta t} \tag{5.23}$$

et la discrétisation en espace par N_S, définissant le nombre d'éléments dans la couche limite de STOKES à $t^* = 1$ (voir equation 5.8). Il n'est pas possible de définir le nombre N_S par le rapport entre la taille de la première maille radiale et l'épaisseur de la couche limite car le maillage autour du cylindre n'est pas constant, il évolue en fonction du ratio λ_i (voir equation 3.11). Cependant, on sait que quand le nombre N_S augmente, la taille de la première maille diminue.

Les nombres, N_T, N_S et C_0 sont donc directement liées. En effet, pour des grands nombres N_T et N_S, le nombre de COURANT est petit. L'étude de la sensibilité est réalisée pour trois valeurs de nombre d'éléments N_S et pour trois valeurs de nombre de COURANT C_0. Ces deux grandeurs permettent de définir le nombre d'itérations temporelles détaillé dans le tableau (5.6).

C_0	$N_S = 30$	$N_S = 15$	$N_S = 5$
0.32	30000	9600	3800
1.16	8400	3200	1000
4.70	2100	800	260

TAB. 5.6 – Nombre d'itérations temporelles N_T en fonction du nombre d'éléments dans la couche limite N_S et du nombre de COURANT C_0.

Les valeurs présentées dans le tableau précédent correspondent aux données géométriques du maillage détaillés dans le tableau (5.7). Le nombre d'éléments dans la couche limite N_S est contrôlé par le ratio λ_i, soit $\lambda_i = 1.0281$ pour $N_S = 30$; $\lambda_i = 1.023$ pour $N_S = 15$ et $\lambda_i = 1.0169$ pour $N_S = 5$.

D	D'	H	L_1	L_2	N_r	N_q	N_c	N_i	N_o	λ_c
$0.05m$	$12D$	$20D$	$15D$	$19.5D$	240	360	8	10	5	1.11

TAB. 5.7 – Données géométriques du maillage

Le but de cette étude est donc de trouver un compromis entre les différents paramètres de calcul afin de réaliser des simulations optimales. En effet, quand le nombre d'élements N_S positionné dans la couche limite est augmenté, il est nécessaire de diminuer le nombre d'itérations temporelles afin de conserver un nombre de COURANT petit.

Les caractéristiques des forces de pression et de cisaillement, soit leur amplitude maximale et minimale et la position temporelle où la force s'annule sont présentées dans le tableau (5.8) pour les neuf calculs détaillées dans le tableau (5.6). Les caractéristiques de la force de pression sont quasiment identiques quel que soit les paramètres du modèle utilisé alors que les forces de cisaillement diffèrent plus distinctement. En effet, pour $N_S = 5$, les simulations numériques ne parviennent pas à calculer correctement la force de cisaillement malgré des nombres de

COURANT petits. Pour des plus grandes valeurs de N_S, les caractéristiques de la force de cisaillement sont quasiment identiques pour les différentes valeurs de nombres de COURANT étudiés ; il n'est pas donc nécessaire d'utiliser un nombre de maille trop grand.

N_S	C_0	$\|\varphi_\pi\|$	$\|-\varphi_\pi\|$	$t^*(\varphi_\pi = 0)$	$\|\varphi_\sigma\|$	$\|-\varphi_\sigma\|$	$t^*(\varphi_\sigma = 0)$
30	0.32	1.009	-0.9798	0.5	$5.278.10^{-3}$	$-2.100.10^{-3}$	0.642
30	1.16	1.009	-0.9797	0.5	$5.279.10^{-3}$	$-2.577.10^{-3}$	0.638
30	4.70	1.009	-0.9783	0.5	$5.347.10^{-3}$	$-2.629.10^{-3}$	0.646
15	0.32	1.009	-0.9791	0.5	$5.259.10^{-3}$	$-2.095.10^{-3}$	0.647
15	1.16	1.009	-0.9798	0.5	$5.275.10^{-3}$	$-2.278.10^{-3}$	0.646
15	4.70	1.009	-0.9780	0.5	$5.392.10^{-3}$	$-2.485.10^{-3}$	0.633
5	0.32	1.009	-0.9716	0.5	$5.003.10^{-3}$	$-2.140.10^{-3}$	0.707
5	1.16	1.009	-0.9658	0.504	$4.874.10^{-3}$	$-2.197.10^{-3}$	0.735
5	4.70	1.009	-0.9648	0.507	$4.874.10^{-3}$	$-2.187.10^{-3}$	0.735

TAB. 5.8 – Caracteristiques des forces de pressions et de cisaillements en fonction du nombre d'éléments dans la couche limite N_S et du nombre de COURANT C_0.

Les simulations numériques sont donc réalisées avec un nombre d'éléments N_S de 15. Le tableau (5.9) présente le nombre N_T et le ratio λ_i utilisés.

		$KC = 0.0005$	$KC = 0.2$	$KC = 0.5$	$KC = 1$
	λ_i	1.003	1.003	1.003	1.003
$\beta = 100$	N_T	400	400	400	400
	C_0	0.50	0.25	0.1	$0.25.10^{-3}$
	λ_i	1.00875	1.00875	1.00875	1.00875
$\beta = 625$	N_T	400	400	400	400
	C_0	0.74	0.37	0.15	$0.37.10^{-3}$
	λ_i	1.0179	1.0179	1.0179	1.0179
$\beta = 20.000$	N_T	1600	800	400	400
	C_0	0.88	0.88	0.71	$0.17.10^{-2}$
	λ_i	1.023	1.023	1.023	1.023
$\beta = 166.666$	N_T	3200	1600	800	400
	C_0	1.16	1.16	0.93	$0.23.10^{-2}$

TAB. 5.9 – Caractéristiques des maillages en espace et en temps ainsi que du nombre de COURANT

Remarque 10 *Les résultats des calculs numériques présentés ci-dessus proviennent de simulations réalisés avec la méthode en maillage mobile ou/et en maillage fixe. Ces deux méthodes donnent des résultats identiques, c'est pourquoi un seul des deux résultats est présenté.*

5.5 Ecoulement réel

Cette section se concentre sur l'étude de l'écoulement engendré par le déplacement du cylindre dans un environnement réel, c'est à dire dans des conditions expérimentales. Le cylindre est cette fois-ci de longueur finie avec une certaine rugosité à la paroi et se déplace dans un milieu fini fluide contenant des impuretés.

La gamme de nombre de STOKES et de KEULEGAN-CARPENTER est définie en fonction de la plage de fonctionnement du dispositif expérimental décrit dans le chapitre (4). Le tableau (5.10) décrit cette gamme ainsi que les accélérations et les temps de chocs considérés. Les cases du tableau hachurées correspondent à une incapacité du banc à produire ce type de choc. Les résultats présentés ci-après ont été réalisés pour les neuf essais considérés à partir de sept campagnes[5] d'essais permettant ainsi de s'assurer de la répétabilité des essais.

KC	$\beta = 69444$	$\beta = 125000$	$\beta = 166666$
0.1	25 ; 36 **(1)**	79 ; 20 **(5)**	139 ; 15 **(8)**
0.22	54 ; 36 **(2)**	173 ; 20 **(6)**	307 ; 15 **(9)**
0.35	86 ; 36 **(3)**	275 ; 20 **(7)**	—
0.5	123 ; 36 **(4)**	—	—

TAB. 5.10 – Accélération ($m.s^{-2}$), temps de choc (ms) et numéro de l'essai en fonction de la gamme d'étude de la campagne d'essai

5.5.1 Analyse du mouvement du cylindre

Les figures (5.40), (5.41), (5.42), (5.43) et (5.44) comparent la consigne de déplacement χ_c à la mesure de déplacement χ_m pour les neuf essais détaillés ci-dessus. Comme le montrent ces figures, il apparaît deux phénomènes sur la mesure de déplacement. Le premier est un retard par rapport à la consigne et le deuxième est l'apparition d'oscillations autour de la position moyenne de la consigne après le choc. Ces effets de retard et d'oscillations ne proviennent pas de l'effet de la force fluide sur le dispositif de transmission de mouvement car la masse d'eau déplacée est petite devant l'ensemble de la masse du système à déplacer. Ces anomalies entre la consigne et la mesure sont dues au système d'asservissement utilisé.

Une étude a alors été menée conjointement avec le Service Technique et Scientifique de DCN Propulsion pour régler l'asservissement. Cette collaboration a permis de déterminer la fonction de transfert du système d'impulsion afin d'en connaître les caractéristiques principales. La determination de cette fonction de transfert est réalisée à l'aide de méthodes d'identifications sur des cas tests prédéfinis. Cette étude a alors permis d'en déduire les principaux réglages. Le phénomène de retard peut être corrigé en augmentant le gain proportionnel K_p ou/et l'action intégrale T_i. Cependant, dans ce cas, il apparaît un dépassement de la mesure par rapport à la consigne provoquant alors des oscillations à très hautes fréquences. Quant au deuxième phénomène, il peut être diminué en augmentant l'action dérivée T_d mais en pratique, les résultats restent quasiment inchangés. La constante proportionnelle est alors la seule variable réglable utilisée ici.

Les figures (5.45), (5.46), (5.47), (5.48) et (5.49) présentent l'accélération $\ddot{\chi}_a$ mesurée par l'accéléromètre disposé sur le support du dispositif de transmission de mouvement (indicé **(4)** à la figure 4.5) et ceci pour les neuf essais. Il apparaît dans la plupart des signaux une dissymétrie

[5]Une campagne d'essai définie les neufs essais.

entre la première moitié du choc et la seconde. La durée du mouvement de la première moitié est plus longue que la deuxième et l'amplitude de l'accélération est moins élevée. Cette dissymétrie s'explique par le retard et les oscillations constatées sur le déplacement. En effet, la seconde moitié du choc est plus courte en temps et plus grande en amplitude car l'asservissement essaye de combler le retard et les différences avec la consigne développés pendant la première phase du choc. L'accélération atteinte dans la seconde partie du choc est tellement élevés qu'elle a du mal à se stabiliser par la suite ce qui explique les oscillations constatées après le choc.

Les spectres d'amplitude de l'accélération $|\widehat{\ddot{\chi}_a}|$ sont tracés à la figure (5.50), (5.51), (5.52), (5.53) et (5.54) respectivement pour les neufs essais. Ces spectres peuvent être comparés dans leur allure générale au spectre d'un choc sinus *parfait* (voir figure 3 du chapitre "Problématique"). Les spectres *expérimentaux* conservent une allure identique au spectre *parfait* pour le lobe principal mais avec de nombreuses fluctuations. Les lobes secondaires sont présents pour les essais 1,2,3 et 4 mais n'apparaissent pas pour les autres essais.

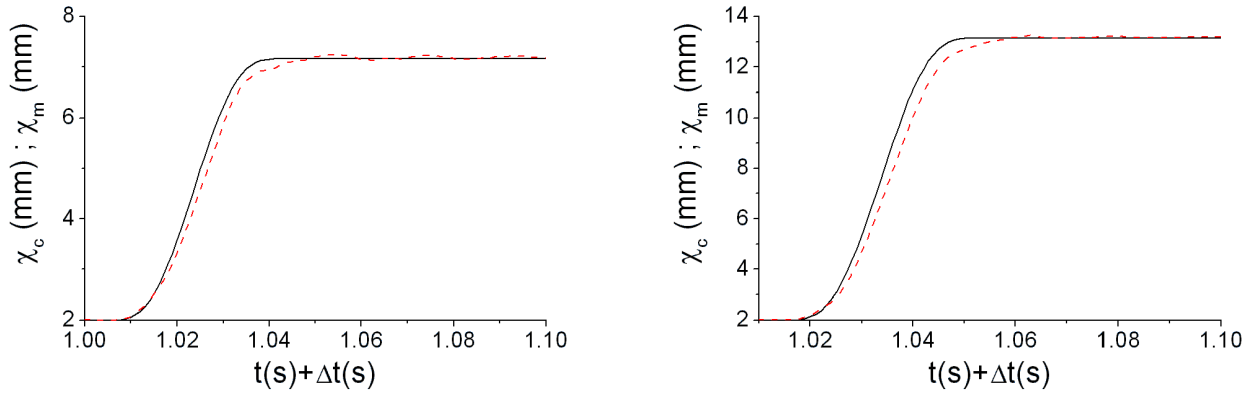


FIG. 5.40 – Evolution temporelle de la consigne et de la mesure de déplacement respectivement de l'essai 1 et 2. —— χ_c Consigne de déplacement ; - - - - χ_m Mesure de déplacement.

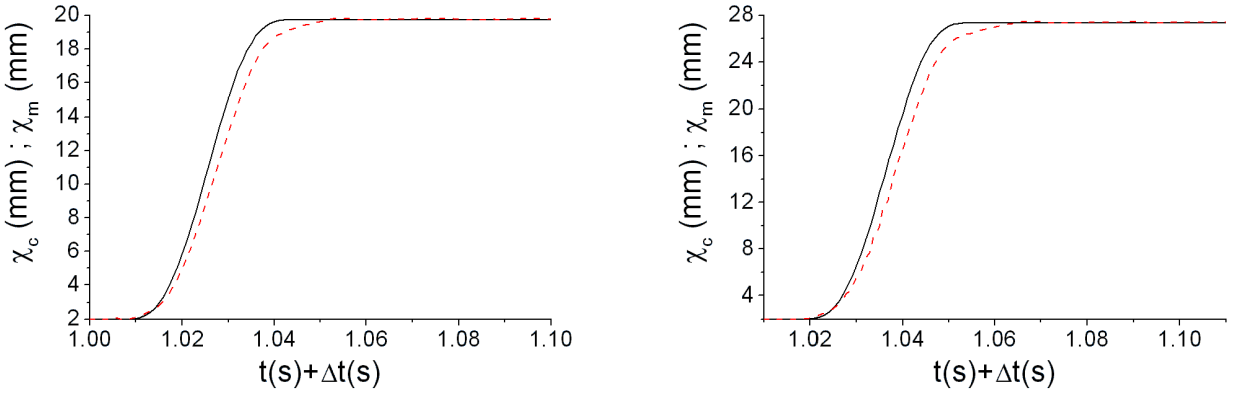


FIG. 5.41 – Evolution temporelle de la consigne et de la mesure de déplacement respectivement de l'essai 3 et 4. —— χ_c Consigne de déplacement ; - - - - χ_m Mesure de déplacement.

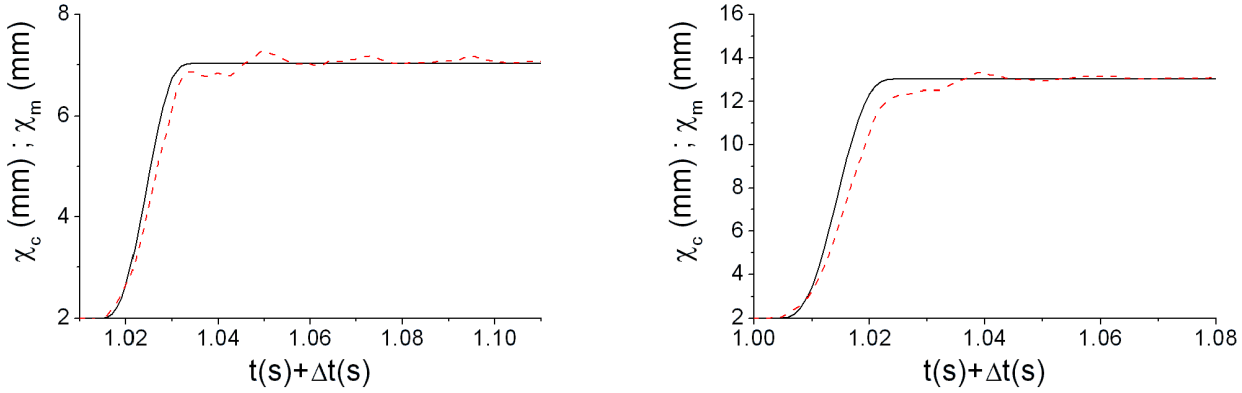


FIG. 5.42 – Evolution temporelle de la consigne et de la mesure de déplacement respectivement de l'essai 5 et 6. —— χ_c Consigne de déplacement ; - - - - χ_m Mesure de déplacement.

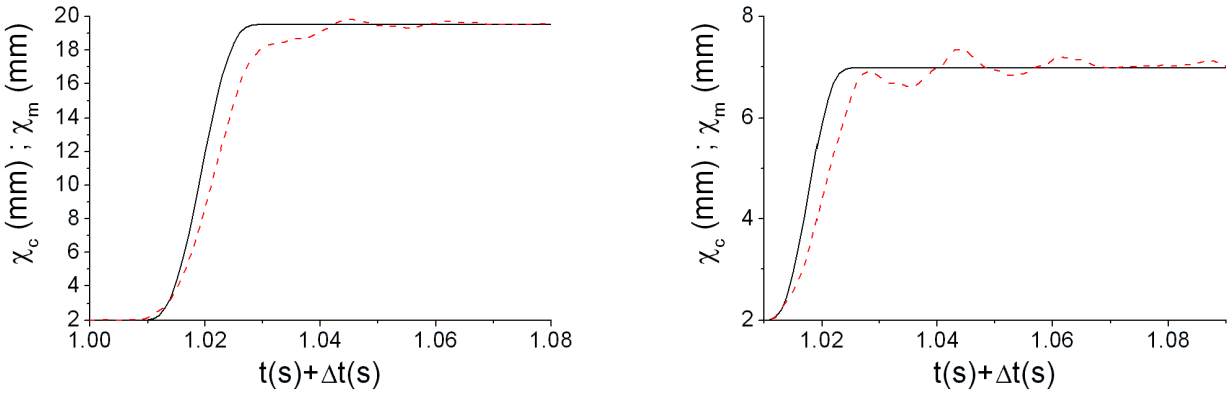


FIG. 5.43 – Evolution temporelle de la consigne et de la mesure de déplacement respectivement de l'essai 7 et 8. —— χ_c Consigne de déplacement ; - - - - χ_m Mesure de déplacement.

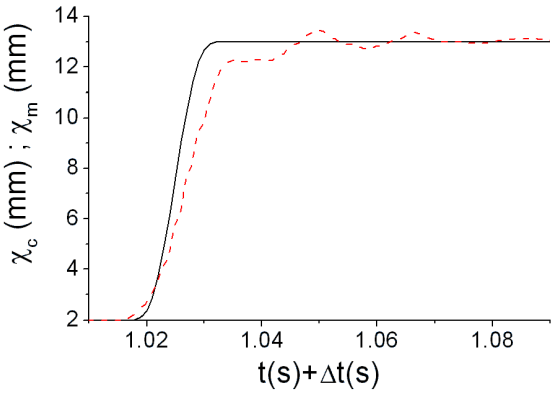


FIG. 5.44 – Evolution temporelle de la consigne et de la mesure de déplacementde l'essai 9. —— χ_c Consigne de déplacement ; - - - - χ_m Mesure de déplacement.

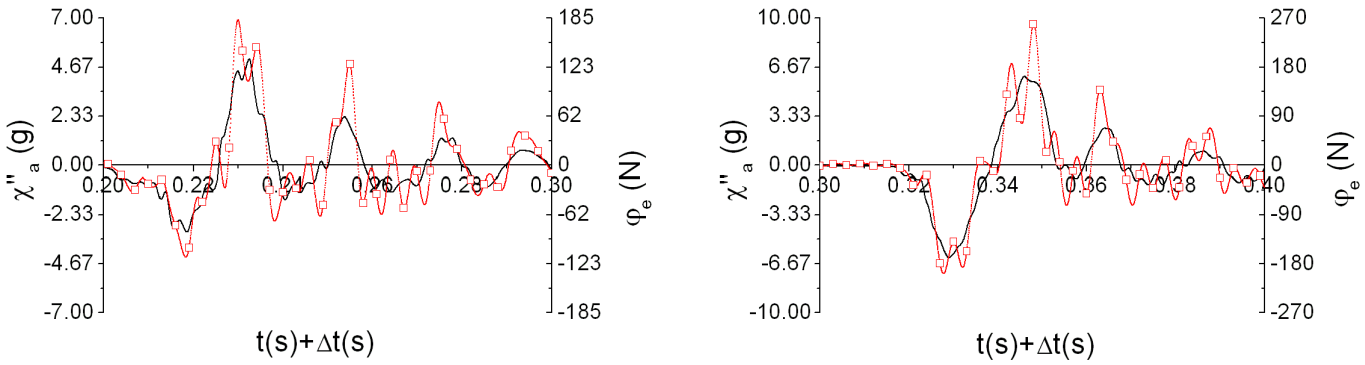


FIG. 5.45 – Evolution temporelle de l'accélération $\ddot{\chi}_a(t)$ et de la force $\varphi_e(t)$ de l'essai 1 et 2 filtrés à 200 Hz. —— $\ddot{\chi}_a(t)$; –□– $\varphi_e(t)$.

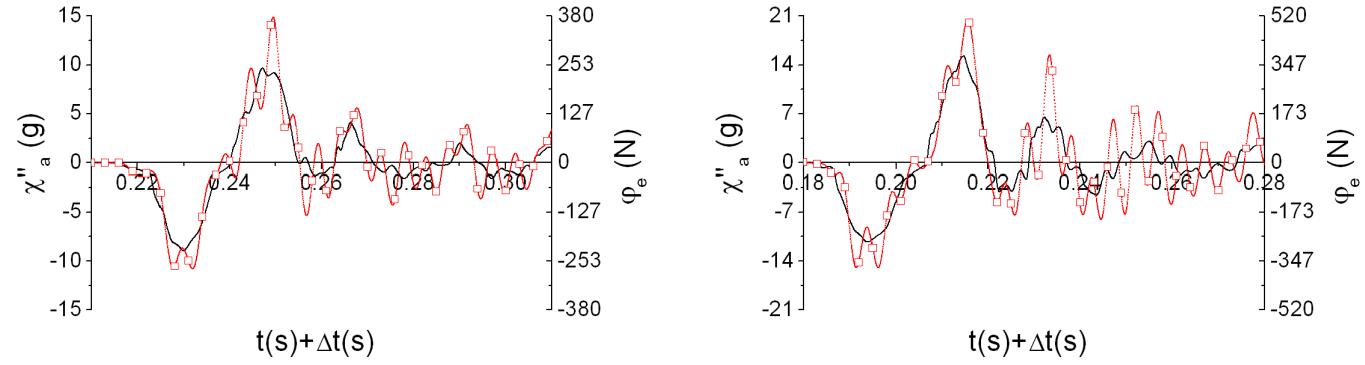


FIG. 5.46 – Evolution temporelle de l'accélération $\ddot{\chi}_a(t)$ et de la force $\varphi_e(t)$ de l'essai 3 et 4 filtrés à 200 Hz. —— $\ddot{\chi}_a(t)$; –□– $\varphi_e(t)$.

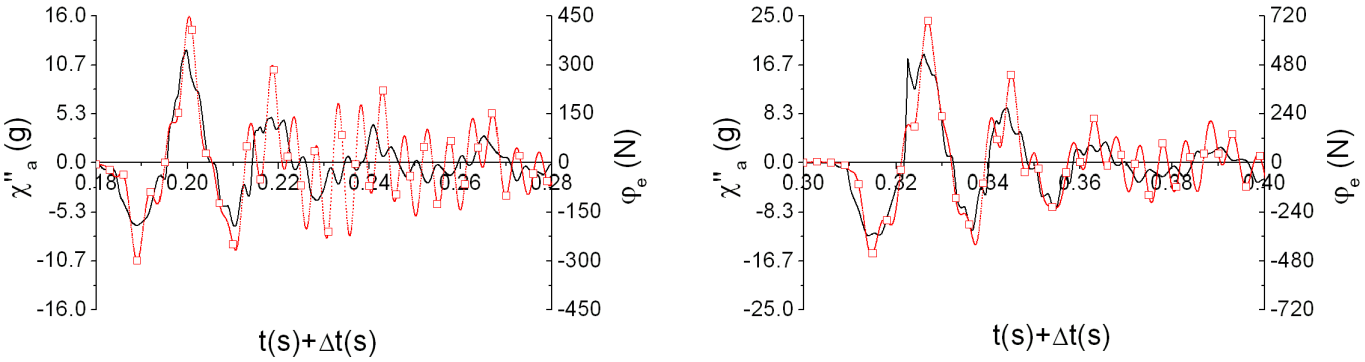


FIG. 5.47 – Evolution temporelle de l'accélération $\ddot{\chi}_a(t)$ et de la force $\varphi_e(t)$ de l'essai 5 et 6 filtrés à 200 Hz. —— $\ddot{\chi}_a(t)$; –□– $\varphi_e(t)$.

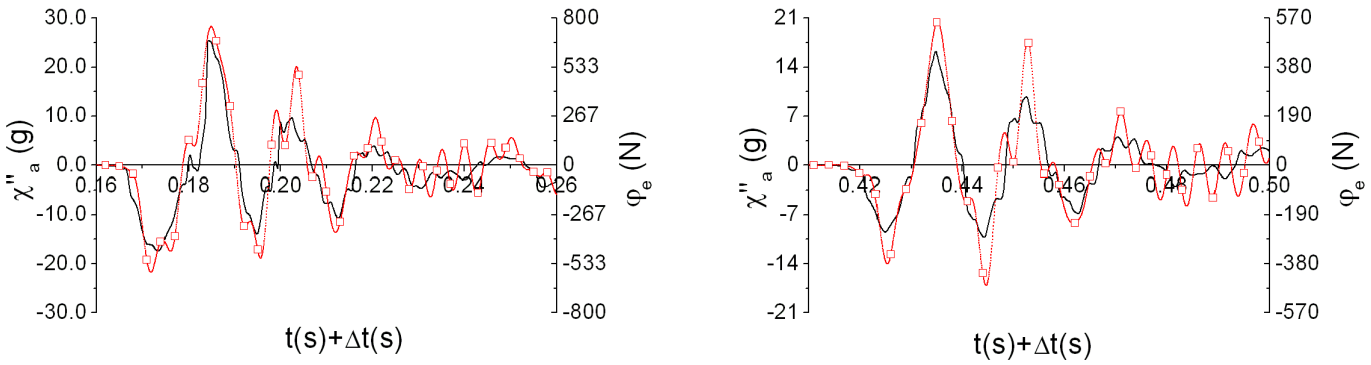


FIG. 5.48 – Evolution temporelle de l'accélération $\ddot{\chi}_a(t)$ et de la force $\varphi_e(t)$ de l'essai 7 et 8 filtrés à 200 Hz. —— $\ddot{\chi}_a(t)$; –□– $\varphi_e(t)$.

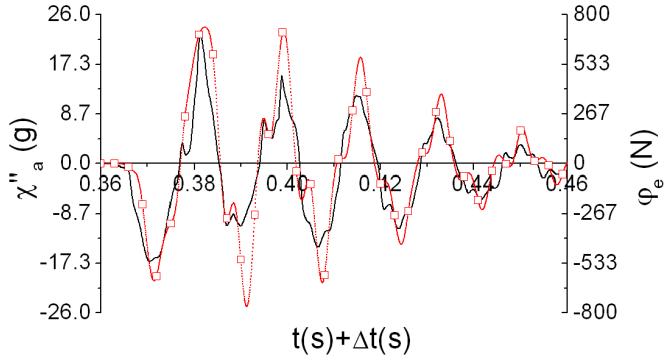


FIG. 5.49 – Evolution temporelle de l'accélération $\ddot{\chi}_a(t)$ et de la force $\varphi_e(t)$ de l'essai 9 filtré à 200 Hz. —— $\ddot{\chi}_a(t)$; –□– $\varphi_e(t)$.

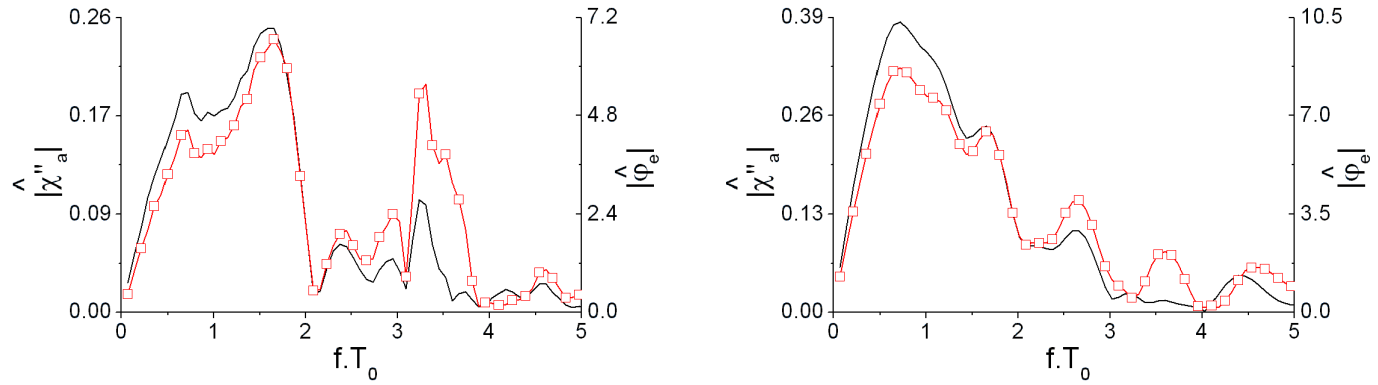


FIG. 5.50 – Spectre d'amplitude de l'accélération $|\widehat{\ddot{\chi}_a}|$ et de la force $|\widehat{\varphi_e}|$ de l'essai 1 et 2. —— $|\widehat{\ddot{\chi}_a}|$; –□– $|\widehat{\varphi_e}|$.

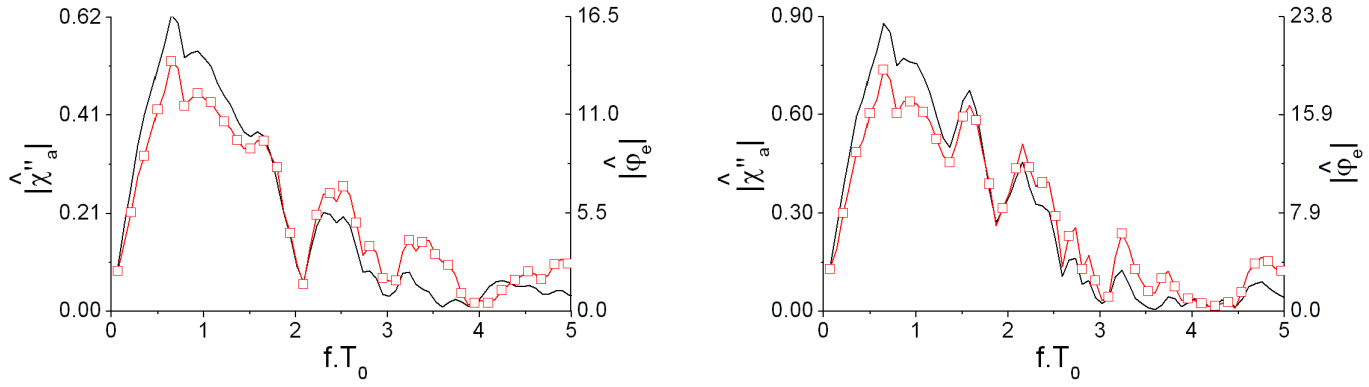


FIG. 5.51 – Spectre d'amplitude de l'accélération $|\widehat{\ddot{\chi}_a}|$ et de la force $|\widehat{\varphi_e}|$ de l'essai 3 et 4. —— $|\widehat{\ddot{\chi}_a}|$; –□– $|\widehat{\varphi_e}|$.

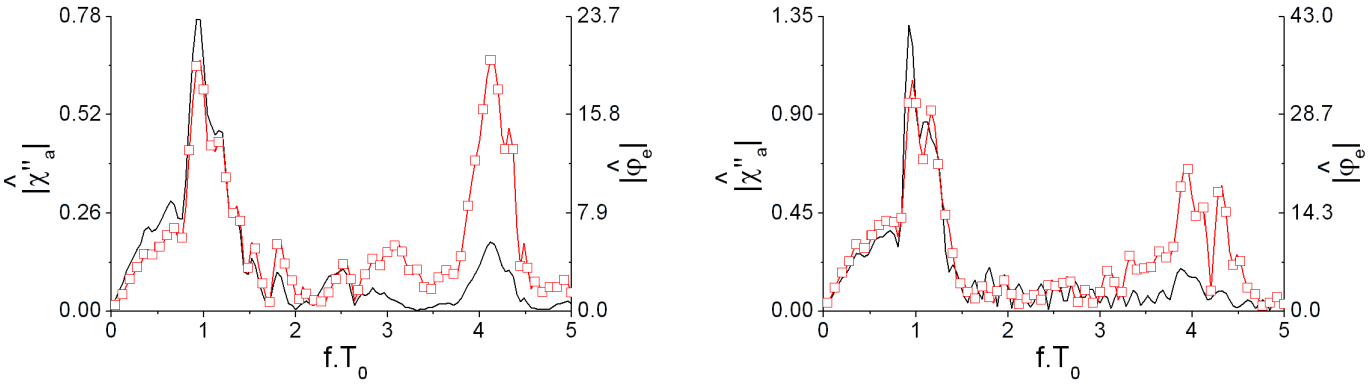


FIG. 5.52 – Spectre d'amplitude de l'accélération $|\widehat{\ddot{\chi}_a}|$ et de la force $|\widehat{\varphi_e}|$ de l'essai 5 et 6. —— $|\widehat{\ddot{\chi}_a}|$; –□– $|\widehat{\varphi_e}|$.

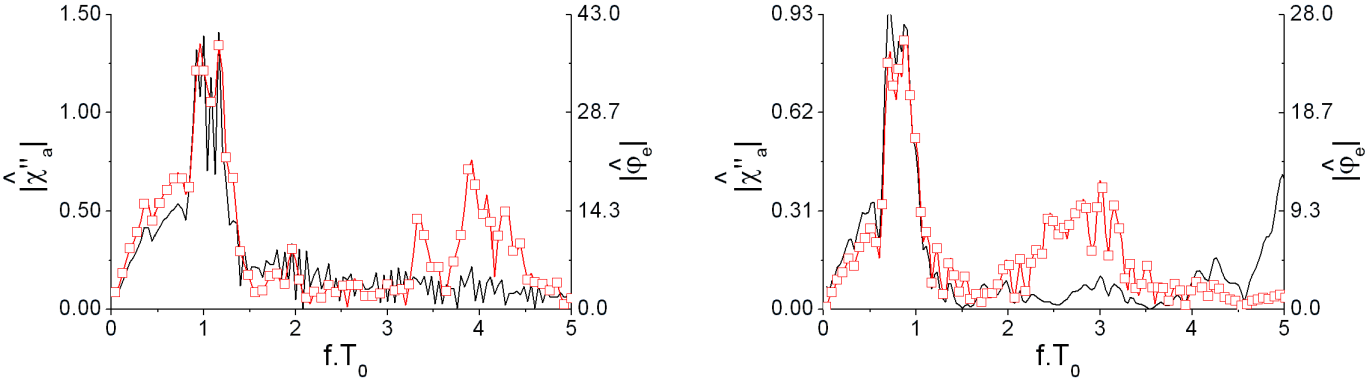


FIG. 5.53 – Spectre d'amplitude de l'accélération $|\widehat{\ddot{\chi}_a}|$ et de la force $|\widehat{\varphi_e}|$ de l'essai 7 et 8. —— $|\widehat{\ddot{\chi}_a}|$; –□– $|\widehat{\varphi_e}|$.

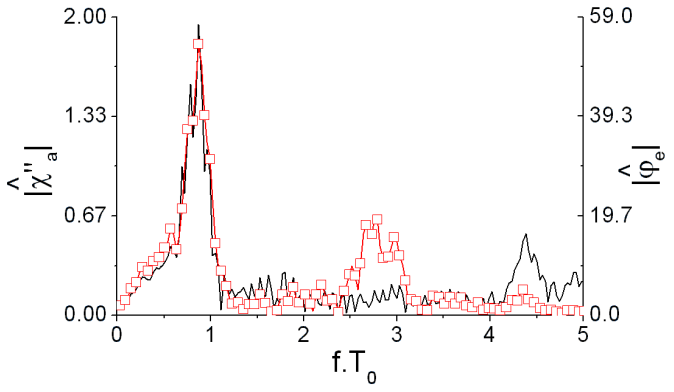


FIG. 5.54 – Spectre d'amplitude de l'accélération $|\widehat{\ddot{\chi}_a}|$ et de la force $|\widehat{\varphi_e}|$ de l'essai 9. —— $|\widehat{\ddot{\chi}_a}|$; $-\square-$ $|\widehat{\varphi_e}|$.

5.5.2 Forces fluides

Comme il a été décrit dans le chapitre (4), la force s'exerçant sur le cylindre peut s'écrire sous la forme suivante :

$$\varphi_e = M_S \ddot{\chi}(t) + \varphi_f$$

avec M_S la masse du cylindre et φ_f la force fluide s'exerçant sur le cylindre. Les figures (5.45), (5.46), (5.47), (5.48) et (5.49) présentent simultanément les signaux d'accélération relevée sur le dispositif de transmission de mouvement et la force s'exerçant sur le cylindre tous deux filtrés à 200Hz. Cette fréquence est choisie de façon que les fréquences dans la gamme $400-1000$Hz (voir qualification du banc d'essai) enregistrée sur l'accéléromètre n'apparaissent pas pour faciliter la lecture des figures. Il apparaît que la force est proportionnelle à l'accélération à l'exception des fréquences de 200Hz décelées lors de la qualification du banc d'essai. D'autre part, les signaux acquis à l'aide de l'accéléromètre montre que l'allure de l'accélération ainsi que son amplitude sont satisfaisants par rapport à la consigne imposée.

Le modèle général donné par la relation (5.16) pour un choc sinus prédit pour des grandes valeurs de β, une force proportionnelle à l'accélération, soit :

$$\varphi^Q = M_D \ddot{\chi}(t)$$

Il est intéressant alors de vérifier si le facteur de proportionnalité entre l'accélération et la force sur le cylindre correspond au terme de masse d'eau déplacée. Le calcul de cette masse nécessite alors la connaissance de la masse du cylindre et donc la réalisation d'une campagne d'essai en air pour calculer à chaque essai la masse du cylindre. Cette masse est normalement constante mais la mesure de celle-ci varie en fonction des essais (voir tableau 5.11) due à des problèmes d'imprecisions de mesures et il est alors nécessaire de la mesurer pour chaque essai en eau afin d'avoir des résultats corrects.

La méthode de calcul des masses employée ici repose sur une analyse spectrale, employée au chapitre (4) dans le cas du mouvement harmonique. La méthode consiste donc à calculer le rapport entre le spectre d'amplitude de la force et de l'accélération sur une gamme de fréquence

où ils sont corrélés. La relation (5.24) est rappelée ci-dessous :

$$\sum_{i=f_B}^{f_H} |\widehat{\varphi_e}| = M_T \sum_{i=f_B}^{f_H} |\widehat{\ddot{\chi}_a}| \tag{5.24}$$

avec M_T la masse totale, f_B et f_H les fréquences de coupure respectivement basse et haute. Cette méthode ne peut être valide que sur un domaine $f_B < f < f_H$ où les spectres acquis par l'accéléromètre et par le capteur de force du cylindre sont identiques. Les fréquences de coupures pour les essais 1, 2, 3 et 4 sont $f_B = 0$ et $f_H = 3fT_0$; pour les essais 5, 6, 7 elles sont $f_B = 0.4fT_0$ et $f_H = 2fT_0$ et pour les essais 8 et 9 elles sont $f_B = 0.3fT_0$ et $f_H = 1.5fT_0$.

Le calcul de ces masses pour chaque essai est réalisé à partir de plusieurs campagnes d'essais. Les tableaux (5.11) et (5.12) présentent respectivement le résultat de calcul de la masse du cylindre et de la masse totale de plusieurs campagnes d'essais en air et en eau ainsi que la moyenne de chaque essai. Il apparaît des différences de valeurs de masse entre chaque essai et plus précisément au niveau du calcul de la masse du cylindre qui devrait être normalement constante. Ces variations sont dues à la technologie des capteurs utilisés et à leurs emplacements sur le dispositif de transmission de mouvement. En effet, l'accéléromètre de technologie à piezotron est placé sur la plaque de maintien de l'étrier alors que le capteur de force a une technologie à jauge et est placé directement sur le cylindre. L'accéléromètre ne mesure donc pas l'accélération directement sur le cylindre et ne *voit* donc pas les possibles modes propres de déformations de l'ensemble des pièces constituant le cylindre.

Les résultats expérimentaux de calcul de la masse d'eau déplacée sont relativement proches de la masse d'eau déplacée théorique (4.4.3), les erreurs n'excèdent pas 10%. Ils apparaient cependant une incertitude absolue ΔM_D élevé par rapport à la valeur de la masse d'eau déplacée due à la précision de la chaîne de mesure.

Essai	c_1	c_2	c_3	c_4	c_5	c_6	c_7	Valeur Moyenne	Ecart type
1	1.89	1.92	1.88	1.90	1.89	2.15	2.01	1.95	0.10
2	1.93	1.87	1.85	1.80	1.84	1.91	1.82	1.86	0.05
3	1.92	1.87	1.82	1.80	1.85	1.80	1.80	1.84	0.04
4	1.94	1.81	1.76	1.75	1.76	1.86	1.48	1.77	0.14
5	2.11	2.01	1.95	1.93	1.97	1.93	1.98	1.98	0.06
6	2.65	2.11	2.14	2.06	2.15	2.07	1.84	2.14	0.25
7	2.26	1.92	2.03	1.91	1.95	2.06	1.78	1.99	0.15
8	2.13	2.14	1.92	1.90	1.93	1.82	1.97	1.97	0.12
9	2.69	2.41	2.58	1.92	2.05	2.25	2.27	2.32	0.28

TAB. 5.11 – Résultats du calcul de la masse du cylindre M_S (kg) pour les neuf essais et pour sept campagnes d'essai indicé c_i en air.

Essai	c_1	c_2	c_3	c_4	c_5	c_6	c_7	Valeur Moyenne	Ecart type
1	2.84	2.82	2.68	2.58	2.63	2.72	3.20	2.78	0.21
2	2.90	2.72	2.58	2.50	2.55	2.69	2.86	2.69	0.15
3	2.87	2.59	2.55	2.48	2.50	2.60	2.68	2.61	0.13
4	2.88	2.59	2.53	2.47	2.45	2.53	2.56	2.57	0.15
5	2.82	2.98	2.92	2.83	2.82	2.92	2.88	2.88	0.06
6	3.06	2.73	3.02	2.99	2.87	3.01	2.90	2.94	0.11
7	2.77	3.02	2.84	2.68	2.72	2.79	2.60	2.77	0.14
8	2.85	2.94	2.88	2.82	2.73	2.91	2.80	2.85	0.07
9	3.91	3.16	3.21	2.75	3.06	2.82	2.65	3.08	0.42

TAB. 5.12 – Résultats du calcul de la masse totale M_T (kg) pour les neuf essais et pour sept campagnes d'essai indicé c_i en eau.

	1	2	3	4	5	6	7	8	9
M_D (kg)	0.77	0.77	0.71	0.75	0.84	0.74	0.73	0.81	0.71
ΔM_D (kg)	$\pm$ 0.30	$\pm$ 0.29	$\pm$ 0.28	$\pm$ 0.28	$\pm$ 0.31	$\pm$ 0.32	$\pm$ 0.30	$\pm$ 0.31	$\pm$ 0.34
$\epsilon(\%)$	1.1	0.1	6.7	2.4	9.6	3.6	4.9	6.5	7.1

TAB. 5.13 – Résultats du calcul de la masse d'eau déplacée M_D (kg) pour les neuf essais et comparaison avec la masse d'eau déplacée théorique.

5.5.3 Pressions

Les figures (5.55), (5.56) et (5.57) présentent l'évolution temporelle de la pression pour l'essai 7 respectivement aux points placés à 0°(point d'arrêt aval), 45°et 180°(point d'arrêt amont). La pression acquise par le dispositif expérimental est comparée au modèle de LAMB et à une simulation numérique. L'accélération et la vitesse utilisées pour le modèle analytique et numérique proviennent de la mesure du capteur de force[6]. La simulation numérique est réalisée avec un calcul en maillage fixe.

Les allures des trois signaux, c'est à dire issus du dispositif expérimental, du modèle de LAMB et du calcul numérique sont en bonne concordance. Cependant, il apparaît que les signaux expérimentaux ont toujours tendance à avoir une amplitude plus forte que les deux autres approches. Ceci est particulièrement marqué à la pression d'arrêt amont. D'autre part, les résultats du modèle de LAMB et du modèle numérique montrent que la pression au point d'arrêt aval est l'opposée de celle au point d'arrêt amont, l'écoulement est alors symétrique (Le terme d'advection ne joue pas un rôle prédominant dans la répartition de pression pour cette valeur de KC). Cette remarque n'est pas vérifiée pour les résultats expérimentaux.

Des essais expérimentaux et des simulations numériques supplémentaires (notamment en maillage mobile) sont en cours de réalisation afin de vérifier la symétrie de l'écoulement. En effet, les résultats expérimentaux présentés dans ce manuscrit proviennent d'essais dans la configuration où le vérin est en mouvement de sortie et pour une position angulaire du cylindre fixe. Il est alors intéressant de procéder à des essais dans la configuration où le vérin rentre et

[6]En effet, comme il a été démontré dans la section précédente, la force est proportionnelle à l'accélération. Il est alors possible d'en déduire l'accélération du cylindre avec la connaissance de la masse totale.

de les réaliser avec plusieurs positions angulaires du cylindre afin d'obtenir une répartition de la pression.

Notons cependant que les champs de vorticité exposés à la figure (5.58) au temps $t = 0.017$ s et $t = 0.077$ s sont similaires aux simulations numériques obtenues dans le cas d'un choc sinus "parfait" (voir figure 5.25 à $KC = 0.5$). La topologie de l'écoulement est conservée même si le signal expérimental est d'allure différente. En effet, il se forme pendant le choc et à l'aval du cylindre un sillage de petite taille, puis suite à l'arrêt du cylindre, un renflement placé à 135°.

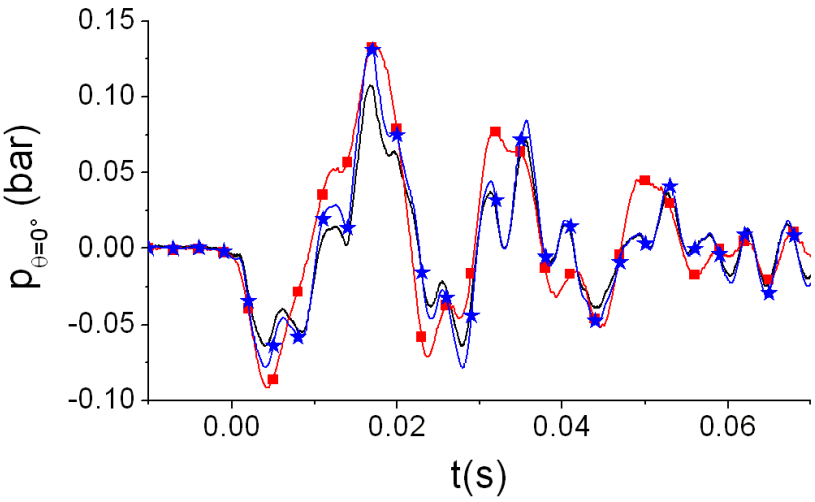


FIG. 5.55 – Evolution temporelle de la pression relative p au point situé à 0°pour l'essai 7. –■– Résultat expérimental ; —— Modèle de LAMB ; –★– Résultat numérique

.

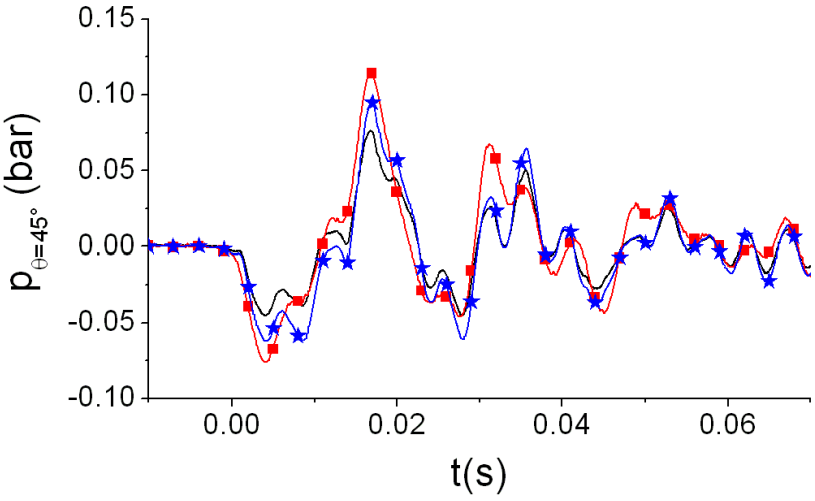


FIG. 5.56 – Evolution temporelle de la pression relative p au point situé à 45°pour l'essai 7. –■– Résultat expérimental ; —— Modèle de LAMB ; –★– Résultat numérique

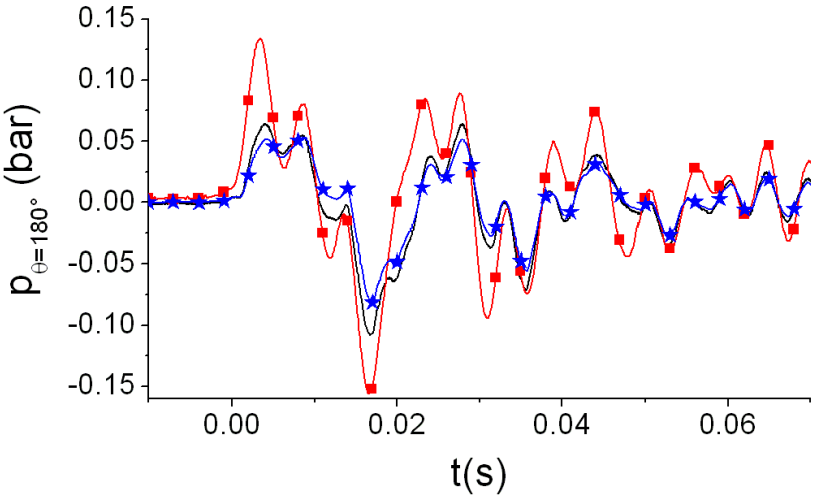


FIG. 5.57 – Evolution temporelle de la pression relative p au point situé à 180°pour l'essai 7. –■– Résultat expérimental ; —— Modèle de LAMB ; –★– Résultat numérique

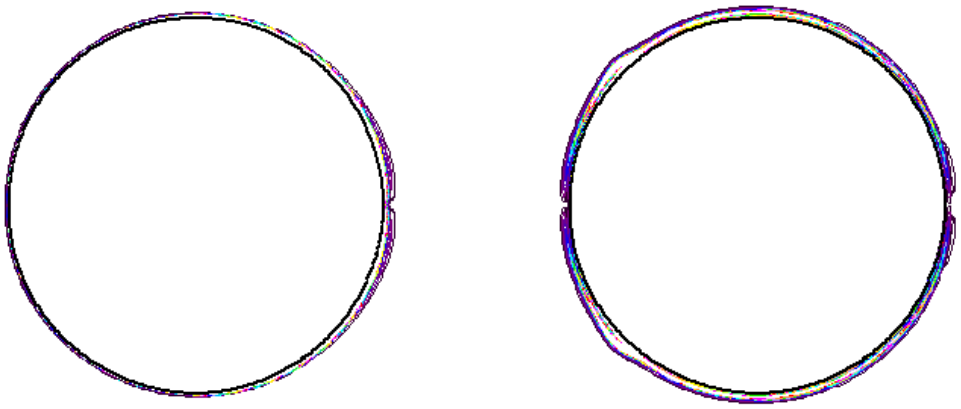


FIG. 5.58 – $t = 0.017$s ; $t = 0.077$s

5.6 Conclusion

L'écoulement ainsi que les forces et pressions fluides s'exerçant sur un cylindre soumis à un choc sinus ont été étudié à l'aide de modèles analytiques, de simulations numériques et de résultats expérimentaux. La démarche employée repose sur une analyse adimensionnelle de l'équation de conservation de la quantité de mouvement mettant en évidence le nombre de STOKES et le nombre de KEULEGAN-CARPENTER. Le premier nombre contrôle l'influence des effets visqueux alors que le second gouverne le phénomène d'advection. L'objectif est d'étudier l'influence de chacun de ces termes et de considérer par la suite le couplage de ces deux phénomènes.

L'écoulement potentiel est étudié dans un premier temps, c'est à dire à β tendant vers l'infini et pour différentes valeurs de KC. Il a été constaté que la force fluide était régie par des effets

inertiels, c'est à dire par une proportionnalité stricte avec l'accélération pour n'importe quelle valeur de KC. La répartition de pression est quant à elle contrôlée par l'effet inertiel à petit KC, alors que pour des grands nombres de KC, apparaît progressivement l'effet d'advection. Ce phénomène se manifeste par une proportionnalité avec la vitesse au carré introduisant alors des non linéarités et augmentant ainsi l'amplitude de la pression.

Dans une deuxième partie, l'écoulement et plus précisément la couche limite sont étudiés pour des très petits KC et pour différentes valeurs de β. L'allure du profil de vitesse est constitué de deux épaisseurs : une couche limite de STOKES près du cylindre et une zone plus éloigné, définissant l'effet instationnaire de l'écoulement redressé. La première s'apparente de par son allure à la couche limite d'une plaque plane développée pour un choc sinus. La seconde est assimilable à la superposition des couches limites développées dans le cas du premier problème de STOKES et de l'écoulement de POISEUILLE. Des expressions empiriques determinant les épaisseurs de couche limite sont ensuite proposées. La suite de cette deuxième partie consiste à analyser l'influence de la viscosité sur les forces et sur la répartition de pression autour du cylindre. Il apparaît que pour des grands nombres de β, les forces de cisaillements sont négligeables au regard de la force de pression. La force totale ansi que la pression sont alors principalement gouvernées par des effets inertiels. L'écoulement peut être considéré comme potentiel. A des nombres de STOKES plus petit, les forces de cisaillements deviennent importantes et ne peuvent être négligées. La force et la pression sont contrôlées par des effets inertiels aux quels viennent s'ajouter des effets d'histoires et de traînées.

La topologie de l'écoulement est ensuite détaillée et l'effet du couplage entre le terme visqueux et le terme d'advection est discuté dans une gamme étendue de β et KC. Pour des grands KC à petits nombres β, l'écoulement est composé de structures tourbillonnaires peu nombreuses mais importantes en taille alors que pour des grands β, elles sont de petites tailles localisées très proche de la paroi et apparaissent en grand nombre. Les activités tourbillonnaires autour du cylindre ne sont pas assez importantes pour changer l'allure et l'amplitude des forces qui restent principalement régies par des effets inertiels. La répartition angulaire de pressions autour du cylindre est contrôlée par des effets inertiel et d'advection auquels viennent s'ajouter des fluctuations en raison de la présence de tourbillons près de la paroi d'amplitude inférieure ou égale à la pression moyenne. La structure de l'écoulement de base et la rapidité de la dynamique du mouvement conduisent à un écoulement stable bidimensionnel malgré d'eventuelles introductions de perturbations.

Ces études analytiques et numériques ont ensuite été validées par des résultats expérimentaux. En effet, l'écoulement dans des conditions réelles a été détaillé via l'étude des forces fluides à des grands nombres de STOKES et pour des nombres de KEULEGAN-CARPENTER modérés. Il apparaît comme prévu par les études précédentes que la force est régie par des effets inertiels. L'effet de la viscosité peut être alors considérée comme négligeable dans le calcul des forces. Il apparaît cependant des différences dans l'allure de la pression. En effet, les résultats obtenus à l'aide des trois approches, analytique, numérique et expérimentale sont d'allures identiques. Cependant, l'amplitude de la pression acquise à l'aide du dispositif expérimental est plus élevée que celles obtenues à l'aide des modèles analytiques et numériques. De plus, la symétrie de l'écoulement en terme de répartition de pression autour du cylindre n'est pas vérifiée dans le cas du dispositif expérimental.

Il est alors possible au vu des résultats précédents, d'établir une cartographie de l'écoulement représentant les différents phénomènes dans le plan $KC - \beta$ (voir figure 5.59)). Il apparaît six régimes de A à F dans lesquels apparaissent différents effets tel que l'effet inertiel, d'advection, d'histoire, de traînée et la présence de tourbillons. D'autre part, la figure (5.60) présente l'amplitude maximale de la force totale ($\varphi^* = \varphi/(M_D\gamma_0)$) atteinte au cours d'un choc en fonction de β et pour $KC \leqslant 1$. A grand β, la force est gouvernée par les effets inertiels alors qu'à petit

β des phénomènes visqueux interviennent, tel que les effets d'histoire et de traînée. On note que la présence de tourbillons ou le phénomène d'advection ne modifient par la force car leurs effets sont locaux.

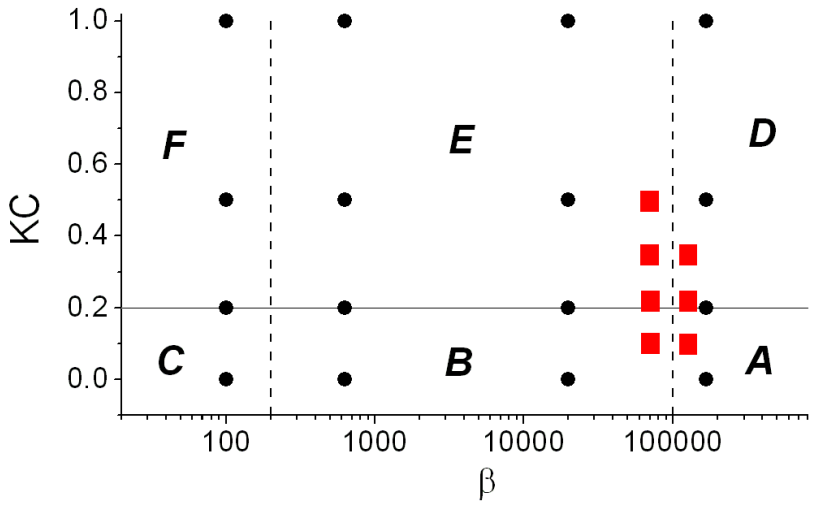


FIG. 5.59 – Cartographie représentant les différents phénomènes hydrodynamiques de l'écoulement engendré par un cylindre soumis à un choc sinus. • Points étudiés analytiquement et numériquement. ■ Points étudiés expérimentalement. Régime ***A*** : effet inertiel ; Régime ***B*** : effet inertiel et d'histoire ; Régime ***C*** : effet inertiel, d'histoire et de traînée ; Régime ***D*** : effet inertiel, d'advection et présence de tourbillons ; Régime ***E*** : transition entre le régime D et F ; Régime ***F*** : effet inertiel, d'histoire, de traînée, d'advection et présence de tourbillons.

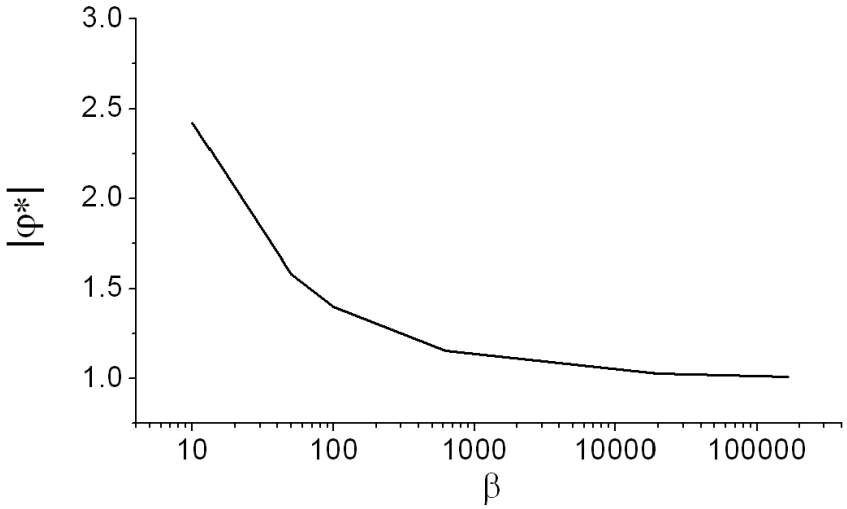


FIG. 5.60 – Amplitude maximale de la force totale φ^* atteinte au cours d'un choc en fonction de β et valable pour $KC \leqslant 1$.

La figure (5.61) décrit l'amplitude maximale et minimale de la pression atteinte au cours du choc dans le plan $KC - \beta$. Cette figure est à comparer à celle décrivant la cartographie de

l'écoulement (voir figure 5.59)). En effet, les phénomènes présentés dans cette dernière interagissent fortement dans l'amplitude des pressions. Il est possible de noter que pour des KC modérés ($KC < 0.5$) et à β tendant vers l'infini, les pressions sont égales approximativement à 1 alors que pour des petites valeurs de β, les pressions ont tendance à augmenter en raison des effets visqueux. Cependant à $KC = 1$, un couplage entre la viscosité, l'advection et la présence de tourbillons apparaît. L'amplitude maximale diminue avec le nombre de STOKES alors qu'elle augmente pour la pression minimale.

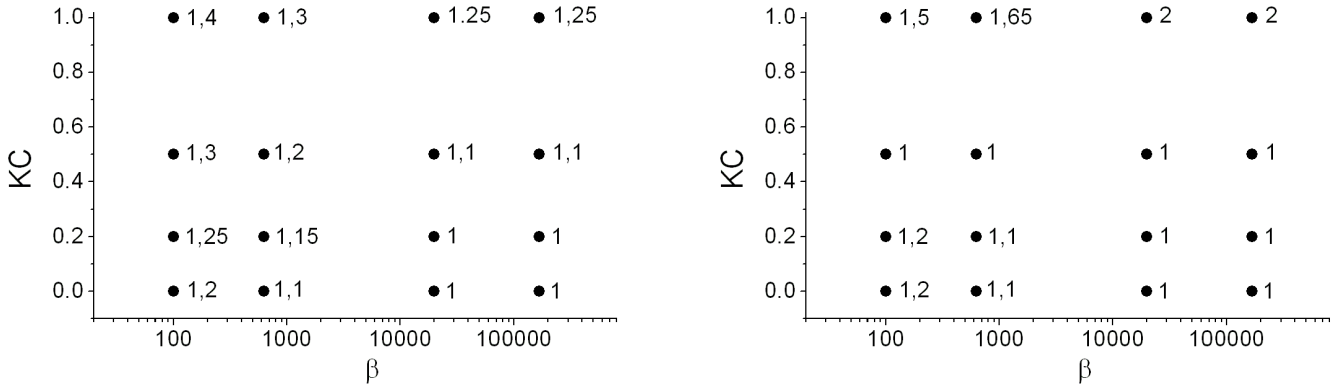


FIG. 5.61 – Amplitude maximale (à gauche) et minimale (à droite, en valeur absolue) de la pression atteinte au cours d'un choc dans le plan $KC - \beta$.

Application au cas d'un calcul couplé fluide structure

L'objectif ce dernier chapitre est d'étudier le couplage fluide structure entre un fluide et un cylindre sur lequel est imposé un choc sinus par l'intermédiaire d'un ressort (voir figure 6.1), et plus particulièrement l'écoulement, les forces et les pressions s'exerçant sur le cylindre. Cette étude s'inscrit dans la thématique de DCN Propulsion visant à disposer de modèles de forces fluides validant les procédures de calculs couplés. Le but est donc d'utiliser les outils mis en place, tel que la formulation générale de la force et de la pression s'exerçant sur le cylindre ainsi que la modélisation numérique.

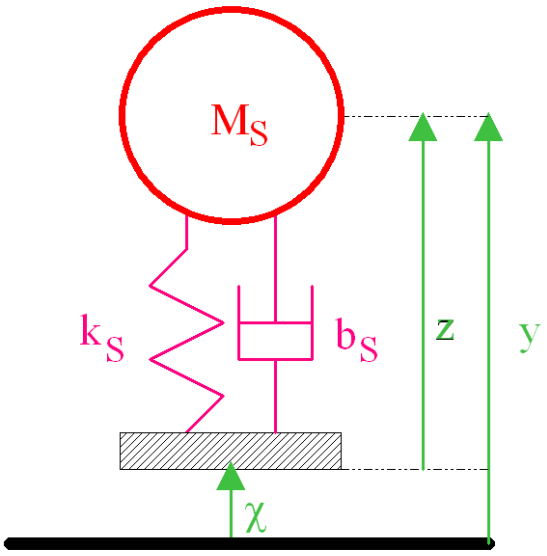


Fig. 6.1 – Couplage fluide/structure d'un cylindre pour un choc sinus.

L'équation de ce système mécanique est rappelé ci-dessous (voir equation 4) :

$$M_S\ddot{Z}(t) + B_S\dot{Z}(t) + K_S Z(t) = -M_S\ddot{\chi}(t) - \varphi(t) \tag{6.1}$$

avec M_S, B_S et K_S la masse, l'amortissement et la raideur du cylindre, Z le déplacement relatif du cylindre par rapport à son embase, $\ddot{\chi}$ l'accélération du choc sinus et φ la force fluide s'exerçant sur le cylindre. Cette force est l'une des inconnues du problème avec le déplacement Z et peut être calculée à partir d'une méthode analytique ou de la modélisation numérique. La première méthode consiste à connaître la formulation analytique des forces alors que la deuxième nécessite l'utilisation du calcul numérique.

Dans les deux cas, l'intégration temporelle de l'équation (6.1) est réalisée à l'aide du schéma de HOUBOLT au second ordre inconditionnellement stable (voir annexe D). L'étude est menée ici avec un amortissement de la structure nul, $B_S = 0$.

6.1 Méthode analytique

Dans le cas d'un fluide parfait environnant le cylindre en mouvement, la force fluide φ s'écrit selon l'équation (5.3) :

$$\varphi = M_D \ddot{Y}(t)$$

L'équation (6.1) se résume alors à l'expression suivante :

$$\ddot{Z}(t) + w_{SF}^2 Z(t) = -\ddot{\chi}(t) \tag{6.2}$$

avec w_{SF} la pulsation propre du système couplée, $w_{SF} = \sqrt{\dfrac{K_S}{M_S + M_D}}$. Le principal effet de la présence du fluide parfait est de diminuer la fréquence propre f_{SF} du système.

Dans le cas où le fluide est visqueux, la force totale φ s'exerçant sur le cylindre s'écrit à l'aide de la formulation générale (5.16) et (5.17) :

$$\varphi = -M_D \left[\ddot{Y}(t) + \frac{8}{D}\sqrt{\frac{\nu}{\pi}} \int_0^t \frac{\ddot{Y}(\tau)}{\sqrt{t-\tau}} d\tau + \frac{8\nu}{D^2}\dot{Y}(t) \right]$$

L'équation (6.1) se résume alors à l'expression suivante :

$$\ddot{Z}(t) + 2\xi w_{SF}\dot{z}(t) + w_{SF}^2 Z(t) + \varsigma \int_0^t \frac{\ddot{Z}(\tau)}{\sqrt{t-\tau}} d\tau = -\ddot{\chi}(t) - 2\xi w_{SF}\dot{\chi}(t) - \varsigma \int_0^t \frac{\ddot{\chi}(\tau)}{\sqrt{t-\tau}} d\tau \tag{6.3}$$

avec w_{SF} la pulsation propre du système couplée, $w_{SF} = \sqrt{\dfrac{K_S}{M_S + M_D}}$, ξ le coefficient d'amortissement, $\xi = \dfrac{8\nu}{D^2} \dfrac{1}{\sqrt{k(M_S + M_D)}}$ et ς le coefficient d'histoire, $\varsigma = \dfrac{8M_D}{D}\sqrt{\dfrac{\nu}{\pi}} \dfrac{1}{M_S + M_D}$. Dans le cas où le fluide est non visqueux, l'expression (6.3) se simplifie et il est possible de retrouver l'équation (6.2).

6.2 Méthode numérique

La méthode CFD calcule les forces fluides φ à l'aide de la résolution des équations de NAVIER-STOKES par la technique des volumes finis à partir du code STAR-CD. Le principe de cette méthode repose sur l'utilisation d'un algorithme de couplage explicite et décalé qui consiste à résoudre alternativement les problèmes fluides et structures, en commençant par le problème structure (PIPERNO et al., 1995, 2001). En effet, l'équation (6.1) s'écrit sous la forme suivante (SIGRIST et al., 2004) :

$$M_S \ddot{Z}_{i+1} + K_S Z_{i+1} = -M_S \ddot{\chi}_{i+1} - \varphi_i \tag{6.4}$$

Le principe général de l'algorithme de couplage est schématisé à la figure (6.2). L'état du fluide est connu à l'instant t_{i-1} caractérisé par les champs de pression p_{i-1} et de vitesse $\mathbf{v}_{i-1}$ et

l'état de la structure à l'instant t_i représenté par le déplacement Z_i. Le mouvement de l'interface fluide/structure est décrit par le champ de vitesse de la grille $\mathbf{v}_i^*$ **(1)** et les noeuds du maillage sont déplacés à l'aide d'un algorithme de re-maillage. Le problème fluide est alors résolu et avancé de t_{i-1} à t_i, en utilisant l'algorithme PISO et la formulation ALE **(2)**, ce qui conduit après itérations internes au code fluide, à la connaissance des champs p_i et $\mathbf{v}_i$, desquels sont déduits les forces exercés par le fluide sur la structure φ_i **(3)**. Le problème structure est alors avancé en temps entre t_i et t_{i+1}, à l'aide de l'algorithme de Houbolt **(4)**, permettant le calcul du champ de déplacement Z_i. Le problème couplé est avancé en temps et le processus est ensuite itéré pour le pas de temps suivant.

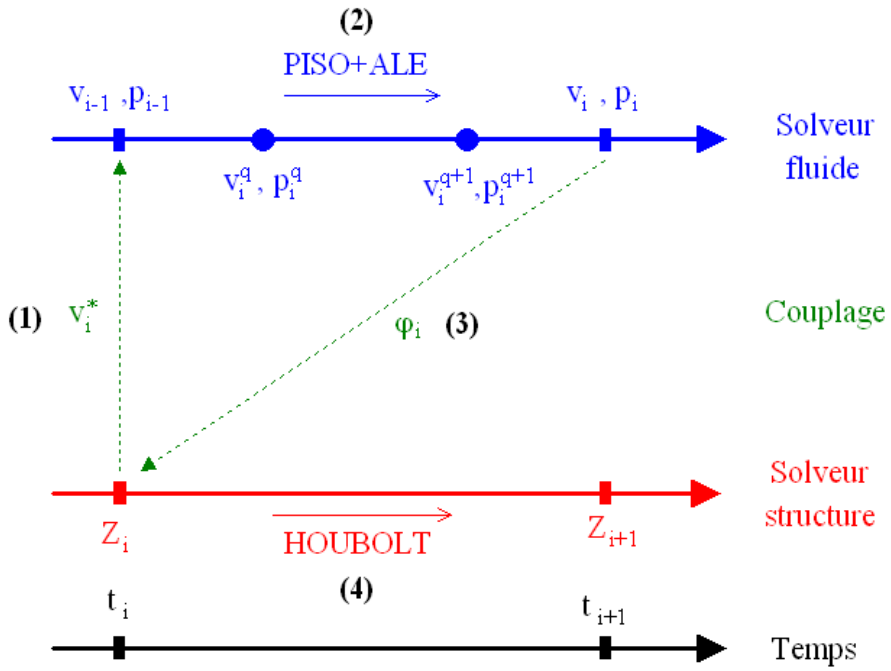


Fig. 6.2 – Couplage fluide structure explicite décalé développé dans le code Star-CD (D'après Sigrist (2004)).

La procédure de couplage est explicite et trouvera donc ses limites dans les échanges à l'interface fluide structure (Sigrist et al., 2005). Une méthode de couplage implicite est alors plus robuste car elle conserve les échanges à l'interface mais demande des développements plus importants (Sigrist & Abouri, 2006).

6.3 Validation dans le cas du fluide parfait

La méthode analytique représentée par l'expression (6.3) est validée par rapport à l'approche CFD dans le cas d'un fluide parfait pour un rapport de fréquence propre du système / temps de choc de $f_{SF}T_0 = 0.55$ et pour un rapport d'amplitude maximum $|Y|$ sur le diamètre du cylindre de $9.1.10^{-4}$ correspondant à de petits déplacements. La figure (6.3) présente le déplacement du choc $\chi(t)/D$ et le déplacement absolu $Y(t)/D$ de chaque méthode en fonction du temps réduit $t^* = t/T_0$. Après le choc $t^* > 1$, le cylindre oscille à la fréquence propre f_{SF} autour de la position du choc. A noter, qu'il n'apparaît aucune différences entre les deux méthodes.

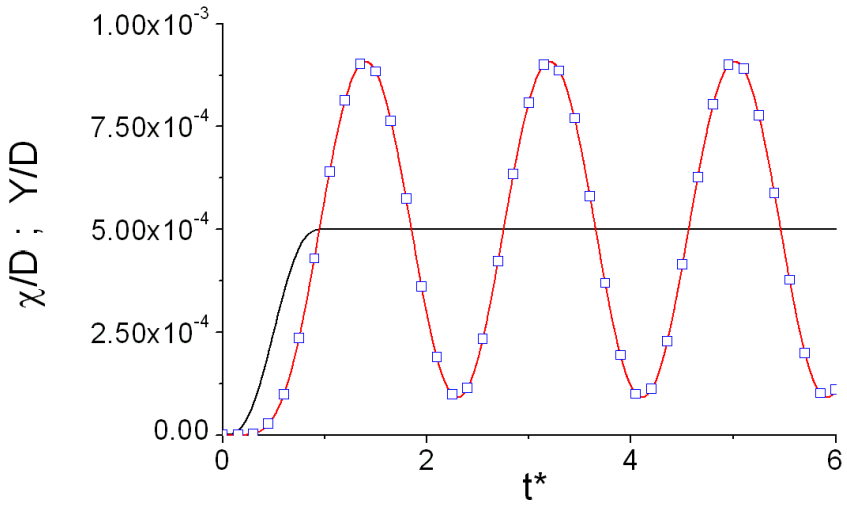


FIG. 6.3 – Evolution temporelle du déplacement du choc et du déplacement absolu en fonction de t^*. —— $\chi(t)/D$; —— $Y(t)/D$ par la méthode analytique ; □ $Y(t)/D$ par la méthode CFD.

La force fluide φ^* adimensionnée par le produit $M_D\ddot{\chi}(t)$ est présentée pour les deux méthodes à la figure (6.4) démontrant encore une bonne cohérence entre les deux calculs.

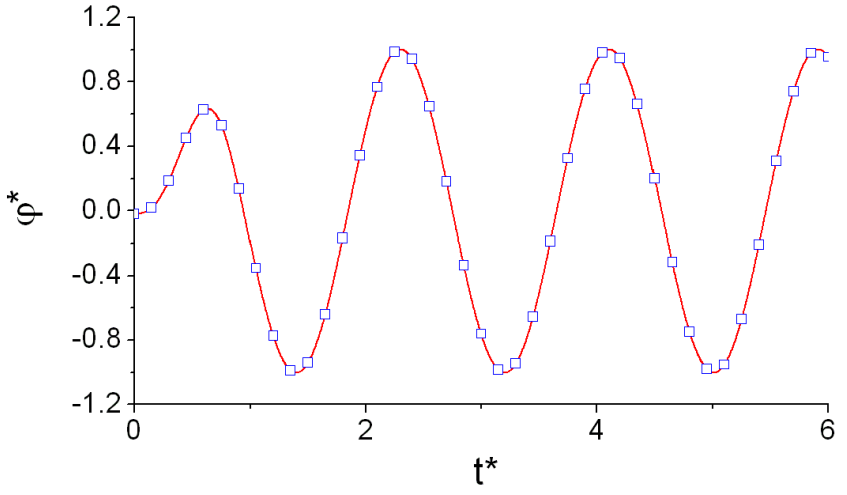


FIG. 6.4 – Evolution temporelle de la force φ^* en fonction de t^*. —— Méthode analytique ; □ Méthode CFD.

La procédure de couplage temporelle étant implicite et décalée, elle entraîne lorsque le pas de temps choisi est grand, une perte d'information lors de l'échange fluide structure. Il apparaît alors une dissipation numérique dans le calcul de l'équation (6.4). La figure (6.5) compare le déplacement relatif Z sur un intervalle de temps $4.5 < t^* < 5.5$ pour des nombres d'itérations temporelles N_T (voir équation 5.23) de 1600 ; 400 et 100. L'amortissement créé par la méthode de couplage ainsi que l'erreur engendrée à $t^* = 5$ par rapport à la méthode analytique est

présenté au tableau (6.6) [1]. Les simulations numériques présentées par la suite sont réalisées pour $N_T = 3200$.

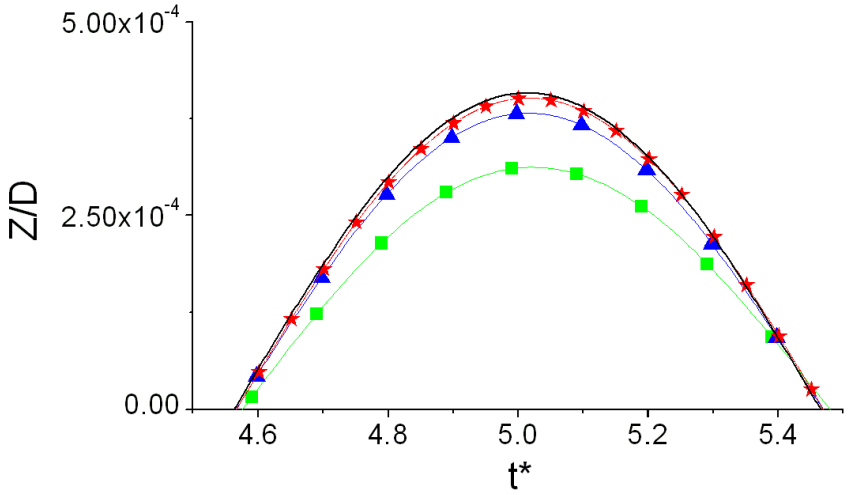


FIG. 6.5 – Evolution temporelle de la force φ^* en fonction de t^*. —— $N_T = 3200$; –★– $N_T = 1600$; –▲– $N_T = 400$; –■– $N_T = 100$.

N_T	ξ_{num}	$\epsilon(\%)$
3200	$1.02.10^{-4}$	0.5
1600	$2.28.10^{-4}$	2
800	$4.62.10^{-4}$	2.9
400	$1.82.10^{-3}$	6.4
200	$3.54.10^{-3}$	12.3
100	$6.56.10^{-3}$	23.5

FIG. 6.6 – Amortissement numérique ξ_{num} et erreur ϵ à $t^* = 5$ pour différentes valeurs N_T.

6.4 Validation dans le cas du fluide visqueux

Les deux modèles sont comparés ici dans la configuration où le fluide est visqueux. La valeur du nombre de STOKES est choisie de façon à illustrer les effets de la viscosité ($\beta = 625$) et la valeur nombre de KEULEGAN-CARPENTER à ne pas faire apparaître des non-linéarités ($KC = 0.01$). KC est basé sur le déplacement absolu maximum atteint au cours du choc par le cylindre. Les simulations sont réalisées pour un rapport $f_{SF}T_0 = 1.2$. L'effet du choc sur la structure est alors le plus important sur la gamme $f_{SF}T_0$ en terme d'accélération absolue atteint par le cylindre au cours de son mouvement (voir figure 5). Le déplacement absolu Y/D est présenté à la figure (6.7) pour les deux approches. Il apparaît suite au choc un amortissement progressif du déplacement du à la viscosité du fluide.

[1] L'amortissement numérique est calculé à partir de l'expression du coefficient $\xi_{\text{num}} = \dfrac{\delta_{\text{num}}}{\sqrt{4\pi^2 + \delta_{\text{num}}^2}}$ et du décrément logarithmique $\delta_{\text{num}} = \ln(Z_i/Z_{i+1})$.

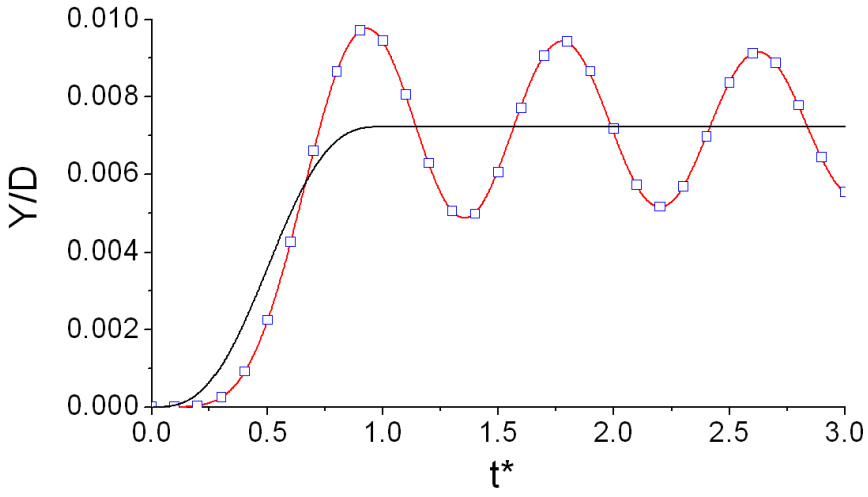


FIG. 6.7 – Evolution temporelle du déplacement du choc et du déplacement absolu en fonction de t^*. —— $\chi(t)/D$; —— $Y(t)/D$ par la méthode analytique ; □ $Y(t)/D$ par la méthode CFD.

La figure (6.8) compare avec succès les méthodes analytiques et CFD pour l'évolution temporelle de la force de pression φ^*_π et de cisaillement φ^*_σ. Ces forces sont toutes deux adimensionnées par : $\varphi^* = \varphi/(M_D|\ddot{Y}|)$ avec $|\ddot{Y}|$ l'accélération maximum atteinte au cours du mouvement.

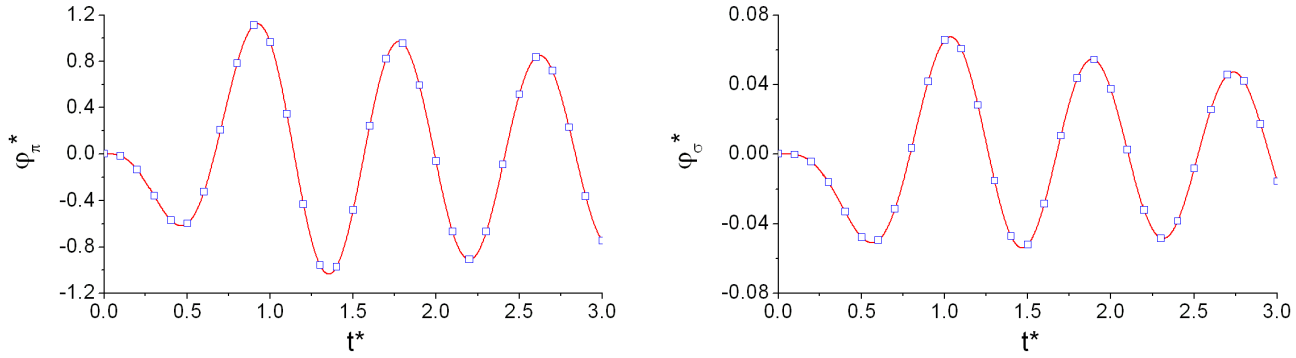


FIG. 6.8 – Evolution temporelle des forces φ^*_π et φ^*_σ en fonction de t^*. —— Méthode analytique ; □ Méthode CFD.

Remarque 11 *La simulation numérique est réalisée à l'aide des paramètres géométriques du maillage exposés aux tableaux (5.7) et (5.8) pour* $\beta = 625$ *et* $N_T = 3200$.

La figure (6.9) présente le spectre de réponse au choc pour différents β à petits déplacements ($KC < 0.01$). Il apparaît une bonne concordance entre les résultats analytiques et numériques. Ces courbes permettent de mettre en évidence l'effet de l'amortissement apporté par la viscosité du fluide sur le spectre de réponse au choc. La diminution d'amplitude est très marquée pour des petits β alors que pour des grands nombres de STOKES, les résultats se superposent à ceux obtenus dans le cas d'un fluide parfait.

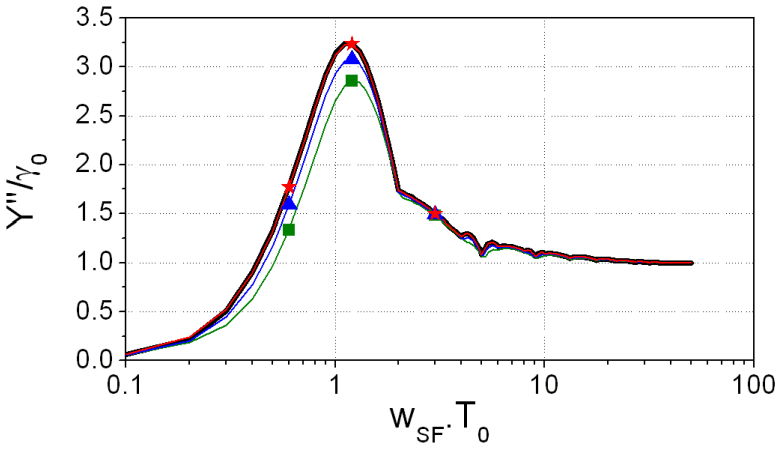


FIG. 6.9 – Spectre de réponse en choc pour $\beta = 100$, $\beta = 625$ et $\beta = 166666$ à $KC < 0.01$. Résultats analytiques sous forme de lignes et résultats CFD sous forme de symboles. —- Cas du fluide parfait ; –★– $\beta = 166666$; –▲– $\beta = 625$; –■– $\beta = 100$.

6.5 Etude de l'interaction fluide/structure dans le cas d'un choc sinus pour des grands déplacements

Ce chapitre se termine par l'étude de l'interaction fluide/structure dans le cas d'un choc sinus entraînant des grands déplacements du cylindre. Le nombre de STOKES choisi est égal à 166666 et le nombre de KEULEGAN-CARPENTER égal à 1. Les caractéristiques de ce problème sont alors : un diamètre de 50 mm, une viscosité de $\nu = 1.10^{-6}$ m^2.s^{-1}, un temps de choc de $T_0 = 15$ ms, une masse et une raideur du cylindre égales à $M = 2$ kg.m^{-1} et $K = 1001424$ kg.m^{-1}.s^{-2} pour une accélération maximum de $\gamma_0 = 1009$ m.s^{-2}.

Les déplacements absolus Y calculés par le modèle analytique et par le modèle CFD se superposent parfaitement (figure 6.10). Ce déplacement est comparable à celui d'un calcul en fluide parfait, l'amortissement est quasiment nul.

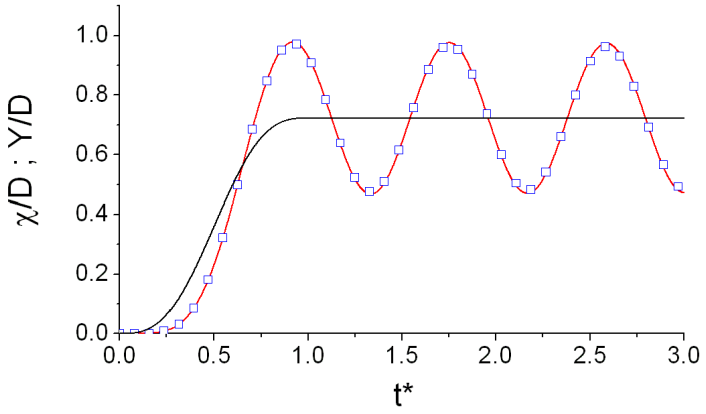


FIG. 6.10 – Evolution temporelle du déplacement du choc et du déplacement absolu en fonction de t^*. —— $\chi(t)/D$; —— $Y(t)/D$ par la méthode analytique ; □ $Y(t)/D$ par la méthode CFD.

La figure (6.11) présente les forces de pression et de cisaillement calculées avec le modèle analytique et le modèle CFD. La force de pression est identique pour les deux modèles et son maximum tend vers 1 alors que pour la force de cisaillement, un léger écart apparaît entre les modèles analytiques et numériques. Cette différence n'influe que très légèrement sur la force totale car la force maximale de cisaillement est ici 250 fois plus petite que la force de pression. L'allure de ces forces explique la bonne corrélation du déplacement absolu.

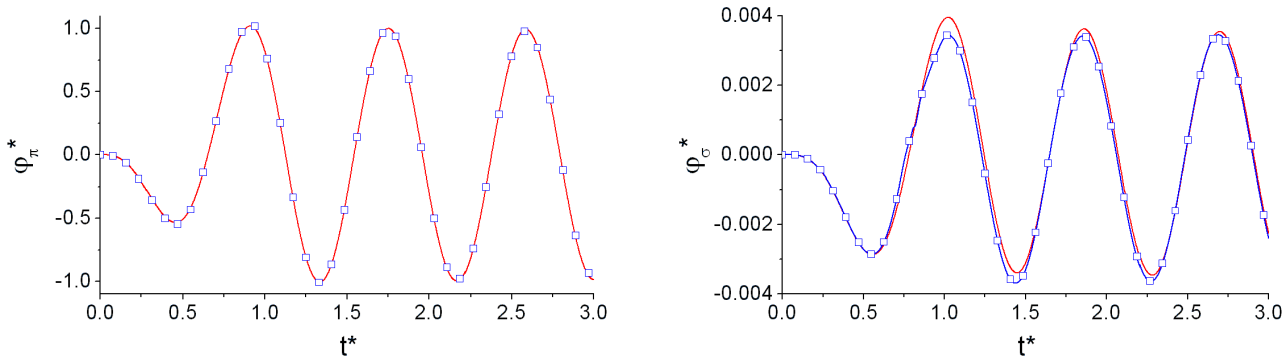


FIG. 6.11 – Evolution temporelle des forces φ_π^* et φ_σ^* en fonction de t^*. —— Méthode analytique ; □ Méthode CFD.

Il apparaît cependant des écarts sur les pressions maximales $p_{\max}$ et minimales $p_{\min}$ autour du cylindre obtenus à partir du modèle CFD en comparaison avec le modèle analytique. La figure (6.12) présente la pression maximale et minimale atteinte au cours du mouvement autour du cylindre pour les deux méthodes ainsi que celle calculée à partir du modèle de LAMB. Il apparaît que le modèle analytique sous estime la pression calculée par le modèle CFD, notamment quand l'accélération relative est nulle. En effet, le modèle analytique est basé sur la description des forces et des pressions fluides pour des petits déplacements en milieu visqueux. Il ne prend pas en compte les non linéarités du terme d'advection qui se manifestent surtout lorsque l'accélération est nulle. Les résultats du modèle de LAMB se superposent plus aisément au modèle CFD. Il apparaît cependant des écarts entre les deux modèles imputables à l'activité tourbillonnaires autour de la paroi du cylindre.

Malgré une influence minime des effets de grands déplacements du cylindre sur le déplacement absolu y et des forces φ, l'écoulement présente une dynamique très riche en terme de création de tourbillons. En effet, la figure (6.13) présente la vorticité à différents temps : Il se forme à la manière d'un cylindre soumis à un mouvement harmonique des mécanismes de création et de destruction de tourbillons à chaque aller retour du cylindre (Il apparaît une légère dissymétrie de l'écoulement du à un pas de temps trop fort). Cependant, l'ensemble de ces résultats sont calculés sous l'hypothèse d'un fluide bidimensionel. Or d'après la cartographie de l'écoulement établie par un mouvement harmonique d'un cylindre, à $\beta = 166666$ et pour un déplacement maximal égal au diamètre du cylindre, les principaux phénomènes sont tri-dimensionnels à l'exemple de l'instabilité de HONJI (voir figure 1.3). Il serait alors intéressant de prendre en compte l'effet tri-dimensionnel dans le développement numérique nécessitant néanmoins des temps de calcul important en raison de la taille du domaine fluide.

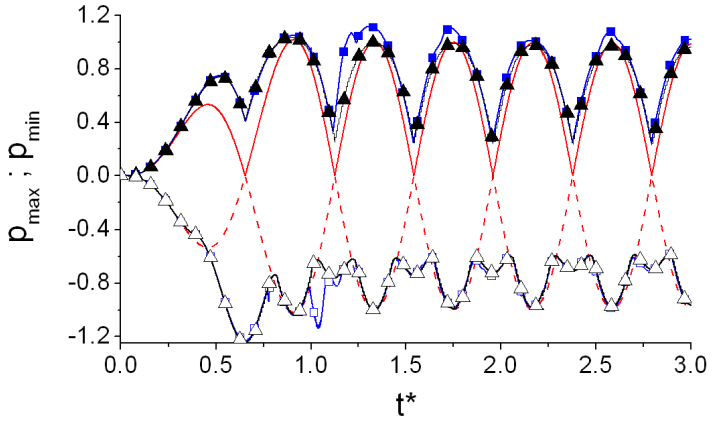


FIG. 6.12 – Evolution temporelle des pressions maximales $p_{\max}$ et minimales $p_{\min}$ sur la paroi du cylindre atteintes au cours du mouvement pour le modèle analytique et l'approche numérique. —— $p_{\max}$ de la méthode analytique ; –■– $p_{\max}$ de la méthode CFD ; –▲– $p_{\max}$ du modèle de LAMB. ; - - - - $p_{\min}$ de la méthode analytique ; –□– $p_{\min}$ de la méthode CFD ; –△– $p_{\max}$ du modèle de LAMB.

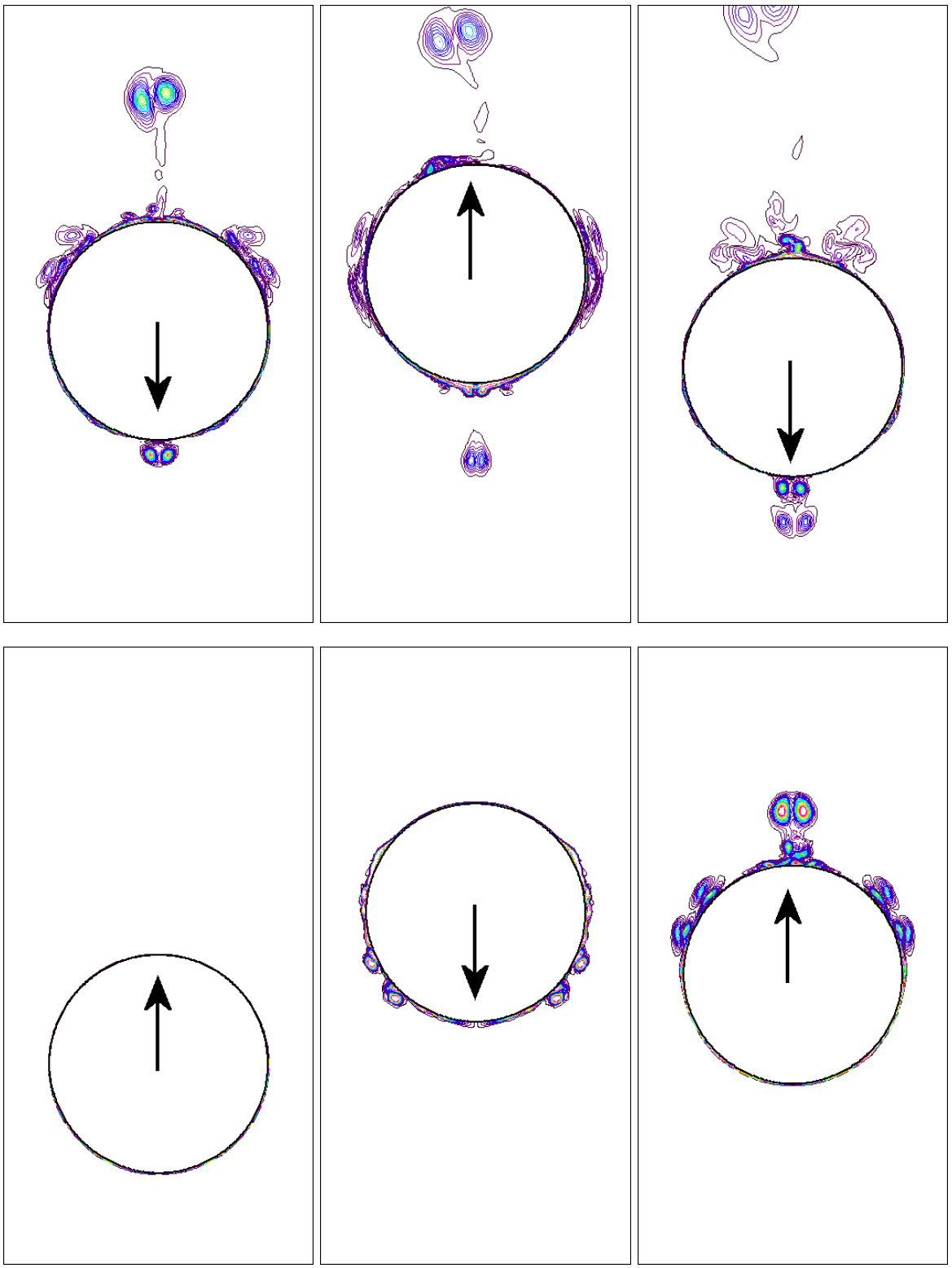


FIG. 6.13 – Evolution temporelle de la vorticité autour du cylindre.

Conclusions et Perspectives

Conclusion

Ce travail de thèse s'inscrit dans le cadre d'une collaboration de recherche entre le Laboratoire de Thermocinétique de Nantes et DCN Propulsion afin de décrire les effets dynamiques du fluide sur un cylindre soumis à un choc sinus dans un milieu fluide. L'objectif a été de proposer des modèles analytiques prenant en compte l'effet du fluide sur la structure, validées par des études expérimentale et numérique.

Le premier chapitre comprend une recherche bibliographique décrivant les écoulements autour d'un cylindre engendrés par des mouvements de type impulsionnel (accélération de DIRAC et vitesse constante) ou harmonique (oscillations entretenues). Les cartographies de ces deux écoulements sont fonctions de nombres adimensionels qui permettent de définir et de délimiter plusieurs régimes dans lesquels différents phénomènes physiques apparaissent, tels que des zones de décollements, de tourbillons ou la naissance d'instabilités. L'accent est porté sur la description des forces fluides et du champ de pression autour du cylindre. Cette revue bibliographie est complétée par une rapide présentation de phénomènes hydrodynamiques pouvant être rencontrés dans notre cas d'étude, tels que la cavitation, les instabilités ou encore les effets de compressibilité. Un bref calcul a permis de démontrer que les effets de compressibilité ne sont pas à prendre en compte dans notre étude.

Dans la seconde partie du mémoire, une formulation générale des forces fluides a été proposée sur la base de travaux de la littérature, applicable dans le cas d'une plaque plane, d'une sphère et d'un cylindre pour les mouvements de type impulsionnel et harmonique. Un modèle analytique dans le cas d'un cylindre soumis à un mouvement quelconque et évoluant dans un milieu fluide visqueux bidimensionnel a ensuite été développé afin de prendre en compte les effets visqueux du fluide sur les forces, notamment représenté par les termes d'histoire et de traînée. Il est montré que ce modèle général peut être obtenu par deux méthodes : une méthode à base de calcul dans l'espace de FOURIER et une autre à partir du principe de superposition des écoulements. Le terme d'histoire fait l'objet d'une discussion approfondie dans le cas de l'écoulement instationnaire de COUETTE plan.

L'objectif de la modélisation numérique a consisté à simuler l'écoulement bidimensionnel apparaissant autour du cylindre lors de son impulsion et de calculer les forces fluides en distinguant les contributions dues à la pression et au cisaillement. Les simulations numériques ont été réalisées à l'aide du code généraliste de mécanique des fluides STAR-CD utilisés au sein de DCN Propulsion dans ses projets de R.&D. Le développement de la modélisation est passé par la maîtrise de la technique des volumes finis utilisés pour la discrétisation des équations de NAVIER-STOKES. Le mouvement du cylindre dans le domaine fluide est simulé à l'aide d'une technique du maillage mobile nécessitant le développement d'un algorithme de re-maillage. Ce modèle numérique a ensuite été validé dans le cas d'un cylindre soumis à une accélération de DIRAC pour lequel la littérature est abondante.

Un dispositif expérimental ainsi qu'une chaîne de mesure associée ont été dimensionnés et conçus sur le site du Laboratoire de Thermocinétique de Nantes. Ce banc permet à l'aide d'un système d'impulsion de produire un choc sinus ainsi que d'autres mouvements sur un cylindre. Le cylindre d'étude baigne dans un bassin de dimensions permettant de reproduire les conditions infinies. La chaîne de mesure permet d'acquérir le déplacement, l'accélération, les forces et les pressions agissant sur le cylindre. Ce banc expérimental a été qualifié en validant les mesures de forces et de pressions dans le cas d'un mouvement harmonique entretenu avec les modèles de la littérature.

Les trois outils ; analytique, numérique et expérimental ont été comparés dans le cas du choc sinus. Les nombres adimensionels régissant notre problème ont été variés sur une large gamme de β et de KC afin de mettre en évidence les termes visqueux (contrôlé par le nombre de Stokes β) et d'advection (contrôlé par le nombre de Keulegan-Carpenter KC). La première étape a été d'isoler le terme d'advection en étudiant l'écoulement potentiel à l'aide du modèle analytique de Lamb et de la modélisation numérique. Il est apparu que les forces agissant sur le cylindre étaient régies seulement par le produit de l'accélération du choc sinus avec le terme de masse d'eau déplacée pour des petits et grands déplacements. La répartition de pression quant à elle est gouvernée principalement par l'accélération pour des petits déplacements (petit KC), soit un effet inertiel alors que pour des grands déplacements (grand KC) la pression est proportionnelle au carré de la vitesse mettant en jeu les effets d'advection. Ce phénomène d'advection peut produire des pressions très supérieures de celles prévues pour de petits déplacements. Dans une seconde partie, le terme de viscosité a été isolé, l'étude se restreignant alors au petit déplacement. A l'aide de la modélisation numérique, les profils de vitesses autour du cylindre ont permis de mettre en évidence deux zones, l'une proche de la paroi (couche limite de Stokes) et l'autre plus éloignée du à l'écoulement redressé. Une étude de similitude a permis d'estimer les épaisseurs de chacune d'elle en fonction du nombre de Stokes. Cette étude se révèle indispensable lorsqu'il s'agit de mailler correctement la zone proche de la paroi et de définir la dimension du domaine de calcul.

Dans le cas où le nombre de Stokes est très élevé (fluide peu visqueux et choc sévère), la force est directement proportionnelle à l'accélération via le terme de masse d'eau ajoutée (effet inertiel) alors que pour des nombres de Stokes petits, la force est contrôlée à la fois par le terme inertiel et le terme d'histoire (le terme de traînée n'a presque aucune influence sur la solution). Ce terme d'histoire lié à la viscosité prend en compte les instants précédents du mouvement. La force de cisaillement régie essentiellement par le terme d'histoire n'influe que très peu dans la force totale. La répartition de pression est quant à elle principalement contrôlée pour n'importe quel nombre Stokes par le terme d'inertie comme dans le cas d'un écoulement potentiel et pour de petits déplacements. Dans le cas où les termes de viscosité et d'advection sont couplés, c'est à dire que l'équation de Navier-Stokes est résolue intégralement, la force est principalement dirigée pour des grands déplacements par le terme d'inertie. Il apparaît cependant des écarts pour la répartition de pression. En effet, l'allure générale est contrôlée par les termes d'inertie et d'advection mais les calculs numériques ont montré l'apparition de pics de pression autour de la position moyenne pouvant doubler la pression attendue. D'autre part, les mesures expérimentales prédisent une évolution temporelle au point d'arrêt amont et aval supérieure à celle décrite par les modèles analytiques et numériques ne vérifiant pas la symétrie de l'écoulement[2].

Ce mémoire de thèse s'achève par l'étude d'un problème couplé fluide structure mettant à profit les efforts d'analyse et de synthèse réalisés précédemment. Une étude analytique de couplage développée à l'aide du modèle général a été validée par rapport à la programmation d'un calcul couplé avec le code CFD dans le cas d'un fluide parfait ou visqueux. Dans le cas

[2]Des essais expérimentaux sont en cours de réalisation afin d'expliquer et de comprendre ces phénomènes.

d'un choc "sévère" (grand nombre de STOKES et grand nombre de KEULEGAN-CARPENTER), la force est régie uniquement par le terme d'inertie. La pression quant à elle, est dirigée par le terme d'inertie et d'advection. Il apparaît cependant des fluctuations de pression liées à la présence de zones de vorticité autour du cylindre.

Perspectives

Ce travail a démontré que la force totale s'exerçant sur un cylindre soumis à un choc est principalement gouvernée par des effets inertiels. La répartition de la pression autour du cylindre est plus complexe car des effets inertiels, d'advection et la présence de tourbillons interviennent. Il parait alors intéressant de concentrer les investigations futures dans l'analyse des pressions.

D'un point de vue analytique et numérique, il serait intéressant de poursuivre l'étude d'un problème couplé dans le cas de déformation des parois du cylindre, c'est à dire de prendre en compte les effets locaux de pression et de cisaillements sur la paroi du cylindre. L'idée serait alors de modéliser la paroi du cylindre en une coque et d'implémenter ce développement dans l'interface de couplage avec le code STAR-CD. Ce travail permettrait de prendre en compte dans l'interaction fluide structure les effets globaux (force) et les effets locaux (pression). Un autre travail intéressant à développer serait de simuler les conditions expérimentales en prenant en compte les effets tridimensionnels du problème (par exemple : déformation du cylindre et instabilité tridimensionnelle).

Du point de vue de la conception et de la mise au point du dispositif expérimental, de nombreux travaux restent encore à réaliser afin de perfectionner et de garantir la pérennité du banc d'essai. En effet, lors de séances prolongées d'essais, un échauffement du système d'impulsion apparaît avec pour conséquence de ne plus pouvoir atteindre la pression de service. Une vérification de la distribution et de la mise en pression de la centrale hydraulique a déjà été réalisée et n'a montré aucune anomalie. Un diagnostic de la servo-valve est en cours de réalisation et a pour objet de vérifier la qualité mécanique du tiroir et de la chambre. D'autre part, les signaux de choc ne sont pas en terme d'accélération des sinus parfait, la seconde moitié du signal est plus longue en temps et d'amplitude plus importante que la première moitié. Pour palier cette anomalie, une technique de réglage plus fine de l'asservissement est en cours d'élaboration. Elle consiste à réaliser des opérations de transformées inverses sur la fonction de transfert du système précédemment calculé. Il est alors possible de déterminer la consigne à imposer par rapport à la mesure souhaitée. Cette amélioration de l'asservissement peut-être accomplie en remplaçant le capteur de position du vérin actuel par un capteur ayant une fréquence d'échantillonnage plus importante (la fréquence s'échantillonnage est actuellement de 1000 Hz). D'autre part, les résultats expérimentaux décrits dans ce mémoire ont montré une erreur relative sur la masse d'eau déplacée importante due principalement à une masse ajoutée petite devant la masse du cylindre. Afin d'améliorer ces résultats, il serait utile d'augmenter le diamètre du cylindre afin d'élever la masse ajoutée qui est gouvernée par le diamètre au carré. Par ailleurs, une nouvelle phase de conception et de montage est en cours pour permettre au système de transmission de mouvement de produire des grands déplacements avec des petites accélérations. La solution technologique consiste donc à placer en série des vérins de sections et de courses différentes permettant ainsi d'augmenter la course du cylindre.

D'autre part, des campagnes d'essais sont en cours de réalisation afin d'étudier en particulier la répartition de pression autour du cylindre et de compléter ainsi les essais réalisés pendant la thèse. Ces campagnes consistent à obtenir un maximum de points en réalisant des tirs dans les configurations où le vérin sort et rentre et pour différentes positions angulaires. En outre, les essais réalisées dans le cadre de cette thèse s'effectuent à grand nombres de STOKES. Afin

de faire baisser ce paramètre, un autre fluide plus visqueux peut-être considéré. D'autre part, il est possible aussi d'étudier l'influence de l'état de surface du cylindre sur l'écoulement en augmentant la rugosité du cylindre et l'influence de la hauteur de fluide ainsi que la surface libre pendant le choc.

La suite de cette collaboration de recherche (ERT "Mise en Impulsion de Structure Couplée à un Fluide", 2006-2009) engagée entre DCN Propulsion et le laboratoire de Thermocinétique de Nantes consiste à prendre en compte un confinement du cylindre d'étude par autre cylindre de diamètre plus important[3]. Ces travaux sont conduits dans la thèse de C. Leblond (2004-2007).

[3]Cette géométrie est représentative d'appareils embarqués sur les navires militaires.

Modèle de Stokes - Solution analytique d'un cylindre oscillant dans un fluide au repos

Le problème exposé est celui de l'oscillation unidirectionnelle $U_0 e^{iwt}$ d'un cylindre de diamètre D dans un fluide visqueux ν incompressible ρ en milieu infini bidimensionel et étudié par Stokes (1851) (voir figure 7). Les équations de Navier Stokes sont :

$$\begin{cases} \nabla.\mathbf{V} = 0 & \text{(A.1)} \\ \rho\dfrac{\partial \mathbf{V}}{\partial t} + \rho\mathbf{V}.\nabla\mathbf{V} = -\nabla p + \nu\Delta\mathbf{V} & \text{(A.2)} \end{cases}$$

Dans le cas de petits mouvements du cylindre, le terme non linéaire d'advection devient négligeable devant les autres termes. Selon cette hypothèse, les équations (A.2) et (A.1) s'écrivent en coordonnées cartésiennes :

$$\begin{cases} \dfrac{1}{\rho}\dfrac{\partial p}{\partial x} = \nu\left[\dfrac{\partial^2 u}{\partial x^2} + \dfrac{\partial^2 u}{\partial y^2}\right] - \dfrac{\partial u}{\partial t} & \text{(A.3)} \\ \dfrac{1}{\rho}\dfrac{\partial p}{\partial y} = \nu\left[\dfrac{\partial^2 v}{\partial x^2} + \dfrac{\partial^2 v}{\partial y^2}\right] - \dfrac{\partial v}{\partial t} & \text{(A.4)} \\ \dfrac{\partial u}{\partial x} + \dfrac{\partial v}{\partial y} = 0 & \text{(A.5)} \end{cases}$$

avec les conditions aux limites :

$$u|_{y=D/2} = U_0 e^{iwt} \quad v|_{y=D/2} = 0 \quad u|_{y\to\infty} = v|_{y\to\infty} = 0 \tag{A.6}$$

En partant de l'équation (A.5), il est possible de définir une fonction de courant ψ vérifiant :

$$\begin{cases} \dfrac{\partial \psi}{\partial x} = -v & \text{(A.7)} \\ \dfrac{\partial \psi}{\partial y} = u & \text{(A.8)} \end{cases}$$

de sorte que :

$$d\psi = \frac{\partial \psi}{\partial x}dx + \frac{\partial \psi}{\partial y}dy = udy - vdx \tag{A.9}$$

En dérivant les équations (A.3) et (A.4) par rapport à y et x et en éliminant la pression, il vient :

$$\begin{cases} \dfrac{\partial^2 p}{\partial y \partial x} = \mu \dfrac{\partial}{\partial y}\left[\dfrac{\partial^2 u}{\partial x^2} + \dfrac{\partial^2 u}{\partial y^2}\right] - \rho \dfrac{\partial^2 u}{\partial y \partial t} = \mu \dfrac{\partial}{\partial y}\left[\dfrac{\partial^2 v}{\partial x^2} + \dfrac{\partial^2 v}{\partial y^2}\right] - \rho \dfrac{\partial^2 v}{\partial x \partial t} \\ \mu\left[\dfrac{\partial^3 u}{\partial y \partial x^2} + \dfrac{\partial^3 u}{\partial y^3} - \dfrac{\partial^3 v}{\partial x^3} - \dfrac{\partial^3 v}{\partial y^2 \partial x}\right] - \rho \dfrac{\partial}{\partial t}\left[\dfrac{\partial u}{\partial y} - \dfrac{\partial v}{\partial x}\right] = 0 \\ \left[\dfrac{\partial^2}{\partial x^2} + \dfrac{\partial^2}{\partial y^2}\right]\left[\dfrac{\partial u}{\partial y} - \dfrac{\partial v}{\partial x}\right] - \dfrac{1}{\nu}\dfrac{\partial}{\partial t}\left[\dfrac{\partial u}{\partial y} - \dfrac{\partial v}{\partial x}\right] = 0 \\ \left[\dfrac{\partial^2}{\partial x^2} + \dfrac{\partial^2}{\partial y^2} - \dfrac{1}{\nu}\dfrac{\partial}{\partial t}\right]\left[\dfrac{\partial u}{\partial y} - \dfrac{\partial v}{\partial x}\right] = 0 \end{cases} \tag{A.10}$$

D'autre part, en dérivant u dans (A.7) par y et v dans (A.8) par x, il vient :

$$\begin{cases} \dfrac{\partial u}{\partial y} = \dfrac{\partial^2 \psi}{\partial y^2} & \text{(A.11)} \\ \dfrac{\partial v}{\partial x} = -\dfrac{\partial^2 \psi}{\partial x^2} & \text{(A.12)} \end{cases}$$

En repartant des expressions dans (A.10), il vient :

$$\left[\frac{\partial^2}{\partial x^2} + \frac{\partial^2}{\partial y^2} - \frac{1}{\nu}\frac{\partial}{\partial t}\right]\left[\frac{\partial^2}{\partial x^2} + \frac{\partial^2}{\partial y^2}\right]\psi = 0 \tag{A.13}$$

La solution ψ peut se mettre sous la forme d'une somme :

$$\psi = \psi_1 + \psi_2 \tag{A.14}$$

On trouve alors deux relations à partir des équations (A.13) et (A.14) :

$$\begin{cases} \left[\dfrac{\partial^2}{\partial x^2} + \dfrac{\partial^2}{\partial y^2}\right]\psi_1 = 0 & \text{(A.15)} \\ \left[\dfrac{\partial^2}{\partial x^2} + \dfrac{\partial^2}{\partial y^2} - \dfrac{1}{\nu}\dfrac{\partial}{\partial t}\right]\psi_2 = 0 & \text{(A.16)} \end{cases}$$

On cherche maintenant le terme de pression qui peut s'écrire sous la forme d'une différentielle totale :

$$dp = \frac{\partial p}{\partial x}dx + \frac{\partial p}{\partial y}dy \tag{A.17}$$

A l'aide de l'équation (A.3) et de la relation (A.8), on trouve :

$$\frac{\partial p}{\partial x} = \mu\left[\frac{\partial^2}{\partial x^2} + \frac{\partial^2}{\partial y^2} - \frac{\partial}{\partial t}\right]\frac{\partial \psi}{\partial y} \tag{A.18}$$

et en remplaçant ψ par la relation (A.14), l'équation devient :

$$\frac{\partial p}{\partial x} = \mu\frac{\partial}{\partial y}\left[\frac{\partial^2 \psi_1}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \psi_1}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 \psi_2}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \psi_2}{\partial y^2} - \frac{\partial \psi_2}{\partial t} - \frac{\partial \psi_1}{\partial t}\right] \tag{A.19}$$

D'après les équations (A.15) et (A.16), l'équation précédente se simplifie :

$$\frac{\partial p}{\partial x} = -\rho\frac{\partial^2 \psi_1}{\partial y \partial t} \tag{A.20}$$

Le deuxième terme en y de l'équation différentielle (A.17) se résout de la même manière,

$$\frac{\partial p}{\partial y} = \rho \frac{\partial^2 \psi_1}{\partial x \partial t} \tag{A.21}$$

et l'on trouve alors le terme de pression avec les équations (A.17)(A.20)(A.21) sous la forme :

$$dp = \rho \frac{\partial^2 \psi_1}{\partial x \partial t} dy - \rho \frac{\partial^2 \psi_1}{\partial y \partial t} dx \tag{A.22}$$

L'ensemble de ces équations ci-dessus peut s'écrire dans le système de coordonnées cylindriques en utilisant le changement de variables :

$$x = rcos\theta \ ; \ y = rsin\theta \ ; \ u = u_r cos\theta - v_\theta sin\theta \ ; \ v = u_r sin\theta + v_\theta cos\theta \tag{A.23}$$

Les relations (A.9),(A.15),(A.16),(A.22) et (A.6) deviennent ainsi :

$$\begin{cases} d\psi = u_r r d\theta - v_\theta dr & \text{(A.24)} \\ \left[\dfrac{\partial^2}{\partial r^2} + \dfrac{1}{r}\dfrac{\partial}{\partial r} + \dfrac{1}{r^2}\dfrac{\partial^2}{\partial \theta^2} \right] \psi_1 = 0 & \text{(A.25)} \\ \left[\dfrac{\partial^2}{\partial r^2} + \dfrac{1}{r}\dfrac{\partial}{\partial r} + \dfrac{1}{r^2}\dfrac{\partial^2}{\partial \theta^2} - \dfrac{1}{\nu}\dfrac{\partial}{\partial t} \right] \psi_2 = 0 & \text{(A.26)} \\ dp = \rho \dfrac{\partial}{\partial t} \left[\dfrac{\partial \psi_1}{\partial r} r d\theta - \dfrac{1}{r}\dfrac{\partial \psi_1}{\partial \theta} dr \right] & \text{(A.27)} \\ u_r|_{r=D/2} = U_0 cos\theta e^{iwt} \ ; \ v_\theta|_{r=D/2} = -U_0 sin\theta e^{iwt} \ ; \ u_r|_{r\to\infty} = v_\theta|_{r\to\infty} = 0 & \text{(A.28)} \end{cases}$$

On cherche alors les solutions aux équations (A.25) et (A.26) sous la forme :

$$\psi_1 = e^{iwt} sin\theta F_1(r) \ ; \ \psi_2 = e^{iwt} sin\theta F_2(r) \tag{A.29}$$

qui vérifient les conditions aux limites (A.28). $F_1(r)$ est solution de l'équation (A.25) :

$$sin\theta e^{iwt} \left[-\frac{F_1}{r^2} + \frac{F_1'}{r} + F_1'' \right] = 0 \tag{A.30}$$

soit :

$$F_1(r) = \frac{A_1}{r} + A_2 r \tag{A.31}$$

et ψ_1 s'écrit :

$$\psi_1(r,\theta) = \left(\frac{A_1}{r} + A_2 r \right) sin\theta e^{iwt} \tag{A.32}$$

De la même manière, on détermine la fonction ψ_2 :

$$sin\theta e^{iwt} \left[-\frac{F_2}{r^2} + \frac{F_2'}{r} + F_2'' - \frac{iw}{\nu} F_2 \right] = 0 \tag{A.33}$$

ou encore :

$$r^2 F_2'' + r F_2' - (1 + \lambda^2 r^2) F_2 = 0 \tag{A.34}$$

en posant $\lambda = iw/\nu$. La solution de cette équation différentielle est (Abramowitz & Stegun, 1970) :

$$F_2(r) = A_3 I_1(r\lambda) + A_4 K_1(r\lambda) \tag{A.35}$$

avec I_1 fonction de Bessel modifiée de première en espèce et K_1 fonction de Bessel modifiée de second espèce d'ordre 1. Ces fonctions sont présentés sur la figure (A.1).

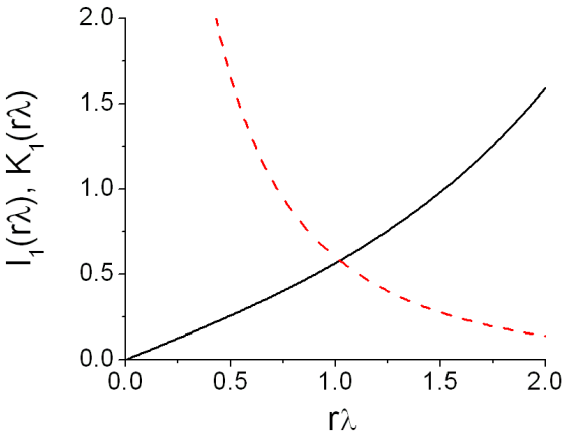


Fig. A.1 – Fonction de Bessel I_1 et K_1 en fonction de $r\lambda$. — $I_1(r\lambda)$; - - - $K_1(r\lambda)$.

On a ainsi :

$$\psi_2(r,\theta) = \left(A_3 I_1(r\lambda) + A_4 K_1(r\lambda)\right) sin\theta e^{iwt} \tag{A.36}$$

La solution final ψ s'écrit alors :

$$\psi(r,\theta) = \left(\frac{A_1}{r} + A_2 r + A_3 I_1(r\lambda) + A_4 K_1(r\lambda)\right) sin\theta e^{iwt} \tag{A.37}$$

avec les relations (A.24) et (A.28), les conditions aux limites portant sur la fonction ψ s'écrivent :

$$u_r|_{r=D/2} = \frac{1}{r}\frac{\partial\psi}{\partial\theta} = U_0 cos\theta e^{iwt} \quad ; \quad v_\theta|_{r=D/2} = -\frac{\partial\psi}{\partial r} = -U_0 sin\theta e^{iwt} \tag{A.38}$$

$$u_r|_{r\to\infty} = \frac{1}{r}\frac{\partial\psi}{\partial\theta} = 0 \quad ; \quad v_\theta|_{r\to\infty} = -\frac{\partial\psi}{\partial r} = 0 \tag{A.39}$$

On determine alors les constantes A_1,A_2,A_3 et A_4 en résolvant le système (A.38 - A.38). Il vient :

$$A_1 = \frac{D^2}{4}U_0 + \frac{DU_0}{\lambda}\frac{K_1(\lambda D/2)}{K_0(\lambda D/2)} \; ; \; A_2 = 0 \; ; \; A_3 = 0 \; ; \; A_4 = -\frac{2U_0}{\lambda K_0(\lambda D/2)} \tag{A.40}$$

$\psi(r,\theta)$ est alors donné par :

$$\psi = \left(\frac{D^2}{4r} + \frac{D}{\lambda r}\frac{K_1(\lambda D/2)}{K_0(\lambda D/2)} - \frac{2}{\lambda}\frac{K_1(\lambda r)}{K_0(\lambda D/2)}\right) U_0 sin\theta e^{iwt} \tag{A.41}$$

La force s'exerçant sur le cylindre se calcule comme :

$$\varphi_i = \int_{\partial\Omega} \Sigma_{ij} n_j \partial\Gamma \tag{A.42}$$

avec $\partial\Gamma$ la surface du cylindre. Le tenseur de contraintes Σ_{ij} s'écrit sous suivante, en distinguant les contraintes de pression et les contraintes de cisaillements :

$$\Sigma_{ij} = -p\delta_{ij} + \tau_{ij} \tag{A.43}$$

En coordonnée cylindrique, ce tenseur s'écrit :

$$\Sigma_{ij} = \begin{bmatrix} -p + 2\mu\dfrac{\partial u_r}{\partial r} & \mu\left[\dfrac{\partial v_\theta}{\partial r} + \dfrac{1}{r}\dfrac{\partial u_r}{\partial \theta} - \dfrac{v_\theta}{r}\right] \\ \mu\left[\dfrac{\partial v_\theta}{\partial r} + \dfrac{1}{r}\dfrac{\partial u_r}{\partial \theta} - \dfrac{v_\theta}{r}\right] & -p + \dfrac{2\mu}{r}\dfrac{\partial v_\theta}{\partial \theta} + \dfrac{2\mu u_r}{r} \end{bmatrix} \tag{A.44}$$

Compte tenu des relations (A.27),(A.14),(A.32) et (A.40), $p(r,\theta)$ s'écrit sous la forme suivante :

$$p = \frac{\rho cos\theta D^2}{4r}\left[1 + \frac{4}{\lambda D}\frac{K_1(\lambda D/2)}{K_0(\lambda D/2)}\right]\ddot{\chi}(t) \tag{A.45}$$

Ainsi la force[1] φ_1 s'exerçant sur le cylindre suivant la direction du mouvement s'écrit :

$$\varphi_1 = \frac{D}{2}\int_0^{2\pi}\left[\left(-p_{D/2} + 2\mu\frac{\partial u_r}{\partial r}\bigg|_{D/2}\right)cos\theta + \mu\left(\frac{\partial v_\theta}{\partial r}\bigg|_{D/2} + \frac{1}{r}\frac{\partial u_r}{\partial \theta}\bigg|_{D/2} - \frac{v_\theta}{r}\bigg|_{D/2}\right)sin\theta\right]d\theta \tag{A.46}$$

En effectuant la somme des équations (A.25) et (A.26) et à l'aide de l'équation (A.14) :

$$\frac{\partial^2\psi}{\partial r^2} + \frac{1}{r}\frac{\partial\psi}{\partial r} + \frac{1}{r^2}\frac{\partial^2\psi}{\partial\theta^2} - \frac{1}{\nu}\frac{\partial\psi_2}{\partial t} = 0 \tag{A.47}$$

Avec les conditions aux limites (A.38) et les équations (A.24),(A.47), on calcule :

$$\frac{\partial u_r}{\partial r}\bigg|_{D/2} = \frac{\partial}{\partial r}\left(\frac{1}{r}\frac{\partial\psi}{\partial\theta}\right)\bigg|_{D/2} = \frac{\partial}{\partial r}\left(\frac{1}{r}rU_0 cos\theta e^{iwt}\right)\bigg|_{D/2} = 0 \tag{A.48}$$

$$\frac{1}{r}\frac{\partial u_r}{\partial\theta}\bigg|_{D/2} = \frac{1}{r}\frac{\partial}{\partial\theta}\left(\frac{1}{r}\frac{\partial\psi}{\partial\theta}\right)\bigg|_{D/2} = -\frac{2U_0}{D}sin\theta e^{iwt} \tag{A.49}$$

$$\frac{v_\theta}{r}\bigg|_{D/2} = -\frac{2U_0}{D}sin\theta e^{iwt} \tag{A.50}$$

$$\frac{\partial v_\theta}{\partial r}\bigg|_{D/2} = -\frac{\partial^2\psi}{\partial r^2}\bigg|_{D/2} = \frac{1}{r}\frac{\partial\psi}{\partial r}\bigg|_{D/2} + \frac{1}{r^2}\frac{\partial^2\psi}{\partial\theta^2}\bigg|_{D/2} - \frac{1}{\nu}\frac{\partial\psi_2}{\partial t}\bigg|_{D/2} = -\frac{1}{\nu}\frac{\partial\psi_2}{\partial t}\bigg|_{D/2} \tag{A.51}$$

La force φ s'écrit alors :

$$\varphi = \frac{D}{2}\int_0^{2\pi}\left[-p_{D/2}cos\theta - \rho\frac{\partial\psi_2}{\partial t}\bigg|_{D/2}sin\theta\right]d\theta \tag{A.52}$$

[1] L'indice 1 définissant la direction est supprimé dans la suite de l'étude.

En intégrant par parties le premier terme, on a :

$$\int_0^{2\pi} p_{D/2} cos\theta d\theta = \left[p_{D/2} sin\theta\right]_0^{2\pi} - \int_0^{2\pi} \left.\frac{\partial p}{\partial \theta}\right|_{D/2} sin\theta d\theta \tag{A.53}$$

Le terme de bord s'annule et le second terme se calcule avec (A.27), il vient alors :

$$\varphi = \frac{D}{2}\int_0^{2\pi} \left[\rho \left.\frac{\partial^2 \psi_1}{\partial t \partial r}\right|_{D/2} + \rho \left.\frac{\partial \psi_2}{\partial t}\right|_{D/2}\right] sin\theta d\theta \tag{A.54}$$

ou encore :

$$\varphi = \frac{\rho D}{2}\frac{\partial}{\partial t}\int_0^{2\pi} \left[\left.\frac{\partial \psi_1}{\partial r}\right|_{D/2} + \psi_2|_{D/2}\right] sin\theta d\theta \tag{A.55}$$

En remplaçant les expressions ψ_1 et ψ_2, on établit :

$$\varphi = \frac{\rho D U_0}{2}\frac{\partial}{\partial t}\left[\frac{D}{2}\left[-\left[1 + \frac{2}{\lambda D/2}\frac{K_1(\lambda D/2)}{K_0(\lambda D/2)}\right] - \frac{2}{\lambda}\frac{K_1(\lambda D/2)}{K_0(\lambda D/2)}\right]\right]\int_0^{2\pi} sin^2\theta d\theta . e^{iwt} \tag{A.56}$$

soit :

$$\varphi = -M_D\left[\left(1 + \frac{4}{\lambda D}\frac{K_1(\lambda D/2)}{K_0(\lambda D/2)}\right) U_0 iwe^{iwt} + \left(\frac{4}{\lambda D}\frac{K_1(\lambda D/2)}{K_0(\lambda D/2)}\right) U_0 iwe^{iwt}\right] \tag{A.57}$$

avec M_D le terme de masse de fluide déplacée défini par $M_D = \dfrac{\rho\pi D^2}{4}$. L'équation peut se simplifier en posant

$$h - ih' = \frac{4}{\lambda D}\frac{K_1(\lambda D/2)}{K_0(\lambda D/2)} \tag{A.58}$$

et devient alors :

$$\varphi = -M_D[(\frac{1}{2} + h)\ddot{\chi}(t) + h' w\dot{\chi}(t)] - 2M_D[h\ddot{\chi}(t) + h' w\dot{\chi}(t)] \tag{A.59}$$

avec $\ddot{\chi}(t)$, l'accélération du cylindre et $\dot{\chi}(t)$ sa vitesse. En regroupant les termes d'accélération et de vitesse, l'équation précédente s'écrit :

$$\begin{cases} \varphi = C_M\ddot{\chi}(t) + C_V\dot{\chi}(t) \\ C_M = M_d k \\ C_V = M_d w k' \\ k - ik' = 1 + \dfrac{8}{\lambda D}\dfrac{K_1(\lambda D/2)}{K_0(\lambda D/2)} \end{cases} \tag{A.60}$$

avec C_M le coefficient de masse de fluide ajoutée et C_V le coefficient d'amortissement.

Modèle de Blasius - Solution analytique d'un corps soumis à une vitesse constante

Cette annexe détaille succinctement la méthode utilisé par Blasius (1908) pour résoudre le problème de l'écoulement engendré par le le mouvement d'un corps soumis à une vitesse constante (voir figure 7). Dans le cas d'un corps évoluant dans fluide visqueux incompressible, l'équation de continuité et l'équation de conservation de quantité de mouvement selon la direction **x** s'écrivent respectivement :

$$\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} = 0 \tag{B.1}$$

$$\frac{\partial u}{\partial t} + u\frac{\partial u}{\partial x} + v\frac{\partial u}{\partial y} = -\frac{\partial p}{\partial x} + \nu\frac{\partial^2 u}{\partial y^2} \tag{B.2}$$

ou x et y sont les distances parallèles et normales à la surface ; et u et v sont les composantes de vitesses. Le problème est résolu dans le cas d'un cylindre fixe par rapport à un fluide en mouvement. Les conditions aux limites s'écrivent alors :

$$u|_{y=0} = 0 \quad ; \quad v|_{y=0} = 0 \tag{B.3}$$

$$u|_{y=\infty} = \overline{U}(U_0, x) \quad ; \quad v|_{y=\infty} = 0 \tag{B.4}$$

avec $\overline{U}$ la vitesse à la frontière externe de la couche limite. Selon Blasius (1908), il est possible de résoudre les équations (B.1) et (B.2) par une suite d'approximations successives en se basant sur le raisonnement suivant. Dans les tous premiers instants, après que le mouvement est initié, la couche limite est très fine. Le terme visqueux $\nu\partial^2 u/\partial y^2$ est grand alors que les termes convectifs conservent des valeurs modérées. Quelques instants après, le terme visqueux est nuancé par le terme instationnaire $\partial u/\partial t$ et par le terme de pression. Il est possible d'exprimer le champ de vitesse u comme la somme d'une série :

$$u(x, y, t) = u_0(x, y, t) + u_1(x, y, t) + ... \tag{B.5}$$

Sous les conditions décrites ci-dessous, la vitesse u_0 satisfait l'équation différentielle linéaire :

$$\frac{\partial u_0}{\partial t} - \nu\frac{\partial^2 u_0}{\partial y^2} = 0 \tag{B.6}$$

avec $y = 0$ pour $u_0 = 0$ et $y = \infty$ pour $u_0 = U_0(x, t)$. L'équation pour la seconde approximation u_1 est obtenue en considérant que les termes convectifs sont calculés à partir de la connaissance de u_0, c'est à dire en résolvant :

$$\frac{\partial u_1}{\partial t} - \nu\frac{\partial^2 u_1}{\partial y^2} = \overline{U}\frac{\partial \overline{U}}{\partial x} - u_0\frac{\partial u_0}{\partial x} + v_0\frac{\partial u_0}{\partial y} \tag{B.7}$$

Cette équation devient linéaire car la variable u_0 est connue. Des approximations d'ordre plus élevé u_2, u_3, ... peuvent être obtenues de la même façon mais la complexité de la méthode augmente rapidement avec l'ordre d'approximation. Ayant défini les principes de la méthode, il est alors possible de résoudre le problème dans le cas d'un cylindre. La coordonnée x est la distance le long de ce dernier à partir du point d'arrêt amont et la coordonnée y est normale à la surface du cylindre. La vitesse $\overline{U}$ le long de la couche limite s'écrit alors :

$$\overline{U}(x) = U_0 \sin \frac{2x}{D} \tag{B.8}$$

La fonction de courant est écrite sous la forme d'une série de puissance :

$$\psi(x, y, t) = 2\sqrt{\nu t} \left[\overline{U}\zeta_0(\eta) + t\overline{U}\frac{d\overline{U}}{dx}\zeta_1(\eta) + ... \right] \tag{B.9}$$

avec η un nombre adimensionnel représentant la distance y par rapport à l'épaisseur caractéristique de couche limite, soit $\eta = y/2\sqrt{\nu t}$. Le champ de vitesse correspondant s'écrit alors $u = \partial\psi/\partial y$ et $v = \partial\psi/\partial y$:

$$u = \overline{U}\zeta_0' + t\overline{U}\frac{d\overline{U}}{dx}\zeta_1' + ... \tag{B.10}$$

$$v = -2\sqrt{\nu t} \left[\frac{d\overline{U}}{dx}\zeta_0 + t \left[\left(\frac{d\overline{U}}{dx} \right)^2 + \overline{U}\frac{d^2\overline{U}}{dx^2} \right] \zeta_1 + ... \right] \tag{B.11}$$

En insérant l'expression de u dans l'équation (B.6), on obtient une équation différentielle :

$$\zeta_0''' + 2\eta\zeta_0'' = 0 \tag{B.12}$$

avec $\zeta_0 = \zeta_0' = 0$ pour $\eta = 0$ et $\zeta_0' = 1$ pour $\eta = \infty$. La solution de l'équation est alors $\zeta_0' = \text{erfc}\ \eta$. En combinant cette fois-ci l'équation (B.7) avec les relations définissant u et v, on établit :

$$\zeta_1''' + 2\eta\zeta_1'' - 4\eta\zeta_1' = 4(\zeta_0' 2 + \zeta_0\zeta_0'' - 1) \tag{B.13}$$

avec $\zeta_1 = \zeta_1' = 0$ pour $\eta = 0$ et $\zeta_1' = 1$ pour $\eta = \infty$. La solution de l'équation (B.13) est une somme de termes de fonction d'erreur erfc. En première approximation, il est possible de déterminer la contrainte de cisaillement σ sur une tranche de surface du cylindre :

$$\sigma = \mu \left(\frac{\partial u}{\partial y} \right) \Bigg|_{y=0} = \sqrt{\frac{\rho\mu}{\pi t}}\overline{U} \tag{B.14}$$

et en intégrant la contrainte le long du cylindre, la force de cisaillement s'exerçant sur le cylindre est égale à :

$$\varphi_\sigma = M_D \left[\frac{4}{D}\sqrt{\frac{\nu}{\pi t}}U_0 \right] \tag{B.15}$$

avec $M_D = \dfrac{\rho\pi D^2}{4}$.

Modèle de Lamb - Solution analytique d'un corps se déplaçant dans un milieu non visqueux

Le problème abordé ici concerne le calcul de la pression et des forces fluides s'appliquant sur un cylindre se déplaçant dans milieu non visqueux (voir figure 7). La résolution de ce problème est conduite dans le cas d'un cylindre fixe par rapport au fluide en mouvement. Les conditions aux limites à l'infini s'écrivent :

$$\begin{cases} u = \dot{\chi}(t)\cos\theta \\ v = \dot{\chi}(t)\sin\theta \end{cases} \tag{C.1}$$

alors que la vitesse à la paroi du cylindre est nulle. Dans le cas d'un fluide parfait, les équations de continuité et de conservation de la quantité de mouvement deviennent :

$$\begin{cases} \nabla.\mathbf{V} = 0 \\ \dfrac{D\mathbf{V}}{Dt} = -\dfrac{\nabla p}{\rho} \end{cases}$$

Le fluide étant supposé non visqueux, l'écoulement est irrotationnel :

$$\nabla \wedge \mathbf{V} = 0 \tag{C.2}$$

Cette condition assure l'existence d'un fonction potentiel Φ définie par :

$$\mathbf{V} = \nabla\Phi \tag{C.3}$$

Le terme de dérivée particulaire de l'équation de conservation de quantité de mouvement peut se décomposer en un terme d'accélération et un terme d'advection. Ce dernier se scinde en deux termes :

$$\mathbf{V}\nabla.\mathbf{V} = \frac{1}{2}\nabla\mathbf{V}^2 + (\nabla \wedge \mathbf{V}) \wedge \mathbf{V} \tag{C.4}$$

En tenant compte de la condition d'irrotationnalité et de la définition du potentiel de vitesse, l'équation de conservation devient la relation de Bernouilli :

$$\rho\frac{\partial\Phi}{\partial t} + \frac{\rho}{2}\mathbf{V}^2 = -p \tag{C.5}$$

A l'aide de l'équation de continuité et de la définition du potentiel des vitesses, le champ de vitesse en coordonnées cylindriques s'écrit :

$$u = \frac{\partial\Phi}{\partial r} \quad ; \quad v = \frac{\partial\Phi}{\partial\theta} \quad \text{avec} \quad \frac{1}{r}\frac{\partial}{\partial r}(ru) + \frac{1}{r}\frac{\partial v}{\partial\theta} = 0 \tag{C.6}$$

En utilisant la définition de Φ, on établit que ce dernier vérifie :

$$\frac{1}{r}\frac{\partial \Phi}{\partial r} + \frac{\partial^2 \Phi}{\partial r^2} + \frac{1}{r^2}\frac{\partial^2 \Phi}{\partial \theta^2} = 0 \tag{C.7}$$

On cherche la solution de cette équation sous la forme $\Phi = f(r)\cos\theta$. En regroupant cette expression dans la relation précédente, on établit que $f(r)$ est solution de :

$$r^2 f''(r) + r f' - f = 0 \tag{C.8}$$

dont la solution est

$$f(r) = \alpha r + \frac{\beta}{r} \tag{C.9}$$

En utilisant les propriétés du potentiel de vitesse, les conditions aux limites et la solution générale Φ, les inconnues α et β s'écrivent :

$$\begin{cases} u|_{r\to\infty} = \left.\dfrac{\partial \Phi}{\partial r}\right|_{r\to\infty} \Longleftrightarrow \alpha = \dot{\chi}(t) & \text{(C.10)} \\ u|_{r=a} = \left.\dfrac{\partial \Phi}{\partial r}\right|_{r=a} \Longleftrightarrow \left(\alpha - \dfrac{4\beta}{D^2}\right)\cos\theta = 0 \Longrightarrow \beta = \dfrac{D^2}{4}\dot{\chi}(t) & \text{(C.11)} \end{cases}$$

Ainsi la fonction Φ et les composantes de vitesses u et v s'écrivent (Smits, 2000, pp:221-224) :

$$\begin{cases} \Phi = \left(r + \dfrac{D^2}{4r}\right)\dot{\chi}(t)\cos\theta & \text{(C.12)} \\ u = \left(1 - \dfrac{D^2}{4r^2}\right)\dot{\chi}(t)\cos\theta & \text{(C.13)} \\ v = -\left(1 + \dfrac{D^2}{4r^2}\right)\dot{\chi}(t)\sin\theta & \text{(C.14)} \end{cases}$$

Tenant compte de ces résultats, il est possible de calculer la pression à l'aide de l'équation de Bernouilli :

$$p = -\rho\left(r + \frac{D^2}{4r}\right)\ddot{\chi}(t)\cos\theta - \rho\frac{\dot{\chi}(t)^2}{2}\left[1 + \frac{D^4}{16r^4} + \frac{D^2}{2}\left[2\sin^2\theta - 1\right]\right] + p_0 \tag{C.15}$$

En utilisant la condition au limite à l'infini, la pression p est égale à la pression à l'infini p_∞ :

$$p(r \to \infty, \theta = \pi/2) = p_\infty \tag{C.16}$$

et il vient la constante p_0 :

$$p_0 = p_\infty + \rho\frac{\dot{\chi}(t)^2}{2} \tag{C.17}$$

Le champ de pression à la paroi du cylindre s'écrit alors (Lamb, 1963, pp:76-77) :

$$p = p_\infty - \rho D\ddot{\chi}(t)\cos\theta - \rho\frac{\dot{\chi}(t)^2}{2}\left[4\sin^2\theta - 1\right] \tag{C.18}$$

La force s'appliquant sur ce dernier est ainsi :

$$\varphi = \frac{D}{2}\int_0^{2\pi} p\cos\theta d\theta = -\frac{\rho\pi D^2}{2}\ddot{\chi}(t) \tag{C.19}$$

La pression et la force décrites précédemment sont valables pour un écoulement imposé au domaine fluide avec un cylindre fixe. Dans le cas où le cylindre est mobile, il est nécessaire d'opérer le changement de variable :

$$\mathbf{V_M} = \mathbf{V} - \dot{\chi}(t).\mathbf{x} \tag{C.20}$$

avec $\mathbf{V_M}$ le champ de vitesse produit par le déplacement du cylindre. L'équation de conservation de quantité de mouvement s'écrit alors dans ce second problème sous la forme suivante :

$$\frac{D\mathbf{V_M}}{Dt} = -\frac{\nabla p_M}{\rho} \tag{C.21}$$

avec p_M la pression s'exerçant autour du cylindre mobile. En injectant la relation du changement de variable dans l'équation précédente, il vient :

$$\frac{D\mathbf{V}}{Dt} = \frac{\partial\dot{\chi}(t)}{\partial t} - \frac{\nabla p_M}{\rho} \tag{C.22}$$

Cette relation peut être identifiée à l'équation de conservation de quantité de mouvement dans le cas d'un cylindre fixe, d'où :

$$p_M = p + \rho\ddot{\chi}(t).\mathbf{x} \tag{C.23}$$

En coordonnées cylindriques, la pression s'écrit :

$$p_M = p + \rho\ddot{\chi}(t)r\cos\theta \tag{C.24}$$

plus on en déduit le champ de pression pariétal et la force s'exerçant sur le cylindre s'écrit

$$\begin{cases} p = p_\infty - \dfrac{\rho D}{2}\ddot{\chi}(t)\cos\theta - \rho\dfrac{\dot{\chi}(t)^2}{2}\left[4\sin^2\theta - 1\right] & \text{(C.25)} \\ \varphi = -\dfrac{\rho\pi D^2}{4}\ddot{\chi}(t) & \text{(C.26)} \end{cases}$$

Modèle de Houbolt - Intégration d'un système linéaire

Le problème abordé ici concerne l'intégration temporelle par la méthode de Houbolt d'un système linéaire s'écrivant sous la forme suivante :

$$M\ddot{z}(t) + B\dot{z}(t) + Cz(t) = F(t) \tag{D.1}$$

avec les conditions initiales :

$$\begin{cases} z(0) = z_0 & \text{(D.2)} \\ \dot{z}(0) = \dot{z}_0 & \text{(D.3)} \end{cases}$$

La méthode de Houbolt est une méthode du second ordre inconditionnellement stable qui utilise les schémas de discrétisation temporelle suivants (Bathe & Wilson, 1973) :

$$\begin{cases} \ddot{z}_{i+1} = \dfrac{1}{\delta t^2}\left[2z_{i+1} - 5z_i + 4z_{i-1} - 2z_{i-2}\right] & \text{(D.4)} \\ \dot{z}_{i+1} = \dfrac{1}{6\delta t}\left[11z_{i+1} - 18z_i + 9z_{i-1} - 2z_{i-2}\right] & \text{(D.5)} \end{cases}$$

avec δt le pas de temps d'intégration. L'équilibre étant écrit à t_{i+1} :

$$M\ddot{z_{i+1}} + B\dot{z_{i+1}} + Cz_{i+1} = F_{i+1} \tag{D.6}$$

En reportant les relations (D.4) dans l'équation précédente (D.6), il vient (Subbaraj & Dokainish, 1989) :

$$\begin{cases} z_{i+1} = \dfrac{F_{i+1} + M_S\left(a_2 z_i + a_4 z_{i-1} + a_6 z_{i-2}\right] + B_S\left(a_3 z_i + a_5 z_{i-1} + a_7 z_{i-2}\right]}{K_S + a_0 M_S + a_1 B_S} & \text{(D.7)} \\ \dot{z}_{i+1} = a_1 z_{i+1} - a_3 z_i - a_5 z_{i-1} - a_7 z_{i-2} & \text{(D.8)} \\ \ddot{z}_{i+1} = a_0 z_{i+1} - a_2 z_i - a_4 z_{i-1} - a_6 z_{i-2} & \text{(D.9)} \end{cases}$$

Le système (D.7) est alors itéré jusqu'à l'itération finale. Les coefficients a_0 à a_7 s'écrivent :

$$a_0 = \frac{2}{\delta^2}\ ;\ a_1 = \frac{11}{6\delta}\ ;\ a_2 = \frac{5}{\delta^2}\ ;\ a_3 = \frac{3}{\delta}\ ;\ a_4 = -\frac{4}{\delta^2}\ ;\ a_5 = -\frac{3}{2\delta}\ ;\ a_6 = \frac{1}{\delta^2}\ ;\ a_7 = \frac{1}{3\delta} \tag{D.10}$$

Architecture d'un calcul couplé sous STAR-CD

Cette annexe détaille l'architecture et l'organisation de la procédure de couplage sous le code STAR-CD ainsi que la définition des fichiers utilisés. Le rectangle en pointillé contient la procédure de calcul pour une itération.

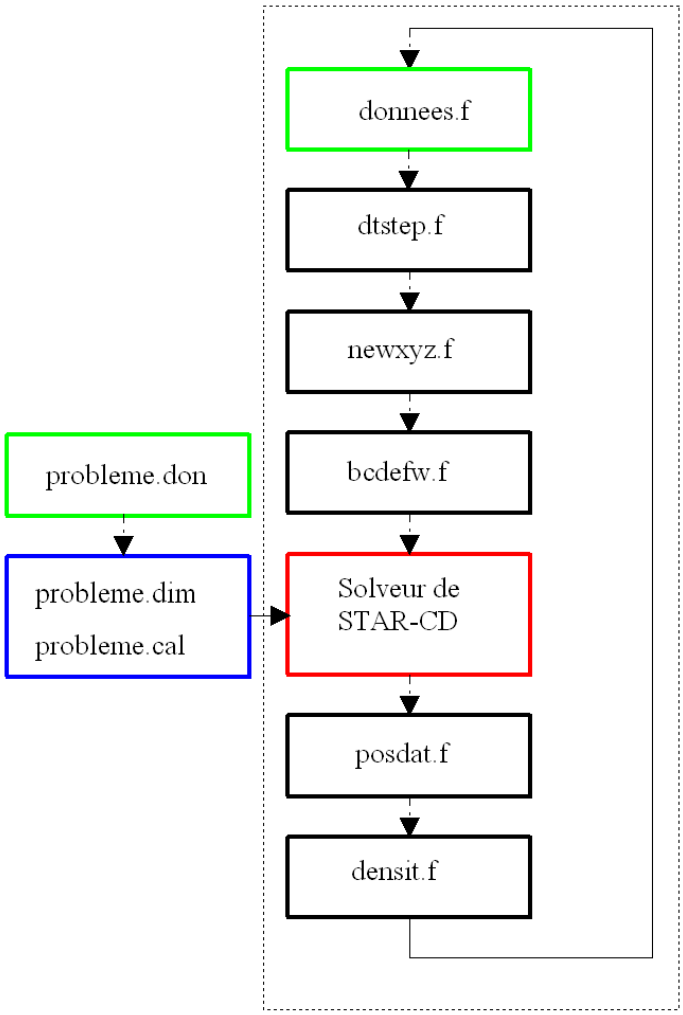


Fig. E.1 – Architecture et organisation d'un calcul couplé sous STAR-CD

Les fichiers `probleme.don`, `probleme.dim` et `probleme.cal` définissent les fichiers sources de la modélisation numérique du problème. Les fichiers `fortran` sont utilisés pour l'application des conditions aux limites ou le post traitement des variables. Le fichier `donnees.f` est un fichier source définissant les caractéristiques du mouvement. Les fichiers `newxyz.f` et `bcdefw.f` permettent de gérer l'interface en le solveur fluide et la dynamique du cylindre.

Nom du fichier	Type	Fonction
donnees.f	Fichier Fortran	Définition des caractéristiques du mouvement et des dimensions du problème
dstep.f	Fichier Fortran	Calcul du pas de temps
newxyz.f	Fichier Fortran	Calcul du déplacement du cylindre et programmation du maillage mobile
bcdefw.f	Fichier Fortran	Définition des conditions aux limites sur la paroi du cylindre
posdat.f	Fichier Fortran	Calcul des forces fluides
densit.f	Fichier Fortran	Calcul de la densité pour le post traitement de la vorticité
probleme.don	Fichier de commande STAR-CD	Définition des caractéristiques géométriques et physiques du problème
probleme.dim	Fichier de commande STAR-CD	Programmation de la géométrie et du maillage
probleme.cal	Fichier de commande STAR-CD	Programmation des paramètres de calcul

FIG. E.2 – Description des fichiers utilisés pour la réalisation d'un calcul couplé sous STAR-CD.

Bibliographie

Abramowitz, M. & Stegun, I. A. (1970). *Handbook of Mathematical Functions*. Dover.

Astolfi, J. A. (2003). *Contribution à l'étude du phénomène de cavitation : une approche expérimentale des conditions d'apparition et de developpement de la cavitation*. Habilitation à Diriger des Recherches - Institut de Recherche de l'Ecole Navale - Université de Nantes.

Badr, H. M., Dennis, S. C. R., Kocabiyik, S., & Nguyen, P. (1995). Viscous oscillatory flow about a circular cylinder at small to moderate Strouhal number. *Journal of Fluid Mechanics*, *303*, 215–232.

Bar-Lev, M. & Yang, H. T. (1975). Initial flow field over an impulsively started circular cylinder. *Journal of Fluid Mechanics*, *72*(4), 625–647.

Basset, A. B. (1888). *A Treatise on Hydrodynamics*, volume 2. Cambridge : Deighton, Bell and Co.

Batchelor, G. K. (1998). *An Introduction to Fluids Dynamics*. Cambridge University Press.

Bathe, K. J. & Wilson, E. L. (1973). Stability and accuracy analysis of direct integration methods. *Earthquake Engineering and Structural Dynamics*, *1*, 283–291.

Bearman, P. & Russel, M. (1997). Measurements of hydrodynamic damping of bluff bodies with application to the prediction of viscous damping of TLP hulls. In *Twenty-first Symposium on Naval Hydrodynamics*.

Bendat, J. S. & Piersol, A. G. (1996). *Random Date. Analysis and Measurement Procedures. Second Edition*. John Wiley and Sons.

BHALY (1994). *Boucle de Régulation et Mise au point - Deuxième édition*. Editions Kirk.

Blasius, H. (1908). Grenzchichten in flüssigkeiten mit kleiner reibung. *Z. Math. Phys.*, *56*(6), 1–37.

Boissiere, X. (2003). *Etude thermohydraulique d'un manchon thermique representatif d'un bossage d'échangeur de chaleur*. Thèse de Doctorat, Université de Nantes - France.

Bouard, R. (1983). *Etude de l'écoulement autour d'un cylindre soumis à une translation uniforme après un départ impulsif pour des nombres de* Reynolds *allant de* 0 *à* 10^4. Thèse de Doctorat, Université de Poitiers - France.

Bouard, R. & Coutanceau, M. (1980). The early stage of development of the wake behind an impulsively started cylinder for $40 < Re < 10000$. *Journal of Fluid Mechanics*, *101*, 583–607.

Bousquet, J. (1990). *Aérodynamique - Méthode des Singularités*. Cepaduès Editions.

Brede, M., Eckelmann, H., & Rockwell, D. (1996). On secondary vortices in the cylinder wake. *Physics of Fluids*, *8*(8), 2117–2124.

Brennen, C. (1995). *Cavitation and Bubble Dynamics*. Oxford University Press.

Chang, C. C. & Chern, R. L. (1991). A numerical study of flow around an impulsively started circular cylinder by a deterministic vortex method. *Journal of Fluid Mechanics*, *233*, 243–263.

Chaplin, J. R. (2000). Hydrodynamic damping of a cylinder. *Journal of Fluids Structures*, *14*, 1101–1117.

Chassaing, P. (2000). *Mécanique des Fluides. Eléments d'un premier parcours*. Cépaduès éditions.

Chen, S. S. (1987). *Flow Induced Vibrations*. Hemisphere Publishing Corporation.

Cole, R. H. (1948). *Underwater Explosion*. Princeton University Press.

Collins, W. M. & Dennis, S. C. R. (1973). The initial flow past an impulsively started circular. *The Quarterly Journal of Mechanics and Applied Mathematics*, *26*, 53–75.

De Langre, E. (2001). *Fluides et Solides*. Editions de l'Ecole Polytechnique.

De Larminat, P. (2003). *Automatique - Commande des Systèmes Linéaires*. Hermès.

Demirdzic, I. & Peric, M. (1988). Space conservation law in finite volume calculations fo fluid flows. *International Journal for Numerical Methods in Fluids*, *8*, 1037–1050.

Drazin, P. G. & Reid, W. H. (1981). *Hydrodynamic Stability*. Cambridge University Press.

Dutsch, H., Durst, F., Becker, S., & Lienhart, H. (1998). Low Reynolds number flow around an oscillating circular cylinder at low Keulegan-Carpenter numbers. *Journal of Fluid Mechanics*, *360*, 249–271.

Duvaut, G. (1990). *Mécanique des Milieux Continus*. Masson.

Erdogan, M. E. (2000). A note on an unsteady flow of a viscous fluid due to an oscillating plane wall. *International Journal of Non Linear Mechanics*, *35*, 1–6.

Erdogan, M. E. (2002). On the unsteady unidirectional flows generated by impulsive motion of a boundary or sudden application of a pressure gradient. *International Journal of Non Linear Mechanics*, *37*, 1091–1106.

Fermigier, N. (2002). *Hydrodynamique*. ESPCI - Laboratoire d'hydrodynamique et mécanique physique.

Ferziger, J. H. & Peric, M. (1999). *Computational Methods for Fluid Dynamics*. Springer Verlag.

Fritz, R. J. (1975). The effects of liquids on the dynamic motions of immersed solids. *Journal of Engineering for Industry*, 167–173.

Gibert, R. J. (1986). *Vibrations des structures : interactions avec les fluides, sources d'excitations aléatoires. Ecole d'été d'analyse numérique. CEA - EDF - INRIA*. Eyrolles.

Görtler, H. (1944). Verdrängungswirkung der laminaren grenzschichten und druckwiderstand. *Gesselschaft fuer angewandte mathematik und Mechanick*, *14*, 286–305.

Guerouache, M. S. (2000). *Etude numérique de l'instabilité de Bénard Karman derrière un cylindre fixe ou en mouvement périodique. Dynamique de l'écoulement et advection chaotique.* Thèse de Doctorat, Université de Nantes - France.

Guyon, E., Hulin, J. P., & Petit, L. (1998). *Hydrodynamique Physique.* CNRS Editions.

Hall, P. (1984). On the stability of unsteady boundary layer on a circular cylinder oscillating transversely in a viscous fluid. *Journal of Fluid Mechanics*, *146*, 347–367.

Henning, B. J. (1997). *Aspects of fluid flow over vibrating bluff bodies.* Thèse de Doctorat, Rand Afrikaans University - South Africa.

Honji, H. (1981). Streaked flow around an oscillating cylinder. *Journal of Fluid Mechanics*, *107*, 509–520.

Honji, H. & Taneda, S. (1969). Unsteady flow past a circular cylinder. *Journal of the physical society of Japan*, *27*, 1668–1969.

Hussey, R. G. & Vujacic, P. (1967). Damping correction for oscillating cylinder and sphere. *Physics of Fluids*, *10*, 96–97.

Issa, R. I. (1986). Solution of the implicitly discretised fluid flow equations by operator-splitting. *Journal of Computational Physics*, *62*, 40–65.

Justesen, P. (1990). An numerical study of oscillating flow around a circular cylinder. *Journal of Fluid Mechanics*, *222*, 157–196.

Keulegan, G. H. & Carpenter, L. H. (1958). Forces on cylinders and plates in an oscillating fluid. *Journal of Research of the National Bureau of Standard*, *60*(5), 423–440.

Koumoutsakos, P. & Leonard, A. (1995). High resolution simulations of the flow around an impulsively started circular cylinder using vortex methods. *Journal of Fluid Mechanics*, *296*, 1–38.

Kuhtz, S. (1996). *Experimental investigation of oscillatory flow around circular cylinder at low β numbers.* Thèse de Doctorat, University of London - United Kingdom.

Laamri, E. H. (2002). *Mesures, Intégration, Convolution et Transformée de Fourier des Fonctions.* Dunod.

Lalanne, C. (1999). *Chocs Mécaniques.* Hermes Science Publications.

Lamb, H. (1963). *Hydrodynamics-Sixth Edition.* Cambridge.

Landau, L. D. & Lifshitz, E. M. (1987). *Course of theoritical physics, Fluid Mechanics.* Pergamon Press.

Lascaux, P. & Theodor, R. (1987). *Analyse Numérique Matricielle Appliquée à l'Art de l'Ingénieur.* Masson.

Lawrence, C. J. & Weinbaum, S. (1986). The force on an axisymmetric body in linearized, time dependent motion : a new memory term. *Journal of Fluid Mechanics*, *171*, 209–218.

Lawrence, C. J. & Weinbaum, S. (1988). The unsteady force on a body at low Reynolds number ; the axisymmetric motion of a spheroid. *Journal of Fluid Mechanics*, *189*, 463–489.

Lecointe, Y. (1986). *Contribution à l'étude numérique des écoulements bidimensionnels, visqueux et instationnaires en régime laminaire*. Thèse de Doctorat, E.N.S.M. - Université de Nantes - France.

Lecointe, Y. & Piquet, J. (1984). On the use of several compact methods for the study of unsteady incompressible viscous flow around circular cylinders. *Computers and Fluids*, *12*, 255–280.

Loc, T. P. (1980). Numerical analysis of unsteady secondary vortices generated by an impulsively started circular cylinder. *Journal of Fluid Mechanics*, *100*(1), 111–128.

Loc, T. P. & Bouard, R. (1985). Numerical solution of the early stage of the unsteady viscous flow around a circular cylinder : a comparison with experimental visualization and measurements. *Journal of Fluid Mechanics*, *160*, 93–117.

Lovalenti, P. M. & Brady, J. F. (1993). The hydrodynamic force on a rigid particle undergoing arbitrary time-dependent motion at small Reynolds number. *Journal of Fluid Mechanics*, *256*, 561–605.

Magnaudet, J. & Legendre, D. (1998). The viscous drag force on a spherical bubble with a time dependent radius. *Physics of Fluid*, *10*(3), 550–554.

Mei, R., Lawrence, C. J., & Adrian, R. J. (1991). Unsteady drag on a sphere at finite Reynolds number with small flucuations in the free stream velocity. *Journal of Fluid Mechanics*, *233*, 613–632.

Melot, V., Leblond, C., Sigrist, J. F., Auvity, B., Laine, C., & Peerhossaini, H. (17-20 July 2006). Investigation of fluid forces on a circular cylinder subjected to a rectilinear transient motion at low amplitude in infinite medium and in cylindrical confinement. In *ASME Joint US-European Fluids Engineering Division Summers Meeting. Miami, USA*.

Melot, V., Sigrist, J. F., Auvity, B., Laine, C., & Peerhossaini, H. (17-21 July 2005b). Investigation of flow and forces on a strongly accelerated circular cylinder. In *ASME Pressure Vessel and Piping Division Conference, Denver, USA*.

Melot, V., Sigrist, J. F., Auvity, B., Laine, C., & Peerhossaini, H. (2-6 October 2005a). Fluid structure interaction for a strongly accelerated circular cylinder : a numerical study of fluid forces. In *Eleventh International Topical Meeting in Nuclear Reactor Thermo Hydraulic, Avignon, France*.

Melot, V., Sigrist, J. F., Auvity, B., Laine, C., & Peerhossaini, H. (23-27 July 2006a). Fluid forces on a moving body at low amplitude in fluid at rest. Part 1. A review of literature. In *ASME Pressure Vessel and Piping Division Conference, Vancouver, Canada*.

Melot, V., Sigrist, J. F., Auvity, B., Laine, C., & Peerhossaini, H. (23-27 July 2006b). Fluid forces on a moving body at low amplitude in fluid at rest. Part 2. Analytical and numerical study for an accelerated circular. In *ASME Pressure Vessel and Piping Division Conference, Vancouver, Canada*.

Morison, J. R., O'Brien, M. P., Johnson, J. W., & Schaff, S. A. (1950). The force exerted by surface waves on piles. *Petroleum Transactions*, *189*, 149–154.

Nagata, H., Nagase, I., & Ito, K. (1989). Unsteady flows past a circular cylinder started impulsively in the Reynolds number range $500 < Re < 10^4$. *Journal of the Physical Society of Japan*, *32*(4), 540–549.

Nehari, D., Armenio, V., & Ballio, F. (2004). Three-dimensional analysis of the unidirectional oscillatory flow around a circular cylinder at low Keulegan Carpenter and β numbers. *Journal of Fluid Mechanics*, *520*, 157–186.

Odar, F. & Hamilton, W. S. (1964). Forces on a sphere accelerating in a viscous fluid. *Journal of Fluid Mechanics*, *18*, 302–314.

Persillon, H. & Braza, M. (1998). Physical analysis of the transition to turbulence in the wake of a circular cylinder by three dimensional Navier-Stokes simulation. *Journal of Fluid Mechanics*, *365*, 23–88.

Petit, H. & Gondret, M. (1992). Physical analysis of the transition to turbulence in the wake of a circular cylinder by three dimensional Navier-Stokes simulation. *Journal de Physique de France*, *365*, 23–88.

Piperno, S., Farhat, C., & Larrouturou, B. (1995). Procedures for the transient solution of coupled aeroelastic problems. Part i : Model problem, theory and 2d-application. *Computers Methods in Applied Mechanical and Enginnering*, *124*, 1–21.

Piperno, S., Farhat, C., & Larrouturou, B. (2001). Procedures for the transient solution of coupled aeroelastic problems. Part ii : Energy transfert analysisa and 3d-application. *Computers Methods in Applied Mechanical and Enginnering*, *190*, 3147–3170.

Pozrikidis, C. (1989). A singularity method for unsteady linearized flow. *Physics of Fluids*, *1*, 1508–1520.

Provansal, M. (1988). *Etude expérimentale de l'instabilité de* Benard - Von Karman. Thèse de Doctorat, Université de Provence - France.

Raznjevic, K. (1995). *Handbook of thermodynamic tables - Second Edited And Revised Edition.* Begell House Publishers, Inc.

Sarpkaya, T. (1986). Forces on a circular cylinder in viscous oscillatory flow at low Keulegan-Carpenter. *Journal of Fluid Mechanics*, *165*, 61–71.

Sarpkaya, T. (2001). Hydrodynamic damping and quasi-coherent structures at large Stokes number. *Journal of Fluids Structures*, *15*, 909–928.

Sarpkaya, T. (2002). Experiments on the stability of sinusoïdal flow over a circular cylinder. *Journal of Fluid Mechanics*, *457*, 157–180.

Schlichting, H. (1979). *Boundary Layer Theory.* Mc Graw Hill.

Schmid, P. J. & Henningson, D. S. (1981). *Stability and Transition in Shear Flows.* Springer-Verlag.

Shu, J. J. & Chwang, A. T. (2001). Generalized fundamental solutions for unsteady viscous flows. *Physical Review E*, *63*, 1–6.

Sigrist, J. F. (2004). *Modélisation et simulation numérique d'un problème couplé fluide/structure non linéaire avec surface libre*. Thèse de Doctorat, Université de Nantes - France.

Sigrist, J. F. & Abouri, D. (23-27 July 2006). Numerical simulation of a non linear coupled fluid structure problem with explicit and implicit coupling procedures. In *ASME Pressure Vessel and Piping Division Conference, Vancouver, Canada*.

Sigrist, J. F. & Garreau, S. (In press, 2006). Dynamic analysis of fluid structure interaction problems with modal methods using pressure based fluid finite elements. *Finite element in analysis and design*.

Sigrist, J. F., Laine, C., & Peseux, B. (17-21 July 2005). Simulation of a non linear coupled fluid structure problem by explicit finite element - finite volume coupling. In *ASME Pressure Vessel and Piping Division Conference, Denver, USA*.

Sigrist, J. F., Melot, V., Laine, C., & Peseux, B. (6-9 July 2004). Numerical simulation of fluid structure problem by coupling fluid finite volume method and structure finite element or modal approach. In *Flow Induced Vibration*.

Sinyavaskii, V. F., Fedotovskii, V. S., & Kukhtin, A. B. (1980). Oscillation of a cylinder in a viscous liquid. *Prikladnaya Mekhanika*, *16*(1), 62–27.

Smith, P. A. & Stansby, P. K. (1988). Impulsively started flow around a circular cylinder by the vortex method. *Journal of Fluid Mechanics*, *194*, 45–77.

Smits, A. J. (2000). *A Physical Introduction to Fluid Mechanics*. Wiley.

Star-CD (2004a). *Methodology, version 3.24*. CD Adapco Group.

Star-CD (2004b). *User Guide, version 3.24*. CD Adapco Group.

Stokes, G. G. (1851). On the effect of the internal friction of fluids on the motion of pendulums. *Transactions of the Cambridge Philosophical Society*, *9*, 8.

Stuart, J. T. (1963). *Laminar Boundary Layers : an account of the development, structure and stability of laminar boundary layers in incompressible fluids, together with a description of the associated experimental techniques*. L. Rosenhead - Oxford University Press.

Subbaraj, K. & Dokainish, M. A. (1989). A survey of direct time integration methods in computational structural dynamics - ii implicit methods. *Computers and Structures*, *6*, 1387–1401.

Tanzosh, J. P. & Stone, H. A. (1996). A general approach for analyzing the arbitrary motion of circular disk in a Stokes flow. *Chemical engineering communications*, *148-150*, 333–346.

Tatsuno, M. & Bearman, P. W. (1990). A virtual study of the flow around an oscillating circular cylinder at low Keulegan-Carpenter numbers and low Stokes numbers. *Journal of Fluid Mechanics*, *211*, 157–182.

Tritton, D. J. (1959). Experiments on the flow past a circular at low Reynolds numbers. *Journal of Fluid Mechanics*, *6*, 547.

Wang, C. Y. (1968). On high frequency oscillatory viscous flow. *Journal of Fluid Mechanics*, *32*, 55–68.

Wang, C. Y. (1969). The impulsive starting of a sphere. *Quarterly of Applied Mathematics*, *27*, 273–277.

Watson, E. J. (1955). Boundary Layer Growth. *Proceedings of the royal society of London*, *231*, 104–116.

Williamson, C. H. K. (1992). The natural and forced formation of spot like vortex dislocations in the transition wake. *Journal of Fluid Mechanics*, *243*, 393–441.

Williamson, C. H. K. (1996). Three dimensional vortex dynamics in bluff body wakes. *Experimental Thermal and Fluid Science*, *12*, 150–168.

Wu, J., Sheridan, J., Kourigan, K., & Thompson, M. (1994). Longitudinal vortex structures in a cylinder wake. *Physics of Fluids*, *6*, 2883–2885.

Hydrodynamique instationnaire d'un cylindre sous choc

Résumé : Ce travail présente une étude analytique, numérique et expérimentale de l'hydrodynamique d'un cylindre soumis à un choc sinus. L'étude analytique consiste à développer un modèle général permettant de prédire les forces et la répartition de pressions sur le cylindre soumis à un mouvement transitoire quelconque dans un fluide visqueux bidimensionel. La simulation numérique s'attache à la modélisation en maillage mobile d'un cylindre évoluant dans un domaine fluide infini bidimensionel sous le code généraliste STAR-CD. Un dispositif expérimental avec la chaîne de mesure associée est conçu permettant d'imposer différents types de mouvements (choc sinus, mouvement oscillatoire entretenu) à un cylindre baignant dans un bassin. Ces trois approches complémentaires montrent que l'écoulement est régi par deux nombres adimensionnels : le nombre de STOKES, β, et le nombre de KEULEGAN-CARPENTER, KC. β mesure le rapport entre le temps de diffusion visqueuse et le temps caractéristique du choc et KC le rapport entre le déplacement maximum du corps et son diamètre. Dans le cas où β est très grand (fluide parfait), la force sur le cylindre est régie par l'effet inertiel quelque soit KC. A petit KC, la pression est contrôlée uniquement par l'effet inertiel alors que pour des grands KC, un effet d'advection vient s'ajouter. A β modéré et pour des petites valeurs de KC, la force et la pression subissent trois effets : un effet d'inertie, d'histoires et de traînée. Pour des grandes valeurs de KC, l'écoulement devient plus riche : des zones dynamiques de vorticité apparaissent. Elles induisent de fortes fluctuations locales de pression sans modifier la force totale. Ce travail se termine par l'étude d'un cas d'interaction fluide-structure où les outils de prédiction et de simulation développés précédemment sont mis en oeuvre. Les phénomènes d'inertie, de trainée et les effets d'histoire apparaissent simultanément et sont couplés avec le mouvement du cylindre.

Mots clés : cylindre, instationnaire, choc, maillage mobile, expérimental, inertie, traînée, effet d'histoires, advection.

Transient hydrodynamics of a cylinder under shock conditions

Abstract : A theoretical, numerical and experimental approaches are developed to study the transient hydrodynamics of a cylinder under shock conditions. The theoretical approach consists of the construction of a general model for the prediction of the force and pressure distribution around the cylinder for any transient motions in a viscous two-dimensional fluid domain. The numerical modeling is based on a moving meshing of the fluid domain using the CFD code, STAR-CD. An experimental set-up has been built that is able to generate different motion profiles (sinusoidal acceleration, harmonic motion) for a cylinder in a tank. These three complementary approaches have shown the induced flow is governed by two non-dimensional numbers : the STOKES number, β, and the KEULEGAN-CARPENTER number, KC. β is a measure of the ratio between the viscous and the shock time scales and KC is the ratio between the maximum displacement of the cylinder and its diameter. When β is high (inviscid flow), the force on the cylinder is dominated by the inertial effect for any KC. At low KC, the pressure is monitored only by inertial effect whereas, for high KC, an advection effect is added. At moderate β and for low value of KC, three effects act on the force and pressure : the inertial, the history and the drag effects. For high value of KC, the flow becomes more complex : vortical flow structures appear. These latter induce strong local pressure fluctuations without modifying the global force. The last part of this work is a study of a fluid-structure interaction problem. Theoretical analysis and numerical code are employed to treat this problem. Inertial, history and drag effects appears simultaneously and are coupled with the cylinder motion.

Keywords : cylinder, transient, shock, moving mesh, experimental, inertial, drag, history effets, advection.