



Thèse de Doctorat

Bassel KADDAR

Mémoire présenté en vue de l'obtention du grade de Docteur de l'Université de Nantes Label européen sous le label de l'Université de Nantes Angers Le Mans

École doctorale : Sciences et technologies de l'information, et mathématiques

Discipline : Automatique, productique et robotique, section CNU 61 Unité de recherche : Institut de Recherche en Communications et Cybernétique de Nantes (IRCCyN)

Soutenue le 15 Novembre 2013

Effet du balancement des bras sur la consommation énergétique durant la marche d'un robot bipède

JURY

Président : Rapporteurs :

Examinateurs :

Directeur de thèse : Co-directrice de thèse : M. Philippe FRAISSE, Professeur des universités, Université Montpellier 2
 M. Olivier BRUNEAU, HDR et Maître de conférence, Université de Versailles Saint-Quentin
 M. Kouider Nacer M'SIRDI, Professeur des universités, Aix Marseille Université
 M. Philippe FRAISSE, Professeur des universités, Université Montpellier 2
 M^{me} Christine CHEVALLEREAU, Directeur de recherche CNRS, IRCCyN
 M. Yannick AOUSTIN, HDR et Maître de conférence, Université de Nantes
 M. Yannick AOUSTIN, HDR et Maître de conférence, Université de Nantes
 M^{me} Christine CHEVALLEREAU, Directeur de recherche CNRS, IRCCyN

Remerciements

• A mes directeurs de thèse :

Je tiens à exprimer ma gratitude, ma reconnaissance et mes profonds respects à mon directeur de thèse Monsieur Yannick AOUSTIN, HDR et Maître de conférence à l'université de Nantes. Pour la confiance qu'il m'a accordée, l'autonomie qu'il m'a laissée et pour le temps qu'il a passé pour assurer la qualité scientifique et linguistique de ce travail. J'adresse également mes sincères remerciements à ma co-directrice de thèse Mme Christine CHEVALLEREAU, directeur de recherche CNRS à l'IRC-CyN, pour la pertinence de ses remarques et de ses conseils qui m'ont beaucoup aidé tout au long de la thèse. Son professionnalisme restera une référence que j'espère atteindre un jour.

Je les remercie pour leurs disponibilités et leur patience, qui m'ont permis de mener à bon terme cette thèse.

• Aux membres du jury :

Je remercie tous les membres du jury pour l'attention avec laquelle ils ont relu mon mémoire, et pour l'échange constructif qu'on a eu le jour de la soutenance.

Mes remerciements s'adressent également à Monsieur Olivier BRUNEAU, HDR et Maître de conférence à l'université de Versailles Saint-Quentin, et à Monsieur Nacer Kouider M'SIRDI, professeur à l'université d'Aix Marseille, qui m'ont fait l'honneur d'être rapporteurs de ce travail. Mes remerciements s'adressent aussi à Monsieur Philippe FRAISSE, professeur à l'université Montpellier 2, d'avoir accepté d'être président du jury.

• A mes collègues et mes amis :

Un grand merci à Louay SALEH, Sahab OMRAN, Fayal ABDEREMANE et sa femme Yessra pour m'avoir accompagné tout au long de ces années. Pour les liens que nous avons pu tisser et pour leur soutien. Je leur témoigne mon amitié la plus sincère.

Je remercie Abdul HAQ, David TLALOLINI ROMERO, Carlos Rengifo pour les différents échanges que nous avons pu avoir et pour l'esprit amical que nous avons pu partager.

Merci à toute l'équipe administrative et technique du laboratoire et en particulier, Sylvie JULIENNE, Armelle RADIGOIS et Denis CREUSOT.

• A l'université Tishreen :

Je tiens à remercier le ministère de l'enseignement supérieur et l'université Tishreen en Syrie qui ont financé ce travail de thèse malgré la situation compliquée du pays.

• A ma famille :

Une pensée toute particulière à mes parents et mes sœurs qui sont fièrs de moi et qui m'ont adressés leurs sincères prières.

Je remercie infiniment ma fiancée Mouna ABBOUD de m'avoir soutenu ces dernières années. Merci pour elle d'être dans ma vie et de partager mes préoccupations et mes ambitions.

Je remercie tous mes amis en Syrie pour leur soutien moral et pour le fait de suivre mes démarches administratives.

Table des matières

1	Intr	oduction 9
	1.1	Contexte
	1.2	Quelques bipèdes
	1.3	La marche des robots bipèdes et l'effet des bras
	1.4	Effet des bras sur la marche humaine
	1.5	Objectifs de l'étude
	1.6	Organisation du mémoire
2	Mod	lélisation et présentation du bipède en 2D 19
-	2.1	Introduction 19
	2.2	Présentation du robot bipède plan avec ses différentes structures cinématiques 19
	2.3	Présentation des différentes allures de marche
	2.4	Modélisation dynamique des différentes phases de marche 24
		2.4.1 Modèle dynamique du bipède en phase de simple appui
		2.4.2 Modèle dynamique en double appui
		2.4.3 Modèles dynamiques de contact instantané en double appui
		2.4.4 Modèle dynamique avec l'aiout de ressort en torsion
	2.5	Conclusion 37
3	Gen	eration des trajectoires optimales 39
	3.1	
	3.2	Decomposition d'un pas de marche
	3.3	Definition des trajectoires durant une phase de marche
		3.3.1 Definition des trajectoires durant la phase de simple appui
		3.3.2 Définition des trajectoires durant la phase de double appui pour l'allure 3 40
	3.4	Les différentes évolutions des bras durant la marche
	3.5	Problème d'Optimisation
		3.5.1 Critére d'optimisation
		3.5.2 Les contraintes d'optimisation
	0.6	3.5.3 Variables d'optimisation
	3.6	Conclusion générale du chapitre
4	Μοι	vements optimaux pour un bipède totalement actionné 53
	4.1	Introduction
	4.2	Allure de type 1
		4.2.1 Mode balancement libre
		4.2.2 Mode bras attachés
		4.2.3 Mode bras solidaires du tronc
		4.2.4 Comparaison
		4.2.5 Conclusion
	4.3	Allure de type 2

		4.3.1	Mode balancement libre	5
		4.3.2	Mode bras solidaires du tronc	6
		4.3.3	Mode bras attachés	8
		4.3.4	Comparaison	9
		4.3.5	Effet de ressorts	5
		4.3.6	Conclusion	9
	4.4	Allure	de type 3	0
		4.4.1	Mode balancement libre	0
		4.4.2	Mode bras attachés	1
		4.4.3	Mode bras solidaires du tronc	1
		4.4.4	Comparaison 8	2
		4.4.5	Conclusion 8	-
	45	Binède	avec des bras à deux corps	7
	1.5	4 5 1	Simulation numérique	7
		452	Importance de l'avant bras	1
		4.5.2	Conclusion 0	3
	16	4.J.J	vien générale du chapitre	2
	4.0	Concit		5
5	Мон	vement	passif des bras et influence de la période de marche. 9	5
•	5.1	Introdu	iction	5
	5.2	La péri	iode naturelle d'oscillation des bras	6
	5.3	Généra	ation de mouvements passifs des bras	7
	5.5	Allure	de type 1	8
	5.1	5 4 1	Optimisation du mouvement 9	8
		542	Résultats numériques	9
		5/1/3	Effet du ressort sur le mouvement passif	2
		5 4 4	Ontimisation des trajectoires du système locomoteur en ajoutant des ressorts 10	2
		545	Recherche de marche ontimale avec un mouvement passif des bras	7
		546	Conclusion	/ 1
	5 5		de type 2	1 2
	5.5	Anule 5.5.1	Optimisation du mouvement	2 2
		5.5.1	Décultate numériques	ム つ
		5.5.2	Comparaison entre mouvements possife et estife des bres	2 1
		5.5.5 5.5.4	Comparaison entre mouvements passifs et actifs des oras	4
	5.0	5.5.4 A 11		0
	5.0	Allure		ð
		5.0.1	Generation du mouvement	ð
		5.6.2	Optimisation du mouvement en ajoutant des ressorts	ð 1
		5.0.5	Comparaison entre mouvements passifs et actifs des bras	1
		5.6.4		2
	5.7	Conclu	ision generale du chapitre	3
6	Lan	narcho	ontimale en 3D	5
U	La 1	Introdu	12 uction 12	5
	6.2	Descri	ntion géométrique du hinède	5
	0.2 6.3	Modál		с 7
	0.3	Cánám	12	/ 0
	0.4	Simula	$\frac{12}{12}$	0
	0.3		$\begin{array}{c} \text{Homeomore} 13 \\ \text{Palancement normal} \\ 12 \\ \end{array}$	U 1
		0.3.1	Datancement normal 13 Pres solidaires du trong 12	1 /
		0.5.2	Dras sondaries du tronc	4
		0.3.3	Datancement anti-normat	0

	6.6 6.7	Effet d'une réduction de l'impact dans la marcheConclusion générale du chapitre	138 140
7	Con 7.1 7.2	clusions et Perspectives Conclusions Perspectives Conclusions Conc	143 143 144



Introduction

1.1 Contexte

Des applications dans différents domaines, (médicales, d'inspection, ou de manutention dans l'environnement industriel où l'être humain ne peut pas intervenir), sont de plus en plus confiées à des robots humanoïdes qui disposent de nombreux degrés de liberté. Les robots bipèdes font partie des systèmes mécaniques qui utilisent l'environnement dans leurs déplacements. Leur interaction avec le sol est donc essentielle et beaucoup de problèmes doivent être pris en compte. Les axes de recherche en matière de robotique à pattes sont nombreux. Les allures des robots marcheurs sont encore loin de rivaliser avec celles de la marche humaine. Les biomécaniciens s'intéressent à la marche humaine pour la comprendre [27]. En robotique humanoïde, l'objectif final est de reproduire le plus fidèlement possible la marche de l'homme [19, 68] afin de s'adapter au mieux à notre environnement. La commercialisation à grande échelle des robots nécessite que les futures réalisations soient capables de mouvements totalement anthropomorphes afin de faciliter leurs acceptations [13].

De nombreux domaines industriels sont intéressés par les possibilités que pourraient offrir les robots bipèdes, comme une plus grande facilité de déplacement en zone accidentée. De nombreuses équipes de chercheurs ont déjà réalisé des robots capables d'effectuer de nombreuses tâches. Cependant, le développement de la robotique bipède nécessite qu'un certain nombre d'avancées soient réalisées. Entre autres, l'autonomie énergétique des robots bipèdes nécessaire à leur développement passe par une recherche des trajectoires de marche optimale. Les futurs robots devront acquérir l'autonomie énergétique suffisante pour réaliser des tâches complexes pendant une durée importante. L'économie d'énergie est donc un thème important en robotique, car les robots sont équipés de leur propre source d'énergie. Les outils d'optimisation peuvent répondre à cette nécessité d'économie d'énergie.

Pour cela, dans l'équipe robotique de l'IRCCyN (Institut de Recherche en Communications et Cybernétique de Nantes), on s'intéresse à la recherche des allures optimales de la marche d'un bipède. La détermination des mouvements pour engendrer des allures énergétiquement efficaces, est définie par optimisation et non à partir d'enregistrements de mouvements humains. Même si on peut supposer que la marche humaine est énergétiquement efficace, les différences entre humains et robots humanoïdes (au niveau des masses, inerties, dimensions et actionneurs) nous incitent à privilégier des techniques d'optimisation plutôt que l'imitation.

Le cadre de cette thèse s'inscrit dans le projet "R2A2" de l'Agence Nationale de la Recherche ANR. Ce projet a pour ambition d'explorer différentes façons d'économiser de l'énergie en robotique humanoïde. Le projet s'appuie sur le prototype de robot HYDROÏD conçu au Laboratoire d'Ingénierie des Systèmes de Versailles. La figure 1.1 présente l'appareil locomoteur du robot HYDROïD [1].

De plus la recherche actuelle ne s'est que peu intéressée à l'influence des membres supérieurs sur la marche des robots bipèdes quant à la consommation d'énergie. C'est pourquoi, dans le cadre de projet ANR 'R2A2', nous avons effectué une étude sur la définition de trajectoire optimale dans le cadre d'un robot bipède possédant des bras.



FIGURE 1.1 – Robot Hydroïd

Dans ce travail, nous nous intéressons à la génération d'un pas de marche cyclique des robots bipèdes. Les trajectoires de marche sont trouvées par optimisation paramétrique sous contraintes. L'optimisation est effectuée avec un critère sthénique établi sur la norme des couples par unité de distance parcourue pour augmenter l'autonomie du robot. L'objectif de cette étude est d'explorer l'effet des bras sur ce critère durant la marche du bipède. L'optimisation des mouvements de marche nécessite l'écriture des modèles dynamiques des différentes phases qui constituent le pas de marche.

1.2 Quelques bipèdes

De nos jours, de nombreuses équipes de chercheurs tentent de concevoir un robot humanoïde capable de reproduire des gestes identiques à ceux de l'homme tels que la marche ou les expressions du visage. Les applications de ce type de travaux sont bien entendus nombreuses. On peut diviser les robots bipèdes en deux familles :

Les robots passifs qui ne nécessitent pas de source d'énergie exogène pour la locomotion. Il n'y a donc pas d'actionneur et le mouvement s'obtient uniquement à l'aide de la force gravitationnelle. Les recherches réalisées sur les robots passifs ont pour but d'étudier les propriétés de la marche (stabilité, cycle-limite, dynamique). En 1990, Tad McGeer construit une machine qui permit la réalisation d'une marche passive dans le plan sagittal d'un robot bipède sans tronc [46, 47]. Grâce à une sélection rigoureuse de la longueur de la jambe, la masse et la forme sphérique du pied, ce robot est

1.2. QUELQUES BIPÈDES

capable de marcher sur un sol incliné de trois degrés sans actionneurs et aucun système de commande. En s'appuyant sur le travail de McGeer, une équipe de chercheurs de Cornell [64] construit un robot passif tridimensionnel. À partir d'une certaine configuration initiale sur un plan incliné, on obtient une succession de cycles de marche d'apparence naturelle, la gravité agit alors comme un moteur de la marche. On peut citer aussi le robot Denise, développé par TU Delft université, qui dispose d'une configuration humaine (deux jambes avec les genoux, un corps supérieur et deux bras de contre-balancement) [63]. Le but de ce robot semi-passif est de montrer que le concept de la marche dynamique passive peut être employé pour construire des robots bipèdes énergétiquement très efficaces. Les chevilles et les genoux sont complètement passifs, sauf que le genou est équipé d'un loquet contrôlable. Au début de chaque étape lorsque la jambe droite touche le sol, le loquet de genou de la jambe gauche libre est brièvement libéré et les muscles de la hanche reçoivent une impulsion motrice qui tire la jambe gauche en avant. La figure 1.2 montre quelques réalisations de robots passifs.



FIGURE 1.2 – Quelques bipèdes passifs ou semi-passifs

Les robots actifs, à l'inverse des robots passifs, possèdent des actionneurs électriques ou pneumatiques, au niveau de leurs articulations, leur permettant de se déplacer. De nombreuses réalisations ont déjà été effectuées de par le monde. On peut citer au Japon le robot HRP-4C2, développé par la société Kawada Industries Inc (voir figure 1.3, a) ainsi que le robot ASIMO développé par Honda (voir figure 1.3, b). ASIMO est capable de marcher sur des surfaces inclinées ainsi que monter et descendre les escaliers. Si on le pousse, il peut réussir à retrouver son équilibre. En France, on peut citer le robot Rabbit, développé au LAG (Laboratoire d'Automatique de Grenoble) dans le cadre du projet ROBEA (Robotique et Entités Artificielle) soutenue par le CNRS (figure 1.3, c). Rabbit est un robot sans pied. Le but de ce robot est d'étudier la marche et la course d'un robot en partant du principe que la marche est une succession de déséquilibre. C'est donc l'effet de la gravité qui permet au robot d'enchaîner les pas. On peut aussi citer le robot Hydroïd développé au laboratoire d'ingénierie des systèmes de Versailles "LISV" (figure 1.3, d) et le robot Roméo (figure 1.3, e) qui est développé par le groupe français spécialisé en robotique : Aldebaran Robotics auteur du Nao Robot (figure 1.3, f).

Les futurs robots devront acquérir l'autonomie énergétique suffisante pour réaliser des tâches complexes pendant une durée importante. Selon Collins et al. [64], le robot humanoïde de Honda, qui est un robot actif, ne bouge pas tout à fait comme l'homme et il est énergétiquement inefficace. Par exemple, le Honda P3 avec un poids de 130 kg se déplace avec environ 2 kW [30] pendant la marche (Honda 2000), ce qui représente selon Collins et al. [64] plus de 20 fois le taux de travail des muscles d'un homme marchant de la même taille. Certains robots [64] utilisent un système dynamique passif qui permet aux jambes de se déplacer en utilisant la force de gravité. La réalisation des robots passifs a démontré que la morphologie d'un robot est importante pour économiser l'énergie. Les robots actionnés ont aussi des masses plus importantes et il faut



FIGURE 1.3 – Quelques bipèdes actifs

ajouter, comme pour Asimo, une batterie sur le dos pour alimenter le robot. L'économie d'énergie est un défi fort pour les robots actionnés. Ce genre des robots peut avoir un poids important et une morphologie inadaptée pour la minimisation d'énergie durant la marche, mais ces robots actionnés font des tâches plus variées que les robots passifs. Le choix des trajectoires devient donc très important pour ces robots. Pour toutes ces raisons, nous allons dans ce mémoire chercher des trajectoires à faible consommation d'énergie durant la marche pour un robot actionné en utilisant ses bras. Dans la suite, nous citons quelques travaux consacrés à la marche bipède mais aussi à la marche humaine. Nous citons quelques travaux sur l'effet des bras sur la marche des robots et de l'homme.

1.3 La marche des robots bipèdes et l'effet des bras

On s'intéresse de plus en plus aujourd'hui à avoir une marche autonome des robots bipèdes. Plusieurs études sur la définition d'allure de marche cyclique ont été faites [51, 69, 48, 34, 50]. De nombreux chercheurs ont tenté d'obtenir des trajectoires de marche en utilisant l'optimisation. Roussel et al. [62] ont proposé des méthodes de génération des trajectoires en minimisant une fonction de la consommation d'énergie par une optimisation paramétrique définissant des couples articulaires constants par morceaux. Chevallereau et Aoustin [11] ont utilisé des polynômes de quatrième degré afin de paramétrer le mouvement dans l'espace articulaire. L'optimisation paramétrique a été réalisée par la minimisation d'un critère des couples ou d'un critère énergétique. La commande optimale a été mise en œuvre dans [7] pour la génération de la marche

1.3. LA MARCHE DES ROBOTS BIPÈDES ET L'EFFET DES BRAS

d'un bipède plan.

Le fonctionnement des jambes durant la marche optimale est un sujet déjà bien étudié [25, 42, 31, 15, 26]. Cependant, la compréhension de la marche humaine dans le but, entre autre, de transposer cette marche au robot bipède, passe par l'étude du mouvement des bras durant la marche. C'est dans ce cadre que l'étude de S. Collins [16, 17] a permis de faire apparaître la dynamique des bras durant la marche mais aussi leur utilité dans le mouvement. Ainsi cette étude a montré que le mouvement des bras permet de réduire les variations du moment angulaire durant la marche et ainsi de réduire la consommation d'énergie. L'étude s'est déroulée en deux parties. Une première partie consiste à étudier l'effet des bras sur un robot passif simple (voir figure 1.4). La seconde partie, que nous allons détailler dans la section suivante, est dédiée au mouvement des bras et ses effets chez des sujets humains.



FIGURE 1.4 – Robot passif de Collins.

S. Collins a testé son robot simple, qui marche sur un plan incliné sans source d'énergie (voir figure 1.4). Par simulation du robot passif, des mouvements périodiques ont été trouvés en employant une méthode de recherche de gradient. Ainsi S. Collins a cherché pour différents modes d'oscillation des bras. Plusieurs modes de marche ont donc été développés :

- normal : chaque bras oscille en phase avec la jambe du côté opposé.
- attachés : les bras sont mécaniquement contraints. Ils restent toujours à la verticale du sol.
- anti-normal : chaque bras oscille en phase avec la jambe du même côté.
- parallèle : les deux bras oscillent en phase et oscillent en phase avec l'une des deux jambes.

Ainsi il a été montré par ces simulations que le moment angulaire autour de l'axe vertical ainsi que la réaction du sol sont minimaux pour le mode d'oscillation normal. Ils augmentent en passant du mode de balancement normal au mode bras attachés au mode anti-normal (voir figure 1.5).

Des approches de génération des mouvements des membres supérieurs à partir d'un moment angulaire de référence donné autour du centre de masse ont été réalisées par Kajita et al. [38]. Xing et Su ont généré les mouvements des bras lors de marche d'un robot en minimisant le moment de lacet total du robot [74]. Ce mouvement des bras peut résoudre le problème de basculement des pieds durant la marche. Shafii et al. [66] ont généré des trajectoires optimales d'un robot bipède en utilisant les séries de Fourier. Ils ont trouvé que leur modèle de commande est plus efficace et rend la marche du robot plus stable et rapide s'ils considèrent le rôle des bras.

L'effet des bras sur la consommation énergétique durant une marche balistique a été exploré. Aoustin et Formalskii [3] ont cherché des allures de marche balistique cyclique avec une phase de double appui instantanée et des couples impulsionnels en 3D. Les couples nécessaires pour la marche ne sont fournis qu'à l'instant de l'impact. Les résultats numériques montrent que pour une période et une longueur données



FIGURE 1.5 – Le moments de réaction du sol et le moment angulaire vertical [17].

d'un pas de la marche, il existe une amplitude optimale du balancement des bras. Ainsi le coût énergétique est minimal pour ce mouvement optimal des bras. Ils ont aussi prouvé que lorsque les bras balancent en mode anti-normal, la consommation d'énergie pour chaque amplitude des bras est plus importante que le mode normal. Les résultats obtenus en 2D [2], n'étaient pas différents.

Pourtant, il n'a pas encore été montré si l'effet des mouvements actifs ou passifs des bras peut réduire la consommation d'énergie pendant la marche d'un robot bipède où le système locomoteur est actionné. Peu d'études et de résultats existent pour décrire les effets des bras sur les allures de marche dynamique d'un robot bipède actionné en fonction de leurs coûts énergétiques. Nous allons dans ce mémoire nous inspirer des travaux de S. Collins [16, 17] en définissant plusieurs modes d'oscillation des bras pour un robot dont le système locomoteur est actionné.

1.4 Effet des bras sur la marche humaine

Les études sur la marche humaine peuvent donner des informations utiles pour améliorer la recherche en robotique. Il a été montré que l'oscillation des bras pendant la marche humaine a pour but de réduire les dépenses énergétiques [16, 17, 71]. Il est suggéré que les dépenses métaboliques élevées de la marche sans osciller les bras sont dues soit à l'existence d'un grand moment angulaire autour de l'axe vertical qui passe par le pied d'appui et qui doit être neutralisé [16, 17, 58], soit à cause des plus grands mouvements verticaux du centre de masse qui ont lieu lorsque les bras n'oscillent pas vers le haut quand le tronc se déplace vers le bas [61, 71]. De plus, plusieurs auteurs ont prétendu que l'oscillation des bras pendant la locomotion humaine améliore la stabilité de marche [61, 54, 9].

En effet, Bruijn et al. [9] ont étudié l'effet de balancement des bras sur la stabilité de la marche en régime permanent, ainsi que la capacité à effectuer des actions pour rejeter une perturbation. La cinématique de tronc des sujets humains a été mesurée lors d'une marche avec une oscillation normale et limitée des bras. L'étude a prouvé que marcher sans balancer les bras conduit à des forces de perturbations plus élevées. Les bras jouent un rôle important dans la récupération de position après une perturbation [9]. D. Ortega [54] suggère que l'oscillation des bras contribue à augmenter la stabilité latérale. Des auteurs tels qu'Umberger [71] montrent que les bras réduisent un moment de lacet, qui agit sur le sol du pied d'appui pendant la marche. Ce moment de lacet est dû au rôle non symétrique des jambe d'appui et jambe libre.

En outre, le balancement des bras réduit le coût métabolique de la marche. S. Collins a effectué des mesures sur des sujets réels (7 hommes et 3 femmes) afin de vérifier les résultats obtenus dans le cas du robot passif. Différents modes d'oscillation des bras ont aussi été suivis (voir figure 1.6) :

- normal : chaque bras oscille en phase avec la jambe du côté opposé.
- attachés : les bras sont physiquement liés aux côtés du corps.

- anti-normal : chaque bras oscille en phase avec la jambe du même côté .
- solidaires : les bras sont volontairement tenus sur le corps.



FIGURE 1.6 – Des sujets humains ont marché avec différents modes d'oscillations des bras [17].

Ainsi à partir de données obtenues avec des captures de mouvement ainsi que de mesures de consommation d'oxygène et de production de dioxyde de carbone, il a été possible de déterminer l'énergie consommée pour différents modes (normal, attachés, anti-normal et solidaires), voir figure 1.7. De plus il a été montré que les muscles sont uniquement utilisés pour démarrer le mouvement des bras. Enfin, de la même manière, une simulation a montré que la consommation d'énergie est minimum pour une oscillation normale des bras et que le mouvement des bras permet de réduire les variations du moment angulaire, ainsi que le moment dû à la réaction du sol.



FIGURE 1.7 – La consommation d'énergie métabolique pour les différentes oscillations des bras [17].

D. Ortega et al. [54] ont trouvé que l'élimination du balancement des bras pendant la marche a augmenté le taux de consommation d'énergie métabolique, mais il n'a pas affecté la cinématique des sujets humains. L'élimination du balancement des bras n'a pas affecté la longueur du pas ou sa fréquence [54]. Quand les humains éliminent le balancement des bras pendant la marche, ils utiliseront probablement des mécanismes plus coûteux métaboliquement, tels que la génération de la force musculaire du tronc, afin d'éviter une torsion du tronc excessif et suivre une trajectoire droite. En outre, sans balancement des bras, le centre de masse subit de grandes oscillations latérales [67], et par conséquent, les marcheurs doivent effectuer un travail moteur plus élevé et consomment plus d'énergie métabolique [21]. L'homme peut marcher sans osciller ses bras, mais ceci exige un plus grand effort des jambes en raison de plus grand moment de réaction de sol autour l'axe vertical qui passe par le pied d'appui [55]. Jaeheung Park [55] appuie l'idée que la marche humaine avec oscillation des bras optimise le mouvement des membres inférieures en réduisant au minimum la charge des couples sur les articulations et la structure squelettique.

N. Hinrichs et al. [29, 28] ont trouvé que l'amplitude des mouvements verticaux du centre du masse "CdM" a été augmentée par l'action des bras durant la course. Les bras contribue à surélever de 5 à 10 % la position verticale du CdM [29]. Cette contribution importante augmente avec la vitesse d'avance du coureur [29]. En raison des forces d'impact, l'orientation de corps dans le plan sagittal est perturbée. Le mouvement déphasé des bras a lieu pour corriger l'orientation du corps parce que le mouvement de chaque bras contribue de manière identique au moment dans le plan sagittal.

La nature de mouvement des bras n'est pas encore totalement compréhensible et les biomécaniciens ne sont pas d'accord sur la passivité de ce mouvement [16, 57, 45, 35]. Par exemple, Pontzer et al. [57], à partir de l'analyse de la marche et la course humaine, soutiennent l'hypothèse d'une oscillation passive des bras pour le mouvement des corps supérieurs. Alors que F. Ballesteros et al. [45], utilisant des électrodes pour mesurer l'activité de muscle, ont montré que le mouvement des bras est accompagné par l'activité du muscle deltoïde, particulièrement pendant la rétraction. Jackson et al. [35] soutiennent l'hypothèse que le mouvement des bras n'est pas complètement passif. Nous allons aborder dans ce travail la recherche de trajectoire de marche optimales avec un balancement passif des bras afin de d'évaluer l'énergie alors nécessaire durant la marche.

Certains chercheurs ont étudié la coordination des mouvements des bras avec les mouvements des jambes [10, 6, 28]. L'étude du lien avec certaines caractéristiques de la marche, comme la fréquence de la marche et la longueur des pas et le déphasage, a été aussi explorée [23, 43, 18, 73]. Même l'influence sur la santé a été étudiée [24]. Par exemple, Wagenaar et al. [73] ont étudié les fréquences de résonance des bras et les jambes identifiant les différents schémas de marche humaine. Wagenaar et al. ont montré que pour les vitesses entre 0, 3 - 0, 8 m/s, la fréquence du mouvement des bras se synchronise avec la fréquence d'un pas. Alors qu'à partir des vitesses de 0, 8 m/s, la fréquence des bras correspond à celui du cycle de marche (deux pas).

1.5 Objectifs de l'étude

Dans ce travail, nous nous intéressons à obtenir des allures de marche qui ont des coûts minimaux selon un critère lié à l'énergie. Le but est d'étudier l'influence du mouvement des membres supérieurs du bipède sur sa consommation d'énergie et chercher la nature de ce mouvement optimal s'il est passif ou actif. La dynamique du bipède HYDROïD est utilisée pour cette étude. Le robot humanoïde HYDROïD [1] est conçu pour avoir des paramètres géométriques et dynamiques proches de ceux du modèle de HANAVAN établi pour caractériser le corps humain. Seules les phases de marche cyclique sont abordées dans cette étude, les phases de démarrage et d'arrêt ne sont pas étudiées. Nous nous sommes inspirés des études de Collins [16] pour tester différentes évolutions des bras : bras attachés, bras solidaires de tronc et balancement normal et anti-normal des bras. Les différentes modes d'oscillation des bras seront comparées pour différentes allures de marche optimale d'un robot bipède actionné en 2D et en 3D. Comme la plupart des mouvements se trouve dans le plan sagittal durant la marche d'un robot bipède, nous avons décidé de commencer l'étude en 2D. Dans ce cas là, un pas de marche cyclique est défini pour un robot bipède plan qui évolue sur un sol horizontal. Les bras étant à un corps ou à deux corps, le but est de prouver que le balancement des bras peut permettre de réduire un critère énergétique. L'effet du balancement est exploré pour différentes allures de marche pour être sûr que les résultats ne sont pas valides seulement pour un type de marche particulier. Le manuscrit se termine par une exploration du mouvement des bras lors d'une marche 3D pour voir si les résultats obtenus dans le 2D sont confirmés.

Dans la littérature, à notre connaissance, il n'a pas été encore montré si l'effet des mouvements actifs ou passifs des bras peut réduire la consommation d'énergie pendant la marche d'un robot bipède dont le système locomoteur est actionné. Il est émis l'hypothèse que le mouvement des bras peut être produit par la dynamique du bipède durant la marche. Notre étude a donc deux buts principaux : le premier est de vérifier si on peut mettre en évidence l'effet des bras sur l'énergie consommée durant la marche et obtenir des résultats similaires à ceux trouvés par S. Collins [16]. Le deuxième est de vérifier la nature de l'actionnement des bras dans les allures optimales obtenues et savoir si la marche optimale requiert un mouvement passif ou actif des bras.

1.6 Organisation du mémoire

L'étude se déroule en deux environnements : en 2D dans le plan du mouvement d'avancement durant la marche dite "sagittale" et en 3D. Nous présenterons dans le chapitre 2, plusieurs structures cinématiques du robot bipède sans et avec bras en 2D. À partir de ces structures, nous définirons un ensemble de modèles dynamiques du robot bipède pour des mouvements de marche dont le plus complexe contient des phases de double appui avec rotation des pieds, de simple appui pied à plat et des impacts. De plus, nous présenterons un ensemble de modèles pour les impacts qui apparaissent lors des différentes allures de marche. Le travail effectué abordera la modélisation dynamique d'un robot bipède.

Le robot bipède étudié ayant été présenté, ainsi que ces différents modèles dynamiques, nous verrons de quelle manière il est possible de générer des trajectoires optimales de marche cyclique. Les différentes allures, qui permettent de produire des trajectoires de marche à consommation énergétique minimale, seront définies par une optimisation paramétrique. Ces méthodes d'optimisation seront présentées dans le chapitre 3.

Nous pourrons alors, dans le chapitre 4, définir des mouvements de marche optimale afin d'étudier l'influence des bras sur la marche et de quelle manière le mouvement des bras affecte le critère choisi. Nous comparerons donc les performances entre un robot bipède avec et sans bras.

Dans le chapitre 5, nous chercherons des trajectoires optimales avec un mouvement passif des bras. Le but est de comparer les performances de ces trajectoires avec les mouvements où les épaules sont actionnées.

Enfin, dans le chapitre 6, nous chercherons des trajectoires optimales avec des différentes évolutions des bras dans un environnement 3D. Puis, les performances de ces évolutions différentes seront comparées selon le critère sthénique.

2

Modélisation et présentation du bipède en 2D

2.1 Introduction

Ce chapitre introduit les structures cinématiques du robot bipède anthropomorphe dans le plan sagittal. Les allures de marche considérées seront une alternance de phases de simple appui où le bipède est complètement actionné, de double appui où le bipède est sur-actionné et d'impact. Lors de cette alternance de phases le comportement dynamique du bipède évolue. Pour déterminer ce comportement nous allons définir le modèle dynamique du robot bipède pour chacune des allures de marches étudiées. Le cas d'un bipède avec bras mobiles sera comparé avec celui où les bras du bipède seront attachés à son tronc.

Ce chapitre présente donc le robot bipède, les variables de configuration utilisées, les différentes structures cinématiques avec et sans bras mobiles. Les modèles dynamiques du bipède pour les phases de simple et double appui seront présentés. Ces modèles seront utilisés pour la génération de mouvements optimaux présentée dans le chapitre 3.

2.2 Présentation du robot bipède plan avec ses différentes structures cinématiques

Le modèle du robot bipède 2D correspond à une projection du modèle du robot humanoïde dans le plan sagittal. On ne conserve ainsi que les articulations qui produisent des mouvements dans le plan sagittal. Le système mécanique de base considéré est un bipède plan constitué de onze corps rigides connectés par dix articulations.

Ce bipède est muni de deux pieds. Il possède deux jambes identiques avec un genou, un tronc et deux bras. Chaque jambe a une articulation rotoïde à la hanche, au genou et à la cheville. Chaque bras est composé d'un bras supérieur et d'un avant-bras liés par une articulation rotoïde. Le tronc et la tête constitue un seul corps (figure 2.1). La figure 2.2 montre les positions des centres de masse pour les différentes articulations du bipède. Les paramètres physiques de HYDROïD sont fournis par le tableau 2.1. On suppose qu'il n'y a pas de frottement au niveau des articulations motorisées.



FIGURE 2.1 – Robot bipède avec des bras à deux corps dans le plan sagittal



FIGURE 2.2 – Les centres de masse des corps du robot bipède

Description	Masse	Longueur	CdM	Inertie
	Kg	m	m	$Kg.m^2$
Pied	0.678	$L_p=0.207$	$sp_x = 0.0135$	0.00175
		$h_p = 0.06425$	$sp_y = 0.03212$	
Tibia	2.188	0.392	0.1685	0.0276
Cuisse	5.025	0.392	0.1685	0.0664
Tronc	24.97	0.5428	0.2013	0.6848
Bras supérieur	1.3	0.293	0.1260	0.0455
Avant-bras	0.85	0.293	0.1686	0.0093

TABLE 2.1 – Paramètres physiques du robot bipède avec des bras à deux corps

Dans le but de montrer l'effet des bras et des avant-bras sur la performance énergétique du bipède plan durant la marche, des structures cinématiques sans et avec bras et aussi sans et avec des avant-bras, sont étudiées. Une architecture où les bras à deux corps sont remplacés par des bras à un seul corps est étudiée (figure 2.3, tableau 2.2).

Une autre structure cinématique est étudiée. Un seul corps rigide est utilisé pour modéliser le tronc et

Description	Masse	Longueur	CdM	Inertie
	Kg	m	m	$Kg.m^2$
Pied	0.678	$L_p=0.207$	$sp_x = 0.0135$	0.00175
		h_p =0.06425	$sp_y = 0.03212$	
Tibia	2.188	0.392	0.1685	0.0276
Cuisse	5.025	0.392	0.1685	0.0664
Tronc	24.97	0.5428	0.2013	0.6848
Bras	2.15	0.586	0.2418	0.0578

TABLE 2.2 – Paramètres physiques du robot bipède avec des bras à un seul corps



FIGURE 2.3 – Robot bipède avec des bras à un seul corps dans le plan sagittal

les bras de telle façon que le robot bipède est composé de six articulations seulement (figure 2.4, tableau 2.3).

Description	Masse	Longueur	CdM	Inertie
	Kg	m	m	$Kg.m^2$
Pied	0.678	$L_p=0.207$	$sp_x = 0.0135$	0.00175
		$h_p = 0.06425$	$sp_y = 0.03212$	
Tibia	2.188	0.392	0.1685	0.0276
Cuisse	5.025	0.392	0.1685	0.0664
Tronc	29.27	0.5428	0.19207	0.81496

TABLE 2.3 – Paramètres physiques du robot bipède avec les bras attachés au tronc

Cette dernière structure correspond à un modèle du robot avec bras attachés, les positions relatives des corps des bras par rapport au tronc sont constantes, (la configuration étudiée correspond à celui nommée "Arms Bound" dans les travaux de Collins [17]). Les couples de maintien au niveau des épaules et des coudes ne sont pas calculés. Le nouveau centre de masse et les nouvelles masses et inerties du tronc sont calculés en considérant les masses et les inerties des bras incluses dans le tronc selon le théorème d'Huygens. Le but d'utiliser ce modèle du robot bipède sans bras est de comparer avec celui qui possède des bras selon leur performance énergétique afin de mettre en évidence l'effet des bras.



FIGURE 2.4 – Robot bipède avec les bras attachés au tronc dans le plan sagittal

Le modèle le plus simple du bipède qui permet de prendre en compte l'effet des bras est le modèle avec un seul corps par bras (tableau 2.2).

Dans ce travail, on s'intéresse à la génération d'un pas de marche du bipède plan sur un sol horizontal. L'effet du balancement des bras sera exploré pour différentes allures de marche afin que les résultats ne soient pas obtenus pour un cas spécial. Dans la section suivante, les différentes allures de marche seront présentées.

2.3 Présentation des différentes allures de marche

Différentes allures peuvent être envisagées pour la marche d'un robot bipède. Dans la suite, un ensemble de trajectoires sera généré pour différentes allures de marche, en cherchant à tendre vers la marche humaine. Les allures de marche étudiées sont :

1. Allure de type 1 : L'allure de marche la plus simple consiste en une succession de phases de simple appui et double appui instantané sans impact (figure 2.5).



FIGURE 2.5 – Allure de type 1

2. Allure de type 2 : L'allure consiste en une succession de phases de simple appui séparées par des impacts (figure 2.6).



FIGURE 2.6 – Allure de type 2

3. Allure de type 3 : L'allure fera apparaître une phase de double appui avec rotation des deux pieds (figure 2.7). Cette allure prend en compte deux phases d'impact. Le premier impact a lieu quand le talon du pied en transfert touche le sol, le pied d'appui étant à plat. Le second impact a lieu en fin de phase de double appui quand la pointe du pied avant touche le sol, le pied arrière décolle.



FIGURE 2.7 – Allure de type 3

Différentes évolutions des bras seront comparées pour les différentes allures de marche : bras attachés, bras solidaires du tronc et balancement libre des bras. De plus, les trajectoires de marche générées seront cycliques. Dans la section suivante, on verra les différents modèles qui correspondent aux différentes phases de marche qui constituent chaque allure de marche.

2.4 Modélisation dynamique des différentes phases de marche

Il existe différents formalismes pour définir les modèles dynamiques. Le formalisme de Lagrange fondé sur le principe de la moindre action permet d'obtenir les trajectoires des variables généralisées du système mécanique. Le formalisme de Newton-Euler, fondé sur le bilan des efforts pour chaque corps, permet d'obtenir directement le modèle dynamique inverse et le calcul des efforts de contact pied-sol. Ce formalisme peut aussi être utilisé pour décrire le modèle dynamique direct [39]. La méthode de Lagrange est privilégiée lorsque le nombre de degrés de liberté "ddl" est peu important et principalement pour obtenir les modèles dynamiques inverses. On aura partiellement besoin de modèle dynamique direct pour étudier le mouvement passif des bras. Pour l'étude en 3D, la méthode de Newton-Euler sera utilisée. Le but dans ce chapitre est de décrire le modèle dynamique inverse pour les différentes phases qui constituent un pas de marche cyclique. Les équations qui en résultent expriment la dynamique du mouvement à partir de la différence des énergies cinétique et potentielle, exprimées dans un jeu de coordonnées généralisées dans l'espace des configurations. Les coordonnées généralisées du bipède utilisées dans ce travail sont les angles absolus qui sont définis par rapport à l'axe vertical.

2.4.1 Modèle dynamique du bipède en phase de simple appui

Dans la phase de simple appui, la modélisation dynamique est basée sur l'hypothèse que le pied d'appui ne tourne pas et reste à plat sur le sol durant cette phase. Les conditions de contact sont pris implicitement en compte dans le modèle. Par la suite, on notera $\mathbf{q}_r = [q_{p2} \ q_1 \ q_2 \ \dots q_{n-1}]^t$ le vecteur définissant la configuration du bipède durant la phase de simple appui en fonction des orientations absolues des articulations ; où n = 6, 8 ou 10 selon la structure cinématique considérée du bipède. Les cordonnées utilisées sont représentées sur les figures 2.1, 2.3 et 2.4. Ainsi, les couples d'actionneurs peuvent être calculés à partir du modèle dynamique inverse :

$$\mathbf{A}_{\mathbf{r}}(\mathbf{q}_{\mathbf{r}})\ddot{\mathbf{q}}_{\mathbf{r}} + \mathbf{C}_{\mathbf{r}}(\mathbf{q}_{\mathbf{r}}, \dot{\mathbf{q}}_{\mathbf{r}})\dot{\mathbf{q}}_{\mathbf{r}} + \mathbf{G}_{\mathbf{r}}(\mathbf{q}_{\mathbf{r}}) = \mathbf{B}_{\mathbf{r}}\Gamma$$
(2.1)

où

 $\Gamma = [\Gamma_1 \ \Gamma_2 \ ..., \Gamma_n]^t$ est le vecteur des couples articulaires, $\mathbf{A_r}(\mathbf{q_r}) \in \mathbb{R}^{n \times n}$ est la matrice d'inertie, symétrique et définie positive, $\mathbf{C_r}(\mathbf{q_r}, \dot{\mathbf{q_r}}) \in \mathbb{R}^{n \times n}$ représente les forces de Coriolis et les forces centrifuges, $\mathbf{G_r}(\mathbf{q_r}) \in \mathbb{R}^{n \times 1}$ représente le vecteur de la gravité et $\mathbf{B_r} \in \mathbb{R}^{n \times n}$ est la matrice d'actionnement. C'est une matrice constante et inversible. Le calcul de la matrice $\mathbf{B_r}$ s'appuie sur l'écriture du travail virtuel des couples actionneurs exprimés en utilisant les variables articulaires choisies (ici les angles absolus).

Le calcul des différents éléments de A_r , C_r et G_r se fait à partir de l'énergie potentielle U et de l'énergie cinétique E_c . La matrice d'inertie A_r s'obtient par la dérivation de l'énergie cinétique :

$$\mathbf{A}_{\mathbf{r}} = \frac{\partial^2 E_c}{\partial \dot{\mathbf{q}}_{\mathbf{r}}^2} \tag{2.2}$$

La matrice C_r est donnée en utilisant les symboles de Christoffell $c_{i,jk}$. Si l'on note *i* une ligne de C_r et j une colonne de C_r alors on obtient les différents éléments de C_r par :

$$\mathbf{C}_{\mathbf{r}ij} = \sum_{k=1}^{n} c_{i,jk} \dot{q}_{r_k}$$

$$c_{i,jk} = \frac{1}{2} \left[\frac{\partial A_{ij}}{\partial q_{r_k}} + \frac{\partial A_{ik}}{\partial q_{r_j}} - \frac{\partial A_{jk}}{\partial q_{r_i}} \right]$$
(2.3)

où n est le nombre des articulations. Les éléments du vecteur G_r s'obtiennent par la dérivation de l'énergie potentielle telle que :

$$\mathbf{G}_{\mathbf{r}} = \frac{\partial U}{\partial \mathbf{q}_{\mathbf{r}}} \tag{2.4}$$

L'énergie potentielle U et l'énergie cinétique totale E_c du robot bipède sont obtenues par les équations (2.5) et (2.6) :

$$U = \sum_{i=1}^{n} m_i \ g \ P_{iy}$$
(2.5)

$$E_c = \frac{1}{2} \sum_{i=1}^{n} (m_i V_i^2 + I_i w_i^2)$$
(2.6)

où m_i est la masse du corps *i*, *g* l'accélération de la gravité, P_{iy} correspond à la position du centre de masse du corps *i* selon l'axe vertical, V_i est la vitesse linéaire du centre de masse du corps *i*, w_i est la vitesse angulaire du centre de masse du corps *i* et I_i est l'inertie du corps *i* calculée au centre de masse.

Comme nous l'avons mentionné, la matrice B_r se calcule à l'aide du principe des travaux virtuels des couples actionneurs [4]. Le travail virtuel associé à l'actionnement est :

$$W = \sum_{i=1}^{n} W_i = \sum_{i=1}^{n} \delta \theta_i \Gamma_i$$
(2.7)

La matrice d'actionnement $\mathbf{B}_{\mathbf{r}}$ est donc :

$$\mathbf{B}_{\mathbf{r}} = \frac{\partial}{\partial \Gamma} \left[\frac{\partial W}{\partial \delta \mathbf{q}_r} \right]$$
(2.8)

où les angles θ_i correspondent aux variables articulaires actionnées telles que :

$$\begin{cases} \delta\theta_{1} = q_{1} \\ \delta\theta_{2} = q_{p2} - q_{5} \\ \delta\theta_{3} = q_{2} - q_{1} \\ \delta\theta_{4} = q_{3} - q_{2} \\ \delta\theta_{5} = q_{4} - q_{3} \\ \delta\theta_{6} = q_{5} - q_{4} \\ \delta\theta_{7} = q_{6} - q_{3} \\ \delta\theta_{8} = q_{7} - q_{3} \end{cases}$$
(2.9)

Ainsi, la matrice d'actionnement $\mathbf{B}_{\mathbf{r}}$ lorsque n = 8 est :

$$\mathbf{B}_{\mathbf{r}} = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & -1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & -1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & -1 & 0 & -1 & -1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & -1 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$
(2.10)

Le modèle, présenté par l'équation (2.1), est valide seulement si le pied d'appui reste fixe sur le sol. C'est à dire qu'il n'y pas de décollement ni de glissement ni de rotation du pied d'appui. Il n'y a pas d'effort de contact sur le pied 2 qui est en transfert. On suppose que la seule zone de contact avec l'environnement est le pied 1. La force de réaction de sol \mathbf{R}_1 sur le pied d'appui 1 pendant la phase de simple appui est donc calculée en écrivant l'équilibre dynamique du robot bipède :

$$\begin{bmatrix} R_{1x} \\ R_{1y} \end{bmatrix} = m \begin{bmatrix} \ddot{x}_g \\ \ddot{y}_g \end{bmatrix} + m \begin{bmatrix} 0 \\ g \end{bmatrix}$$
(2.11)



FIGURE 2.8 – Simple appui

où m est la masse totale du bipède, x_g et y_g sont les composantes horizontale et verticale du centre de gravité du bipède, R_{1x} et R_{1y} sont les composantes horizontale et verticale de la force de réaction du sol sur le pied d'appui. x_g et y_g peuvent être calculés à partir de q_r , car on suppose que le pied 1 est fixe.

La notion de ZMP a été introduite dans [72]. Compte tenu de l'unilatéralité des efforts de réaction produits par le sol, le pied d'appui reste en contact pied à plat seulement si le point de ZMP reste strictement à l'intérieur de l'enveloppe convexe dans la zone de support de pied d'appui [37, 12].



FIGURE 2.9 – Forces et moments qui agissent sur le pied d'appui.

La position du ZMP (Zéro Moment point) est calculée à partir de l'équilibre des moments autour du pied d'appui, on obtient (figure 2.9) :

$$ZMP_{x} = \frac{\Gamma_{1} + Sp_{x}m_{p}g - h_{p}R_{1x}}{R_{1y}}$$
(2.12)

2.4.2 Modèle dynamique en double appui

La position et les configurations du robot bipède seront définies par le vecteur $\mathbf{X} = [q_{p1}; \mathbf{q}_r; x_h; y_h]$. Les coordonnées cartésiennes x_h , y_h définissent la position de la hanche et q_{p1} est l'angle entre le pied d'appui et le sol, voir figure 2.10.

Le modèle dynamique en phase de double appui doit prendre en compte l'action du sol sur le bipède. Le modèle dynamique du bipède lors de la phase de double appui est donc :

$$\mathbf{A}(\mathbf{X})\ddot{\mathbf{X}} + \mathbf{C}(\mathbf{X},\dot{\mathbf{X}})\dot{\mathbf{X}} + \mathbf{G}(\mathbf{X}) = \mathbf{B}\mathbf{\Gamma} + \mathbf{J}_1^{\mathrm{t}}\mathbf{R}_1 + \mathbf{J}_2^{\mathrm{t}}\mathbf{R}_2$$
(2.13)

où A(X) est la matrice d'inertie, $C(X, \dot{X})$ représente les forces de Coriolis et les forces centrifuges, G(X) représente le vecteur de la gravité, B est la matrice d'actionnement et elle indique si une variable



FIGURE 2.10 – Robot bipède avec des bras à un seul corps dans le plan sagittal

généralisée est actionnée ou non, $\mathbf{R}_1 \in \mathbb{R}^{3 \times 1}$ et $\mathbf{R}_2 \in \mathbb{R}^{3 \times 1}$ sont les vecteurs de réaction de sol sur les pieds et \mathbf{J}_1 et \mathbf{J}_2 sont les matrices jacobiennes des contraintes pour les deux pieds. Les matrices \mathbf{J}_1 et \mathbf{J}_2 diffèrent selon le mode de contact des pieds avec le sol.

Dans la suite, toutes les matrices et les équations sont écrites pour le robot bipède avec des bras à un seul corps (le bipède a huit articulations).

Modèle dynamique en double appui avec rotation des deux pieds

Durant la phase de double appui, le robot bipède est en contact sur le talon du pied en avant ainsi que sur la pointe du pied en arrière, la figure 2.11. Les contacts entre chaque pied et le sol étant ponctuels, les efforts de réaction du sol n'ont que deux composantes non nulles, on aura R_1 appartient à $\mathbb{R}^{2\times 1}$ et $R_2 \in \mathbb{R}^{2\times 1}$, où R_1 et R_2 sont les vecteurs de la réaction du sol sur les pieds.



FIGURE 2.11 – Double appui avec rotation des deux pieds

Le modèle dynamique est exprimé par l'équation (2.13). Les matrices J_1 et J_2 , décrivant les contraintes cinématiques dues de contact avec le sol, sont telles que :

$$\mathbf{J_1} = \begin{bmatrix} h_p cos(q_{p1}) + l_p sin(q_{p1}) & 0 & L_1 cos(q_1) & L_2 cos(q_2) & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ h_p sin(q_{p1}) - l_p cos(q_{p1}) & 0 & L_1 sin(q_1) & L_2 sin(q_2) & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$
(2.14)

$$\mathbf{J_2} = \begin{bmatrix} 0 & h_p \cos(q_{p2}) - (L_p - l_p) \sin(q_{p2}) & 0 & 0 & 0 & L_4 \cos(q_4) & L_5 \cos(q_5) & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & h_p \sin(q_{p2}) + (L_p - l_p) \cos(q_{p2}) & 0 & 0 & 0 & L_4 \sin(q_4) & L_5 \sin(q_5) & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$
(2.15)

En écrivant l'équilibre dynamique sur le centre de gravité du robot bipède, on obtient le système d'équations suivant (voir figure 2.12) :

$$\begin{cases} (R_{1x} + R_{2x})y_g + R_{2y}(d - x_g) + R_{1y}x_g = 0\\ R_{1x} + R_{2x} = m\ddot{x}_g\\ R_{1y} + R_{2y} - mg = m\ddot{y}_g \end{cases}$$
(2.16)

où \ddot{x}_g et \ddot{y}_g représentent les composantes de l'accélération du CdM du bipède. Ces équations sont particulièrement simples, car les efforts de contact sol-pied sont deux forces ponctuelles. Le système d'équations (2.16) possède 3 équations pour 4 inconnues.



FIGURE 2.12 – Bilan d'efforts au CdM

En double appui, il existe une infinité d'efforts de contact sol-pied conduisant à l'équilibre du robot, le système est sur actionné. Plusieurs couples articulaires produiront le même mouvement du robot, et des efforts de contact sol-pied différents.

Le calcul de MGI, les couples et la réaction de sol durant la phase de double appui :

Il est possible de considérer que le robot bipède est lié au sol au niveau du talon du pied avant 1 par une liaison pivot parfaite, voir figure 2.13. Si un repère absolu est défini tel que son origine est confondu avec cette liaison parfaite, la liaison sur le pied 1 est alors implicite. Le modèle dynamique du robot bipède s'écrit :

$$\mathbf{A}(\mathbf{q})\ddot{\mathbf{q}} + \mathbf{C}(\mathbf{q}, \dot{\mathbf{q}})\dot{\mathbf{q}} + \mathbf{G}(\mathbf{q}) = \mathbf{B}\mathbf{\Gamma} + \mathbf{J}^{\mathsf{t}}\mathbf{R}_{2}$$
(2.17)

où $\mathbf{q} = [q_{p1}; \mathbf{q}_r].$

Les coordonnées (x_{p2}, y_{p2}) de la pointe " p_2 " du pied 2 en contact avec le sol sont :

$$x_{p2} = -h_p sin(q_{p1}) + l_p cos(q_{p1}) + h_p sin(q_{p2}) + (L_p - l_p) cos(q_{p2}) - L_1 cos(q_1) - L_2 sin(q_2) + L_4 sin(q_4) + L_5 sin(q_5) = -d$$

$$y_{p2} = -h_p cos(q_{p1}) - l_p sin(q_{p1}) + h_p cos(q_{p2}) - (L_p - l_p) sin(q_{p2}) - L_1 sin(q_1) - L_2 cos(q_2) + L_4 cos(q_4) + L_5 cos(q_5) = 0$$
(2.18)



FIGURE 2.13 - Bilan d'efforts au CdM

Les équations 2.19 peuvent être écrites :

$$L_4 sin(q_4) + L_5 sin(q_5) = Y_1$$

$$L_4 cos(q_4) + L_5 cos(q_5) = Y_2$$
(2.19)

où

$$Y_{1} = -h_{p}sin(q_{p1}) + l_{p}cos(q_{p1}) + h_{p}sin(q_{p2}) + (L_{p} - l_{p})cos(q_{p2}) - L_{1}cos(q_{1}) - L_{2}sin(q_{2}) - d$$

$$Y_{2} = -h_{p}cos(q_{p1}) - l_{p}sin(q_{p1}) + h_{p}cos(q_{p2}) - (L_{p} - l_{p})sin(q_{p2}) - L_{1}sin(q_{1}) - L_{2}cos(q_{2})$$
(2.20)

Ces équations permettent de trouver q_4 et q_5 en connaissant q_1 , q_2 , q_{p1} et q_{p2} . La résolution du système d'équations 2.19 peut s'effectuer par la méthode de Paul [56]. La méthode de Paul permet de résoudre le modèle géométrique inverse d'un grand nombre de robot en faisant apparaître des types d'équations simple pour lesquels une solution analytique peut être donnée. Les solutions des différents types d'équations sont données par Khalil et al [39].

La matrice jacobienne J décrivant les contraintes cinématiques dues de contact avec le sol est :

$$\mathbf{J} = \begin{bmatrix} -h_p \cos(q_{p1}) - l_p \sin(q_{p1}) & h_p \cos(q_{p2}) - (L_p - l_p) \sin(q_{p2}) - \dots \\ -h_p \sin(q_{p1}) + l_p \cos(q_{p1}) & h_p \sin(q_{p2}) + (L_p - l_p) \cos(q_{p2}) - \dots \end{bmatrix}$$

$$\dots L_1 \sin(q_1) - L_2 \cos(q_2) & 0 \quad L_4 \cos(q_4) \quad L_5 \cos(q_5) \quad 0 \quad 0 \\ \dots L_1 \cos(q_1) & -L_2 \sin(q_2) & 0 \quad L_4 \sin(q_4) \quad L_5 \sin(q_5) \quad 0 \quad 0 \end{bmatrix}$$
(2.21)

Neuf coordonnées sont utilisées pour décrire la configuration du bipède. Lorsque le second pied est en appui lui aussi sur le sol avec un point, talon ou orteil, la relation pivot entre ce pied et le sol engendre deux contraintes supplémentaires de contact, données par l'équation (2.19). Il n'y a plus que sept coordonnées généralisées qui sont nécessaires pour décrire la configuration du robot bipède. Ce robot a huit actionneurs. Par conséquent, le robot a un degré de sur-actionnement de 1 lorsqu'il a un double appui sur le sol plan horizontal (figure 2.11). Par conséquent, il y a une infinité de solutions pour le modèle dynamique inverse.

En considérant que R_{2x} est donné, les couples articulaires ainsi que la composante verticale de la force de réaction du sol sur le pied arrière 2 peuvent être calculés en résolvant l'équation (2.17) comme :

$$\begin{bmatrix} \mathbf{\Gamma} \\ R_{2y} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \mathbf{B} & \mathbf{J}_{(:,2)}^{t} \end{bmatrix}^{-1} \begin{bmatrix} \mathbf{A}(\mathbf{X})\ddot{\mathbf{X}} + \mathbf{C}(\mathbf{X},\dot{\mathbf{X}})\dot{\mathbf{X}} + \mathbf{G}(\mathbf{X}) - \mathbf{J}_{(:,1)}^{t}R_{2x} \end{bmatrix}$$
(2.22)

où les forces de réaction du sol sur le pied arrière $\mathbf{R}_2 \in \mathbb{R}^{2 \times 1}$ sont pris en compte à travers la matrice jacobienne $\mathbf{J} \in \mathbb{R}^{2 \times 9}$, $\mathbf{J}_{(:,1)}^t$ définit la première colonne de la matrice \mathbf{J}^t .

Le calcul de la réaction du sol R_1 sur le pied en avant est réalisé en effectuant le bilan des efforts au centre de masse global du robot bipède :

$$\begin{cases} R_{1x} = m\ddot{x}_g - R_{2x} \\ R_{1y} = m\ddot{y}_g - R_{2y} - mg \end{cases}$$
(2.23)

On peut donc obtenir les composantes de la réaction du sol sur le pied 1 après la résolution du modèle dynamique (2.22).

La réaction du sol R_{2x} peut être supposée connue. La réaction R_{2x} peut être choisie de telle sorte qu'elle minimise un critère d'optimisation basée sur les couples. Pour calculer R_{2x} , l'équation dynamique sera résolue dans une telle façon que R_{2x} va minimiser le critère d'optimisation basé sur les couples C_{Γ}^* sous la contrainte que les forces de réaction du sol R_1 et R_2 soient compatibles avec le contact supposé, c'est-à-dire sans décollement, ni glissement.

$$C_{\Gamma}^* = \min_{R_{2\pi}} \Gamma^t \Gamma \tag{2.24}$$

avec

$$\begin{cases}
-\mu R_{1y} - R_{1x} \le 0 \\
-\mu R_{1y} + R_{1x} \le 0 \\
-\mu R_{2y} - R_{2x} \le 0 \\
-\mu R_{2y} + R_{2x} \le 0
\end{cases}$$
(2.25)

Considérant que le côté gauche de l'équation dynamique (2.17) est calculé à partir du mouvement désiré qui est noté (ϕ), on obtient :

$$\phi = \mathbf{B}\Gamma + \mathbf{J}_{(:,1)}^{\mathsf{t}} R_{2x} + \mathbf{J}_{(:,2)}^{\mathsf{t}} R_{2y}$$
(2.26)

$$\begin{bmatrix} \mathbf{B} & \mathbf{J}_{(:,2)}^{\mathsf{t}} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \mathbf{\Gamma} \\ R_{2y} \end{bmatrix} + \mathbf{J}_{(:,1)}^{\mathsf{t}} R_{2x} = \phi$$
(2.27)

$$\begin{bmatrix} \boldsymbol{\Gamma} \\ R_{2y} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \mathbf{B} & \mathbf{J}_{(:,2)}^{t} \end{bmatrix}^{-1} \phi - \begin{bmatrix} \mathbf{B} & \mathbf{J}_{(:,2)}^{t} \end{bmatrix}^{-1} \mathbf{J}_{(:,1)}^{t} R_{2x}$$
(2.28)

On garde seulement les 8 premières lignes de l'équation précédente pour calculer uniquement les couples articulaires :

$$\Gamma = \left(\begin{bmatrix} \mathbf{B} & \mathbf{J}_{(:,2)}^{t} \end{bmatrix}^{-1} \phi \right)_{(1:8)} - \left(\begin{bmatrix} \mathbf{B} & \mathbf{J}_{(:,2)}^{t} \end{bmatrix}^{-1} \mathbf{J}_{(:,1)}^{t} \right)_{(1:8)} R_{2x}$$
(2.29)

Notons que $\mathbf{F_1} = ([\mathbf{B} \quad \mathbf{J}_{(:,2)}^t]^{-1}\phi)_{(1:8)}$ et $\mathbf{F_2} = -([\mathbf{B} \quad \mathbf{J}_{(:,2)}^t]^{-1}\mathbf{J}_{(:,1)}^t)_{(1:8)}$. Ainsi, nous avons :

$$\Gamma = \mathbf{F_1} + \mathbf{F_2} R_{2x} \tag{2.30}$$

L'expression de C^*_{Γ} peut être écrite comme :

$$C_{\Gamma}^{*} = \Gamma^{t}\Gamma = (\mathbf{F_{1}} + \mathbf{F_{2}}R_{2x})^{t}(\mathbf{F_{1}} + \mathbf{F_{2}}R_{2x})$$

$$C_{\Gamma}^{*} = \mathbf{F_{1}}^{t}\mathbf{F_{1}} + 2\mathbf{F_{1}}^{t}\mathbf{F_{2}}R_{2x} + R_{2x}^{t}\mathbf{F_{2}}^{t}\mathbf{F_{2}}R_{2x}$$
(2.31)

Enfin, la valeur R_{2x} qui permettra de minimiser C^*_{Γ} peut-être calculée en écrivant que la dérivée de C^*_{Γ} par rapport à R_{2x} égale à zéro.

$$\frac{\partial C_{\Gamma}^{*}}{\partial R_{2x}} = 0 \Longrightarrow 2\mathbf{F}_{1}^{t}\mathbf{F}_{2} + 2\mathbf{F}_{2}^{t}\mathbf{F}_{2}R_{2x opt \Gamma} = 0$$

$$R_{2x opt \Gamma} = -\frac{\mathbf{F}_{1}^{t}\mathbf{F}_{2}}{\mathbf{F}_{2}^{t}\mathbf{F}_{2}}$$
(2.32)

Après avoir calculée R_{2x} , on peut utiliser (2.22) et (2.23) pour calculer R_{2y} et $\mathbf{R_1}$ respectivement. La solution de R_{2x} , trouvée par l'équation (2.32), minimise C_{Γ}^* sans contrainte.

Contraintes de contact :

La trajectoire optimale de la marche doit satisfaire toutes les contraintes présentées par l'équation (2.25). Comme les couples Γ dans l'équation (2.30), la force de réaction peut aussi être exprimée en fonction de R_{2x} . La dernière ligne de l'équation (2.28), s'écrit :

$$R_{2y} = \mathbf{M}_{2y} + \mathbf{N}_y R_{2x} \tag{2.33}$$

où M_{2y} et N_y sont définis à partir de la 9ème ligne de l'équation (2.28).

De la même façon, à partir de (2.23), la force de la réaction sur le pied 1 peut être exprimée par :

$$R_{1x} = \mathbf{M}_{1x} - R_{2x} \tag{2.34}$$

$$R_{1y} = \mathbf{M}_{1y} - \mathbf{N}_y R_{2x} \tag{2.35}$$

où $\mathbf{M}_{1x} = m\ddot{x}_g$ et $\mathbf{M}_{1y} = m\ddot{y}_g + mg - \mathbf{M}_{2y}$. Il est à noter que \mathbf{N}_y est le même que celui de l'équation (2.33).

Pour des valeurs données de $(\mathbf{q}, \dot{\mathbf{q}}, \ddot{\mathbf{q}})$, les variables \mathbf{M}_i et \mathbf{N}_i sont connues, et les forces de réaction sont calculées avec $R_{2x} = R_{2x \text{ opt }\Gamma}$. Si toutes les contraintes indiquées par l'équation (2.25) sont satisfaites, cette solution sera donc utilisée.

Si les contraintes sur les forces de réaction ne sont pas satisfaites par $R_{2x opt \Gamma}$, on va définir les valeurs limites de R_{2x} de façon à satisfaire les contraintes. Les valeurs limites sont notées : $R_{2x min}$ et $R_{2x max}$, et la force tangentielle R_{2x} devra satisfaire :

$$R_{2x\min} \le R_{2x} \le R_{2x\max} \tag{2.36}$$

Ainsi, une solution du problème de minimisation (2.24) est donnée par :

$$\begin{cases}
Si \quad R_{2x \min} \leq R_{2x opt \Gamma} \leq R_{2x \max} & \text{alors} \quad R_{2x} = R_{2x opt \Gamma} \\
Si \quad R_{2x opt \Gamma} \leq R_{2x \min} & \text{alors} \quad R_{2x} = R_{2x \min} \\
Si \quad R_{2x opt \Gamma} \geq R_{2x \max} & \text{alors} \quad R_{2x} = R_{2x \max}
\end{cases}$$
(2.37)

Dans le cas où il n'y a pas de solution, soit si $R_{2x \min} \ge R_{2x \max}$, la valeur de R_{2x} est choisie telle que :

$$R_{2x} = R_{2x \ opt \ \Gamma} \tag{2.38}$$

Dans ce cas, les contraintes ne sont plus satisfaites. Cependant, l'algorithme global d'optimisation prenant en compte les contraintes (voir chapitre 3), la solution courante qui ne satisfait pas les contraintes sera rejetée. La solution finale satisfera les contraintes par une modification du mouvement articulaire.

Contrainte de non-décollement :

Dans le cas où toutes les contraintes exprimées par (2.25) ne sont pas satisfaites, la contrainte de nondécollement doit être vérifiée en premier lieu, parce que la contrainte de non-glissement ne peut être envisagée que si le pied reste sur le sol.

Il existe des valeurs de R_{2x} qui peuvent satisfaire la contrainte de non-décollement ($R_{1y} > 0, R_{2y} > 0$) avec (2.33) et (2.35).Les limites maximales et minimales de R_{2x} peuvent être calculées :

$$R_{2x\,min} = \begin{cases} \frac{-\mathbf{M}_{2y}}{\mathbf{N}_{y}} & \text{si} \quad \mathbf{N}_{y} \ge 0\\ \frac{\mathbf{M}_{1y}}{\mathbf{N}_{y}} & \text{si} \quad \mathbf{N}_{y} < 0 \end{cases}$$

$$R_{2x\,max} = \begin{cases} \frac{\mathbf{M}_{1y}}{\mathbf{N}_{y}} & \text{si} \quad \mathbf{N}_{y} \ge 0\\ \frac{-\mathbf{M}_{2y}}{\mathbf{N}_{y}} & \text{si} \quad \mathbf{N}_{y} < 0 \end{cases}$$

$$(2.39)$$

Si la contrainte de non-décollement n'est pas satisfaite par la solution $R_{2x} = R_{2x opt \Gamma}$ et s'il n'y a pas de solution satisfaisante ($R_{2x max} < R_{2x min}$), l'équation (2.37) est donc utilisée avec les limites calculées par les équations (2.39) et (2.40).

Les limites calculées ci-dessus de R_{2x} assurent une force de réaction verticale positive sur les deux pieds ($R_{2a} > 0$ et $R_{1a} > 0$) pendant la phase de double appui. Ainsi, à partir de l'équation (2.33) et pour les valeurs qui satisfissent $N_y \ge 0$, on a :

$$\begin{pmatrix}
\mathbf{M}_{2y} + \mathbf{N}_{y}R_{2x} > 0 \\
\mathbf{N}_{y}R_{2x} > -\mathbf{M}_{2y} \\
R_{2x} > \frac{-\mathbf{M}_{2y}}{\mathbf{N}_{y}}
\end{cases}$$
(2.41)

De la même façon, à partir de (2.35), nous avons :

$$\begin{aligned}
 M_{1y} - \mathbf{N}_y R_{2x} &> 0 \\
 -\mathbf{N}_y R_{2x} &> -\mathbf{M}_{1y} \\
 R_{2x} &> \frac{\mathbf{M}_{1y}}{\mathbf{N}_y}
 \end{aligned}$$
(2.42)

Pour $N_y < 0$, les signes sont inversés.

Contrainte de non-glissement :

Si les contraintes de non-décollement sont satisfaites, les contraintes de non-glissement doivent être vérifiées. Une solution qui satisfait ces contraintes doit être trouvée. Les contraintes de non-glissement sur le pied 2 peuvent être écrites :

$$\begin{cases} -\mu R_{2y} - R_{2x} \le 0\\ -\mu R_{2y} + R_{2x} \le 0 \end{cases}$$
(2.43)

En substituant la valeur R_{2x} par l'équation (2.33), nous avons :

$$\begin{cases} -\mu \mathbf{M}_{2y} - (\mu \mathbf{N}_y + 1)R_{2x} \le 0\\ -\mu \mathbf{M}_{2y} - (\mu \mathbf{N}_y - 1)R_{2x} \le 0 \end{cases}$$
(2.44)

Ainsi, la contrainte de non-glissement sur le pied 1 peut être exprimée :

$$\begin{cases} -\mu R_{1y} - R_{1x} \le 0\\ -\mu R_{1y} + R_{1x} \le 0 \end{cases}$$
(2.45)

En mettant les valeurs des équations (2.34) et (2.35), nous avons :

$$\begin{cases} -\mu \mathbf{M}_{1y} - \mathbf{M}_{1x} + (\mu \mathbf{N}_y + 1)R_{2x} \le 0\\ -\mu \mathbf{M}_{1y} + \mathbf{M}_{1x} + (\mu \mathbf{N}_y - 1)R_{2x} \le 0 \end{cases}$$
(2.46)

On initialise $R_{2x\min}^{\mu}$ à $-\infty$ et $R_{2x\max}^{\mu}$ à $+\infty$, et on modifie $R_{2x\min}^{\mu}$ et $R_{2x\max}^{\mu}$ pour tenir en compte les contraintes (2.44) et (2.46). Les valeurs minimales et maximales de R_{2x} peuvent être déduites par :

$$R_{2x\,min}^{\mu} = \begin{cases} \max(R_{2x\,min}^{\mu}, \frac{-\mu \mathbf{M}_{2y} - \mathbf{M}_{2x}}{(\mu \mathbf{N}_{y} + 1)}) & \text{si} \quad (\mu \mathbf{N}_{y} + 1) < 0 \\ \max(R_{2x\,min}^{\mu}, \frac{\mu \mathbf{M}_{1y} - \mathbf{M}_{1x}}{(\mu \mathbf{N}_{y} - 1)}) & \text{si} \quad (\mu \mathbf{N}_{y} - 1) \ge 0 \\ \max(R_{2x\,min}^{\mu}, \frac{\mu \mathbf{M}_{2y} - \mathbf{M}_{2x}}{(-\mu \mathbf{N}_{y} + 1)}) & \text{si} \quad (-\mu \mathbf{N}_{y} + 1) \ge 0 \\ \max(R_{2x\,min}^{\mu}, \frac{\mu \mathbf{M}_{1y} - \mathbf{M}_{1x}}{(-\mu \mathbf{N}_{y} - 1)}) & \text{si} \quad (-\mu \mathbf{N}_{y} - 1) < 0 \end{cases}$$
(2.47)

et

$$R_{2x\,max}^{\mu} = \begin{cases} \min(R_{2x\,max}^{\mu}, \frac{-\mu \mathbf{M}_{2y} - \mathbf{M}_{2x}}{(\mu \mathbf{N}_{y} + 1)}) & \text{si} \quad (\mu \mathbf{N}_{y} + 1) \ge 0\\ \min(R_{2x\,max}^{\mu}, \frac{\mu \mathbf{M}_{1y} - \mathbf{M}_{1x}}{(\mu \mathbf{N}_{y} - 1)}) & \text{si} \quad (\mu \mathbf{N}_{y} - 1) < 0\\ \min(R_{2x\,max}^{\mu}, \frac{\mu \mathbf{M}_{2y} - \mathbf{M}_{2x}}{(-\mu \mathbf{N}_{y} + 1)}) & \text{si} \quad (-\mu \mathbf{N}_{y} + 1) < 0\\ \min(R_{2x\,max}^{\mu}, \frac{-\mu \mathbf{M}_{1y} - \mathbf{M}_{1x}}{(-\mu \mathbf{N}_{y} - 1)}) & \text{si} \quad (-\mu \mathbf{N}_{y} - 1) \ge 0 \end{cases}$$
(2.48)

Enfin, pour éviter le décollement et le glissement des pieds, le maximum et le minimum de R_{2x} peuvent être écrits :

$$\begin{cases} R_{2x\,min} = \min(R_{2x\,min}^{\mu}, R_{2x\,min}) \\ R_{2x\,max} = \max(R_{2x\,max}^{\mu}, R_{2x\,max}) \end{cases}$$
(2.49)

2.4.3 Modèles dynamiques de contact instantané en double appui

Le modèle de contact instantané est obtenu à partir de l'intégration du modèle dynamique en phase de double appui pendant la durée infinitésimale du contact. Nous considérons pour cela les hypothèses suivantes :

- 1. Le contact existe à l'instant précis où le pied libre reprend contact avec le sol.
- 2. Le contact est instantané.
- 3. La configuration du robot bipède est constante durant ce contact.
- Il y a une variation instantanée des vitesses articulaires au moment de contact impulsionnel dit "impact".
- 5. Le contact est supposé inélastique.

Modèle d'impact pied à plat

Au cours de la marche bipède, cet impact se produit à la fin d'une phase de simple appui lorsque le pied libre touche le sol avec contact pied à plat. Deux cas peuvent se présenter : soit le pied d'appui décolle lors de l'impact, soit les deux pieds restent sur le sol. Dans le premier cas, la composante verticale de la vitesse de chaque extrémité de pied qui décolle doit être positive juste après l'impact. La réaction du sol sur la jambe qui décolle est nulle $\mathbf{R}_1 = 0$. La composante verticale de réaction de sol sur le pied d'appui juste après l'impact doit être positive. Le modèle d'impact est obtenu à partir de l'intégration du modèle dynamique en phase de double appui donné par l'équation (2.13) pendant la durée infinitésimale de l'impact. Le modèle d'impact peut donc être écrit comme :

$$\mathbf{A}(\mathbf{X})(\dot{\mathbf{X}}^{+} - \dot{\mathbf{X}}^{-}) = \mathbf{J}_{2}^{\mathsf{t}}\mathbf{I}_{2}$$
(2.50)

 $\dot{\mathbf{X}}^-$ et $\dot{\mathbf{X}}^+$ sont les vecteurs des vitesses juste avant l'impact et juste après l'impact respectivement, $\mathbf{I}_2 \in \mathbb{R}^{3 \times 1}$ représente les réactions impulsionnelles du sol sur le pied d'appui au moment de l'impact. Le pied avant reste au sol après l'impact. Ce pied qui arrive au sol ne tourne pas et sa vitesse est donc nulle juste après l'impact :

$$\mathbf{J}_2 \dot{\mathbf{X}}^+ = 0 \tag{2.51}$$

On obtient ainsi les efforts impulsionnels I_2 du pied qui heurte le sol à l'instant de l'impact et le vecteur des vitesses \dot{X}^+ juste après l'impact :

$$\begin{bmatrix} \mathbf{A} & -\mathbf{J}_{2}^{t} \\ \mathbf{J}_{2} & \mathbf{0}_{3\times3} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \dot{\mathbf{X}}^{+} \\ \mathbf{I}_{2} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \mathbf{A}\dot{\mathbf{X}}^{-} \\ \mathbf{0}_{3\times1} \end{bmatrix}$$
(2.52)

La matrice J_2 , décrivant les contraintes cinématiques dues de contact pied à plat avec le sol, peut être calculée à n'importe quel point de pied 2 qui sera fixe sur le sol pour après l'impact :

$$\mathbf{J_2} = \begin{bmatrix} 0 & h_p cos(q_{p2}) & 0 & 0 & 0 & L_4 cos(q_4) & L_5 cos(q_5) & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & h_p sin(q_{p2}) & 0 & 0 & 0 & L_4 sin(q_4) & L_5 sin(q_5) & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$
(2.53)

Dans le second cas, les deux pieds restent sur le sol après l'impact. La composante verticale de réaction de sol sur chaque pied juste après l'impact doit être positive [2]. L'équation 2.50 devient :

$$\mathbf{A}(\mathbf{X})(\dot{\mathbf{X}}^{+} - \dot{\mathbf{X}}^{-}) = \mathbf{J}_{1}^{t}\mathbf{I}_{1} + \mathbf{J}_{2}^{t}\mathbf{I}_{2}$$
(2.54)

où la matrice J_1 s'écrit :

$$\mathbf{J_1} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & L_1 cos(q_1) & L_2 cos(q_2) & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & L_1 sin(q_1) & L_2 sin(q_2) & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$
(2.55)

La composante verticale de la vitesse de chaque extrémité des deux pieds juste après l'impact doit être nulle. A côté de l'équation 2.51, une autre équation peut être ajoutée :

$$\mathbf{J}_1 \dot{\mathbf{X}}^+ = 0 \tag{2.56}$$

On obtient ainsi les efforts impulsionnels I_1 et I_2 et le vecteur des vitesses \dot{X}^+ juste après l'impact :

$$\begin{bmatrix} \mathbf{A} & -\mathbf{J}_{1}^{t} & -\mathbf{J}_{2}^{t} \\ \mathbf{J}_{1} & \mathbf{0}_{3\times3} & \mathbf{0}_{3\times3} \\ \mathbf{J}_{2} & \mathbf{0}_{3\times3} & \mathbf{0}_{3\times3} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \dot{\mathbf{X}}^{+} \\ \mathbf{I}_{1} \\ \mathbf{I}_{2} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \mathbf{A}\dot{\mathbf{X}}^{-} \\ \mathbf{0}_{3\times1} \\ \mathbf{0}_{3\times1} \end{bmatrix}$$
(2.57)

Les efforts de la réaction de sol sur les pieds doivent également satisfaire les différentes contraintes qui assurent un contact correct avec le sol comme le non-glissement et non-décollement des pieds.

Par la suite, nous n'avons considéré que le premier cas pour un impact pied à plat. Les trajectoires du type 2 qui se terminent avec un impact à plat du deuxième cas sont difficiles à obtenir et ont des coûts énergétiques très élevés.

Modèle de contact pied à plat sans impact

Pour ce contact instantané sur le sol, nous supposons aussi que les pieds sont à plat. Le pied libre touche le sol à plat. Le contact au sol se fait sans impact tel qu'aucun effet impulsif se produit et qu'il n'y a pas de forces de réaction au sol ni de moment de basculement sur le pied 2. Dans ce cas, les vitesses articulaires sont telles que la vitesse du pied libre est nulles lorsqu'il touche le sol à l'instant T:

$$\mathbf{J}_2 \dot{\mathbf{X}}(T) = 0 \tag{2.58}$$

Ce type de contact sera utilisé pour les trajectoires de type 1.

Modèle d'impact sur le talon du pied 1

Le pied libre arrive au sol sur son talon et une phase de double appui commence. Le début de la phase de double appui est appelé "l'impact du talon", la figure 2.14.



FIGURE 2.14 – l'impact du talon

Dans ce cas, le talon du pied avant et la pointe du pied arrière doivent rester sur le sol. Pour s'assurer que les conditions précédentes seront satisfaites, le modèle d'impact peut être écrit comme :

$$\mathbf{A}(\mathbf{X})(\dot{\mathbf{X}}^{+} - \dot{\mathbf{X}}^{-}) = \mathbf{J}_{2toe}^{t} \mathbf{I}_{2toe} + \mathbf{J}_{1heel}^{t} \mathbf{I}_{1heel}$$
(2.59)

Les vecteurs $\mathbf{I}_{2toe} \in \mathbb{R}^{2 \times 1}$ et $\mathbf{I}_{1heel} \in \mathbb{R}^{2 \times 1}$ représentent les forces impulsionnelles de réaction du sol sur l'orteil du pied arrière et le talon du pied avant, respectivement.

Les vitesses du talon du pied avant et de la pointe du pied arrière doivent être égales à zéro juste après l'impact. Ces contraintes peuvent être écrites sous la forme :

$$\mathbf{J}_{1heel}\dot{\mathbf{X}}^{+} = 0 \tag{2.60}$$

$$\mathbf{J}_{2toe}\dot{\mathbf{X}}^{+} = 0 \tag{2.61}$$

Le pied arrière peut se mettre à tourner juste après l'impact. On impose juste que la pointe reste au sol. On doit vérifier que la vitesse du talon du pied arrière ne soit pas dirigée vers le sol.

En résolvant simultanément les équations (2.59), (2.60) et (2.61), nous avons :

$$\begin{bmatrix} \mathbf{A} & -\mathbf{J}_{1heel}^{\mathsf{t}} & \mathbf{J}_{2toe}^{\mathsf{t}} \\ \mathbf{J}_{1heel} & 0 & 0 \\ \mathbf{J}_{2toe} & 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \dot{\mathbf{X}}^{+} \\ \mathbf{I}_{1heel} \\ \mathbf{I}_{2toe} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \mathbf{A}\dot{\mathbf{X}}^{-} \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}$$
(2.62)

Les matrices jacobiennes : J_{1heel} calculée au niveau du talon du pied avant et J_{2toe} calculée au niveau des orteils du pied arrière, sont données par :

$$\mathbf{J}_{1heel} = \begin{bmatrix} h_p cos(q_{p1}) + l_p sin(q_{p1}) & 0 & L_1 cos(q_1) & L_2 cos(q_2) & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ h_p sin(q_{p1}) - l_p cos(q_{p1}) & 0 & L_1 sin(q_1) & L_2 sin(q_2) & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$
(2.63)

$$\mathbf{J}_{2toe} = \begin{bmatrix} 0 & h_p cos(q_{p2}) - (L_p - l_p) sin(q_{p2}) & 0 & 0 & 0 & L_4 cos(q_4) & L_5 cos(q_5) & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & h_p sin(q_{p2}) + (L_p - l_p) cos(q_{p2}) & 0 & 0 & 0 & L_4 sin(q_4) & L_5 sin(q_5) & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$
(2.64)

Modèle d'impact sur la pointe du pied 1

Cet impact se produit lorsque les orteils du pied avant touchent le sol à la fin d'une phase de double appui, la figure 2.15.



FIGURE 2.15 – L'impact sur la pointe du pied 1

On suppose ici que le pied arrière décolle pendant l'impact, ce qui permet le début d'une phase de simple appui juste après l'impact. Le pied avant reste à plat sur le sol après l'impact. La vitesse du pied avant juste après l'impact doit être égale à zéro et le pied ne doit pas tourner. Le modèle d'impact peut être écrit comme :

$$\mathbf{A}(\mathbf{X})(\dot{\mathbf{X}}^{+} - \dot{\mathbf{X}}^{-}) = \mathbf{J}_{1}^{t}\mathbf{I}_{1}$$
(2.65)

Ici, X désigne la configuration du bipède à la fin de la phase de double appui, \dot{X}^- et \dot{X}^+ sont les vecteurs de vitesses articulaires juste avant et après l'impact, respectivement. Le vecteur $I_1 \in \mathbb{R}^{3 \times 1}$ représente les forces impulsives de réaction du sol sur le pied 1 et lors de l'impact des orteils. La matrice jacobienne J_1 est calculée au niveau du point au sol juste en dessous de la cheville du pied avant, car le pied est rigide et il reste à plat sur le sol. La matrice jacobienne J_1 est donnée par l'équation (2.66) :

$$\mathbf{J_1} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & L_1 cos(q_1) & L_2 cos(q_2) & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & L_1 sin(q_1) & L_2 sin(q_2) & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$
(2.66)

Pour assurer le contact du pied à plat sur le sol, la vitesse du pied avant juste après l'impact doit être égale à zéro et il ne doit y avoir aucune rotation. Cette contrainte est exprimée par :

$$\mathbf{J}_1 \dot{\mathbf{X}}^+ = 0 \tag{2.67}$$

Enfin, pour calculer les vitesses articulaires juste après l'impact et le moment impulsif sur le pied avant, nous avons :

$$\begin{bmatrix} \mathbf{A} & -\mathbf{J}_{1}^{t} \\ \mathbf{J}_{1} & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \dot{\mathbf{X}}^{+} \\ \mathbf{I}_{1} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \mathbf{A}\dot{\mathbf{X}}^{-} \\ 0 \end{bmatrix}$$
(2.68)

Pour assurer un contact correct des pieds avec le sol, des différentes contraintes sur les efforts de la réaction de sol et sur les vitesses des extrémités des pieds doivent être satisfaites comme nous allons voir dans le chapitre 3.
2.4.4 Modèle dynamique avec l'ajout de ressort en torsion

En étudient les effets du balancement des bras sur la marche, des ressorts peuvent être ajoutés sur les épaules pour étudier leur effet sur le coût énergétique de la marche et sur la passivité du mouvement des bras.

Le modèle dynamique avec des éléments élastiques peut être écrit comme :

$$\mathbf{A}(\mathbf{X})\ddot{\mathbf{X}} + \mathbf{C}(\mathbf{X}, \dot{\mathbf{X}})\dot{\mathbf{X}} + \mathbf{G}(\mathbf{X}) + \Gamma_s = \mathbf{B}\Gamma$$
(2.69)

Où Γ_s est le vecteur des efforts dûs aux ressorts. Il est obtenu par l'équation suivante :

$$\Gamma_s = \sum_{j=1}^n \Gamma_{sj} \tag{2.70}$$

Où *j* est l'articulation sur laquelle le ressort est installé, *n* est le nombre total d'articulations. Les efforts de ressorts Γ_{sj} produits par l'articulation *j* sont obtenus en dérivant l'énergie potentielle du ressort. L'énergie potentielle du ressort est donnée par :

$$U_j = \frac{1}{2}k(\theta_j - \theta_{0j})^2$$
(2.71)

Où U_j et k représentent l'énergie potentielle du ressort et la raideur du ressort sur l'articulation j, θ_j est l'angle relatif entre les corps j et j - 1. Comme nous utilisons la représentation absolue selon la formule de Lagrange pour calculer le i^{eme} élément du vecteur Γ_{sj} , on a :

$$\Gamma_{sj_i} = \frac{\partial U_j}{\partial q_i}$$
 pour $(i = 6, 7)$ (2.72)

Dans notre exemple où les ressorts sont placés au niveau des articulations des bras :

$$\boldsymbol{\Gamma}_s = k[0, 0, 0, (2q_3 - q_7 - q_6), 0, 0, (q_6 - q_3), (q_7 - q_3)]^{\mathsf{t}}$$
(2.73)

Cela nous permettra de comparer les coûts du critère d'optimisation au cours d'une marche cyclique du robot bipède avec ou sans des ressorts sur les épaules.

2.5 Conclusion

Nous avons présenté dans ce chapitre les différents modèles dynamiques nécessaires pour la génération de trajectoires de marche cyclique. Nous avons utilisé différents types d'évolutions des bras. De plus, nous avons proposé différents modèles d'impacts impulsionnels permettant d'envisager différents types de contact du pied avec le sol tout en autorisant une phase de double appui. Enfin, nous avons rappelé comment prendre en compte les effets de ressorts de torsion en parallèle des actionneurs dans la modélisation dynamique. Dans la suite de ce travail nous allons donner une méthode pour générer des trajectoires de marche optimales par optimisation paramétrique pour différents types d'allures de marche. Ces méthodes fondées sur la minimisation d'un critère utilisent les différents modèles que nous avons présentés.

3

Génération des trajectoires optimales

3.1 Introduction

Dans la littérature, de nombreux travaux ont été consacrés à l'étude de la génération des allures de marche bipède [51, 69]. Diverses études utilisent des méthodes basées sur l'optimisation pour la génération des mouvements de marche. Les techniques d'optimisation paramétrique sont couramment utilisées pour engendrer des mouvements optimaux que ce soit dans le plan [11, 48, 7, 8] ou dans l'espace [70, 69]. Les variables paramétrées peuvent être des variables articulaires comme dans [52, 65] ou des variables cartésiennes comme dans [50] ou des couples, voir [62]. Ainsi pour générer une allure de marche cyclique et optimale suivant un critère d'énergie, Roussel et al [62] ont proposé comme variables d'optimisation les valeurs des couples articulaires calculées à chaque intervalle du temps. Cette méthode présente l'inconvénient de devoir intégrer le modèle dynamique direct sur chaque intervalle du temps pour définir le cycle de marche. Chevallereau et Aoustin [11] ont utilisé des polynômes du quatrième ordre afin de définir le mouvement dans l'espace articulaire. L'optimisation paramétrique est réalisée par la minimisation d'un critère sthénique ou d'un critère d'énergie.

Dans ce chapitre, on choisit une approche d'optimisation paramétrique pour engendrer des allures de référence pour des robots plans qui dérivent du robot bipède expérimental HYDROïD. Les allures de marche recherchées sont cycliques. On ne s'intéresse donc qu'à la génération d'un pas de marche cyclique du bipède dans le plan sagittal. Pour résoudre le problème d'optimisation paramétrique, nous utiliserons la méthode d'optimisation locale SQP (Sequential Quadratic Programming) pour trouver les paramètres optimaux [14, 5]. Les programmes d'optimisation sous contraintes nonlinéaires *fmincon* et *fgoalattain* du logiciel Matlab sont utilisés pour résoudre ce problème.

Cette approche de génération de trajectoires de marche cyclique par optimisation paramétrique sera utilisée pour comparer les performances de marche du robot bipède en fonction du mouvement des bras durant la marche. Nous allons donc présenter les différentes évolutions des bras. Nous donnerons les variables d'optimisation utilisées dans le processus d'optimisation, puis nous poserons le problème d'optimisation sous contraintes.

3.2 Décomposition d'un pas de marche

Un pas de marche peut être composé de plusieurs phases. Le temps total d'un pas T peut être écrit :

$$T = T_1 + T_2 + \dots + T_j + \dots + T_{np}$$
(3.1)

où np le nombre des phases.

On ne s'intéresse ici qu'à la marche cyclique, c'est-à-dire qu'elle peut être définie par un seul pas de marche par échange du rôle des jambes. En général, les configurations initiales du pas suivant $\mathbf{q}(t = T + 0)$ ainsi les vitesses initiales $\dot{\mathbf{q}}(t = T + 0)$ peuvent être déduites à partir des configurations finales du pas précédent $\mathbf{q}(t = T)$ et les vitesses finales $\dot{\mathbf{q}}(t = T)$ en échangeant le rôle des articulations d'un pas courant au pas suivant.

$$\mathbf{q}(t = T + 0) = \mathbf{E} \mathbf{q}(t = T), \ \dot{\mathbf{q}}(t = T + 0) = \mathbf{E} \dot{\mathbf{q}}(t = T)$$
(3.2)

où $\mathbf{E} \in \mathbb{R}^{n \times n}$ est la matrice des permutations, n est la nombre des articulations.

Si le pas de marche se termine avec un impact, les vitesses articulaires du pas suivante seront calculées à partir des vitesses après l'impact :

$$\mathbf{q}(t = T + 0) = \mathbf{E} \mathbf{q}(t = T), \ \dot{\mathbf{q}}(t = T + 0) = \mathbf{E} \dot{\mathbf{q}}^+$$
(3.3)

3.3 Définition des trajectoires durant une phase de marche

3.3.1 Définition des trajectoires durant la phase de simple appui

Nous allons décrire l'évolution des différentes articulations par une fonction continue entre le début et la fin de la phase. Afin de générer des trajectoires suffisamment riches, des fonctions polynomiales du temps $\mathbf{q}_i(t)$ sont utilisées pour définir les évolutions des variables généralisées \mathbf{q}_r . Les vitesses $\dot{\mathbf{q}}_r(t)$ et les accélérations $\ddot{\mathbf{q}}_r(t)$ durant la phase de simple appui s'en déduisent. Les coefficients de ces fonctions polynomiales sont calculées à partir des configurations et vitesses articulaires initiales $\mathbf{q}_r(t=0)$, $\dot{\mathbf{q}}_r(t=0)$ et finales $\mathbf{q}_r(t=T_{SS})$, $\dot{\mathbf{q}}_r(t=T_{SS})$, où T_{SS} est la durée de la phase de simple appui. Cependant, afin d'éviter un contact impromptu entre le pied libre et le sol durant la phase de simple appui on définit une position intermédiaire $\mathbf{q}_r(t=T_{SS}/2)$. Les trajectoires $q_i(t)$ sont donc comme étant n polynômes de quatrième ordre ; où n est le nombre des articulations.

$$\begin{aligned} q_i(t) &= a_0 + a_1 t + a_2 t^2 + a_3 t^3 + a_4 t^4 \quad \text{pour i=1,...,n} \\ \dot{q}_i(t) &= a_1 + 2a_2 t + 3a_3 t^2 + 4a_4 t^3 \\ \ddot{q}_i(t) &= 2a_2 + 6a_3 t + 12a_4 t^2 \end{aligned} \tag{3.4}$$

Pour générer les trajectoires, on a donc 5n coefficients à déterminer pour les n articulations :

$$\begin{aligned} q_i(t=0) &= a_0 \\ \dot{q}_i(t=0) &= a_1 \\ q_i(t=T_{SS}) &= a_0 + a_1 T_{SS} + a_2 T_{SS}^2 + a_3 T_{SS}^3 + a_4 T_{SS}^4 \\ \dot{q}_i(t=T_{SS}) &= a_1 + 2a_2 T_{SS} + 3a_3 T_{SS}^2 + 4a_4 T_{SS}^3 \\ q_i(t=T_{SS}/2) &= a_0 + a_1 T_{SS}/2 + a_2 T_{SS}^2/4 + a_3 T_{SS}^3/8 + a_4 T_{SS}^4/16 \end{aligned}$$
(3.5)

3.3.2 Définition des trajectoires durant la phase de double appui pour l'allure 3

Pour les phases de double appui et avec la considération que le robot bipède est lié au sol au niveau du talon du pied en avant 1 par une liaison pivot parfaite, deux variables du système locomoteur sont définies par le modèle géométrique inverse obtenu à partir des équations (2.19). Nous avons choisi de calculer q_4 et q_5 en utilisant q_1 et q_2 . Les trajectoires sont choisies comme étant 7 polynômes de troisième ordre pour le robot bipède avec des bras à un corps.

$$q_{i}(t) = a_{0} + a_{1} t + a_{2} t^{2} + a_{3} t^{3} \text{ pour } j=1,...,7$$

$$\dot{q}_{i}(t) = a_{1} + 2a_{2} t + 3a_{3} t^{2}$$

$$\ddot{q}_{i}(t) = 2a_{2} + 6a_{3} t$$
(3.6)

Pour générer les trajectoires, on a donc 47 coefficients à déterminer comme suivant :

$$q_{j}(t = 0) = a_{0} \text{ pour } j=1,...,7$$

$$\dot{q}_{j}(t = 0) = a_{1}$$

$$q_{j}(t = T_{DS}) = a_{0} + a_{1} T_{DS} + a_{2} T_{DS}^{2} + a_{3} T_{DS}^{3}$$

$$\dot{q}_{j}(t = T_{DS}) = a_{1} + 2a_{2} T_{DS} + 3a_{3} T_{DS}^{2}$$
(3.7)

Pour le robot bipède plan avec bras, les trajectoires sont générées pour les variables : q_{P1} , q_{P2} , q_1 , q_2 , q_3 , q_6 et q_7 . Les variables q_4 et q_5 s'en déduisent par le modèle géométrique inverse du système locomoteur du robot bipède.

Les conditions de cyclicité et les équations d'impact (si l'impact existe) sont utilisées pour réduire le nombre de variables d'optimisation. Nous allons détailler ceci pour chaque allure de marche.

3.4 Les différentes évolutions des bras durant la marche

Collins et al. [16, 17] ont étudié l'effet du balancement des bras sur la réduction d'énergie. Ils ont montré que le mouvement des bras permet de réduire la consommation d'énergie durant la marche humaine. Ces travaux ont utilisé trois modes d'oscillation des bras. Nous nous inspirons des travaux [16, 17] sur le mouvement des bras pour considérer différents cas :

- 1. Mode balancement libre où les bras se balancent librement par rapport au tronc. La nature de ce mouvement n'est pas connue à l'avance. Il est obtenu par optimisation paramétrique sans imposer de contraintes spécifiques.
- 2. Mode bras solidaires du tronc : les bras effectuent des petits débattements par rapport au tronc au cours du mouvement. Le but est de limiter le mouvement des bras de telle sorte qu'ils soient les plus solidaires possible du tronc. Ce type d'évolution est illustré dans la figure 3.1. Dans le cas d'allure avec impact, les vitesses et positions relatives des bras par rapport au tronc ne peuvent pas être imposées égales à zéro d'une manière continue lors d'un impact. Dans ce dernier cas, les bras ne seront pas donc solidaires en permanence du tronc, mais leurs mouvements seront très limités. Cette condition est obtenue en imposant que les vitesses et positions relatives des bras (bras supérieurs et avant-bras) par rapport au tronc à la fin du pas :

$$q_i(T) - q_3(T) = 0, \ \dot{q}_i(T) - \dot{q}_3(T) = 0; \ i = 6,7$$
(3.8)

Pour le pas suivant les vitesses des bras diffèrent un peu de celles du tronc si un impact a lieu. S'il n'y a pas d'impact, les bras peuvent être fixes par rapport au tronc.

Pour les deux précédents modes de mouvement, le robot bipède étudié a huit articulations et son architecture est celle montrée sur la figure 2.3.

3. Mode bras attachés : un seul corps rigide est utilisé pour modéliser le tronc et les bras de telle façon que le robot bipède est composé de six articulations seulement, figure 3.2.

Pour chaque cas une optimisation paramétrique du mouvement de marche sera réalisée pour mettre en évidence l'effet de balancement des bras.



FIGURE 3.1 – Mode bras solidaires du tronc



FIGURE 3.2 – Mode bras attachés

3.5 Problème d'Optimisation

L'objectif est de résoudre le problème d'optimisation :

$$\underbrace{\min_{x}}_{x} f(x) \tag{3.9}$$

sous les contraintes :

$$c(x) \le 0$$

$$lb \le x \le ub$$
 (3.10)

- c(x) correspond aux contraintes non linéaires.
- lb et ub correspondent aux valeurs limites du vecteur x des variables d'optimisation.

Nous allons donc devoir définir la fonction f(x) qui correspond à notre critère d'optimisation, le vecteur x qui correspond aux paramètres d'optimisation dont le nombre aura une influence importante dans la rapidité de l'algorithme, et les différentes contraintes nécessaires afin d'obtenir une solution correcte pour notre mouvement. Le critère à minimiser est définie dans la section suivante.

3.5.1 Critère d'optimisation

De nombreux critères d'optimisation existent pour la génération de trajectoires de marche dans la littérature. Le choix du critère dépend de l'application souhaitée. La recherche pour une meilleure autonomie de déplacement pour un bipède est une motivation forte pour privilégier un critère qui porte sur la consommation énergétique. De même la réduction du poids des moteurs peut s'envisager par la diminution des amplitudes maximales des couples moteurs lors de la locomotion du bipède. Plusieurs critères ont été utilisés en robotique [12, 37], tels que le critère d'énergie, le critère sthénique ou des critères mixtes. Notre choix a porté sur un critère sthénique des couples portant sur des efforts d'actionnement. La forme la plus couramment admise est l'intégrale des couples actionneurs quadratiques. Si l'on veut privilégier l'autonomie énergétique, un meilleur choix consiste à minimiser la consommation énergétique dépensée par unité de distance parcourue. Ce critère a notamment été utilisé dans [11, 53]. Il minimise les pertes par effet joule et tend a minimiser les amplitudes maximum des couples. Le critère obtenu minimisera donc les courants, ainsi que l'échauffement au niveau des moteurs, ce qui peut s'avérer intéressant afin d'augmenter la durée de vie du robot. Un tel critère présente une avantage déterminant pour la marche d'un bipède soumis à la gravité, la minimisation des couples actionneurs va avoir pour effet de favoriser les allures de marche dressées qui requièrent un moindre effort pour contrebalancer la pesanteur. De telles allures obéissent donc intrinsèquement à l'une des principales caractéristiques de la bipédie [12].

Le seul critère à minimiser est donc le critère sthénique C_{Γ} qui porte sur la norme des couples par l'unité de distance parcourue d pendant un pas de marche cyclique.

$$C_{\Gamma} = \frac{1}{d} \int_0^T \mathbf{\Gamma}^{\mathsf{t}} \mathbf{\Gamma} \mathsf{d}t \tag{3.11}$$

où T est la durée d'un pas de marche et d présente la longueur d'un demi-pas.

3.5.2 Les contraintes d'optimisation

Pour que les trajectoires obtenues soient réalisables, il faut contraindre la recherche du minimum d'énergie. Les contraintes qui ont été mises en œuvre sont les suivantes :

- 1. Contraintes de contact avec le sol : Durant les différentes phases de la marche, il est nécessaire de déterminer si les trajectoires calculées respectent un ensemble de contraintes qui assurent le maintien du contact avec le sol.
 - Il faut assurer qu'il n'y ait pas de décollement du pied d'appui en phase de simple appui ni aucun des pieds en phase de double appui. Ainsi, il est nécessaire de fixer une contrainte sur la réaction du sol. La composante normale de la réaction du sol R_y sur les deux extrémités de pied en contact est toujours positive afin que le pied reste en appui sur le sol,

$$R_{iy} > 0.$$
 (3.12)

où i = 1 ou 2 selon le pied en contact avec le sol.

• La résultante des efforts de contact pied-sol mène à définir les contraintes de non-glissement telle que :

$$\mu R_{iy} \ge |R_{ix}| \tag{3.13}$$

où R_{ix} est la composante tangentielle de la réaction du sol sur le pied en contact i, μ représente le coefficient de frottement entre le pied et le sol. Le coefficient μ est considéré égal à 0,8 dans notre étude.

• Durant la phase de simple appui pied à plat, le robot bipède est en contact sur toute la surface du pied d'appui. Il est donc nécessaire d'assurer qu'il n'y a pas de rotation du pied autour d'une de ses arêtes. Les conditions de non-basculement du pied sont satisfaites si le ZMP reste à l'intérieur de la surface de contact pied-sol déterminée par la semelle du pied [72] :

$$-l_p \le ZMP_x \le l_d \tag{3.14}$$

Le calcul de ZMP est donné par l'équation (2.12). Les dimensions l_p et l_d sont illustrées sur la figure 2.9. La Condition sur le ZMP doit être ainsi vérifiée durant les impacts pied à plat. En phase de double appui de l'allure 3, l'équilibre est assuré pour des contacts ponctuels. Cette condition n'est donc pas a prendre en compte durant la phase de double appui.

• De même que durant la marche, il est nécessaire que les solutions des modèles d'impacts obtenus satisfassent les conditions de non glissement et non décollement.

$$\begin{cases} \mu I_{R_{iy}} \ge |I_{R_{ix}}| \\ I_{R_{iy}} > 0 \end{cases}$$

$$(3.15)$$

où $I_{R_{iy}}$, $I_{R_{ix}}$ sont les composantes normale et tangentielle de la réaction du sol sur le pied en contact *i* aux instants des impacts.

• Les composants verticaux des vitesses du talon et des orteils du pied qui décolle du sol juste après l'impact doivent être positives. Le pied venant en contact avec le sol ne glisse pas et ne rebondit pas à l'impact.

$$\begin{cases} V_{talon} \ge 0\\ V_{orteil} \ge 0 \end{cases}$$
(3.16)

2. Contraintes géométriques : Des contraintes géométriques qui éviteront les collisions des deux extrémités du pied en transfert avec le sol doivent être prises en compte au cours de la phase de simple appui. Ces contraintes s'écrivent :

$$\begin{cases} y_{talon} > 0\\ y_{orteil} > 0 \end{cases}$$
(3.17)

où y_{talon} et y_{orteil} sont les hauteurs de talon et des orteils du pied en transfert.

3. Contraintes technologiques : Ces contraintes sont des limitations introduites sur les couples actionneurs et sur les variables d'état qui décrivent les mouvements articulaires en position et en vitesse. Ces limitations sont données dans le tableau (3.1). Dans un premier temps pour calculer le critère, nous ne considérons des limitations que sur les articulations du système locomoteur du bipède afin d'observer l'effet des bras. Les couples articulaires sont bornés :

$$|\Gamma_i| - \Gamma_{i,max} \le 0, \quad \text{pour} \quad i = 1, ..., 6$$
 (3.18)

où $\Gamma_{i,max}$ désigne la valeur maximale de couple pour chaque actionneur. Chaque actionneur peut produire une vitesse maximale limitée de telle sorte que :

$$|\dot{\theta}_i| - \dot{\theta}_{i,max} \le 0, \quad \text{for} \quad i = 1, ..., 6$$
 (3.19)

où $\theta_{i,max}$ représente la valeur maximale de vitesse pour chaque actionneur.

Les limites supérieures et inférieures des configurations articulaires lors du mouvement sont :

$$\theta_{i,min} \le \theta_i \le \theta_{i,max}, \quad \text{for} \quad i = 1, ..., 6$$
(3.20)

où $\theta_{i,min}$ et $\theta_{i,max}$ sont respectivement les limites minimales et maximales de position.

TABLE 3.1 – Limitations, liées à la conception, estimées par des valeurs absolues

Articulation	Cheville	Genou	Hanche
$ \Gamma_{max} $ [N.m]	157	108	150
$ \dot{ heta}_{max} $ [Deg/s]	246.4	401	154.7
$ \theta_{max} $ [Deg]	30	90	90

Les variables d'optimisation sont définies dans la section suivante.

3.5.3 Variables d'optimisation

Le nombre des variables d'optimisation, utilisées pour le robot bipède à n articulations, dépend des allures de marche. Dans la suite, ces variables d'optimisation seront présentées en détail pour chaque allure de marche.

Allure de type 1 :

Un pas de cette allure de marche est composé d'une phase de simple appui. La phase de simple appui se termine avec un contact pied à plat sur le sol. Nous pouvons alors considérer une liaison implicite entre le pied 1 et le sol. Le vecteur des variables articulaires est $\mathbf{q}_r = [q_{p2}, q_1, q_2, ...q_{n-1}]^t$ où n = 8 dans le cas du robot bipède avec bras, voir la figure 2.3. La reprise de contact sur le sol est considéré instantané et sans impact (figure 2.5). La transition à la fin de la phase de simple appui se fait avec une vitesse nulle du pied qui arrive au sol. À partir de l'équation (2.58), trois vitesses articulaires peuvent être calculées en fonction des autres vitesses articulaires afin de réduire le nombre des variables d'optimisation. L'équation (2.58) peut être écrite sous la forme suivante :

$$\dot{\mathbf{q}}_{jambe2}(T) = -\mathbf{J}_{2\,jambe}^{-1} \,\mathbf{J}_{2\,reste} \,\dot{\mathbf{q}}_{reste}(T)$$
(3.21)

où $\mathbf{q}_{jambe2} = [q_4, q_5, q_{p2}]^t$ et $\mathbf{q}_{reste} = [q_1, q_2, q_3, q_6, q_7]^t$. où $\mathbf{J}_{2 \ jambe}$ s'écrit :

$$\mathbf{J}_{2jambe} = \begin{bmatrix} L_4 cos(q_4) & L_5 cos(q_5) & h_p cos(q_{p2}) \\ L_4 sin(q_4) & L_5 sin(q_5) & h_p sin(q_{p2}) \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$
(3.22)

et la jacobienne $J_{2 reste}$ est :

$$\mathbf{J}_{2\,reste} = \begin{bmatrix} L_1 cos(q_1) & L_2 cos(q_2) & 0 & 0 & 0\\ L_1 sin(q_1) & L_2 sin(q_2) & 0 & 0 & 0\\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$
(3.23)

Pour éviter les singularités dans les matrices jacobiennes, les deux vitesses des jambes \dot{q}_4 et \dot{q}_5 sont déterminées en connaissant les configurations articulaires et les deux autres vitesses \dot{q}_1 et \dot{q}_2 en utilisant les équations de la vitesse de pied 2. La vitesse de pied 2 juste à l'instant de contact au sol V_2 est donnée par :

$$V_{2x} = h_p \cos(q_{p2})\dot{q}_{p2} - L_1 \cos(q_1)\dot{q}_1 - L_2 \cos(q_2)\dot{q}_2 + L_4 \cos(q_4)\dot{q}_4 + L_5 \cos(q_5)\dot{q}_5$$
(3.24)

$$V_{2y} = h_p \sin(q_{p2})\dot{q}_{p2} - L_1 \sin(q_1)\dot{q}_1 - L_2 \sin(q_2)\dot{q}_2 + L_4 \sin(q_4)\dot{q}_4 + L_5 \sin(q_5)\dot{q}_5$$
(3.25)

Puisque l'allure de marche est sans impact, la vitesse linéaire V_2 et la vitesse angulaire \dot{q}_{p2} sont nulles juste avant le contact au sol. Par conséquent, cette condition peut être appliquée aux équations (3.24) et (3.25) pour obtenir :

$$0 = -L_1 \cos(q_1)\dot{q}_1 - L_2 \cos(q_2)\dot{q}_2 + L_4 \cos(q_4)\dot{q}_4 + L_5 \cos(q_5)\dot{q}_5$$
(3.26)

$$0 = -L_1 \sin(q_1)\dot{q}_1 - L_2 \sin(q_2)\dot{q}_2 + L_4 \sin(q_4)\dot{q}_4 + L_5 \sin(q_5)\dot{q}_5$$
(3.27)

Pour cette allure de marche, il n'est pas possible de trouver des vitesses \dot{q}_4 et \dot{q}_5 si $q_5 = q_4$. Nous pouvons donc écrire :

$$\begin{bmatrix} L_4 cos(q_4) & L_5 cos(q_5) \\ L_4 sin(q_4) & L_5 sin(q_5) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \dot{q}_4 \\ \dot{q}_5 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} L_1 cos(q_1)\dot{q}_1 + L_2 cos(q_2)\dot{q}_2 \\ L_1 sin(q_1)\dot{q}_1 + L_2 sin(q_2)\dot{q}_2 \end{bmatrix}$$
(3.28)

Cela permet de trouver les vitesses des jambes \dot{q}_4 et \dot{q}_5 en connaissant \dot{q}_1 et \dot{q}_2 et les configurations articulaires sauf si $q_5 = q_4$. Dans le cas où $q_5 - q_4 < 10^{-5}$, nous imposons $q_5 = q_4 + 0.05^{\circ}$.

Le nombre de paramètres d'optimisation peut donc être réduit. Puisque le contact au sol se fait sans impact, les contraintes ne sont considérées que durant la phase de simple appui et sont exprimées par les équations (3.12), (3.13) et (3.14). Les contraintes (3.16) et (3.15) ne sont pas considérées pour ce type de marche. Le pied libre arrive sur le sol tel que :

$$\dot{q}_{P2}(T) = 0, \ q_{P2}(T) = 0$$
(3.29)

Dans la suite, nous allons détailler les variables d'optimisation.

Mode balancement libre

Les variables d'optimisation sont :

- La distance d parcourue dans un pas de la marche cyclique. La vitesse de marche V est donnée pour chaque processus d'optimisation. La durée d'un pas T est calculée à partir de la distance parcourue d optimisée et la vitesse de marche donnée.
- Cinq paramètres pour la configuration finale juste avant le contact avec le sol (les configurations de la hanche x_h, y_h et l'angle du tronc q₃ par rapport l'axe vertical et deux paramètres pour la configuration finale des bras). À partir de la position de la hanche et la distance d, les variables de la configuration finale des membres inférieurs du bipède sont calculées en utilisant le modèle géométrique inverse. Les variables généralisées finales q_{fin} à optimiser sont illustrées dans le tableau 3.2. Nous tenons compte de la cyclicité du mouvement et l'échange du rôle des pieds pour déduire la configuration initiale q_{ini} de q_{fin}.
- Huit paramètres pour définir la configuration intermédiaire q_{int} du bipède.
- Cinq paramètres des vitesses finales $\dot{\mathbf{q}}_{fin}$ juste avant le contact avec le sol. où $\dot{q}_{P2fin} = 0$. Les variables \dot{q}_{4fin} et \dot{q}_{5fin} sont calculées à partir de l'équation (3.28). Nous pouvons aussi déduire $\dot{\mathbf{q}}_{ini}$ de $\dot{\mathbf{q}}_{fin}$ en tenant compte de l'échange du rôle des pieds, voir l'équation (3.2).

Description	paramètres d'optimisation	nombre des paramètres
Configuration finale	$x_h(T), y_h(T), q_3(T), q_6(T), q_7(T)$	5
Configuration intermédiaire	$q_{p2}(T/2), q_1(T/2), q_2(T/2), q_3(T/2)$	
	$q_4(T/2), q_5(T/2), q_6(T/2), q_7(T/2)$	8
Vitesse finale	$\dot{q}_1(T), \dot{q}_2(T), \dot{q}_3(T), \dot{q}_6(T), \dot{q}_7(T)$	5
Distance parcourue	d	1
Nombre total		19

TABLE 3.2 – Jeux de	paramètres d'o	ptimisation	pour le mode	"balancement l	libre" - T	ype 1
	1	1				~ 1

Nous avons donc 19 paramètres d'optimisation pour le robot bipède qui permettent de calculer tous les coefficients des fonctions polynomiales et par conséquent de produire les trajectoires du bipède pendant un pas de marche. Les jeux de paramètres sont présentés dans le tableau 3.2.

Mode bras attachés

La structure de robot bipède est celle présentée par la figure 3.2. Le nombre d'articulions est n = 6 dans ce cas. Nous avons ici 13 paramètres d'optimisation pour le robot bipède à six articulations. Les variables d'optimisation sont présentées dans le tableau 3.3.

TABLE 3.3 – Jeux de paramètres d'optimisation pour le mode "bras attachés" - Type		
Description	paramètres d'optimisation	nombre des paramètres

Description	paramètres d'optimisation	nombre des paramètres
Configuration finale	$x_h(T), y_h(T), q_3(T)$	3
Configuration intermédiaire	$q_{p2}(T/2), q_1(T/2), q_2(T/2)$	
	$q_3(T/2), q_4(T/2), q_5(T/2)$	6
Vitesse finale	$\dot{q}_1(T), \dot{q}_2(T), \dot{q}_3(T)$	3
Distance parcourue	d	1
Nombre total		13

Allure de type 2

Le cycle de marche est constitué de phases de simple appui et d'impacts. Cette allure est illustrée par la figure 2.6. Comme pour les allures de type 1, des fonctions polynomiales du temps $q_i(t)$ d'ordre quatre sont utilisées pour définir les évolutions des variables généralisées q_r . Différents cas pour l'évolution des bras seront comparés : bras attachés, bras solidaires du tronc et balancement libre des bras. Pour les deux modes de mouvement : bras solidaires du tronc et balancement libre des bras, le robot bipède étudié a huit articulations et l'architecture est celle montrée sur la figure 2.3. L'étude du mode "bras solidaires" dans cette section, peut être comparée avec celle du mode "balancement libre" afin d'explorer l'effet du balancement des bras.

Mode balancement libre

Les paramètres d'optimisation pour le mode du balancement libre des bras sont :

• La distance parcourue d est une variable d'optimisation et la vitesse de marche V est fixe. La durée d'un pas est donc directement calculée par la relation T = d/V.

- Cinq paramètres pour la configuration finale juste avant l'impact (les configurations de la hanche x_h , y_h et l'angle du tronc q_3 par rapport l'axe vertical et 2 paramètres des variables articulaires des bras). À partir de la position de la hanche et la distance d, les variables de la configuration finale des membres inférieurs du bipède sont calculées en utilisant le modèle géométrique inverse. Les variables généralisées sont continues à l'impact. Sur un pas, on obtient les variables généralisées initiales q_{ini} à partir des variables généralisées finales par permutations.
- n = 8 paramètres pour décrire les vitesses articulaires finales juste avant l'impact $\dot{\mathbf{q}}_r^-$. Les vitesses articulaires juste après l'impact $\dot{\mathbf{q}}_r^+$ sont définies à partir de $\dot{\mathbf{q}}_r^-$ par les équations (2.52).
- n = 8 paramètres pour décrire la configuration intermédiaire q_{int} du bipède.

Nous avons donc 22 paramètres d'optimisation qui permettent de calculer tous les coefficients des fonctions polynomiales et, par conséquent, de produire les trajectoires du bipède pendant un pas de marche.

Mode bras attachés

Le vecteur des variables articulaires est $\mathbf{q}_r = [q_{p2}, q_1, q_2, ..., q_5]^t$. Nous avons alors 16 paramètres d'optimisation pour le robot bipède à six articulations (voir le tableau 3.4).

Mode bras solidaires du tronc

Les bras effectuent de très petits débattements par rapport au tronc au cours du mouvement. Le but est de limiter le mouvement des bras par rapport au tronc de telle sorte qu'ils soient le plus solidaires possible du tronc. Les vitesses relatives des bras par rapport au tronc ne peuvent pas être imposées égales à zéro d'une manière continue à cause de l'impact. Les bras ne seront pas donc solidaires en permanence du tronc mais leurs mouvements relatifs par rapport au tronc seront très limités. Cette condition est obtenue en imposant que les vitesses et positions relatives des bras par rapport au tronc juste avant l'impact sont nulles. Cela peut être exprimé par :

$$\begin{cases} q_j(T) - q_3(T) = 0\\ \dot{q}_j^- - \dot{q}_3^- = 0 \end{cases}$$
(3.30)

où j = 6, 7. Après l'impact, les vitesses des bras diffèrent un peu de celles du tronc. Les équations (4.2.3) permettent de minimiser le nombre de paramètres d'optimisation de 22 dans le cas de balancement libre des bras à 18 pour ce mode de balancement.

Paramètres	Balancement libre	Bras solidaires du tronc	Bras attachés
Configuration finale	$x_h(T), y_h(T), q_3(T)$	$x_h(T), y_h(T), q_3(T)$	$x_h(T), y_h(T), q_3(T)$
	, $q_6(T)$, $q_7(T)$		
Configuration intermédiaire	$q_{int}(1:8)$	$q_{int}(1:8)$	$q_{int}(1:6)$
Vitesses finales	$\dot{q}_{r}^{-}(1:8)$	$\dot{q}_{r}^{-}(1:5),\ \dot{q}_{r}^{-}(8)$	$\dot{q}_{r}^{-}(1:6)$
Distance parcourue	d	d	d
Nombre de paramètres	22	18	16

TABLE 3.4 – Jeux de paramètres d'optimisation - Type 2

Les jeux de paramètres sont présentés dans le tableau 3.4. Par la suite, les résultats d'optimisation seront présentés au chapitre 4.

Allure de type 3

Le cycle pour ce type de marche est constitué de phases de simple appui et de phases de double appui séparées par des impacts (figure 2.7). Le pas commence par le posé du pied libre (en avant) sur le sol. Un impact se produit sur le talon du pied en avant qui arrive au sol. Le pied d'appui est à plat sur le sol juste avant l'impact sur le talon. L'orteil du pied en arrière, qui était précédemment en phase d'appui, reste au sol lors de l'impact de talon de pied en avant. Juste après l'impact, le talon du pied en arrière décolle et sa pointe reste au sol, alors que le talon du pied avant reste aussi sur le sol. Une phase de double appui commence donc juste après l'impact sur le talon de pied en avant, qui sera noté "1". Durant la phase de double appui, les deux pieds tournent en restant en contact avec le sol. Le pied en arrière tourne sur l'arête frontale durant la phase de double appui. La phase de double appui se termine lors de l'impact de l'orteil du pied en avant reste à plat lors de ce deuxième impact. La pointe du pied arrière décolle. Une phase de simple appui commence donc lors de l'impact de l'orteil. Le pied avant est en contact à plat avec le sol durant toute la phase de simple appui. Cette allure de marche est plus complexe que les allures de types 1 et 2 et plus proche des allures de marche humaine.

Le temps total d'un pas T est :

$$T = T_{DS} + T_{SS} \tag{3.31}$$

 T_{DS} correspond à la durée de la phase de double appui et T_{SS} correspond à la durée de la phase de simple appui.

Les trajectoires pour ce type de marche sont définies aussi par des fonctions polynomiales. Pour cette allure, des fonctions polynomiales du temps d'ordre trois $q_i(t)$ sont utilisées pour définir les évolutions durant la phase de simple appui. Les trajectoires articulaires de la phase de double appui seront aussi décrites par des polynômes d'ordre 3. Ainsi, nous pourrons fixer les positions et vitesses en début et fin de phase de double appui.

Pour la phase de double appui, le robot bipède a deux pieds qui reposent sur le sol respectivement par le talon ou l'orteil. Ce sont deux liaisons pivots parfaites. La chaîne fermée, formée par les jambes, est alors décrite par quatre variables indépendantes q_{P1} , q_{P2} , q_1 , q_2 . Les variables articulaires q_4 et q_5 sont calculées avec l'équation (2.19). Les vitesses \dot{q}_4 et \dot{q}_5 et les accélérations \ddot{q}_4 et \ddot{q}_5 sont calculées telles que :

$$\mathbf{J}(\mathbf{q}) \, \dot{\mathbf{q}} = \mathbf{0}_{2,1} \tag{3.32}$$
$$\mathbf{J}\ddot{\mathbf{q}} + \dot{\mathbf{J}}\dot{\mathbf{q}} = \mathbf{0}_{2,1}$$

où $\mathbf{J}(\mathbf{q})$ est la matrice Jacobienne définissant la vitesse de la pointe du pied arrière, donnée par l'équation (2.21), et $\mathbf{q} = \mathbf{q}_{DS} = [q_{p1}, q_{p2}, q_1, q_2, ...q_7]^t$.

Lorsque le robot ne touche pas le sol il faut 11 coordonnées pour décrire la configuration du robot bipède. En double appui sur les pieds respectivement avec le talon et l'orteil il faut tenir compte de quatre contraintes de contact. Il n'y a donc plus que sept coordonnées généralisées indépendentes qui sont q_{p1} , q_{p2} , q_1 , q_2 , q_3 , q_6 , q_7 . Pour la phase de double appui, il est nécessaire de déterminer $4 \times 7 = 28$ coefficients pour décrire les trajectoires articulaires. Cependant, six variables sont nécessaires pour définir la configuration finale du robot durant cette phase, car le pied en avant sera à plat à la fin de la phase $q_{P1}(T_{DS}) = 0$.

Pour la phase de simple appui, comme on n'pas de rotation sur le pied d'appui au long de cette phase on impose $q_{p1} = 0$ et $\mathbf{q}_{SS} = \mathbf{q}_r = [q_{p2}, q_1, q_2, ...q_7]^t$. Il est donc nécessaire de déterminer $4 \times 8 =$ 32 coefficients pour décrire les trajectoires articulaires durant cette phase. Cependant, six variables sont nécessaires pour définir la configuration finale du robot, car les variables $q_4(T_{SS} + T_{DS})$ et $q_5(T_{SS} + T_{DS})$ peuvent être calculées par le modèle géométrique inverse.

De même que pour les allures de types 1 et 2, le nombre de variables d'optimisation peut être réduit en tenant compte du caractère cyclique de la marche ainsi que de la continuité entre les phases. En effet, les positions ne changent pas durant l'impact à la fin de la phase de double appui (l'instant T_{DS}), ce qui permet

de calculer \mathbf{q}_{SS} à partir de \mathbf{q}_{DS} . La continuité des variables articulaires entre les phases de double appui et de simple appui ainsi que la résolution du modèle d'impact entre ces deux phases, nous permet de calculer les vitesses articulaires $\dot{\mathbf{q}}_{SS}(T_{DS})$ en fonction des variables et vitesses articulaires finales de la phase de double appui $\mathbf{q}_{DS(2:9)}(T_{DS})$ et $\dot{\mathbf{q}}_{DS(2:9)}(T_{DS})$:

$$\begin{cases} \mathbf{q}_{SS}(T_{DS}) = \mathbf{q}_{DS(2:9)}(T_{DS}) \\ \dot{\mathbf{q}}_{SS}(T_{DS}) = f_1[\mathbf{q}_{DS(2:9)}(T_{DS}), \ \dot{\mathbf{q}}_{DS(2:9)}(T_{DS})] \end{cases}$$
(3.33)

La résolution du modèle d'impact entre la fin de la phase de simple appui et le début de la phase de double appui, nous permet de déterminer les vitesses après l'impact du talon à partir des ⁺ vitesses juste avant l'impact du talon ⁻ :

$$\dot{\mathbf{q}}_{SS}(T_{SS} + T_{DS})^{+} = f_2[\mathbf{q}_{SS}(T_{SS} + T_{DS}), \ \dot{\mathbf{q}}_{SS}(T_{SS} + T_{DS})^{-}]$$
(3.34)

A l'impact à la fin de simple appui $t = T_{SS} + T_{DS} = T$, le pied d'appui précédent devient le pied libre. Puisque les allures recherchées sont cycliques, les configurations et les vitesses initiales du pas suivant $\mathbf{q}_{DS}(0)$, $\dot{\mathbf{q}}_{DS}(0)$ respectivement peuvent être déduites à partir des configurations et vitesses finales du pas actuel $\mathbf{q}_{SS}(T)$, $\dot{\mathbf{q}}_{SS}(T)^+$ respectivement en échangeant le rôle des articulations d'un pas courant au pas suivant :

$$\mathbf{q}_{DS}(0) = \mathbf{E}[0, \ \mathbf{q}_{SS}(T)]^{\mathsf{t}}$$

$$\dot{\mathbf{q}}_{DS}(0) = \mathbf{E}[0, \ \dot{\mathbf{q}}_{SS}(T)^{+}]^{\mathsf{t}}$$
(3.35)

où $\mathbf{E} \in \mathbb{R}^{n \times n}$ est la matrice des permutations telle que :

Ainsi, le nombre de paramètres nécessaires pour générer une trajectoire de type 3 est de 29 variables d'optimisation. Ces variables sont illustrées dans le tableau 3.5.

Description	variables d'optimisation	nombre des variables
\mathbf{q}_{DS} finale	$q_{P2}(T_{DS}), q_1(T_{DS}), q_2(T_{DS})$	6
	$, q_3(T_{DS}), q_6(T_{DS}), q_7(T_{DS})$	
$\dot{\mathbf{q}}_{DS}$ finale	$\dot{q}_{P1}(T_{DS}), \dot{q}_{P2}(T_{DS}), \dot{q}_1(T_{DS}), \dot{q}_2(T_{DS}),$	7
	$\dot{q}_3(T_{DS}), \dot{q}_6(T_{DS}), \dot{q}_7(T_{DS})$	
\mathbf{q}_{SS} finale	$q_{P2}(T), q_1(T), q_2(T)$	6
	$, q_3(T), q_6(T), q_7(T)$	
$\dot{\mathbf{q}}_{SS}$ finale	$[\dot{q}_{P1}(T), \dot{q}_{P2}(T),, \dot{q}_7(T)]$	8
Distance parcourue	d	1
Durée de la phase	T_{DS}	1
de double appui		
Nombre total		29

TABLE 3.5 – Les variables d'o	ptimisation pour le ro	bot bipède avec bras -	Marche de type 3
-------------------------------	------------------------	------------------------	------------------

Pour le robot bipède avec bras attachés, nous avons ici 21 paramètres d'optimisation. Les variables d'optimisation sont illustrées dans le tableau 3.6.

TABLE 3.6 - Les variables d'optimisation pour le mode "bras attachés" - Marche de type 3

Description	paramètres d'optimisation	nombre des paramètres
\mathbf{q}_{DS} finale	$q_{P2}(T_{DS}), q_1(T_{DS}), q_2(T_{DS}), q_3(T_{DS})$	4
$\dot{\mathbf{q}}_{DS}$ finale	$\dot{q}_{P1}(T_{DS}), \dot{q}_{P2}(T_{DS}), \dot{q}_1(T_{DS}),$	5
	$\dot{q}_2(T_{DS}), \ \dot{q}_3(T_{DS})$	
\mathbf{q}_{SS} finale	$q_{P2}(T), q_1(T), q_2(T), q_3(T)$	4
$\dot{\mathbf{q}}_{SS}$ finale	$[\dot{q}_{P1}(T), \dot{q}_{P2}(T), \dot{q}_1(T), , \dot{q}_5(T)]$	6
Distance parcourue	d	1
Nombre total		21

Les jeux de paramètres sont présentés dans le tableau 3.7. Les résultats d'optimisation seront présentés au chapitre 4.

TABLE 3.7 – Les variables d'optimisation pour les allures de	e type	3
--	--------	---

Paramètres	Balancement libre	Bras attachés
Configuration finale DS	6	4
Vitesse finale DS	7	5
Configuration finale SS	6	4
Vitesse finale SS	8	6
Distance parcourue	1	1
T_{DS}	1	1
Nombre de paramètres	29	21

Toutes les contraintes, présentées par la section 3.5.2, sont aussi considérées durant toutes les phases. Les contraintes (3.16) et (3.15) sont considérées durant les deux impacts.

3.6 Conclusion générale du chapitre

Nous avons présenté notre écriture du problème d'optimisation paramétrique pour générer des différentes allures de marche. Les contraintes requises pour la réussite de la marche stable ont également été présentées. Le seul critère présenté est basé sur la norme des couples actionneurs par l'unité de distance parcourue de et sera utilisé dans les chapitres 4, 5 et 6 pour optimiser les trajectoires de la marche du bipède avec des actionneurs électriques. Trois allures de marche cyclique sont utilisées, allure sans impact, avec impact et avec une phase de double appui. Nous recherchons par la suite à mettre en évidence les effets des bras pour chaque type de marche. Nous allons générer pour ces différents types de marche un ensemble de trajectoires optimales de marche pour différentes vitesses. Différentes évolutions de mouvement des bras, mode "balancement libre", mode "bras solidaires du tronc" et mode "bras attachés" sont proposées afin de comparer leur performance énergétique et mettre en évidence l'effet des bras. Nous pourrons donc comparer les coûts du critère sthénique entre les différents cas d'évolution des bras. Ces différents problèmes d'optimisation seront résolus sous contraintes par les algorithmes *finincon* et *fgoalattain* en utilisant différentes initialisations des variables d'optimisation pour s'approcher d'un optimum global. Les résultats des simulations obtenus pour les différents cas seront présentés au chapitre suivant.

4

Mouvements optimaux pour un bipède totalement actionné

4.1 Introduction

Comme nous l'avons déjà mentionné dans l'introduction, les bras se balancent chez l'homme durant la marche en contribuant à l'énergie métabolique. Nous vérifions ici si le balancement des bras minimise l'énergie consommée durant la marche. Nous allons utiliser l'optimisation paramétrique largement utilisée dans l'équipe robotique de l'IRCCyN [11, 48, 70, 26] comme ailleurs [62, 8, 59, 49, 32] et [34]. Les variables articulaires des trajectoires sont définies par des fonctions polynomiales. Une infinité de solutions existe pour trouver les trajectoires. Une solution est choisie par l'optimisation paramétrique sous contraintes en minimisant le critère précédemment mentionné par l'équation (3.11). Nous allons présenter les résultats obtenus pour des différentes allures de marche en comparant les différentes structures sans et avec des bras.

4.2 Allure de type 1

Les allures étudiées ici sont composées de phase de simple appui qui s'enchaînent avec un échange du rôle des pieds instantané et sans impact. La vitesse du pied qui arrive au sol est nulle.

4.2.1 Mode balancement libre

Nous effectuons l'optimisation paramétrique pour plusieurs vitesses de marche dans l'intervalle [0.5 - 1.5] m/s. La figure 4.1 montre l'allure de marche pour une vitesse de 0, 8 m/s.

On retrouve dans les solutions optimales une des caractéristiques de la marche humaine sans l'avoir imposée par des contraintes. Pour toutes les vitesses de marche, les deux bras ne sont pas en phase l'un avec l'autre (voir figures 4.1 et 4.2). Ce mouvement déphasé des bras est trouvé par simulation sans imposer aucune contrainte sur leurs évolutions et en prenant seulement en compte l'échange des rôles des bras pour assurer la cyclicité de mouvement. Le modèle de marche étant plan, on ne peut pas associer bras et jambe et on ne peut donc pas distinguer marche normale et anti-normale. Comme les jambes, les bras effectuent un mouvement cyclique dont la période est deux pas.



FIGURE 4.1 – Allure de marche du bipède pour une vitesse de 0, 8 m/s



FIGURE 4.2 – Évolution des variables articulaires absolues en fonction de temps durant un pas pour une vitesse de marche V = 0.8 m/s.

La figure 4.2 montre l'évolution des variables articulaires absolues durant un pas de la marche optimale obtenue pour une vitesse de marche égale à 0, 8 m/s.

Pour les trajectoires trouvées les différentes contraintes imposées par l'optimisation sont satisfaites. Par exemple, la figure 4.3, obtenue pour une vitesse de marche V = 0.8 m/s, montre que les contraintes imposées sur non-glissement (a) et la réaction de sol (b) sont satissfaites. Les deux courbes sur la figure sont similaires.



FIGURE 4.3 – La contrainte de non glissement et la réaction verticale de sol sur le pied d'appui est satisfaite durant un pas du marche de type 1 pour une vitesse de marche V = 0.8 m/s.

Nous avons calculé l'amplitude maximale φ_{max} entre les deux bras durant le balancement (figure 4.4) pour chaque vitesse de marche :

$$\varphi_{max} = max(\mathbf{q}_7(t) - \mathbf{q}_6(t)) \tag{4.1}$$



FIGURE 4.4 – L'amplitude maximale φ_{max} entre les deux bras

Les valeurs moyennes φ_{moy} sont aussi calculées pour chaque solution optimale :

$$\varphi_{moy} = moy[\bar{\mathbf{q}}_7(t), \ \bar{\mathbf{q}}_6(t)] \tag{4.2}$$

où $\bar{\mathbf{q}_6}$, $\bar{\mathbf{q}_7}$ sont les valeurs moyennes des angles absolus \mathbf{q}_6 , \mathbf{q}_7 respectivement.

Puis, les valeurs φ_{max} , φ_{moy} sont tracées en fonction de la vitesse de marche (figure 4.5). À partir de la vitesse de marche V = 0, 6 m/s, l'amplitude des bras φ_{max} croît avec l'augmentation de la vitesse de marche.

Pour les grandes vitesses de marche, à partir de V = 0.7 m/s jusqu'à V = 1.25 m/s, la valeur φ_{moy} est positive, voir la figure 4.5. Les bras tendent à osciller vers l'avant. Leurs mouvements ne deviennent plus symétriques autour du tronc. Leurs amplitudes avec l'axe vertical sont plus élevées en avant le bipède et moins élevées vers son arrière. Cela explique la valeur positive de φ_{moy} dans ce domaine, voir figure 4.5.

Le comportement des bras a pour effet d'empêcher le tronc de se pencher trop en avant. Ainsi, les bras réagissent soit par l'augmentation de leur amplitude φ_{max} (l'intervalle $\mathbf{V} = [1 - 1, 5] m/s$), soit



FIGURE 4.5 – Amplitude maximale des bras en fonction de la vitesse de marche.

par l'augmentation de φ_{moy} (l'intervalle $\mathbf{V} = [0, 55 - 0, 7] m/s$) ou soit par l'augmentation des deux (l'intervalle $\mathbf{V} = [0, 7 - 0, 1] m/s$), voir figure 4.5. On note que la position d'un bras devant le corps correspond à une valeur positive de la variable articulaire q_6 ou q_7 .

Pour clarifier cette idée, nous traçons la valeur moyenne de l'angle absolu \mathbf{q}_3 du tronc $moy \mathbf{q}_3 = \bar{\mathbf{q}}_3(t)$ et l'amplitude maximale d'oscillation du tronc autour de l'axe vertical $\delta \mathbf{q}_3 = max(\mathbf{q}_3(t)) - min(\mathbf{q}_3(t))$ en fonction de la vitesse de marche (figure 4.6).

Pour les vitesses moins élevées $\mathbf{V} = [0 - 0, 5] m/s$, le tronc se penche faiblement en avant avec une valeur de moy \mathbf{q}_3 d'environ -2^o à -3^o , voir figure 4.6. L'effet des bras n'est pas important dans cet intervalle. Dans l'intervalle $\mathbf{V} = [0, 5 - 1] m/s$, le tronc ne se penche pas vers l'avant et moy \mathbf{q}_3 reste proche de -2^o . On note qu'une valeur négative de \mathbf{q}_3 , signifie que le tronc est incliné vers l'avant. Les oscillations du tronc autour de l'axe vertical sont diminuées avec l'augmentation de la vitesse de marche où $\delta \mathbf{q}_3$ diminue de 5° jusqu'à 1°. Le comportement des bras semble efficace dans cette zone où les fluctuations (excursions) du tronc sont limitées et le tronc reste près de l'axe vertical, voir figure 4.6. La figure 4.5 montre que l'amplitude maximale entre les bras φ_{max} croît constamment et légèrement avec l'augmentation de la vitesse de marche à partir de V = 0.7 m/s. Cela est pour garantir que le tronc reste près de l'axe vertical et pour limiter ses oscillations comme nous allons voir dans la section 4.2.2. Pour les vitesses les plus élevées, l'efficacité des bras commence à diminuer, car ils n'empêchent pas le tronc de se pencher en avant. Ils n'empêchent pas non plus l'augmentation de la fluctuation $\delta \mathbf{q}_3$ du tronc avec la progression de la vitesse de marche, voir l'intervalle $\mathbf{V} = [1 - 1, 5] m/s$ sur la figure 4.6.

Il est difficile de trouver une allure de marche optimale pour une vitesse de marche supérieure à V = 1,5 m/s avec les contraintes imposées sur les configurations articulaires du tronc (Nous avons imposé avec la fonction ®Matlab : "*fmincon*" que l'amplitude maximale d'oscillation du tronc soit comprise entre -20° vers l'avant et $q_3 = 10^{\circ}$ vers l'arrière par rapport à l'axe vertical).



FIGURE 4.6 – Évolution du tronc en fonction de la vitesse de marche V.

4.2.2 Mode bras attachés

La figure 4.7 montre l'allure de marche optimale pour une vitesse de 0, 8 m/s.



FIGURE 4.7 – Allure de marche du bipède "mode bras attachés" pour V = 0, 8 m/s

Ce mode de balancement des bras est intéressant comme référence pour pouvoir comparer avec les trajectoires du balancement libre des bras. Nous n'avons pas pu trouver des trajectoires optimales en mode "bras attachés" pour des vitesses plus élevées que V = 1, 3 m/s. Alors que lorsque le bipède possède des bras, il est possible de trouver des trajectoires pour une vitesse de V = 1, 5 m/s.

4.2.3 Mode bras solidaires du tronc

Les vitesses relatives des bras peuvent être imposées égales à zéro d'une manière continue car il n'y a pas d'impact :

$$\begin{cases} q_j(t) - q_3(t) = 0\\ \dot{q}_j(t) - \dot{q}_3(t) = 0 \end{cases}$$

où j = 6 ou 7

La figure 4.8 montre l'allure de marche optimale pour une vitesse de 0, 8 m/s.



FIGURE 4.8 – Allure de marche du bipède "mode bras solidaire du tronc" pour V = 0, 8 m/s

4.2.4 Comparaison

Les valeurs du critère sthénique sont calculées pour toutes les vitesses de marche pour les trois modes d'évolution des bras précédemment mentionnés. Puis les valeurs du critère sont tracées en fonction de la vitesse de marche (figure 4.9).

La figure 4.9 montre que la consommation énergétique de bipède est moindre dans le cas où les bras oscillent. Pour les vitesses de marche peu élevées (moins de 0, 5 m/s), le balancement des bras n'a pas d'effet sur la réduction du critère. À partir de la vitesse de V = 0, 5 m/s, le balancement des bras permet la réduction du critère sthénique par rapport aux modes "bras attachés" et "bras solidaires", voir figure 4.9. L'efficacité énergétique des bras augmente avec la vitesse de marche.



FIGURE 4.9 – Évolution du critère sthénique en fonction de la vitesse de marche.



FIGURE 4.10 – Évolution de moy (q_3) et δq_3 en fonction de la vitesse de marche.

Les valeurs de $moy(\mathbf{q}_3)$ et $\delta \mathbf{q}_3$ sont aussi comparées pour les deux types d'évolution des bras (voir figure 4.10). Dans l'intervalle V = [0, 5 - 1] m/s, les valeurs $\delta \mathbf{q}_3$ sont plus grandes dans le cas des bras attachés. Pour les vitesses supérieures à 1 m/s, les excursions du tronc $\delta \mathbf{q}_3$ ne sont pas si différentes pour les deux modes, mais le tronc se penche plus vers l'avant dans le cas des bras attachés (La valeur de $moy(\mathbf{q}_3)$ est plus élevée dans le sens négatif). Plus la vitesse de marche est grande, plus le bipède avec les bras attachés a tendance à pencher son tronc en avant, alors que le tronc du bipède avec les bras mobiles se penche moins en avant, figure 4.10.

Les évolutions des configurations articulaires des parties du système locomoteur (figure 4.11) sont com-

parées pour les deux types de mouvements. On note sur la figure 4.11 que le tronc évolue plus près de la valeur zéro dans le cas de mode du balancement libre et le tronc reste proche de l'axe vertical. Dans le cas du mode bras attachés, l'évolution du tronc a une valeur plus élevée dans le sens négatif. Ce qui signifie qu'il est incliné vers l'avant.



FIGURE 4.11 – Évolution des configurations articulaires durant un pas de marche de type 1.

Les évolutions des couples articulaires (figure 4.12) sont aussi comparées pour les deux types de mouvements. Les couples exercés sur les épaules servent à diminuer les couples nécessaires sur l'articulation de la hanche d'appui.



FIGURE 4.12 – Évolution des couples articulaires durant un pas de marche de type1

Il est probable que les couples supplémentaires fournis à la hanche dans le cas du mode bras attachés sont nécessaires pour tenir le tronc debout afin d'empêcher le basculement du bipède. Ainsi, quand le bipède balance ses bras, il consomme moins de couples sur les autres articulations et la hanche nécessite moins d'efforts pour garder le tronc le plus possible en position verticale. Les bras peuvent donc contribuer à la stabilisation du bipède autour de son pied d'appui durant la marche dans le plan sagittal. Nous comparons donc les courbes de ZMP entre les deux modes : le balancement libre et bras attachés afin de vérifier cette hypothèse. Les valeurs de ZMP sont illustrées dans la figure 4.13 pour le balancement libre par rapport au mode "bras attachés".

Les courbes montrent que la condition de ZMP est mieux respectée dans le cas du mode de balancement libre par rapport au cas des bras attachés. L'effet des bras est donc de diminuer l'amplitude des oscillations du ZMP.



FIGURE 4.13 - Comparaison de ZMP - Marche de type 1

Les valeurs de la réaction verticale du sol sont aussi illustrées dans la figure 4.14 pour le balancement libre par rapport au mode "bras attachés".



FIGURE 4.14 - Comparaison de réaction verticale du sol - Marche de type 1

Dans le cas du mode bras attachés, les courbes de réaction ne prennent plus la forme M au milieu de la phase de simple appui pour les vitesses de marche élevées.

4.2.5 Conclusion

Pour les vitesses de marche très basses, le balancement des bras ne montre pas d'effets importants sur la marche. À partir de la vitesse de marche V = 0, 5 m/s, l'effet des bras apparaît et influence la dynamique de marche. Cet effet augmente avec la progression de la vitesse de marche et surtout pour la minimisation du critère sthénique par rapport au mouvement où les bras restent attachés au tronc. Cela semble cohérent avec les résultats montrés dans les travaux de Collins [16, 17] où la consommation d'énergie métabolique chez l'homme est moins élevée lors de la marche avec le balancement des bras alors qu'elle est plus élevée lorsque les bras sont attachés au corps. Il est aussi intéressant d'indiquer qu'il n'est pas possible de trouver

des trajectoires optimales en mode bras attachés pour des vitesses de marche plus élevées que V = 1, 3 m/salors que c'est possible avec la présence des bras. Le bipède dépense moins d'efforts pour garder le tronc vertical et requiert moins de couples sur l'articulation de la hanche d'appui lorsqu'il balance ses bras.

4.3 Allure de type 2

On rappelle que ces allures de marche cyclique sont constituées de phases de simple appui et d'impacts. En effectuant des optimisations pour plusieurs vitesses de marche et pour les différents modes d'évolution des bras, nous avons trouvé différentes allures optimales de marche. Puis, nous les avons comparées selon leurs coûts du critère et aussi en fonction de l'évolution des couples et des variables articulaires.

4.3.1 Mode balancement libre

Les bras oscillent avec des amplitudes très élevées qui dépassent 180°. Ceci est probablement dû à l'impact. Pour obtenir des débattements plus conventionnels des bras, il faut borner le mouvement des bras. Différents moyens peuvent être utilisés pour atteindre ce but, par exemple en mettant des contraintes sur les vitesses maximales des actionneurs des bras, en mettant des ressorts sur les épaules (voir la section 4.3.5), ou en limitant les angles relatifs (bras, tronc) par des butées articulaires. Nous avons choisi de mettre des butées articulaires en imposant les contraintes suivantes dans l'optimisation :

$$|\theta_6| = |q_6 - q_3| \le \theta_{max6} \quad , \ |\theta_7| = |q_7 - q_3| \le \theta_{max6} \tag{4.3}$$

Une allure de marche de ce type de mouvement est représentée par la figure 4.15, où les valeurs maximales des angles relatifs (bras, tronc) sont fixées à $\theta_{max6} = 60^{\circ}$.



FIGURE 4.15 – Allure de marche mode balancement libre des bras pour une vitesse de marche V = 0.8 m/s; $\theta_{max6} = 60^{\circ}$ - Marche de type 2.

Les configurations articulaires sont illustrées par la figure 4.16.



FIGURE 4.16 – Évolution des configurations articulaires durant un pas de marche de type 2 pour V = 0.8 m/s; $\theta_{max6} = 60^{\circ}$



FIGURE 4.17 – Évolution de ZMP et de la hauteur des extrémités du pied durant un pas de marche de type 2 pour V = 0, 8 m/s.

L'évolution du ZMP et la hauteur du pied libre sont représentées, voir figure 4.17. La contrainte de ZMP est satisfaite et l'hauteur de pied libre est toujours positif durant la phase de simple appui.

4.3.2 Mode bras solidaires du tronc

Les vitesses angulaires des articulations des bras, juste après l'impact seront différentes de celle de l'articulation du tronc juste après l'impact. Par conséquent, nous n'obtiendrons pas une évolution identique des bras et du tronc pendant la phase de simple appui. Ainsi, nous contraignons la recherche des solutions optimales afin de trouver des trajectoires de telle façon que les vitesses articulaires des bras ne soient pas très différentes de la vitesse du tronc à l'instant juste après l'impact. Nous avons donc utilisé les contraintes suivantes :

$$\dot{q}_6^+ - \dot{q}_3^+ \le \epsilon, \ \dot{q}_7^+ - \dot{q}_3^+ \le \epsilon$$

$$(4.4)$$

où $\epsilon = 0,04$ ici.

En appliquant ces contraintes, les vitesses articulaires des bras, juste après l'impact \dot{q}_j^+ , diffèrent très légèrement de celles du tronc. Par conséquent, l'évolution des bras sera plus proche de celle du tronc, la figure 4.18.



FIGURE 4.18 – Configurations articulaires des bras q_6 , q_7 et du tronc q_3 en fonction de la durée T d'un pas de marche de type 2 pour V = 0, 8 m/s.

Les bras effectuent de très petits débattements par rapport au tronc. La figure 4.19 montre l'allure obtenue pour une vitesse de marche de 0, 8 m/s.



FIGURE 4.19 – Allure de marche avec des bras solidaires du tronc pour une vitesse de marche V = 0, 8 m/s durant un pas de marche de type 2.

Les configurations et les couples articulaires sont illustrés par la figure 4.20. On note que le tronc a tendance à se balancer vers l'arrière.

Le bipède exerce de couple beaucoup plus élevé sur l'articulation de la hanche libre que dans le cas du balancement libre. Cette partie d'effort est dépensée pour garder le tronc incliné un peu vers l'arrière dans une position où les bras peuvent rester près du tronc et suivre son mouvement.



FIGURE 4.20 – Évolution des configurations et couples articulaires durant un pas de marche de type 2 pour un bipède bras solidaire du tronc; V = 0, 8 m/s.

4.3.3 Mode bras attachés

La figure 4.21 montre l'allure obtenue du bipède sans bras pour une vitesse de marche de 0, 8 m/s.



FIGURE 4.21 – Allure de marche du bipède avec bras attachés pour une vitesse de marche de 0, 8 m/s durant un pas de marche de type 2.

Les variables articulaires de cette allure sont illustrées par la figure 4.22. Le bipède penche son tronc en avant dans le cas de "bras attachés" alors qu'il le penche en arrière lorsque les bras sont solidaires du tronc.

Dans le paragraphe suivant, nous allons comparer ce mode vis-à-vis des autres modes d'évolution des bras.



FIGURE 4.22 – Évolution des variables articulaires durant un pas de marche de type 2 pour un bipède bras attachés; V = 0.8 m/s.

4.3.4 Comparaison

Une fois que les solutions optimales des trois modes d'évolution des bras sont obtenues pour différentes vitesses de marche et que les valeurs du critère sthénique sont calculées, nous traçons les valeurs du critère sthénique en fonction de la vitesse de marche, voir figure 4.23. La courbe en trait plein représente les résultats d'optimisation pour le bipède à huit articulations avec des butées articulaires $\theta_{max6} = 60^{\circ}$. Pour des vitesses de marche supérieures à V = 0, 5 m/s, les trajectoires optimales obtenues avec le balancement des bras semblent plus intéressantes vis-à-vis du critère sthénique par rapport aux trajectoires du robot bipède avec les bras attachés. Dans le cas où les bras sont mobiles il est toujours plus intéressant de balancer les bras. Alors que les valeurs du critère sont plus élevées si les bras sont solidaires du tronc. Ces résultats semblent très similaires aux expériences sur la marche humaine présentées dans l'étude [17].



FIGURE 4.23 – Évolution du critère sthénique en fonction de la vitesse de marche ; le balancement libre est avec $\theta_{max6} = 60^{\circ}$ - Marche de type 2.

Pour les deux cas : le balancement libre des bras et bras solidaires du tronc, nous avons calculé la répartition du critère sthénique dans les bras, en ne considérant que les couples appliqués aux épaules des bras. La figure 4.24 montre que le balancement des bras n'est pas un mouvement passif pour l'allure de marche optimale composée de phases de simple appui et d'impact. Par conséquent, il est nécessaire d'utiliser des actionneurs aux articulations des épaules afin d'obtenir ce mouvement optimal avec le balancement libre des bras. Pour les vitesses de marche les plus élevées, les valeurs maximales des couples appliqués aux actionneurs des bras sont plus élevées lorsque les bras se balancent, voir figure 4.24. Alors qu'il faut des couples moins élevés pour garder les bras le plus possible solidaires du tronc. Mais le fait d'actionner les bras permet d'avoir des couples moins importants sur les autres articulations du robot bipède, en particulier sur la hanche (figure 4.25).



FIGURE 4.24 – Évolution du critère sthénique en fonction de la vitesse de marche, le balancement libre est avec $\theta_{max6} = 60^{\circ}$ - Marche de type 2.

Pour le mode des bras solidaires du tronc, la contribution des bras dans le critère semble être quasi constante en fonction de la vitesse de marche. Cette partie constante du critère est utilisée pour garder les bras le plus solidaires que possible du tronc. Cela explique pourquoi de telles trajectoires requièrent des valeurs plus élevées du critère que celui du robot bipède avec les bras attachés.

Les couples articulaires sont comparés pour les trois types d'évolutions des bras (figure 4.25). Pour le mode des bras solidaires du tronc, le bipède exerce des couples beaucoup plus élevés sur l'articulation de la hanche libre que dans le cas du balancement libre. Cette partie d'effort est dépensée pour tenir le tronc, qui est incliné un peu vers l'arrière, dans une position où les bras peuvent rester près du tronc et suivre son mouvement.

Pour le mode des bras attachés, le bipède exerce des couples beaucoup plus élevés sur l'articulation de la hanche d'appui que dans le cas du balancement libre. Cette partie d'effort est dépensée pour tenir le tronc, qui est incliné vers l'avant, le plus possible dans une position verticale (figure 4.25).



FIGURE 4.25 – Comparaison des couples articulaires sur un pas de marche de type 2.

Les couples maximaux dans les épaules sont plus élevés lorsque les bras oscillent dans le mode bras libre. Le coût moins élevé du critère dans le cas où les bras se balancent de façon libre, est dû au fait que des couples moins importants sont fournis sur les articulations du système locomoteur, en particulier celles de la hanche, en appliquant plus des couples sur les épaules (figure 4.25).



FIGURE 4.26 – Comparaison des variables articulaires sur un pas de marche de type 2.

Les variables articulaires sont comparées pour les trois types d'évolutions des bras (figure 4.26).

La figure 4.26 montre que le tronc se penche en avant dans le cas des bras attachés plus que le cas du balancement libre comme pour les allures de type 1. Le tronc se penche vers l'arriere dans le cas des bras solidaires de tronc. Ce qui explique que les courbes de ZMP pour le cas des bras solidaires sont proches du talon de pied d'appui (figure 4.27).


FIGURE 4.27 – Comparaison de ZMP sur un pas de marche de type 2.

La comparaison de ZMP pour tous les modes d'évolution des bras montre que le ZMP reste au dessous de la cheville pour les petites vitesses de marche. Le ZMP se dirige vers l'arrière avec l'augmentation de la vitesse de marche (figure 4.27).

Les valeurs moyennes de l'angle de tronc sont illustrées pour les trois cas de mode d'oscillation des bras sur le tableau suivant :

V $[m/s]$	Balancement libre	Bras solidaires du tronc	Bras attachés
0,8	-1,88	4,14	-5,80
1,0	-3,95	6,45	-10,19
1,2	-5,7	5,6	-12,4

TABLE 4.1 – Valeurs moyennes \bar{q}_3

Le tableau 4.1 montre que le tronc est plus près de la position verticale lorsque le bipède oscille ses bras. Nous avons calculé les valeurs moyennes de déplacement vertical du centre de gravité de bipède y_g dans les deux cas : le balancement libre des bras et le mode bras solidaires du tronc. Ensuite, nous avons tracé ces valeurs en fonction de la vitesse de marche sur la figure 4.28. Nous avons aussi tracé la distance horizontale parcourue par le centre de gravité du bipède d pour un pas de marche en fonction de la vitesse de marche, la figure 4.29.



FIGURE 4.28 – Les valeurs moyennes de déplacement vertical y_g du centre de gravité de bipède en fonction de la vitesse de marche de type 2.

Les figures 4.29, 4.28 montrent que le balancement des bras aide le bipède à aller vers l'avant en tenant son centre de gravité plus haut par rapport le cas où les bras sont solidaires du tronc. Pour la même vitesse de marche, le robot bipède est capable de faire des pas plus grands en balançant ses bras.



FIGURE 4.29 – La distance horizontale d parcourue par le bipède en fonction de la vitesse de marche de type 2.

Les réactions verticales du sol R_y durant la phase de simple appui sont comparées pour les trois types d'évolutions des bras (figure 4.30).



FIGURE 4.30 – Comparaison de la réaction verticale du sol sur un pas de marche de type 2.

La figure 4.30 montre des caractéristiques spécifiques à chaque mode d'évolution des bras. En général, la courbe de la réaction verticale du sol présente une allure en "M". Pour le mode bras attachés, le premier pic de cette allure en "M" est plus grand que le second pic surtout pour les vitesses de marche les plus élevées. Dans le cas des bras libres, le deuxième pic est le plus grand.

4.3.5 Effet de ressorts

Dans les résultats précédents, les articulations différentes de bipède ne contiennent pas d'élément élastique. Nous montrons ici, l'effet des ressorts ajoutés aux épaules sur l'évolution des bras et sur le critère sthénique. Le modèle dynamique est exprimé dans ce cas par l'équation (2.69). Pour l'ajout des ressorts deux cas ont été traités :

- 1. La raideur de ressort k est considérée comme un paramètre d'optimisation. Dans ce cas le nombre des paramètres présentés pour le cas de balancement libre par le tableau 3.4 sera 23 paramètres. Les butées articulaires sont aussi imposées sur les bras.
- 2. Des ressorts de torsion en spirale à valeur donnée de raideur k = 40 N/rad sont utilisés aux épaules. Ces ressorts, unilatéraux, sont actifs lorsque l'angle relatif entre le tronc et un bras est égal ou plus

grand qu'une valeur donnée φ_0 . Comme pour l'homme où les muscles du dos s'opposent au mouvement des bras vers l'arrière durant la marche, les ressorts unilatéraux contrent le mouvement des bras dans la direction négative (figure 4.31). Un couple supplémentaire $\Gamma_{ressort}$ sera donc ajouté lorsque l'évolution d'un bras par rapport au tronc dépasse la valeur $\varphi_0 = -30^\circ$:

$$\Gamma_{ressort}(t) = k\varphi_k(t); \ \varphi_k(t) = max[\varphi_0 - \varphi(t), 0]$$
(4.5)



FIGURE 4.31 – Ressort de torsion en spirale avec une raideur k = 40 N.m/rad

Comparaison

Le but dans le premier cas est de minimiser la consommation énergétique durant la marche en utilisant des ressorts avec une raideur optimale trouvée par l'optimisation. Alors que dans le deuxième cas, les ressorts avec une raideur fixe sont utilisés afin de limiter le mouvement des bras au lieu d'utiliser des butées articulaires.

Dans le premier cas, nous avons tracé les valeurs du critère sthénique et de la raideur optimale des ressorts en fonction de la vitesse de marche. Nous comparons ici la consommation énergétique avec et sans ressorts. La figure 4.32 montre que l'utilisation des ressorts de torsion aux épaules réduit encore les valeurs du critère sthénique. Les valeurs optimales de la raideur des ressorts varient entre 2 et 8 N.m/rad dans une plage de vitesse de marche [0, 5 - 1, 2] m/s.



FIGURE 4.32 – Évolution du critère sthénique et la raideur optimale k en fonction de la vitesse de marche ; le balancement libre est avec $\theta_{max6} = 60^{\circ}$.

Dans le deuxième cas, les ressorts avec une raideur fixe limitent l'évolution des bras. Les contraintes sur les configurations articulaires des bras ne sont pas imposées ici. Lorsqu'un bras retourne vers l'arrière un effort sera exercé par le ressort pour l'empêcher à continuer son mouvement comme c'est le cas chez l'homme. Les trajectoires des bras sont naturellement bornées dans ce cas. L'amplitude des bras dépasse un peu la valeur 30° . Dans ce cas, les valeurs du critère ne sont pas réduites par rapport au cas où la raideur des ressorts est optimisée ni par rapport au cas sans ressort. Pour une vitesse de marche V = 1.1 m/s, la valeur du critère dans le cas d'une raideur fixe est $C_{\Gamma} = 441 N^2 .m.s$, alors que pour une valeur optimale de raideur k = 6.8 N.m/rad la valeur du critère est $C_{\Gamma} = 397 N^2 .m.s$ et dans le cas sans ressort $C_{\Gamma} = 411 N^2 .m.s$.

Les trajectoires optimales dans le cas d'une raideur fixe des ressorts sont comparées avec celles dans le cas d'une raideur optimisée de ressorts et avec celles sans des ressorts placés sur les épaules. La figure montre l'évolution des configurations et couples articulaires dans ces trois cas 4.33.



FIGURE 4.33 – Évolution des configurations et couples articulaires sans et avec des ressorts durant un pas de marche de type 2 pour une vitesse de marche V = 1.1 m/s.

La figure 4.34 montre l'évolution de ZMP et de la réaction verticale du sol pour ces trois derniers cas.



FIGURE 4.34 – Évolution de ZMP et Ry pour des trajectoires de type 2 sans et avec des ressorts durant un pas de marche

4.3.6 Conclusion

Des allures de marche optimales du type 2 ont été étudiées. Différentes évolutions des bras sont comparées selon le critère des couples. Pour les grandes vitesses et lorsque les bras se balancent, la consommation énergétique du robot bipède est moins élevée alors qu'elle est plus élevée dans les cas où il n'y a pas de bras ou lorsque les bras se balancent en mode bras solidaires du tronc. Nous avons trouvé que le mouvement optimal du balancement des bras n'est pas passif pour les allures composées d'une phase de simple appui et un impact. Le fait d'actionner les bras diminue les couples délivrés par les actionneurs au système locomoteur du robot bipède. Les coûts globaux du critère des couples sont donc moindres.

L'amplitude optimale des bras peut être très grande si le mouvement des bras n'est pas borné et cela peut être dû à l'impact. Le bipède penche moins son tronc en avant ou en arrière lorsqu'il oscille ses bras, le tronc reste proche de la position verticale. Le bipède est capable, par le balancement de ses bras, de faire des pas plus grands. L'altitude de son CdM est plus élevée par rapport au cas où les bras sont solidaires du tronc.

Les ressorts sur les bras peuvent jouer le rôle des butées articulaires naturelles en les considérant comme actifs quand les bras dépassent un angle précis. En mettant des ressorts sur les épaules, le critère des couples est réduit lorsque la raideur est optimisée.

Dans ce travail, nous avons supposé que la jambe en transfert frappe le sol avec un pied à plat et le pied d'appui décolle immédiatement. Dans la section suivante, le pied d'appui restera sur le sol après l'impact afin que nous puissions envisager d'autres types de marche allures ayant des phases simple appui, double appui avec rotation des pieds et d'impact.

4.4 Allure de type 3

On rappelle que ces allures de marche cyclique sont constituées de phases de simple appui, double appui avec rotation des pieds et d'impacts. Nous avons effectué des optimisations entre différents modes d'évolution des bras pour plusieurs vitesses de marche.

Nous avons noté que les trajectoires optimales obtenues ont des vitesses du pied nulles lors de l'impact du talon au sol. La même particularité est observée pour les autres modes d'oscillation des bras ¹. Nous avons donc choisi d'utiliser un contact talon sans impact avec le sol. Deux vitesses articulaires des jambes peuvent être calculées en fonction des autres vitesses. Les paramètres d'optimisation sont illustrés dans le tableau 4.2.

Paramètres	Balancement libre	Bras attachés	Bras solidaires
Configurations finales DS	6	4	4
Vitesses finales DS	7	5	5
Configurations finales SS	6	4	4
Vitesses finales SS	6	4	4
Distance parcourue	1	1	1
T_{DS}	1	1	1
Nombre de paramètres	27	19	19

TABLE 4.2 – Les variables d'optimisation pour les allures de type 3

Nous avons trouvé les différentes allures optimales de marche pour plusieurs vitesses de marche et pour les différents modes d'évolution des bras : bras attachés, bras solidaires du tronc et balancement libre des bras.

4.4.1 Mode balancement libre

Pour ce type d'allure aussi, les bras peuvent avoir une amplitude du balancement très grande s'ils ne sont pas contraints. Une allure de marche de ce type de mouvement est représentée par la figure 4.35, où les valeurs maximales des angles relatifs (bras, tronc) sont fixées à $\theta_{max6} = 60^{\circ}$.

¹Nous avons pu obtenir dans certains cas des trajectoires avec des impacts du talon très faibles, mais ces trajectoires ont des valeurs du critère très élevées.



FIGURE 4.35 – Allure de marche mode balancement libre des bras pour une vitesse de marche de V = 1, 4 m/s; $\theta_{max6} = 60^{\circ}$ - Marche de type 3.

4.4.2 Mode bras attachés

La figure 4.36 montre l'allure obtenue pour une vitesse de marche de 1, 4 m/s.



FIGURE 4.36 – Allure de marche du bipède avec bras attachés pour une vitesse de marche de 1, 4 m/s durant un pas de marche - Marche de type 3.

4.4.3 Mode bras solidaires du tronc

La figure 4.37 montre l'allure obtenue pour une vitesse de marche de 1, 4 m/s. Par la suite, les différentes évolutions des bras seront aussi comparées.



FIGURE 4.37 – Allure de marche du bipède avec bras solidaires du tronc pour une vitesse de marche de 1, 4 m/s durant un pas de marche - Marche de type 3.

4.4.4 Comparaison

Les trajectoires optimales sont trouvées pour les différents types d'évolution des bras et comparées. Les résultats montrent que le balancement des bras du bipède réduit le coût du critère pendant sa marche, figure 4.38.



FIGURE 4.38 – Évolution du critère sthénique en fonction de la vitesse de marche

Les couples articulaires durant un pas de marche sont comparées pour une vitesse de marche V = 1, 3 m/s, voir figure 4.39. Les couples fournis pendant la phase du double appui sont supérieurs à ceux lors de simple appui.

Les configurations articulaires des membres inférieurs en fonction du temps sont aussi comparées pour une vitesse de marche V = 1, 3 m/s, voir figure 4.40.



FIGURE 4.39 – Les évolutions des couples articulaires durant un pas pour une vitesse de marche V = 1, 3 m/s - Marche de type 3



FIGURE 4.40 – Les évolutions des configurations articulaires durant deux cycles pour une vitesse de marche V = 1, 3 m/s - Marche de type 3

Les angles absolus présentés sur la figure 4.41, b, sont utilisés pour pouvoir comparer les mouvements optimaux avec les courbes de A. Barliya et al. [6], illustrant le mouvement de la marche humaine (figure 4.41, a). Pour la jambe 1, l'angle α est egal à q_2 en phase d'appui et à q_4 en phase de transfert. L'angle $\beta = q_1 ouq_5$ selon la phase d'appui ou de transfert. Pour calculer l'angle du pied 1, on a $\gamma = \tan(l_d/h_p) + q_{p2}$ en phase de transfert et $\gamma = \tan(l_d/h_p)$ en phase d'appui (figure 4.41, b).

Les évolutions des configurations articulaires sont ressemblantes à celles de la marche humaine (figures 4.40 et 4.41). La courbe du pied dans le cas du balancement libre est plus similaire à la courbe d'évolution du pied chez l'homme durant sa marche que l'évolution du pied pour le bipède des bras attachés.

Les configurations articulaires des bras en fonction du temps pour une vitesse de marche V = 1, 3 m/s sont illustrées sur la figure 4.42.



FIGURE 4.41 – Caractéristiques de la marche humaine utilisés par A. Barliya et al. [6]. La ligne verte représente l'évolution du pied, la ligne rouge représente le tibia et la bleu représente la cuisse.



FIGURE 4.42 – Évolution des bras en fonction de temps pour une vitesse de marche V = 1, 3 m/s

La valeur moyenne de variable articulaire du tronc $moy(\mathbf{q}_3)$ et la valeur $\delta \mathbf{q}_3$ sont aussi comparées pour les deux types d'évolution des bras. Les figures 4.43 et 4.44 illustrent les valeurs $moy(\mathbf{q}_3)$ et $\delta \mathbf{q}_3$ respectivement en fonction des vitesses de marche.

Comme nous avons vu que pour les allures de type 1, les valeurs $moy(\mathbf{q}_3)$ dans le cas des bras attachés sont plus élevées dans le sens négatif de \mathbf{q}_3 par rapport aux valeurs dans le cas du balancement libre.

Le bipède penche son tronc plus en avant dans le cas bras attachés. Alors que le tronc du bipède avec les bras mobiles se penche moins en avant, figure 4.43.



FIGURE 4.43 – Évolution des valeurs $moy(\mathbf{q}_3)$ en fonction de la vitesse de marche



FIGURE 4.44 – Évolution des valeurs δq_3 en fonction de la vitesse de marche

Les évolutions du tronc en fonction de temps sont comparées pour une vitesse de marche V = 1, 3 m/s, voir la figure 4.45.



FIGURE 4.45 – Les évolutions du tronc en fonction de temps pour une vitesse de marche V = 1, 3 m/s – Marche de type 3

Il est intéressant à noter que des mouvements de marche optimale avec bras libre peuvent être obtenus pour des vitesses de marche qui arrivent jusqu'à 2.1 m/s, alors que les mouvements optimaux avec bras attachés sont possibles seulement jusqu'à une vitesse de marche égale à 1.65 m/s.

4.4.5 Conclusion

Des allures de marche optimales de type 3 ont été étudiées. Les deux évolutions des bras : bras attachés et balancement libre sont utilisées et comparées selon le critère sthénique. L'allure de type 3 permet d'obtenir des marches à des vitesses plus élevées que les allures de type 1 et 2. Pour les grandes vitesses, les valeurs du critère sont moins élevées dans le cas où les bras oscillent. Les coûts du critère sont plus élevés dans le cas où les bras oscillent. Les coûts du critère sont plus élevés dans le cas où les bras oscillent. Les coûts du critère sont plus élevés dans le cas où les bras n'est pas passif pour les allures de type 3 comme pour les allures des types 1 et 2. Le fait d'actionner les bras diminue les couples délivrés par les actionneurs au système locomoteur du robot bipède, surtout pour l'articulation du genou. Les coûts globaux du critère sthénique sont donc moindres dans le cas de balancement libre. Le modèle du robot utilisé dans cette étude n'est constitué que d'un corps par bras, nous allons maintenant prendre en compte des bras à deux segments : le bras et l'avant-bras.

4.5 Bipède avec des bras à deux corps

Le robot bipède étudié ici est muni de deux pieds et comporte deux jambes identiques, un tronc et deux bras qui sont dotés de deux articulations (bras-supérieur et avant bras), dont l'architecture cinématique est présentée dans le chapitre 2 (la figure 2.1). Le but est d'étudier l'influence du mouvement des bras supérieurs et les avant-bras sur les valeurs du critère et chercher l'effet de l'avant-bras sur la marche.

4.5.1 Simulation numérique

Les trajectoires optimisées du robot bipède sont de type 2. Les valeurs du critère sont calculées pour les cas suivants :

- 1. Mode balancement libre où les mouvements des bras sont obtenus par l'optimisation du bipède à dix articulations.
- 2. Mode bras solidaires du tronc où les bras effectuent des petits débattements par rapport au tronc au cours du mouvement. Comme nous avons vu pour le robot avec des bras à un seul corps, les vitesses et positions relatives des bras par rapport au tronc ne peuvent pas aussi être imposées égales à zéro d'une manière continue pour ce robot. Le mouvement des bras sera limité en imposant que les vitesses et positions relatives des bras (bras supérieurs et avant-bras) par rapport au tronc juste avant l'impact soient nulles :

$$\begin{cases} q_j(T) - q_3(T) = 0, \ q_{j+1}(T) - q_j(T) = 0\\ \dot{q}_j^- - \dot{q}_3^- = 0, \ \dot{q}_{j+1}^- - \dot{q}_j^- = 0 \end{cases}$$
(4.6)

où j = 6, 8. Après l'impact, les vitesses des bras diffèrent un peu de celles du tronc. Nous n'avons pas imposé la contrainte exprimée par l'équation (4.4) que nous avons utilisé dans la section 4.3 pour le bipède avec des bras à un corps. Pour cela, les bras ici sont moins solidaires du tronc que dans le cas où la contrainte (4.4) est prise en compte.

3. Mode bras attachés où la structure du bipède est composée de six articulations.

Nous imposons en plus des contraintes définies au chapitre 3, des contraintes de non contre flexion des coudes.

Mode balancement libre

Les bras oscillent avec de très grandes amplitudes. Pour obtenir des allures élégantes, nous avons mis des contraintes sur les angles relatifs (bras, tronc) et (bras supérieurs, avant-bras). Ainsi, nous avons défini les butées articulaires suivantes :

$$\begin{cases} q_6 - q_3 \le \theta_{max6} & q_8 - q_3 \le \theta_{max6} \\ q_7 - q_6 \le \theta_{max7} & q_9 - q_8 \le \theta_{max7} \end{cases}$$
(4.7)

La figure 4.46 montre une allure optimale pour un tel mouvement où $\theta_{max6} = \theta_{max7} = 60$.



FIGURE 4.46 – Allure de marche de type 2 pour une vitesse de marche de V = 1, 2 m/s et $\theta_{max6} = 60^{\circ}$ et $\theta_{max7} = 60^{\circ}$.



FIGURE 4.47 – Évolution des configurations articulaires durant un pas de marche ; V = 1.2 m/s, $\theta_{max6} = 60^{\circ}$ et $\theta_{max7} = 60^{\circ}$.

Les évolutions des configurations articulaires sont présentées par la figure 4.47.



FIGURE 4.48 – Évolution des couples articulaires durant un pas de marche ; V = 1, 2 m/s, $\theta_{max6} = 60^{\circ}$ et $\theta_{max7} = 60^{\circ}$.

Les évolutions des couples articulaires sont présentées par la figure 4.48. Les couples exercés par les moteurs sur le coude et l'épaule du bras qui retourne vers l'arrière (bras 1) sont plus grands que ceux appliqués sur les moteurs de l'autre bras. Ce qui est cohérent avec les remarques sur la marche humaine que le mouvement des bras est accompagné par l'activité du muscle deltoïde, surtout pendant la rétraction [45].

Mode bras solidaires du tronc

Les bras se balancent avec des petites amplitudes par rapport au tronc. La figure 4.49 montre l'allure obtenue pour une vitesse de marche de 1.2 m/s.



FIGURE 4.49 – Allure de marche d'un robot avec des bras solidaires du tronc pour une vitesse de marche $V = 1.2 \ m/s$.

Mode bras attachés

Cette allure a déjà été présentée dans la section 4.3.

Discussion

Après avoir effectué l'optimisation pour plusieurs vitesses de marche et pour les différents modes d'évolution des bras, nous avons calculé les valeurs du critère sthénique et tracé ces valeurs en fonction de la vitesse de marche (figure 4.50). La courbe en trait plein représente les résultats d'optimisation pour le robot bipède à dix articulations avec des butées articulaires $\theta_{max6} = 60^{\circ}$ et $\theta_{max7} = 60^{\circ}$ dont une allure à une vitesse de marche V = 1.2 m/s est présentée dans la figure 4.46. Pour les vitesses de marche plus élevées que V = 0.7 m/s, les trajectoires obtenues avec le balancement des bras sont clairement plus efficaces par rapport aux trajectoires avec des bras attachés. Dans le cas où les bras existent (le cas du bipède à dix articulations), Les valeurs du critère sont moins élevées lorsque le bipède balance ses bras pour toutes les vitesses de marche.

Pour les deux mode : balancement libre et bras solidaires du tronc, nous avons recalculé les coûts de même critère dans les bras en ne considérant que les couples appliqués aux bras (dans les épaules et les coudes). La figure 4.51 montre que le balancement des bras n'est pas un mouvement passif pour l'allure de type 2. Par conséquent, il est nécessaire d'utiliser des actionneurs aux articulations des épaules et coudes afin d'obtenir ce mouvement optimal avec le balancement des bras. Les couples maximaux appliqués aux actionneurs des bras sont plus élevés lorsque les bras se balancent alors qu'il faut des couples moins élevés pour garder les bras solidaires du tronc.



FIGURE 4.50 – Évolution du critère sthénique en fonction de la vitesse de marche ; θ_6 et θ_7 sont respectivement les angles relatifs (bras, tronc) et (bras supérieurs, avant-bras).



FIGURE 4.51 – Évolution du critère sthénique total du bipède et celui consommée dans les bras en fonction de la vitesse de marche ; le balancement libre est avec $\theta_{max6} = 60^{\circ}$ et $\theta_{max7} = 60^{\circ}$.

La part du critère dans les bras C_{bras} représente environ 15% du critère sthénique de bipède C_{Γ} pour l'ensemble des vitesses de marche. La part du critère sthénique consommés dans les avant-bras $C_{avant-bras}$ représente environ 22% du critère sthénique consommés dans l'ensemble des parties supérieures de bipède C_{bras} (les bras supérieurs et les avant-bras) pour une vitesse de marche V = 0.5 m/s. Alors que $C_{avant-bras}/C_{bras} = 10\%$ pour une vitesse de marche V = 1.2 m/s.

Nous notons qu'il est possible d'obtenir des mouvements optimaux jusqu'à la vitesse de marche V = 1.5m/s pour le mode des bras attachés. Alors que pour le mode du balancement libre, il est possible d'obtenir des mouvements optimaux jusqu'à la vitesse V = 1.8m/s.

Nous comparons aussi les valeurs du critère entre les deux cas du balancement libre des bras : bras à un seul corps et bras à deux corps. La figure 4.52 illustre l'évolution du critère des trajectoires optimales selon la vitesse de marche.



FIGURE 4.52 – Évolution du critère en fonction de la vitesse de marche ; bras à deux corps avec $\theta_{max6} = 60^{\circ}$ et $\theta_{max7} = 60^{\circ}$; bras à un corps avec $\theta_{max6} = 60^{\circ}$.

Le bipède avec des bras à deux corps économise un peu plus d'énergie que le bipède à un corps avec les contraintes imposées sur le mouvement des bras. Pour mieux comprendre le rôle des avant bras, il faut optimiser le mouvement en fixant soit le mouvement des bras ou soit le mouvement des avant-bras. Les deux courbes changent un peu en fonction des angles relatifs maximaux des bras supérieurs ou des avant-bras.

4.5.2 Importance de l'avant bras

La partie du critère sthénique consommée dans les avant-bras représente environ 15% de la répartition de ce critère dans les bras. Nous cherchons ici pourquoi les avant-bras sont pliés durant le mouvement. Nous pensons que le fait de plier les avant-bras est lié à la vitesse de marche et par conséquent à la durée du cycle de marche. Cela nous a ramené à étudier la période naturelle du système des bras supérieurs et des avant-bras.

Nous considérons un pendule double composé de deux corps, figure 4.53. En supposant que l'angle relatif θ entre le bras supérieur et l'avant bras est fixe, nous pouvons calculer le modèle d'un pendule simple équivalant à ce pendule.

Nous calculons la longueur R de ce pendule, la masse M, l'inertie I et l'angle φ avec l'axe vertical :

$$M = m_1 + m_2$$

$$I = I_1^2 + I_2^2 + m_1 s_1^2 + m_2 (L_1^2 + 2\cos(\theta)L_1 s_2 + s_2^2)$$

$$R = \sqrt{(m_2(L_1 + s_2\cos(\theta)) + m_1 s_1)^2 / (m_1 + m_2)^2 + (m_2^2 s_2^2\sin(\theta)^2) / (m_1 + m_2)^2}$$

$$\varphi = \tan^{-1}(X \widehat{c} Y c)$$
(4.8)

où m_1 , m_2 sont les masses, I_1 , I_2 représente les inerties aux CdM, s_1 , s_2 sont les centres de masses et L_1 , L_2 sont les longueurs des deux corps.

En utilisant les valeurs numériques des paramètres des bras supérieurs et avant-bras, et en traçant les valeurs de longueur R du pendule simple en fonction de l'angle relatif θ , on obtient la figure 4.54. La longueur R se diminue avec la progression des valeurs de θ .



FIGURE 4.53 – Le pendule simple équivalant à un pendule double.



FIGURE 4.54 – R en fonction de l'angle relatif θ .

La période d'oscillation naturelle T_0 pour le pendule simple est donnée par la relation approximative calculée par la linéarisation du modèle dynamique de ce pendule (voir chapitre 6) :

$$T_0 \approx 2\pi \sqrt{I/MgR}.\tag{4.9}$$

La figure 4.55 montre la valeur de la période naturelle en fonction de l'angle θ . La période naturelle T_0 diminue avec l'augmentation de l'angle relatif θ . Le bipède replie donc ses avant-bras avec l'augmentation de la vitesse de marche, probablement, pour diminuer la période d'oscillation naturelle T_0 des bras. Il est à noter que chez l'homme, les bras sont plus pliés pendant la course rapide que lors de la marche lente.



FIGURE 4.55 – La période d'oscillation naturelle T_0 en fonction de l'angle relatif θ .

Nous n'avons pas pu mettre en évidence de lien entre l'angle relatif des avant-bras en fonction et la période de marche pour les marches optimales obtenues dans la section précédente, car l'angle relatif maximal a été limité à 60°.

4.5.3 Conclusion

Nous avons étudié une architecture cinématique du robot bipède dont les deux bras sont dotés de deux articulations (bras-supérieur et avant bras). Le but est d'étudier l'influence du mouvement des bras supérieurs et les avant-bras sur les valeurs du critère et chercher l'effet de l'avant-bras sur la marche. L'allure étudiée est constituée des phases de simple appui séparées par des impacts. Des trajectoires de marche optimales avec balancement des bras ont été trouvées. Pour obtenir des allures élégantes du balancement des bras, il faut borner le mouvement des bras. Pour les grandes vitesses et lorsque les bras se balancent, les valeurs du critère choisi sont moins élevées que dans les cas où il n'y a pas de bras ou lorsque les bras sont solidaires du tronc. Le fait d'actionner les bras diminue les couples délivrés par les actionneurs sur le système locomoteur des autres articulations du robot bipède et par conséquent la valeur du critère sera moins élevée. La part du critère dans les bras C_{bras} représente environ 15% du critère sthénique de bipède C_{Γ} pour l'ensemble des vitesses de marche. La consommation des avant-bras ne représente qu'une part relativement faible du critère. Les mouvements des avant bras viennent, probablement, de la dynamique de corps ou des bras supérieurs. Le bipède replie ses avant-bras avec l'augmentation de la vitesse de marche, probablement, pour diminuer la période d'oscillation naturelle T_0 des bras. Les bras à deux corps économisent un peu plus d'énergie que les bras à un corps avec les contraintes imposées sur le mouvement des bras.

Le mouvement passif des bras peut-être difficiles à obtenir avec des fonctions polynomiales. Dans le chapitre suivant, nous cherchons la possibilité d'avoir des trajectoires optimales avec un mouvement passif des bras.

4.6 Conclusion générale du chapitre

Nous avons cherché par optimisation paramétrique des trajectoires optimales pour différentes allures de marche cyclique. Le mouvement des bras est actionné comme les autres articulations du robot bipède. Nous avons étudié différentes évolutions des bras, mode "balancement libre", mode "bras solidaires du tronc" et mode "bras attachés, afin de mettre en évidence l'effet des bras actionnés en 2D. Nous avons comparé les coûts du critère sthénique entre les différents cas d'évolution des bras.

Les résultats numériques montrent que pour les différentes allures de marche, la consommation énergétique de bipède est moindre dans le cas où les bras oscillent. L'actionnement des bras diminue les couples délivrés par les actionneurs sur les autres articulations du bipède et par conséquent la valeur du critère est plus faible. Le bipède penche moins son tronc en avant ou en arrière lorsqu'il oscille ses bras tel que le tronc reste proche de la position verticale. Le bipède est capable, par le balancement de ses bras, de faire des pas plus grands. L'altitude de son CdM est plus élevée par rapport au cas où les bras sont solidaires du tronc.

Nous avons aussi trouvé que dans le cas du balancement normal, le couple aux épaules est plus élevé quand le bras va vers l'arrière. Ce qui est cohérent avec les travaux de Ballesteros et al. [45] qui ont montré que les muscles deltoïdes sont actifs durant la marche surtout pendant la rétraction.

Le mouvement optimal des bras n'est pas passif. Pourtant, dans la littérature de la marche humaine [16, 17], il est fait l'hypothèse que le mouvement des bras est essentiellement passif. C'est pourquoi dans le chapitre suivant, nous allons nous intéresser à des marches avec un mouvement passif des bras. Il est à noter par ailleurs, que nous avons privilégié dans ce chapitre une expression polynomiale de l'évolution des bras en fonction du temps. Or, cette représentation peut être inadaptée à modéliser correctement un mouvement passif. Dans la suite, nous chercherons des trajectoires optimales avec un mouvement passif des bras.

5

Mouvement passif des bras et influence de la période de marche.

5.1 Introduction

Dans le chapitre précédent, le mouvement optimal des bras n'était pas passif. Pourtant, certaines expérimentations [16], [17], font l'hypothèse que le mouvement des bras pour la marche humaine est essentiellement passif. D'autres expérimentations sur la marche humaine ont été faites afin de vérifier la passivité du mouvement des bras. Fernandez Ballesteros et ses collègues ont mesuré l'activité musculaire dans la partie antérieure, le deltoïde moyen et postérieur pendant la marche. Ils ont confirmé que le mouvement des bras est accompagné par l'activité du muscle deltoïde, en particulier lors du balancement vers arrière [45]. Les résultats de [22] indiquent que pendant la marche humaine, les deux muscles deltoïdes postérieurs et antérieurs étaient actifs dans l'ensemble des participants à toutes les vitesses de marche. Le mouvement des bras et de l'activité musculaire augmentent aussi en fonction de la vitesse de marche.

Il est intéressant donc de chercher des trajectoires où le mouvement des bras est passif. Dans les chapitres précédents, les trajectoires optimales sont générées en utilisant des fonctions polynomiales. Mais, cette représentation peut être inapte à modéliser correctement un mouvement passif. Dans la suite, nous cherchons la possibilité d'avoir des trajectoires optimales avec un mouvement passif des bras. Le but est d'étudier les effets du mouvement passif des bras sur les coûts du critère sthénique lors de la marche du robot bipède et de les comparer avec ceux des mouvements où les épaules sont actionnées. Les bras passifs peuvent être vus comme des pendules libres (ou double pendule). Pour avoir un mouvement oscillant passif des bras, il est nécessaire qu'ils subissent une excitation, transmise par l'épaule, qui correspondent à la fréquence naturelle du pendule équivalent au bras. Nous choisirons donc une période de marche qui soit adaptée.

Dans ce chapitre, la période naturelle d'oscillation des bras est étudiée dans une première partie. Puis, nous allons présenter notre écriture de génération des mouvements passifs des bras. Nous chercherons les allures optimales avec mouvement passif pour les différents types de marche et pour différentes vitesses. Pour chaque type de marche, nous allons comparer les valeurs du critère sthénique entre les mouvements passifs et actifs des bras en mettant en évidence le rôle joué par la période naturelle des bras sur le mouvement passif obtenu.

5.2 La période naturelle d'oscillation des bras

Nous considérons que le bras du bipède est un pendule simple suspendu à un pivot comme ceci est représenté sur la figure 5.1. L'inertie du pendule est donc égale à l'inertie d'un bras $I = I_7$ et la masse est $m = m_7$ d'un bras du robot bipède présenté par la figure 2.3. La position de la masse est repérée par θ . La longueur *l* correspond à la distance entre l'axe de rotation de l'épaule et le centre de masse du bras du robot bipède. Le modèle dynamique du pendule est :



FIGURE 5.1 – Pendule simple

$$I_s \hat{\theta} + mgl\,\sin(\theta) = 0 \tag{5.1}$$

où $I_s = I + ml^2$ est le moment d'inertie autour du point de suspension. Pour de petites oscillations, on peut considérer $\sin(\theta) \approx \theta$. La linéarisation du modèle du pendule peut donc donner :

$$\ddot{\theta}(t) + b_s \theta(t) = 0 \tag{5.2}$$

où $b_s = mgl/I_s$.

En utilisant la transformation de Laplace, on obtient la réponse temporelle $\theta(t)$ à partir de l'état initial de θ_0 et $\dot{\theta}_0$ est :

$$\theta(t) = \frac{\dot{\theta}_0}{\sqrt{b_s}} \sin(\sqrt{b_s}t) + \theta_0 \cos(\sqrt{b_s}t)$$
(5.3)

La fréquence propre de ce mouvement est $w_0 = \sqrt{b_s}$. Ainsi, la période d'oscillation du système de pendule simple pour de petites oscillations θ est donnée par :

$$T_0 = \frac{2\pi}{w_0} = 2\pi \sqrt{I_s/mgl} \approx 1.19sec.$$
 (5.4)

La linéarisation du modèle du pendule, exprimé par l'équation (5.1), montre donc que la période naturelle dépend de la masse, la longueur et l'inertie.

Une simulation qui prend en compte la non-linéarité du modèle, exprimé par l'équation (5.1), a montré une légère influence des valeurs initiales $(\theta_0, \dot{\theta}_0)$ de l'angle des bras par rapport au tronc et de sa vitesse angulaire sur la période naturelle d'oscillation du bras. Par exemple, le tableau 5.1 montre l'influence des valeurs initiales de l'angle des bras θ_0 sur la période naturelle d'oscillation du bras avec $\dot{\theta}_0 = 0$.

$T_0[s]$	1.19	1.2	1.21	1.238	1.264	1.352
$\theta_0 {}^o$	5	10	20	40	60	80

TABLE 5.1 – Période d'oscillation obtenue par une simulation du modèle non linéaire du pendule avec $\dot{\theta}_0 = 0$

5.3 Génération de mouvements passifs des bras

À partir d'un mouvement cyclique optimal du bipède avec les bras attachés, nous avons exploré l'existence d'un mouvement passif des parties supérieures du bipède dû à la dynamique du système locomoteur. Seul le système locomoteur du bipède est actionné. Tout d'abord, par optimisation, nous avons défini des trajectoires de référence pour ce bipède, les bras étant attachés au tronc. Les trajectoires optimisées $(\mathbf{q_r}, \mathbf{\dot{q_r}}, \mathbf{\ddot{q_r}})$ sont utilisées pour obtenir les trajectoires $(\mathbf{q_b}, \mathbf{\dot{q_b}}, \mathbf{\ddot{q_b}})$ du système locomoteur du robot bipède avec bras, où l'indice "b" se réfère aux parties inférieures du robot bipède (le système locomoteur). La démarche pour obtenir le mouvement des parties supérieures de ce bipède est maintenant décrite.

À partir de l'équation (2.1), le modèle dynamique du robot bipède s'écrit :

$$\mathbf{A}_{\mathbf{r}}(\mathbf{q}_{\mathbf{r}})\ddot{\mathbf{q}}_{\mathbf{r}} + \mathbf{H}_{\mathbf{r}} = \mathbf{B}_{\mathbf{r}}\Gamma$$
(5.5)

où $\mathbf{H}_r = \mathbf{C}_{\mathbf{r}}(\mathbf{q}_{\mathbf{r}}, \dot{\mathbf{q}}_{\mathbf{r}})\dot{\mathbf{q}}_{\mathbf{r}} + \mathbf{G}_{\mathbf{r}}(\mathbf{q}_{\mathbf{r}})$. On rappelle que $\mathbf{q}_r = [\mathbf{q}_{p2} \ \mathbf{q}_1 \ \mathbf{q}_2 \ ... \mathbf{q}_7]^t$ dans ce cas.

Par la partition des matrices du modèle dynamique du robot bipède (5.5), le système d'équations (5.6) est obtenu :

$$\begin{bmatrix} \mathbf{A}_{bb} & \mathbf{A}_{bh} \\ \mathbf{A}_{hb} & \mathbf{A}_{hh} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \ddot{\mathbf{q}}_{b} \\ \ddot{\mathbf{q}}_{h} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \mathbf{H}_{b} \\ \mathbf{H}_{h} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \mathbf{B}_{b} \Gamma_{\mathbf{b}} \\ \mathbf{0}_{2 \times 1} \end{bmatrix}$$
(5.6)

où l'indice "h" désigne les bras du robot bipède. $\ddot{\mathbf{q}}_h \in \mathbb{R}^{2\times 1}$ est le vecteur des accélérations des parties supérieures du bipède, $\ddot{\mathbf{q}}_b \in \mathbb{R}^{6\times 1}$ est le vecteur des accélérations des parties inférieures du bipède, $\mathbf{A}_{hh} \in \mathbb{R}^{2\times 2}$, $\mathbf{A}_{bh} \in \mathbb{R}^{6\times 2}$, $\mathbf{A}_{hb} \in \mathbb{R}^{2\times 6}$ et $\mathbf{A}_{hb} \in \mathbb{R}^{6\times 6}$ sont les sous-matrices de la matrice d'inertie \mathbf{A}_r , $\mathbf{H}_h \in \mathbb{R}^{2\times 1}$ et $\mathbf{H}_b \in \mathbb{R}^{6\times 1}$ sont les sous-vecteurs de \mathbf{H}_r . $\mathbf{B}_b \in \mathbb{R}^{6\times 6}$ est la matrice d'actionnement et $\Gamma_b \in \mathbb{R}^{6\times 1}$ est le vecteur des couples articulaires du système locomoteur du robot bipède. On rappelle que le système locomoteur comprend les hanches, les genoux et les pieds. Le vecteur $\mathbf{0}_{2\times 1}$ implique qu'aucun couple actionneur est exercé sur les deux épaules où le mouvement des bras est passif.

La configuration finale des bras du bipède à la fin d'un pas t = T est noté $q_h(T)$. Le mouvement passif souhaité des bras est cyclique avec une période qui est la même que celle du système locomoteur. En tenant compte de l'échange sur le rôle des bras entre le temps final pour un pas (t = T) et le temps initial du pas suivant (t = 0), les égalités suivantes doivent être respectées :

$$\dot{\mathbf{q}}_h(0) = \mathbf{T}_E \, \dot{\mathbf{q}}_h(T), \, \mathbf{q}_h(0) = \mathbf{T}_E \, \mathbf{q}_h(T)$$
(5.7)

où T_E est la matrice de permutation qui fait l'échange sur le rôle des bras.

$$\mathbf{T}_E = \begin{bmatrix} 0 & 1\\ 1 & 0 \end{bmatrix} \tag{5.8}$$

 $\mathbf{q}_h(0)$, $\dot{\mathbf{q}}_h(0)$ sont les vecteurs des variables et vitesses angulaires des bras à l'instant initial t = 0 respectivement. $\mathbf{q}_h(T)$, $\dot{\mathbf{q}}_h(T)$ sont les vecteurs des variables et vitesses angulaires des bras au temps final t = T respectivement. $\mathbf{q}_h = [\mathbf{q}_6 \ \mathbf{q}_7]^t$, $\dot{\mathbf{q}}_h = [\dot{\mathbf{q}}_6 \ \dot{\mathbf{q}}_7]^t$.

Étant donné les trajectoires (positions, vitesses et accélérations) du système locomoteur du bipède, les accélérations des articulations des parties supérieures du bipède peuvent être déterminées à partir de l'équation suivante :

$$\ddot{\mathbf{q}}_h = \mathbf{A}_{hh}^{-1} (-\mathbf{A}_{hb} \ddot{\mathbf{q}}_b - \mathbf{H}_h)$$
(5.9)

Pour pouvoir générer le mouvement passif des bras, il est nécessaire de trouver la solution $\mathbf{q}_h(t)$ du système d'équations (5.9) telles que les conditions données par les égalités (5.7) soient satisfaites. Une méthode de Newton-Raphson est utilisée pour résoudre ce problème de deux équations définies par (5.9) à quatre inconnues $\mathbf{q}_h(0)_{2\times 1}$ et $\dot{\mathbf{q}}_h(0)_{2\times 1}$. Dès que les valeurs $\mathbf{q}_h(0)$, $\dot{\mathbf{q}}_h(0)$ sont trouvées, l'intégration pour trouver $\mathbf{q}_h(t)$ devient possible. Le solveur ode45 de MATLAB® qui tire son nom de "Ordinary Differential Equation" [33] et qui se base sur la méthode de Runge Kutta [36], est utilisé pour la résolution d'équations différentielles (5.9).

5.4 Allure de type 1

5.4.1 Optimisation du mouvement

Cette allure est une suite cyclique de phases de simple appui. Le pied libre qui touche le sol arrive sur le sol avec une vitesse nulle. Il n'y a donc pas d'impact. L'absence d'impact permet de séparer l'étude du cycle locomoteur et l'influence des bras. Nous avons suivi la démarche suivante :

- Tout d'abord, nous avons défini par optimisation des trajectoires de "référence" pour ce bipède, les bras étant attachés au tronc.
- Les variables d'optimisation des trajectoires de référence obtenues sont utilisées pour trouver les trajectoires du système locomoteur du robot bipède avec bras (figure 2.3). Les trajectoires du système locomoteur seront les mêmes que les trajectoires de référence car le contact des pieds au sol est considéré sans impact. Dans un premier temps, les valeurs $q_h(0)$ et $\dot{q}_h(0)$ ne feront pas partie de l'ensemble des variables d'optimisation. Les variables d'optimisation sont les mêmes variables considérées dans le cas des bras attachés de type 1.
- Le mouvement des parties supérieures du robot bipède est un mouvement passif engendré par le mouvement du système locomoteur. Il est déterminé par la méthode de Newton-Raphson (voir section 5.3).
- Une fois que les trajectoires sont connues, les couples articulaires sont calculés à partir de l'équation (5.10) :

$$\Gamma_b = \mathbf{B_b}^{-1} (\mathbf{A}_{bb} \ddot{\mathbf{q}}_b + \mathbf{A}_{bh} \ddot{q}_h + \mathbf{H}_b)$$
(5.10)

Les coûts du critère peuvent donc être calculés.

• Dès que nous avons obtenu le mouvement du robot bipède avec bras, nous avons vérifié qu'il est réalisable et que les contraintes précédentes (voir section 3.5.2) sont satisfaites.

Nous allons étudier en fonction de la pulsation naturelle des bras et de la durée d'un pas s'il est toujours possible d'obtenir un mouvement passif des bras.

5.4.2 Résultats numériques

Comme nous avons indiqué précédemment, les mouvements passifs des bras sont recherchés à partir des trajectoires de référence. Nous définissons comme cycle un aller retour des bras. Une période d'un cycle correspond donc à la durée de deux pas. Les trajectoires de référence optimales ont une période d'un cycle $T_{cycle} = 2T$ comprise entre 0, 7 et 0, 8 sec qui varie selon la vitesse de marche. Cette durée T_{cycle} est moins élevée par rapport la période naturelle d'oscillation de chacun des bras $T_o = 1, 19$ sec. Par conséquent, seul mouvement passif des bras, avec de très petite amplitude du balancement et sans décalage entre les deux bras, est obtenu pour une trajectoire optimale de référence.



FIGURE 5.2 – Mouvement passif sans amplitude

Les deux bras oscillent en phase pour les valeurs initiales uniques des variables $q_h(0)$ et vitesses $\dot{q}_h(0)$ angulaires des bras trouvées par la méthode Newton-Raphson. La figure 5.2 illustre une allure de ce mouvement pour une vitesse de marche V = 0, 8 m/s.



FIGURE 5.3 – Évolution des bras pour un mouvement passif "sans amplitude" durant un pas de marche.

Les mouvements des bras sont quasiment sans amplitude du balancement et identiques sur les deux bras, comme le montre la figure 5.3.

Nous avons estimé que l'amplitude très faible est dû au fait que la période de la marche n'est pas synchronisée avec la période naturelle d'oscillation des bras. Nous avons donc imposé une période T du pas de la marche adaptée à la fréquence naturelle d'oscillation des bras. La distance parcourue d peut être calculée ; d = VT. Elle n'est plus donc une variable d'optimisation. Les jeux de paramètres d'optimisation des trajectoires de référence du type 1 sont donnés par le tableau 5.2.

TABLE 5.2 – Marche de type 1 - Jeux de paramètres d'optimisation pour les trajectoires de référence en supposant que la durée T est donnée.

Description	paramètres d'optimisation	nombre des paramètres
Configuration finale	$x_h, y_h, q_3(T)$	3
Configuration intermédiaire	$q_{p2}(T/2), q_1(T/2), q_2(T/2)$	
	$q_3(T/2), q_4(T/2), q_5(T/2)$	6
Vitesses finales	$\dot{q}_1(T), \dot{q}_2(T), \dot{q}_3(T)$	3
Nombre total		12

Lorsque $T_{cycle} = 2T \approx T_o$, deux solutions passives d'amplitudes importantes existent. Elles dépendent des valeurs initiales des variables et vitesses angulaires des bras $q_h(0)$ et $\dot{q}_h(0)$. Les figures 5.4 et 5.5 montrent les deux types du mouvement passif des bras qui sont trouvés par optimisation pour une vitesse de marche de V = 0, 8 m/s.



FIGURE 5.4 – Mouvement passif déphasé des bras pour une allure de marche de type 1.



FIGURE 5.5 – Mouvement passif des bras en mode parallèle pour une allure de marche de type 1.

L'un des deux mouvements passifs des bras est avec une grande amplitude et un déphasage entre les bras. Dans l'autre mouvement les deux bras oscillent donc en phase comme le mouvement passif des bras dit "parallèle" trouvé par Collins sur son robot passif [17]. Les évolutions des deux mouvements passifs des bras sont aussi illustrées par la figure 5.6.



FIGURE 5.6 – Les évolutions du mouvement passif des bras durant un pas de marche de type 1; V = 0.8 m/s, T = 0.58 s

Un mouvement passif, avec une grande amplitude et avec un décalage entre les bras (mouvement déphasé), est possible si et seulement si la période du cycle de marche T_{cycle} est suffisamment proche de la période naturelle d'oscillation du bras. Pour éclairer cette idée, l'évolution de l'amplitude maximale entre les deux bras est calculée pour différentes durées T d'un pas de marche cyclique. Les mouvements passifs des bras à chaque durée T sont obtenus pour la même vitesse de marche V = 0, 8 m/s. Puis, l'amplitude maximale est tracée en fonction de la durée T sur la figure 5.7.

Pour une vitesse de marche V = 0, 8 m/s, les deux types de mouvements passifs sont obtenus seulement si la période T est comprise entre 0, 56 s et 0, 61 s ce qui est proche de la valeur $T_0/2 \approx 0, 6 s$. L'intervalle de T où il est possible d'obtenir les deux mouvements passifs, est lié à la vitesse de marche et il se décale légèrement en variant cette vitesse. Si la période T n'appartient pas à l'intervalle précédent, seul



FIGURE 5.7 – L'amplitude maximale d'un bras $max q_6$ avec l'axe verticale en fonction de la durée T d'un pas de marche.

le mouvement passif parallèle des bras existe. On note qu'il n'est pas possible de trouver des trajectoires de référence avec des durées de pas plus élevées que 0,61 s pour la vitesse de marche donnée, car le bipède doit faire de très grands pas dans ce cas.

Les périodes des pas des mouvements passifs précédemment mentionnés sont très élevées. Les coûts du critère, de telles trajectoires, sont très élevés par rapport aux coûts des trajectoires où la période T est moins élevée. Par exemple, le coût du critère est de 1397 $N^2.m.s$ lorsque 2T = 0,72 s, alors qu'il est de 2090 $N^2.m.s$ lorsque 2T = 1,2 s pour la même vitesse de marche V = 0,8 m/s.

On ne veut pas imposer une période T très grande pour ne pas accroître le coût de la marche. Au lieu d'imposer la période 2T égale à la période naturelle d'oscillation des bras, nous cherchons à changer la valeur de T_o pour qu'elle soit égale à T_{cycle} . Jusqu'à présent, aucun ressort n'était introduit au niveau des épaules. On choisira d'adapter la période d'oscillation des bras par un réglage des ressorts de torsion placés aux épaules.

5.4.3 Effet du ressort sur le mouvement passif

On ne veut pas imposer une période des pas du système locomoteur dépendant des caractéristiques des bras, car on ne veut pas accroître le coût de la marche. Nous pouvons diminuer la période pour laquelle les mouvements passifs avec bras sont possibles en utilisant des ressorts de torsion placés aux épaules.

Comme précédemment, on cherche la période d'oscillation naturelle des bras en étudiant le modèle d'un pendule simple équivalent. Dans le cas où un ressort en torsion est ajouté au pivot de rotation, le modèle dynamique du pendule devient :

$$I_s \ddot{\theta} + mgl\,\sin\theta + k\theta = 0 \tag{5.11}$$

où k est la raideur du ressort.

À partir de ce modèle, on obtient la période naturelle d'oscillations d'un bras T_o :

$$T_o = \frac{2\pi}{w_o} = 2\pi \sqrt{I_s / (mgl + k)}$$
(5.12)

La période naturelle d'oscillations d'un bras varie donc selon les valeurs de la raideur de ressort k. La valeur de la période T_0 et de la pulsation correspondante sont données dans le tableau 5.3 pour différentes valeurs de raideur.

À partir du tableau 5.3 et de la relation (5.12), l'ajout des ressorts de torsion aux épaules diminue la période naturelle d'oscillation des bras T_o . On a donc choisi d'adapter la période d'oscillation des bras par

k	T_0	w_0
N.m/rad	sec	rad/sec
0	1,22	5,15
15	0,603	10,42
50	0,364	17,25

TABLE 5.3 – Période d'oscillation selon k

un réglage des ressorts de torsion placés aux épaules. Des ressorts identiques sont utilisés pour les deux épaules.

À partir du modèle dynamique (2.69) et des équations (2.73) et (5.6), le modèle dynamique, avec des éléments élastiques, peut être écrit comme :

$$\begin{bmatrix} \mathbf{A}_{bb} & \mathbf{A}_{bh} \\ \mathbf{A}_{hb} & \mathbf{A}_{hh} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \ddot{\mathbf{q}}_{b} \\ \ddot{\mathbf{q}}_{h} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \mathbf{H}_{b} \\ \mathbf{H}_{h} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \Gamma_{sb} \\ \Gamma_{sh} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \mathbf{B}_{b}\Gamma_{b} \\ \mathbf{0}_{4\times 1} \end{bmatrix}$$
où $\Gamma_{sb} = \begin{bmatrix} 0, 0, \ k(2q_{3} - q_{7} - q_{8}), \ 0, \ 0, \ 0]^{\mathsf{t}}, \Gamma_{sh} = \begin{bmatrix} k(q_{7} - q_{3}), \ k(q_{8} - q_{3}) \end{bmatrix}^{\mathsf{t}}.$
(5.13)

5.4.4 Optimisation des trajectoires du système locomoteur en ajoutant des ressorts

Les trajectoires du robot bipède avec bras sont donc optimisées. Les conditions initiales des variables et vitesses angulaires des bras ne sont pas considérées comme des variables d'optimisation pour pouvoir obtenir les deux possibilités du mouvement passif cyclique. Les variables d'optimisation sont donc présentées par le tableau 5.4.

Description	variables d'optimisation	nombre des paramètres
Configuration finale	$x_h, y_h, q_3(T)$	3
Configuration intermédiaire	$q_{p2}(T/2), q_1(T/2), q_2(T/2)$	
	$q_3(T/2), q_4(T/2), q_5(T/2)$	6
Vitesse finale	$\dot{q}_1(T), \ \dot{q}_2(T), \ \dot{q}_3(T)$	3
Distance parcourue	d	1
Nombre total		13

TABLE 5.4 – Variables d'optimisation des trajectoires du système locomoteur du robot bipède avec bras - Marche de type 1

Pour mettre en évidence le rôle de la raideur, on va faire différentes optimisations pour différentes valeurs de k imposées. Pour une vitesse de marche donnée, les deux types de mouvements passifs sont obtenus pour certaines valeurs de la raideur k. Pour une vitesse de marche V = 0, 8 m/s et pour une valeur de la raideur k = 10, 5 N.m/rad, deux solutions passives existent qui dépendent des valeurs initiales des variables et vitesses angulaires des bras $q_h(0)$ et $\dot{q}_h(0)$.

La figure 5.8 montre les allures de marche de type 1 pour les deux mouvements passifs des bras durant un pas pour la vitesse de marche V = 0, 8 m/s.



FIGURE 5.8 – Les allures de marche des mouvements passifs à partir d'optimisation du système locomoteur; pour une vitesse de marche V = 0, 8 m/s - Marche de type 1

Les évolutions des variables articulaires durant un pas de marche sont illustrées pour les mêmes solutions passives par la figure 5.9.



FIGURE 5.9 – Les configurations articulaires absolues des mouvements passifs à partir d'optimisation du système locomoteur ; pour une vitesse de marche V = 0, 8 m/s - Marche de type 1

Les évolutions des couples articulaires durant un pas de marche sont illustrées pour les mêmes solutions passives par la figure 5.10.



FIGURE 5.10 – Les couples articulaires des mouvements passifs à partir d'optimisation du système locomoteur, pour une vitesse de marche V = 0, 8 m/s - Marche de type 1

Les évolutions de la réaction verticale du sol durant un pas de marche sont illustrées pour les mêmes solutions passives par la figure 5.11.



FIGURE 5.11 – La réaction verticale du sol des mouvements passifs à partir d'optimisation du système locomoteur, pour une vitesse de marche V = 0, 8 m/s - Marche de type 1

La valeur maximale de la réaction verticale du sol est plus grande dans le cas du mouvement passif parallèle.

Les évolutions de ZMP durant un pas de marche sont aussi illustrées pour les mêmes solutions passives par la figure 5.12. Les deux courbes de ZMP sont similaires l'une à l'autre.



FIGURE 5.12 – Le ZMP des mouvements passifs à partir d'optimisation du système locomoteur, pour une vitesse de marche V = 0.8 m/s - Marche de type 1

Pour comprendre l'effet des ressorts, une trajectoire optimale du système locomoteur obtenue à une vitesse de marche de 0, 8 m/s est étudiée. Nous avons effectué un balayage des mouvements passifs possibles selon la valeur de la raideur k des ressorts. L'amplitude maximale entre les bras et le critère sthénique sont tracés en fonction de k.



FIGURE 5.13 – Évolution du critère sthénique et l'amplitude maximale Ψ_{max} entre les bras en fonction de la raideur des ressorts k

La figure 5.13 montre que le mouvement passif déphasé des bras est obtenu lorsque k = [9, 6 - 13, 5] N/rad.

L'intervalle de k, où il est possible d'obtenir les deux mouvements passifs, est lié à la vitesse de marche. Par exemple, le critère est minimal lorsque k = 11, 3 N/rad pour la vitesse de marche donnée 0, 80 m/s, alors que la valeur optimale de la raideur est k = 11, 8 N.m/rad pour V = 0, 85 m/s. Si la valeur de raideur k n'appartient pas à l'intervalle précédent, seul le mouvement passif parallèle existe. Il est intéressant de noter que l'amplitude maximale souhaitée des bras peut être obtenue en variant la valeur de k.

Les solutions optimales avec mouvements passifs des bras sont trouvées pour plusieurs vitesses de marche. Ici, la raideur des ressorts k est utilisée comme une variable d'optimisation et l'optimisation s'effectue donc avec 14 variables. Les valeurs $\mathbf{q}_h(0)$ et $\dot{\mathbf{q}}_h(0)$ sont variées pour pouvoir obtenir les deux mou-

vements passifs. Les coûts du critère des solutions passives optimales sont calculés et comparés par rapport au mode bras attachés (trajectoires de référence). Pour toutes les vitesses de marche, les trajectoires de mouvement passif des bras déphasés ont des valeurs du critère sthénique un peu moins élevées que celles-ci des bras attachés et celles de mouvement passif parallèle (la figure 5.14).



FIGURE 5.14 – Évolution du critère sthénique en fonction de la vitesse de marche

La raideur optimale est d'environ k = [8 - 12] N/rad et diffère légèrement d'une vitesse de marche à une autre.

5.4.5 Recherche de marche optimale avec un mouvement passif des bras

Dans le paragraphe précédent, les variables d'optimisation sont essentiellement des paramètres du système locomoteur du bipède. Les valeurs initiales $q_h(0)$ et $\dot{q}_h(0)$ qui précisent l'allure du mouvement passif obtenue ne sont pas utilisées comme des variables d'optimisation afin de comparer les deux types de mouvements passifs. Les mouvements passifs des bras déphasés ayant un coût énergétique plus faible que les autres mouvements.

Nous cherchons ici le meilleur mouvement passif entre les deux mouvements des bras en considérant les valeurs $\mathbf{q}_h(0)$ et $\dot{\mathbf{q}}_h(0)$ comme des variables d'optimisation. La raideur des ressorts k est aussi utilisée comme une variable d'optimisation. Les variables d'optimisation sont données par le tableau 5.5.

Description	variables d'optimisation	nombre des paramètres
Configuration finale	$x_h, y_h, q_3(T)$	3
Configuration initiale	$q_6(0), q_7(0)$	2
Configuration intermédiaire	$q_{p2}(T/2), q_1(T/2), q_2(T/2)$	
	$q_3(T/2), q_4(T/2), q_5(T/2)$	6
Vitesse finale	$\dot{q}_1(T), \dot{q}_2(T), \dot{q}_3(T)$	3
Vitesse initiale	$\dot{q_6}(0),~\dot{q_7}(0)$	2
Distance parcourue	d	1
Raideur de ressort	k	1
Nombre total		18

TABLE 5.5 – Jeux de variables d'optimisation des trajectoires du bipède avec mouvement passif des bras -Type 1

Effectivement, les solutions passives optimales obtenues sont toutes avec des bras déphasés dans l'intervalle V = [0, 55 - 1, 15] m/s. Pour plusieurs vitesses de marche, nous comparons les solutions passives optimales avec celles du mode bras attachés et bras actionnés en mode du balancement libre. Les solutions optimales sont tracées sur la figure 5.15. Les mouvements passifs ont des coûts du critère moins élevés que ceux des bras attachés dans l'intervalle V = [0, 55 - 1, 15] m/s. Malheureusement en dehors de ce domaine, les trajectoires passives ont des coûts énergétiques plus élevés que les trajectoires de référence. Nous avons trouvé que les valeurs optimales de raideur sont dans l'intervalle k = [8-13] N.m/rad pour les vitesses de marche V = [0, 55 - 1, 15] m/s. Pour les vitesses de marche supérieures à V = 1, 15 m/s, les valeurs optimales de k sont beaucoup plus élevées. Par exemple, la valeur optimale de raideur est k = 57, 5 N.m/radpour une vitesse de marche V = 1, 2 m/s. À partir de la vitesse de marche V = 1, 2 m/s, les mouvements passifs des bras sont parallèles avec une amplitude d'oscillation. Les allures avec bras actionnés ont des valeurs du critère les moins élevées pour toutes les vitesses de marche supérieures à V = 0, 8 m/s.



FIGURE 5.15 – Évolution du critère sthénique en fonction de la vitesse de marche
Nous avons effectué un balayage des mouvements passifs possibles selon la valeur de la raideur k des ressorts pour différentes vitesses de marche. À chaque vitesse de marche, le balayage est effectué autour d'une solution optimale. Nous ne varions que la valeur de k pour reproduire le mouvement passif correspondant sans optimisation et calculer par la suite les valeurs du critère correspondantes. Le critère sthénique est tracé en fonction de k, voir figure 5.16.



FIGURE 5.16 – Balyage du critère sthénique en fonction de k pour différentes vitesses de marche.

Pour des valeurs de raideur jusqu'à k = 100 N.m/rad, il existe globalement deux pics sur la courbe d'évolution du critère. Pour la vitesse V = 0, 5 m/s, la valeur optimale de k est égale à zéro. Cela est vrai pour toutes les vitesses inférieures à V = 0, 5 m/s. Le mouvement passif optimal des bras est parallèle.

La figure 5.16 montre que pour la vitesse de marche V = 0, 8 m/s, la valeur optimale de k correspond à la valeur minimale de C_{Γ} juste avant le premier pic. Toutes les vitesses V = [0, 65 - 1, 15] m/s ont les mêmes propriétés de la courbe. La valeur minimale avant le premier pic de la courbe du critère commence à disparaître pour la vitesse V = 1, 15 m/s, figure 5.16. Pour les vitesses supérieures à 1, 15 m/s, la valeur optimale de k se trouve dans la zone autour du deuxième pic et ne se trouve plus autour de le premier pic, voir la vitesse 1, 2m/s sur la figure 5.16. Pour la valeur de k qui correspond au deuxième pic, les deux bras oscillent en parallèle, voir figure 5.17.



FIGURE 5.17 – Mouvement passif parallèle des bras durant un pas du marche de type 1 pour V = 1, 2 m/s et k = 57, 5 N.m/rad.

Afin d'éclairer le lien entre la raideur de ressorts et la période naturelle d'oscillation des bras, nous tracons les valeurs du critère et de l'amplitude maximale des mouvements passifs obtenus pour la vitesse V = 0, 8 m/s sur un domaine plus grand de k cette fois, voir figure 5.18.



FIGURE 5.18 – L'évolution du critère sthénique et l'amplitude maximale en fonction de k pour V = 0.8 m/s.

Plusieurs pics sont trouvés qui correspondent aux valeurs de la raideur $k_1 = 14, 5$; $k_2 = 59, 5$; $k_3 = 142$; $k_4 = 251$; ...etc.. La période optimale du pas est T = 0,3362 s. En calculant la période naturelle d'oscillation des bras pour chaque valeur de k, nous avons trouvé que les valeurs $k_1, k_2, k_3, k_4, \dots$ etc. correspondent à des périodes naturelles d'oscillation des bras $T_{o1}, T_{o2}, T_{o3}, T_{o4}, \dots$ etc. où :

$$2T = T_{o1}
2T = 2T_{o2}
2T = 3T_{o3}
2T = 4T_{o4}$$
(5.14)

Il est important de noter que les nombres impairs correspondent toujours à des mouvements passifs avec déphasage entre les bras. Alors que pour les valeurs paires de k les bras effectuent un mouvement identique (parallèle) mais avec une grande amplitude de débattement.

Pour k_3 les bras ont une période d'oscillation inférieure à celle du système locomoteur. Le même comportement est noté pour toutes les vitesses de marche. Cela semble avoir un lien avec les travaux de Wagenaar et al. [73], qui a étudié les fréquences de résonance des bras et les jambes identifiant les différents schémas de marche humaine. Wagenaar et al. ont montré que pour les vitesses entre 0, 3 - 0, 8 m/s la fréquence du mouvement des bras synchronisent avec la fréquence d'un pas. Alors qu'à partir des vitesses de 0, 8 m/s la fréquence des bras correspond à celui du cycle de marche (deux pas).

5.4.6 Conclusion

À partir d'un mouvement cyclique optimal du bipède avec les bras attachés de telle manière à former un seul corps avec le tronc, nous avons exploré l'existence d'un mouvement passif des parties supérieures du bipède dû à la dynamique du système locomoteur. Seul le système locomoteur du bipède est actionné.

Des solutions multiples incluant des mouvements déphasés des bras existent si la durée de cycle de marche correspond à la période naturelle d'oscillation du bras. Les effets des ressorts de torsion placés aux épaules sur la période naturelle d'oscillation des bras et sur le critère des couples sont explorés.

Pour certaines vitesses de marche, les trajectoires avec des mouvements passifs des bras ont des coûts énergétiques moins élevés que les trajectoires "bras attachés". Plusieurs valeurs de raideurs influence notablement la nature et l'amplitude mouvement passif des bras. Elles sont toutes liées à la fréquence naturelle d'oscillation du bras.

5.5 Allure de type 2

5.5.1 Optimisation du mouvement

Ces allures sont constituées de phases de simple appui et d'impacts. Le mouvement du système locomoteur est optimisé en même temps que le mouvement des bras. Ces allures incluant des impacts, une étude dissocie de la partie locomotrice et des bras est impossible.

Comme pour les allures de type 1, il est impossible de trouver des mouvements passifs déphasés des bras pour les durées optimales obtenues sans l'utilisation des ressorts. En utilisant des ressorts, les deux possibilités de mouvements passifs sont obtenues selon les valeurs initiales des variables et vitesses angulaires des bras $\mathbf{q}_h(0)$ et $\dot{\mathbf{q}}_h(0)$.

TABLE 5.6 – Jeux de variables d'optimisation des trajectoires du bipède avec mouvement passif des bras - Type 2

Description	variables d'optimisation	nombre des paramètres
Configuration finale	x_h, y_h, q_3^-	3
Configuration initiale	$q_6(0), q_7(0)$	2
Configuration intermédiaire	$q_{p2}(T/2), q_1(T/2), q_2(T/2)$	
	$q_3(T/2), q_4(T/2), q_5(T/2)$	6
Vitesse finale	$\dot{q}_{r}^{-}(1:6)$	6
Vitesse initiale	$\dot{q_6}(0),~\dot{q_7}(0)$	2
Distance parcourue	d	1
Raideur de ressort	k	1
Nombre total		21

Nous avons optimisé les trajectoires du système locomoteur, les valeurs initiales des variables et vitesses angulaires des bras, la durée de marche et la valeur de raideur k. Les variables d'optimisation sont présentées par le tableau 5.6.

5.5.2 Résultats numériques

Pour toutes les vitesses de marche, les mouvements passifs optimaux obtenus ont lieu avec de grandes amplitudes des bras avec l'utilisation des réssorts. La figure 5.19 montre une allure de marche durant un pas de marche pour la vitesse de marche V = 1 m/s.



FIGURE 5.19 – Une allure de marche pour la vitesse de marche V = 1 m/s

Pour la vitesse de marche V = 1 m/s, les évolutions des variables et couples articulaires durant un pas de marche T sont illustrées par les figures 5.20 et 5.21.



FIGURE 5.20 – Évolution des variables articulaires durant un pas de marche pour V = 1 m/s.



FIGURE 5.21 – Évolution des couples articulaires durant un pas de marche pour V = 1 m/s.

Les évolutions de ZMP et de la réaction verticale de sol durant un pas de marche sont illustrées par les figures 5.22 et 5.23.



FIGURE 5.22 – Évolution de ZMP durant un pas de marche pour V = 1 m/s.



FIGURE 5.23 – Évolution de la réaction verticale du sol durant un pas de marche pour V = 1 m/s.

5.5.3 Comparaison entre mouvements passifs et actifs des bras

Il est intéressant de comparer ces trajectoires de mouvements passifs des bras avec les trajectoires de mouvements actifs des bras. Les valeurs du critère sthénique et de la raideur des ressorts sont calculées pour les deux modes d'actionnement des bras précédemment mentionnés à chaque vitesse de marche. Puis, elles sont tracées en fonction de la vitesse de marche. La figure 5.24, montre une comparaison entre deux mouvements passif et actif des bras selon le critère sthénique.



FIGURE 5.24 – Évolution du critère sthénique en fonction de la vitesse de marche - Marche de type 2.

Le mouvement actif des bras consomme moins d'énergie que le mouvement passif. Nous avons observé que les valeurs des raideurs pour économiser l'énergie des mouvements actifs des bras sont proches de celles utilisées pour synchroniser la période d'oscillation naturelle des bras avec la période de marche (figure 5.24). Ce qui semble montrer que cette fréquence naturelle joue un rôle important dans la consommation énergétique même si le mouvement optimal n'est pas purement passif.

Nous avons utilisé les valeurs optimales de la raideur obtenues pour les mouvements passifs comme des valeurs données afin d'optimiser des trajectoires avec les mouvements actifs des bras. Les solutions optimales des deux modes d'actionnement sont obtenues pour la même valeur de k à chaque vitesse de marche. La figure 5.25, illustre l'évolution du critère sthénique des deux mouvements en fonction de la vitesse de marche.



FIGURE 5.25 – Évolution du critère sthénique en fonction de la vitesse de marche et de la raideur aux épaules permettant un mouvement passif des bras déphasé et de grande amplitude - Marche de type 2.

Les couples articulaires sont aussi comparés pour les deux modes d'actionnement des bras. Ils sont illustrés sur la figure 5.26.



FIGURE 5.26 – Les évolutions des couples articulaires durant un cycle pour une vitesse de marche V = 1 m/s et k = 6 N.m/rad.

Cela confirme les résultats précédentes d'optimisation avec et sans bras. Le fait d'actionner les bras conduit à appliquer moins de couples sur le système locomoteur.

5.5.4 Conclusion

Nous avons exploré l'existence d'un mouvement passif des parties supérieures du bipède dû à la dynamique du système locomoteur. Seul le système locomoteur du bipède est actionné. Les trajectoires avec des mouvements passifs des bras ont des coûts énergétiques plus élevés que les trajectoires où les épaules sont actionnées. Cela prouve que le mouvement actif des bras donne des trajectoires plus optimales suivant le critère sthénique.

5.6 Allure de type 3

Nous rappelons que cette allure cyclique est composée de phases de simple appui, double appui et impact. Les mêmes principes de la génération du mouvement passif pour le type 2 ont été suivis pour cette allure.

5.6.1 Génération du mouvement

Les trajectoires du système locomoteur durant la phase de double appui $\mathbf{q}_b(t_{DS})$, $\dot{\mathbf{q}}_b(t_{DS})$, $\ddot{\mathbf{q}}_b(t_{DS})$, $\dot{\mathbf{q}}_b(t_{DS})$, $\dot{$

Les trajectoires des parties supérieures durant la phase de double appui $\mathbf{q}_h(t_{DS})$, $\dot{\mathbf{q}}_h(t_{DS})$, $\ddot{\mathbf{q}}_h(t_{DS})$, $\ddot{\mathbf{q}}_h(t_{DS})$, $\ddot{\mathbf{q}}_h(t_{DS})$, $\ddot{\mathbf{q}}_h(t_{DS})$, $\ddot{\mathbf{q}}_h(t_{DS})$, peuvent donc être calculées en intégrant les équations (5.9), voir la section 5.3 de ce chapitre. Les trajectoires sont entièrement connues durant la phase de double appui, y compris les valeurs à la fin de cette phase. Après l'impact sur la pointe du pied d'appui, les valeurs initiales de la phase de simple appui peuvent être calculées par la résolution du modèle d'impact, y compris les valeurs initiales des bras. Les trajectoires du système locomoteur durant la phase de simple appui peuvent donc être calculées.

De la même façon, ces trajectoires sont utilisées pour trouver le mouvement passif des bras pendant la phase de simple appui en intégrant la relation (5.9). On obtient donc des valeurs des variables et vitesses articulaires des bras à la fin de la phase de simple appui qui peuvent être notées $q_{h1}(T_{SS})$, $\dot{q}_{h1}(T_{SS})$. Les égalités suivantes doivent donc être respectées :

$$\mathbf{q}_{h1}(T_{SS}) = \mathbf{q}_h(T_{SS}), \ \dot{\mathbf{q}}_{h1}(T_{SS}) = \dot{\mathbf{q}}_h(T_{SS})$$
(5.15)

Pour pouvoir générer le mouvement passif des bras, il est nécessaire de trouver les trajectoires passives des bras $q_h(t)$ telles que les conditions données par les égalités (5.15) soient satisfaites. La méthode de Newton-Raphson est aussi utilisée pour résoudre ce problème.

5.6.2 Optimisation du mouvement en ajoutant des ressorts

Sans l'utilisation des ressorts, il est impossible de trouver des mouvements passifs des bras avec grande amplitude pour les durées optimales obtenues. Le contact du talon du pied qui arrive au sol est sans impact.

En utilisant des ressorts, les deux possibilités de mouvements passifs sont obtenus selon les valeurs initiales des variables et vitesses angulaires des bras $q_h(0)$ et $\dot{q}_h(0)$.

Nous avons donc optimisé les trajectoires du système locomoteur, les conditions initiales des variables et vitesses angulaires des bras, la durée de marche T, la valeur de raideur k et la proportion T_{DS}/T . Les variables d'optimisation sont présentées par le tableau 5.7. Par la suite, nous illustrons les résultats d'optimisation.

	Nombre des paramètres
Position finale du système locomoteur "DS"	4
Vitesse finale du système locomoteur "DS"	5
Position finale du système locomoteur "SS"	4
Vitesse finale du système locomoteur "SS"	4
Configuration finale des bras "SS"	2
Vitesse finale des bras "SS"	2
Distance parcourue	1
La raideur du ressort k	1
T_{DS}/T	1
Nombre total des paramètres	24

TABLE 5.7 – Jeux	de	variables	ď	optimisation	-	Marche	de	type	e 3
				1				~ .	

En utilisant des ressorts, les mouvements passifs optimaux obtenus des bras sont déphasés et ils ont de grandes amplitudes. La figure 5.27 illustre une allure pour ce mouvement pour une vitesse de marche V = 1 m/s.



FIGURE 5.27 – Allure de marche de type 3 pour une vitesse de marche $V = 1 \ m/s$

Pour la vitesse de marche V = 1 m/s, les évolutions des couples articulaires durant un pas de marche sont illustrées par la figure 5.28.



FIGURE 5.28 – Évolution des couples articulaires durant un pas de marche pour V = 1 m/s.



FIGURE 5.29 – Évolution des configurations articulaires en fonction de temps pour V = 1 m/s.

Pour la vitesse de marche V = 1 m/s, les évolutions des variables articulaires des jambes en fonction de temps sont illustrées par la figure 5.29.



FIGURE 5.30 – Évolution des bras en fonction de temps pour V = 1 m/s.

Les évolutions des bras en fonction de temps sont illustrées par la figure 5.30 pour V = 1 m/s.

Nous avons effectué un balayage des mouvements passifs possibles selon la valeur de la raideur k des ressorts pour la vitesse de marche V = 1 m/s. L'amplitude maximale entre les bras et le critère sthénique sont tracés en fonction de k.



FIGURE 5.31 – L'évolution du critère sthénique et l'amplitude maximale en fonction de k pour pour la vitesse de marche V = 1, 0 m/s - Marche de type 3.

On trouve des résultats similaires à ce que nous avons vu pour les allures de type 1, voir figure 5.31. Les différentes valeurs de la raideur k_1 , k_2 , k_3 , *etc* qui correspondent aux différents pics vont produire des différentes périodes naturelles d'oscillation des bras T_{o1} , T_{o2} , T_{o3} , *etc*. Ces périodes naturelles d'oscillation des bras sont liées aussi avec la durée du cycle de marche 2T:

$$2T = T_{o1}
2T = 2T_{o2}
2T = 3T_{o3}
. (5.16)$$

On note aussi que les nombres impairs correspondent à des mouvements passifs déphasés des bras. Alors que pour les valeurs paires de k les bras effectuent un mouvement identique (parallèle) mais avec une grande amplitude d'oscillation des bras.

5.6.3 Comparaison entre mouvements passifs et actifs des bras

Nous avons comparé le mouvement passif avec le mouvement où les bras sont actionnés et avec le cas où les bras sont attachés au tronc selon le critère sthénique, figure 5.32.

Lorsque les articulations des bras sont actionnées, la valeur du critère est la plus faible que celle dans le cas des bras passifs. Les valeurs du critère dans le cas des bras actifs sont aussi moins élevées par rapport aux bras attachés pour les grandes vitesses de marche. Pour les vitesses de marche supérieures à 1, 15 m/s,



FIGURE 5.32 – Évolution du critère sthénique en fonction de la vitesse de marche

les mouvements passifs des bras ont des valeurs du critère moins élevées que les bras attachés. Pour les vitesses de marche supérieures à 1, 2 m/s, tous les mouvements passifs des bras sont parallèles et ont de grandes amplitudes d'oscillation, car les valeurs optimales de k correspondent au deuxième pic.

5.6.4 Conclusion

Nous avons exploré l'existence d'un mouvement passif des parties supérieures du bipède dû à la dynamique du système locomoteur. Seul le système locomoteur du bipède est actionné. Des solutions multiples incluant des mouvements de grandes amplitudes des bras existent si la durée de cycle de marche correspond à la période naturelle d'oscillation des bras. Les trajectoires avec des mouvements passifs des bras ont des coûts énergétiques plus élevés que les trajectoires où les bras sont actionnés. Cela confirme que le mouvement actif des bras donne les trajectoires les plus optimales. Le mouvement passif est plus intéressant que le mouvement des bras attachés en terme d'énergie pour les vitesses de marche supérieures. Il n'est pas possible de trouver des mouvements passifs déphasés des bras à partir de la vitesse de marche V = 1, 2 m/s. Nous avons aussi mis en évidence les liens entre la durée du cycle de marche, la période naturelle d'oscillation des bras et la raideur de ressorts de torsion placés aux épaules.

5.7 Conclusion générale du chapitre

Nous avons exploré l'existence d'un mouvement passif des parties supérieures du bipède dû à la dynamique du système locomoteur. Seul le système locomoteur du bipède est actionné. Les deux bras ne sont pas actionnés. Par la décomposition de modèle dynamique, l'expression des accélérations des bras peut être écrite. Les mouvements passifs des bras peuvent être calculés par une résolution numérique. Les trajectoires de l'ensemble des parties inférieures et supérieures sont ensuite optimisées.

Les simulations numériques montrent que des solutions passives multiples incluant des mouvements des bras (parallèle ou déphasé) existent si la durée de cycle de marche correspond à la période naturelle d'oscillation des bras. La période d'oscillation naturelle des bras est modifiée avec un réglage de la raideur de ressorts placés aux épaules. Les deux bras passifs oscillent soit en parallèle (en phase) soit en mode normal où il y a un déphasage entre les deux bras selon la valeur de la raideur.

Les trajectoires avec des mouvements passifs des bras ont des coûts énergétiques plus élevés que les trajectoires où les épaules sont actionnées. Cela prouve que le mouvement actif des bras donne les trajectoires les plus optimales. Cela est cohérent avec les études sur la marche humaine qui suppose que le balancement des bras n'est pas un mouvement passif et qu'un effort est exercé par les muscles deltoïdes postérieurs [45].

Les effets des ressorts en torsion placés aux épaules sur l'allure du mouvement passif des bras et sur le critère ont été explorées. Les valeurs du critère peuvent présenter des pics et des valeurs minimales lors de la variation de la raideur. Ces changements abrupts correspondent à la période d'oscillation naturelle des bras. La valeur du critère et l'amplitude du mouvement passif des bras peuvent être modifiées avec un réglage de la raideur de ressorts. Les valeurs des raideurs pour économiser l'énergie des mouvements actifs des bras sont proches de celles utilisées pour synchroniser la période d'oscillation naturelle des bras avec la période de marche.



La marche optimale en 3D

6.1 Introduction

L'objectif de ce travail est de vérifier si les résultats obtenus en 2D sont toujours valides en 3D d'une part et d'autre part de pouvoir différencier les résultats concernant un balancement des bras normal et antinormal. Un balancement des bras normal signifie que le bras droit évolue en phase avec la jambe gauche. Un balancement anti-normal signifie que le bras droit est en phase avec la jambe droite. Par ailleurs on conserve bien la symétrie latérale pour la marche en ligne droite. Les mouvements de marche optimale sont ici réalisés dans l'espace. Ce chapitre introduit donc les modèles dynamiques du robot bipède anthropomorphe pour engendrer des mouvements de marche sur un sol horizontal en 3D. Les allures de marche cyclique sont constituées de phases de simple appui et d'impacts. Nous avons privilégié cette allure car elle est plus simple et donc moins coûteuse en temps de calcul, et que d'autre part nous avons obtenu des résultats cohérents en 2D entre les différentes allures étudiées. Compte tenu des résultats de l'étude en 2D, on va privilégier en 3D l'étude des mouvements optimaux actionnés sans rechercher de mouvements passifs.

Nous présentons d'abord la structure cinématique du robot utilisée en 3D. Puis pour définir les modèles dynamiques de différentes phases, le formalisme de Newton-Euler est privilégié dans ce chapitre. Nous utilisons par la suite ces modèles pour la génération des trajectoires optimales. Différentes modes d'oscillation des bras contenant : balancement normal, bras solidaires du tronc et balancement anti-normal sont obtenus et comparés selon le critère sthénique. Nous imposons différentes contraintes sur le mouvement des bras afin de faciliter la convergence vers la solution optimale et pour comparer des différentes possibilités d'oscillation des bras dans le mode normal. Enfin, l'effet d'une réduction de l'impact sur la marche dans les deux cas, balancement normal et bras solidaires du tronc, est étudié.

6.2 Description géométrique du bipède

Nous allons présenter ici la structure cinématique du robot bipède HYDROïD [1] qui est considérée par la suite. Le robot est constitué de n = 27 corps, notés C_0, \ldots, C_{n-1} . Le corps C_0 désigne le pied en appui du bipède. Le modèle du robot bipède anthropomorphe étudié possède 26 articulations rotoïde actives. Une telle structure nous permettra d'obtenir des mouvements de marche dans les trois plans principaux : sagittal, frontal et transversal. Le bipède anthropomorphe étudié est décrit figure 6.1. Il a une structure arborescente. Le bipède a un bassin, un tronc, deux bras identiques et deux jambes identiques avec un genou à un degré de liberté. Chaque hanche et chaque cheville possèdent trois articulations rotoïdes. Chaque bras est composé

d'un bras supérieur et d'un avant-bras. Il possède trois articulations rotoïdes au niveau de l'épaule et une articulation à un degré de liberté au niveau du coude. Le tronc a quatre articulations.



FIGURE 6.1 – Repères locaux liés aux corps principaux du bipède.

Un vecteur colonne de 26 coordonnées généralisées θ_j est donné sur la figure 6.1. Par exemple, les variables angulaires θ_{19} et θ_{23} sont les angles articulaires des bras par rapport au tronc dans le plan sagittal.

6.3. MODÉLISATION

Les variables angulaires θ_{22} et θ_{26} sont les angles articulaires des avant-bras par rapport aux bras supérieurs.

Les paramètres qui découlent de la convention de Denavit-Hartenberg [20] pour positionner les repères sont donnés par le tableau 6.1, où les paramètres géométriques $(\alpha_j, \gamma_j, r_j, d_j, b_j)$ déterminent la position du repère *j* par rapport à son antécédent. Ces paramètres sont utilisés avec la convention de Khalil et Kleinfiger [41].

j	α_j	d_j	$ heta_j$	r_j	γ_j	b_j
1	-pi/2	0	θ_1 - pi/2	0	0	0
2	pi/2	0	$\theta_2 + pi/2$	0	0	0
3	pi/2	0	θ_3	r_3	0	0
4	-pi/2	0	θ_4 -pi/2	0	0	0
5	-pi/2	d_5	$ heta_5$ -pi/2	0	0	0
6	-pi/2	0	θ_6 -pi/2	0	0	0
7	-pi/2	0	θ_7	0	0	0
8	0	0	θ_8	- <i>r</i> ₈	0	0
9	pi/2	0	$\theta_9+\text{pi/2}$	0	0	0
10	pi/2	0	θ_{10} +pi/2	0	0	0
11	pi/2	$-d_{11}$	θ_{11} +pi/2	0	0	0
12	pi/2	0	θ_{12}	<i>-r</i> ₁₂	0	0
13	-pi/2	0	θ_{13} -pi/2	0	0	0
14	-pi/2	0	θ_{14}	r_{14}	0	0
15	-pi/2	d_{15}	θ_{15}	0	-pi/2	$-b_{15}$
16	pi/2	0	θ_{16} +pi/2	0	0	0
17	pi/2	0	θ_{17}	r_{17}	0	0
18	-pi/2	0	θ_{18} -pi/2	0	0	0
19	pi/2	d_{19}	θ_{19} +pi/2	r_{19}	0	0
20	pi/2	0	θ_{20} +pi/2	0	0	0
21	pi/2	0	θ_{21} +pi/2	0	0	0
22	pi/2	$-d_{22}$	θ_{22}	0	0	0
23	pi/2	d_{23}	θ_{23} +pi/2	$-r_{23}$	0	0
24	pi/2	0	θ_{24} +pi/2	0	0	0
25	pi/2	0	θ_{25} +pi/2	0	0	0
26	pi/2	$-d_{26}$	θ_{26}	0	0	0

TABLE 6.1 – Paramètres physiques de la partie inférieure du robot bipède

6.3 Modélisation

Nous utilisons l'algorithme de Newton-Euler pour écrire le modèle dynamique de robot bipède dans un environnement 3D. Ce modèle permettra de calculer les couples nécessaires à la réalisation d'un mouvement de marche et d'écrire le modèle d'impact à la fin d'un pas. Ce formalisme, fondé sur une double récurrence de la méthode de Luh, Walker et Paul [44], permet d'obtenir directement les couples des actionneurs, les efforts du sol sur le pied en appui au cours de la phase de simple appui. On peut aussi obtenir indirectement les matrices qui constituent le modèle dynamique. La récurrence avant, de la base jusqu'au corps n, consiste à calculer les vitesses et accélérations de chaque corps ainsi que leurs torseurs dynamiques par la méthode de Luh et al [44]. La récurrence arrière du corps n à la base calcule les couples actionneurs en exprimant pour chaque corps le bilan des efforts. Dans le cas d'un tronc muni de corps mobiles tels que des bras, il est possible d'adapter cet algorithme à la structure arborescente du bipède [40].

En utilisant la méthode de Newton-Euler, les équations de mouvement qui sont obtenues pour le bipède 3D en simple appui s'écrivent sous la forme symbolique :

$$\begin{bmatrix} \mathbf{R}_o \\ \mathbf{\Gamma} \end{bmatrix} = NE(\theta, \dot{\theta}, \ddot{\theta}) \tag{6.1}$$

où Γ est le vecteur 26×1 des couples articulaires, \mathbf{R}_o est un 6×1 torseur de la réaction sol, exercée à l'extrémité du pied.

A l'impact, la position du bipède par rapport au repère inertiel peut s'exprimer par $\mathbf{X} = [x_0, y_0, z_0, \theta']'$, où x_0, y_0 et z_0 sont les coordonnées cartésiennes de l'origine du repère R_0 .

6.4 Génération des trajectoires optimales

Un polynôme du troisième degré est utilisé pour décrire le mouvement de toutes les articulations lors de la trajectoire de marche. Le critère d'optimisation est le critère sthénique. Le nombre des variables d'optimisation est 48. Ces variables sont détaillées dans le tableau 6.2 :

Variables d'optimisation	nombre des variables
Positions et orientations finales du tronc et des pieds	10
Configurations angulaires finales de la partie supérieure	12
Vitesses articulaires finales	26
Nombre total	48

Nous nous inspirons des travaux de Collins [16, 17] sur le mouvement des bras pour considérer trois modes d'oscillation des bras : balancement normal, bras solidaires du tronc et balancement anti-normal. Nous imposons différentes contraintes sur le mouvement des bras afin de faciliter la convergence vers la solution optimale et pour obtenir des différentes possibilités d'oscillation des bras. Les contraintes imposées sur le mouvement des bras sont :

• Des contraintes sur les valeurs maximales des angles relatifs des avant-bras :

$$|\theta_{22}| \le \alpha \text{ et } |\theta_{26}| \le \alpha \tag{6.2}$$

où $\alpha = 50^{\circ}$ pour tous les mouvements. Dans certains cas, nous varions la valeur de α afin de vérifier l'effet de l'avant bras.

• Des contraintes sur les bras supérieurs et les cuisses dans le cas du balancement normal :

$$-50 \le q_4(0) \le 0, \ 0 \le q_{19}(0) \le 50 \text{ et } -50 \le q_{23}(0) \le 0$$
(6.3)

Les angles relatifs q_4 , q_{19} et q_{23} dans le plan du mouvement d'avancement sont présentés sur la figure 6.2.

• Des contraintes sur les bras supérieurs et les cuisses dans le cas du balancement anti-normal :

$$-50 \le q_4(0) \le 0, \ -50 \le q_{19}(0) \le 0 \text{ et } 0 \le q_{23}(0) \le 50$$
(6.4)

• Des contraintes sur l'amplitude maximale φ_{max} entre les bras supérieurs dans certains cas afin de vérifier l'effet de φ_{max} sur le critère comme nous le détaillerons plus tard, où :

$$\varphi_{max} = max \left(|q_{19}(t) - q_{23}(t)| \right) \tag{6.5}$$



FIGURE 6.2 – Variables articulaires relatives dans le plan sagittal.

Nous présentons ici les différentes modes d'oscillation des bras :

1. Mode balancement normal : Chaque bras oscille en phase avec la jambe du côté opposé comme c'est le cas pour l'homme, voir figure 6.3. Cette allure est obtenue par optimisation paramétrique en imposant que les valeurs angulaires initiales de la jambe gauche q_4 et le bras droit q_{23} évoluent dans le même demi plan, cette condition est définie par l'équation (6.3).



FIGURE 6.3 – Balancement normal

2. Mode bras solidaires du tronc :

Le but est de limiter le mouvement des bras. Les bras effectuent de petits débattements articulaires de telle sorte qu'ils soient les plus solidaires possible du tronc. On impose ici que les vitesses et variables articulaires des bras (bras supérieurs et avant-bras) à la fin du pas soient nulles :

$$\theta_i(T) = 0, \ \theta_i(T) = 0; \ i = 19, 20, 21, 22, 23, 24, 25, 26$$
(6.6)

On rappelle qu'on ne peut pas avoir des valeurs toujours nulles pour θ_i à cause de l'impact. Les bras ne seront donc pas solidaires du tronc en permanence, mais leurs mouvements relatifs seront très limités.

Le nombre des variables d'optimisation est réduit à 32. Un décompte des variables d'optimisation est présenté dans le tableau 6.3 :

Variables d'optimisation	nombre des variables
Positions et orientations finales du tronc et des pieds	10
Configurations angulaires finales de la partie supérieure	4
Vitesses articulaires finales	18
Nombre total	32

TABLE 6.3 – Les variables d'optimisation pour le robot bipède en 3D

3. Mode balancement anti-normal :

Chaque bras oscille en phase avec la jambe du même côté. Cette allure est obtenue par optimisation paramétrique en imposant des contraintes sur le mouvement des bras. On impose que les valeurs angulaires initiales de la jambe gauche q_4 et du bras gauche q_{19} évoluent dans le même demi plan, voir figure 6.4. Ce cas est défini par l'équation (6.4).



FIGURE 6.4 - Balancement anti-normal

Dans le paragraphe suivant, nous présentons les résultats numériques d'optimisation pour chaque cas.

6.5 Simulation numérique

Les trajectoires de marche optimale sont obtenues pour une vitesse de marche 1.2 m/s pour les différentes évolutions des bras.

6.5.1 Balancement normal

Nous cherchons la trajectoires optimale ici pour une seule vitesse de marche V = 1.2 m/s qui est proche de la vitesse de confort chez l'homme.

L'allure optimale, avec un coût du critère le moins élevé $C_{\Gamma} = 5805 N^2 ms$, a lieu lorsque les avant-bras sont pliés (voir figure 6.5). L'amplitude maximale optimale entre les bras est environ $\varphi_{max} = 7.7^{\circ}$.



FIGURE 6.5 - Configurations initiale et finale d'une marche optimale - Rouge : gauche et bleu :droit

La figure 6.6 illustre l'évolution des angles relatifs des bras supérieurs q_{19} , q_{23} , les cuisses q_4 , q_8 et les avant-bras q_{22} , q_{26} pour la solution optimale $C_{\Gamma} = 5805 N^2 ms$.

Pour la solution optimale $C_{\Gamma} = 5805 N^2 ms$, chaque bras est déphasé avec la jambe du même côté. Le bras gauche est en phase avec la jambe droit, voir figure 6.6, a. (Le côté est gauche en rouge et le côté droit est en bleu).



FIGURE 6.6 – Évolutions des membres inférieurs et supérieurs pour un balancement normal dans le plan du mouvement de marche ; $C_{\Gamma} = 5805 N^2 ms$.

Les avant-bras sont pliés par rapport les bras, voir figure 6.6, b.

Nous cherchons ensuite les effets de chacun des bras supérieurs et des avant bras sur le critère. Pour voir l'effet des bras supérieurs, nous imposons des contraintes sur l'amplitude maximale φ_{max} entre les bras. Selon les contraintes imposées sur les mouvements des bras, on trouve différentes allures d'oscillations. Lorsqu'on contraint φ_{max} pour qu'elle soit plus élevée, les coûts énergétiques seront plus élevés. La valeur du critère va passer de $\Gamma = 5889 \ Nms^{-1}$ pour $\varphi_{max} \ge 10^{\circ}$ à $\Gamma = 5930 \ Nms^{-1}$ pour $\varphi_{max} \ge 20^{\circ}$.



FIGURE 6.7 – Évolutions des membres supérieurs pour un balancement normal dans le plan du mouvement de marche

Les solutions optimales avec balancement normal dans les cas : $\varphi_{max} \ge 10^{\circ}$ et $\varphi_{max} \ge 20^{\circ}$ sont affichées en 3D et aussi dans le plan sagittal avec leurs coûts énergétiques sur la figure 6.8.



FIGURE 6.8 – Configurations initiale et finale d'une marche optimale

Lorsque les avant-bras sont peu repliés, les solutions ont des valeurs du critère plus élevées comme ceci est illustré sur la figure 6.9.

Ces solutions sont obtenues en imposant les contraintes suivantes sur les valeurs angulaires des avantbras :

$$-q_{22} - \alpha \le 0 \text{ et } - q_{26} - \alpha \le 0 \tag{6.7}$$



FIGURE 6.9 - Configurations initiale et finale d'une marche optimale

La solution où $C_{\Gamma} = 6002 \ N^2 ms$ est obtenue pour $\alpha = 30^{\circ}$ et la solution $C_{\Gamma} = 6067 \ N^2 ms$ est obtenue pour $\alpha = 10^{\circ}$, voir figure 6.10.



FIGURE 6.10 – Évolutions des bras et avant-bras pour un balancement normal dans le plan du mouvement de marche.

De façon générale, le robot bipède tend à plier ses avant-bras pour avoir une marche optimale. Les avantbras oscillent légèrement autour leurs articulations, mais ils restent pliés. La figure 6.11 illustre l'évolution des bras q_{19} , q_{23} et des avant-bras q_{22} , q_{26} dans le plan sagittal pour la solution $C_{\Gamma} = 5805N^2ms$ présentée sur la figure 6.5. Toutes les solutions sont obtenues en imposant que les valeurs absolues des q_{22} et q_{26} ne dépassent pas 50°. Sinon, les avant-bras tendent à se plier encore plus.



FIGURE 6.11 – Évolutions des bras et avant-bras autour l'axe vertical dans le plan sagittal pour $C_{\Gamma} = 5805N^2ms$.

6.5.2 Bras solidaires du tronc

La solution optimale a une valeur du critère égale à $5961 N^2 ms$ (voir figure 6.12). Cette valeur est moins élevée que les valeurs des allures où les avant-bras sont faiblement repliés (voir figure 6.9). Les deux dernières allures du balancement normal ne sont pas donc intéressantes de point de vue de la consommation d'énergie.



FIGURE 6.12 - Configurations initiale et finale d'une marche optimale où les bras sont solidaires du tronc

Les couples articulaires pour cette solution optimale des bras solidaires sont comparés avec ceux de la solution optimale $C_{\Gamma} = 5805N^2ms$ sur les figures 6.13 et 6.14.

Les différences les plus remarquables sur ces courbes, sont sur les articulations 5, 6 et 7 de la hanche de la jambe d'appui, voir figure 6.13. La valeur absolue maximale de Γ_5 est 35, 49 N.m dans le cas où les bras sont solidaires du tronc au lieu de 30, 02 N.m pour le mode balancement normal. La valeur absolue maximale de Γ_6 est de 22, 34 N.m au lieu de 18 N.m. La valeur maximale de Γ_7 est de 24, 65 N.m au lieu de 17, 47 N.m.

Par contre, le bipède requière plus de couples pour les épaules lors du mode balancement normal par rapport au mode bras solidaires, surtout pour le bras qui retourne vers l'arrière (voir figure 6.14). La valeur absolue maximale du couple appliqué sur l'articulation 23 est $\Gamma_{23} = 12,59 N.m$ dans le cas du balancement normal, alors qu'elle est $\Gamma_{23} = 5,42 N.m$ dans le cas des bras solidaires du tronc. La valeur moyenne Γ_{23} pour le bras qui tourne vers l'arrière est 5,03 N.m dans le cas du balancement normal, alors qu'elle est



FIGURE 6.13 - Évolution des couples articulaires des parties inférieures durant un pas



FIGURE 6.14 – Évolution des couples articulaires des parties supérieures durant un pas.

2,38 N.m dans le cas des bras solidaires du tronc. La valeur moyenne du couple Γ_{19} est 3,13 N.m dans le cas du balancement normal, alors qu'elle est 2,2 N.m dans le cas des bras solidaires.

Le mode du balancement normal permet donc de réduire les couples les plus élevés, ce qui permet de choisir des moteurs moins performants, et que le critère optimisé soit plus faible que pour le cas des bras solidaires du tronc.

6.5.3 Balancement anti-normal

On fixe l'amplitude initiale entre les bras $\varphi_0 \ge 20^\circ$ comme c'est le cas pour le balancement normal avec une valeur du critère ($C_{\Gamma} = 5930 \ N^2 ms$, voir figure 6.8). La valeur optimale du critère pour le balancement antinormal est 6021 $N^2 ms$, voir figure 6.15. Cette valeur est plus élevée que la valeur optimale du balancement normal obtenu dans les mêmes conditions.



FIGURE 6.15 – Configurations initiale et finale d'une marche optimale avec un balancement anti-normal des bras- Type 2

En utilisant les valeurs angulaires dans le plan sagittal du mouvement de marche, nous pouvons noter que chaque bras est en phase avec la jambe du même côté sur la figure 6.16. La figure illustre les évolutions des bras supérieurs et les cuisses.



FIGURE 6.16 – Évolutions des bras et jambes pour balancement anti-normal.

Les couples articulaires appliqués aux jambes sont illustrés pour les deux modes normal (où $C_{\Gamma} = 5930 \ N^2 ms$) et anti-normal (où $C_{\Gamma} = 6021 \ N^2 ms$) sur la figure 6.17.

La différence la plus remarquable sur ces courbes, est sur l'articulation de genou de jambe libre, voir figure 6.22. La valeur moyenne absolue de couple sur l'articulation de genou libre Γ_{11} est 25, 38 N.m dans le cas du balancement normal, alors que $|\Gamma_{11}| = 29, 24 N.m$ pour le balancement anti-normal. Les autres moyennes des valeurs absolues des couples articulaires sont illustrées par le tableau 6.4.



FIGURE 6.17 – Évolution des couples articulaires des parties inférieures durant un pas

Articulations de jambe d'appui	1	2	3	4	5	6	7
Normal	6	7	12,1	30,1	22,9	12,3	35,1
Anti-normal	6,3	5,8	11,5	29,9	21,4	11,6	34,1
Articulations de jambe libre	8	9	10	11	12	13	14
Normal	35,5	2,3	8,4	25,4	6,5	8	3,4
Anti-normal	35,2	3,5	9,3	29,2	5,3	7,7	3,9

TABLE 6.4 – Moyenne de valeurs absolues des couples articulaires $|\overline{\Gamma_i}|$

Concernant les parties supérieures (bras et tronc), les couples articulaires sont illustrés pour les deux modes normal (où $C_{\Gamma} = 5930 \ N^2 ms$) et anti-normal (où $C_{\Gamma} = 6021 \ N^2 ms$) sur la figure 6.18.



FIGURE 6.18 – Évolution des couples articulaires des parties supérieures durant un pas.

On peut noter les signes opposés sur les couples des bras. Par exemple, les signes sont opposés entre les articulations 19 et 23. Les valeurs moyennes absolues des couples articulaires sont aussi illustrées par le tableau 6.5.

i	15	16	17	18	19	20	21	22	23	24	25	26
Normal	4,8	5,2	2,4	5,2	6,4	0,5	2,7	1,8	11,4	0,4	3,4	2,2
Anti-normal	5,8	5	3,2	4,5	10,7	0,3	0,9	2,5	6,3	0,4	0,6	1,3

TABLE 6.5 – Moyenne des valeurs absolues des couples articulaires $|\Gamma_i|$.

6.6 Effet d'une réduction de l'impact dans la marche

Les allures avec un mode du balancement normal des bras ont des coûts du critère moins élevés que lors le mode du balancement anti-normal. Nous pouvons aussi obtenir des allures avec un mode du balancement normal des bras qui ont des coûts énergétiques moins élevés que celles avec un mode des bras solidaires du tronc. La différence entre les deux dernières modes n'est pas notable si les avant-bras ne sont pas repliés. Par contre, nous avons observé que même si la possibilité de choisir le mouvement des bras actionnés ne diminue pas énormément l'énergie consommé, les optimisations convergent beaucoup plus facilement pour un modèle avec bras actionné et une plus grande gamme d'allures de marche peut être réalisée (vitesse plus élevée, plus de contraintes possibles à satisfaire).

Les allures de type 2 étudiées ici comportent des impacts qui peuvent être néfastes pour la mécanique du robot. Les allures sans impacts sont très couteuses énergétiquement. Il semble donc intéressant de définir des allures avec des impacts limités et c'est ce que nous allons étudié dans le paragraphe suivant.

On impose donc que les efforts de réaction du sol soient faibles afin d'éviter un impact très fort. Nous contraignons les réactions de sol en utilisant $C_{Rimpact}$ qui est la norme de torseur d'effort lors de l'impact. Nous voulons étudier deux cas d'oscillation des bras qui sont très proche énergétiquement l'un de l'autre lors d'impact non-limité. Nous comparons donc les deux cas : balancement normal où C_{Γ} était égal à 5930 N^2ms avec $\varphi_{max} \ge 20^{\circ}$ et bras solidaires où $C_{\Gamma} = 5961 N^2ms$.

En ne variant que la valeur permise de la contrainte $C_{Rimpact}$ à chaque optimisation, on obtient les solutions optimales avec les valeurs du critère données dans le tableau 6.6.

	Balancement normal	Bras solidaires
sans contrainte	5930	5961
$C_{Rimpact} < 20$	7019	7340
$C_{Rimpact} < 15$	9403	9686
$C_{Rimpact} < 10$	15178	Aucune solution n'est satisfaite

TABLE 6.6 – Les valeurs du critère selon la contrainte imposée sur le torseur d'effort lors de l'impact- 3D

On note que pour $C_{Rimpact} < 10$, aucune solution n'est satisfaite par l'optimisation des trajectoires avec bras solidaires. La différence du coût énergétique entre les deux modes augmente lorsque les efforts de réaction du sol sont diminués lors de l'impact.

Nous avons observé les mêmes caractéristiques pour l'étude du bipède en 2D; où pour une vitesse de marche égale à 1.1 m/s, nous avons :

ГАВLЕ 6.7 – Les va	lleurs du critère sel	n la contrainte sur	le torseur d'effort	lors de l'impact- 2D
--------------------	-----------------------	---------------------	---------------------	----------------------

	Balancement normal	Bras solidaires
sans contrainte	579	955
$C_{Rimpact} < 6$	2435	3099

Pour $C_{Rimpact} < 15$, les couples articulaires sont comparés pour les deux modes : balancement normal

et bras solidaires. La figure 6.19 illustre l'évolution des couples articulaires pour les parties inférieures (les jambes) du robot bipède.



FIGURE 6.19 – Évolution des couples articulaires des parties inférieures durant un pas ; $C_{Rimpact} < 15$.

La figure 6.20 illustre l'évolution des couples articulaires pour les parties supérieures (les bras et le tronc) du robot bipède.



FIGURE 6.20 – Évolution des couples articulaires des parties supérieurs durant un pas ; $C_{Rimpact} < 15$.

La valeur absolue maximale de couple sur l'articulation 4 de genou d'appui est 77 N.m pour bras solidaires alors qu'elle est 59.9 N.m pour balancement normal. La valeur maximale de couple articulaire absolu sur l'articulation de la cheville d'appui 2 est aussi plus grande dans le cas des bras solidaires avec le tronc (43 N.m au lieu de 22 N.m).

L'évolution des valeurs articulaires des bras dans le plan de mouvement est aussi comparée pour les deux modes : balancement normal et bras solidaires avec le tronc lorsque $C_{Rimpact} < 15$, voir figure 6.21.

Les couples appliqués sur les bras sont plus élevés dans le cas du balancement normal surtout sur l'articulation 23 de l'épaule de bras qui tourne vers l'arrière. Nous notons aussi un travail important sur l'articulation 17 qui permet la rotation des parties supérieures du bipède autour de l'axe vertical.

Nous comparons aussi l'évolution des bras dans le plan sagittal pour les cas $C_{Rimpact} < 10$, $C_{Rimpact} < 15$ et $C_{Rimpact} < 20$.

Les bras supérieurs semblent avoir une plus grande amplitude d'oscillation lorsque les efforts de réaction de sol lors d'impact sont diminués.



FIGURE 6.21 – Évolution des angles relatifs des bras.



FIGURE 6.22 – Évolution des valeurs articulaires des bras pour un balancement normal.

6.7 Conclusion générale du chapitre

Nous avons étudié le robot bipède dans l'espace en 3D. La structure cinématique du robot utilisée en 3D est constituée de 26 corps. Nous avons cherché par optimisation paramétrique des trajectoires optimales pour une allure de marche cyclique et une vitesse de marche égale à 1.2 m/s. L'allure de marche cyclique est constituée de phases de simple appui et d'impacts. Nous avons privilégié en 3D l'étude des mouvements optimaux actionnés des bras sans rechercher de mouvements passifs. Différentes modes d'oscillation des bras contenant : balancement normal, bras solidaires du tronc et balancement anti-normal sont obtenus et comparés selon le critère sthénique.

Les résultats numérique montrent que les trajectoires du balancement normal des bras ont des valeurs moins élevées du critère par rapport au mouvement anti-normal où chaque bras est en phase avec la jambe du même côté pour les mêmes caractéristiques de marche. Dans le cas du balancement normal, le bipède requiert plus de couples sur l'articulation de la hanche d'appui et moins de couples sur l'articulation de genou libre par rapport le balancement anti-normal. Le mouvement normal des bras avec les avant-bras repliés économise de l'énergie par rapport à celui où les bras sont solidaires du tronc. Le fait que les avant-bras sont pliés peut-être lié à la vitesse de marche. L'effet des bras sur d'autres vitesses de marche peut donc être exploré. Autrement, si les avant-bras ne sont pas pliés, la solution de balancement normal semble proche de celle du cas des bras solidaires du tronc. Ces résultats en 3D confirment ceux du 2D et corroborent les résultats trouvés par S. Collins [17]. Dans le cas du balancement normal, le bipède requiert plus de couples sur l'articulation du bras qui tourne vers l'arrière durant un pas pour avoir moins de couples sur les deux

articulations de la hanche et sur les autres articulations de la jambe d'appui par rapport le cas des bras solidaires du tronc. On peut noter comme effet possible des bras une diminution de l'effet de l'impact dans la marche, mais les trajectoires qui évitent cet impact sont plus coûteuses énergétiquement. La différence de valeur du critère entre balancement normal et bras solidaires augmente si on cherche à atténuer l'impact. Il est probable que cet effet des bras soit utilisé dans la marche humaine car les impacts sont faibles ou nuls pour la marche des personnes jeunes.

7

Conclusions et Perspectives

7.1 Conclusions

L'étude bibliographique nous a montré que dans la marche humaine comme dans la marche humanoïde, l'effet des bras sur la consommation énergétique était sans doute important. Cette étude nous a aussi montré que le fait de mouvements optimaux des bras soit passifs ou actifs est un sujet de controverses. Ceci nous a amené à étudier de façon systématique différentes possibilités d'évolution des bras dans la marche comme ceci avait été fait par S. Collins dans son étude sur la marche humaine [17].

L'étude s'est d'abord déroulée en 2D dans le plan sagittal. Nous avons traité deux structures cinématiques du robot bipède sans et avec des bras à un ou deux corps. À partir de ces structures, nous avons défini un ensemble de modèles dynamiques du robot bipède pour trois allures de marche dont le plus complexe contient des phases de double appui avec rotation des pieds, de simple appui pied à plat et des impacts.

Le robot bipède étudié ayant été présenté, ainsi que ces différents modèles dynamiques, nous avons vu comment générer des trajectoires optimales de marche cyclique dans le chapitre 3. Les différentes allures, qui permettent de produire des trajectoires de marche à consommation énergétique minimale, sont définies par une optimisation paramétrique sous contraintes. Un critère sthénique basé sur les couples a été utilisé comme critère d'optimisation.

La recherche de marches optimales est d'abord réalisée pour un mouvement actif des bras dans le chapitre 4. Les paramètres d'optimisation définissent l'évolution articulaire du robot par des fonctions polynomiales pour des marches cycliques à vitesse choisie. Une large gamme de vitesse d'avance est étudiée. Nous avons comparé les performances des différents cas d'évolutions des bras. Les résultats numériques ont montré que pour les différentes allures de marche, la consommation énergétique de bipède est moindre dans le cas où les bras oscillent. Le balancement des bras conduit à la minimisation du critère sthénique par rapport le mouvement où les bras restent attachés au tronc. Cet effet des bras sur le critère augmente avec la progression de la vitesse de marche. Cela semble cohérent avec les résultats montrés dans les travaux de Collins [16, 17] où la consommation d'énergie métabolique chez l'homme est moins élevée lors de la marche avec le balancement des bras, dit "normal", alors qu'elle est plus élevée lorsque les bras sont attachés au corps. Nous avons montré que le balancement des bras réduit la dépense énergétique globale dans la marche. Ce balancement peut être produit par des actionneurs, il peut aussi être généré par la présence de ressorts au niveau des épaules. Nous avons montré que l'introduction de ressorts permet alors en préservant le mouvement de balancement des bras de réduire la consommation énergétique globale.

L'étude des allures de marche optimale pour différentes vitesses d'avance nous a conduit à observer que le bipède replie ses avant-bras avec l'augmentation de la vitesse de marche, probablement, pour diminuer

la période d'oscillation naturelle des bras.

Nous avons remarqué aussi que le bipède penche moins son tronc en avant ou en arrière lorsqu'il oscille ses bras, le tronc reste proche de la position verticale. Le bipède est capable, par le balancement de ses bras, de faire des pas plus grands. L'altitude de son CdM est plus élevée par rapport au cas où les bras sont solidaires du tronc.

Pour toutes les allures, les mouvements optimaux des bras n'étaient pas passifs. L'actionnement non nul des bras permet de diminuer les couples délivrés par les actionneurs sur les autres articulations du bipède et par conséquent la valeur du critère est plus faible. Pourtant, dans la marche humaine, il est fait l'hypothèse que le mouvement des bras est essentiellement passif. Il est à noter par ailleurs, que nous avons privilégié dans ce chapitre une expression polynomiale d'ordre quatre en fonction du temps de l'évolution de variables articulaires des bras. Or, cette représentation peut être inadaptée pour modéliser correctement un mouvement passif, et ceci peut nous conduire à effectuer de fausses déductions.

C'est pourquoi dans le chapitre 5, nous avons imposé un mouvement passif des bras dû à la dynamique du système locomoteur lors de la marche. Des solutions multiples qui incluent des mouvements de grandes amplitudes des bras existent si la durée du cycle de marche correspond à la période naturelle d'oscillation des bras. Les ressorts de torsion placés aux épaules ont été utilisés pour obtenir que la période naturelle d'oscillation des bras coïncide avec la durée de marche en minimisant le critère sthénique. Cependant, les trajectoires avec des mouvements passifs des bras ont des coûts énergétiques plus élevés que les trajectoires où les épaules sont actionnées. Cela prouve que le mouvement actif des bras produit les trajectoires les plus efficaces énergétiquement.

Enfin, dans le chapitre 6, nous avons étendu la recherche de trajectoires optimales au cas d'un environnement 3D. Nous avons privilégié l'allure de marche constituée de phase de simple appui pied à plat et d'impact. Nous avons comparé les coûts énérgétiques de différentes marches optimales comprenant soit un mouvement libre des bras soit un mouvement des bras de très faible amplitude. Les mouvements libres des bras étaient contraints à être soit "normal" c'est à dire en phase avec la jambe opposée, soit "anti-normal" c'est à dire en phase avec la jambe du même côté. Les résultats de l'optimisation différent du cas 2D dans le sens ou l'amplitude du mouvement optimal des bras est naturellement limitée même sans faire intervenir de butée articulaire. Les mouvements obtenus paraissent assez naturels. Par contre, ils confirment les résultats précédents (2D) en montrant qu'un balancement des bras est plus efficace que des bras immobiles pour la consommation d'énergie. Les trajectoires du balancement normal des bras ont des valeurs moins élevées du critère par rapport au mouvement anti-normal où chaque bras est en phase avec la jambe du même côté pour les mêmes caractéristiques de marche en particulier dans le cas où l'on recherche une marche avec des impacts limités.

7.2 Perspectives

À la suite de cette thèse, différentes études seraient intéressantes à poursuivre sur ce sujet. Dans un premier temps, la mise en place d'une trajectoire de marche avec une phase de simple appui comportant une partie avec rotation du pied d'appui, actionné dans le cas d'un robot possédant un pied en deux parties et un actionneur sur les orteils tels que le robot Hyrdoïd. De même, il est intéressant, en continuant le travail en deux dimensions, de tester la possibilité de réaliser des phases de courses telles que celles déjà réalisées dans [11] surtout que l'effet des bras augment avec l'augmentation de la vitesse de marche.

Il est intéressant de mettre en évidence les effets des bras en 3D pour des allures plus complexes et pour plus grande plage de vitesse de marche. Mais aussi d'étudier l'effet des bras sur d'autres robots avec d'autres architectures cinématiques et d'autres masses.

Nous avons dans ce travail introduit de ressorts de torsion aux épaules soit pour améliorer le critère soit pour obtenir un mouvement passif ample des bras. Il est intéressant donc d'introduire de ressorts de torsion aux coudes pour améliorer le critère sthénique dans le cas "bras actif" ou pour obtenir un mouvement passif ample des bras.
7.2. PERSPECTIVES

Une étude comparative avec les allures de la marche humaine peut être envisagée. Une telle étude doit passer par la normalisation de certains paramètres physiques comme les longueurs et les masses. Par exemple, les courbes d'évolutions des différents corps peuvent être comparées à celles de l'être humain pour une vitesse de marche adéquate et selon une méthode choisie.

Il sera intéressant aussi de construire les relations entre l'énergie consommée en perte joule avec le moment angulaire du bipède. Nous pouvons donc calculer les trois composantes du moment cinétique total autour des trois axes qui passent soit par le centre de masse du bipède ou par l'extrémité de pied d'appui. Le but est d'explorer si le mouvement optimal des bras peut contribuer à minimiser le moment cinétique total. Il est possible aussi de chercher par optimisation des trajectoires où le moment cinétique total est minimal et voir la contribution et la nature du mouvement des bras. Nous pouvons aussi envisager un mouvement obtenu par optimisation multicritères qui contient le moment cinétique autour de CdM à coté du critère sthénique et d'autres critères d'énergie.

Notre travail [60] peut être poursuivi pour contribuer davantage à l'étude des bras, notamment en 3D. Un critère qui peut annuler le déphasage entre les vitesses articulaires des différents corps et leurs couples articulaires peut être envisagé. L'annulation de ce déphasage minimise la perte dans la transmission d'énergie entre le moteur et le système fourni. Dans l'étude [60], nous avons traité ce problème pour un pendule simple et cela peut être étendu pour les systèmes multi-corps.

Liste des tableaux

2.1 2.2 2.3	Paramètres physiques du robot bipède avec des bras à deux corps	20 21 21
3.1 3.2 3.3 3.4 3.5 3.6 3.7	Limitations, liées à la conception, estimées par des valeurs absolues Jeux de paramètres d'optimisation pour le mode "balancement libre" - Type 1 Jeux de paramètres d'optimisation pour le mode "bras attachés" - Type 1 Jeux de paramètres d'optimisation - Type 2	45 47 47 48 51 51 51
4.1 4.2	Valeurs moyennes \bar{q}_3 Les variables d'optimisation pour les allures de type 3	73 80
5.1	Période d'oscillation obtenue par une simulation du modèle non linéaire du pendule avec $\dot{\theta}_0 = 0$	97
5.2	Marche de type 1 - Jeux de paramètres d'optimisation pour les trajectoires de référence en supposant que la durée T est donnée	100
5.3 5.4	Supposant que la dalce 1 est donnee.Période d'oscillation selon k Variables d'optimisation des trajectoires du système locomoteur du robot bipède avec bras	103
5.5	- Marche de type 1	103
5.6	- Type 1 Jeux de variables d'optimisation des trajectoires du bipède avec mouvement passif des bras	108
5.7	Jeux de variables d'optimisation - Marche de type 3	112 119
6.1	Paramètres physiques de la partie inférieure du robot bipède	127
6.2	Les variables d'optimisation pour le robot bipède en 3D.	128
6.3	Les variables d'optimisation pour le robot bipède en 3D	130
6.4	Moyenne de valeurs absolues des couples articulaires $ \Gamma_i $	137
6.5	Moyenne des valeurs absolues des couples articulaires $ \Gamma_i $.	138
6.6	Les valeurs du critère selon la contrainte imposée sur le torseur d'effort lors de l'impact- 3D	138
6.7	Les valeurs du critère selon la contrainte sur le torseur d'effort lors de l'impact- 2D	138

Table des figures

1.1	Robot Hydroïd	10
1.2	Quelques bipèdes passifs ou semi-passifs	11
1.3	Quelques bipèdes actifs	12
1.4	Robot passif de Collins.	13
1.5	Le moments de réaction du sol et le moment angulaire vertical [17].	14
1.6	Des sujets humains ont marché avec différents modes d'oscillations des bras [17]	15
1.7	La consommation d'énergie métabolique pour les différentes oscillations des bras [17].	15
2.1	Robot bipède avec des bras à deux corps dans le plan sagittal	20
2.2	Les centres de masse des corps du robot bipède	20
2.3	Robot bipède avec des bras à un seul corps dans le plan sagittal	21
2.4	Robot bipède avec les bras attachés au tronc dans le plan sagittal	22
2.5	Allure de type 1	22
2.6	Allure de type 2	23
2.7	Allure de type 3	23
2.8	Simple appui	26
2.9	Forces et moments qui agissent sur le pied d'appui.	26
2.10	Robot bipède avec des bras à un seul corps dans le plan sagittal	27
2.11	Double appui avec rotation des deux pieds	27
2.12	Bilan d'efforts au CdM	28
2.13	Bilan d'efforts au CdM	29
2.14	l'impact du talon	35
2.15	L'impact sur la pointe du pied 1	36
3.1	Mode bras solidaires du tronc	42
3.2	Mode bras attachés	42
4.1	Allure de marche du bipède pour une vitesse de $0.8 m/s$	54
4.2	Évolution des variables articulaires absolues en fonction de temps durant un pas pour une	
	vitesse de marche $V = 0.8 m/s$.	54
4.3	La contrainte de non glissement et la réaction verticale de sol sur le pied d'appui est satis-	
	faite durant un pas du marche de type 1 pour une vitesse de marche $V = 0.8 m/s.$	55
4.4	L'amplitude maximale φ_{max} entre les deux bras	55
4.5	Amplitude maximale des bras en fonction de la vitesse de marche.	56
4.6	Évolution du tronc en fonction de la vitesse de marche V	57
4.7	Allure de marche du bipède "mode bras attachés" pour $V = 0, 8 m/s$	57
4.8	Allure de marche du bipède "mode bras solidaire du tronc" pour $V = 0, 8 m/s$	58
4.9	Évolution du critère sthénique en fonction de la vitesse de marche.	59
4.10	Évolution de moy (\mathbf{q}_3) et $\delta \mathbf{q}_3$ en fonction de la vitesse de marche.	59
4.11	Évolution des configurations articulaires durant un pas de marche de type 1	60
4.12	Évolution des couples articulaires durant un pas de marche de type1	61

4.13	Comparaison de ZMP - Marche de type 1	62
4.14	Comparaison de réaction verticale du sol - Marche de type 1	63
4.15	Allure de marche mode balancement libre des bras pour une vitesse de marche $V = 0, 8 m/s$;	
	$\theta_{max6} = 60^{\circ}$ - Marche de type 2	65
4.16	Évolution des configurations articulaires durant un pas de marche de type 2 pour $V = -$	
	$0,8 m/s; \theta_{max6} = 60^{\circ} \ldots \ldots$	66
4.17	Évolution de ZMP et de la hauteur des extrémités du pied durant un pas de marche de type	
	2 pour V = 0, 8 m/s.	66
4.18	Configurations articulaires des bras q_6, q_7 et du tronc q_3 en fonction de la durée T d'un pas de marche	
	de type 2 pour $V = 0, 8 m/s.$	67
4.19	Allure de marche avec des bras solidaires du tronc pour une vitesse de marche $V = 0, 8 m/s$	
	durant un pas de marche de type 2	67
4.20	Évolution des configurations et couples articulaires durant un pas de marche de type 2 pour un bipède	
	bras solidaire du tronc; $V = 0, 8 m/s$	68
4.21	Allure de marche du bipède avec bras attachés pour une vitesse de marche de $0.8 m/s$	
	durant un pas de marche de type 2	68
4.22	Évolution des variables articulaires durant un pas de marche de type 2 pour un bipède bras	
	attachés : $V = 0.8 m/s$.	69
4.23	Évolution du critère sthénique en fonction de la vitesse de marche : le balancement libre est	
	avec $\theta_{max6} = 60^{\circ}$ - Marche de type 2.	69
4.24	Évolution du critère sthénique en fonction de la vitesse de marche, le balancement libre est	
	avec $\theta_{max} = 60^{\circ}$ - Marche de type 2	70
4.25	Comparaison des couples articulaires sur un pas de marche de type 2	71
4 26	Comparaison des variables articulaires sur un pas de marche de type 2.	72
4 27	Comparaison de ZMP sur un pas de marche de type 2	73
1.27	Les valeurs movennes de déplacement vertical <i>u</i> , du centre de gravité de bipède en fonction	15
4.20	de la vitesse de marche de type 2	74
1 20	La distance horizontale d parcourue par le bipède en fonction de la vitesse de marche de	/ 4
4.29	type 2	74
1 30	Comparaison de la réaction verticale du sol sur un pas de marche de type 2	75
4.30	Comparation de la reaction verticale du sol sur un pas de marche de type 2	75
4.31	Execution du critère sthénique et le reideur entimele k en fonction de le vitesse de merche :	70
4.32	Evolution du critere stienique et la raideur optimale k en fonction de la vitesse de marche,	77
1 22	Evolution des configurations et couples articulaires sons et avec des ressorts durant un nes	//
4.55	Evolution des configurations et couples articulaires sans et avec des ressons durant un pas de merche de type 2 pour une vitesse de merche $V = 1.1 \text{ m/s}$	70
1 21	the matche de type 2 pour die vitesse de matche $v = 1.1 m/s$	70
4.34	Evolution de Zivir et <i>Ny</i> pour des trajectoires de type 2 sans et avec des ressons durant un	70
1 25	pas de marche \dots	19
4.55	Antire de marche mode balancement nore des bras pour une vitesse de marche de $v =$	01
1.20	$1, 4 m/s; \theta_{max6} = 60^{\circ}$ - Marche de type 5	81
4.30	Allure de marche du bipede avec bras attaches pour une vitesse de marche de 1, 4 m/s	01
4.07	durant un pas de marche - Marche de type 3	81
4.37	Allure de marche du bipede avec bras solidaires du tronc pour une vitesse de marche de	00
1 20	$1, 4 m/s$ durant un pas de marche - Marche de type $3, \ldots, \ldots, \ldots, \ldots, \ldots$	82
4.38	Evolution du critère sthénique en fonction de la vitesse de marche	82
4.39	Les evolutions des couples articulaires durant un pas pour une vitesse de marche $V =$	00
	$1, 3 m/s$ - Marche de type $3 \ldots $	83
4.40	Les evolutions des configurations articulaires durant deux cycles pour une vitesse de marche	0.7
	V = 1, 3 m/s - Marche de type 3	83
4.41	Caractéristiques de la marche humaine utilisés par A. Barliya et al. [6]. La ligne verte re-	<i>.</i> .
	présente l'évolution du pied, la ligne rouge représente le tibia et la bleu représente la cuisse.	84

TABLE DES FIGURES

4.42	Évolution des bras en fonction de temps pour une vitesse de marche $V = 1, 3 m/s$	84
4.43	Évolution des valeurs $moy(\mathbf{q}_3)$ en fonction de la vitesse de marche	85
4.44	Évolution des valeurs δq_3 en fonction de la vitesse de marche	85
4.45	Les évolutions du tronc en fonction de temps pour une vitesse de marche $V = 1, 3 m/s$ -	
	Marche de type 3	86
4.46	Allure de marche de type 2 pour une vitesse de marche de $V = 1, 2 m/s$ et $\theta_{max6} = 60^{\circ}$ et	
	$\theta_{max7} = 60^{\circ}$	88
4.47	Évolution des configurations articulaires durant un pas de marche ; $V = 1.2 m/s$, $\theta_{max6} =$	
	60° et $\theta_{max7} = 60^{\circ}$.	88
4.48	Évolution des couples articulaires durant un pas de marche ; $V = 1, 2 m/s, \theta_{max6} = 60^{\circ}$ et	
	$\theta_{max7} = 60^{\circ} \dots \dots$	88
4.49	Allure de marche d'un robot avec des bras solidaires du tronc pour une vitesse de marche	
	$V = 1.2 m/s. \dots \dots$	89
4.50	Evolution du critère sthénique en fonction de la vitesse de marche; θ_6 et θ_7 sont respective-	~ ~ ~
	ment les angles relatifs (bras, tronc) et (bras supérieurs, avant-bras).	90
4.51	Evolution du critère sthénique total du bipède et celui consommée dans les bras en fonction	00
1.50	de la vitesse de marche; le balancement libre est avec $\theta_{max6} = 60^{\circ}$ et $\theta_{max7} = 60^{\circ}$.	90
4.52	Evolution du critere en fonction de la vitesse de marche ; bras a deux corps avec $\theta_{max6} = 60^{\circ}$	01
1 52	et $\theta_{max7} = 00^\circ$; bras a un corps avec $\theta_{max6} = 00^\circ$.	91
4.35	Le pendule simple equivalant à un pendule double. \dots	92
4.54	Le période d'esseillation naturalle T on fonction de l'angle relatif θ	92
4.55	La periode d'oscillation naturene T_0 en fonction de l'angle feratir θ	92
5.1	Pendule simple	96
5.2	Mouvement passif sans amplitude	99
5.3	Évolution des bras pour un mouvement passif "sans amplitude" durant un pas de marche.	99
5.4	Mouvement passif déphasé des bras pour une allure de marche de type 1	100
5.5	Mouvement passif des bras en mode parallèle pour une allure de marche de type 1	101
5.6	Les évolutions du mouvement passif des bras durant un pas de marche de type 1; $V =$	
	0, 8 m/s, T = 0.58 s	101
5.7	L'amplitude maximale d'un bras $max q_6$ avec l'axe verticale en fonction de la durée T d'un	
-	pas de marche.	102
5.8	Les allures de marche des mouvements passifs à partir d'optimisation du système locomo-	104
5.0	teur; pour une vitesse de marche $V = 0, 8 m/s$ - Marche de type 1	104
5.9	Les configurations articulaires absolues des mouvements passifs à partir d'optimisation du sustème les mouvements passifs à partir d'optimisation du	104
5 10	systeme locomoteur, pour une vitesse de marche $v = 0, 8 m/s$ - Marche de type 1	104
5.10	Les couples afficulaites des mouvements passifs à partir d'optimisation du système loco- moteur, pour une vitesse de marche $V = 0.8 m/s$. Marche de type 1	105
5 1 1	La réaction verticale du sol des mouvements passifs à partir d'optimisation du système	105
5.11	locomoteur, pour une vitesse de marche $V = 0.8 m/s$ - Marche de type 1	105
5.12	Le ZMP des mouvements passifs à partir d'optimisation du système locomoteur, pour une	100
0.112	vitesse de marche $V = 0.8 m/s$ - Marche de type 1	106
5.13	Évolution du critère sthénique et l'amplitude maximale Ψ_{max} entre les bras en fonction de	
	la raideur des ressorts k	106
5.14	Évolution du critère sthénique en fonction de la vitesse de marche	107
5.15	Évolution du critère sthénique en fonction de la vitesse de marche	108
5.16	Balyage du critère sthénique en fonction de k pour différentes vitesses de marche	109
5.17	Mouvement passif parallèle des bras durant un pas du marche de type 1 pour $V=1,2\ m/s$	
	et $k = 57, 5 N.m/rad.$	110
5.18	L'évolution du critère sthénique et l'amplitude maximale en fonction de k pour $V = 0, 8 m/s$.110

5.20 Évolution des variables articulaires durant un pas de marche pour $V = 1 m/s$. 5.21 Évolution de couples articulaires durant un pas de marche pour $V = 1 m/s$. 5.22 Évolution de la réaction verticale du sol durant un pas de marche pour $V = 1 m/s$. 5.23 Évolution de la réaction verticale du sol durant un pas de marche pour $V = 1 m/s$. 5.24 Évolution du critère sthénique en fonction de la vitesse de marche et de la raideur épaules permettant un mouvement passif des bras déphasé et de grande amplitude - Mar de type 2. 5.25 Évolution des couples articulaires durant un cycle pour une vitesse de marche V 1 m/s et $k = 6 N.m/rad$. 5.27 Allure de marche de type 3 pour une vitesse de marche $V = 1 m/s$. 5.28 Évolution des couples articulaires durant un pas de marche pour $V = 1 m/s$. 5.29 Évolution des couples articulaires durant un pas de marche pour $V = 1 m/s$. 5.29 Évolution des configurations articulaires en fonction de temps pour $V = 1 m/s$. 5.30 Évolution des onfigurations articulaires en fonction de temps pour $V = 1 m/s$. 5.31 L'évolution du critère sthénique et l'amplitude maximale en fonction de k pour pour vitesse de marche $V = 1, 0 m/s$ - Marche de type 3. 5.32 Évolution du critère sthénique en fonction de la vitesse de marche 6.1 Repères locaux liés aux corps principaux du bipède. 6.2 Variables articulaires relatives dans le plan sagittal. 6.3 Balancement normal 6.4 Balancement normal 6.5 Configurations initiale et finale d'une marche optimale - Rouge :gauche et bleu :droit 6.6 Évolutions des membres sinéfrieurs et supérieurs pour un balancement normal dans le plan du mou ment de marche . 6.1 Évolutions des bras et avant-bras autour l'axe vertical dans le plan du mou ment de marche . 6.12 Configurations initiale et finale d'une marche optimale 6.10 Évolutions des bras et avant-bras autour l'axe vertical dans le plan du mou ment de marche . 6.11 Évolutions des bras et avant-bras autour l'axe vertical dans le plan du mou ment de marche . 6.12 Configurations init	113
5.21 Évolution des couples articulaires durant un pas de marche pour $V = 1 m/s$. 5.23 Évolution de ZMP durant un pas de marche pour $V = 1 m/s$. 5.24 Évolution du critère sthénique en fonction de la vitesse de marche - Marche de type 2. 5.25 Évolution du critère sthénique en fonction de la vitesse de marche - Marche de type 2. 5.26 Les évolution des couples articulaires durant un cycle pour une vitesse de marche V 1 m/s et $k = 6 N.m/rad$. 5.27 Allure de marche de type 3 pour une vitesse de marche $V = 1 m/s$. 5.28 Évolution des couples articulaires durant un cycle pour une vitesse de marche V 1 m/s et $k = 6 N.m/rad$. 5.29 Évolution des couples articulaires durant un pas de marche pour $V = 1 m/s$. 5.29 Évolution des couples articulaires durant un pas de marche pour $V = 1 m/s$. 5.29 Évolution des configurations articulaires en fonction de temps pour $V = 1 m/s$. 5.30 Évolution des configurations articulaires en fonction de temps pour $V = 1 m/s$. 5.31 L'évolution du critère sthénique en fonction de la vitesse de marche 6.1 Repères locaux liés aux corps principaux du bipède. 6.2 Variables articulaires relatives dans le plan sagittal. 6.3 Balancement normal 6.4 Balancement normal 6.5 Configurations initiale et finale d'une marche optimale - Rouge :gauche et bleu :droit 6.6 Évolutions des membres inférieurs et supérieurs pour un balancement normal dans le plan du mov ment de marche. 6.1 Repères locaux liés aux corps principaux du bipède. 6.2 Variables articulaires relatives dans le plan sagittal. 6.3 Balancement normal 6.4 Balancement normal 6.5 Configurations initiale et finale d'une marche optimale - Rouge :gauche et bleu :droit 6.6 Évolutions des membres supérieurs pour un balancement normal dans le plan du mov ment de marche. 6.1 Évolutions des bras et avant-bras autour l'axe vertical dans le plan du movem de marche. 6.1 Évolutions des bras et avant-bras autour l'axe vertical dans le plan du movem de marche. 6.15 Configurations initiale et finale d'une marche optimale 6.16 Évolution des couples articul	113
5.22 Évolution de ZMP durant un pas de marche pour $V = 1 m/s$. 5.23 Évolution de la réaction verticale du sol durant un pas de marche pour $V = 1 m/s$. 5.24 Évolution du critère sthénique en fonction de la vitesse de marche et de la raideur épaules permettant un mouvement passif des bras déphasé et de grande amplitude - Mar de type 2. 5.26 Les évolutions des couples articulaires durant un cycle pour une vitesse de marche $V = 1 m/s$. 5.27 Évolution du critère sthénique en fonction de la vitesse de marche $V = 1 m/s$. 5.28 Évolution des couples articulaires durant un pas de marche pour $V = 1 m/s$. 5.29 Évolution des couples articulaires durant un pas de marche pour $V = 1 m/s$. 5.20 Évolution des congles articulaires durant un pas de marche pour $V = 1 m/s$. 5.20 Évolution des configurations articulaires en fonction de temps pour $V = 1 m/s$. 5.30 Évolution du critère sthénique et l'amplitude maximale en fonction de k pour pou vitesse de marche $V = 1, 0 m/s$ - Marche de type 3. 5.32 Évolution du critère sthénique en fonction de la vitesse de marche 6.1 Repères locaux liés aux corps principaux du bipède. 6.2 Variables articulaires relatives dans le plan sagittal. 6.3 Balancement normal 6.4 Balancement normal 6.5 Configurations initiale et finale d'une marche optimale - Rouge gauche et bleu droit 6.6 Évolutions des membres inférieurs et supérieurs pour un balancement normal dans le plan du mou ment de marche 6.1 Configurations initiale et finale d'une marche optimale 6.2 Configurations initiale et finale d'une marche optimale 6.3 Configurations initiale et finale d'une marche optimale - Rouge gauche et bleu droit 6.4 Évolutions des membres supérieurs pour un balancement normal dans le plan du mou ment de marche 6.10 Évolutions des bras et avant-bras autour l'axe vertical dans le plan du mouven de marche. 6.10 Évolutions initiale et finale d'une marche optimale 6.10 Évolutions des bras et avant-bras pour un balancement normal dans le plan du mouven de stras-Type 2. 6.16 Évolution des couples articulaires des pa	113
 5.23 Évolution de la réaction verticale du sol durant un pas de marche pour V = 1 m/s. 5.24 Évolution du critère sthénique en fonction de la vitesse de marche - Marche de type 2. 5.25 Évolution du critère sthénique en fonction de la vitesse de marche - Marche de type 2. 5.26 Les évolutions des couples articulaires durant un cycle pour une vitesse de marche V 1 m/s et k = 6 N.m/rad. 5.27 Allure de marche de type 3 pour une vitesse de marche V = 1 m/s. 5.28 Évolution des couples articulaires durant un pas de marche pour V = 1 m/s. 5.29 Évolution des configurations articulaires en fonction de temps pour V = 1 m/s. 5.30 Évolution des configurations articulaires en fonction de temps pour V = 1 m/s. 5.31 L'évolution du critère sthénique et l'amplitude maximale en fonction de k pour pouvitesse de marche V = 1, 0 m/s - Marche de type 3. 5.32 Évolution du critère sthénique en fonction de la vitesse de marche 6.1 Repères locaux liés aux corps principaux du bipède. 6.2 Variables articulaires relatives dans le plan sagitual. 6.3 Balancement normal 6.4 Balancement normal 6.5 Configurations initiale et finale d'une marche optimale - Rouge :gauche et bleu :droit 6.6 Évolutions des membres supérieurs pour un balancement normal dans le plan du mouvement de marche : C_Γ = 5805 N²ms. 6.7 Évolutions des bras et avant-bras autour l'axe vertical dans le plan du mouvem de marche. 6.8 Configurations initiale et finale d'une marche optimale 6.9 Configurations initiale et finale d'une marche optimale 6.10 Évolutions des bras et avant-bras autour l'axe vertical dans le plan du mouvem de marche. 6.11 Évolution des couples articulaires des parties supérieures durant un pas. 6.12 Configurations initiale et finale d'une marche optimale 6.10 Évolutions des bras et avant-bras autour l'axe vertical dans le plan augital pour C₁ 5805N²	114
5.24 Évolution du critère sthénique en fonction de la vitesse de marche - Marche de type 2. 5.25 Évolution du critère sthénique en fonction de la vitesse de marche et de la raideur épaules permettant un mouvement passif des bras déphasé et de grande amplitude - Marche de type 2. 5.26 Les évolutions des couples articulaires durant un cycle pour une vitesse de marche $V = 1 m/s$. 5.27 Allure de marche de type 3 pour une vitesse de marche $V = 1 m/s$. 5.28 Évolution des couples articulaires durant un pas de marche pour $V = 1 m/s$. 5.29 Évolution des configurations articulaires en fonction de temps pour $V = 1 m/s$. 5.30 Évolution des configurations articulaires en fonction de temps pour $V = 1 m/s$. 5.30 Évolution du critère sthénique et l'amplitude maximale en fonction de k pour pouvitesse de marche $V = 1, 0 m/s$. 5.31 L'évolution du critère sthénique en fonction de la vitesse de marche 6.1 Repères locaux liés aux corps principaux du bipède. 6.2 Variables articulaires relatives dans le plan sagittal. 6.3 Balancement normal 6.4 Balancement anti-normal 6.5 Configurations initiale et finale d'une marche optimale - Rouge :gauche et bleu :droit 6.6 Évolutions des membres inférieurs et supérieurs pour un balancement normal dans le plan du mouvement de marche; $C_{\Gamma} = 5805 N^2 ms$. 6.1 Évolutions des membres supérieurs pour un balancement normal dans le plan du mouvement de marche; $C_{\Gamma} = 5805 N^2 ms$. 6.1 Évolutions des bras et avant-bras autour l'axe vertical dans le plan sagittal pour $C_1 5805N^2 ms$. 6.12 Configurations initiale et finale d'une marche optimale 6.10 Évolutions des bras et avant-bras autour l'axe vertical dans le plan sagittal pour $C_1 5805N^2 ms$. 6.12 Configurations initiale et finale d'une marche optimale 6.10 Évolutions des bras et avant-bras autour l'axe vertical dans le plan sagittal pour $C_1 5805N^2 ms$. 6.12 Configurations initiale et finale d'une marche optimale avec un balancement anti-normal. 6.14 Évolution des couples articulaires des parties supérieures du	114
 5.25 Évolution du critère sthénique en fonction de la vitesse de marche et de la raideur épaules permettant un mouvement passif des bras déphasé et de grande amplitude - Mar de type 2. 5.26 Les évolutions des couples articulaires durant un cycle pour une vitesse de marche <i>V</i> 1 <i>m/s</i> et <i>k</i> = 6 <i>N</i>.<i>m/rad</i>. 5.27 Allure de marche de type 3 pour une vitesse de marche <i>V</i> = 1 <i>m/s</i>. 5.28 Évolution des couples articulaires durant un pas de marche pour <i>V</i> = 1 <i>m/s</i>. 5.29 Évolution des configurations articulaires en fonction de temps pour <i>V</i> = 1 <i>m/s</i>. 5.30 Évolution des configurations articulaires en fonction de temps pour <i>V</i> = 1 <i>m/s</i>. 5.31 L'évolution du critère sthénique et l'amplitude maximale en fonction de <i>k</i> pour pou vitesse de marche <i>V</i> = 1, 0<i>m/s</i> - Marche de type 3. 5.32 Évolution du critère sthénique en fonction de la vitesse de marche 6.1 Repères locaux liés aux corps principaux du bipède. 6.2 Variables articulaires relatives dans le plan sagittal. 6.3 Balancement normal 6.4 Balancement normal 6.5 Configurations initiale et finale d'une marche optimale - Rouge :gauche et bleu :droit 6 Évolutions des membres supérieurs pour un balancement normal dans le plan du mouvement de marche (<i>C</i>_T = 5805 N²ms. 6.7 Évolutions des membres supérieurs pour un balancement normal dans le plan du mouvement de marche . 6.8 Configurations initiale et finale d'une marche optimale 6.9 Configurations initiale et finale d'une marche optimale 6.10 Évolutions des bras et avant-bras pour un balancement normal dans le plan du mouvem de marche. 6.11 Évolutions des bras et avant-bras quor l'axe vertical dans le plan du mouvem de marche. 6.12 Configurations initiale et finale d'une marche optimale 6.13 StostSN²ms. 6.14 Évolution des couples articulaires des parties supérieures durant un pas . 6.14 Évolution des couples ar	2 115
épaules permettant un mouvement passif des bras déphasé et de grande amplitude - Mar de type 2.5.26Les évolutions des couples articulaires durant un cycle pour une vitesse de marche V 1 m/s et $k = 6 N.m/rad$.5.27Allure de marche de type 3 pour une vitesse de marche $V = 1 m/s$.5.28Évolution des couples articulaires durant un pas de marche pour $V = 1 m/s$.5.29Évolution des configurations articulaires en fonction de temps pour $V = 1 m/s$.5.30Évolution des bras en fonction de temps pour $V = 1 m/s$.5.31L'évolution du critère sthénique et l'amplitude maximale en fonction de k pour pou vitesse de marche $V = 1, 0 m/s$ - Marche de type 3.5.32Évolution du critère sthénique en fonction de la vitesse de marche6.1Repères locaux liés aux corps principaux du bipède.6.2Variables articulaires relatives dans le plan sagittal.6.3Balancement normal6.4Balancement normal6.5Configurations initiale et finale d'une marche optimale - Rouge :gauche et bleu :droit6.6Évolutions des membres supérieurs pour un balancement normal dans le pl du mouvement de marche ; $C_{\Gamma} = 5805 N^2 ms$.6.7Évolutions des bras et avant-bras pour un balancement normal dans le plan du mouve ment de marche.6.11Évolutions des bras et avant-bras pour un balancement normal dans le plan du mouve ment de marche.6.12Évolutions des bras et avant-bras pour un balancement normal dans le plan du mouve met de marche.6.13Évolutions des bras et avant-bras autour l'axe vertical dans le plan sagittal pour C_1 $5805N^2 ms$.6.14Évolutions des br	eur aux
de type 2	Marche
5.26 Les évolutions des couples articulaires durant un cycle pour une vitesse de marche $V_{1}m/s$ et $k = 6 N.m/rad$. 5.27 Allure de marche de type 3 pour une vitesse de marche $V = 1 m/s$. 5.28 Évolution des couples articulaires durant un pas de marche pour $V = 1 m/s$. 5.29 Évolution des configurations articulaires en fonction de temps pour $V = 1 m/s$. 5.30 Évolution due critère sthénique et l'amplitude maximale en fonction de k pour pour vitesse de marche $V = 1, 0 m/s$. Marche de type 3. 5.32 Évolution du critère sthénique en fonction de la vitesse de marche 5.32 Évolution du critère sthénique en fonction de la vitesse de marche 6.1 Repères locaux liés aux corps principaux du bipède. 6.2 Variables articulaires relatives dans le plan sagittal. 6.3 Balancement normal 6.4 Balancement normal 6.5 Configurations initiale et finale d'une marche optimale - Rouge :gauche et bleu :droit 6.6 Évolutions des membres inférieurs et supérieurs pour un balancement normal dans le pl du mouvement de marche; $C_{\Gamma} = 5805 N^2 ms$. 6.7 Évolutions des membres supérieurs pour un balancement normal dans le pl du mouvement de marche; $C_{\Gamma} = 5805 N^2 ms$. 6.8 Configurations initiale et finale d'une marche optimale 6.9 Configurations initiale et finale d'une marche optimale 6.10 Évolutions des bras et avant-bras pour un balancement normal dans le plan du mouven de marche. 6.11 Évolutions des bras et avant-bras autour l'axe vertical dans le plan sagittal pour C_{1} 5805 $N^2 ms$. 6.12 Configurations initiale et finale d'une marche optimale où les bras sont solidaires du tr 6.13 Évolution des couples articulaires des parties supérieures durant un pas. 6.14 Évolution des couples articulaires des parties supérieures durant un pas. 6.15 Configurations initiale et finale d'une marche optimale avec un balancement anti-norm 6.14 Évolution des couples articulaires des parties supérieures durant un pas. 6.15 Configurations initiale et finale d'une marche optimale avec un balancement anti-norm 6.14 Évolution	116
1 m/s et $k = 6 N.m/rad.$ 5.27 Allure de marche de type 3 pour une vitesse de marche $V = 1 m/s.$ 5.28 Évolution des couples articulaires durant un pas de marche pour $V = 1 m/s.$ 5.29 Évolution des configurations articulaires en fonction de temps pour $V = 1 m/s.$ 5.30 Évolution des configurations articulaires en fonction de temps pour $V = 1 m/s.$ 5.30 Évolution du critère sthénique et l'amplitude maximale en fonction de k pour pouvitesse de marche $V = 1, 0 m/s$ - Marche de type 3. 5.32 Évolution du critère sthénique en fonction de la vitesse de marche 6.1 Repères locaux liés aux corps principaux du bipède. 6.2 Variables articulaires relatives dans le plan sagittal. 6.3 Balancement normal 6.4 Balancement normal 6.5 Configurations initiale et finale d'une marche optimale - Rouge :gauche et bleu :droit 6.4 Évolutions des membres inférieurs et supérieurs pour un balancement normal dans le plan du moure ment de marche; $C_{\Gamma} = 5805 N^2 ms.$ 6.7 Évolutions des bras et avant-bras pour un balancement normal dans le plan du moure ment de marche 6.9 Configurations initiale et finale d'une marche optimale 6.9 Configurations initiale et finale d'une marche optimale 6.10 Évolutions des bras et avant-bras autour l'a	V = V
5.27 Allure de marche de type 3 pour une vitesse de marche $V = 1 m/s$. 5.28 Évolution des configurations articulaires en fonction de temps pour $V = 1 m/s$. 5.29 Évolution des configurations articulaires en fonction de temps pour $V = 1 m/s$. 5.30 Évolution des bras en fonction de temps pour $V = 1 m/s$. 5.31 L'évolution du critère sthénique et l'amplitude maximale en fonction de k pour pou vitesse de marche $V = 1, 0 m/s$. 5.32 Évolution du critère sthénique en fonction de la vitesse de marche 6.1 Repères locaux liés aux corps principaux du bipède. 6.2 Variables articulaires relatives dans le plan sagittal. 6.3 Balancement normal 6.4 Balancement normal 6.5 Configurations initiale et finale d'une marche optimale - Rouge :gauche et bleu :droit 6.6 Évolutions des membres inférieurs et supérieurs pour un balancement normal dans le p du mouvement de marche ; $C_{\Gamma} = 5805 N^2 ms$. 6.7 Évolutions des membres supérieurs pour un balancement normal dans le plan du mou ment de marche. 6.8 Configurations initiale et finale d'une marche optimale . 6.10 Évolutions des bras et avant-bras pour un balancement normal dans le plan du mouven de marche. 6.11 Évolutions des bras et avant-bras autour l'axe vertical dans le plan sagittal pour C_1 $5805 N^2 ms$. 6.12 Configurations initiale et finale d'une marche optimale 6.10 Évolutions des bras et avant-bras autour l'axe vertical dans le plan sagittal pour C_1 $5805 N^2 ms$. 6.12 Configurations initiale et finale d'une marche optimale où les bras sont solidaires du tro 6.13 Évolution des couples articulaires des parties supérieures durant un pas. 6.15 Configurations initiale et finale d'une marche optimale avec un balancement anti-norm des bras- Type 2. 6.16 Évolution des couples articulaires des parties supérieures durant un pas. 6.17 Évolution des couples articulaires des parties supérieures durant un pas. 6.18 Évolution des couples articulaires des parties supérieures durant un pas. 6.19 Évolution des couples articulaires des parties supérieu	116
5.28Évolution des couples articulaires durant un pas de marche pour $V = 1 m/s$.5.29Évolution des configurations articulaires en fonction de temps pour $V = 1 m/s$.5.30Évolution des bras en fonction de temps pour $V = 1 m/s$.5.31L'évolution du critère sthénique et l'amplitude maximale en fonction de k pour pou vitesse de marche $V = 1, 0 m/s$ - Marche de type 3.5.32Évolution du critère sthénique en fonction de la vitesse de marche6.1Repères locaux liés aux corps principaux du bipède.6.2Variables articulaires relatives dans le plan sagittal.6.3Balancement normal6.4Balancement anti-normal6.5Configurations initiale et finale d'une marche optimale - Rouge :gauche et bleu :droit6.6Évolutions des membres inférieurs et supérieurs pour un balancement normal dans le plan6.7Évolutions des membres supérieurs pour un balancement normal dans le plan du mouvement de marche :6.8Configurations initiale et finale d'une marche optimale6.9Configurations initiale et finale d'une marche optimale6.10Évolutions des bras et avant-bras pour un balancement normal dans le plan du mouven de marche.6.11Évolutions des bras et avant-bras autour l'axe vertical dans le plan sagittal pour C_1 $5805 N^2 ms$.6.12Configurations initiale et finale d'une marche optimale où les bras sont solidaires du tro6.13Évolutions des bras et avant-bras autour l'axe vertical dans le plan sagittal pour C_1 $5805 N^2 ms$.6.14Évolution des couples articulaires des parties supérieures durant un pas.6.15Configurations	119
 billio for the configurations articulaires en fonction de temps pour V = 1 m/s. 5.30 Évolution des configurations articulaires en fonction de temps pour V = 1 m/s. 5.31 L'évolution du critère sthénique et l'amplitude maximale en fonction de k pour pou vitesse de marche V = 1, 0 m/s - Marche de type 3. 5.32 Évolution du critère sthénique en fonction de la vitesse de marche 6.1 Repères locaux liés aux corps principaux du bipède. 6.2 Variables articulaires relatives dans le plan sagittal. 6.3 Balancement normal 6.4 Balancement normal 6.5 Configurations initiale et finale d'une marche optimale - Rouge :gauche et bleu :droit 6 Évolutions des membres inférieurs et supérieurs pour un balancement normal dans le plan du mouvement de marche ; C_T = 5805 N²ms. 6.7 Évolutions des bras et avant-bras autour l'axe vertical dans le plan du mouvem de marche. 6.1 Évolutions des bras et avant-bras autour l'axe vertical dans le plan du mouven de marche. 6.1 Évolution des couples articulaires des parties supérieures durant un pas. 6.14 Évolution des couples articulaires des parties supérieures durant un pas. 6.15 Configurations initiale et finale d'une marche optimale où les bras sont solidaires du tro 6.16 Évolutions des bras et avant-bras autour l'axe vertical dans le plan du mouven de marche. 6.12 Configurations initiale et finale d'une marche optimale où les bras sont solidaires du tro 6.13 Évolution des couples articulaires des parties supérieures durant un pas. 6.14 Évolution des couples articulaires des parties supérieures durant un pas. 6.15 Configurations initiale et finale d'une marche optimale avec un balancement anti-nor des bras- Type 2. 6.16 Évolution des couples articulaires des parties supérieures durant un pas. 6.17 Évolution des couples articulaires des parties supérieures durant un pas. 6.18 Évolution des c	120
 5.30 Évolution des bras en fonction de temps pour V = 1 m/s. 5.31 L'évolution du critère sthénique et l'amplitude maximale en fonction de k pour pou vitesse de marche V = 1, 0 m/s - Marche de type 3. 5.32 Évolution du critère sthénique en fonction de la vitesse de marche 6.1 Repères locaux liés aux corps principaux du bipède. 6.2 Variables articulaires relatives dans le plan sagittal. 6.3 Balancement normal 6.4 Balancement anti-normal 6.5 Configurations initiale et finale d'une marche optimale - Rouge :gauche et bleu :droit 6 Évolutions des membres inférieurs et supérieurs pour un balancement normal dans le plan du mouvement de marche ; C_Γ = 5805 N²ms. 6.7 Évolutions des membres supérieurs pour un balancement normal dans le plan du mou ment de marche . 6.8 Configurations initiale et finale d'une marche optimale 6.9 Configurations initiale et finale d'une marche optimale 6.9 Configurations initiale et finale d'une marche optimale 6.10 Évolutions des bras et avant-bras pour un balancement normal dans le plan du mouven de marche . 6.11 Évolutions des bras et avant-bras autour l'axe vertical dans le plan au mouven de marche. 6.12 Configurations initiale et finale d'une marche optimale où les bras sont solidaires du tro fistovolution des couples articulaires des parties supérieures durant un pas. 6.12 Configurations initiale et finale d'une marche optimale où les bras sont solidaires du tro fistovolution des couples articulaires des parties supérieures durant un pas. 6.14 Évolution des couples articulaires des parties supérieures durant un pas. 6.15 Évolution des couples articulaires des parties supérieures durant un pas. 6.16 Évolution des couples articulaires des parties supérieures durant un pas. 6.17 Évolution des couples articulaires des parties supérieures durant un pas. 6.18 Évolution des couples articulaires d	120
5.31 L'évolution dus critère sthénique et l'amplitude maximale en fonction de k pour pou vitesse de marche $V = 1, 0 m/s$ - Marche de type 3. 5.32 Évolution du critère sthénique en fonction de la vitesse de marche 6.1 Repères locaux liés aux corps principaux du bipède. 6.2 Variables articulaires relatives dans le plan sagittal. 6.3 Balancement normal 6.3 Balancement normal 6.4 Balancement anti-normal 6.5 Configurations initiale et finale d'une marche optimale - Rouge :gauche et bleu :droit 6.6 Évolutions des membres inférieurs et supérieurs pour un balancement normal dans le plan du mouvement de marche; $C_{\Gamma} = 5805 N^2 ms$. 6.7 Évolutions des membres supérieurs pour un balancement normal dans le plan du mou ment de marche 6.9 Configurations initiale et finale d'une marche optimale 6.10 Évolutions des bras et avant-bras pour un balancement normal dans le plan du mouven de marche. 6.11 Évolutions des bras et avant-bras autour l'axe vertical dans le plan sagittal pour C_1 5805N ² ms. . 6.12 Configurations initiale et finale d'une marche optimale où les bras sont solidaires du tro 6.10 Évolutions des bras et avant-bras autour l'axe vertical dans le plan sagittal pour C_1 5805N ² ms. 6.12 Co	120
Sist 1Determine the status0m/s - Marche de type 3.5.32Évolution du critère sthénique en fonction de la vitesse de marche6.1Repères locaux liés aux corps principaux du bipède.6.2Variables articulaires relatives dans le plan sagittal.6.3Balancement normal6.4Balancement anti-normal6.5Configurations initiale et finale d'une marche optimale - Rouge :gauche et bleu :droit6.6Évolutions des membres inférieurs et supérieurs pour un balancement normal dans le pldu mouvement de marche; $C_{\Gamma} = 5805 N^2 ms$.6.7Évolutions des membres supérieurs pour un balancement normal dans le plan du mou ment de marche6.8Configurations initiale et finale d'une marche optimale6.9Configurations initiale et finale d'une marche optimale6.10Évolutions des bras et avant-bras pour un balancement normal dans le plan du mouvem de marche.6.11Évolutions des bras et avant-bras autour l'axe vertical dans le plan sagittal pour C_{I} $5805N^2ms$.6.12Configurations initiale et finale d'une marche optimale où les bras sont solidaires du tro6.13Évolution des couples articulaires des parties inférieures durant un pas6.14Évolution des couples articulaires des parties supérieures durant un pas6.15Configurations initiale et finale d'une marche optimale avec un balancement anti-nor des bras- Type 26.16Évolution des couples articulaires des parties supérieures durant un pas6.17Évolution des couples articulaires des parties supérieures durant un pas6.18Évolution des coup	nour la
11.1.1.1.1.1.1.1.1.1.1.1.1.1.1.1.1.1.1	121
6.1 Repères locaux liés aux corps principaux du bipède. 6.2 Variables articulaires relatives dans le plan sagittal. 6.3 Balancement normal 6.4 Balancement anti-normal 6.5 Configurations initiale et finale d'une marche optimale - Rouge :gauche et bleu :droit 6.6 Évolutions des membres inférieurs et supérieurs pour un balancement normal dans le p du mouvement de marche ; $C_{\Gamma} = 5805 N^2 ms$. 6.7 Évolutions des membres supérieurs pour un balancement normal dans le plan du mou ment de marche 6.8 Configurations initiale et finale d'une marche optimale 6.9 Configurations initiale et finale d'une marche optimale 6.10 Évolutions des bras et avant-bras pour un balancement normal dans le plan du mouven de marche. 6.11 Évolutions des bras et avant-bras autour l'axe vertical dans le plan sagittal pour C_{I} $5805N^2ms$. 6.12 Configurations initiale et finale d'une marche optimale où les bras sont solidaires du tro 6.13 Évolution des couples articulaires des parties inférieures durant un pas. 6.14 Évolution des couples articulaires des parties supérieures durant un pas. 6.15 Configurations initiale et finale d'une marche optimale avec un balancement anti-nor des bras- Type 2. 6.16 Évolution des couples articulaires des parties supérieures durant un pas.	121
6.1 Repères locaux liés aux corps principaux du bipède. 6.2 Variables articulaires relatives dans le plan sagittal. 6.3 Balancement normal 6.4 Balancement anti-normal 6.5 Configurations initiale et finale d'une marche optimale - Rouge :gauche et bleu :droit 6.6 Évolutions des membres inférieurs et supérieurs pour un balancement normal dans le plan du mouvement de marche ; $C_{\Gamma} = 5805 N^2 ms.$ 6.7 Évolutions des membres supérieurs pour un balancement normal dans le plan du mouvement de marche 6.8 Configurations initiale et finale d'une marche optimale 6.9 Configurations initiale et finale d'une marche optimale 6.10 Évolutions des bras et avant-bras pour un balancement normal dans le plan du mouven de marche. 6.11 Évolutions des bras et avant-bras autour l'axe vertical dans le plan sagittal pour C_1 $5805N^2 ms.$ 6.12 Configurations initiale et finale d'une marche optimale où les bras sont solidaires du tro 6.13 Évolution des couples articulaires des parties inférieures durant un pas. 6.14 Évolution des couples articulaires des parties supérieures durant un pas. 6.15 Configurations initiale et finale d'une marche optimale avec un balancement anti-nor des bras- Type 2 6.16 Évolution des couples articulaires des parties supérieures durant u	
 6.2 Variables articulaires relatives dans le plan sagittal. 6.3 Balancement normal 6.4 Balancement anti-normal 6.5 Configurations initiale et finale d'une marche optimale - Rouge :gauche et bleu :droit 6.6 Évolutions des membres inférieurs et supérieurs pour un balancement normal dans le plan du mouvement de marche; C_Γ = 5805 N²ms. 6.7 Évolutions des membres supérieurs pour un balancement normal dans le plan du moument de marche 6.8 Configurations initiale et finale d'une marche optimale 6.9 Configurations initiale et finale d'une marche optimale 6.10 Évolutions des bras et avant-bras pour un balancement normal dans le plan du mouven de marche. 6.11 Évolutions des bras et avant-bras autour l'axe vertical dans le plan sagittal pour C₁ 5805N²ms. 6.12 Configurations initiale et finale d'une marche optimale où les bras sont solidaires du tro 15805N²ms. 6.14 Évolution des couples articulaires des parties inférieures durant un pas. 6.15 Configurations initiale et finale d'une marche optimale avec un balancement anti-nor des bras- Type 2. 6.16 Évolution des couples articulaires des parties inférieures durant un pas. 6.17 Évolution des couples articulaires des parties supérieures durant un pas. 6.18 Évolution des couples articulaires des parties supérieures durant un pas. 6.19 Évolution des couples articulaires des parties supérieures durant un pas. 6.16 Évolution des couples articulaires des parties inférieures durant un pas. 6.17 Évolution des couples articulaires des parties supérieures durant un pas. 6.18 Évolution des couples articulaires des parties supérieures durant un pas. 6.19 Évolution des couples articulaires des parties supérieures durant un pas. 6.10 Évolution des couples articulaires des parties supérieures durant un pas. 6.10 Évolution des couples articulaires des parties supérieures duran	126
 6.3 Balancement normal 6.4 Balancement anti-normal 6.5 Configurations initiale et finale d'une marche optimale - Rouge :gauche et bleu :droit 6.6 Évolutions des membres inférieurs et supérieurs pour un balancement normal dans le p du mouvement de marche ; C_Γ = 5805 N²ms. 6.7 Évolutions des membres supérieurs pour un balancement normal dans le plan du mou ment de marche 6.8 Configurations initiale et finale d'une marche optimale 6.9 Configurations initiale et finale d'une marche optimale 6.10 Évolutions des bras et avant-bras pour un balancement normal dans le plan du mouven de marche. 6.11 Évolutions des bras et avant-bras autour l'axe vertical dans le plan sagittal pour C₁ 5805N²ms. 6.12 Configurations initiale et finale d'une marche optimale où les bras sont solidaires du tro 6.13 Évolution des couples articulaires des parties inférieures durant un pas 6.14 Évolution des couples articulaires des parties supérieures durant un pas. 6.15 Configurations initiale et finale d'une marche optimale avec un balancement anti-nor des bras- Type 2 6.16 Évolutions des bras et jambes pour balancement anti-normal. 6.17 Évolution des couples articulaires des parties inférieures durant un pas 6.16 Évolution des couples articulaires des parties supérieures durant un pas. 6.17 Évolution des couples articulaires des parties supérieures durant un pas 6.16 Évolution des couples articulaires des parties inférieures durant un pas 6.17 Évolution des couples articulaires des parties inférieures durant un pas 6.18 Évolution des couples articulaires des parties supérieures durant un pas 6.19 Évolution des couples articulaires des parties supérieures durant un pas 6.10 Évolution des couples articulaires des parties supérieures durant un pas 6.17 Évolution des couples articulaires des parties supérieures durant un pas 6.18 Évol	129
 6.4 Balancement anti-normal	129
 6.5 Configurations initiale et finale d'une marche optimale - Rouge :gauche et bleu :droit 6.6 Évolutions des membres inférieurs et supérieurs pour un balancement normal dans le p du mouvement de marche; C_Γ = 5805 N²ms. 6.7 Évolutions des membres supérieurs pour un balancement normal dans le plan du mou ment de marche 6.8 Configurations initiale et finale d'une marche optimale 6.9 Configurations initiale et finale d'une marche optimale 6.10 Évolutions des bras et avant-bras pour un balancement normal dans le plan du mouven de marche. 6.11 Évolutions des bras et avant-bras autour l'axe vertical dans le plan sagittal pour C₁ 5805N²ms. 6.12 Configurations initiale et finale d'une marche optimale où les bras sont solidaires du tro 5805N²ms. 6.12 Configurations initiale et finale d'une marche optimale où les bras sont solidaires du tro 6.13 Évolution des couples articulaires des parties inférieures durant un pas. 6.14 Évolution des couples articulaires des parties supérieures durant un pas. 6.15 Configurations initiale et finale d'une marche optimale avec un balancement anti-nor des bras- Type 2. 6.16 Évolution des couples articulaires des parties supérieures durant un pas. 6.17 Évolution des couples articulaires des parties inférieures durant un pas. 6.18 Évolution des couples articulaires des parties supérieures durant un pas. 6.19 Évolution des couples articulaires des parties supérieures durant un pas. 6.16 Évolution des couples articulaires des parties supérieures durant un pas. 6.17 Évolution des couples articulaires des parties supérieures durant un pas. 6.18 Évolution des couples articulaires des parties supérieures durant un pas. 6.19 Évolution des couples articulaires des parties supérieures durant un pas. 6.20 Évolution des couples articulaires des parties supérieures durant un pas; C_{Rimpact} < 15. 6.20 Évol	130
 6.6 Évolutions des membres inférieurs et supérieurs pour un balancement normal dans le p du mouvement de marche ; C_Γ = 5805 N²ms. 6.7 Évolutions des membres supérieurs pour un balancement normal dans le plan du mou ment de marche 6.8 Configurations initiale et finale d'une marche optimale 6.9 Configurations initiale et finale d'une marche optimale 6.10 Évolutions des bras et avant-bras pour un balancement normal dans le plan du mouven de marche. 6.11 Évolutions des bras et avant-bras autour l'axe vertical dans le plan sagittal pour C_I 5805N²ms. 6.12 Configurations initiale et finale d'une marche optimale où les bras sont solidaires du tro 6.13 Évolution des couples articulaires des parties supérieures durant un pas. 6.14 Évolutions initiale et finale d'une marche optimale avec un balancement anti-nor des bras- Type 2. 6.16 Évolution des couples articulaires des parties inférieures durant un pas. 6.17 Évolution des couples articulaires des parties inférieures durant un pas. 6.18 Évolution des couples articulaires des parties inférieures durant un pas. 6.19 Évolution des couples articulaires des parties inférieures durant un pas. 6.10 Évolution des couples articulaires des parties inférieures durant un pas. 6.16 Évolution des couples articulaires des parties inférieures durant un pas. 6.17 Évolution des couples articulaires des parties inférieures durant un pas. 6.18 Évolution des couples articulaires des parties inférieures durant un pas. 6.18 Évolution des couples articulaires des parties supérieures durant un pas. 6.19 Évolution des couples articulaires des parties supérieures durant un pas. 6.19 Évolution des couples articulaires des parties supérieures durant un pas. 6.20 Évolution des couples articulaires des parties supérieures durant un pas; C_{Rimpact} < 15. 6.20 Évolution des couples articulaires des	<mark>oit</mark> 131
 du mouvement de marche ; C_Γ = 5805 N²ms. 6.7 Évolutions des membres supérieurs pour un balancement normal dans le plan du mou ment de marche 6.8 Configurations initiale et finale d'une marche optimale 6.9 Configurations initiale et finale d'une marche optimale 6.10 Évolutions des bras et avant-bras pour un balancement normal dans le plan du mouven de marche. 6.11 Évolutions des bras et avant-bras autour l'axe vertical dans le plan sagittal pour C_I 5805N²ms. 6.12 Configurations initiale et finale d'une marche optimale où les bras sont solidaires du tro f.13 Évolution des couples articulaires des parties inférieures durant un pas. 6.14 Évolutions initiale et finale d'une marche optimale avec un balancement anti-nor des bras- Type 2. 6.16 Évolutions des bras et jambes pour balancement anti-normal. 6.17 Évolution des couples articulaires des parties inférieures durant un pas. 6.16 Évolutions des bras et jambes pour balancement anti-normal. 6.17 Évolution des couples articulaires des parties inférieures durant un pas. 6.16 Évolutions des bras et jambes pour balancement anti-normal. 6.17 Évolution des couples articulaires des parties inférieures durant un pas. 6.16 Évolution des couples articulaires des parties supérieures durant un pas. 6.17 Évolution des couples articulaires des parties inférieures durant un pas. 6.18 Évolution des couples articulaires des parties supérieures durant un pas. 6.19 Évolution des couples articulaires des parties supérieures durant un pas. 6.19 Évolution des couples articulaires des parties supérieures durant un pas. 6.20 Évolution des couples articulaires des parties supérieures durant un pas ; C_{Rimpact} < 15. 6.20 Évolution des couples articulaires des parties supérieures durant un pas ; C_{Rimpact} < 15. 	le plan
 6.7 Évolutions des membres supérieurs pour un balancement normal dans le plan du moument de marche 6.8 Configurations initiale et finale d'une marche optimale 6.9 Configurations initiale et finale d'une marche optimale 6.10 Évolutions des bras et avant-bras pour un balancement normal dans le plan du mouven de marche. 6.11 Évolutions des bras et avant-bras autour l'axe vertical dans le plan sagittal pour C_I 5805N²ms. 6.12 Configurations initiale et finale d'une marche optimale où les bras sont solidaires du tro 6.13 Évolution des couples articulaires des parties inférieures durant un pas. 6.14 Évolutions initiale et finale d'une marche optimale avec un balancement anti-nor des bras- Type 2. 6.16 Évolutions des bras et jambes pour balancement anti-normal. 6.17 Évolution des couples articulaires des parties inférieures durant un pas. 6.16 Évolutions des bras et jambes pour balancement anti-normal. 6.17 Évolution des couples articulaires des parties inférieures durant un pas. 6.18 Évolution des couples articulaires des parties inférieures durant un pas. 6.16 Évolution des couples articulaires des parties inférieures durant un pas. 6.17 Évolution des couples articulaires des parties inférieures durant un pas. 6.18 Évolution des couples articulaires des parties inférieures durant un pas. 6.19 Évolution des couples articulaires des parties supérieures durant un pas. 6.19 Évolution des couples articulaires des parties supérieures durant un pas. 6.20 Évolution des couples articulaires des parties supérieures durant un pas; C_{Rimpact} < 15. 6.20 Évolution des couples articulaires des parties supérieures durant un pas; C_{Rimpact} < 15. 	131
 ment de marche 6.8 Configurations initiale et finale d'une marche optimale 6.9 Configurations initiale et finale d'une marche optimale 6.10 Évolutions des bras et avant-bras pour un balancement normal dans le plan du mouven de marche. 6.11 Évolutions des bras et avant-bras autour l'axe vertical dans le plan sagittal pour C₁ 5805N²ms. 6.12 Configurations initiale et finale d'une marche optimale où les bras sont solidaires du tro 6.13 Évolution des couples articulaires des parties inférieures durant un pas. 6.14 Évolution des couples articulaires des parties supérieures durant un pas. 6.15 Configurations initiale et finale d'une marche optimale avec un balancement anti-nor des bras- Type 2. 6.16 Évolutions des bras et jambes pour balancement anti-normal. 6.17 Évolution des couples articulaires des parties inférieures durant un pas. 6.18 Évolution des couples articulaires des parties inférieures durant un pas. 6.16 Évolutions des bras et jambes pour balancement anti-normal. 6.17 Évolution des couples articulaires des parties supérieures durant un pas. 6.18 Évolution des couples articulaires des parties supérieures durant un pas. 6.19 Évolution des couples articulaires des parties supérieures durant un pas. 6.19 Évolution des couples articulaires des parties supérieures durant un pas. 6.20 Évolution des couples articulaires des parties supérieures durant un pas; C_{Rimpact} < 15. 6.20 Évolution des couples articulaires des parties supérieures durant un pas; C_{Rimpact} < 15. 	mouve-
 6.8 Configurations initiale et finale d'une marche optimale 6.9 Configurations initiale et finale d'une marche optimale 6.10 Évolutions des bras et avant-bras pour un balancement normal dans le plan du mouven de marche. 6.11 Évolutions des bras et avant-bras autour l'axe vertical dans le plan sagittal pour C_I 5805N²ms. 6.12 Configurations initiale et finale d'une marche optimale où les bras sont solidaires du tro 6.13 Évolution des couples articulaires des parties inférieures durant un pas. 6.14 Évolution des couples articulaires des parties supérieures durant un pas. 6.15 Configurations initiale et finale d'une marche optimale avec un balancement anti-nor des bras- Type 2. 6.16 Évolution des couples articulaires des parties inférieures durant un pas. 6.17 Évolution des couples articulaires des parties inférieures durant un pas. 6.18 Évolution des couples articulaires des parties inférieures durant un pas. 6.16 Évolutions des bras et jambes pour balancement anti-normal. 6.17 Évolution des couples articulaires des parties inférieures durant un pas. 6.18 Évolution des couples articulaires des parties supérieures durant un pas. 6.19 Évolution des couples articulaires des parties supérieures durant un pas; C_{Rimpact} < 15. 6.20 Évolution des couples articulaires des parties supérieures durant un pas; C_{Rimpact} < 15. 	132
 6.9 Configurations initiale et finale d'une marche optimale 6.10 Évolutions des bras et avant-bras pour un balancement normal dans le plan du mouven de marche. 6.11 Évolutions des bras et avant-bras autour l'axe vertical dans le plan sagittal pour C₁ 5805N²ms. 6.12 Configurations initiale et finale d'une marche optimale où les bras sont solidaires du tro 6.13 Évolution des couples articulaires des parties inférieures durant un pas. 6.14 Évolution des couples articulaires des parties supérieures durant un pas. 6.15 Configurations initiale et finale d'une marche optimale avec un balancement anti-nor des bras- Type 2. 6.16 Évolution des couples articulaires des parties inférieures durant un pas. 6.17 Évolution des couples articulaires des parties inférieures durant un pas. 6.18 Évolution des couples articulaires des parties inférieures durant un pas. 6.19 Évolution des couples articulaires des parties inférieures durant un pas. 6.19 Évolution des couples articulaires des parties supérieures durant un pas. 6.19 Évolution des couples articulaires des parties supérieures durant un pas. 6.19 Évolution des couples articulaires des parties supérieures durant un pas; C_{Rimpact} < 15. 6.20 Évolution des couples articulaires des parties supérieures durant un pas; C_{Rimpact} < 15. 	132
 6.10 Évolutions des bras et avant-bras pour un balancement normal dans le plan du mouven de marche. 6.11 Évolutions des bras et avant-bras autour l'axe vertical dans le plan sagittal pour C_I 5805N²ms. 6.12 Configurations initiale et finale d'une marche optimale où les bras sont solidaires du tro 6.13 Évolution des couples articulaires des parties inférieures durant un pas. 6.14 Évolution des couples articulaires des parties supérieures durant un pas. 6.15 Configurations initiale et finale d'une marche optimale avec un balancement anti-nor des bras- Type 2. 6.16 Évolutions des bras et jambes pour balancement anti-normal. 6.17 Évolution des couples articulaires des parties inférieures durant un pas. 6.18 Évolution des couples articulaires des parties supérieures durant un pas. 6.19 Évolution des couples articulaires des parties inférieures durant un pas. 6.16 Évolution des couples articulaires des parties inférieures durant un pas. 6.17 Évolution des couples articulaires des parties inférieures durant un pas. 6.18 Évolution des couples articulaires des parties supérieures durant un pas. 6.19 Évolution des couples articulaires des parties supérieures durant un pas; C_{Rimpact} < 15. 6.20 Évolution des couples articulaires des parties supérieures durant un pas; C_{Rimpact} < 15. 	133
 de marche. 6.11 Évolutions des bras et avant-bras autour l'axe vertical dans le plan sagittal pour C_I 5805N²ms. 6.12 Configurations initiale et finale d'une marche optimale où les bras sont solidaires du tro 6.13 Évolution des couples articulaires des parties inférieures durant un pas 6.14 Évolution des couples articulaires des parties supérieures durant un pas. 6.15 Configurations initiale et finale d'une marche optimale avec un balancement anti-nor des bras- Type 2. 6.16 Évolutions des bras et jambes pour balancement anti-normal. 6.17 Évolution des couples articulaires des parties inférieures durant un pas. 6.18 Évolution des couples articulaires des parties supérieures durant un pas. 6.19 Évolution des couples articulaires des parties supérieures durant un pas; C_{Rimpact} < 15. 6.20 Évolution des couples articulaires des parties supérieures durant un pas; C_{Rimpact} < 15. 	vement
 6.11 Évolutions des bras et avant-bras autour l'axe vertical dans le plan sagittal pour C₁ 5805N²ms. 6.12 Configurations initiale et finale d'une marche optimale où les bras sont solidaires du tro 6.13 Évolution des couples articulaires des parties inférieures durant un pas. 6.14 Évolution des couples articulaires des parties supérieures durant un pas. 6.15 Configurations initiale et finale d'une marche optimale avec un balancement anti-nor des bras- Type 2. 6.16 Évolutions des bras et jambes pour balancement anti-normal. 6.17 Évolution des couples articulaires des parties inférieures durant un pas. 6.18 Évolution des couples articulaires des parties inférieures durant un pas. 6.19 Évolution des couples articulaires des parties supérieures durant un pas; C_{Rimpact} < 15. 6.20 Évolution des couples articulaires des parties supérieures durant un pas; C_{Rimpact} < 15. 	133
 5805N²ms. 6.12 Configurations initiale et finale d'une marche optimale où les bras sont solidaires du tro 6.13 Évolution des couples articulaires des parties inférieures durant un pas 6.14 Évolution des couples articulaires des parties supérieures durant un pas. 6.15 Configurations initiale et finale d'une marche optimale avec un balancement anti-nor des bras- Type 2 6.16 Évolutions des bras et jambes pour balancement anti-normal. 6.17 Évolution des couples articulaires des parties inférieures durant un pas 6.18 Évolution des couples articulaires des parties supérieures durant un pas 6.19 Évolution des couples articulaires des parties inférieures durant un pas; C_{Rimpact} < 15. 6.20 Évolution des couples articulaires des parties supérieures durant un pas; C_{Rimpact} < 15. 	$C_{\Gamma} =$
 6.12 Configurations initiale et finale d'une marche optimale où les bras sont solidaires du tra Évolution des couples articulaires des parties inférieures durant un pas. 6.14 Évolution des couples articulaires des parties supérieures durant un pas. 6.15 Configurations initiale et finale d'une marche optimale avec un balancement anti-nor des bras- Type 2. 6.16 Évolutions des bras et jambes pour balancement anti-normal. 6.17 Évolution des couples articulaires des parties inférieures durant un pas. 6.18 Évolution des couples articulaires des parties supérieures durant un pas. 6.19 Évolution des couples articulaires des parties supérieures durant un pas. 6.19 Évolution des couples articulaires des parties inférieures durant un pas; C_{Rimpact} < 15. 6.20 Évolution des couples articulaires des parties supérieures durant un pas; C_{Rimpact} < 15. 	134
 6.13 Évolution des couples articulaires des parties inférieures durant un pas	tronc 134
 6.14 Évolution des couples articulaires des parties supérieures durant un pas. 6.15 Configurations initiale et finale d'une marche optimale avec un balancement anti-nor des bras- Type 2. 6.16 Évolutions des bras et jambes pour balancement anti-normal. 6.17 Évolution des couples articulaires des parties inférieures durant un pas. 6.18 Évolution des couples articulaires des parties supérieures durant un pas. 6.19 Évolution des couples articulaires des parties inférieures durant un pas; C_{Rimpact} < 15. 6.20 Évolution des couples articulaires des parties supérieures durant un pas; C_{Rimpact} < 15. 	135
 6.15 Configurations initiale et finale d'une marche optimale avec un balancement anti-nor des bras- Type 2	135
des bras- Type 2	normal
6.16 Évolutions des bras et jambes pour balancement anti-normal	136
6.17 Évolution des couples articulaires des parties inférieures durant un pas 6.18 Évolution des couples articulaires des parties supérieures durant un pas 6.19 Évolution des couples articulaires des parties inférieures durant un pas ; $C_{Rimpact} < 15$. 6.20 Évolution des couples articulaires des parties supérieurs durant un pas ; $C_{Rimpact} < 15$. 6.21 Évolution des angles relatife des bres	136
6.18 Évolution des couples articulaires des parties supérieures durant un pas. 6.19 Évolution des couples articulaires des parties inférieures durant un pas; $C_{Rimpact} < 15$. 6.20 Évolution des couples articulaires des parties supérieurs durant un pas; $C_{Rimpact} < 15$. 6.21 Évolution des angles relatife des hars	137
6.19 Évolution des couples articulaires des parties inférieures durant un pas ; $C_{Rimpact} < 15$. 6.20 Évolution des couples articulaires des parties supérieurs durant un pas ; $C_{Rimpact} < 15$. 6.21 Évolution des angles relatife des bres	137
6.20 Évolution des couples articulaires des parties supérieurs durant un pas ; $C_{Rimpact} < 15$.	15 139
6.21 Évolution des angles relatifs des bres	15 139
0.21 Evolution des angles relatifs des Dras.	140
6.22 Évolution des valeurs articulaires des bras pour un balancement normal	140

Bibliographie

- [1] S. Alfayad. Robot humanoïde HYDROïD : Actionnement, Structure Cinématique et Stratégie de contrôle. PhD thesis, Université Versailles Saint Quentin, Paris, Novembre 2009. 10, 16, 125
- [2] Y. Aoustin and A.M. Formal'skii. On optimal swinging of the biped arms. *International Conference* on *Intelligent Robots, IROS*, pages 2922 2927, 2008. 14, 34
- [3] Y. Aoustin and A.M. Formalskii. 3D walking biped : optimal swing of the arms. *Multibody System Dynamics*, pages 1–12, 2013. 13
- [4] P. Appell. Dynamique des systèmes, mécanique analytique. Gauthiers-Villars, 1931. 25
- [5] A. Barclay, Ph. Gill, and J. Ben Rosen. SQP methods and their application to numerical optimal control. In WernerH. Schmidt, Knut Heier, Leonhard Bittner, and Roland Bulirsch, editors, Variational Calculus, Optimal Control and Applications, volume 124 of International Series of Numerical Mathematics, pages 207–222. Birkhäuser Basel, 1998. 39
- [6] A. Barliya, L. Omlor, M. Giese, and Flash T. An analytical formulation of the law of intersegmental coordination during human locomotion. *Experimental Brain Research*, 193:371 385, 2009. 16, 83, 84, 150
- [7] G. Bessonnet, S. Chessé, and P. Sardain. Optimal gait synthesis of a seven-link planar biped. *The Int. J. of Robotics Research*, 33 :1059 1073, 2004. 12, 39
- [8] G. Bessonnet, P. Seguin, and P. Sardain. A parametric optimization approach to walking pattern synthesis. *The International Journal of Robotics Research*, 24, no. 7 :523 536, 2005. 39, 53
- [9] SM. Bruijn, OG. Meijer, PJ. Beek, and JH. Dieën. The effects of arm swing on human gait stability. *Exp Biol*, 213 :3945 3952, 2010. 14
- [10] I. Carpinella, P. Crenna, M. Rabuffetti, and M. Ferrarin. Coordination between upper and lower limb movements is different during overground and treadmill walking. *European Journal of Applied Physiology*, 108 :71 – 82, 2010. 16
- [11] C. Chevallereau and Y. Aoustin. Optimal reference trajectories for walking and running of a biped robot. *Robotica*, 19:557 – 569, August 2001. 12, 39, 43, 53, 144
- [12] C. Chevallereau, G. Bessonnet, G. Abba, and Y. Aoustin. Bipedal Robots. ISTE Wiley, 2009. 26, 43
- [13] P. Coiffet. Robot habilis, robot sapiens : Histoire, développements et futurs de la robotique. Hermes Science Publications, 1993. 9
- [14] T. Coleman, M. Branch, and A. Grace. Optimization toolbox for use with MATLAB User's Guide. Mathworks Inc., 1999. 39

- [15] S.H. Collins and A. Ruina. A bipedal walking robot with efficient and human-like gait. In *Proceedings* of the 2005 IEEE International Conference on Robotics and Automation, ICRA, pages 1983–1988, 2005. 13
- [16] Steven H. Collins. Dynamic walking principles applied to human gait. *Ph.D. University of Michigan*, April 2008. 13, 14, 16, 41, 63, 93, 95, 128, 143
- [17] Steven H. Collins, Peter G. Adamczyk, and Arthur D. Kuo. Dynamic arm swinging in human walking. *Proceedings of the Royal Society B : Biological Sciences*, 276:3679 – 3688, 2009. 13, 14, 15, 21, 41, 63, 69, 93, 95, 101, 128, 140, 143, 149
- [18] R. Craik, R. Herman, and F.R. Finley. Human solutions for locomotion : interlimb coordination. In Neural control of locomotion, pages 51–64, 1976 New York. 16
- [19] A. Dasgupta and Y. Nakamura. Making feasible walking motion of humanoid robots from human motion capture data. In Proceedings of the IEEE International Conference on Robotics and Automation, 1999. 9
- [20] J. Denavit and R.S. Hartenberg. A kinematic notation for lower pair mechanisms based on matrices. *Transaction of the ASME, Journal of Applied Mechanics*, 22:215–221, 1955. 127
- [21] JM. Donelan, R. Kram, and AD. Kuo. Mechanical and metabolic determinants of the preferred step width in human walking. *Proceedings of the Royal Society of London [Biolological Sciences]*, 268:1985–1992, 2001. 15
- [22] S. Donker, Th. Mulder, B. Nienhuis, and J. Duysens. Adaptations in arm movements for added mass to wrist or ankle during walking. *Experimental Brain Research*, 146:26 – 31, 2002. 95
- [23] ST Eke-Okoro, M Gregoric, and LE Larsson. Alterations in gait resulting from deliberate changes of arm-swing amplitude and phase. *Clinical Biomechanics*, 12:516–521, 1997. 16
- [24] MP. Ford, RC. Wagenaar, and KM. Newell. Arm constraint and walking in healthy adults. *Gait & Posture*, 26(1):135 141, 2007. 16
- [25] D. Galdeano, A. Chemori, S. Krut, and P. Fraisse. Optimal pattern generator for dynamic walking in humanoid robotics. In 10th International Multi-Conference on Systems, Signals & Devices (SSD), pages 1–6, 2013. 13
- [26] A. Hamon. Influence de la cinématique d'une articulation de genou polycentrique sur la marche d'un robot bipède. PhD thesis, Université de Nantes, 2011. 13, 53
- [27] C. Hayot. Analyse biomécanique 3D de la marche humaine : comparaison des modèles mécaniques. [s.n.], 2010. 9
- [28] RN. Hinrichs. Whole body movement : Coordination of arms and legs in walking and running. In JM. Winters and SY. Woo, editors, *Multiple Muscle Systems*, pages 694–705. Springer New York, 1990.
 16
- [29] RN. Hinrichs, PR. Cavanagh, and KR. Williams. Upper extremity function in running : Center of mass and propulsion considerations. *International Journal of Sport Biomechanics*, 3 :222–241, 1987. 16
- [30] K. Hirai, M. Hirose, Y. Haikawa, and T. Takenaka. The development of honda humanoid robot. In *Robotics and Automation, 1998. Proceedings. 1998 IEEE International Conference on*, volume 2, pages 1321–1326 vol.2, 1998. 11

- [31] M. Hobon. *Modélisation et optimisation de la marche d'un robot bipède avec genoux anthropomorphiques*. PhD thesis, ParisTech, 2012. 13
- [32] M. Hobon, N. Lakbkbi Elyaaqoubi, and G. Abba. Marche quasi-optimale d'un robot bipède avec contact roulant au niveau des genoux. In 20 éme Congrès Français de Mécanique, 2011. 53
- [33] D. Houcque. Applications of MATLAB. In Ordinary Differential Equations (ODE). Robert R. Mc-Cormick School of Engineering and Applied Science-Northwestern University, Evanston, 2008. 98
- [34] Y. Hurmuzlu. Dynamics of bipedal gait; part i : Objective functions and the contact event of a planar five-link biped. ASME Journal of Applied Mechanics, vol 60, no. 2 :331–336, 1993. 12, 53
- [35] KM. Jackson, J. Joseph, and SJ. Wyard. A mathematical model of arm swing during human locomotion. *Journal of Biomechanics*, 11:277 – 289, 1978. 16
- [36] A. Jameson, W. Schmidt, and E. et al. Turkel. Numerical solutions of the euler equations by finite volume methods using runge-kutta time-stepping schemes. *AIAA paper*, 81 :1259, 1981. 98
- [37] S. Kajita, H. Hirukawa, K. Harada, and K. Yokoi. *Introduction á la commande des robots humanoïdes*. Springer, 2009. 26, 43
- [38] S. Kajita, F. Kanehiro, K. Kaneko, K. Fujiwara, K. Harada, K. Yokoi, and H. Hirukawa. Resolved momentum control : humanoid motion planning based on the linear and angular momentum. *Proceedings in IEEE/RSJ International Conference on Intelligent Robots and Systems, IROS*, 2 :1644 – 1650, 2003. 13
- [39] W. Khalil and E. Dombre. *Modélisation, identification et commande des robots*. Hermès Science Publications, Paris, 2e édition., 1999. 24, 29
- [40] W. Khalil and E. Dombre. *Modeling, identification and control of robots*. Hermes Sciences Europe, 2002. 127
- [41] W. Khalil and J.F. Kleinfinger. A new geometric notation for open and closed loop robots. Proc. of the IEEE Conference on Robotics and Automation, pages 1174–1180, 1986. 127
- [42] BH. Kim. Optimal foot trajectory planning of bipedal robots based on a measure of falling. *International Journal of Advanced Robotic Systems, Guangming Xie (Ed.), ISBN*, pages 1729–8806, 2012.
 13
- [43] M. Kubo, RC. Wagenaar, E. Saltzman, and KG. Holt. Biomechanical mechanism for transitions in phase and frequency of arm and leg swing during walking. *Biological Cybernetics*, 91:91–98, 2004.
 16
- [44] J. Y. S. Luh, M. W. Walker, and R. C. P. Paul. Resolved acceleration control of mechanical manipulators. *IEEE Trans. on Automatic Control*, 25(3):468–474, 1980. 127
- [45] L. Fernandez M. Ballesteros, F. Buchthal, and P. Rosenfalck. The pattern of muscular activity during the arm swing of natural walking. *Acta Physiologica Scandinavica*, 63 :296 – 310, 1965. 16, 88, 93, 95, 123
- [46] T. McGeer. Passive dynamic walking. *International Journal of Robotics Research*, 9(2):62–82, 1990. 10
- [47] T. McGeer. Passive walking with knees. *International Conference on Robotics and Automation, IEEE*, 3 :1640–1645, 1990. 10

- [48] S. Miossec. Contribution á l'étude de la marche d'un bipède. PhD thesis, Université de Nantes/ École Centrale de Nantes, 2004. 12, 39, 53
- [49] S. Miossec, K. Yokoi, and A. Kheddar. A method for trajectory optimization of robots having contacts or motion constraints. *IEEE Conference on Robotics, Automation and Mechatronics*, pages 1–6, 2006.
 53
- [50] X. Mu and Q. Wu. Synthesis of a complete sagittal gait cycle for a five-link biped robot. *Robotica*, 21:581–587, 2003. 12, 39
- [51] X. Mu and Q. Wu. A complete dynamic model of five-link bipedal walking. *Proceedings of the American Control Conference*, 6:4926 4931, 2006. 12, 39
- [52] A. Muraro. *Génération de mouvements optimaux pour un robot quadrupède*. PhD thesis, Ecole Centrale de Nantes et Université de Nantes, 2002. 39
- [53] A. Muraro, C. Chevallereau, and Y. Aoustin. Optimal trajectories of a quadruped robot with trot, amble and curvet gaits for two energetic criteria. *Multibody System Dynamics*, 9:39 62, 2003. 43
- [54] J. D. Ortega, L. A. Fehlman, and C. T. Farley. Effects of aging and arm swing on the metabolic cost of stability in human walking. *Journal of Biomechanics*, 41:3303 3308, 2008. 14, 15
- [55] J. Park. Synthesis of natural arm swing motion in human bipedal walking. *Journal of Biomechanics*, 41:1417 1426, 2008. 15
- [56] R.P. Paul. Robot Manipulators, Mathematics, Programming, and Control : The Computer Control of Robot Manipulators. MIT series in artificial intelligence. MIT Press, 1981. 29
- [57] H. Pontzer, J. H. Holloway 3rd, D. A. Raichlen, and D.E. Lieberman. Control and function of arm swing in human walking and running. *The Journal of Experimental Biology*, 212:523 534, 2009.
 16
- [58] M. Popovic, A. Hofmann, and H. Herr. Angular momentum regulation during human walking : biomechanics and control. *Proceedings of the International Conference on Robotics and Automation*, pages 2405 – 2411, 2004. 14
- [59] H. Qiang, K. Yokoi, S. Kajita, K. Kaneko, H. Arai, N. Koyachi, and K. Tanie. Planning walking patterns for a biped robot. *IEEE Transactions on Robotics and Automation*, 17:280–289, 2001. 53
- [60] C. Rengifo, B. Kaddar, Y. Aoustin, and C. Chevallereau. Reactive power compensation in mechanical systems. In *The Second Joint International Conference on Multibody System Dynamics (IMSD)*, *Stuttgart, Germany*, 2012. 145
- [61] Hinrichs R.N. and Cavanagh P.R. Upper extremity function during treadmill walking. *Med. Sci. Sports Exerc.*, 13 :96, 1981. 14
- [62] L. Roussel, C. Canudas-De-Wit, and A. Goswami. Generation of energy optimal complete gait cycles for biped robots. *Proceedings*. 1998 IEEE International Conference on Robotics and Automation, 3 :2036 –2041, 1998. 12, 39, 53
- [63] S. S. Anderson, M. Wisse, C. Atkeson, J. Hodgins, and G. Zeglin. Powered bipeds based on passive dynamic principles. *International Conference on Humanoid Robots, 5th IEEE-RAS*, pages 110–116, 2005. 11
- [64] M. Wisse et A. Ruina S. Collins. A three-dimensional passive dynamic walking robot with two legs and knees. *International Journal of Robotics Research*, 20:607–615, 2001. 11

- [65] T. Saïdouni. *Synthèse numérique d'allures de marche optimales de robots bipèdes anthropomorphes.* PhD thesis, Université de Poitiers, 2005. 39
- [66] N. Shafii, A. Khorsandian, A. Abdolmaleki, and B. Jozi. An optimized gait generator based on fourier series towards fast and robust biped locomotion involving arms swing. *ICAL '09. IEEE International Conference on Automation and Logistics*, pages 2018 – 2023, 2009. 13
- [67] M. Shibukawa, K. Sugitani, R. Hong, K. Kasamatsu, S. Suzuki, and S.P. Ninomija. The relationship between arm movement and walking stability in bipedal walking. *Engineering in Medicine and Biology Society. Proceedings of the 23rd Annual International Conference of the IEEE*, 2 :1139–1144, 2001. 15
- [68] W. Suleiman, E. Yoshida, F. Kanehiro, J.P. Laumond, and A. Monin. On human motion imitation by humanoid robot. In 2008 IEEE International Conference on Robotics and Automation, pages 2697 – 2764, 2008. 9
- [69] D. Tlalolini, Y. Aoustin, and C. Chevallereau. Design of a walking cyclic gait with single support phases and impacts for the locomotor system of a thirteen-link 3d biped using the parametric optimization. *Multibody System Dynamics*, 23 :33 56, 2010. 12, 39
- [70] D. Tlalolini Romero. *Génération de mouvements optimaux de marche pour des robots bipèdes 3D*. PhD thesis, Ecole Centrale de Nantes, Nantes, France, Decembre 2008. 39, 53
- [71] BR. Umberger. Effects of suppressing arm swing on kinematics, kinetics, and energetics of human walking. *Journal of Biomechanics*, 41(11):2575–2580, 2008. 14
- [72] M. Vukobratovic and J. Stepanenko. On the stability of anthropomorphic systems. *Mathematical Biosciences.*, 15(1):1–37, 1972. 26, 44
- [73] R.C. Wagenaar and R.E.A Van Emmerik. Resonant frequencies of arms and legs identify different walking patterns. *Journal of Biomechanics*, 33(7):853 861, 2000. 16, 111
- [74] DP. Xing and JB. Su. Arm/trunk motion generation for humanoid robot. *Science China Information Sciences, Springer*, 53 :1603 1612, 2010. 13





Thèse de Doctorat

Bassel KADDAR

Effet du balancement des bras sur la consommation énergétique durant la marche d'un robot bipède

Arms swing effects on energy consumption during walking of a biped robot

Résumé

Dans la marche humaine, il est supposé que les bras ont un mouvement passif qui diminue la consommation énergétique de la marche. La question abordée dans ce travail est le rôle des bras pour la marche d'un robot humanoïde. L'étude a deux objectifs : vérifier l'effet des bras sur l'énergie consommée durant la marche, et vérifier si le mouvement optimal des bras est passif. Nous avons d'abord défini par optimisations paramétriques des marches cycliques optimales pour un robot bipède évoluant en 2D. Différentes évolutions des bras ont été envisagées : bras attachés au tronc, bras constitués d'un ou 2 corps actionnés solidaires du tronc ou ayant un mouvement libre et bras passifs. Différentes marches plus ou moins complexes ont été abordées. La comparaison de nos résultats pour différentes vitesses de marche a montré l'intérêt d'un mouvement actif des bras. L'énergie fournie dans les articulations des bras permet de réduire la consommation énergétique globale principalement à des vitesses de marche élevées pour les différentes allures envisagées. Un mouvement passif des bras aura une grande amplitude quand la fréquence naturelle des bras coïncide avec la fréquence de la marche. L'ajout de ressorts au niveau des épaules permet d'ajuster la fréquence naturelle des bras à celle de la marche, mais malgré tout concernant la consommation énergétique des bras actifs sont plus efficaces que des bras passifs.

Une étude en 3D des marches du robot a ensuite permis de confirmer l'intérêt sur la consommation énergétique de l'actionnement des bras. Ces tests ont aussi mis en évidence le moindre coût d'une marche avec un mouvement des bras normal par rapport à un mouvement anti-normal.

Mots clés

Robot bipède, modélisation dynamique, mouvement optimal, balancement des bras.

Abstract

In human walking, it is assumed that the arms have a passive movement which reduces the energy consumption of walking. The issue addressed in this work is the role of arms on the walking of a humanoid robot. The study has two objectives: to verify the effect of arms on the energy consumption during walking, and whether the optimal movement of the arms is passive.

Firstly, by a parametric optimization, we defined optimal cyclic gaits for a biped robot moving in 2D. Different evolutions of arms were considered: arms attached to the trunk, arms consist of one-link or two links held to the trunk or having a free motion and passive arms. Different gaits, more or less complex, have been studied. The comparison of our results for different walking speeds showed the importance of active movement of the arms. The energy supplied in the joints of arms allows reducing the global energy consumption especially for high walking speeds. A passive movement of the arms will have large amplitude when the natural frequency of the arm coincides with the frequency of walking gait. Adding springs at the shoulders allows adjusting the natural frequency of the arms to that of walking gait. However, the energy consumption of active arms remains more effective than that of passive arms.

A 3D study of bipedal walking was then used to confirm the interest of arms actuation in the minimization of energy consumption. These tests show that walking with a normal arms swinging has lower cost with respect to anti-normal arms swinging.

Key Words

Biped robots, dynamic model, optimal motion, arms swing.