

Année 2011

# Étude expérimentale et théorique des moteurs Stirling à apport de chaleur externe : Application aux machines de types Bêta et Gamma

---

THÈSE DE DOCTORAT  
Discipline : Sciences de l'ingénieur  
Spécialité : Génie des Procédés

*Présentée  
et soutenue publiquement par*

**Ramla GHEITH**

*Le 14 Décembre 2011, devant le jury ci-dessous*

Président :	Jack LEGRAND	<i>Professeur, Université Nantes, France</i>
Rapporteurs :	François LANZETTA Mohamed-Chaker ZAGHDOUDI	<i>Professeur, Université de Besançon, France MC HDR, Université de Carthage, Tunisie</i>
Examineurs :	Bernard DESMET Fethi ALOUI Sassi BEN NASRALLAH Mohand TAZEROUT Abdelmajid JEMNI	<i>Professeur, Université de Valenciennes, France Professeur, Université Valenciennes, France Professeur, Université de Monastir, Tunisie Professeur, Université Nantes, France Professeur, Université de Monastir, Tunisie</i>
Membre invité :	Yvon JARNY	<i>Professeur, Université Nantes, France</i>

*Directeurs de thèse : Fethi ALOUI (France) & Sassi BEN NASRALLAH (Tunisie)*

*Co-directeur : Mohand TAZEROUT (France)*



# Remerciements

*Ce travail a été effectué au Laboratoire de Génie des Procédés, Environnement et Agroalimentaire GEPEA (UMR, CNRS 6144) commun à l'Université de Nantes et à l'École des Mines de Nantes (Département des Systèmes Énergétiques et Environnement), et l'École Nationale d'Ingénieurs de l'Université de Monastir (ENIM) au sein du Laboratoire d'Étude des Systèmes Thermiques et Énergétiques (LESTÉ).*

*Tous d'abord, je tiens à remercier Monsieur Fethi ALOUI, Professeur à l'École Nationale Supérieure d'Informatique, Automatique, Mécanique, Énergétique et Électronique (ENSIAMÉ) de l'université de Valenciennes, pour m'avoir proposé et confié cette étude. Ses conseils et ses orientations ont été déterminants dans l'aboutissement de ce travail. Qu'il trouve ici l'expression de ma plus sincère reconnaissance.*

*Mes remerciements vont également à Monsieur Sassi BEN NASRALLAH, Professeur à l'École Nationale d'Ingénieurs de Monastir, pour sa disponibilité et pour l'aide précieuse qu'il m'a apportée ; ce qui m'a permis de mener à terme ce travail dans les meilleures conditions.*

*Je remercie vivement Monsieur Jack LÉGRAND, Professeur à l'Université de Nantes et Directeur du laboratoire GEPEA, d'avoir accepté de m'intégrer dans son laboratoire, d'avoir présidé mon jury de thèse et d'examiner ce travail.*

*Je tiens également à exprimer mes sentiments de gratitude et de reconnaissance à Monsieur Mohand TAZEROUT, Professeur à l'École des Mines de Nantes, pour son soutien lors de l'élaboration de ce projet. Veuillez trouver ici l'expression de mes respects les plus sincères.*

*Je voudrais remercier Messieurs François LANZETTA et Mohamed-Chaker ZAGHDOUDI, respectivement Professeur à l'université de Besançon (France) et Maître de Conférences à l'université de Carthage (Tunisie), pour m'avoir fait l'honneur d'accepter la lourde tâche de rapporter ce travail de thèse et de participer au jury d'examen.*

*Je tiens à remercier Messieurs Bernard DESMET, Professeur émérite à l'université de Valenciennes, Abdelmajid JEMNI, Professeur à l'École Nationale d'Ingénieurs de l'université de Monastir et Yvon JARNY Professeur émérite à l'université de Nantes, pour avoir accepté d'examiner ce mémoire et participer à mon jury de thèse.*

*Je tiens à exprimer ma reconnaissance à l'ensemble du personnel technique et administratif du Département des Systèmes Énergétiques et Environnement (DSEE) de l'École des Mines de Nantes, pour leur amabilité, leurs compétences et la qualité irréprochable de leur travail.*

*Je remercie également tous mes collègues des laboratoires GEPEA (Nantes) et LESTÉ (Monastir), et tous ceux que j'ai pu croiser lors de mes séjours à l'EMN et à l'ENIM pour leurs contributions d'une façon ou d'une autre au bon déroulement de ce travail.*

*Enfin, ma reconnaissance va droit à mes parents et à ma belle mère pour leurs aides précieuses. Je n'oublierai pas mon mari, Rjadh, pour sa patience et pour m'avoir supportée durant toute la durée de cette thèse. Il a été en charge de notre enfant Nejib seul pendant toute la durée de mon séjour sur Nantes.*



## TABLE DES MATIÈRES

Table des matières .....	1
Table des figures .....	7
Liste des tableaux .....	10
Nomenclature .....	11
Introduction gÉnÉrale .....	13
<b>Chapitre 1 : Revue Bibliographique .....</b>	<b>17</b>
Partie A : PrésÉntation gÉnÉrale des moteurs Stirling : État de l'art .....	19
1. Introduction gÉnÉrale .....	19
2. principe de fonctionnement .....	20
3. cycle Stirling thÉorique .....	21
4. Classifications des moteurs Stirling .....	22
4.1. Classification selon le mode de fonctionnement .....	22
4.1.1 Simple ou double effet .....	23
4.1.2. Mono ou multiphasique .....	23
4.1.3. Résonnant ou non résonnant .....	24
4.2. Classification selon le couplage des pistons .....	24
4.2.1. Couplage rigide (moteurs cinématiques) .....	24
4.2.2. Couplage gazeux (moteurs à pistons libres) .....	24
4.2.3 Couplage liquide (fluidynes) .....	25
4.3. Classification selon l'agencement des cylindres .....	25
4.3.1. La configuration Bêta .....	25
4.3.2. La configuration Gamma .....	26
4.3.3. La configuration Alpha .....	27
5. Applications des moteurs Stirling .....	27
5.1. Domaine militaire .....	27
5.2. Domaine spatial .....	28
5.3. Conversion de l'énergie solaire en électricité .....	28
5.3.1. Centrale solaire de la Californie (USA) .....	29
5.3.2. Envirodish .....	29
5.3.2. Eurodish .....	29
5.4. Production d'électricité pour les sites isolés .....	30
5.5. Domaine de cogénération .....	31
5.6. Domaine du transport : Voiture hybride .....	32
5.7. Domaine industriel .....	32
5.8. Domaine informatique .....	33
6. ModÉlisations existantes des moteurs Stirling .....	33
6.1. Modélisations globales des moteurs Stirling .....	33
6.1.1. Analyses d'ordre zéro .....	34
6.1.2. Analyses approximatives .....	34
6.1.3. Analyses découplées (du deuxième ordre) .....	35
6.1.4. Analyses couplées (du troisième ordre) .....	35
6.2. Modélisation fines des moteurs Stirling .....	35
6.3. Modélisations par les logiciels de simulation CFD .....	36
6.4. Logiciel de simulation propre aux moteurs Stirling .....	37
6.4.1. Le logiciel Martini-Weiss .....	37
6.4.2. Le logiciel SNAPpro .....	37
6.4.3. Le logiciel PROSA .....	37
7. ParamÉtres d'optimisation d'un moteur Stirling .....	38
7.1. Fluide de travail .....	38

7.2. Paramètres géométriques .....	39
7.2.1. Taux de compression .....	39
7.2.2. Déphasage entre le mouvement des pistons .....	39
7.2.3. Nature du mouvement des pistons .....	39
7.2.4. Rapport des surfaces d'échanges .....	40
7.2.5. Volume mort dans le moteur .....	40
7.2.6. Géométrie du réchauffeur et du refroidisseur .....	41
7.3. Paramètres de fonctionnement du moteur .....	42
7.3.1. Températures des sources de chaleur.....	42
7.3.2. Vitesse de rotation .....	42
7.3.3. Pression initiale de charge.....	42
7.4. Paramètres du régénérateur .....	43
7.4.1. Dimension du régénérateur .....	43
7.4.2. Matériau constituant le milieu poreux .....	43
7.4.3. Porosité.....	44
7.4.4. Structure des pores et distribution du matériau dans le régénérateur .....	47
8. Conclusion.....	47
Partie B : Méthodologie de planification des expériences .....	49
1. Introduction .....	49
2. Définitions .....	50
2.1. Facteur .....	50
2.2. Réponse .....	50
2.3. Facteur Significatif .....	50
2.4. Niveaux d'un facteur .....	50
2.5. Action ou interaction .....	50
3. Principe.....	50
4. Construction pratique des plans d'expérience : Plan factoriel complet à 2 niveaux .....	51
5. Modélisation .....	53
6. Plans centraux composites.....	54
7. Analyse Statique des résultats .....	55
7.1. Test de Student .....	56
7.2. Test de Fisher .....	56
7.3. Notion de résidus.....	57
7.4. Test de signification de la régression .....	57
8. Conclusion.....	58
<b>Chapitre 2 : Étude thermodynamique des moteurs Stirling :</b>	
<b>Modélisation globale .....</b>	<b>59</b>
1. Introduction .....	61
2. Modèle adiabatique avec l'hypothèse d'un gaz réel.....	61
2.1. Hypothèses simplificatrices du modèle adiabatique.....	61
2.2. Détermination des capacités calorifiques pour un gaz de Van Der Waals .....	62
2.3. Détermination de l'évolution de la masse et de la pression dans un moteur Stirling.....	64
2.3.1. Évolution de masse dans les échangeurs de chaleur.....	64
2.3.2. Évolution de la masse dans les espaces de travail.....	65
2.3.3. Évolution de la pression dans un moteur Stirling.....	67
2.4. Évolution du débit massique aux différentes interfaces d'un moteur Stirling .....	68
2.5. Évolution des flux de chaleur et des températures dans les différents compartiments du moteur.....	69
3. modèle quasi-stationnaire pour un Gaz réel.....	70
3.1. Hypothèse adoptées .....	70
3.2. Variation de la température des parois du régénérateur .....	71

3.3. Variations des flux de chaleur dans les différents compartiments du moteur .....	71
3.4. Variation de la pression dans le moteur .....	73
3.5. Variation des flux de masse dans le moteur .....	74
3.6. Variation des températures dans les différents compartiments .....	75
4. Méthode de résolution.....	76
5. Conclusion.....	77

### **Chapitre 3 : Dispositifs expérimentaux utilisés et techniques de mesures associées.....79**

1. Introduction .....	81
2. moteur Stirling de configuration Bêta .....	81
2.1. Les différents éléments du moteur Bêta .....	81
2.1.1. Espaces de travail et sources de chaleur .....	82
2.1.2. Le régénérateur .....	82
2.1.3. Système d'entraînement .....	83
2.2. Instrumentation du moteur Bêta .....	83
2.2.1. Capteur pression.....	84
2.2.2. Thermocouples.....	84
2.2.3. Capteur de position.....	85
2.2.4. Cellule photoélectrique.....	85
2.3. Systèmes d'acquisition .....	85
2.4. Programmes d'acquisition .....	86
2.4.1. Acquisition des températures.....	86
2.4.2. Acquisition de la pression et du volume.....	86
2.5. Isolation du moteur Stirling Bêta .....	86
2.6. Incertitudes de mesures .....	87
3. moteur Stirling de type Gamma .....	88
3.1. Présentation du moteur .....	88
3.2. Instrumentation du moteur Gamma.....	89
3.2.1. Les thermocouples.....	90
3.2.2. Capteur de pression .....	90
3.2.3 Capteur de force .....	90
3.2.4. Débitmètre .....	90
3.2.5. Le codeur angulaire.....	91
3.2.6. Instrumentation du régénérateur.....	91
3.3. Centrale d'acquisition.....	92
3.4. Incertitudes de mesures .....	93
4. Conclusion.....	94

### **Chapitre 4 : Caractérisations expérimentales des moteurs Stirling Bêta et Gamma .....95**

Partie A : Étude Expérimentale du moteur Stirling Bêta .....	97
1. Introduction .....	97
2. Variation du volume dans le moteur Stirling Bêta.....	97
3. Variation de la pression .....	98
4. Variations de la température des deux espaces de travail.....	101
5. diagramme Indicateur .....	102
6. Quantités de chaleur échangées dans les Échangeurs de chaleur du moteur Stirling Bêta ...	103
7. Caractérisation de la perte par convection dans le régénérateur .....	106
8. Estimation des pertes globales dans le moteur Bêta .....	107
9. Comparaison des performances du moteur pour les deux cas Étudiés .....	107
10. Conclusion .....	108
Partie B : Étude expérimentale du moteur Stirling Gamma .....	109

1. Introduction .....	109
2. Évolution du volume total du moteur Stirling Gamma .....	109
3. Évolution des pressions de compression et de détente .....	110
4. Diagramme indicateur .....	111
5. Évolution de la température du fluide de travail dans les deux espaces chaud et froid .....	112
6. Évolution de la puissance mécanique délivrée par le moteur .....	113
7. Évolution des quantités de chaleur dans les trois échangeurs de chaleur du moteur .....	115
8. Performances du moteur Stirling Gamma .....	117
9. Qualification du régénérateur du moteur Stirling Gamma .....	117
9.1. Évolution de la température du fluide de travail le long des deux côtés du régénérateur .....	117
9.2. Évolution de l'efficacité thermique du régénérateur .....	120
9.3. Cause de la dissymétrie de température dans le régénérateur .....	121
10. Conclusion .....	125

## **Chapitre 5 .Optimisation du moteur Stirling Gamma..... 127**

### **Chapitre 5..... 129**

#### Partie A : Détermination des propriétés optimales du régénérateur : Matériau et Porosité.....129

1. Introduction .....	129
2. Détermination du matériau le plus adéquat pour réaliser le régénérateur du moteur Stirling Gamma .....	130
2.1. Étude de la perte de charge engendrée par les différents matériaux .....	131
2.2. Influence de la capacité thermique et de la conductivité thermique du matériau constituant le régénérateur .....	133
2.3. Influence du matériau constituant le régénérateur sur son efficacité .....	135
2.4. Influence du matériau constituant le régénérateur sur la puissance du moteur Stirling .....	135
2.5. Influence du matériau constituant le régénérateur sur la différence de température entre ses deux côtés (cotés sources chaude et froide) .....	137
2.6. Oxydation.....	137
3. Détermination de la porosité optimale du régénérateur en acier inoxydable .....	138
3.1. Évolution de la température au sein du régénérateur en fonction de la porosité .....	139
3.2. Évolution de la perte de charge dans le moteur Gamma en fonction de la porosité du régénérateur .....	142
3.3. Évolution de l'efficacité thermique du régénérateur en fonction de sa porosité.....	143
3.4. Évolution de la puissance mécanique du moteur en fonction de la porosité du régénérateur.....	145
3.5. Vitesse d'écoulement et nombre de Reynolds dans le régénérateur .....	147
3.6. Influence de la porosité du matériau sur la dissymétrie des transferts de chaleur dans une section donnée du régénérateur .....	148
4. Conclusion.....	149

#### Partie B : Détermination des paramètres de fonctionnement optimaux pour le moteur Stirling Gamma .....

1. Analyse uni-variante Monocritère .....	151
1.1. Influence de la pression initiale de charge sur la puissance mécanique fournie par le moteur et sur la dissymétrie de la température dans le régénérateur .....	152
1.2. Influence de la température de chauffage $T_h$ .....	153
1.3. Étude de l'influence du débit d'eau de refroidissement.....	154
1.4. Étude de l'influence de la vitesse de rotation du moteur .....	156
1.5. Étude de l'influence du temps de fonctionnement sur les performances du moteur Gamma .....	158
1.6. Synthèse.....	158
2. Analyse Multicritères par plan d'expérience .....	159
2.1. Description du plan d'expériences adopté.....	160
2.2. Étude de la réponse : puissance mécanique du moteur Stirling .....	161
2.2.1. Diagrammes de Pareto : Détermination des paramètres influant la puissance .....	161
2.2.2. Graphique des effets principaux sur la puissance.....	164

2.2.3. Étude des surfaces d'iso-réponses .....	164
2.2.4. Estimation de l'évolution de la puissance du moteur par régression linéaire .....	167
2.2.5. Test de signification de la régression.....	170
2.2.6. Paramètres optimaux de fonctionnement.....	172
2.3. Étude de la réponse différence de température entre les deux côtés du régénérateur .....	172
2.3.1. Diagrammes de Pareto : Détermination des paramètres influant la différence de températures entre les côtés du régénérateur .....	172
2.3.2. Graphique des effets principaux pour la différence de températures les deux côtés du régénérateur .....	174
2.3.3. Surface d'iso-réponse .....	175
2.3.4. Estimation de l'évolution de la différence de températures entre les deux côtés du régénérateur par régression linéaire.....	178
2.3.5. Test de signification de la régression.....	180
2.4. Optimisation multicritères .....	181
2.4.1. Graphique de surfaces superposées .....	181
2.4.2. Optimisation des paramètres de fonctionnement .....	183
3. Conclusion.....	184
<b>Chapitre 6 : Validation des modèles développés sur les moteurs Stirling Bêta et Gamma .....</b>	<b>187</b>
Partie A : Étude Numérique du moteur Stirling Bêta .....	189
1. Introduction .....	189
2. Résultats des modèles adiabatiques : classique et modifié.....	189
2.1. Évolution des volumes dans les deux espaces de travail du moteur .....	189
2.2. Évolution de la pression dans le moteur.....	190
2.3. Diagramme indicateur .....	191
2.4. Évolution des températures de compression et de détente .....	192
2.5. Quantités d'énergie dans le moteur.....	193
2.6. Performance du moteur Bêta.....	194
3. Résultats des modèles quasi-stationnaires : classique et modifié.....	194
4. Conclusion.....	196
Partie B : Étude Numérique du moteur Stirling Gamma .....	197
1. Introduction .....	197
2. Résultats des modèles adiabatiques avec l'hypothèse d'un gaz parfait (AHGP) et adiabatique avec l'hypothèse d'un gaz réel (AHGR).....	197
2.1. Comparaison entre les deux modèles théoriques .....	197
2.2. Évolution de la masse initiale du fluide de travail dans le moteur .....	198
2.3. Évolution de la température dans les deux espaces de travail .....	199
3. Résultats des modèles quasi-stationnaires avec l'hypothèse d'un gaz parfait (QSHGP) et quasi-stationnaire avec l'hypothèse d'un gaz réel (QSHGR) .....	200
4. Comparaison des résultats théoriques avec les résultats expérimentaux .....	200
4.1. Évolution de la pression de détente expérimentale et théorique .....	200
4.2. Évolution du travail théorique et expérimental .....	201
4.3. Évolution de la puissance théorique et expérimentale .....	203
5. Conclusion.....	203
Conclusions et Perspectives .....	205
Références Bibliographiques .....	211
Annexes .....	215



## TABLE DES FIGURES

Figure 1.1. Cycle Stirling théorique : Digramme PV et Diagramme TS .....	21
Figure 1.2. Classification générale des moteurs Stirling (Lemrani et Stouffs (1994)) .....	22
Figure 1.3. Forme des moteurs Stirling simple et double effet (Descombes et Magnet (1997)) .....	23
Figure 1.4. Moteur à piston libre (Descombes et Magnet,1997).....	25
Figure 1.5. Moteur Stirling de configuration Bêta .....	26
Figure 1.6. Moteur Stirling de configuration Gamma .....	26
Figure 1.7. Moteur Stirling de configuration alpha (Gheith (1), 2007) .....	27
Figure 1.8. SAGA : Sous-marin d'Assistance à Grande Autonomie (Sauzade et al., 1991).....	28
Figure 1.9. La parabole Stirling solaire du projet EuroDish (Nepveu et al., 2006) .....	30
Figure 1.10. Chaudière à bois Stirling (Stirling Power Model) .....	31
Figure 1.11. La SunMachine Pellet.....	31
Figure 1.12. Le moteur Stirling STM 4-120 (Boucher, 2002) .....	32
Figure 1.13. Microprocesseur refroidit par un moteur Stirling .....	33
Figure 1.14. Relation entre le volume mort et la puissance d'un moteur Stirling Yok Ross .....	41
Figure 1.15. Nouvelle conception de l'échangeur de chaleur (124 tubes) .....	41
Figure 1.16. Conductivités et capacités thermiques des matériaux utilisés comme régénérateur dans les moteurs Stirling (Hofacker et al., 2009).....	44
Figure 1.17 Lignes de courant et température pour différents moments du processus de la compression (cas général : $Re = 50$ , $Da = 10^{-4}$ , $Lp = 0,14L$ , $Rc = 10$ et $Rk = 20$ ) .....	46
Figure 1.18. Description d'un phénomène de type boîte noire .....	51
Figure 1.19. Notation de Yate .....	51
Figure 1.20. Domaine expérimental du plan 23 (Gillon (1997)) .....	52
Figure 2.1 Schématisation des différents compartiments du moteur Stirling.....	62
Figure 3.1. Photo du dispositif expérimental du moteur Stirling Bêta .....	81
Figure 3.2. Photo du moteur Stirling Bêta avec son régénérateur démonté.....	83
Figure 3.3. Diagramme représentatif des acquisitions et d'enregistrements des données .....	84
Figure 3.4. Source chaude : non isolée à gauche; isolée à droite .....	87
Figure 3.5. Dispositif expérimental du moteur Stirling Gamma: 1- Espace de détente, 2- système d'entraînement (bielle-manivelle), 3- Refroidisseur, 4- Régénérateur, 5- Espace de compression, 6- Réchauffeur, 7- Système de chauffage, 8- Système de dissipation .....	88
Figure 3.6. Photo de l'installation du capteur de force.....	90
Figure 3.7. Photo du régénérateur dans le moteur Stirling Gamma.....	91
Figure 3.8. Schéma du positionnement des 8 thermocouples dans le régénérateur.....	92
Figure 4.1. Variation temporelle du volume pendant deux cycles pour les deux cas d'études.....	98
Figure 4.2. Variation de la pression dans le l'espace froid pour les deux cas d'études : moteur avec isolation ( $P_{AI}$ ) et moteur sans isolation ( $P_{SI}$ ) .....	99
Figure 4.3. Évolution de la pression en amont et en aval du régénérateur : .....	100
Figure 4.4. Évolution de la perte de charge dans le régénérateur du moteur Stirling Bêta : .....	100
Figure 4.5. Variation de la température des deux espaces de travail avec et sans isolation .....	101
Figure 4.6. Diagramme de Clapeyron ( $P, V$ ) : a) sans isolation ; b) avec isolation .....	102
Figure 4.7. Cycle Stirling réel et cycle Stirling idéal .....	103
Figure 4.8. Évolution de la quantité de chaleur récupérée par l'eau de refroidissement .....	104
Figure 4.9. Quantité de chaleur échangée dans le régénérateur du moteur sans isolation et durant deux cycles .....	105
Figure 4.10. Quantités de chaleurs échangées dans le régénérateur pour un moteur sans et avec isolation de sa chambre chaude .....	106
Figure 4.11. Évolution temporelle des différents volumes dans le moteur Stirling Gamma .....	110
Figure 4.12. Évolution expérimentale des pressions de compression et de détente .....	111
Figure 4.13. Évolution de la chute de pression dans le moteur Stirling Gamma sur un cycle .....	111
Figure 4.14. Diagramme indicateur de Clapeyron ( $P_{com}, V_{com}$ ) sur un cycle .....	112
Figure 4.15. Évolution temporelle des températures mesurées dans les espaces de compression et de détente du moteur .....	113
Figure 4.16. Évolution temporelle de la force exercée par le moteur sur la courroie de transmission durant un cycle.....	114
Figure 4.17. Évolution temporelle de la puissance mécanique délivrée par le moteur Gamma.....	115
Figure 4.18. Évolution des quantités de chaleur récupérées ou cédées par le fluide de travail dans le régénérateur, le refroidisseur et le réchauffeur durant un cycle .....	116

Figure 4.19. Évolution de la température du fluide de travail dans le régénérateur au niveau la position du thermocouple 4 .....	118
Figure 4.20. Évolution de la température du fluide de travail à différentes positions du moteur : (Thermocouple de TR <sub>1</sub> à TR <sub>4</sub> pour le côté 1 et Thermocouple TR <sub>5</sub> à TR <sub>8</sub> pour le côté 2) .....	119
Figure 4.21. Évolution de l'efficacité du régénérateur sur plus de trois cycles de travail .....	121
Figure 4.22. Vue en coupe du moteur Stirling Gamma utilisé .....	122
Figure 4.23. Évolution des températures du fluide de travail dans le régénérateur lorsque le moteur est au repos .....	123
Figure 4.24. Détection de la dissymétrie de température sur les deux côtés du régénérateur .....	124
Figure 5.1. Schéma en coupe du régénérateur .....	130
Figure 5.2. Représentation des différentes capacités thermiques des 4 matériaux utilisés et des variations de températures du fluide de travail lors de son passage dans le régénérateur .....	133
Figure 5.3. Évolutions de la conductivité thermique des quatre matériaux utilisés, et de la différence de températures du fluide de travail entre les deux côtés du régénérateur (côté source chaude et côté source froide) .....	134
Figure 5.4. Évolution de l'efficacité du régénérateur pour les différents matériaux expérimentés .....	135
Figure 5.5. Représentation de la puissance mécanique produite par le moteur en fonction de la température de chauffage pour les différentes matrices poreuses étudiées ( $P_i = 5$ bar) .....	136
Figure 5.6. Évolution de la puissance du moteur en fonction de la pression de charge initiale .....	137
Figure 5.7. Les différentes matrices utilisées après 15 heures d'expérimentation .....	138
Figure 5.8. Température du fluide de travail passant à travers le régénérateur (Thermocouples TR <sub>1</sub> ) .....	140
Figure 5.9. Température du fluide de travail mesurée par le thermocouple TR <sub>1</sub> pour différentes températures de chauffage étudiées .....	141
Figure 5.10. a) Augmentation de la température induite par la matrice du régénérateur au fluide de travail pendant un demi cycle ; b) Différence de température du fluide de travail entre l'entrée et la sortie du régénérateur (côtés sources chaude et froide) .....	142
Figure 5.11. Chute de pression en fonction de la porosité à différentes pressions de charge initiales .....	143
Figure 5.12. Évolution de la chute de pression en fonction de la vitesse de rotation du moteur .....	143
Figure 5.13. Évolution de l'efficacité thermique du régénérateur pour différentes pressions de charge .....	144
Figure 5.14. Évolution de l'efficacité thermique du régénérateur pour différentes températures de chauffage .....	145
Figure 5.15. Évolution de la puissance mécanique délivrée par le moteur Stirling en fonction de la porosité pour différentes pressions de charge initiales .....	145
Figure 5.16. Évolution de la puissance mécanique du moteur Stirling Gamma en fonction de la porosité du régénérateur pour différentes températures de chauffage .....	146
Figure 5.17. Évolution de la puissance mécanique produite par le moteur Gamma avec sa vitesse de rotation pour les différentes porosités étudiées : $T_H = 400$ °C et $P_i = 5$ bar .....	147
Figure 5.18. Évolution des vitesses de l'écoulement du fluide de travail dans le régénérateur en fonction de la porosité et pour différentes pressions de charge initiales .....	148
Figure 5.19. Évolution des nombres de Reynolds obtenus dans le régénérateur en fonction de la porosité et pour différentes pressions de charge initiales .....	148
Figure 5.20. Évolution de la différence de températures entre les deux côtés du régénérateur en fonction de la porosité du régénérateur pour : a) Différentes pressions de charge initiales ; b) Différentes températures de chauffage .....	149
Figure 5.21. Évolution de la puissance du moteur en fonction de la pression initiale de remplissage .....	152
Figure 5.22. Évolution de la dissymétrie de la température dans le régénérateur en fonction de la pression initiale de charge .....	153
Figure 5.23. Évolution de la puissance mécanique en fonction de la température de chauffage pour différentes pressions de charge .....	154
Figure 5.24. Évolution de la différence de températures dans le régénérateur en fonction de la pression de charge pour différentes températures de chauffage .....	154
Figure 5.25. Influence du débit d'eau de refroidissement sur la différence de température entre l'entrée et la sortie du circuit froid, et sur la température de l'espace de compression .....	155
Figure 5.26. Évolution de la puissance mécanique du moteur en fonction du débit d'eau de refroidissement pour différentes pressions de charge : .....	156
Figure 5.27. Évolution de la puissance mécanique du moteur en fonction sa vitesse de rotation pour différentes pressions de charge : a) $T_h = 300$ °C ; b) $T_h = 400$ °C ; c) $T_h = 500$ °C .....	157
Figure 5.28. Diagramme de Pareto des effets normalisés pour la puissance mécanique du moteur montrant les effets des facteurs et de leurs interactions .....	163
Figure 5.29. Principales projections des effets sur la puissance mécanique du moteur Stirling .....	164

Figure 5.30. Surface de réponse de la puissance mécanique en fonction de la température de chauffage et de la pression de charge initiale .....	165
Figure 5.31. Surface de réponse de la puissance mécanique en fonction de la température de chauffage et du débit de l'eau de refroidissement.....	166
Figure 5.32. Surface de réponse de la puissance en fonction de la pression de charge initiale et du débit d'eau de refroidissement .....	167
Figure 5.33. Évolution des résidus en fonction des valeurs expérimentales pour la puissance mécanique du moteur Stirling.....	171
Figure 5.34. Diagramme de Pareto des effets normalisés pour la différence de température des deux côtés du régénérateur montrant les effets des facteurs et de leurs interactions .....	173
Figure 5.35. Principales projections des effets sur la différence de températures entre les côtés du régénérateur .....	174
Figure 5.36. Diagrammes des interactions.....	175
Figure 5.37. Surface d'iso-réponse montrant l'influence de la température de chauffage et de la pression initiale de charge sur la dissymétrie de température dans le régénérateur.....	176
Figure 5.38. Surface d'iso-réponse montrant l'influence de la température de chauffage et du débit d'eau de refroidissement sur la dissymétrie de température dans le régénérateur .....	176
Figure 5.39. Surface de réponse montrant l'influence de la pression initiale de charge et du débit d'eau de refroidissement sur la dissymétrie de température dans le régénérateur .....	177
Figure 5.40. Évolution des différences de températures théorique en fonction des différences de températures expérimentale .....	180
Figure 5.41. Surface superposée des deux réponses en fonction de la pression de charge initiale et de la température de chauffage.....	182
Figure 5.42. Surface superposée des deux réponses en fonction du débit d'eau de refroidissement et de la température de chauffage.....	183
Figure 5.43. Surface superposée des deux réponses en fonction de la pression de charge initiale et du débit d'eau de refroidissement.....	183
Figure 5.44. Détermination des paramètres optimaux conduisant à maximiser la puissance mécanique du moteur Stirling Gamma .....	184
Figure 6.1. Variation théorique des volumes des espaces de compression et de détente et du volume total du moteur Béta .....	190
Figure 6.2. Évolution de la pression dans le moteur Béta pour le modèle adiabatique classique et le modèles adiabatique modifié.....	191
Figure 6.3. Diagrammes indicateurs (P,V) obtenus par les deux modèles AHGP et AHGR .....	192
Figure 6.4. Évolutions des températures dans l'espace de compression et de détente pour les deux modèles théoriques étudiés .....	193
Figure 6.5. Variation des quantités d'énergie dans les échangeurs de chaleur du moteur Stirling Béta .....	193
La figure 6.6 représente l'évolution de la pression obtenue par les deux modèles quasi-stationnaires avec l'hypothèse d'un gaz parfait et celle d'un gaz réel. Les deux pressions suivent la même variation périodique, mais avec des extrémums différents. ....	194
Figure 6.7. Évolution de la pression pour les deux modèles étudiés sur un cycle .....	195
Figure 6.8. Diagrammes indicateurs .....	195
Figure 6.9. Évolution de la masse initiale dans le moteur Stirling Gamma en fonction de la pression initiale de charge .....	199
Figure 6.10. Évolution des températures dans les espaces de compression et de détente .....	199
Figure 6.11. Évolution de la pression de détente théorique et expérimentale pour une pression de charge initiale $P_i = 2,5$ bar .....	201
Figure 6.12. Évolution du travail théorique et expérimental en fonction de la pression de charge initiale.....	202
Figure 6.13. Évolution du travail expérimental et théorique en fonction de la température de chauffage .....	202
Figure 6.14. Évolution de la puissance du moteur avec la pression de charge .....	203

## LISTE DES TABLEAUX

Tableau 1.1. Chaleur transférée par certains fluides de travail .....	38
Tableau 1.2. Matrice d'expériences pour 3 facteurs à 2 niveaux.....	52
Tableau 1.3. Matrice d'expériences et vecteurs des effets .....	53
Tableau 1.4. Exemple de plan orthogonal centré pour 3 facteurs (Benoist (1994)).....	55
Tableau 1.5. Valeurs de a pour un plan orthogonal du second ordre .....	55
Tableau 1.6. Valeurs de a et de n0 pour un plan rotatable du second ordre.....	55
Tableau 2.1. Coefficients a et b pour O <sub>2</sub> , N <sub>2</sub> et l'air selon Weast (1980).....	63
Tableau 3.1. Propriétés du moteur Stirling Bêta étudié .....	82
Tableau 3.2. Erreurs et incertitudes des instruments de mesures du moteur Stirling Bêta .....	87
Tableau 3.3. Propriétés géométriques du moteur Stirling Gamma .....	89
Tableau 3.4. Incertitude introduite par chaque instrument de mesure .....	94
Tableau 4.1. Conditions d'expérimentations du moteur Stirling Bêta.....	97
Tableau 4.2. Pertes thermiques par convection dans le moteur Stirling Bêta .....	106
Tableau 4.3. Estimation des pertes dans le moteur Stirling Bêta .....	107
Tableau 4.4. Performances du moteur Stirling Bêta sans et avec isolation de sa chambre chaude.....	108
Tableau 4.5. Propriétés du régénérateur et conditions de fonctionnement du moteur Stirling Gamma.....	109
Tableau 4.6. Récapitulation des performances du moteur Stirling Gamma.....	117
Tableau 4.7. Températures moyennes et différence de température entre les deux côtés du régénérateur .....	120
Tableau 5.1. Caractéristiques géométriques du régénérateur.....	130
Tableau 5.2. Propriétés des matériaux constituant les régénérateurs utilisés.....	131
Tableau 5.3. Conditions expérimentales des essais de caractérisation des matériaux du régénérateur .....	131
Tableau 5.4. Pertes de charge obtenues avec les 4 régénérateurs utilisés pour différentes pressions de charge initiales et différentes températures de chauffage .....	132
Tableau 5.5. Différences de températures entre les deux côtés du régénérateur .....	137
Tableau 5.6. Caractéristiques des différentes matrices poreuses expérimentées .....	139
Tableau 5.7. Conditions d'expérimentation du moteur Stirling Gamma.....	139
Tableau 5.8. Matrice d'expériences obtenue pour un plan Central Composite rotatif avec quatre facteurs .....	160
Tableau 5.9. Les principaux niveaux et les changements progressifs du plan CCRD à quatre facteurs indépendants .....	161
Tableau 5.10. Résultats de l'analyse de régression .....	168
Tableau 5.11. Test de signification des facteurs et des interactions par probabilité critique .....	169
Tableau 5.12. Valeur du test de Student pour les différentes variables ainsi que la décision prise pour chacune d'elles.....	170
Tableau 5.13. Analyse de la variance pour la signification de la régression .....	171
Tableau 5.14. Paramètres optimaux pour le fonctionnement du moteur Stirling.....	172
Tableau 5.15. Coefficients de régression des variables codés .....	173
Tableau 5.16. Test de signification des facteurs et des interactions par probabilité critique .....	178
Tableau 5.17. Analyse de la variance pour la signification de la régression .....	181
Tableau 5.18. Critères d'optimisation des deux réponses.....	181
Tableau 5.19. Paramètres optimaux pour le fonctionnement du moteur Stirling.....	184
Tableau 6.1. Conditions initiales introduites dans les modèles théoriques.....	189
Tableau 6.2. Performances théoriques et expérimentales du moteurs Stirling Bêta.....	194
Tableau 6.3. Comparaison des résultats théoriques et des résultats expérimentaux .....	196
Tableau 6.4. Résultats théoriques obtenues par les deux modèles adiabatiques .....	198
Tableau 6.5. Résultats théoriques obtenues par les modèles théoriques .....	200

## NOMENCLATURE

### *Lettres Romaines*

---

Fr	Hz	:	Fréquence de rotation
a		:	Coefficient de correction de la pression
b		:	Coefficient de correction du volume
b <sub>0</sub>		:	Coefficient Constant
b <sub>i</sub>		:	Effet Linéaire
b <sub>ii</sub>		:	Effet Quadratique
b <sub>ij</sub>		:	Effet d'interaction ou l'effet de croisement
$\bar{C}_p$	J.kg <sup>-1</sup> .K <sup>-1</sup>	:	Capacité calorifique massique à volume constant
$\bar{C}_v$	J.kg <sup>-1</sup> .K <sup>-1</sup>	:	Capacité calorifique massique à pression constante
Diss		:	Dissipation visqueuse dans le moteur
d <sub>Theta</sub>	°C	:	Différence de température entre l'entrée et la sortie de l'eau de refroidissement
EFF		:	Efficacité thermique du régénérateur
fm	kg	:	Flux de masse
h	W.m <sup>2</sup> .K <sup>-1</sup>	:	Coefficient de transfert de chaleur par convection
k		:	Nombre de facteur
m	kg	:	Masse du fluide de travail
M	kg. mol <sup>-1</sup>	:	Masse molaire de l'air
Mu	kPa	:	Viscosité du lubrifiant
n	mol	:	Nombre de mole
N		:	Nombre totale d'expériences
NTU		:	Nombre d'unité de transfert
Nu		:	Nombre de Nusselt
$\dot{m}$	kg.s <sup>-1</sup>	:	Débit massique
P	Pa	:	Pression
Pe		:	Nombre de Peclet
Pr		:	Nombre de Prandtl
Pu	W	:	Puissance du moteur
Q	J	:	Quantité de chaleur
r	J.kg <sup>-1</sup> .K <sup>-1</sup>	:	Constant du gaz parfait,
Re		:	Nombre de Reynolds
T	K	:	Température
u	m.s <sup>-1</sup>	:	Vitesse du gaz
U <sub>i</sub>		:	Réponse expérimentale
U <sub>i</sub> (0)		:	Niveau du facteur au centre du domaine
u <sub>i</sub>	m.s <sup>-1</sup>	:	Vitesse linéaire moyenne des pistons
$\bar{U}$		:	Valeur moyenne des variables courantes
V	m <sup>3</sup>	:	Volume
v	trs/mn	:	Vitesse de rotation du moteur
W	J	:	Travail produit
X		:	Matrice des niveaux des facteurs indépendants

$X^*$	:	Valeur moyenne des $x_i$
$x_i$	:	Les valeurs codées du facteur ou coefficient de régression
$Y$	:	Réponse prédit par le modèle

**Lettres grecques**

$\tau$	:	Taux de compression
$\gamma$	:	Coefficient adiabatique de l'air
$\lambda$	$W \cdot m^{-1} \cdot K^{-1}$	: Conductivité thermique
$\eta$	:	Rendement thermique du moteur
$\beta$	:	Porosité
$\mu$	:	Viscosité dynamique de l'air
$\rho$	$kg \cdot m^{-3}$	: Masse volumique
$\Delta T$	$^{\circ}K$	: Différence de température
$\Delta V$	$m^3$	: Variation de volume
$\Delta u_i$	:	Incrémentation de $U_i$
$\Theta$	degré	: Angle

**Indices**

Chaud	:	Variable relative à l'espace chaud
Com	:	Espace de compression
Det	:	Espace de détente
Exp	:	expérimental
Froid	:	Variable relative à l'espace froid
H	:	Réchauffeur
H	:	Chauffage
Int	:	Interface
K	:	Refroidisseur
Max	:	Valeur maximal
Min	:	Valeur minimale
Parf	:	Gaz parfait
R	:	Régénérateur
r1	:	Section N° 1 du régénérateur
r2	:	Section N° 2 du régénérateur
Reel	:	Gaz réel
T	:	Totale
TR <sub>1</sub>	:	Température enregistrée par le thermocouple 1 dans le régénérateur
TR <sub>2</sub>	:	Température enregistrée par le thermocouple 2 dans le régénérateur
TR <sub>3</sub>	:	Température enregistrée par le thermocouple 3 dans le régénérateur
TR <sub>4</sub>	:	Température enregistrée par le thermocouple 4 dans le régénérateur
TR <sub>5</sub>	:	Température enregistrée par le thermocouple 5 dans le régénérateur
TR <sub>6</sub>	:	Température enregistrée par le thermocouple 6 dans le régénérateur
TR <sub>7</sub>	:	Température enregistrée par le thermocouple 7 dans le régénérateur
TR <sub>8</sub>	:	Température enregistrée par le thermocouple 8 dans le régénérateur
W	:	Parois

## INTRODUCTION GÉNÉRALE

Il est plus urgent que jamais de freiner la croissance de la demande d'énergie fossile, de diversifier les sources d'approvisionnement et de réduire les émissions de gaz qui déstabilisent le climat (AIE, 2010). D'ici 2030, la population mondiale devra atteindre les 8,3 milliards d'individus, et la demande mondiale d'énergie primaire devrait aussi augmenter pour doubler d'ici 2030. En l'absence d'inflexions majeures, la poursuite de la production énergétique dans les conditions actuelles, essentiellement fondée sur les énergies fossiles, conduirait à épuiser les ressources actuellement connues de gisement fossiles et à doubler les émissions de gaz nocif à l'environnement. Ainsi, la recherche de nouvelles sources d'énergie, pour préserver à la fois l'environnement et les réserves d'énergie fossiles, est une alternative à prévoir.

Les énergies renouvelables sont une sérieuse solution. En effet, elles n'engendrent pas ou peu de déchets et d'émissions polluantes, participent à la lutte contre l'effet de serre et les rejets de CO<sub>2</sub> dans l'atmosphère, facilitent la gestion raisonnée des ressources locales et génèrent des emplois. Le solaire (solaire photovoltaïque, solaire thermique), l'hydroélectricité, l'éolien, la biomasse, la géothermie sont des énergies à flux inépuisables par rapport aux « énergies stock » tirées des gisements de combustibles fossiles en voie de raréfaction (pétrole, charbon, gaz naturel, etc.). Les techniques ainsi que les procédés utilisant les énergies renouvelables sont très nombreux, et ont des niveaux d'avancement technique, de prix et de performances très variés. Plusieurs systèmes d'exploitations sont actuellement sur le marché : les panneaux photovoltaïques, les éoliennes, les chaudières à bois, les moteurs à combustions externes, etc. Ces derniers peuvent être couplés à n'importe quelle source de chaleur externe spécialement les énergies renouvelables. Dans ce cadre nous proposons le présent travail de thèse.

L'objectif de cette étude est double. D'une part, nous avons cherché à améliorer les modèles thermodynamiques classiques de simulation des moteurs Stirling, qui n'arrivent pas jusqu'à présent à décrire minutieusement les phénomènes thermophysiques qui gouvernent ce type de machine thermique, chose due à leur complexité. D'autre part, nous avons procédé à la caractérisation expérimentale de deux moteurs Stirling de configurations différentes (configuration Bêta et configuration Gamma), dans le but de recenser les paramètres les plus déterminants pour ces machines. Ce travail rentre dans le cadre d'une thèse de doctorat, dont le plan s'articulera autour de six chapitres clôturés par une conclusion générale des principaux résultats ainsi obtenus.

Le premier chapitre de ce travail est un tour d'horizon sur les moteurs Stirling, leur principe de fonctionnement, leurs configurations, leurs applications ainsi que les principaux

travaux qui ont été réalisés sur ce genre de moteur. La méthodologie d'établissement des plans d'expériences est aussi présentée, elle sera appliquée plus tard sur un moteur Stirling de configuration Gamma.

Le deuxième chapitre décrira la formulation mathématique des problèmes thermophysiques qui régissent les moteurs Stirling. Nous présenterons les deux modèles thermodynamiques que nous avons adoptés ; à savoir le modèle adiabatique et le modèle quasi-stationnaire. Pour ces deux modèles, l'hypothèse d'un gaz parfait a été remplacée par celle d'un gaz réel obéissant à l'équation d'état de Van Der Waals.

Le troisième chapitre présentera les deux installations de moteurs Stirling expérimentés : le moteur Stirling Bêta et le moteur Stirling Gamma, ainsi que leurs instrumentations correspondantes. En effet, chacun de ces moteurs a été équipé par plusieurs instruments de mesures (thermocouples, capteurs de pressions, etc.) qui ont un temps de réponse assez faible afin de pouvoir mesurer les variations instantanées des différentes grandeurs importantes dans les moteurs. Chaque banc d'essais a été équipé aussi de son propre système d'acquisition de données rapide.

Le quatrième chapitre illustre une caractérisation globale des deux installations de moteurs Stirling présentés dans le troisième chapitre. La première partie de ce chapitre est dédiée à la présentation des résultats expérimentaux issus du banc expérimental du moteur Stirling de configuration Bêta. Ce moteur a été expérimenté sans et avec isolation thermique de sa chambre chaude. Une confrontation entre les deux séries de mesures révèle l'importance de l'isolation thermique pour ce genre de moteur. La deuxième partie de ce chapitre est consacrée à la qualification globale du moteur Stirling Gamma. A l'issue de cette qualification, nous avons pu détecter une dissymétrie de l'écoulement de fluide de travail, et par suite une dissymétrie des transferts de chaleur dans les sections droites du régénérateur. Ce paramètre sera pris en considération lors de l'optimisation du moteur Stirling Gamma.

Le cinquième chapitre a été consacré à l'optimisation du régénérateur et de certains paramètres de fonctionnement du moteur Stirling Gamma. Nous avons commencé par tester différents matériaux (Acier inoxydable, Cuivre, Aluminium et Monel 400) utilisés comme régénérateur. L'objectif est de révéler le matériau le plus adéquat, pouvant présenter le meilleur compromis entre maximiser la puissance du moteur et minimiser la dissymétrie des transferts dans le régénérateur. L'acier inoxydable fut le matériau qui satisfaisait le mieux ces deux conditions. Ensuite, nous avons expérimenté 5 régénérateurs en acier inoxydable, mais avec différentes porosités (95%, 90%, 85%, 80% et 75%). La porosité qui donnerait le meilleur compromis entre

augmentation des performances et diminution des pertes dans le moteur Gamma serait retenue. Ainsi, le régénérateur en acier inoxydable de porosité 85% a été choisi et utilisé dans la suite des expériences.

Après avoir déterminé le matériau et la porosité du régénérateur qui permettraient de produire les meilleures performances du moteur Stirling tout en prenant en considération la dissymétrie des transferts de chaleur dans le régénérateur, nous sommes passés à la détermination des paramètres de fonctionnement optimaux du moteur Stirling Gamma. Pour cela, nous avons élaboré une étude expérimentale uni-variante de l'influence de certains paramètres de fonctionnement (la pression de charge initiale, vitesse de rotation, débit de refroidissement, température de chauffage) et du temps de fonctionnement, sur la puissance du moteur Stirling Gamma et sur la différence de température entre les deux côtés du régénérateur. Cette étude nous a renseignés sur l'effet de ces paramètres sans pour autant nous indiquer leurs valeurs optimales. C'est pourquoi, nous avons élaboré une deuxième expérimentation du moteur Gamma, basée sur la méthodologie des plans d'expériences. Cette méthode statistique a permis de relever le degré et la nature de l'influence de chaque paramètre étudié sur les deux critères choisis. À la fin de cette partie, les valeurs des paramètres permettant d'avoir le fonctionnement optimal du moteur seront proposées.

Le sixième et dernier chapitre présente les résultats numériques des modèles thermodynamiques développés au second chapitre, et appliqués au moteur Stirling Bêta et Gamma présentés au troisième chapitre. La présentation des résultats obtenus à partir des différents modèles est suivie d'une discussion détaillée de chaque modèle. Les résultats théoriques ont été confrontés aux résultats expérimentaux.

Ce rapport sera terminé par une conclusion générale dans la quelle nous présenterons les principaux résultats obtenus à l'issue de ces études théoriques et expérimentales. Enfin, des perspectives sont données pour une éventuelle extension et continuation des travaux théorique et expérimental déjà réalisés.



# Chapitre 1 : Revue Bibliographique

*Quand vous lisez une biographie, rappelez-vous que  
la vérité n'est pas faite pour être publiée.*

*[George Bernard Shaw]*



# **PARTIE A : PRÉSENTATION GÉNÉRALE DES MOTEURS STIRLING : ÉTAT DE L'ART**

## **1. INTRODUCTION GÉNÉRALE**

Le moteur Stirling a été inventé en 1816, bien avant le moteur Diesel (1893), le moteur à essence (1860) et le moteur électrique (1869). Il a connu un succès commercial impressionnant jusqu'au début du 20<sup>ème</sup> siècle. Il constituait avec la machine à vapeur, quasiment la seule possibilité de convertir de l'énergie calorifique en énergie mécanique. Les machines à vapeur étant plutôt réservées aux grandes puissances. Le moteur Stirling régnait dans le créneau des basses puissances et ceci grâce à ses multiples avantages:

- Un rendement élevé : comme il est possible de faire fonctionner le moteur Stirling en cogénération, le rendement global peut être très élevé.
- L'utilisation d'une multitude de sources chaudes : combustion de gaz divers, de bois, déchets, énergie solaire ou géothermique, etc.
- Un fonctionnement silencieux : il n'y a pas de détente à l'atmosphère comme dans le cas des moteurs à combustion interne. De plus, sa conception est telle que le moteur est facile à équilibrer et engendre peu de vibrations.
- La fiabilité et la maintenance aisée : la simplicité technologique permet d'avoir des moteurs d'une très grande fiabilité et nécessitant peu de maintenance.
- La durée de vie : importante du fait de sa simplicité.

Ces caractéristiques, conjuguées à la levée de certains obstacles technologiques (comme la tenue des matériaux aux températures élevées et la réalisation de joints d'étanchéités efficaces) et à l'invention du moteur Stirling à piston libre, ont contribué aux regains d'intérêt pour ces moteurs. Les applications visées recouvrent un domaine extrêmement vaste, entre autres : la conversion

d'énergie solaire en énergie électrique à des fins terrestres ou spatiales, la propulsion marine et sous-marine, la cogénération, etc.

Cependant, lorsque les moteurs à combustion interne et les moteurs électriques furent leur apparition, le moteur Stirling vit ses applications se réduire. En effet, ces deux types de moteurs ne souffraient pas des mêmes difficultés technologiques. Les principaux problèmes du moteur Stirling se résument à:

- Problèmes mécaniques : le mouvement théorique des pistons est irréalisable par un mécanisme bielle manivelle simple ou tout autre système de transmission.
- Problèmes thermiques : le temps d'échange de chaleur entre la source chaude et le fluide de travail est très limité. En effet, le mécanisme utilisé n'assure pas le temps nécessaire d'échange entre le fluide de travail et les échangeurs de chaleur.
- Problèmes d'étanchéité : qui sont difficiles à résoudre dès qu'on souhaite avoir des pressions de fonctionnement élevées. Le choix du gaz "idéal", à savoir l'hydrogène pour sa légèreté et sa capacité à absorber les calories, se heurte à sa faculté de diffuser à travers des matériaux.
- Encombrement: ce moteur présente un rapport volume-puissance très grand, ce qui le rend encombrant par rapport au moteur à combustion interne de même puissance.
- Prix : le frein à son développement est aujourd'hui probablement son coût, non encore compétitif par rapport aux autres moyens bien implantés.

## **2. PRINCIPE DE FONCTIONNEMENT**

Dans sa configuration la plus simple, le moteur Stirling est constitué d'un cylindre contenant une masse constante de gaz (air, hélium, hydrogène). L'une des extrémités de ce cylindre est chauffée par une source chaude extérieure et l'autre extrémité est en contact avec une puits froide qui est généralement le milieu ambiant ou un circuit d'eau de refroidissement. A l'intérieur du cylindre glisse un déplaceur au dessous duquel se trouve un piston glissant le long de la tige actionnant le déplaceur et coulissant sur la paroi intérieure du cylindre. Le déplaceur est un élément qui ne modifie ni la pression, ni le volume du gaz, mais l'oblige à migrer soit vers la source chaude soit vers la source froide.

Un régénérateur est très souvent utilisé dans les moteurs Stirling : c'est une chicane, un tampon de paille de fer, ou autre milieu poreux, devant posséder une mauvaise conductivité thermique dans la direction axiale et jouer le rôle d'un réservoir thermique temporaire (Lemrani (1995)).

### 3. CYCLE STIRLING THÉORIQUE

Le moteur Stirling fonctionne selon le cycle Stirling. C'est un cycle fermé basé sur le processus de régénération à volume constant et sur des transformations de compression et de détente isothermes. Le cycle thermodynamique d'un moteur Stirling est composé de 4 processus de transfert de chaleur :

1 → 2 Détente isotherme : Le gaz fonctionnant à haute température, absorbe la chaleur de l'espace chaud et augmente isothermiquement en volume exerçant ainsi un travail sur le piston de puissance ; le moteur produit le travail utile du cycle.

2 → 3 Détente isochore : Le piston de déplacement transfère tout le gaz à travers le régénérateur vers la partie froide. La chaleur est absorbée du gaz pendant qu'il traverse le régénérateur, abaissant ainsi sa température jusqu'à celle de la partie froide. Ainsi, la température diminue accompagnée d'une diminution considérable de la pression.

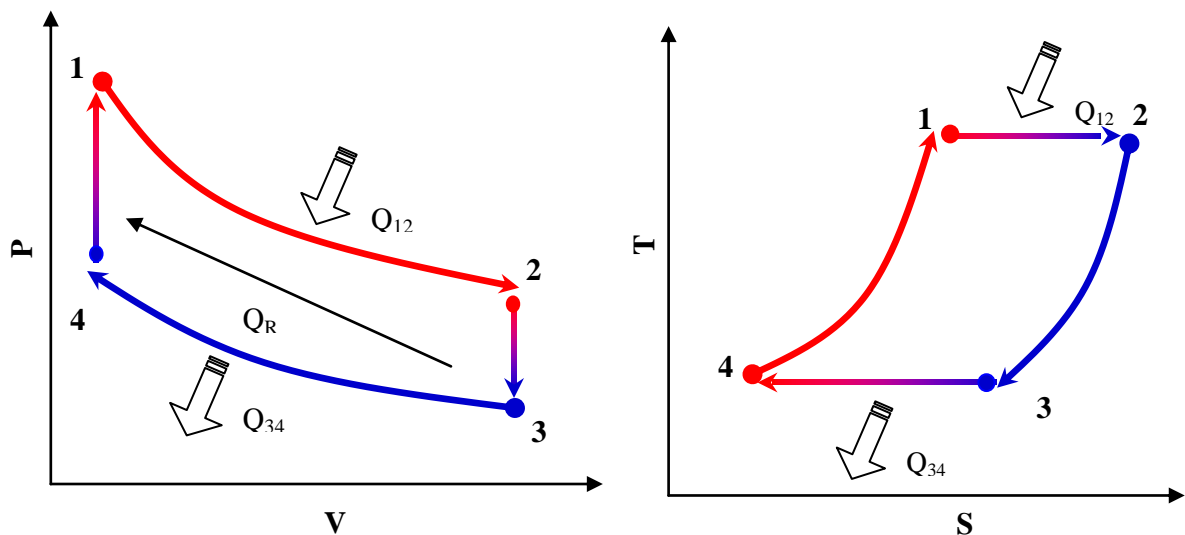


Figure 1.1. Cycle Stirling théorique : Digramme PV et Diagramme TS

3 → 4 Compression isotherme: Le piston de puissance comprime le gaz à la température froide, par conséquent rejette la chaleur à l'espace froid. Puisque le travail effectué est à la basse pression, moins de travail est exigé pour la compression que celui obtenu à partir de l'expansion (1 → 2).

4 → 1 Compression isochore: Le piston de déplacement transfère tout le gaz à travers le régénérateur vers la partie chaude. La chaleur est livrée au gaz à partir du régénérateur, de ce fait sa température augmente et atteint celle de l'espace chaud. Comme la température s'élève, la pression de gaz augmente de manière significative et le système revient à ses conditions initiales.

#### 4. CLASSIFICATIONS DES MOTEURS STIRLING

Depuis leur invention, les moteurs Stirling ont subi plusieurs transformations. La figure 1.2 (Lemrani et Stouffs (1994)) présente une schématisation des différentes configurations des moteurs Stirling rencontrées.

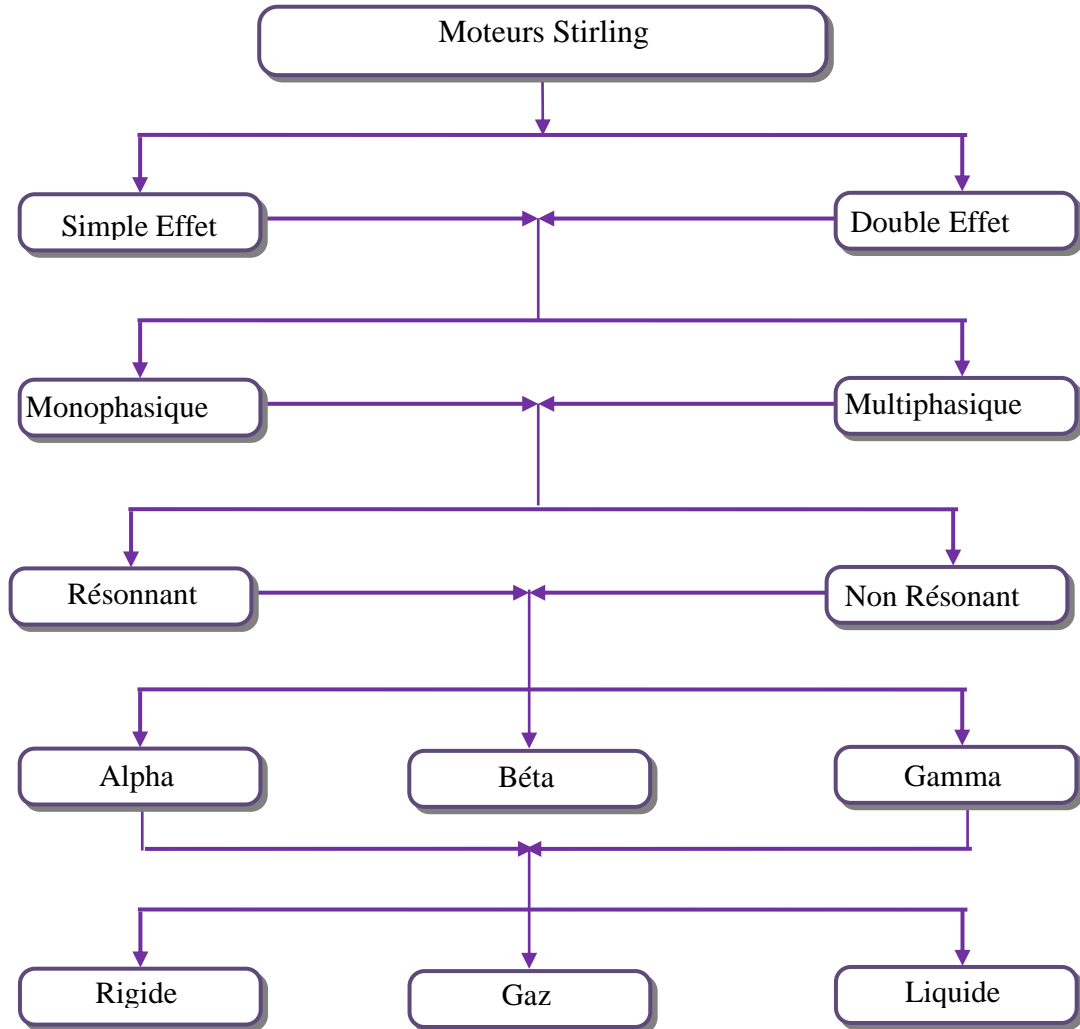


Figure 1.2. Classification générale des moteurs Stirling (Lemrani et Stouffs (1994))

Trois niveaux de catégorisation sont généralement utilisés:

- Le mode de fonctionnement,
- L'agencement des cylindres,
- Le couplage des pistons.

##### 4.1. Classification selon le mode de fonctionnement

Trois types indépendants de mode de fonctionnement sont recensés :

### 4.1.1 Simple ou double effet

Une schématisation des moteurs Stirling simple effet et double effet est présentée sur la figure 1.3 (Descombes et Magnet (1997)). Les moteurs Stirling à simple effet sont constitués d'un piston et d'un déplaceur, qui peuvent être réunis dans un même cylindre ou séparés en deux cylindres distincts. Les espaces de compression et de détente sont en communication à travers un régénérateur.

Les moteurs à double effet sont des moteurs constitués généralement de deux ou plusieurs pistons qui jouent chacun le rôle de déplaceur les uns vis-à-vis des autres. Dans ces moteurs, chaque piston joue le rôle de déplaceur pour le piston à son voisinage. Le grand avantage de ce genre d'arrangement est que le nombre de pistons est divisé par deux ce qui réduit considérablement le coût d'une telle machine.

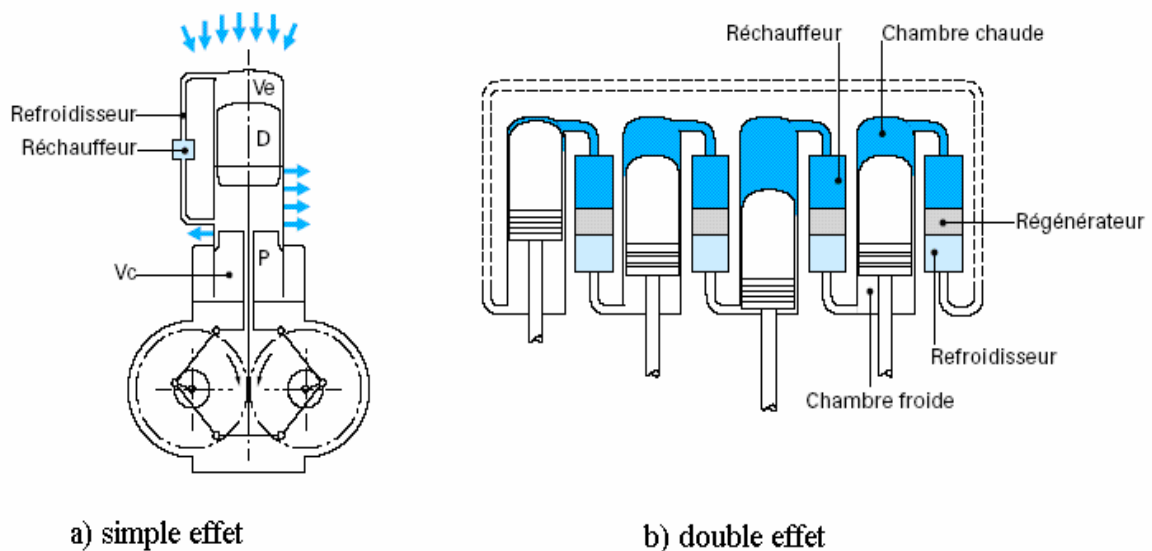


Figure 1.3. Forme des moteurs Stirling simple et double effet (Descombes et Magnet (1997))

### 4.1.2. Mono ou multiphasique

La classification mono ou multiphasique des moteurs Stirling est obtenue selon l'état thermodynamique du fluide, qui peut être diphasique par exemple dans les fluidynes. Le principe de fonctionnement d'une pompe fluidyne repose sur l'oscillation de relaxation d'une colonne liquide dont l'énergie est fournie par une source de chaleur externe, telle que le solaire par exemple (Lanzetta et al., 2004).

### **4.1.3. Résonnant ou non résonnant**

Cette distinction n'est pertinente que pour les moteurs à piston libre et les fluidynes. Le mode de fonctionnement résonnant correspond aux machines dont le déplaceur et le piston se déplacent de façon continue et, dans la plupart des cas, de façon sinusoïdale. Le mode non résonnant ou surexcité ("over driven") correspond à un fonctionnement pour lequel le mouvement du déplaceur et/ou celui du piston sont discontinus.

## **4.2. Classification selon le couplage des pistons**

Trois types différents de couplage des pistons dans les moteurs Stirling sont distingués:

- Le couplage rigide (moteurs cinématiques).
- Le couplage gazeux (moteurs à pistons libres).
- Le couplage liquide (Fluidynes).

### **4.2.1. Couplage rigide (moteurs cinématiques)**

Les moteurs à couplage rigide (ou cinématique) utilisent un lien mécanique pour relier les pistons entre eux. Ce type de moteur est nommé cinématique car le mouvement linéaire des pistons obtenu par la compression et la détente du gaz de travail donne un mouvement rotatif géré par un mécanisme de couplage, ce qui rend ce moteur plus pratique dans l'industrie où il est utilisé pour entraîner des générateurs électriques, des machines industrielles et pour le forage. Les principales considérations qui guident le choix d'un mécanisme de couplage entre les mouvements des deux pistons sont les suivantes :

- Chercher des systèmes simples et donc peu coûteux en fabrication et en maintenance.
- Chercher des systèmes permettant la plus grande étanchéité possible, car l'une des caractéristiques des moteurs Stirling est le fonctionnement à des pressions relativement élevées de fluide léger.

### **4.2.2. Couplage gazeux (moteurs à pistons libres)**

Le concept de moteur Stirling à piston libre, présente la particularité de transformer l'énergie thermique en une énergie directement utilisable. Cette configuration incorpore à l'intérieur d'une enceinte unique et hermétique le piston de transfert, tandis que le piston libre agit directement sur la machine entraînée. Son rendement est plus grand par rapport aux moteurs cinématiques (Descombes et Magnet,1997), grâce à l'absence de mécanisme d'entraînement (vilebrequin, bielle manivelle). Une simplification du système cinématique est obtenue en laissant

le différentiel de pression qui agit sur les extrémités de la tige de commande du déplaceur provoquer le mouvement alternatif de celui-ci à la place d'un système bielle manivelle.

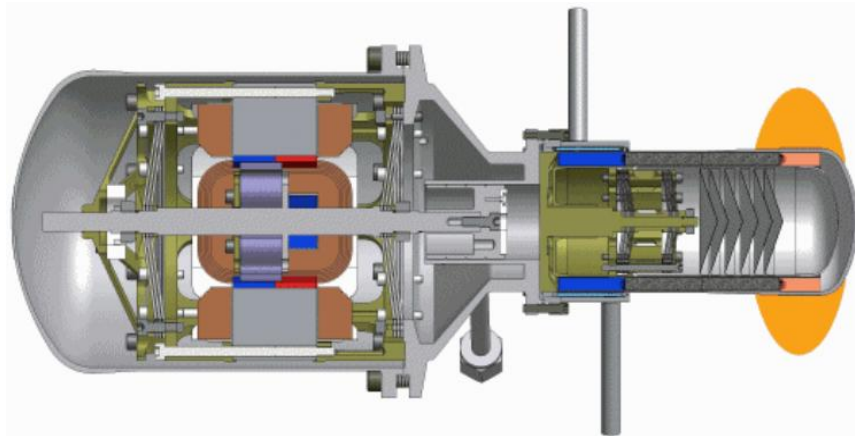


Figure 1.4. Moteur à piston libre (Descombes et Magnet, 1997)

#### 4.2.3 Couplage liquide (fluidynes)

La dernière forme de connexion des pistons est désignée par le terme « couplage liquide ». Les pistons sont connectés par l'intermédiaire d'un liquide. Dans la plupart des cas, les pistons sont eux-mêmes liquides. Un exemple intéressant est le moteur appelé « fluidyne » qui est constitué avec des colonnes de liquide oscillantes.

### 4.3. Classification selon l'agencement des cylindres

Pour les moteurs Stirling cinématiques, trois configurations existent et sont classées selon la disposition des cylindres dans le moteur (Kongtragool et Wongwises, 2003).

#### 4.3.1. La configuration Bêta

Cette configuration (Figure 1.5) admet un simple piston de puissance placé coaxialement avec un déplaceur. Elle présente des problèmes d'étanchéités au niveau des éléments les plus importants: étanchéité du piston échangeur dans le cylindre, étanchéité de l'axe du piston échangeur dans le piston moteur.

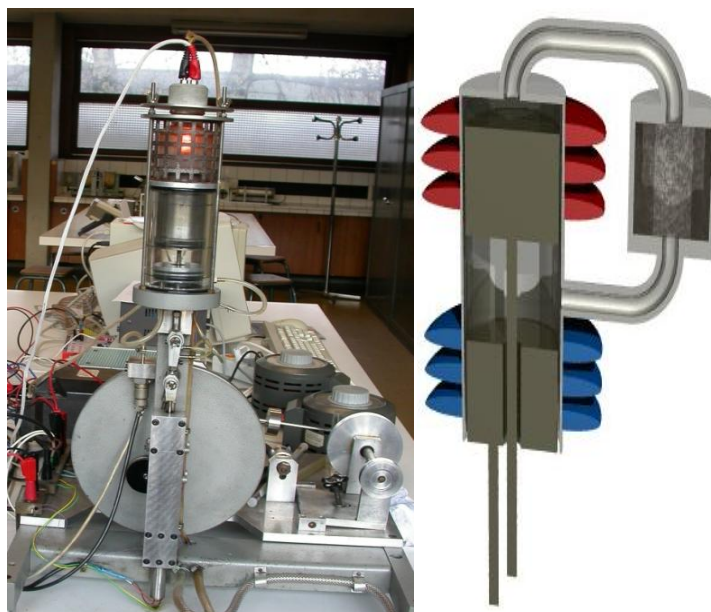


Figure 1.5. Moteur Stirling de configuration Bêta

#### 4.3.2. La configuration Gamma

C'est la configuration (Figure 1.6) la plus ancienne et la plus encombrante. Elle possède l'espace mort le plus important, ce qui réduit sensiblement la puissance. En effet, c'est un moteur Stirling de configuration Bêta, sur lequel le piston de puissance, n'est pas monté coaxialement avec le piston de déplacement. Cette configuration produit un rapport de compression plus faible, mais elle est généralement plus simple mécaniquement et elle est souvent utilisée dans les moteurs Stirling à plusieurs cylindres.

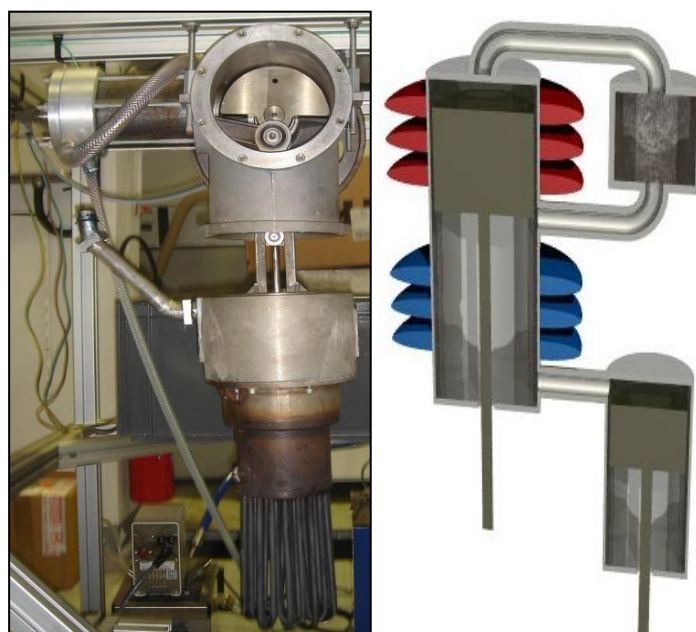


Figure 1.6. Moteur Stirling de configuration Gamma

### 4.3.3. La configuration Alpha

Contient deux pistons de puissance séparés, un piston « chaud », et un piston « froid ». Le piston chaud est situé près de l'échangeur à la plus haute température, et le piston froid est situé près du point d'échange de température la plus basse. Cette configuration a un ratio puissance-volume très élevé, mais a des problèmes techniques, liés fréquemment aux températures trop élevées du piston chaud pour ses joints et aux frottements et à son étanchéités.

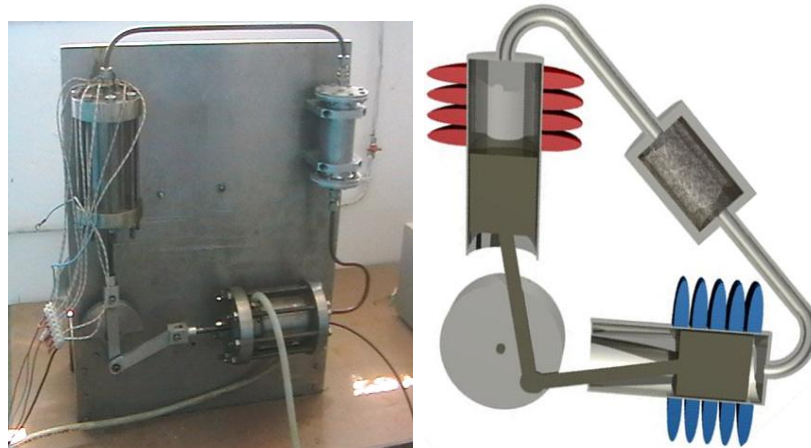


Figure 1.7. Moteur Stirling de configuration alpha (Gheith (1), 2007)

## 5. APPLICATIONS DES MOTEURS STIRLING

La diversité des configurations de moteurs Stirling a permis d'élargir leurs champs d'applications. Ces dernières s'étalent sur plusieurs domaines dont nous citons :

### 5.1. Domaine militaire

Plusieurs sous-marins propulsés par des moteurs Stirling ont été fabriqués. Le fonctionnement silencieux des moteurs Stirling est particulièrement apprécié. De plus, la combustion externe peut être réalisée avec du fuel et de l'oxygène déjà sous pression et les gaz d'échappements peuvent être directement rejetés dans l'eau de mer sans être comprimés au préalable, ce qui augmente l'autonomie en plongée.

À titre d'exemple, le plus grand sous marin commercial du monde (Sauzade et al., 1991) : le SAGA (Sous-marin d'Assistance à Grande Autonomie). Il a été propulsé par deux moteurs Stirling de puissance 75 kW chacun, il fût mis en service au début des années 60. Il pèse 550 tonnes pour une longueur de 28 m et peut transporter 6 membres d'équipage. Les moteurs Stirling lui permettent une autonomie d'air qui double son temps de plongée par rapport aux autres sous-marins du même type.



Figure 1.8. SAGA : Sous-marin d'Assistance à Grande Autonomie (Sauzade et al., 1991)

Les moteurs STIRLING fournissaient aussi l'alimentation électrique, la chaleur utilisée pour le chauffage d'un compartiment hyperbare à l'intérieur duquel pouvaient se placer 6 plongeurs ainsi que la protection contre le froid nécessaire aux plongeurs lors de leurs sorties en scaphandre.

## 5.2. Domaine spatial

Les satellites artificiels sont de plus en plus consommateurs d'électricité, le moteur Stirling demeure une solution intéressante grâce à ses bonnes performances énergétiques. Les cellules photovoltaïques, qui constituent son principal concurrent possèdent un rendement de conversion d'énergie inférieur à 10%, et nécessitent l'emploi de très grands panneaux solaires (Abdulla et al., 2005). Pour cette application, le rendement du moteur Stirling est particulièrement élevé, vu les grandes différences de température disponibles dans l'espace. La NASA a développé un moteur Stirling connu comme le générateur Stirling à radioisotope (SRG) (Schmidt et al., 2003) conçu pour produire l'électricité dans l'espace. La source de chaleur est une limace sèche solide du combustible nucléaire et la source froide est l'espace lui-même.

## 5.3. Conversion de l'énergie solaire en électricité

La technique Stirling solaire est considérée comme la plus efficace des méthodes de conversion de l'énergie solaire en électricité, environ deux fois plus efficace que les autres technologies solaires alternatives (Maier et al., 2007). Cette technique consiste à concentrer le maximum des rayons solaire grâce à une parabole au centre duquel un récepteur est placé. Ce dernier permet d'augmenter la température d'un fluide de travail qui circule dans un moteur Stirling. Cette installation présente un rendement de conversion solaire-électrique assez élevé et présente un très faible impact sur l'environnement. La parabole Stirling (Dish-Stirling) est composée principalement des éléments suivants : un miroir parabolique, un moteur Stirling avec générateur, un capteur solaire ou récepteur et un système de poursuite du soleil.

Plusieurs centrales thermiques sont actuellement installées ou en cours d'installation dans certaines zones du globe terrestre et utilisent les paraboles Stirling pour convertir l'énergie solaire en énergie électrique.

### **5.3.1. Centrale solaire de la Californie (USA)**

Southern California Edison et de San Diego Gas & Electric et Stirling Energy Systems, se sont groupées pour réaliser les deux plus grandes centrales solaires du monde. Profitant de l'ensoleillement et des vastes champs vides en Californie, ces sociétés envisagent de construire deux centrales thermiques séparées, la première sera capable de générer 500 MW d'électricité dans le désert Mojave en Californie, pour SoCal Edison, et la deuxième centrale de 300 MW dans l'Imperial Valley en Californie aussi pour la société SDG & E.

### **5.3.2. Eurodish**

Dans le cadre d'un projet du ministère Allemand de l'environnement et avec l'aide de l'ADEME, depuis juin 2004, le laboratoire PROMES du CNRS à Font-Romeu a installé un prototype EURODISH d'une puissance électrique de 10 kW (Nepveu et al. 2006). Ce prototype, développé par la DLR avec un consortium industriel allemand met en œuvre une parabole de 53 m<sup>2</sup> de surface utile. L'objectif est de démontrer la fiabilité du système et d'analyser les performances de chacun de ses composants. Une unité est mise en place à Font-Romeu, plus de 2000 h de fonctionnement ont été cumulées avec un rendement solaire-électrique maximum observé de 23% pour une production d'énergie électrique de 14600 kWh.

### **5.3.2. Eurodish**

En France, une parabole Stirling a été installée à Odeillo (Pyrénées) (Figure 1.9) où l'équipe du CNRS locale poursuit activement ses recherches. Ce mini-générateur électrique solaire offre une puissance électrique nominale de 9,2 kW nette pour un rendement moyen 19% (plus de 700h de fonctionnement). Même si la puissance électrique est relativement faible, ces petites paraboles-Stirling sont déjà plus efficaces que les systèmes photovoltaïques, et justes un peu moins efficaces que les éoliennes.

L'approche de modélisation et d'analyse de systèmes a également été appliquée au cas particulier du système parabole-Stirling Eurodish de 10 kW expérimenté à Odeillo depuis 2004. La simulation de la cartographie de flux délivrée sur le plan de l'absorbeur de diamètre 30 cm et les observations effectuées indiquent la dynamique importante (400 à 1500 kW/m<sup>2</sup> pour un ensoleillement nominal de 900 W/m<sup>2</sup>). Les performances évaluées à partir des simulations et les observations effectuées s'accordent et montrent que le rendement instantané de conversion

solaire-électricité de 22,5 % obtenu dans les conditions standard d'ensoleillement ( $1000 \text{ W/m}^2$ ) pour une puissance électrique générée de 10,8 kW. Toutefois des pertes considérables sont observées sur cette installation :

- Pertes optiques de la parabole (réflectivité miroirs, débordement) : 21 %
- Pertes du récepteur solaire (conduction, convection, rayonnement) : 14 %
- Rejets thermiques du cycle moteur (refroidissement) : 38,5 %
- Pertes par dissipations mécaniques (moteur, génératrice), pertes électriques : 3%
- Consommation électrique des auxiliaires : 1 %

Avec près de 3000 heures de production cumulées, ce projet a permis d'identifier les principales pannes du système et d'évaluer la fiabilité des composants (Nepveu et al., 2006). La parabole et le récepteur solaire sont fiables. Le moteur Stirling (SOLO V161) exige un entretien fréquent (remplacement du cylindre chaud toute les 1000 heures). Le système de contrôle et de régulation est le composant le moins fiable, il occasionne plus de la moitié des arrêts (56 %).



Figure 1.9. La parabole Stirling solaire du projet EuroDish (Nepveu et al., 2006)

#### 5.4. Production d'électricité pour les sites isolés

En Nouvelle Zélande, les chercheurs ont conçu et fabriqué un moteur Stirling de 200W pour recharger des batteries de 12V à partir de la combustion fossile. Ce type de moteur est intéressant pour fournir en électricité les campings, les bâtiments isolés, les marchés ou encore les bateaux de plaisance.

## 5.5. Domaine de cogénération

Des systèmes de cogénération sont commercialisés, ils sont composés d'une chaudière classique qui fournit la chaleur aux habitations et un moteur Stirling couplé à cette dernière qui récupère les pertes de chaleur (dans les fumées par exemple) pour les convertir en électricité (Lanzetta, 1997). Dans le contexte actuel d'économie des énergies, ce genre d'installation pourrait représenter un bon débouché pour le moteur Stirling.

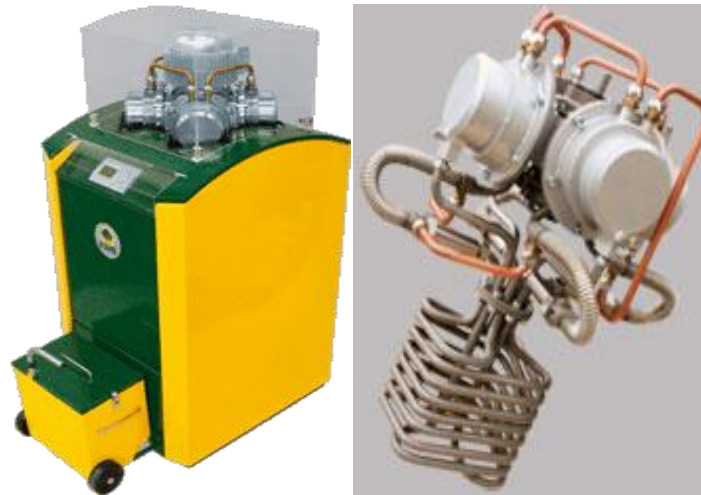


Figure 1.10. Chaudière à bois Stirling (Stirling Power Model)



Figure 1.11. La SunMachine Pellet

Ces dispositifs (Figures. 1.10 et 1.11) fonctionnent grâce à la combustion des granulés de bois qui sont un produit de matières premières renouvelables, dont la combustion est neutre en  $\text{CO}_2$ , et ne produit pas de fumée. Le premier dispositif est commercialisé dès Avril 2008, alors que le deuxième est en phase d'essai.

## 5.6. Domaine du transport : Voiture hybride

Le moteur Stirling est une alternative intéressante à la turbine à gaz pour la production d'électricité dans les voitures hybrides et ceci grâce à son faible niveau de pollution et son excellent rendement. Pour cette application le moteur Stirling est utilisé pour charger continuellement et peu à peu les batteries de véhicules électriques ; ce qui permet d'augmenter leurs autonomies.

Des suédois de la société Precer ont conçu un véhicule électrique de démonstration « Bioracer » dont les batteries se rechargent à l'aide d'un moteur Stirling. Il s'agit en fait d'une technologie que la société peut décliner dans chacune de ses 5 branches d'activité : automobiles, transport routier, équipements mobiles, équipements maritimes et centrales de cogénération domestiques. Le principe de base : un moteur Stirling qui peut être alimenté aux granulés de bois, au bois déchiqueté ou toute autre biomasse solide, dont le mouvement fait fonctionner un alternateur qui génère l'énergie électrique nécessaire aux moteurs de véhicules hybrides. La société a déjà adapté sa technologie sur un bateau et un buggy.

## 5.7. Domaine industriel

La réversibilité du moteur Stirling permet de produire du froid d'une façon industrielle et avec un rendement appréciable. Quatre pistons à double action transfèrent un gaz (hélium ou hydrogène) et récupèrent l'énergie. Leur disposition axiale autorise un faible encombrement et une bonne compacité de l'ensemble. Ce moteur (Figure 1.12) peut délivrer 30 kW et a une durée de vie sans entretien de 60000 heures (7 ans sans interruption). La vitesse de rotation en sortie est de 1800 tr/mn et le rendement atteint 40% (Boucher, 2002).

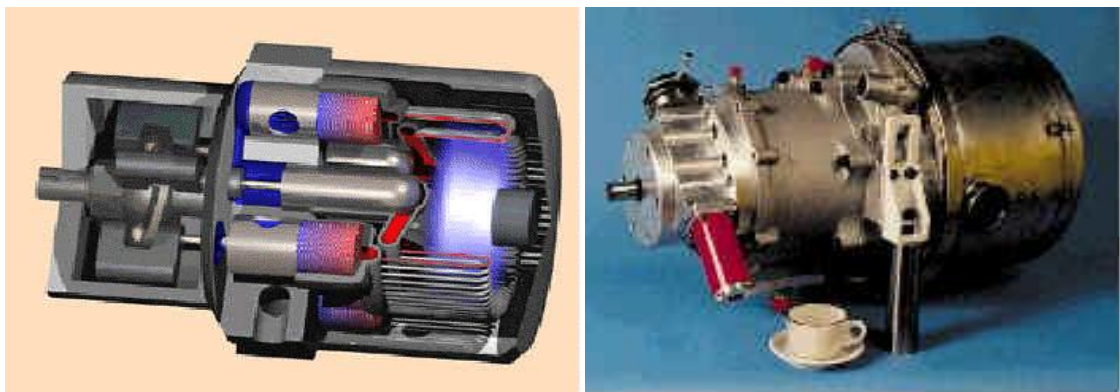


Figure 1.12. Le moteur Stirling STM 4-120 (Boucher, 2002)

## 5.8. Domaine informatique

La société MSI se sert d'un moteur Stirling pour refroidir les microprocesseurs des ordinateurs (Figure 1.13). Le moteur capte alors le surplus de chaleur et s'en sert pour entraîner un ventilateur qui refroidit le processeur. Ce système ne nécessite pas d'alimentation électrique contrairement aux réfrigérants classiques et peut évacuer 70% de la chaleur accumulée.



Figure 1.13. Microprocesseur refroidit par un moteur Stirling

## 6. MODÉLISATIONS EXISTANTES DES MOTEURS STIRLING

L'un des handicaps majeurs du développement des moteurs Stirling est l'absence de modélisations approfondies et précises de la prédiction théorique de ses performances. Les modélisations existantes sont plus ou moins globales et simplificatrices, elles ne prennent pas en considération tous les paramètres déterminants pour ce genre de moteur, exemple : fiabilité, calcul des coefficients de transfert thermique, diminution de coût et contrôle de puissance (Abbas, 2006; Lemrani et Stouffs, 1994).

En effet, la difficulté de la mise en équation des moteurs Stirling est principalement liée à la grande diversité des configurations et à la nature de l'écoulement. Ce dernier est très tortueux dans le régénérateur, tridimensionnel dans les échangeurs de chaleur (conduite cylindrique) et à caractère hautement instationnaire dans tout le moteur. Des méthodes de simulation des moteurs Stirling plus au moins révolutionnaires sont utilisées dans la bibliographie. Elles peuvent être classées en trois groupes : modélisations globales simples, méthodes fines et simulations par logiciels commerciaux. Une présentation de ces trois méthodes sera développée ci-dessous.

### 6.1. Modélisations globales des moteurs Stirling

Dans la littérature, quatre niveaux d'analyse thermodynamique des moteurs Stirling sont recensés. Ils sont classés par ordre croissant de perfection :

- Les analyses d'ordre zéro, qui sont basées principalement sur l'expérimentation.
- Les analyses approximatives (du premier ordre), qui permettent une évaluation approximative des performances des moteurs Stirling.
- Les analyses découplées (du deuxième ordre), qui permettent une première optimisation des moteurs Stirling.
- Les analyses couplées (du troisième ordre), qui peuvent être utilisées pour faire des simulations fines de la distribution de la masse, de la pression et des températures dans le moteur.

### 6.1.1. Analyses d'ordre zéro

Cette analyse repose sur l'expérimentation. Elle consiste à exprimer directement la puissance fournie par le moteur ou l'effet frigorifique. Cette méthode fut réalisée par Williams (Lanzetta, 1997). Beale et al. (1971) ont proposé une expression semi empirique pour calculer la puissance d'une machine Stirling fonctionnant en cycle moteur ( $P_m$ ). Elle s'exprime comme suit :

$$P_m = K \cdot \bar{P}_{cycle} \cdot fr \cdot V_{sc} \cdot f(T) \quad (1-1)$$

Où  $K$  est une constante à déterminer suivant le type de la machine Stirling,  $\bar{P}_{cycle}$  est la pression moyenne sur un cycle,  $f(T)$  est une fonction de températures et  $V_{sc}$  est le volume du gaz balayé côté compression.

Cette équation fut confirmée par Organ (1997) et West (1986). Ce dernier proposa à son tour une deuxième expression pour exprimer la puissance d'un moteur Stirling :

$$P_m = 0,025 \cdot \bar{P}_{cycle} \cdot fr \cdot V_{sc} \cdot \frac{T_c - T_f}{T_c + T_f} \quad (1-2)$$

### 6.1.2. Analyses approximatives

Gustave Schmidt développa entre 1860 et 1871 une nouvelle analyse thermodynamique du cycle Stirling. Cette analyse adopte plusieurs hypothèses simplificatrices : la compression et la détente se font d'une façon isotherme, la régénération est parfaite (l'efficacité du régénérateur est égale à 1) et la pression dans tout le moteur est supposé être uniforme. Cette analyse est utilisée pour prédire approximativement les performances d'un moteur Stirling. Le calcul de la puissance est basé sur une analyse idéale. Un simple facteur de correction est ensuite utilisé pour déduire la puissance mécanique réelle à partir de la puissance idéale. Les facteurs de correction pour la puissance et le rendement du moteur sont déterminés à partir d'approximations sur des moteurs

réels (Abbas (2006)). Ces analyses fournissent un moyen simple et rapide pour estimer la puissance d'un moteur Stirling à partir de sa géométrie.

### **6.1.3. Analyses découplées (du deuxième ordre)**

Dans les années soixante, Smith, Rios et Qvale développèrent une méthode appelée « analyse découplée du second ordre ». La méthode consiste à corriger les analyses du premier ordre de Schmidt (analyse de type isotherme) et de Finkelstein (analyse de type adiabatique) afin de tenir compte des effets parasites introduits par les phénomènes thermiques et de friction du fluide au sein d'une machine Stirling. L'originalité de la méthode repose sur la notion de découplage. En effet, chaque élément parasite possède une influence propre sur les performances d'une machine Stirling indépendamment des autres parasites. Les résultats issus de cette analyse se situent dans une plage de  $\pm 20\%$  des résultats expérimentaux, parfois plus proches (Rios et al., 1968 ; Qvale et Smith, 1968).

### **6.1.4. Analyses couplées (du troisième ordre)**

Ces méthodes sont les plus complètes et les plus réalistes. Elles permettent de suivre de près les processus thermo- et hydrodynamique qui ont lieu dans les moteurs Stirling. Elles utilisent des volumes de contrôle ou les nœuds pour résoudre les équations gouvernantes (1D, 2D ou 3D). Deux principales méthodes d'analyse couplées sont disponibles: les méthodes nodales et les méthodes des caractéristiques. Elles sont utilisées comme références pour les résultats expérimentaux (Allen et Cairelli, 1985 ; Tew, 1986).

## **6.2. Modélisation fines des moteurs Stirling**

Les modélisations fines des moteurs Stirling sont basées sur la résolution des équations de Navier Stokes pour la partie écoulement de fluide et sur la résolution du modèle Brinkman-Lapwood-Forchheimer étendu Darcy pour la détermination de l'écoulement et du transfert de chaleur dans le milieu poreux (régénérateur). Ces modélisations sont généralement faites sur une partie du moteur Stirling soit l'espace de compression associé à un régénérateur (Zahi et al., 2008) soit l'espace de détente associé à un régénérateur (Zahi et al., 2010). Les systèmes d'équations trouvés sont résolus numériquement par la Méthode des Volumes de Contrôle à base d'Éléments Finis (MVCEF). Cette méthode combine l'utilisation des volumes finis et des éléments finis, mais elle reste très difficile et délicate à mettre en œuvre et son temps de calcul est très long.

Certes, ces méthodes permettent d'avoir une schématisation précise des phénomènes qui régissent un moteur Stirling mais elles comportent plusieurs faiblesses:

- Limitation de la validité de la loi de Darcy. Les limites de cette dernière sont fixées par rapport au nombre de Reynolds qui doit être situé entre 1 et 15.
- Comportent plusieurs hypothèses simplificatrices qui risquent d'influencer le résultat final.
- Ne prennent pas en considération les pertes thermiques et mécaniques qui influencent considérablement la qualité et quantité des écoulements et des transferts de chaleur dans un moteur Stirling.
- Ces méthodes sont aussi difficile à programmer et nécessite un temps de d'exécution assez important.

### **6.3. Modélisations par les logiciels de simulation CFD**

Les logiciels commerciaux de simulation des machines thermiques sont de plus en plus répandus dans la recherche sur les moteurs Stirling. Ces logiciels offrent une facilité d'utilisation associée à une grande bibliothèque et outils simplifiant la schématisation, le maillage et la simulation des phénomènes gouvernant un moteur Stirling.

Les simulations sur ces logiciels comportent généralement cinq étapes principales (Abdelsattar et al., 2011) :

- Définir la géométrie du problème
- Utiliser un logiciel de maillage pour discrétiser cette géométrie continue.
- Définir les lois physiques et les conditions aux limites qui régissent le problème.
- Choisir la technique appropriée pour convertir les dérivées partielles des équations déjà définies en équations algébriques. Généralement la méthode des éléments finis et des volumes finis est utilisée.
- Analyser les résultats obtenus des simulations pour évaluer les performances du système.

Pistek et Novotny. (2007) ont simulé un moteur Stirling de type Gamma dans le but d'optimiser leur installation et ceci en fonction de la construction et du matériau du régénérateur. Ils ont proposé l'évolution de la vitesse et des températures dans leur moteur. Aranda et al. (2010) ont simulé un moteur Stirling avec l'énergie solaire comme source chaude. Ils ont utilisé le logiciel de simulation Open FORAM pour optimiser les pertes par dissipation d'énergie dans le moteur. La nouvelle configuration leur a permis de diminuer cette perte de 0,64 J/cycle à 0,21 J/cycle. Martaj et al. (2009) ont optimisé un moteur Stirling à basse température en variant le

matériau du régénérateur. Leurs Simulations ont conduit à des résultats en accord avec les résultats expérimentaux.

#### **6.4. Logiciel de simulation propre aux moteurs Stirling**

Plusieurs logiciels propres à la simulation des moteurs Stirling sont disponibles. Certains d'entre eux sont même commercialisés comme SNAPpro, PROSA et Sage. D'autres sont une propriété privée de certaines universités ou sociétés travaillant sur les moteurs Stirling (NASA par exemple). Mais aucun de ces logiciels n'est à accès libre (gratuit).

##### **6.4.1. Le logiciel Martini-Weiss**

Le programme MarWeiss est un programme de simulation et d'aide de conception des moteurs Stirling. C'est un logiciel de premier ordre développé par Martini et redéveloppé par Weiss (Walker et al., 1990). L'environnement convivial permet aux utilisateurs d'obtenir des résultats avec un minimum d'effort. Le programme simule efficacement une large gamme de configurations de moteur Stirling, de systèmes d'entraînement et de types d'échangeurs de chaleur. L'algorithme mis en œuvre dans la simulation fournit des estimations de la performance du moteur et permet l'optimisation paramétrique ou d'études commerciales d'un moteur Stirling. Des validations expérimentales de ce programme ont été effectuées (Lista, 1993). Ce programme a été commercialisé pendant les années 80 et début des années 90.

##### **6.4.2. Le logiciel SNAPpro**

Le logiciel SNAP (Stirling Numerical Analysis Program) est un programme de second ordre pour la simulation des moteurs Stirling produit par Altman depuis l'an 2000. Ce programme est basé sur les travaux de Martini. Il est programmé sous Microsoft Excel et inclut une bibliothèque de certaines configurations du moteur Stirling, permet de tracer ces différents paramètres et grâce à un algorithme génétique inclus dans le programme. Il permet de donner la configuration optimale de l'installation Stirling étudié.

##### **6.4.3. Le logiciel PROSA**

PROSA (PROgram of Second Order Analysis) est un code commercial de simulation des moteurs Stirling commercialisé par Thomas. Actuellement, la version 3.0 de ce logiciel est commercialisée. Elle inclut un modèle de troisième ordre qui simule l'utilisation du temps pas à pas au lieu d'utiliser des solutions de forme fermée. Ce logiciel inclut la totalité des pertes thermiques touchant les moteurs Stirling (Thomas, 2001).

## 7. PARAMÈTRES D'OPTIMISATION D'UN MOTEUR STIRLING

Vu la complexité de la conception des moteur Stirling et des phénomènes thermo-physiques qui régissent ce genre de moteur, ce dernier est très sensible à la variation de tous les paramètres qui le touchent de près ou de loin. Ainsi, pour aboutir à un fonctionnement optimisé de ce type de moteur, la connaissance et la maîtrise de tous ses paramètres est primordiale. Les principaux paramètres qui influencent les moteurs Stirling seront présentés. Ces paramètres seront classés selon quatre groupes : le fluide de travail, les paramètres géométriques, les paramètres de fonctionnement et les paramètres du régénérateur.

### 7.1. Fluide de travail

Walker (1980) a montré que la chaleur transférée par le fluide de travail vers l'espace de compression et de détente dépend de la nature du fluide de travail dans un moteur Stirling. Les caractéristiques des différents fluides de travail utilisés dans le moteur Stirling (hydrogène, hélium, air, dioxyde de carbone) ont été données par Meijer (1987).

Tableau 1.1. Chaleur transférée par certains fluides de travail

Fluide de travail	Cp (J/kg.k)	Cv (J/kg.k)	Chaleur échangée (kJ/kg)	$\gamma$
Hydrogène	14300	10140	104	1,61
Hélium	5250	3160	44	1,66
Vapeur d'eau	1850	1410	44	1,32
Dioxyde de carbone	839	650	31	1,30
Air	1005	710	29	1,9

L'hydrogène assure la plus grande quantité de chaleur échangée et l'air assure la plus petite quantité de chaleur échangée. L'hydrogène présente des risques d'inflammations. La vapeur d'eau est utilisée uniquement pour les petites pressions. L'hélium est donc plus avantageux par rapport au autres gaz. Les performances peuvent être améliorées en utilisant un fluide de travail de conductivité thermique élevée, tel que l'hélium ou l'hydrogène (Cinar et al., 2005(1)).

## 7.2. Paramètres géométriques

### 7.2.1. Taux de compression

Le rapport géométrique de compression est défini par le rapport du volume de compression  $V_{com}$  par le volume d'expansion  $V_{det}$ ,  $\tau = \frac{V_{com}}{V_{det}}$

La puissance adimensionnelle est définie par le rapport du travail ( $w$ ) produit par la pression maximale ( $P_{max}$ ) et le volume total balayé :

$$Pu_{ad} = \frac{w}{P_{max} \cdot V_t} \quad (1-3)$$

Walker (1980) a montré que la puissance adimensionnelle du moteur Stirling dépend du taux de compression. Pour un rapport de température  $\frac{T_{com}}{T_{det}}$  de l'ordre de 0,2, la puissance adimensionnelle est maximale pour  $\tau = 0,75$ . Pour un rapport de température de 0,5, la puissance adimensionnelle est maximale pour  $\tau = 1$ . La valeur optimale du taux de compression  $\tau$  varie avec le taux de température.

### 7.2.2. Déphasage entre le mouvement des pistons

Le piston de déplacement et le piston moteur sont liés par un mécanisme de transformation de mouvement, l'angle de déphasage entre ces pistons n'est pas arbitraire (Iwamoto et al., 1997 et Walker, 1980). Pour un rapport de température entre 0,35 et 0,5, la puissance adimensionnelle est maximale pour un angle de déphasage compris entre  $90^\circ$  et  $115^\circ$ .

### 7.2.3. Nature du mouvement des pistons

Les prototypes de moteur Stirling proposés, ont des mouvements sinusoïdaux des pistons qui sont différents du mouvement théorique discontinu. Kolin (1991(1)) a montré que dans le cas d'un mouvement sinusoïdal du piston déplaceur, la surface du cycle est plus petite que celle prévue dans la théorie. La surface du cycle peut être augmentée par l'utilisation de mouvement discontinu des pistons. En effet pour ce type de mouvement, le fluide de travail séjourne plus de temps dans les échangeurs de chaleur, ce qui se traduit par une amélioration des échanges de chaleur et des performances du moteur (Tlili, 2010). Plusieurs systèmes de transmission de mouvement sont montés sur les moteurs Stirling citant : mécanisme à bielle manivelle hypocycloïdale, mécanisme bielle manivelle crémaillère et le mécanisme à came à profil extérieur

(Timoumi et al., 2000). Kolin (1991(1), 1991(2)) a montré qu'il est possible d'augmenter la surface réelle du cycle en choisissant le mécanisme d'entraînement adéquat.

#### 7.2.4. Rapport des surfaces d'échanges

Martaj et al. (2006) a proposé une étude des moteurs Stirling incluant les échangeurs de chaleur et le régénérateur afin d'optimiser la distribution de la chaleur par rapport à la surface totale des échangeurs de chaleur. Elle a montré que la puissance de ce moteur dépend du rapport de la surface d'échange du refroidisseur par rapport à la surface totale d'échange  $\frac{A_{com}}{A_t}$ . Cette puissance dépend aussi de la fréquence. L'efficacité d'un moteur Stirling dépend de ce rapport de surfaces d'échange et diminue avec la fréquence. Martaj et al. (2006) ont montré que des valeurs extrêmes du rapport des surfaces d'échanges  $\frac{A_{com}}{A_t} < 0,2$  ou  $\frac{A_{com}}{A_t} > 0,8$  entraînent une chute importante des performances du moteur.

#### 7.2.5. Volume mort dans le moteur

Le volume mort dans un moteur Stirling est représenté par le volume qui n'est pas balayé par les pistons : espace mort des deux cylindres de travail et les volumes des échangeurs de chaleur.

Le volume mort contient une proportion du fluide de travail qui n'accomplit pas le cycle et donc ne contribue pas au rendement. Schmidt a défini un facteur  $F_s$  (facteur de Schmidt) qui représente le rapport de la surface réelle par la surface théorique du cycle de Stirling ( $V_0$ ).

$$F_s = 74 - 0,68 V_0 \quad (1-4)$$

Cette formule montre que pour  $V_0 = 0$ , le facteur de Schmidt reste égale à 74%. Tlili et al. (2008) ont étudié l'influence du volume mort sur la puissance d'un moteur Stirling Yoke Ross pour une fréquence de 75 Hz. Ils ont conclu que l'augmentation du volume mort entraîne une chute exponentielle de la puissance d'un moteur Stirling (Figure 1.14).

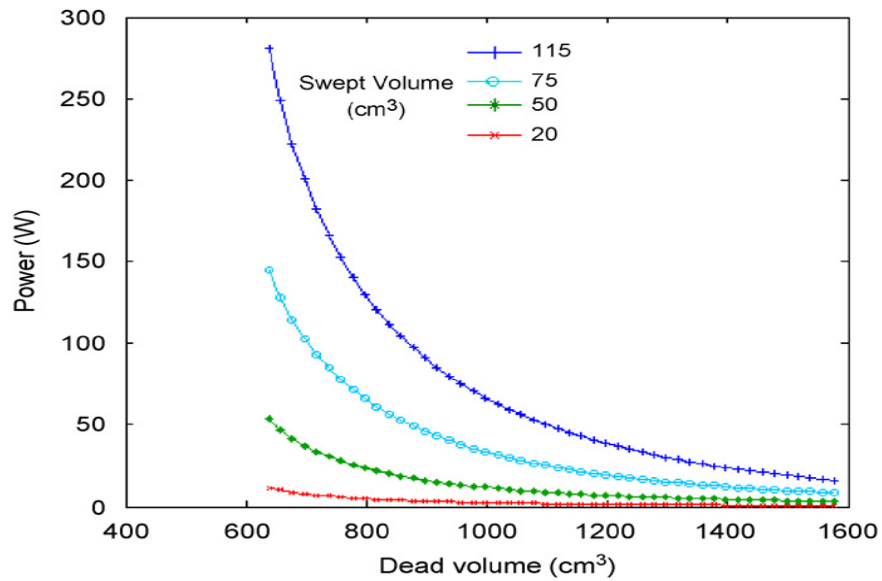


Figure 1.14. Relation entre le volume mort et la puissance d'un moteur Stirling Yok Ross (Tili et al., 2006)

### 7.2.6. Géométrie du réchauffeur et du refroidisseur

Les moteurs Stirling Gamma et Alpha sont généralement composés de deux cylindres et les processus de réchauffement et de refroidissement sont effectués à travers les parois de ces cylindres. Certaines machines sont équipées par des refroidisseurs et des réchauffeurs en tubes (inclinés ou en serpentins) pour augmenter la surface d'échange avec le fluide de travail. El-hwany et al. (2011) ont proposé une nouvelle conception du refroidisseur et du réchauffeur (Fig. 1.15), leurs conceptions sont formées par un grand nombre de tube en parallèle sans déviation ni coude. Ces nouvelles conceptions leurs ont permis d'augmenter la puissance de leur machine de 13%.

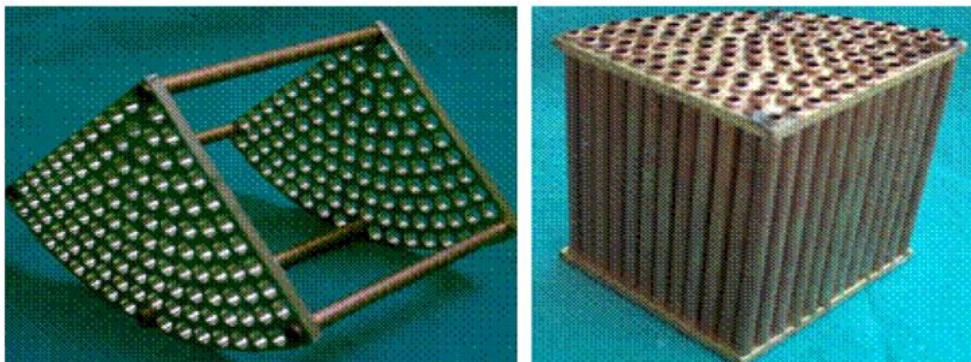


Figure 1.15. Nouvelle conception de l'échangeur de chaleur (124 tubes)

### **7.3. Paramètres de fonctionnement du moteur**

Les paramètres de fonctionnement d'un moteur Stirling sont définis comme les paramètres qui sont fixés avant ou lors du fonctionnement du moteur. Seuls les trois paramètres pertinents seront étudiés dans cette partie et qui sont : températures des sources de chaleur, vitesse de rotation du moteur et pression initiale de charge.

#### **7.3.1. Températures des sources de chaleur**

Les expériences de Walker (1980) montrent que la puissance adimensionnelle du moteur Stirling (Eq. 1-3) dépend de la température de détente. La puissance adimensionnelle croît progressivement pour des valeurs de température de l'espace de détente de plus en plus grande.

La puissance et le couple du moteur augmentent avec la température de la source chaude. L'augmentation du gradient de température entre les deux sources de chaleur provoque l'augmentation de l'écart de température entre les deux extrémités du déplaceur, ce qui conduit à l'augmentation de la perte par effet Navette.

#### **7.3.2. Vitesse de rotation**

Les essais expérimentaux effectués par Cinar et al. (2005(1)) montrent que pour une vitesse de rotation entre 120 et 190 tr/mn, la puissance est maximale pour une valeur de l'ordre de 150 tr/mn et ceci pour une température de chauffage de 800 °C. En effet, plus la vitesse de rotation du moteur augmente, plus sa puissance est importante. Pour les moteurs Stirling à grande différence de température, Iwamoto et Hirata ( 1997) ont montré que la puissance augmente continuellement en fonction de la vitesse de rotation sans atteindre un maximum. Ils ont aussi montré que pour des moteurs Stirling à haute et basse température la puissance atteint son maximum pour une vitesse de rotation de 143tr/mn.

#### **7.3.3. Pression initiale de charge**

L'augmentation de la pression initiale de charge dans un moteur Stirling induit un premier temps l'augmentation de la pression de compression et de détente et par conséquent l'augmentation du travail produit par le moteur Stirling. Certes, l'augmentation de la pression de charge initiale augmente les performances du moteur Stirling Gamma, mais elle augmente aussi la chute de pression à travers les singularités et le régénérateur du moteur.

## 7.4. Paramètres du régénérateur

Le régénérateur est souvent défini comme l'élément clé des moteurs Stirling. Celui-ci est formé par un milieu poreux qui doit assurer le meilleur transfert thermique sans freiner l'écoulement du fluide dans le moteur. Le régénérateur est le siège de nombreuses pertes thermiques tels que: la dissipation d'énergie mécanique par chute de pression (Timoumi et al., 2008), la perte d'énergie par conduction interne (Popescu, 1996) et externe (Thombare, 2008).

Certains chercheurs ont proposé les meilleures caractéristiques que doit avoir un régénérateur pour aboutir aux performances optimales d'un moteur Stirling (Organ, 1992 ; Timoumi et al., 2008 et Bangert, 2010). Ainsi, un régénérateur parfait doit avoir :

- Une haute capacité thermique,
- Une conductivité thermique élevée,
- Grande surface d'échange pour minimiser les différences de température entre le matériau du régénérateur et le fluide de travail,
- Faible volume mort avec une matrice dense pour maximiser la variation de pression,
- Un matrice très poreuse avec un minimum de résistance à l'écoulement.

Il est évident que ce n'est pas possible de satisfaire toutes ces propriétés à la fois; ainsi toute régénération doit être un compromis entre ces différentes propriétés (Bangert, 2010).

### 7.4.1. Dimension du régénérateur

Pour un régénérateur d'une porosité constante, la perte par conduction interne dans ce dernier diminue avec l'augmentation de son volume. À porosité et volume constants (le volume constant peut être obtenu en variant le diamètre et la longueur) la perte par conduction externe dans le régénérateur diminue avec la diminution de son diamètre (Tlili (2006 (2)).

### 7.4.2. Matériau constituant le milieu poreux

Hofacker et al. (2009) ont recensé les meilleurs matériaux à utiliser comme régénérateur dans un moteur Stirling. Ils les ont classés selon leurs conductivités thermiques et leurs capacités thermiques (Fig.1.16).

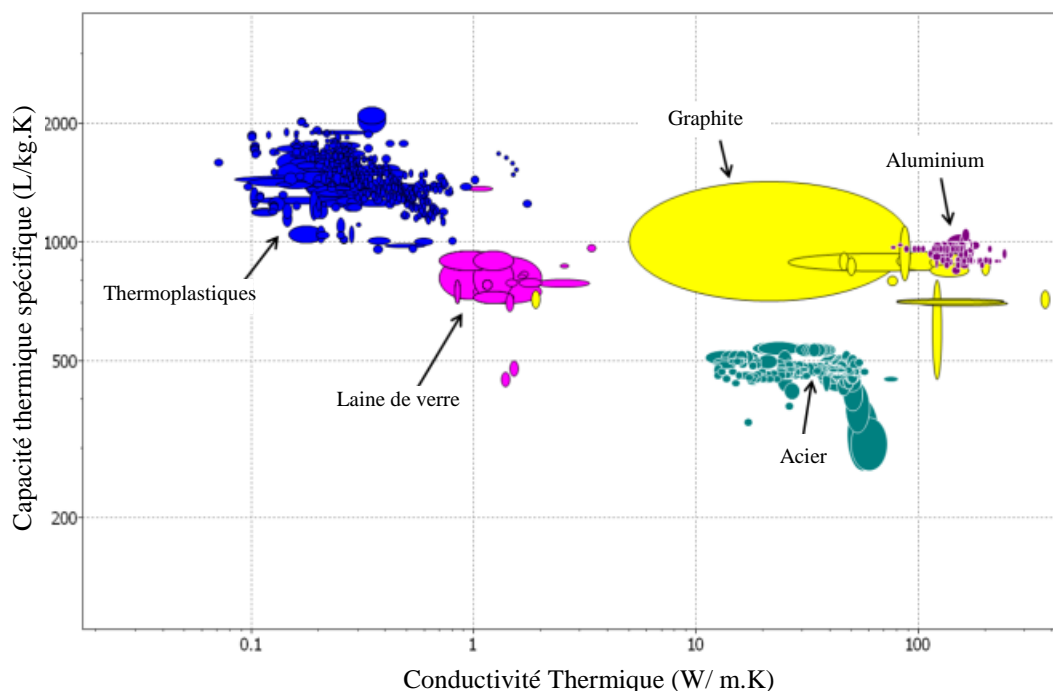


Figure 1.16. Conductivités et capacités thermiques des matériaux utilisés comme régénérateur dans les moteurs Stirling (Hofacker et al., 2009)

Abduljalil et al. (2011) ont expérimenté différents matériaux susceptibles d'être utilisés comme régénérateur d'un moteur Stirling. Ils ont utilisé de la céramique en canaux carrés réguliers, de l'acier « éponge » et de l'acier inoxydables « laine ». Ils ont testé les performances de ces régénérateurs en fonction de la pression moyenne entre 0 et 10 bar. Ils ont montré que les céramiques cellulaires peuvent offrir une alternative aux matériaux traditionnels des régénérateurs pour réduire le coût global du système. Ils ont démontré que l'augmentation de la chute de pression et de la résistance à l'écoulement dépend de la porosité, la régularité ou de la matière poreuse et la manière de disposition de la matière solide.

Le graphite a été utilisé pour la première fois comme régénérateur dans un moteur Stirling par Hofacker et al. (2009). Le graphite peut échanger le double de la quantité de chaleur échangée avec les matériaux classiques utilisés comme régénérateur dans les moteurs Stirling (Klett et al., 2000).

### 7.4.3. Porosité

La porosité du régénérateur est le paramètre clé de l'optimisation des performances d'un moteur Stirling. Elle affecte le diamètre hydraulique du régénérateur, le volume mort total, la vitesse de fluide de travail, la dissipation d'énergie par chutes de pression et certainement l'efficacité thermique du régénérateur et sa surface spécifique d'échange.

Andersen et al. (2006) ont proposé une nouvelle conception de la matrice de régénération, divisée en 3 sections. Les sections d'extrémités ont une plus grande porosité et un plus grand diamètre de fil que la section centrale. Leur nouveau design a permis d'améliorer le rendement du moteur de 32,9 % à 33,2 %.

Tlili et al. (2008) ont étudié un moteur Stirling avec un système d'entraînement de type Yoke Ross, conçu pour les applications solaires. Ils ont proposé une analyse détaillée de l'influence des paramètres du régénérateur sur les performances d'un moteur Stirling. Selon eux, une augmentation de la porosité conduit à la diminution du coefficient de frottement et de la chute de pression. L'efficacité du régénérateur peut être modifiée en changeant le diamètre et la longueur du fil, ce qui modifie à son tour la surface mouillée.

La conductivité thermique d'un milieu poreux proposé par Yeying (1990) est la suivante:

$$\lambda = \lambda_{air}\beta + \lambda_{inox}(1 - \beta)$$

Avec  $\beta$  porosité du milieu. (1-5)

Le diamètre hydraulique d'un milieu poreux ( $d_h$ ) dépend de sa porosité et son diamètre de fil ( $d_w$ ). Ce diamètre est hydraulique est donné par (Gedeon, 1999) :

$$d_h = \frac{\beta}{1 - \beta} d_w \quad (1-6)$$

Le nombre de Reynolds s'écrit comme suit:

$$Re = \frac{\rho u d_h}{\mu} \quad (1-7)$$

Le coefficient de transfert convectif  $h$ , est fonction du nombre de Nusselt  $Nu$ , de la conductivité thermique du matériau  $\lambda$  et du diamètre hydraulique  $d_h$  :

$$h = \frac{Nu\lambda}{d_h} \quad (1-8)$$

Le nombre de Nusselt, le nombre de Peclet et le nombre de Prandlt sont calculés comme suit :

$$Nu = (1 + 0,99 Pe^{0,66}) \beta^{1,79} \quad (1-9)$$

$$Pe = Re Pr \quad (1-10)$$

$$\text{Pr} = \frac{\mu C_p}{\lambda} \quad (1-11)$$

Zahi et al. (2008) ont étudié numériquement les flux et les champs de températures pour différents nombres de Reynolds, nombre de Darcy, ratio des capacités thermiques et des conductivités thermiques dans un cylindre muni d'un piston moteur, rempli en partie par un milieu poreux et chauffé latéralement (Fig. 1.17).

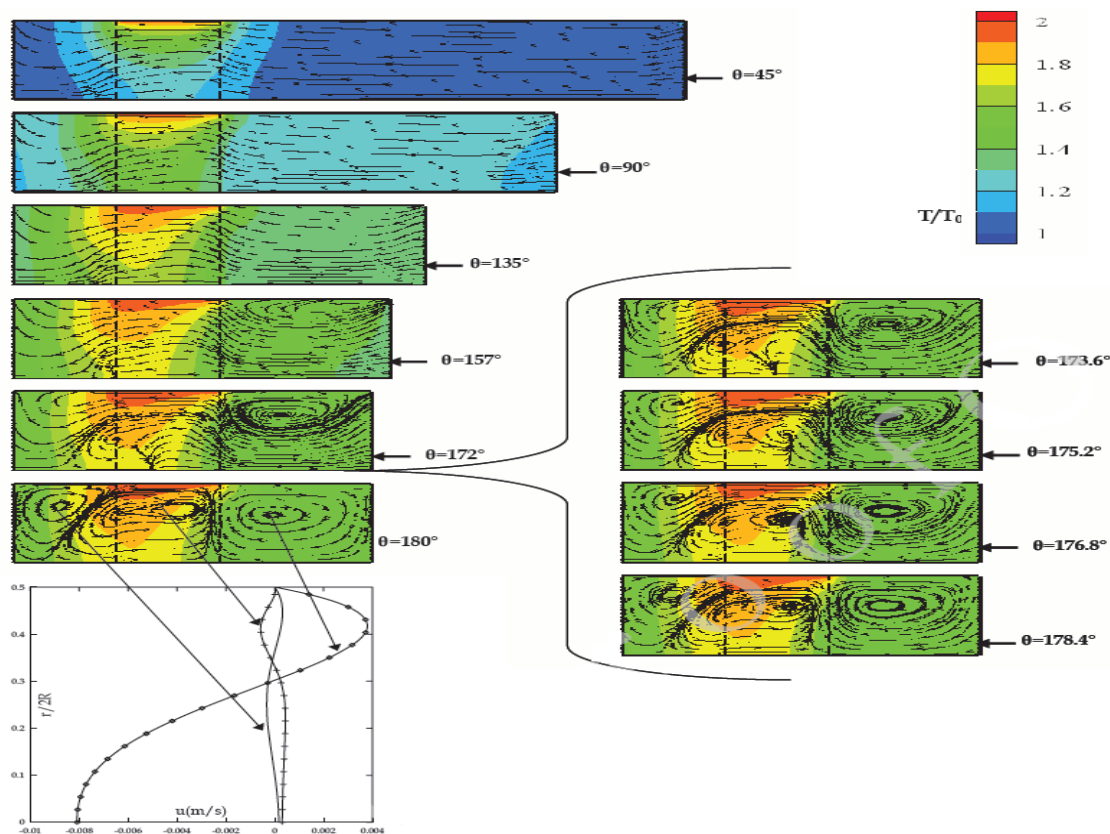


Figure 1.17 Lignes de courant et température pour différents moments du processus de la compression (cas général :  $Re = 50$ ,  $Da = 10^4$ ,  $L_p = 0,14L$ ,  $Rc = 10$  et  $Rk = 20$ )

avec  $Da$  représente le nombre de Darcy,  $L_p$  la longueur de la zone poreuse,  $Rc$  est le rapport des capacités thermiques et  $Rk$  le rapport des conductivités thermiques.

Ils ont montré que la zone poreuse provoque la déviation des lignes de courant. Au fur et à mesure que le piston se déplace, une zone de recirculation négative se répand radialement vers la région centrale et axialement vers la région poreuse. Le milieu poreux apparaît comme un obstacle à l'écoulement du fluide. Les particules de ce dernier sont ralenties dans la zone centrale et accélérées près des parois du cylindre. La formation de vortex est causée par la diminution de la pression à la région centrale juste à la sortie de la zone poreuse. A la fin de la compression

( $\theta=180^\circ$ ), 3 zones de recirculation apparaissent. Ces zones de recirculation dépendent du nombre de Reynolds, du nombre de Darcy et de la longueur de la zone poreuse.

#### **7.4.4. Structure des pores et distribution du matériau dans le régénérateur**

Une matrice bien organisée utilisée comme régénérateur du moteur Stirling permet d'avoir une surface d'échange plus importante avec le fluide de travail. L'utilisation d'une telle matrice minimise le risque d'avoir un écoulement privilégié dans le régénérateur (Hofacker, 2009).

## **8. CONCLUSION**

Un aperçu sur les moteurs Stirling a été donné dans cette première partie. Il est à noter que les technologies Stirling sont une solution prometteuse pour faire face aux problèmes d'énergies fossiles. Ces moteurs ont l'aptitude d'utiliser une multitude de sources de chaleur : énergie solaire, biomasse, etc. Ils ont aussi une vaste gamme d'applications.

Dans la partie suivante, nous présenterons la démarche adoptée pour le déroulement des essais expérimentaux. C'est la méthodologie des plans d'expérience. Cette dernière permet l'optimisation des paramètres de fonctionnement afin de limiter les expériences d'une part et faire ressortir l'influence des paramètres les plus influents d'autre part.



# **PARTIE B : MÉTHODOLOGIE DE PLANIFICATION DES EXPÉRIENCES**

## **1. INTRODUCTION**

La recherche des paramètres optimaux d'un moteur Stirling peut se faire de différentes façons, telles que la méthode uni-variantes, la méthode par algorithme génétique et la méthode par plan d'expérience.

La méthode des plans d'expériences n'est pas une nouvelle technique. Elle fut développée par Fisher en 1952 (Pillet, 1994), et appliquée en premier en agronomie.

Les plans d'expériences permettent de mieux organiser les essais expérimentaux dans une recherche scientifique ou une étude industrielle (Goupy, 2001). Cette méthode présente plusieurs avantages par rapport à la méthode uni-variantes :

- Diminution du nombre d'essais à effectuer pour balayer tout le domaine d'étude,
- Possibilité d'étudier un grand nombre de facteurs à la fois,
- Détection des interactions simples ou doubles entre les facteurs étudiés,
- Modélisation des réponses étudiées,
- Précision optimale des résultats,
- Optimisation des réponses.

Cette méthode sera exposée dans cette seconde partie du chapitre bibliographique. Cette partie n'a pas pour but d'expliquer la totalité de la méthode, mais juste de préciser son intérêt et de faciliter la compréhension des chapitres suivants. Nous présenterons dans la suite les définitions qui seront utilisées dans ce chapitre et dans les chapitres suivants. Ces définitions sont issues des ouvrages de Benoist et Tourbier (1994) et Goupy (2001).

## **2. DÉFINITIONS**

### **2.1. Facteur**

Un facteur est une variable, ou un paramètre, ou un état, qui influence la réponse étudiée. Il peut être de type continu (température, longueur, pression, etc.) ou discret (marque d'un outil, circuit ouvert ou fermé, etc.). Il est généralement maîtrisable afin de construire le plan qui contient les valeurs des facteurs choisis à l'avance.

### **2.2. Réponse**

La réponse d'un système est la grandeur mesurée pour connaître l'effet des facteurs sur le système modélisé. La réponse peut être quantitative (poids, vitesse, puissance, etc.) ou qualitative (sensation, binaire, etc.).

### **2.3. Facteur Significatif**

Un facteur Significatif est un facteur qui, lorsqu'il est modifié engendre une variation évaluable par le moyen de mesure de la réponse du système. Alors qu'un facteur non significatif est un facteur qui n'a aucun effet sur la réponse ou dont l'effet est trop faible pour être appréciée.

### **2.4. Niveaux d'un facteur**

Les niveaux d'un facteur indiquent les valeurs que prend celui-ci au cours des essais expérimentaux.

### **2.5. Action ou interaction**

C'est une généralisation du concept de facteur à celui d'interaction entre facteurs. Nous regroupons sous le terme d'action, tout facteur ou toute interaction entre facteurs. Nous définissons une action d'ordre  $x$  pour une interaction entre  $x$  facteurs. Les actions d'un modèle sont les facteurs et les interactions qui ont été retenus pour former le modèle Symbolique.

## **3. PRINCIPE**

La technique des plans d'expériences repose sur des bases statistiques. Elle conduit à établir un plan comportant le minimum d'expériences tout en apportant le maximum d'informations au niveau des résultats. Le principe de la méthode consiste à faire varier simultanément les niveaux d'un ou de plusieurs facteurs lors de chaque essai, ensuite mesurer la réponse du système. Cette technique vise aussi à comprendre les relations liant la réponse aux

différents facteurs étudiés. Le contexte d'utilisation des plans d'expériences recouvre des phénomènes de type boîte noire (Fig. 1.18) dont le but est de mieux comprendre le fonctionnement et optimiser les performances (Benoist et Tourbier, 1994). Cela impose une connaissance minimale du phénomène étudié avant d'entreprendre des essais.

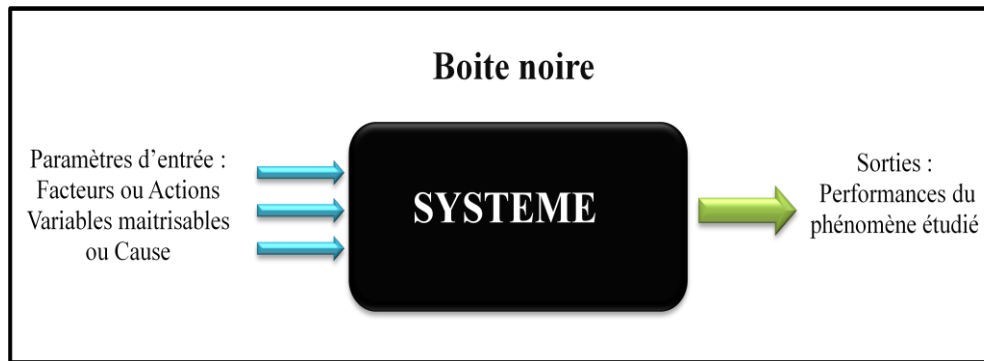


Figure 1.18. Description d'un phénomène de type boîte noire

#### 4. CONSTRUCTION PRATIQUE DES PLANS D'EXPÉRIENCE : PLAN FACTORIEL COMPLET A 2 NIVEAUX

Les plans factoriels sont des plans d'expériences regroupant toutes les combinaisons possibles entre les niveaux des facteurs. Leur nombre de combinaison est le produit des nombres de niveaux des facteurs (Benoist et Tourbier, 1994). A chaque plan d'expérience, est associée une matrice d'expérience (matrice d'essais), construite selon la règle de Yate (Figure 1.19).

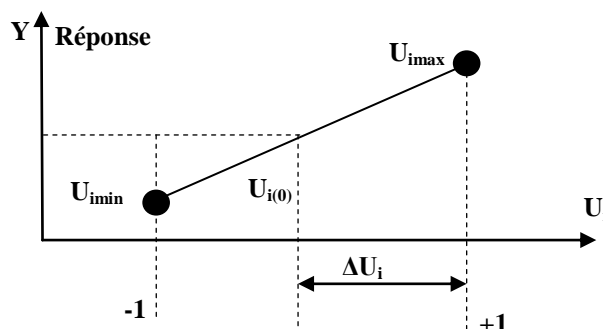


Figure 1.19. Notation de Yate

Cette règle permet une simple représentation des combinaisons des niveaux, et permet aussi un calcul aisé des effets et des interactions. Les niveaux sont représentés par les signes + et - symbolisant ainsi la valeur haute et basse d'un facteur. La formule qui permet le passage des variables courantes aux variables centrées réduites a été proposée par Gillon (1997) :

$$x_i = \frac{(U_i - U_i(0))}{\Delta u_i} \quad (1-12)$$

$$\Delta u_i = \frac{U_{i \max} - U_{i \min}}{2} \quad (1-13)$$

Un exemple de plan d'expériences est donné au tableau 1.2.

Tableau 1.2. Matrice d'expériences pour 3 facteurs à 2 niveaux

N°	Facteur 1	Facteur 2	Facteur 3	Réponse
1	-1	-1	-1	Y <sub>1</sub>
2	+1	-1	-1	Y <sub>2</sub>
3	-1	+1	-1	Y <sub>3</sub>
4	+1	+1	-1	Y <sub>4</sub>
5	-1	-1	+1	Y <sub>5</sub>
6	+1	-1	+1	Y <sub>6</sub>
7	-1	+1	+1	Y <sub>7</sub>
8	+1	+1	+1	Y <sub>8</sub>

Chaque ligne de ce tableau représente une expérimentation et chaque colonne est dédiée à un vecteur. Ce plan factoriel peut être représenté par un cube de 8 sommets et 6 faces (Figure 1.20). Ainsi, tout plan factoriel complet est orthogonal.

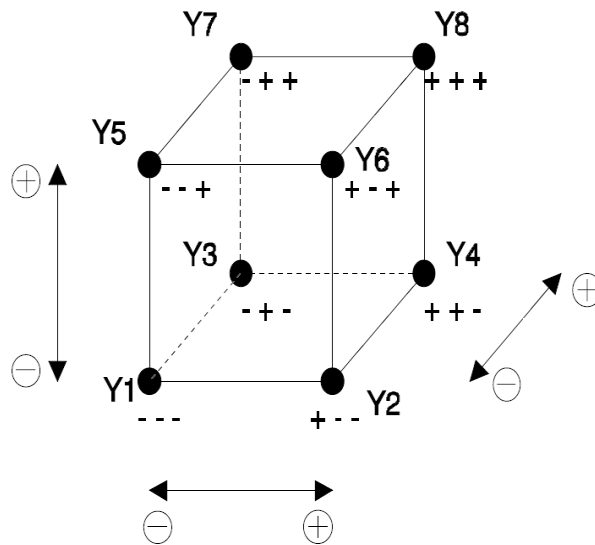


Figure 1.20. Domaine expérimental du plan 2<sup>3</sup> (Gillon (1997))

La technique de screening permet de déterminer, parmi un ensemble initial de facteurs, les éléments influents. Il s'agit d'un procédé de sélection ou de criblage. Le calcul des effets principaux, de la moyenne des réponses ainsi que des interactions entre les facteurs peut être simplifié par l'utilisation de la matrice des essais complétés par des colonnes. La nouvelle matrice obtenue pour un plan factoriel complet d'ordre 3 est schématisée sur le tableau 1.3.

Tableau 1.3. Matrice d'expériences et vecteurs des effets

N°	Moyenne	$x_1$	$x_2$	$x_3$	$x_1x_2$	$x_1x_3$	$x_2x_3$	$x_1x_2x_3$	Réponse
1	+1	-1	-1	-1	+	+	+	-	$Y_1$
2	+1	+1	-1	-1	-	-	+	+	$Y_2$
3	+1	-1	+1	-1	-	+	-	+	$Y_3$
4	+1	+1	+1	-1	+	-	-	-	$Y_4$
5	+1	-1	-1	+1	+	-	-	+	$Y_5$
6	+1	+1	-1	+1	-	+	-	-	$Y_6$
7	+1	-1	+1	+1	-	-	+	-	$Y_7$
8	+1	+1	+1	+1	+	+	+	+	$Y_8$
Diviseur	8	8	8	8	8	8	8	8	
Effets	$b_0$	$b_1$	$b_2$	$b_3$	$b_{12}$	$b_{13}$	$b_{23}$	$b_{123}$	

Les colonnes des interactions :  $x_1x_2$ ,  $x_1x_3$ ,  $x_2x_3$  et  $x_1x_2x_3$  sont déterminées par la règle des signes du produit.

$$+ \text{ par } + = +$$

$$- \text{ par } - = +$$

$$+ \text{ par } - = -$$

$$- \text{ par } + = -$$

## 5. MODÉLISATION

Le traitement des données expérimentales, en vue de l'obtention d'un modèle mathématique, est effectué par les méthodes de l'analyse de régression et de corrélation classiques permettant de trouver, lors du traitement des données d'expériences, la dépendance entre les variables et les conditions optimales. Le modèle mathématique est une courbe de réponse qui relie le paramètre caractérisant les résultats d'une expérience aux paramètres variables modifiés au cours des essais expérimentaux.

Lorsqu'on utilise les méthodes statistiques, le modèle mathématique se présente souvent sous la forme d'un polynôme qui s'écrit selon l'équation suivante :

$$Y_{mod} = b_0 x_0 + \sum_{i=1}^k b_i x_i + \sum_{i=1}^k b_{ii} x_i^2 + \sum_{i=1}^k \sum_{j=i+1}^k b_{ij} x_i x_j + \sum_{i=1}^k \sum_{j=i+1}^k \sum_{k=j+1}^k b_{ijk} x_i x_j x_k + \sum_{i=1}^k b_{iii} x_i^3 + \dots \quad (1-14)$$

$Y_{mod}$  peut toujours être transcrite matriciellement comme une multiplication de 2 vecteurs selon l'équation suivante :

$$Y_{mod} = f_x(x) \beta \quad (1-15)$$

Le terme  $f_x(x)$  est un vecteur ligne dont les éléments comprennent les valeurs des k facteurs ainsi que leurs combinaisons possibles. Le terme  $\beta$  représente le vecteur colonne des coefficients correspondants.

Avec :

$$f_x(x) = [1x_1x_2 \dots x_k x_1^2 x_2^2 \dots x_k^2 x_1 x_2 \dots x_1 x_k \dots x_2 x_k \dots] \quad (1-16)$$

$$\beta = ({}^t X X)^{-1} \cdot {}^t X Y \quad (1-17)$$

## 6. PLANS CENTRAUX COMPOSITES

Ces plans permettent l'obtention d'un modèle quadratique. Les facteurs doivent être tous quantitatifs et maîtrisés avec précision, car les valeurs des niveaux sont données par le plan.

Ces plans sont construits en ajoutant des points de mesure à un plan factoriel complet. Ils sont définis par :

- un plan factoriel complet 2k,
- n0 répétitions au centre du domaine expérimental dédiées à l'analyse statistique,
- deux points en étoiles par paramètre et positionnés sur les axes de chacun de ceux-ci à une distance  $\alpha$  du centre du domaine. La grandeur  $\alpha$  est choisie selon le plan utilisé (Tableaux. 1.5 et 1.6).

Le domaine de variation des facteurs est ramené à  $[-\alpha ; +\alpha]$ . Ainsi, chaque facteur variant dans l'intervalle [Min ; Max] sera découpé en 5 niveaux :  $-\alpha, -1, 0, +1$  et  $+\alpha$ .

Tableau 1.4. Exemple de plan orthogonal centré pour 3 facteurs (Benoist (1994))

Essais	$x_1$	$x_2$	$x_3$	Commentaires
1	0	0	0	point centrale répété r fois
2	-1	-1	1	plan factoriel complet sur les 3 facteurs ce plan autorise un modèle complet $I+x_1+x_2+x_3+x_1x_2+x_1x_3+x_2x_3+x_1x_2x_3$ le terme $x_1x_2x_3$ est utilisable car le plan est factoriel
3	1	-1	1	
4	-1	1	1	
5	1	1	1	
6	-1	-1	-1	
7	1	-1	-1	
8	-1	1	-1	
9	1	1	-1	
10	$\alpha$	0	0	
11	$-\alpha$	0	0	
12	0	$\alpha$	0	
13	0	$-\alpha$	0	
14	0	0	$\alpha$	
15	0	0	$-\alpha$	

Les valeurs de  $\alpha$  et de  $n_0$  pour un plan orthogonal du second ordre sont présentées dans le tableau suivant :

Tableau 1.5. Valeurs de  $\alpha$  pour un plan orthogonal du second ordre

Nombre k de facteurs	2	3	4	5
Nombre d'expériences	$2^2$	$2^3$	$2^4$	$2^5$
Valeur de $n_0$	1,00	1,215	1,414	1,547

Tableau 1.6. Valeurs de  $\alpha$  et de  $n_0$  pour un plan rotatable du second ordre

Nombres de facteurs	2	3	4	5	6	7
Nombre d'expériences	$2^2$	$2^3$	$2^4$	$2^5$	$2^6$	$2^7$
Valeur de $\alpha$	1,414	1,682	2,00	2,387	2,828	3,333
$N_0$	5	6	7	10	15	21

## 7. ANALYSE STATIQUE DES RÉSULTATS

Elle consiste à tester la signification de tous les coefficients de régression et à vérifier si le modèle est adéquat.

### 7.1. Test de Student

Le test de Student permet de déterminer la signification des effets calculés. Ce test repose sur le calcul de l'estimation de l'écart quadratique du coefficient  $b_j$ .

$$t_j = \frac{|b_j|}{S_{bj}} \quad (1-18)$$

avec  $t_j$  la valeur correspondant au facteur  $j$  du teste de Student et  $S_{bj}$  l'écart quadratique moyen.

L'écart quadratique moyen  $S_{bj}$  est calculé à partir des termes diagonaux  $c_{ii}$  de la matrice de dispersion  $(X^tX)^{-1}$  et de la variance de reproductibilité définie par l'équation suivante :

$$S_{bj} = \frac{S_{repr}}{\sqrt{c_{ii}}} \quad (1-19)$$

$$S_{repr}^2 = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N S_i^2 \quad (1-20)$$

où  $S_{repr}^2$  est la variance de reproductibilité,  $S_i$  est l'estimation de l'écart type sur la réponse mesurée. En effet, en réalisant,  $n$  répétitions pour chaque expérience  $i$  et en notant  $Y_{ij}$  la mesure de la  $j^{\text{ème}}$  répétition de l'expérience  $i$  et  $\bar{Y}_i$ , la moyenne des  $n$  répétitions de la  $i^{\text{ème}}$  expérience,  $S_i$  est définie par :

$$S_i^2 = \frac{1}{n-1} \sum_{j=1}^n (Y_{i,j} - \bar{Y}_i)^2 \quad (1-21)$$

Le test de Student consiste à comparer le rapport  $\frac{|b_j|}{S_{bj}}$  à  $f$  degrés de liberté avec la valeur théorique de la table de Student définie pour des niveaux de significations. Si  $t$  expérimental est supérieur à  $t$  théorique, alors l'effet est jugé significatif.

### 7.2. Test de Fisher

Le test de Fisher (ou loi F) permet de s'assurer de la qualité du modèle, par utilisation de la loi statistique dite de Fisher. Celle-ci travaille sur un quotient de variances : variance de

reproductibilité  $S_{repr}^2$  et de résiduelle  $S_{res}^2$  et prend en compte le nombre de degrés de liberté de chacune d'elles.

$$F = \frac{S_{res}^2}{S_{repr}^2} \quad (1-22)$$

avec :

$$S_{res}^2 = \frac{1}{N-1} \sum_{i=1}^N (\hat{Y}_i - \bar{Y})^2 \quad (1-23)$$

Le test de Fisher consiste à comparer la valeur expérimentale F pour le niveau de signification p choisi et les nombres de degrés de liberté  $f_1 = N - 1$  au rapport tabulé  $F_p(f_1, f_1)$ . Si le rapport trouvé par l'équation de F est inférieur au rapport théorique, l'équation du modèle est alors adéquate.

### 7.3. Notion de résidus

Il est nécessaire de tester la validité du modèle prédit. Certaines méthodes peuvent tester l'efficacité du modèle. L'examen des résidus est un élément clé de tous les modèles statistiques, y compris les plans d'expérience. Examiner soigneusement les résidus peut signifier si les hypothèses retenues sont raisonnables et si le choix du modèle est approprié. Les résidus sont définis comme la différence entre la valeur observée  $Y_{exp}$  et la valeur correspondante de Y (Khuri, 1996). Les résidus sont utilisés pour vérifier à quel point le modèle proposé correspond aux données expérimentales, ainsi que pour vérifier la normalité, l'indépendance, et les hypothèses de variance constante des erreurs.

### 7.4. Test de signification de la régression

Le test de signification de la régression est un test qui vérifie l'existence d'une relation linéaire entre la variable réponse Y et un sous-ensemble des variables explicatives  $x_1, x_2, x_3$  et  $x_4$  (Myers, 2009). Le coefficient de corrélation  $R^2$  est une mesure de la proportion de la réduction de la variabilité de Y obtenue en utilisant les variables explicatives  $x_1, x_2, x_3$  et  $x_4$ . Le coefficient de corrélation ajusté  $R_{ad}^2$  est une estimation plus prudente du pourcentage de la variance.

Ces deux coefficients sont obtenus par la méthode des moindres carrés qui est une procédure pour déterminer la meilleure représentation linéaire des données expérimentales (Miller, 2006).

La somme totale des carrés peut être divisée en deux parties : la somme des carrés dus à la régression (SSR) et la somme des carrés non comptabilisés par le modèle ajusté (SSE). Ces quantités peuvent être écrites comme suit :

$$SSR = b^T X^T Y - \frac{\left(\sum_{i=1}^n Y_i\right)^2}{N} \quad (1-24)$$

$$SSE = Y^T Y - b^T X^T Y \quad (1-25)$$

La somme totale des carrés  $S_{yy}$  peut être écrite ainsi :

$$S_{yy} = Y^T Y - \frac{\left(\sum_{i=1}^n Y_i\right)^2}{N} \quad (1-26)$$

Le coefficient de corrélation  $R^2$  et le coefficient de corrélation ajusté  $R_{ad}^2$  sont déterminés par les équations suivantes :

$$R^2 = \frac{SSR}{S_{yy}} = 1 - \frac{SSE}{S_{yy}} \quad (1-27)$$

$$R_{ad}^2 = 1 - \frac{SSE/(n-k-1)}{S_{yy}/(n-1)} \quad (1-28)$$

## 8. CONCLUSION

La méthode des plans d'expériences consiste à organiser la démarche expérimentale et l'analyse décisionnelle en appliquant des règles rigoureuses basées sur l'exploitation des propriétés algébriques et statistiques des matrices décrivant les expériences. Elle amène une méthodologie pour résoudre nos problèmes d'optimisation. Cette méthode sera appliquée plus tard pour l'expérimentation et l'optimisation des performances du moteur Stirling Gamma.

# **Chapitre 2 : Étude thermodynamique des moteurs Stirling : Modélisation globale**

*Le souci de l'homme et de  
son destin doit toujours constituer l'intérêt principal de tous  
les efforts techniques  
; ne jamais l'oublier au milieu des diagrammes et des équations.*

*[Albert Einstein]*



## 1. INTRODUCTION

Le premier modèle mathématique modélisant un moteur Stirling a été développé cinquante ans après l'invention du moteur lui-même. La principale hypothèse de ce modèle est que le réchauffeur et l'espace de détente sont à la même température qui est celle de la source chaude, et le refroidisseur ainsi que l'espace de compression sont également à la même température représentant celle du puits froide. Le deuxième modèle est le modèle adiabatique qui a été développée par Finkelstein (1961). Dans ce modèle, les espaces sont supposés adiabatiques, et la notion des températures conditionnelles causées par la discontinuité de celles entre les différents espaces de travail est introduite. Le troisième modèle, est le modèle quasi-stationnaire. La différence majeure entre ce modèle et le modèle adiabatique est que la température du gaz n'est ni égale à la température des parois de l'échangeur associé, ni constante durant un cycle. Les échangeurs sont aussi considérés non idéaux.

Dans notre travail, nous avons adoptés le modèle adiabatique (analyse découplée sans pertes) et le modèle quasi-stationnaire (analyse découplée avec pertes) initialement développé par Urieli et Berchowitz (1984). Dans ces modèles thermodynamiques, l'hypothèse d'un gaz parfait a été remplacée par celle d'un gaz réel obéissant à l'équation d'état de van der Waals.

## 2. MODÈLE ADIABATIQUE AVEC L'HYPOTHÈSE D'UN GAZ RÉEL

### 2.1. Hypothèses simplificatrices du modèle adiabatique

Le moteur Stirling est divisé en cinq compartiments élémentaires connectés en séries (Fig. 2.1). Plusieurs hypothèses sont considérées pour simplifier la mise en équation de ce moteur :

- Le fluide de travail dans le moteur Stirling est supposé réel et obéissant à l'équation d'état de Van der Waals :

$$\left( P + \frac{n^2 a}{V^2} \right) (V - nb) = nRT \quad (2-1)$$

- Le gaz dans le refroidisseur et dans le réchauffeur est maintenu à des températures constantes respectivement  $T_h$  et  $T_k$ .

- La température dans le régénérateur varie linéairement.

- L'interface régénérateur/refroidisseur est maintenue à la température du refroidisseur  $T_k$  et l'interface régénérateur/réchauffeur est maintenue à la température du réchauffeur  $T_h$ .

- Les températures  $T_c$  du cylindre de compression et  $T_e$  du cylindre de détente varient au cours d'un cycle.
- Les échangeurs de chaleur sont supposés parfaits.

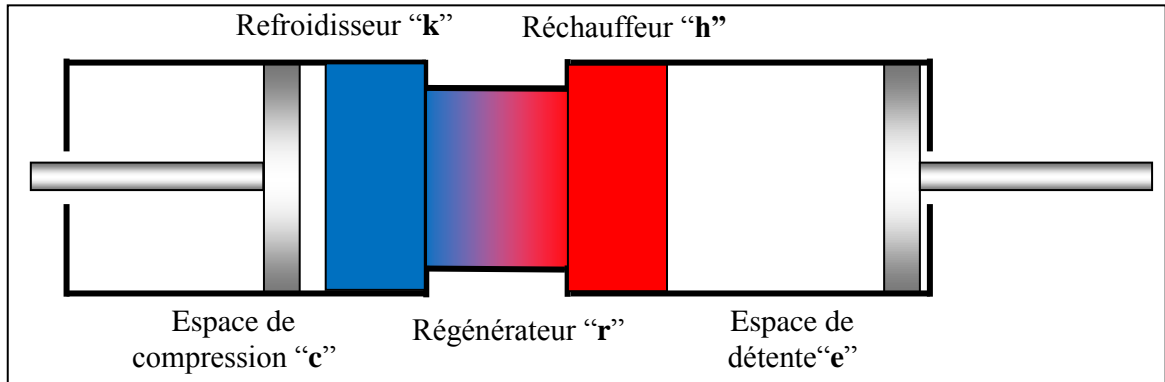


Figure 2.1 Schématisation des différents compartiments du moteur Stirling

Dans le modèle adiabatique, quatre interfaces entre les compartiments à travers lesquelles l'enthalpie est transportée par le flux de masse  $f_m$  sont considérées. La direction positive de l'écoulement est arbitrairement définie de l'espace de compression vers l'espace de détente. Le transfert de chaleur avec le milieu extérieur se déroule respectivement à la température  $T_h$  et la température  $T_k$  au niveau des sources chaude et froide.

Le travail est effectué en vertu de la variation des volumes dans les espaces de travail  $V_{det}$  et  $V_{com}$ , et les quantités de chaleur  $Q_{det}$  et  $Q_{com}$  est transférée à partir de (ou à) l'environnement externe au (ou du) fluide de travail dans les cellules du refroidisseur et du réchauffeur, respectivement. Le régénérateur est extérieurement adiabatique, la chaleur étant transférée intérieurement à partir de la matrice solide au fluide traversant le volume libre du régénérateur pendant un demi cycle, et du fluide vers la matrice pendant le deuxième demi cycle (Stouffs, 2000).

## 2.2. Détermination des capacités calorifiques pour un gaz de Van Der Waals

Le gaz à l'intérieur du moteur Stirling est supposé réel et obéissant à l'équation de Van Der Waals :

$$\left( P + \frac{n^2 a}{V^2} \right) (V - nb) = nRT = m \frac{R}{M} T = mrT \quad (2-2)$$

Les termes  $a$  et  $b$  représentent respectivement les termes de corrections de pression et de volume (covolume) dans les proportions suivantes : 21 % d'oxygène et 79% de dioxyde d'azote.

Selon Weast (1980), les coefficients a et b sont déterminés pour l'air (21% O<sub>2</sub>, 79% N<sub>2</sub>) par le tableau ci-dessous.

Tableau 2.1. Coefficients a et b pour O<sub>2</sub>, N<sub>2</sub> et l'air selon Weast (1980)

	a [l <sup>2</sup> .atm/mol <sup>2</sup> ]	b [l/mole]	a [m <sup>6</sup> .Pa/mol <sup>2</sup> ]	b [m <sup>3</sup> /mole]
O <sub>2</sub>	1,36	0,03183	0,137768	0,0032243
N <sub>2</sub>	1,39	0,03913	0,140807	0,0039638
air	1,3565	0,03696	0,137413	3,70E-05

Pour un gaz réel, les capacités calorifiques à pression constante et à volume constant s'écrivent comme suit :

$$C_p - C_v = \frac{\bar{C}_p - \bar{C}_v}{M} = \frac{T}{m} \left( \frac{\partial P}{\partial T} \right)_V \left( \frac{\partial V}{\partial T} \right)_P \quad (2-3)$$

$$\gamma = \frac{C_p}{C_v} = \frac{\bar{C}_p}{\bar{C}_v} \quad (2-4)$$

où  $\gamma$  est le rapport des capacités calorifiques à pression et volume constants de l'air (coefficient adiabatique).

En dérivant l'équation (2-2) par rapport à la pression et à la température, nous obtenons les équations suivantes :

$$\left( \frac{\partial P}{\partial T} \right)_V = \frac{mr}{\left( V - \frac{m}{M}b \right)} \quad (2-5)$$

$$\left( \frac{\partial V}{\partial T} \right)_P = \frac{mr}{\left( P - \frac{m^2 a}{M^2 V^2} + \frac{2m^3 ab}{M^3 V^3} \right)} \quad (2-6)$$

En combinant les 4 équations précédentes, nous avons pu déterminer l'expression des capacités calorifiques à pression constante et à volume constant pour un gaz réel obéissant à l'équation de van der Waals.

$$\bar{C}_p = \frac{r\gamma}{(\gamma-1)} \frac{\left( P + \frac{m^2 a}{M^2 V^2} \right)}{\left( P - \frac{m^2 a}{M^2 V^2} + \frac{2m^3 ab}{M^3 V^3} \right)} \quad (2-7)$$

$$\bar{C}_p = \frac{r}{(\gamma-1)} \frac{\left( P + \frac{m^2 a}{M^2 V^2} \right)}{\left( P - \frac{m^2 a}{M^2 V^2} + \frac{2m^3 ab}{M^3 V^3} \right)} \quad (2-8)$$

## 2.3. Détermination de l'évolution de la masse et de la pression dans un moteur Stirling

### 2.3.1. Évolution de masse dans les échangeurs de chaleur

En prenant le logarithme des deux membres de l'équation (2-2) et en différenciant, nous obtenons :

$$dm \left[ \frac{1}{m} + \frac{b}{MV - mb} - \frac{2ma}{M^2 V^2 \left( P + \frac{m^2 a}{M^2 V^2} \right)} \right] + \frac{dT}{T} = dP \left[ \frac{M^2 V^2}{PM^2 V^2 + m^2 a} \right] \quad (2-9)$$

$$+ dV \left[ \frac{M}{MV - mb} - \frac{2m^2 a}{PM^2 V^3 + M^2 Va} \right]$$

Le bilan de masse appliqué aux trois échangeurs de chaleur et aux deux espaces de travail d'un moteur Stirling s'écrit comme suit :

$$m = \sum_{i=1}^3 m_i + \sum_{j=1}^2 m_j \quad (2-10)$$

où  $i = \{h, k, r\}$  et  $j = \{com, det\}$

La masse totale du gaz dans le moteur est constante :  $dm = 0$

D'où :

$$dm = \sum_{i=1}^3 dm_i + \sum_{j=1}^2 dm_j = 0 \quad (2-11)$$

Pour déterminer la variation de la masse ( $dm_i$ ) dans les échangeurs de chaleur, nous allons supposer que les températures et les volumes de ces derniers sont constants.

$$dV_i = 0 \quad (2-12)$$

$$dT_i = 0 \quad (2-13)$$

En réécrivant l'équation (2-11), et en prenant en considération les deux équations (2-12) et (2-13), la variation de la masse dans les échangeurs de chaleur d'un moteur Stirling s'écrit comme suit :

$$\sum_{i=1}^3 dm_i = \frac{dP \sum_{i=1}^3 \left[ \frac{M^2 V_i^2}{PM^2 V_i^2 + m_i^2 a} \right]}{\sum_{i=1}^3 \left[ \frac{1}{m_i} + \frac{b}{MV_i - m_i b} - \frac{2m_i a}{M^2 V_i^2 P + m_i^2 a} \right]} \quad (2-14)$$

L'équation (2-14) peut être écrite d'une façon simplifiée sous la forme :

$$\sum_{i=1}^3 dm_i = \frac{dP \sum_{i=1}^3 D_i}{\sum_{i=1}^3 E_i} \quad (2-15)$$

avec :

$$\begin{cases} D_i = \left( \frac{M^2 V_i^2}{PM^2 V_i^2 + m_i^2 a} \right) \\ E_i = \left( \frac{1}{m_i} + \frac{b}{mV_i - m_i b} - \frac{2m_i a}{M^2 V_i^2 P + m_i^2 a} \right) \end{cases}$$

### 2.3.2. Évolution de la masse dans les espaces de travail

Pour un système ouvert avec transvasement, le premier principe de la thermodynamique s'exprime de la manière suivante :

$$\delta Q + \bar{C}_p (T_e f m_e - T_s f m_s) = \delta W + \bar{C}_v d(mT) + \frac{m_c^2 adV_{com}}{M^2 V_{com}^2} \quad (2-16)$$

Les moteurs Stirling modernes fonctionnent à des vitesses de rotation relativement élevées. Cela a pour conséquence de rendre négligeable la quantité de chaleur transférée par cycle à travers les parois des cylindres par rapport à celle transférée au niveau des échangeurs de chaleur. Étant donné que l'espace de compression est adiabatique, nous aurons alors :

$$\delta Q_{com} = 0 \quad (2-17)$$

Le travail produit par l'espace de compression est fonction de la pression et de la variation de volume. Par définition, celui-ci s'écrit :

$$\delta W_{com} = -PdV_{com} \quad (2-18)$$

Ainsi, l'équation (2-16) appliquée à l'espace de compression s'écrit sous la forme :

$$\delta Q_{com} - \bar{C}_p T_{comk} u A_{comk} = \delta W_{com} + \bar{C}_v d(m_{com} T_{com}) + \frac{m_{com}^2 adV_{com}}{M^2 V_{com}^2} \quad (2-19)$$

En se basant sur le bilan de masse, le débit massique dans l'espace de compression s'écrit :

$$dm_{com} = -f m_{comk} \quad (2-20)$$

D'où l'équation (2-16) devient :

$$\bar{C}_p T_{comk} dm_{com} = PdV_{com} + \bar{C}_v d(m_{com} T_{com}) + \frac{m_{com}^2 adV_{com}}{M^2 V_{com}^2} \quad (2-21)$$

En prenant en considération l'équation (2-2), et en dérivant la relation ainsi obtenue, la variation de la masse dans l'espace de compression peut s'écrire de la façon suivante :

$$dm_{com} = \frac{dP \left( \frac{\bar{C}_v V_{com}}{r} - \frac{\bar{C}_v m_{com} b}{Mr} \right) + dV_{com} \left( P + \frac{\bar{C}_v P}{r} + \frac{2\bar{C}_v abm_{com}^3}{M^3 V_{com}^3 r} + \frac{am_{com}^3}{M^2 V_{com}^2} \left( 1 - \frac{\bar{C}_v}{r} \right) \right)}{\bar{C}_p T_{comk} + \frac{\bar{C}_v Pb}{rM} - \frac{2\bar{C}_v am_{com}}{M^2 V_{com} r} + \frac{3\bar{C}_v abm_{com}^2}{M^3 V_{com}^2 r}} \quad (2-22)$$

La variation de la masse dans l'espace de détente est aussi déterminée de la même manière :

$$dm_{det} = \frac{dP \left( \frac{\bar{C}_v V_{det}}{r} - \frac{\bar{C}_v m_{det} b}{Mr} \right) + dV_{det} \left( P + \frac{\bar{C}_v P}{r} + \frac{2\bar{C}_v abm_{det}^3}{M^3 V_{det}^3 r} + \frac{am_{det}^3}{M^2 V_{det}^2} \left( 1 - \frac{\bar{C}_v}{r} \right) \right)}{\bar{C}_p T_{h det} + \frac{\bar{C}_v Pb}{rM} - \frac{2\bar{C}_v am_{det}}{M^2 V_{det} r} + \frac{3\bar{C}_v abm_{det}^2}{M^3 V_{det}^2 r}} \quad (2-23)$$

En utilisant les équations (2-22) et (2-23), nous obtenons :

$$\sum_{j=1}^2 dm_j = dm_{com} + dm_{det}$$

$$= \frac{dP \sum_{j=1}^2 \left( \frac{\bar{C}_v V_i}{r} - \frac{\bar{C}_v m_i b}{Mr} \right) + dV_i \sum_{j=1}^2 \left( P + \frac{\bar{C}_v P}{r} + \frac{2\bar{C}_v abm_i^3}{M^3 V_i^3 r} + \frac{am_i^3}{M^2 V_i^2} \left( 1 - \frac{\bar{C}_v}{r} \right) \right)}{\sum_{j=1}^2 \left( \bar{C}_p T_z + \frac{\bar{C}_v Pb}{rM} - \frac{2\bar{C}_v am_i}{M^2 V_i r} + \frac{3\bar{C}_v abm_i^2}{M^3 V_i^3 r} \right)} \quad (2-24)$$

$$\text{avec : } \begin{cases} z = ck \text{ si } j = 1 \\ z = eh \text{ si } j = 2 \end{cases}$$

D'une façon simplifiée, l'équation précédente s'écrit ainsi :

$$\sum_{j=1}^2 dm_j = \frac{dP \sum_{j=1}^2 F_j + dV_i \sum_{j=1}^2 H_j}{\sum_{j=1}^2 L_j} \quad (2-25)$$

$$\text{avec : } \begin{cases} F_j = \left( \frac{C_v V_i}{r} - \frac{C_v m_i b}{Mr} \right) \\ H_j = \left( P + \frac{\bar{C}_v P}{r} + \frac{2\bar{C}_v abm_i^3}{M^3 V_i^3 r} + \frac{am_i^2}{M^2 V_i^2} \left( 1 - \frac{\bar{C}_v}{r} \right) \right) \\ L_j = \bar{C}_p T_z + \frac{\bar{C}_v Pb}{rM} - \frac{2\bar{C}_v am_i}{M^2 V_i r} + \frac{3\bar{C}_v abm_i^2}{M^3 V_i^3 r} \end{cases}$$

### 2.3.3. Évolution de la pression dans un moteur Stirling

Le calcul de la pression nécessite la connaissance des volumes, des températures ainsi que les masses du fluide de travail dans les différents compartiments du moteur Stirling. Le point de départ de l'analyse est que la masse totale du gaz dans le moteur reste constante. Ainsi, en remplaçant les équations (2-15) et (2-25) dans l'équation (2-12) :

$$dm = \sum_{i=1}^3 dm_i + \sum_{j=1}^2 dm_j = \frac{dP \sum_{i=1}^3 D_i}{\sum_{i=1}^3 E_i} + \frac{dP \sum_{j=1}^2 F_j + dV_i \sum_{j=1}^2 H_j}{\sum_{j=1}^2 L_j} = 0 \quad (2-26)$$

$$\text{où : } \begin{cases} D_i = \left( \frac{M^2 V_i^2}{PM^2 V_i^2 + m_i^2 a} \right) \\ E_i = \left( \frac{1}{m_i} + \frac{b}{mV_i - m_i b} - \frac{2m_i a}{M^2 V_i^2 P + m_i^2 a} \right) \end{cases}$$

En arrangeant l'équation (2-26), nous pouvons déduire l'équation de variation de la pression dans un moteur Stirling en considérant que son fluide de travail est un gaz réel :

$$dP = \frac{-dV_i \sum_{j=1}^2 \frac{H_j}{L_j}}{\sum_{j=1}^2 \frac{F_j}{L_j} + \sum_{i=1}^3 \frac{D_i}{E_i}} \quad (2-27)$$

## 2.4. Évolution du débit massique aux différentes interfaces d'un moteur Stirling

La connaissance des débits massiques dans chacun des sept espaces élémentaires définis précédemment est nécessaire, entre autre, pour calculer les transferts de chaleurs dans les échangeurs de chaleur d'un moteur Stirling.

En ce qui concerne les espaces de compression et de détente, nous pouvons approximer le débit massique à la variation instantanée de la masse contenue dans ces volumes. En effet, ces deux volumes ne communiquent avec les autres espaces du moteur que d'un seul côté. Pour les autres compartiments du moteur, le fluide de travail peut entrer ou sortir de deux côtés différents. De plus, le fluide de travail peut pénétrer dans un compartiment, ou en sortir, des deux côtés à la fois. Il suffit pour cela d'examiner les mouvements mécaniquement imposés des pistons, et de se rendre compte que le déphasage entre eux implique la situation particulière que nous venons de décrire.

Pour calculer ces différents débits, la méthode proposée par Martini (Lamrani, 1994) est adoptée. Elle consiste à calculer, dans un premier temps, le débit à l'interface entre chacun des volumes de contrôle.

Soient  $\frac{dm_{i,i+1}}{dt}$  le débit de la  $i^{\text{ème}}$  interface et  $m_{i,i+1}$  la masse contenue dans le volume compris entre l'interface  $i$  et l'interface  $i+1$ . L'équation du bilan massique est donnée par (Ercan Ataer et al., 2004) :

$$\dot{m}_{i+1} = \dot{m}_i - \frac{d(m_{i,i+1})}{dt} \quad (2-28)$$

En considérant la convention de signe que nous avons choisie pour le débit positif lorsque le fluide s'écoule du cylindre de compression vers celui de détente.

Appliquons maintenant cette équation pour chacune des quatre interfaces :

- l'interface entre l'espace de compression et le refroidisseur :

$$\dot{m}_{comk} = -d(m_{com}) \quad (2-29)$$

- l'interface entre le refroidisseur et le régénérateur (élément1) :

$$\dot{m}_{kr} = \dot{m}_{ck} + d(m_k) \quad (2-30)$$

- l'interface entre le régénérateur (section 2) et le réchauffeur :

$$\dot{m}_{rh} = \dot{m}_{he} + d(m_h) \quad (2-31)$$

- l'interface entre le réchauffeur et l'espace d'expansion:

$$\dot{m}_{he} = d(m_e) \quad (2-32)$$

## 2.5. Évolution des flux de chaleur et des températures dans les différents compartiments du moteur

Après réarrangement, l'équation (2-16) peut s'écrire comme suit :

$$\delta Q + C_p T_e f m_e + C_p T_s f m_s = V_c DP + V_e DP + C_v \left( \frac{PdV + VdP - \frac{am^2 dV}{M^2 V^2} + \frac{2am^3 b}{M^3 V^3}}{r} \right) \quad (2-33)$$

Les volumes des échangeurs de chaleur sont constants alors qu'aucun travail n'est produit. En appliquant l'équation précédente aux trois échangeurs de chaleur du moteur Stirling, nous obtenons :

$$\delta Q_k = -C_p (T_{ck} f m_{ck} + T_{kr} f m_{kr}) + \frac{C_v}{r} \left( \frac{2abm_k^3}{M^2 V_k^3} + V_k dP \right) \quad (2-34)$$

$$\delta Q_r = -C_p (T_{kr} f m_{kr} + T_{rh} f m_{rh}) + \frac{C_v}{r} \left( \frac{2abm_r^3}{M^2 V_r^3} + V_r dP \right) \quad (2-35)$$

$$\delta Q_h = -C_p (T_{rh} f m_{rh} + T_{he} f m_{he}) + \frac{C_v}{r} \left( \frac{2abm_h^3}{M^2 V_h^3} + V_h dP \right) \quad (2-36)$$

Nous supposons que les températures aux interfaces refroidisseur-régénérateur et régénérateur-réchauffeur sont respectivement égales aux températures du refroidisseur et du réchauffeur :

$$T_{kr} = T_k \quad (2-37)$$

$$T_{hr} = T_h \quad (2-38)$$

Les températures dans l'espace de compression et celui de détente ( $T_c$  et  $T_e$ ) ne sont pas constantes, mais changent sur le cycle suivant les transformations qui se produisent dans les deux espaces de travail. Ainsi, les enthalpies s'écoulant à travers les interfaces ( $ck$  et  $he$ ) portent les températures ascendantes adjacentes des éléments respectifs. Par conséquent, les températures qui dépendent de la direction de l'écoulement, sont définies algorithmiquement comme suit :

$$\text{Si } uA_{ck} > 0 \text{ alors } T_{ck} \rightarrow T_c \text{ sinon } T_{ck} \rightarrow T_k \quad (2-39)$$

$$\text{Si } uA_{he} > 0 \text{ alors } T_{he} \rightarrow T_h \text{ sinon } T_{he} \rightarrow T_e \quad (2-40)$$

### 3. MODÈLE QUASI-STATIONNAIRE POUR UN GAZ RÉEL

#### 3.1. Hypothèse adoptées

Le modèle "Quasi-stationnaire" se base sur l'analyse proposée par Urieli et Berchowitz (1984). Pour ce modèle, nous avons adopté aussi certaines hypothèses simplificatrices :

- Le fluide de travail dans le moteur Stirling est supposé réel et obéissant à l'équation d'état de Van Der Waals (Eq. 2-1).
- La température des parois du réchauffeur et du refroidisseur sont maintenues constantes, et sont nommées respectivement  $T_{Wh}$  et  $T_{Wk}$ .
- Nous considérerons que la température du gaz dans les échangeurs n'est pas exactement égale à celle des parois de l'échangeur considéré.
- La température du gaz dans les échangeurs peut varier, et n'est donc pas connue comme celle des interfaces.
- La température du gaz dans le réchauffeur et dans le refroidisseur est représentée par sa moyenne  $T_h$  et  $T_k$ .

- Dans ce modèle, le régénérateur est constitué de deux sections. Le gradient de température est considéré linéaire dans le régénérateur. Si nous appelons  $T_{r1}$  et  $T_{r2}$  les températures moyennes du fluide dans chacun des deux éléments, et  $T_{intr1r2}$  la température à l'interface entre ces deux éléments, l'hypothèse de linéarité de température conduit à écrire les relations suivantes :

$$T_{kr} = \frac{3T_{r1} - T_{r2}}{2} \quad (2-41)$$

$$T_{rh} = \frac{3T_{r2} - T_{r1}}{2} \quad (2-42)$$

La température à l'interface des deux sous-volumes  $r_1$  et  $r_2$  vaut :

$$T_{intr1r2} = \frac{T_{r1} + T_{r2}}{2} \quad (2-43)$$

### 3.2. Variation de la température des parois du régénérateur

Nous supposons que les températures des parois du refroidisseur et du réchauffeur sont constantes. En revanche, la température de paroi du régénérateur varie et dépend de l'énergie échangée. La vitesse de variation de cette température dépend de la capacité calorifique du régénérateur :

$$dT_{wr1} = \frac{dQ_{r1}}{cmr} \quad (2-44)$$

$$dT_{wr2} = \frac{dQ_{r2}}{cmr} \quad (2-45)$$

où  $cmr$  est la capacité calorifique de chaque compartiment du régénérateur.

### 3.3. Variations des flux de chaleur dans les différents compartiments du moteur

Le modèle quasi-stationnaire prend en considération les forces de frottement qui font augmenter les pertes de charge. La distribution de la pression résultante est représentée dans la Figure 5. Ces pertes de charge font réduire le travail produit. Dans notre modèle quasi-stationnaire, la force de frottement doit être égale à l'opposé de la force de pression, et nous n'avons aucune accélération du gaz moteur ; ce qui donne :

$$F_{fro} + \Delta PA = 0 \quad (2-46)$$

où  $F_{\text{fro}}$  est la force de frottement,  $\Delta p$  est la perte de charge et  $A$  est la surface libre du compartiment étudié.

La dissipation visqueuse  $diss$  représente la génération interne de la chaleur lorsque le gaz est forcé à s'écouler en subissant un frottement :

$$diss = F_{\text{fro}} \cdot U \quad (2-47)$$

où  $U$  est la vitesse de l'écoulement du gaz.

En écrivant  $U$  en fonction de la densité du flux massique  $u$  et la densité  $\rho$ , et en substituant l'équation (2-35) dans (5-54), on obtient :

$$diss = -\frac{\Delta P u A}{\rho} \quad (2-48)$$

En prenant en considération les flux de dissipation d'énergie dans le moteur Stirling, et sachant que  $\delta w = -P \cdot dV$ , l'équation (2-16) devient :

$$\begin{aligned} \delta Q + \bar{C}_p (T_e f m_e - T_s f m_s) - diss = & -P dV + \frac{\bar{C}_v}{R} \left( P dV + V dP - n b dP - \frac{n^2 a dV}{V^2} + \frac{2 a b n^3 dV}{V^3} \right) \\ & + \frac{n^2 a dV}{V^2} \end{aligned} \quad (2-49)$$

Appliquant cette équation aux différents compartiments du moteur Stirling :

- Espace de compression (supposé adiabatique) :  $\delta Q_c = 0$

$$-\bar{C}_p T_{ck} f m_{ck} - diss_c = P_c dV_c + \frac{\bar{C}_v}{R} \left( P_c dV_c + V_c dP_c - n_c b dP_c - \frac{n_c^2 a dV_c}{V_c^2} + \frac{2 a b n_c^3 dV_c}{V_c^3} \right) + \frac{n_c^2 a dV_c}{V_c^2} \quad (2-50)$$

- Refroidisseur (le volume du refroidisseur est fixe) :  $dV_k = 0$

$$\delta Q_k - diss_k + \bar{C}_p (T_{ck} f m_{ck} - T_{kr1} f m_{kr1}) = \frac{\bar{C}_v}{R} (V_k dP_c - n_k b dP_c) \quad (2-51)$$

- Réchauffeur (le volume du réchauffeur est aussi fixe) :  $dV_h = 0$

$$\delta Q_h - diss_h + \bar{C}_p (T_{kr1} fm_{ck} - T_{intr1r2} fm_{inter1r2}) = \frac{\bar{C}_v}{R} (V_h dP_c - n_h bdP_c) \quad (2-52)$$

Compartiment 1 du régénérateur :

$$\delta Q_{r1} - diss_{r1} + \bar{C}_p (T_{intr1r2} fm_{intr1r2} - T_{r2h} fm_{r2h}) = \frac{\bar{C}_v}{R} (V_{r1} dP_c - n_{r1} bdP_c) \quad (2-53)$$

- Compartiment 2 du régénérateur :

$$\delta Q_{r2} - diss_{r2} + \bar{C}_p (T_{r2h} fm_{r2h} - T_{he} fm_{he}) = \frac{\bar{C}_v}{R} (V_{r2} dP_c - n_{r2} bdP_c) \quad (2-54)$$

Espace de détente (supposé adiabatique) :  $\delta Q_e = 0$

$$\bar{C}_p T_{he} fm_{he} - diss_e = P_e dV_e + \frac{\bar{C}_v}{R} \left( P_e dV_e + V_e dP_c - n_e bdP_c - \frac{n_e^2 a dV_e}{V_e^2} + \frac{2abn_e^3 dV_e}{V_e^3} \right) + \frac{n_e^2 a dV_e}{V_e^2} \quad (2-55)$$

### 3.4. Variation de la pression dans le moteur

En faisant la somme des 6 équations précédentes, et en prenant en considération les équations de (2-57) à (2-61), nous pouvons écrire :

$$\begin{aligned} \delta Q = \delta W & \left( 1 + \frac{\bar{C}_v}{R} \right) + dP_c \left( -\frac{\bar{C}_v}{R} \frac{m_{tot} bdP_c}{M} + \frac{\bar{C}_v}{R} V_{tot} \right) \\ & + dV_c \left( -\frac{\bar{C}_v}{R} \frac{m_c^2 a}{M^2 V_c^2} + \frac{m_c^2 a}{M^2 V_c^2} + \frac{\bar{C}_v}{R} \frac{2abm_c^3}{M^3 V_c^3} \right) - Diss \\ & + dV_e \left( -\frac{\bar{C}_v}{R} \frac{m_e^2 a}{M^2 V_e^2} + \frac{m_e^2 a}{M^2 V_e^2} + \frac{\bar{C}_v}{R} \frac{2abm_e^3}{M^3 V_e^3} \right) \end{aligned} \quad (2-56)$$

avec :

$$\delta Q = \delta Q_c + \delta Q_k + \delta Q_h + \delta Q_{r1} + \delta Q_{r2} + \delta Q_e \quad (2-57)$$

$$diss = diss_c + diss_k + diss_h + diss_{r1} + diss_{r2} + diss_e \quad (2-58)$$

$$V = V_c + V_k + V_h + V_{r1} + V_{r2} + V_e \quad (2-59)$$

$$dW = -(P_c DV_c + P_e DV_e) \quad (2-60)$$

$$m = m_c + m_k + m_h + m_{r1} + m_{r2} + m_e \quad (2-61)$$

Ainsi, nous pouvons déduire la variation de la pression dans un moteur Stirling :

$$dP_c = \frac{-DQ - Diss + DW \left( 1 + \frac{\bar{C}_v}{R} \right) + an_c^2 \frac{dV_c}{V_c^2} \left( 1 + \frac{\bar{C}_v}{R} \left( \frac{2bn_c}{V_c} - 1 \right) \right) + an_e^2 \frac{dV_e}{V_e^2} \left( 1 + \frac{\bar{C}_v}{R} \left( \frac{2bn_e}{V_e} - 1 \right) \right)}{\frac{\bar{C}_v}{R} (V_{tot} - bdP_c n)} \quad (2-62)$$

### 3.5. Variation des flux de masse dans le moteur

Cherchons la variation des masses dans le moteur, et commençant par la variation de la masse dans l'espace de compression :

$$dm_c = \frac{P_c dV_c + \frac{\bar{C}_v}{R} \left( P_c dV_c + V_c dP_c - \frac{m_c}{M} bdP_c - \frac{m_c^2 adV_c}{M^2 V_c^2} + \frac{2abm_c^3 dV_c}{M^3 V_c^3} \right) + \frac{m_c^2 adV_c}{M^2 V_c^2}}{-\bar{C}_p T_{ck}} \quad (2-63)$$

Afin de déterminer la masse dans les différents sous-volumes autres que l'espace de compression, nous allons utiliser la conservation de la masse :

$$dm = (\dot{m}_{ent} - \dot{m}_{sort}) dt \quad (2-64)$$

En appliquant cette relation aux autres sous-volumes, nous obtenons :

$$dm_k = (fm_{ck} - fm_{kr1}) dt \quad (2-65)$$

$$dm_{r1} = (fm_{kr1} - fm_{intr1r2}) dt \quad (2-66)$$

$$dm_{r2} = (fm_{intr1r2} - fm_{r2h}) dt \quad (2-67)$$

$$dm_h = (fm_{r2h} - fm_{he}) dt \quad (2-68)$$

Alors les flux de masse dans les différents compartiments du moteur s'écrivent comme suit :

$$fm_{ck} = -Dm_c \quad (2-69)$$

$$fm_{kr1} = \frac{\delta Q_k + \bar{C}_p T_{ck} fm_{ck} - \frac{\bar{C}_v}{R} \left( V_k dP_c - \frac{m_k}{M} b dP_c \right)}{\bar{C}_p T_{int r1r2}} \quad (2-70)$$

$$fm_{int r1r2} = \frac{\delta Q_h + \bar{C}_p T_{kr1} fm_{kr1} - \frac{\bar{C}_v}{R} \left( V_h dP_c - \frac{m_h}{M} b dP_c \right)}{\bar{C}_p T_{int r1r2}} \quad (2-71)$$

$$fm_{r2h} = \frac{\delta Q_{r1} + \bar{C}_p T_{int r1r2} fm_{int r1r2} - \frac{\bar{C}_v}{R} \left( V_{r1} dP_c - \frac{m_{r1}}{M} b dP_c \right)}{\bar{C}_p T_{r2h}} \quad (2-72)$$

$$fm_{he} = \frac{\delta Q_{r2} + \bar{C}_p T_{r2h} fm_{r2h} - \frac{\bar{C}_v}{R} \left( V_{r2} dP_c - \frac{m_{r2}}{M} b dP_c \right)}{\bar{C}_p T_{he}} \quad (2-73)$$

Comme la masse totale du fluide est constante et vaut  $m$ , nous avons alors :

$$me = M - (m_c + m_k + m_{r1} + m_{r2} + m_h) \quad (2-74)$$

### 3.6. Variation des températures dans les différents compartiments

Enfin, pour connaître la température du fluide dans chaque sous-volume, nous appliquerons l'équation de van der Waals pour un gaz réel :

$$T_c = \frac{\left( P + \frac{n_c^2 a}{V_c^2} \right) (V - n_c b)}{r m_c} \quad (2-75)$$

$$T_k = \frac{\left( P + \frac{n_k^2 a}{V_k^2} \right) (V - n_k b)}{r m_k} \quad (2-76)$$

$$T_{r1} = \frac{\left( P + \frac{n_{r1}^2 a}{V_{r1}^2} \right) (V - n_{r1} b)}{r m_{r1}} \quad (2-77)$$

$$T_{r2} = \frac{\left( P + \frac{n_{r2}^2 a}{V_{r2}^2} \right) (V - n_{r2} b)}{r m_{r2}} \quad (2-78)$$

$$T_h = \frac{\left(P + \frac{n_h^2 a}{V_h^2}\right)(V - n_h b)}{rm_h} \quad (2-79)$$

$$T_e = \frac{\left(P + \frac{n_e^2 a}{V_e^2}\right)(V - n_e b)}{rm_e} \quad (2-80)$$

En considérant le transfert de chaleur comme imparfait, nous avons introduit la relation qui fait intervenir le coefficient de transfert de chaleur par convection  $h$ . Cette valeur n'est pas constante et dépend des conditions de l'écoulement.

Il faut alors la déterminer à partir d'une équation appropriée. Malheureusement, toutes les relations établies à ce stade se basent sur l'hypothèse d'un écoulement permanent ; ce qui n'est forcément le cas. Comme il n'existe pas de relation pour les écoulements oscillants, nous sommes obligés d'accepter l'hypothèse d'écoulement quasi-permanent pour effectuer nos calculs.

Les corrélations utilisées sont celles proposées par Urieli et Berchowitz (1984), qui sont basées sur l'analogie de Reynolds :

$$\text{si } Re < 2000 \text{ alors } Nu = 8 \quad (2-81)$$

$$\text{si } Re < 4000 \text{ alors } Nu = 3,6715 \cdot 10^{-4} Re^{1,3142} \quad (2-82)$$

$$\text{si } Re > 4000 \text{ alors } Nu = 0,03955 Re^{0,75} \quad (2-83)$$

Pour le régénérateur :

$$Nu = 0,42 Re^{0,56} \quad (2-84)$$

#### 4. MÉTHODE DE RÉOLUTION

Pour les modèles adiabatique et quasi-stationnaire, et à cause de la non-linéarité des équations (spécialement les températures conditionnelles), une résolution numérique des différentes équations développées sera la mieux adaptée. Le moteur Stirling est défini par ses propriétés géométriques  $V_c$ ,  $V_e$ ,  $dV_c$  et  $dV_e$  comme solution analytique de l'angle de variation de la manivelle  $\theta$ . Les échangeurs de chaleur sont considérés comme des volumes morts  $V_k$ ,  $V_r$ ,  $V_h$ . Les températures de fonctionnement sont  $T_h$  et  $T_k$  et la moyenne logarithmique pour la

température du régénérateur. En plus des paramètres constants spécifiés ci dessus, il y a plusieurs variables et paramètres dérivés qui seront résolus sur un cycle complet ( $\theta = [0, 2\pi]$ ).

Pour le cas du modèle quasi-stationnaire, après chaque intégration du système, les 4 flux de masses  $f_{m_{ck}}$ ,  $f_{m_{kr}}$ ,  $f_{m_{rh}}$ ,  $f_{m_{he}}$  restent constants, donc le problème revient à résoudre 7 équations différentielles ordinaires simultanément. La meilleure méthode pour résoudre ce système d'équations est de formuler un problème à valeurs initiales connues, alors les équations seront intégrées à partir des conditions initiales sur tout un cycle par la méthode classique de type Runge-Kutta de quatrième ordre (Urieli et Berchowitz, 1984).

Le vecteur  $Y$  représentera les 7 variables inconnues. Le vecteur  $Y$  devra satisfaire les conditions initiales et les équations différentielles. Une première solution numérique du problème est obtenue en compilant les valeurs dérivatives à  $\theta_0$ , ensuite nous procéderons à une augmentation de  $\theta$  pour passer à un nouveau point  $\theta_1 = \theta_0 + \Delta\theta$ . Ainsi, la solution à notre problème est composée d'une série de segments constants et courts qui se rapprochent des vraies variations de  $Y(\theta)$ . Pour résoudre ce problème à condition initiale, nous avons adopté la méthode de Range-Kutta à l'ordre 4 cycle après cycle jusqu'à la stabilité de la solution.

## 5. CONCLUSION

Dans ce chapitre, nous avons présenté les modèles thermodynamiques permettant de calculer les différents paramètres d'un moteur Stirling. Le modèle adiabatique et le modèle quasi-stationnaire développés par Urieli et Berchowitz (1984). Ces deux modèles ont été adoptés puisqu'ils sont les deux modèles les plus complets de la bibliographie. Dans ces deux modèles, seul le gaz est considéré réel et obéissant à l'équation de Van der Waals. Les deux nouveaux modèles obtenus ont été résolus sous Matlab®. Les résultats obtenus pour ces modèles seront confrontés aux résultats expérimentaux afin de pouvoir déterminer l'évolution des différentes variables, et de calculer les performances des deux moteurs Stirling considérés dans cette étude.



# **Chapitre 3 : Dispositifs expérimentaux utilisés et techniques de mesures associées**

*"L'envie de savoir" est le plus puissant moteur humain.*

*[Bernard Werber]*



## 1. INTRODUCTION

Dans ce chapitre, nous présentons les deux dispositifs expérimentaux utilisés et les techniques de mesures adoptées. Le premier dispositif est celui d'un moteur Stirling de configuration Bêta, et le deuxième est celui d'un moteur Stirling de configuration Gamma. Les algorithmes d'acquisitions et de post-traitement utilisés seront aussi présentés.

## 2. MOTEUR STIRLING DE CONFIGURATION BÊTA

### 2.1. Les différents éléments du moteur Bêta

Le premier dispositif expérimental est un moteur Stirling de configuration Bêta (Fig.3.1). Ses principales caractéristiques géométriques sont récapitulées dans le tableau 3.1 ci-dessous. Il se distingue par un arrangement en un seul cylindre. Le piston de déplacement contrôle les variations de volume de la chambre chaude, tandis que le piston moteur provoque les variations de volume de la chambre froide. Ces deux pistons se déplacent simultanément et les volumes variables (chaud et froid) sont créés par l'action conjuguée des deux pistons.

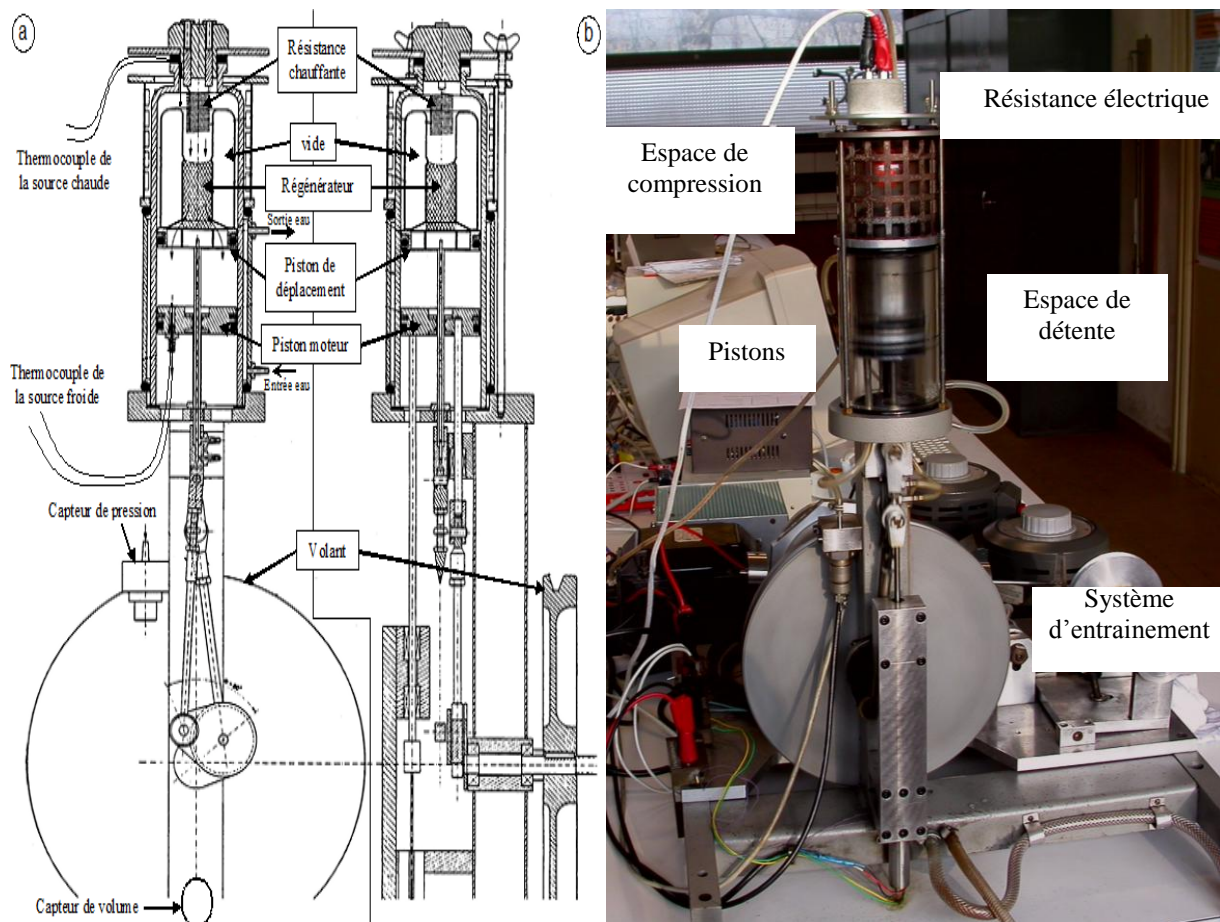


Figure 3.1. Photo du dispositif expérimental du moteur Stirling Bêta

Tableau 3.1. Propriétés du moteur Stirling Bêta étudié

<u>Paramètres</u>	<u>Valeurs</u>	<u>Régénérateur</u>	
Vitesse de rotation du moteur	250 tr/mn	Diamètre	52 mm
Fluide de travail	Air	Hauteur	153 mm
Rayon de la manivelle	66 mm	Porosité	90 %
Espace de compression		Réchauffeur	
Diamètre	65 mm	Diamètre	12 mm
Hauteur	170 mm	Longueur	900 mm
Volume mort	122,7 cm <sup>3</sup>	Refroidisseur	
Espace d'expansion		Diamètre	12 mm
Diamètre	65 mm	Longueur	650 mm
Hauteur	170 mm	T <sub>chaud</sub>	500 °C
Volume mort	122,7 cm <sup>3</sup>	T <sub>froid</sub>	12 °C

### 2.1.1. Espaces de travail et sources de chaleur

Le moteur Stirling Bêta comporte un cylindre en verre sous forme à l'intérieur duquel glissent deux pistons : le piston moteur et le piston de déplacement ou piston balayeur. Ce dernier piston présente une cavité tubulaire axiale contenant le régénérateur.

Le cylindre principal est équipé en sa partie supérieure par une résistance électrique implantée dans un support en céramique pour garantir l'étanchéité et l'isolation thermique. Cette résistance chauffe l'air de la partie supérieure du cylindre jusqu'à une température de l'ordre de 550 °C. La résistance électrique représente la source chaude du moteur. La partie inférieure du cylindre est équipée d'un deuxième cylindre coaxial de diamètre supérieur, l'espace inter-cylindrique est alimenté par un circuit ouvert d'eau de refroidissement (eau de robinet à la température ambiante). Le circuit d'eau représente la source froide du moteur (isotherme froide).

### 2.1.2. Le régénérateur

La photo ci-après (Fig. 3.2) illustre la géométrie du piston de déplacement (démonté) dans lequel est insérée une tresse entremêlée de cuivre, jouant le rôle de régénérateur. Autour du régénérateur, se trouve une zone annulaire vide permettant d'isoler ce dernier et de limiter les fuites thermiques. Ce piston, qui est creux, est traversé par un circuit d'eau ouvert permettant ainsi d'isoler convenablement la chambre chaude de la chambre froide. Ce piston est également étanche et solidaire à la base du régénérateur, afin de forcer le gaz de le traverser.

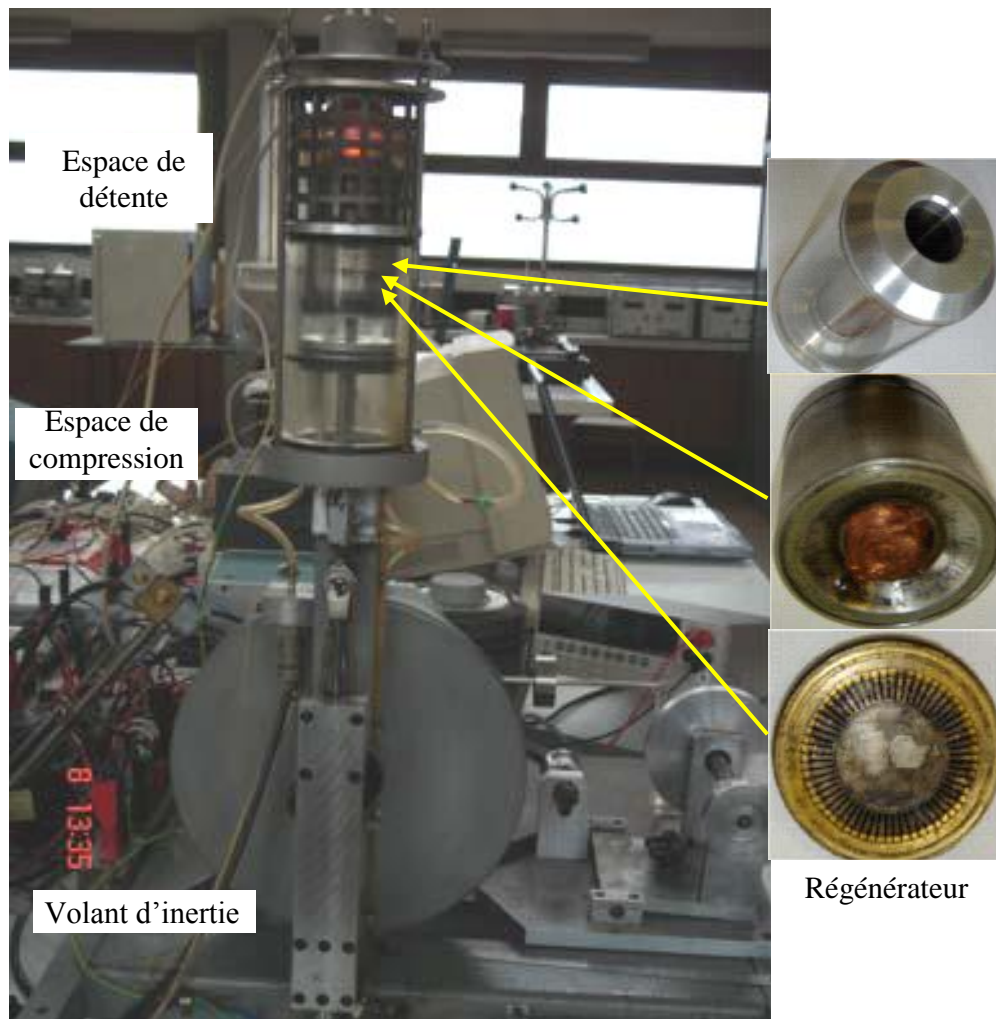


Figure 3.2. Photo du moteur Stirling Bêta avec son régénérateur démonté

### 2.1.3. Système d'entraînement

Le moteur Bêta est équipé par un système d'entraînement classique de type bielle manivelle. Les deux pistons sont actionnés par une bielle motrice et une bielle de déplacement. Elles ont le rôle de transformer le mouvement rectiligne des pistons en un mouvement rotatif. Les deux bielles sont reliées à un volant d'inertie qui continue son mouvement par inertie après l'arrêt de son système d'entraînement.

## 2.2. Instrumentation du moteur Bêta

Le banc d'essais du moteur Bêta est équipé de plusieurs instruments de mesure, ainsi que de plusieurs appareils d'acquisition et de visualisation. Les données expérimentales sont enregistrées et traitées par des programmes développés sous Matlab®. Le diagramme ci-dessous schématise le système adopté pour l'acquisition et l'enregistrement de données. Deux ordinateurs sont utilisés, l'un pour l'acquisition des faibles tensions de thermocouples (de l'ordre de quelques

mVolts) et l'autre pour les tensions importantes des capteurs de pression et volume (entre 0 et 10 Volts). Un signal de référence est installé pour synchroniser les acquisitions grâce à deux ordinateurs distincts.

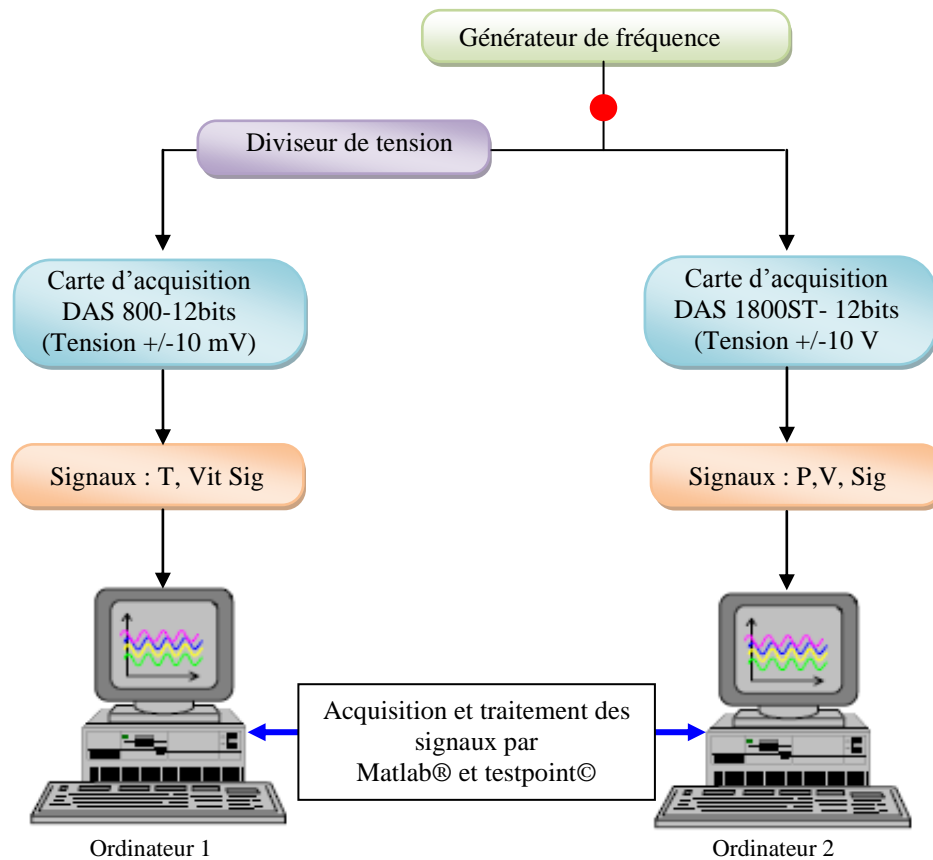


Figure 3.3. Diagramme représentatif des acquisitions et d'enregistrements des données

### 2.2.1. Capteur pression

Pour déterminer la pression instantanée à l'intérieur de la chambre froide, un capteur de pression différentielle (préalablement étalonné) est installé. La tension délivrée par ce capteur est proportionnelle à la pression du gaz enfermé dans cette chambre froide. De part et d'autre du régénérateur, les signaux de pression évoluent sinusoïdalement en opposition de phases chose du au déphasage angulaire entre les deux pistons. Ainsi, le signal de pression dans la chambre chaude peut être facilement déduit à partir de celui acquis dans la chambre froide.

### 2.2.2. Thermocouples

Le moteur Stirling Bêta est équipé de trois thermocouples de type K avec une plage de température allant de 0 °C à 1350 °C. Ces derniers permettent de mesurer la température relative  $T_{\text{mesurée}} - T_{\text{ambiante}}$ . Le premier thermocouple mesure la température de la source froide, le deuxième

mesure la température de la source chaude et le troisième est un thermocouple différentiel. Celui-ci permet de mesurer la différence de température entre l'entrée et la sortie de l'eau du circuit de refroidissement. Leurs faibles diamètres leur confèrent un temps de réponse très court et les rendent moins perturbants pour l'écoulement du gaz dans le moteur Stirling.

### 2.2.3. Capteur de position

La détermination des variations instantanées du volume occupé par le gaz au sein du moteur Bêta se fait par un capteur de position. Le capteur est lié au piston moteur puisque le volume du moteur dépend directement de la position de ce dernier. Le volume correspondant est calculé à partir de la position de ce piston. Ce capteur de volume, initialement étalonné, détermine l'évolution temporelle du volume d'air total emprisonné dans les deux chambres ainsi que dans le régénérateur. Il délivre alors un signal de tension continue dont le maximum correspond à  $V_{max}=300\text{ cm}^3$  (Volume maximal du moteur) et le minimum correspond à  $V_{min}=160\text{ cm}^3$  (Volume minimal du moteur). La tension délivrée par ce capteur est proportionnelle au volume occupé par le fluide de travail dans le moteur.

### 2.2.4. Cellule photoélectrique

Sur le volant d'inertie, nous avons placé un repère ponctuel réfléchissant. Détecté par une cellule photoélectrique, celui-ci permet de compter le nombre de tours du volant d'inertie et par conséquent de déduire la vitesse de rotation du moteur.

## 2.3. Systèmes d'acquisition

Les différents signaux ont été acquis numériquement grâce à 2 cartes d'acquisitions de type Keithley 12 bits DAS-18020ST et DAS-801. Ces cartes, montées sur 2 ordinateurs différents, sont temporellement synchronisées lors de l'acquisition grâce à un algorithme de commande que nous avons mis en place sous Matlab®. L'utilisation de la carte d'acquisition Keithley DAS-18020ST est destinée aux signaux de tensions compris entre -10V et +10V, et la carte Keithley DAS-801 permet l'acquisition des signaux de faibles tensions (entre -20 mV et +20mV) tels que les signaux de températures. Le signal TTL du tachymètre (cellule photoélectrique) de niveau 0 - 5V est renvoyé à l'état brut sur la carte d'acquisition DAS-18020ST, puis réduit à 0 - 20 mV ensuite renvoyé sur la seconde carte d'acquisition DAS-801. De cette manière, ce signal de référence va servir de référence temporelle pour la synchronisation des différents signaux acquis numériquement par les deux ordinateurs.

## 2.4. Programmes d'acquisition

### 2.4.1. Acquisition des températures

L'acquisition des températures est commandée par l'ordinateur 1. Un premier programme est établi sous Matlab® et permet d'exécuter plusieurs tâches successives :

- Fixer les paramètres d'acquisition (le gain, numéro des voies actives et fréquence d'échantillonnage),
- Faire appel à Test Point (logiciel d'acquisition) qui permettra à son tour l'acquisition des données transmises par les différents instruments de mesures, en considérant les paramètres imposés par Matlab®.
- Transférer les données acquises par TestPoint en un fichier ASCII contenant les signaux temporels des températures des deux sources chaude et froide (f.e.m. transmises par les deux thermocouples).
- Faire la conversion des tensions enregistrées en températures (°C).
- Créer un nouveau dossier dans lequel les données numériques de l'essai sont enregistrées.

### 2.4.2. Acquisition de la pression et du volume

L'acquisition du volume et de la pression ainsi que du signal de référence est effectuée sur l'ordinateur 2. Toutes les étapes énumérées dans le paragraphe précédant sont reprises pour ce deuxième cas. Les paramètres sont toujours acquis par TestPoint sous forme de tensions temporelles, puis convertis sous Matlab® soit en pression soit en volume. Le signal de référence est utilisé sous forme de tension. Ce dernier a pour rôle la synchronisation entre les deux ordinateurs des différentes acquisitions.

## 2.5. Isolation du moteur Stirling Bêta

Lors de nos essais, la température ambiante a varié dans la plage de 23 °C à 25 °C. La température de l'air dans l'espace chaud est d'environ 500 °C, alors que celle de la chambre froide est voisine de 12 °C. Compte tenu de la différence de températures entre les deux espaces de travail et l'extérieur, la perte de puissance calorifique peut être importante, et se produit principalement par rayonnement car le cylindre de la chambre chaude est en verre.

Vu l'écart de température important entre la source chaude et le milieu ambiant, nous avons pensé à isoler cette dernière grâce à un réflecteur, qui joue le rôle d'un écran anti-rayonnement. Dans la suite, nous étudierons les deux cas (Fig. 3.4) de moteur sans isolation et avec isolation de sa chambre chaude.

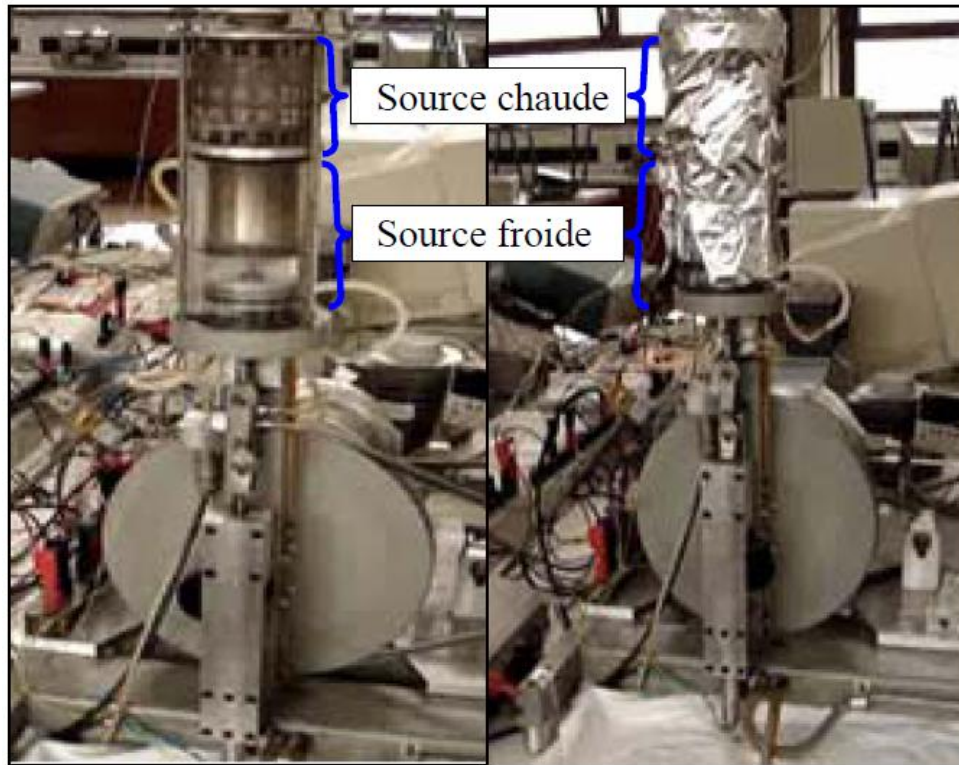


Figure 3.4. Source chaude : non isolée à gauche; isolée à droite

## 2.6. Incertitudes de mesures

Évaluer l'incertitude sur une mesure est un domaine complexe qui fait l'objet d'une branche complète : la métrologie. Le tableau ci-dessous récapitule les erreurs de mesures des instruments utilisés pour le moteur Stirling Béta.

Tableau 3.2. Erreurs et incertitudes des instruments de mesures du moteur Stirling Béta

<i>Instrument de mesure</i>	<i>Incertitudes</i>
Thermocouples	$\pm 0,1 \text{ } ^\circ\text{C}$
Capteur de Pression	0,2% de valeur enregistrée
Capteur de position	$5 \cdot 10^{-3} \text{ m}$

### 3. MOTEUR STIRLING DE TYPE GAMMA

#### 3.1. Présentation du moteur

La figure 3.5 représente un moteur Stirling de configuration Gamma, utilisant de l'air comprimé comme fluide de travail. C'est un moteur de référence ST05G conçu par la société Viebach (Allemagne), et fonctionnant à une pression de remplissage (pression de gonflage) maximale de 10 bar. Sa vitesse de rotation maximale est d'environ 600 tr/mn, et il peut fournir une puissance mécanique maximale de 500 W en sortie.

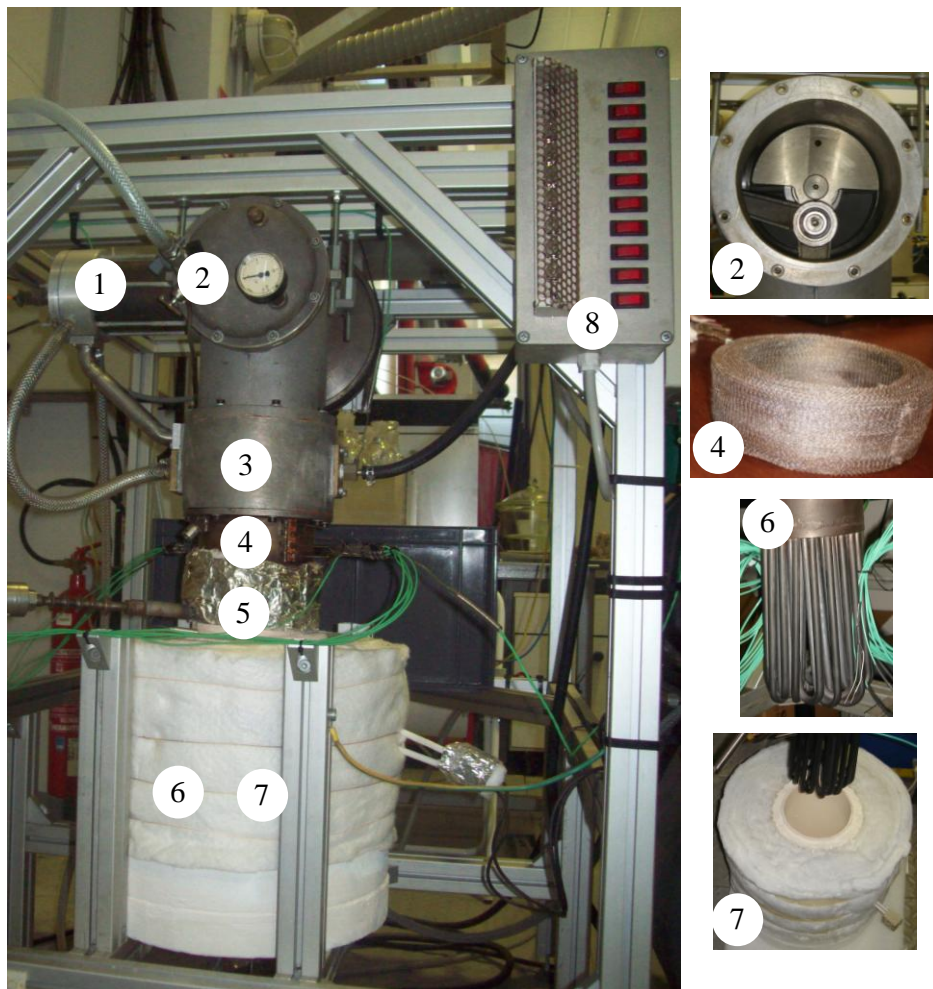


Figure 3.5. Dispositif expérimental du moteur Stirling Gamma: 1- Espace de détente, 2- système d'entraînement (bielle-manivelle), 3- Refroidisseur, 4- Régénérateur, 5- Espace de compression, 6- Réchauffeur, 7- Système de chauffage, 8- Système de dissipation

Ce moteur Stirling comporte principalement 5 compartiments :

- Un espace de détente (1) : un cylindre à l'intérieur duquel se situe le piston moteur.

- Un espace de compression (5) : un cylindre dans lequel se trouve un piston de déplacement.
- Les espaces de compression et de détente sont disposés d'un angle de 90°. Ils sont animés par un système classique de bielle-manivelle (2).
- Le refroidisseur (3) est un échangeur de chaleur. Il est constitué d'un circuit ouvert d'eau de refroidissement (eau de robinet) qui représente la source froide du système. Il est aussi composé de 225 lamelles réparties dans un cylindre qui permettent d'augmenter la surface d'échange entre le fluide de travail et l'eau.
- Le régénérateur (4) : est un espace inter-cylindrique séparant le refroidisseur et le réchauffeur. C'est un milieu poreux. Il opère comme une éponge thermique qui absorbe la chaleur du gaz lors de son passage de la source chaude vers la source froide, et la lui restitue lors de son retour en sens inverse.
- Le réchauffeur (6) : composé de 20 tubes d'une longueur de 0.349 m chacun. Ils permettent d'augmenter la surface d'échange entre le fluide de travail à l'intérieur du moteur et la source chaude.

Les principales propriétés et dimensions de ce moteur Stirling Gamma sont récapitulées dans le tableau 3.3.

Tableau 3.3. Propriétés géométriques du moteur Stirling Gamma

<b>Paramètres</b>	<b>Valeurs</b>	<b>Paramètres</b>	<b>Valeurs</b>
Fluide de travail	Air	Diamètre intérieur	98 mm
Espace de compression		Hauteur	153 mm
Diamètre	80 mm	Porosité	Variable
Hauteur	145 mm	Matériau de la matrice poreuse : Variable	
Espace d'expansion		Refroidisseur	
Diamètre	95 mm	Diamètre	12 mm
Hauteur	120 mm	Longueur	650 mm
Régénérateur		Température de la source chaude	500 °C
Diamètre extérieur	134 mm	Température de la source froide	15 °C

### 3.2. Instrumentation du moteur Gamma

Une étude approfondie du moteur Stirling nécessite la connaissance de plusieurs paramètres importants comme : la pression dans les deux espaces de travail, les températures instantanées à différentes positions du moteur, le débit d'eau de refroidissement, etc.

### 3.2.1. Les thermocouples

Douze thermocouples de type K de diamètres 0,5 mm et 0,25 mm ont été implantés à différents emplacements du moteur. Deux thermocouples dont l'un est placé à l'intérieur de l'espace de compression et l'autre à la sortie de l'espace de détente permettent de mesurer les températures instantanées des deux espaces de travail. Deux autres thermocouples sont placés à l'entrée et à la sortie du circuit d'eau de refroidissement. Huit autres thermocouples sont placés symétriquement et diamétralement opposés sur deux génératrices du régénérateur (4 de chaque côté) pour prélever la température du fluide de travail. Leurs emplacements et leurs utilités seront exposés plus loin.

### 3.2.2. Capteur de pression

Deux capteurs de pressions sont aussi localisés respectivement dans l'espace de compression et à la sortie, et dans l'espace de détente. Ce dernier est placé sur une tour de refroidissement permettant de diminuer la température du fluide de travail avant que celui-ci arrive au capteur de pression dont l'électronique de commande ne supporte pas des températures supérieures à 80 °C.

### 3.2.3 Capteur de force

La puissance mécanique produite par le moteur est transmise par une courroie à un alternateur. Ce dernier est monté en bascule sur un plateau oscillant. Un capteur de force a été placé au-dessous d'une zone du plateau oscillant. A partir du signal du capteur de force, nous avons pu déterminer le couple et la puissance mécanique transmis par la courroie à l'alternateur (Fig. 3.6).



Figure 3.6. Photo de l'installation du capteur de force

### 3.2.4. Débitmètre

Afin de calculer les quantités de chaleur échangées entre le fluide de travail et l'eau de refroidissement, nous avons équipé le moteur Stirling par un débitmètre à turbine de type

KOBOLD à sortie analogique, dont la plage de débits est comprise entre 0 et 24 l/s. Ce dernier est connecté à la centrale d'acquisition.

### 3.2.5. Le codeur angulaire

Un codeur angulaire est situé à l'extrémité de l'arbre du moteur Stirling Gamma. Il envoie deux signaux TTL externes au module processeur :

- Le premier signal est envoyé chaque fois que le vilebrequin effectue un tour complet. Ce signal nous permettra de calculer la vitesse de rotation du moteur Stirling Gamma.
- Le deuxième signal est envoyé pour chaque variation d'un angle du vilebrequin. Ce signal permet de prendre les mesures sur tous les modules disponibles dans la centrale d'acquisition.

### 3.2.6. Instrumentation du régénérateur

Huit thermocouples sont implantés dans la génératrice du régénérateur, afin de mesurer la température du fluide de travail le traversant, et analyser les transferts de chaleur qui y siègent. Chacun de ces huit thermocouples est implanté à 1 mm à l'intérieur de la matrice poreuse (régénérateur) sans être en contact avec le matériau constituant cette dernière. Ces thermocouples sont disposés diamétralement par groupe de 4 sur chaque côté du régénérateur (Figs. 3.7, 3.8), et sont espacés de 10 mm les uns des autres.

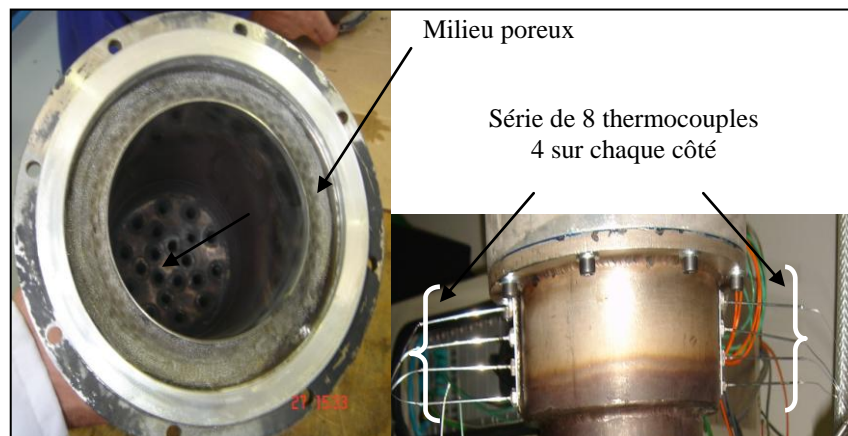


Figure 3.7. Photo du régénérateur dans le moteur Stirling Gamma

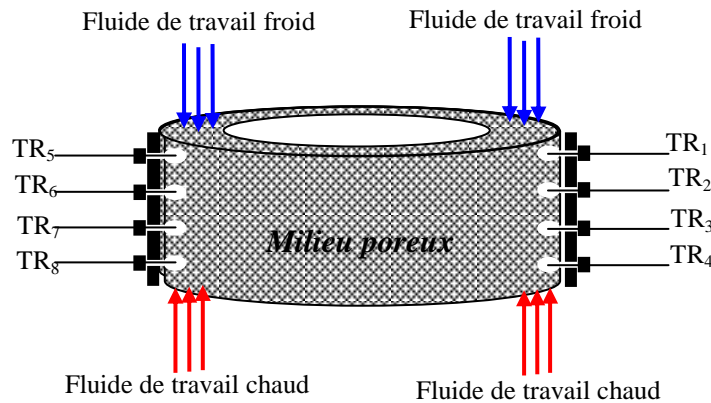


Figure 3.8. Schéma du positionnement des 8 thermocouples dans le régénérateur

### 3.3. Centrale d'acquisition

La centrale d'acquisition utilisée pour acquérir tous les signaux issus à partir des thermocouples, des capteurs de pression, du capteur de force et du débitmètre sont reliés à une centrale d'acquisition *ADwin Pro-II* 18 bits. C'est une centrale d'acquisition externe, avec des expansions modulaires. Elle est équipée par :

- Le module « *CPU-T11* » qui contient :
  - le processeur qui commande toute la centrale,
  - une mémoire interne de 256 kB,
  - un port ETHERNET pour assurer la liaison avec un PC commandant l'acquisition,
  - un port de déclenchement externe, qui permet de déclencher le processeur à partir d'un signal extérieur à la carte.
- Le module « *DIO 32 Rev. E* » est le digital entrée/sortie de données. Il contient 32 entrées digitales ou sorties programmables à un signal TTL.
- Le module « *AIN 32/18 Rev. E* » pour entrées analogiques, contenant 32 voies de communications regroupées dans une broche subD.
- Deux modules « *AIN-F8/18 Rev. E* » pour les entrées analogiques rapides (FAST), contenant chacune 8 entrées différentielles.
- Un module « *AOUT 8/16 Rev E* » pour les sorties analogiques.
- Deux modules « *TC 8 ISO Rev. E* » contiennent 16 ports pour lecture de thermocouples. Le type de thermocouple est indiqué lors de la programmation de l'acquisition. L'erreur maximale affectant le signal d'un thermocouple ne dépasse pas les 0,002 °C (chaîne 18 bits).

Durant le fonctionnement du moteur Stirling, 360 acquisitions pour chaque cycle sont effectuées, et qui correspondent à 360 degrés (1 tour du vilebrequin). Pour chaque essai, 100 cycles sont enregistrés. Les signaux enregistrés sont les suivants :

- 13 signaux de la température,
- 2 signaux pour la pression,
- 1 signal pour le débit,
- 1 signal de la force (transformée en couple),
- 2 signaux pour le codeur angulaire.

La variation de la vitesse de rotation du moteur Stirling est obtenue grâce à un système de dissipation électrique à lampes. Ce système est constitué de 10 lampes de résistance électrique chacune 55W. Ces résistances sont placées en parallèle, afin que la variation de la dissipation électrique se traduise par une variation du régime du moteur Stirling (charge).

### **3.4. Incertitudes de mesures**

Lors des essais, les erreurs de mesure sont inévitables. Ces erreurs peuvent être systématiques ou aléatoires. Les erreurs systématiques peuvent être réduites ou éliminées avec l'étalonnage ou le calibrage des appareils. Quand aux erreurs aléatoires, et qui sont dus principalement à l'erreur humaine ou d'autres facteurs externes, elles peuvent être évaluées statistiquement. En ce qui concerne les appareils de mesures, les constructeurs les étalonnent en faisant également les tests nécessaires afin d'évaluer leurs précisions ou les marges d'erreurs, et les fournissent avec les manuels d'utilisation.

Les erreurs de mesure des appareils ainsi utilisés dans le banc d'essais du moteur Stirling sont données dans le tableau 3.4. Ces valeurs sont obtenues à partir des fiches techniques de chaque appareil.

Tableau 3.4. Incertitude introduite par chaque instrument de mesure

Instruments de mesures	Incertitudes
Thermocouples	$\pm 1,1\%$ d'incertitude sur la pleine échelle du signal enregistré
Capteur de Pression (au niveau de l'espace de compression)	$\pm 0,15\%$ d'incertitude sur la pleine échelle du signal enregistré
Capteur de Pression (au niveau de l'espace de détente)	$\pm 0,2\%$ d'incertitude sur la pleine échelle du signal enregistré
Débitmètre	$\pm 0,1\%$ d'incertitude sur la pleine échelle du signal enregistré
Capteur de Force	$\pm 0,25\%$ d'incertitude sur la pleine échelle du signal enregistré

#### 4. CONCLUSION

Dans ce chapitre, nous avons décrit les dispositifs expérimentaux et les moyens de mesures mis en place pour mesurer convenablement les caractéristiques des moteurs Stirling étudiés. Ces dispositifs ont été convenablement instrumentés afin de déterminer les évolutions temporelles des températures, des pressions, du volume et de la force. Cette métrologie quasi-complète permet de bien comprendre les paramètres les plus pertinents dans les moteurs Stirling étudiés, en vue de les mieux caractériser, puis optimiser leurs fonctionnement. Dans le chapitre suivant, nous présenterons les principaux résultats que nous avons obtenus lors des différents essais effectués.

# **Chapitre 4 : Caractérisations expérimentales des moteurs Stirling Bêta et Gamma**

*La connaissance s'acquiert par l'expérience, tout  
le reste n'est que de l'information.*

*[Albert Einstein]*



# PARTIE A : ÉTUDE EXPÉRIMENTALE DU MOTEUR STIRLING BÊTA

## 1. INTRODUCTION

Une série de mesures expérimentales a été faite sur le moteur Stirling Bêta, déjà décrit dans le chapitre 3. Le piston moteur étant au point mort bas, la compression lente et progressive de l'air piégé dans le moteur est effectuée manuellement avant le démarrage. Lorsque le piston moteur atteint son point mort haut, un coup d'élan au volet d'inertie permettra de lancer le démarrage du moteur. Les mesures sont effectuées dans les conditions expérimentales récapitulées dans le tableau 4.1 ci-dessous.

Tableau 4.1. Conditions d'expérimentations du moteur Stirling Bêta

Paramètres	Valeurs
Température de chauffage	500 °C
Température de l'eau de refroidissement	12°C
Débit d'eau	8,62 l/s
Pression initiale de charge	Pression atmosphérique
Température ambiante	24,5 °C

## 2. VARIATION DU VOLUME DANS LE MOTEUR STIRLING BÊTA

La figure 4.1 représente la variation de volume du moteur Bêta en fonction du temps. Les mouvements des deux pistons étant sinusoïdaux. Le volume suit alors une variation

périodique. Le volume maximal est de  $300 \text{ cm}^3$  et le volume minimal est de  $160 \text{ cm}^3$ . Les mêmes variations sont obtenues pour les deux cas étudiés : moteur Stirling Bêta avec et sans isolation. Les variations de volume mesurées, ne sont pas parfaitement identiques à celles du mouvement rectiligne du cycle idéal du moteur Stirling, mais obtenues théoriquement. Cette légère différence est due principalement d'une part au filtrage numérique du signal temporel mesuré. D'autre part, elle est liée aussi à la réponse en fréquence du capteur de volume à cause de la rapidité des variations de volume mesuré, car la vitesse de rotation du moteur est relativement importante.

Le moteur Stirling Bêta comporte un espace mort de  $160 \text{ cm}^3$ , formé par les volumes non balayés par les pistons et les volumes du régénérateur et du réchauffeur. Ce volume mort est relativement important, et représente plus que la moitié du volume total ; ce qui génère une dégradation des performances du moteur Stirling Bêta.

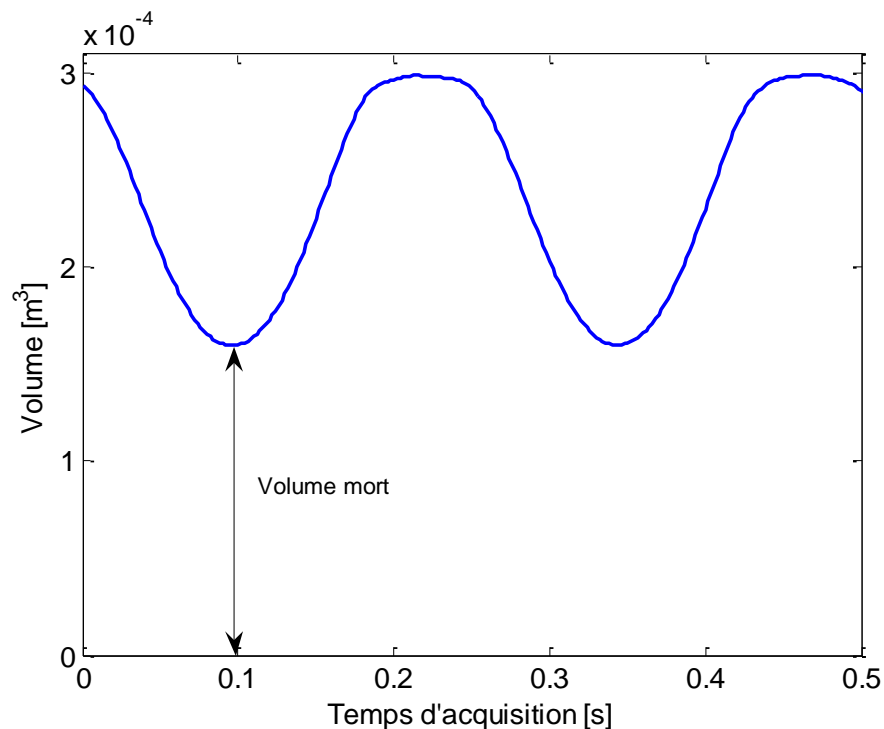


Figure 4.1. Variation temporelle du volume pendant deux cycles pour les deux cas d'études (Sans et avec isolation thermique)

### 3. VARIATION DE LA PRESSION

L'évolution des signaux de la pression mesurée dans la chambre froide du moteur Stirling Bêta (sans et avec isolation de sa chambre chaude), est représentée sur la figure 4.2. Pour les deux évolutions obtenues, les signaux sont périodiques mais pas forcément parfaitement sinusoïdaux. Les courbes sont plus larges au niveau de la détente du moteur. La pression moyenne (sur les 70

cycles enregistrés) pour un moteur isolé est de 1,60 bar alors que celle enregistrée lorsque le moteur est non isolé est d'environ 1,53 bar. On note au passage, que ce moteur atmosphérique ne fonctionne pas sous une pression de charge imposée. Ainsi, selon la figure 4.2, une légère différence est enregistrée entre les deux cas étudiés. La durée moyenne d'un cycle pour le cas d'un moteur isolé est inférieure à celle du moteur non isolé. Ceci est dû à l'augmentation de sa vitesse de rotation après isolation de sa chambre chaude. Pour le cas moteur sans isolation, la vitesse de rotation est de 226 tr/mn et pour le cas d'un moteur avec isolation elle est d'environ 235 tr/mn.

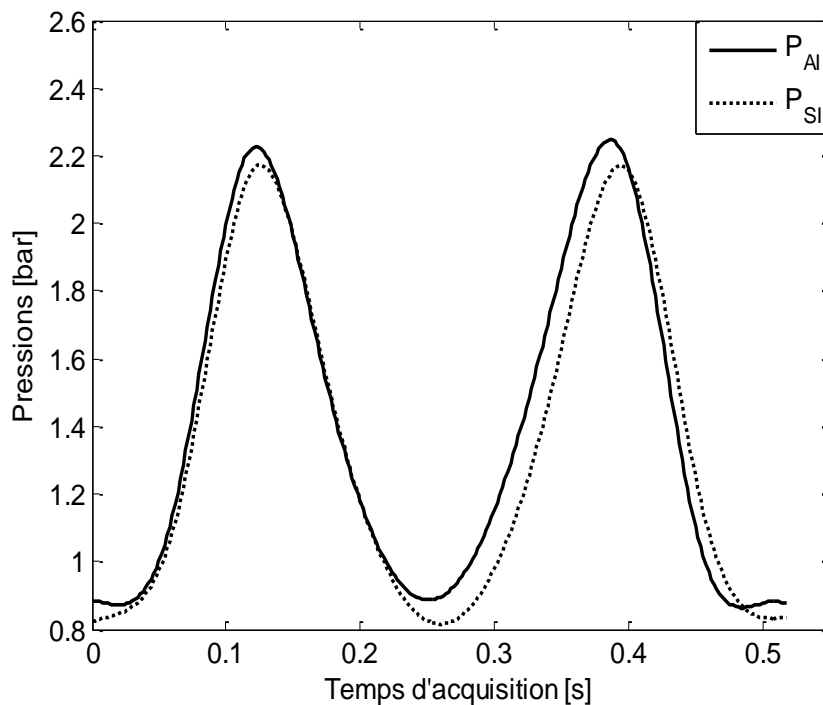


Figure 4.2. Variation de la pression dans l'espace froid pour les deux cas d'études : moteur avec isolation ( $P_{AI}$ ) et moteur sans isolation ( $P_{SI}$ )

La figure 4.3 représente l'évolution des pressions en amont et en aval du régénérateur. On peut remarquer que les deux signaux de pression ont des évolutions périodiques, et elles sont aussi en opposition de phase. En effet, lorsque l'une des chambres est en compression, l'autre est automatiquement en détente. Ces deux signaux de pression nous permettent de déterminer la perte de charge à travers le régénérateur, qui est représentée par la figure 4.4.

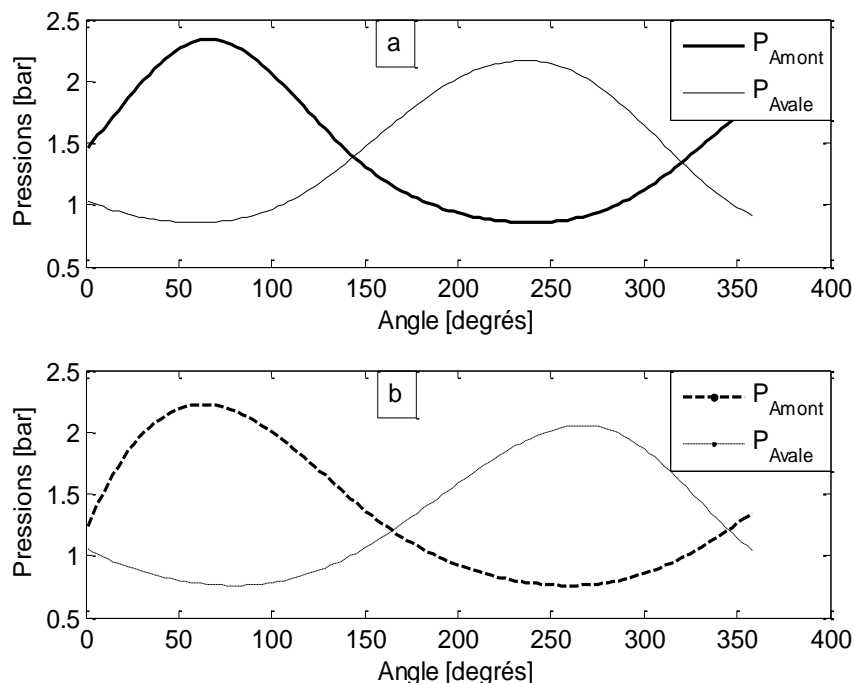


Figure 4.3. Évolution de la pression en amont et en aval du régénérateur :

a) Moteur avec isolation ; b) Moteur sans isolation

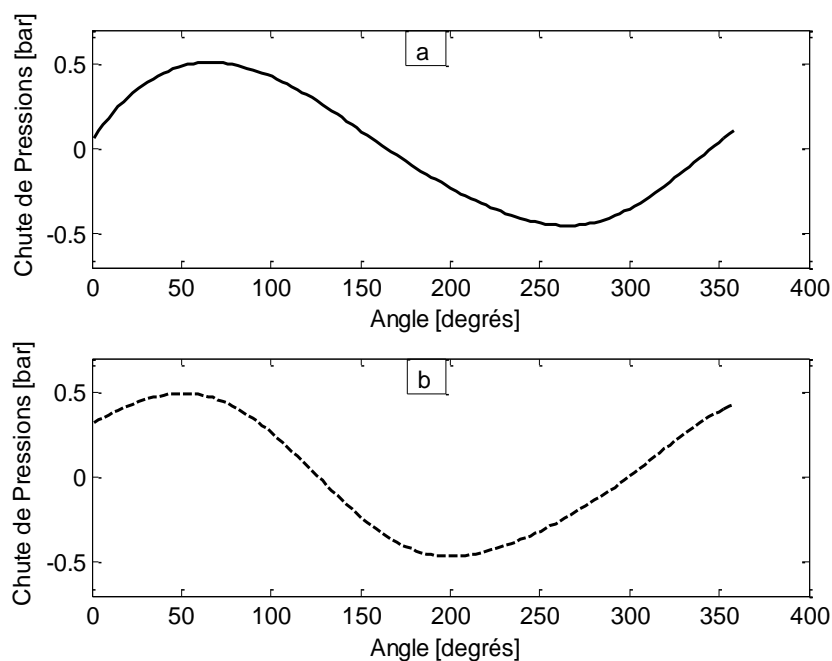


Figure 4.4. Évolution de la perte de charge dans le régénérateur du moteur Stirling Bêta :

a) Moteur isolé ; b) Moteur sans isolation

La perte de charge maximale enregistrée est d'environ 0,5 bar pour les deux cas de figures. Cette perte de charge est créée lors du passage du fluide (air) à travers la matrice poreuse

du régénérateur qui est en cuivre. Cette perte est due principalement aux aspects aux frottements engendrés par le régénérateur.

#### 4. VARIATIONS DE LA TEMPÉRATURE DES DEUX ESPACES DE TRAVAIL

Les espaces de détente et de compression sont maintenus à des températures respectives de 550 °C et 12 °C. Mais la température de l'air (fluide de travail) dans ces deux espaces n'est pas constante. Les variations de ces deux températures sont représentées sur la figure 4.5. Selon cette dernière, on peut remarquer que tous les signaux de températures enregistrées sont périodiques. Les températures moyennes dans l'espace de compression et dans détente sont respectivement de l'ordre de 53 °C et de 535 °C pour le cas sans isolation et respectivement de 55 °C et de 547 °C pour le cas avec isolation.

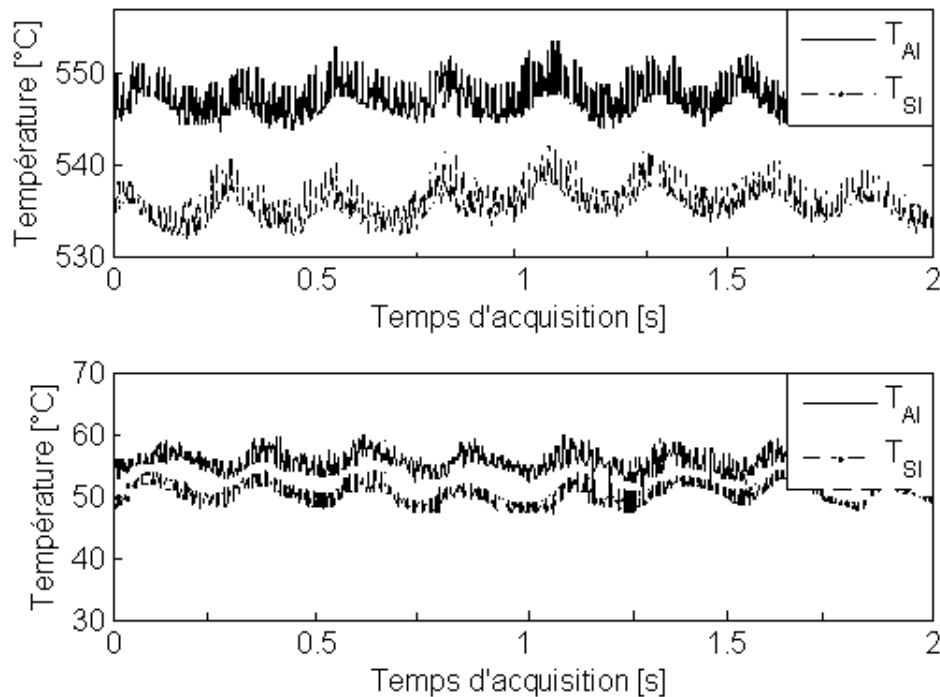


Figure 4.5. Variation de la température des deux espaces de travail avec et sans isolation

Après isolation, on peut observer l'augmentation de la température de la chambre chaude d'environ 7 °C par rapport à la température de la chambre chaude du moteur non isolé. La température de la chambre froide a aussi augmenté d'environ 1,5 °C. En ce qui concerne la différence de températures entre l'entrée et la sortie de l'eau dans le circuit de refroidissement, elle est d'une moyenne de 2°C pour le cas isolé et de 1,8 °C pour le cas non isolé. L'isolation thermique de la chambre chaude du moteur Stirling Bêta, a permis de gagner environ 7 °C dans la chambre chaude mais elle a aussi causée l'augmentation de la température de la chambre froide d'environ 1,5 °C.

## 5. DIAGRAMME INDICATEUR

À partir des variations de la pression et du volume, le diagramme indicateur (P,V) a pu être tracé. L'aire de la courbe fermée obtenue n'est autre que le travail produit par le moteur. Les figures 4-6.a et 4-6.b représentent ce diagramme respectivement pour le moteur Bêta sans et avec isolation de sa chambre chaude.

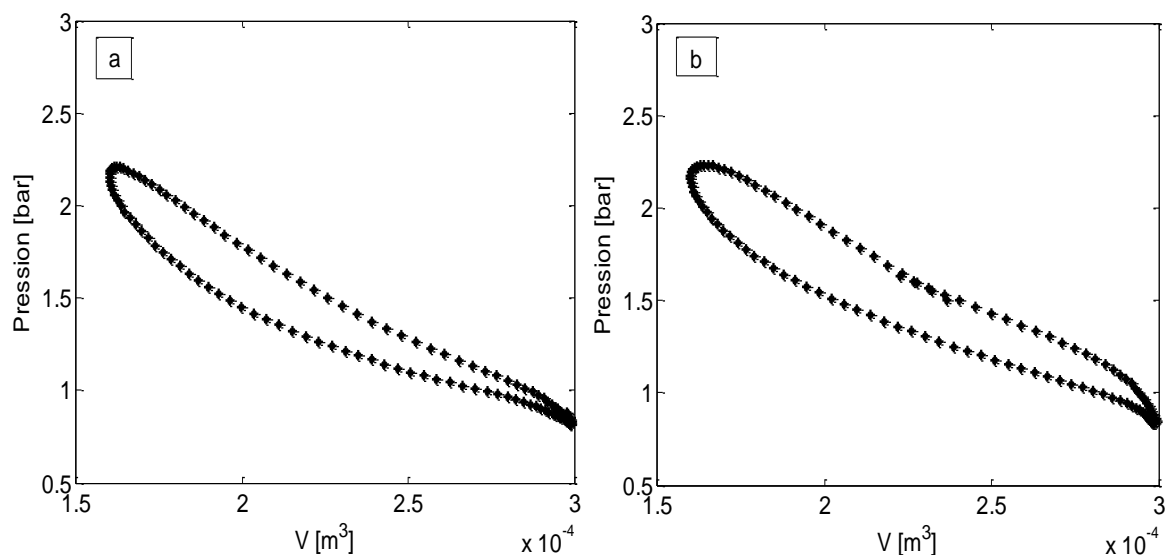


Figure 4.6. Diagramme de Clapeyron (P,V) : a) sans isolation ; b) avec isolation

A partir de ces évolutions, et compte tenu de la vitesse moyenne de rotation, la puissance moyenne développée par le moteur Stirling Bêta a été calculée. Elle est de 10,4 W pour le cas du moteur sans isolation, et de 11,2 W pour le cas avec isolation.

La figure 4.7 représente les cycles de Stirling idéal et réel obtenus sur le moteur Stirling Bêta. Le cycle de Stirling réel (expérimental) est sensiblement différent de celui théorique, mais la ressemblance est perceptible. En effet, certaines conditions et phénomènes causent cette différence, parmi lesquelles nous pouvons citer :

- Inhomogénéité des températures à l'intérieur des espaces de travail (chambre chaude et chambre froide),
- Pertes par frottement et pertes de charge singulières, lors de l'écoulement du fluide de travail dans les échangeurs de chaleur,
- Mouvements continus des pistons, différents des mouvements théoriques (Bonnet, 2005),

- Irréversibilités causées par les hétérogénéités de température dans le moteur (Bonnet, 2005),
- Inertie thermique du régénérateur qui, à vitesse de rotation importante, n'arrive plus à suivre les variations de température. Les échanges de chaleur ne se produisent plus convenablement (Andersen et al., 2006).

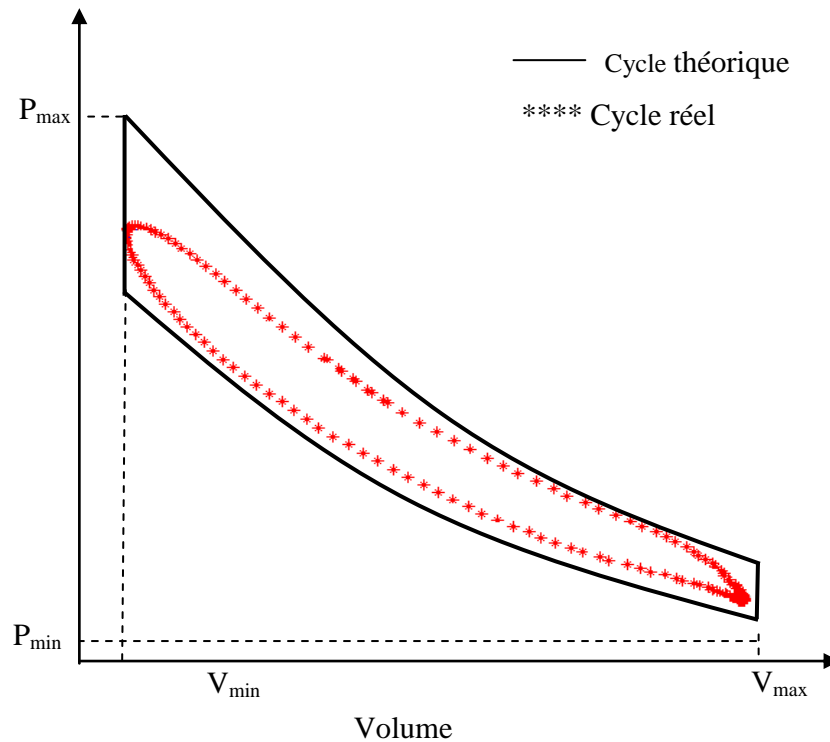


Figure 4.7. Cycle Stirling réel et cycle Stirling idéal

## 6. QUANTITÉS DE CHALEUR ÉCHANGÉES DANS LES ÉCHANGEURS DE CHALEUR DU MOTEUR STIRLING BÊTA

Les quantités de chaleur échangées à travers les trois échangeurs de chaleur du moteur sont calculées comme suit :

$$\delta Q_r = \dot{m}_{air} C_{pair} (TR_{sortie} - TR_{entrée}) dt$$

(4-1)

avec  $TR_{sortie}$  et  $TR_{entrée}$  les deux températures respectivement à la sortie et à l'entrée du régénérateur.

$$\delta Q_k = \dot{m}_{eau} C_{peau} d_{Theta} dt$$

(4-2)

$$Q_h = -(Q_k - W) \quad (4-3)$$

La figure 4.8 représente les quantités de chaleur récupérées par l'eau de refroidissement. Ces quantités de chaleur ont une évolution périodique, et sont plus importantes durant la phase de compression. La quantité de chaleur moyenne échangée entre le fluide de travail et l'eau de refroidissement est de 7,64 J pour le cas d'un moteur sans isolation et de 9,25 J pour un moteur avec isolation.

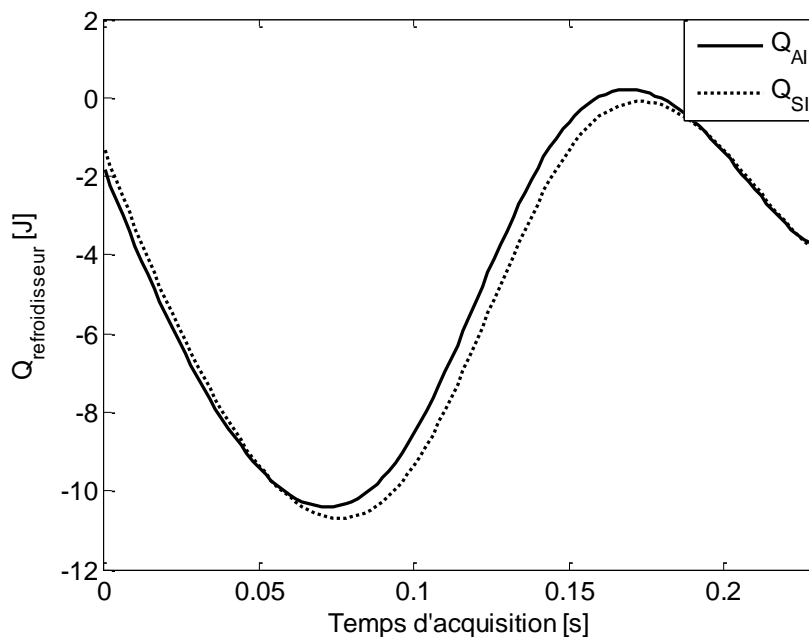


Figure 4.8. Évolution de la quantité de chaleur récupérée par l'eau de refroidissement

La figure 4.9 représente l'évolution de la quantité de chaleur fournie par le fluide au régénérateur du moteur non isolé. Cette quantité d'énergie admet une évolution périodique. En effet, elle diminue lorsque le fluide de travail restitue de la chaleur à la matrice poreuse en cuivre, et augmente lorsque le fluide de travail récupère cette quantité de chaleur du régénérateur. La quantité de chaleur transférée dans ce régénérateur pendant un cycle est considérable. Elle d'environ 10 fois plus importante par rapport à la quantité de chaleur échangée au niveau du refroidisseur, et 7 fois par rapport au travail net effectué par le moteur durant un cycle (Fig. 4.6). Ceci signifie que les performances du moteur dépendent de l'efficacité du régénérateur et aussi de sa capacité à s'adapter à des flux de chaleur plus élevés.

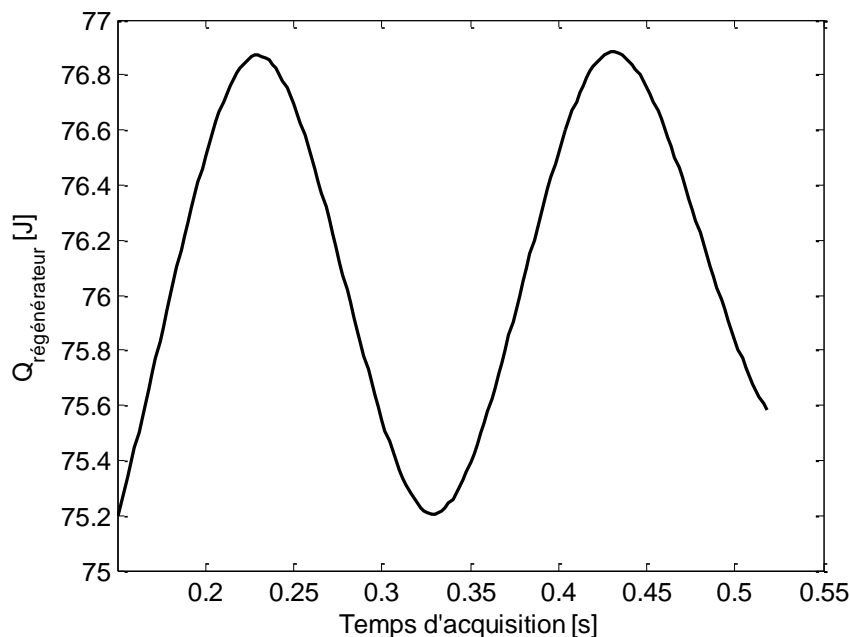


Figure 4.9. Quantité de chaleur échangée dans le régénérateur du moteur sans isolation et durant deux cycles

L'évolution de la quantité de chaleur théorique dans un moteur Stirling admet un aspect différent. En effet, partant d'une valeur nulle, cette quantité commence à diminuer progressivement sur le premier quart du cycle en passant par un minimum négatif représentant le stockage de la chaleur à partir du fluide de travail, ensuite elle augmente progressivement sur une autre portion du cycle sur laquelle le régénérateur restitue de la chaleur au fluide de travail (Gheith, 2007 (1)). Expérimentalement, la température de la matrice poreuse ne diminue pas suffisamment pendant l'échange thermique avec le fluide de travail. Ses variations sont donc limitées par l'inertie thermique du matériau constituant le régénérateur.

La figure 4.10 présente l'évolution des quantités de chaleur dans le régénérateur avec et sans isolation. En effet, la quantité de chaleur moyenne échangée dans le régénérateur est d'environ 73 J pour un moteur non isolé, et de 82 J pour un moteur isolé. L'isolation de la chambre chaude du moteur Stirling a permis donc d'augmenter cette quantité de chaleur échangée au niveau du régénérateur.

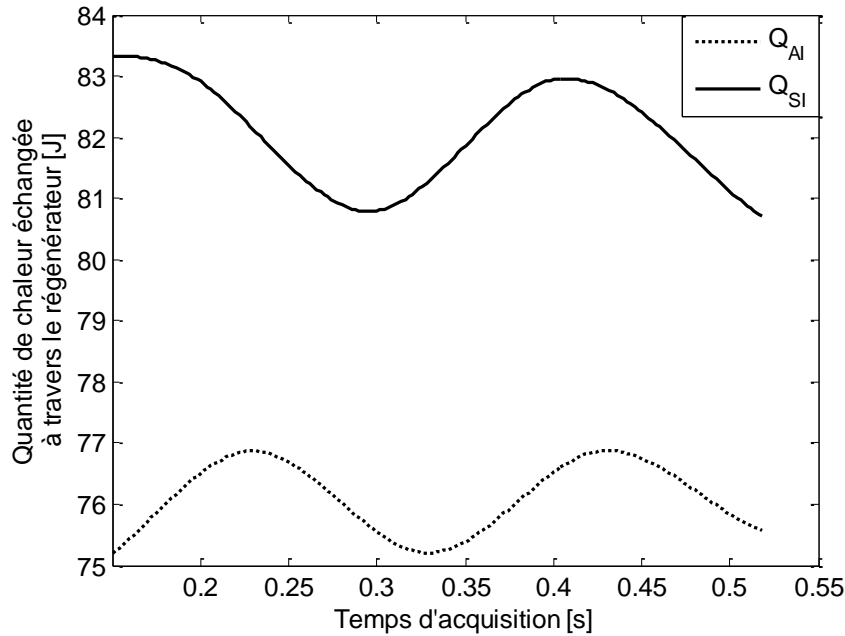


Figure 4.10. Quantités de chaleurs échangées dans le régénérateur pour un moteur sans et avec isolation de sa chambre chaude

## 7. CARACTÉRISATION DE LA PERTE PAR CONVECTION DANS LE RÉGÉNÉRATEUR

Le régénérateur est le siège de pertes thermiques par convection. Ces pertes sont prises en compte grâce à la quantité de chaleur  $Q_C$  qui est évaluée en utilisant un coefficient d'échange thermique  $h_c$  durant un cycle de durée  $t_{\text{cycle}}$  (Gheith, 2007 (2)).

$$Q_c = h_c (T_{ch} - T_a) t_{\text{cycle}} \quad (4-4)$$

Le tableau 4.2 donne un aperçu sur le coefficient d'échange ainsi que sur les pertes par convection pour les deux cas de moteur étudiés.

Tableau 4.2. Pertes thermiques par convection dans le moteur Stirling Bêta

Paramètres	Moteurs sans isolation	Moteur isolé
Coefficient d'échange par convection [ $\text{W.m}^{-2}.\text{K}^{-1}$ ]	0,297	0,297
Durée d'un cycle [s]	0,264	0,250
Vitesse de rotation [tr/mn]	227	240
Température de la chambre chaude [ $^{\circ}\text{C}$ ]	535	542
Pertes thermiques par convection [J]	37,95	36,61

La simple isolation de la chambre chaude du moteur a permis de faire gagner 7 °C sur la température du fluide de travail, et de diminuer les pertes thermiques par convection dans le régénérateur.

## 8. ESTIMATION DES PERTES GLOBALES DANS LE MOTEUR BÊTA

L'algorithme de traitement de données permet de calculer les pertes thermiques dans le moteur. Celles-ci représentent environ 83% de la puissance de chauffe appliquée au moteur Stirling Bêta. En effet, le fluide de travail ne reçoit que 17% de la puissance fournie, le reste de la puissance est perdue par convection, et surtout par rayonnement avec le milieu ambiant car le cylindre contenant les chambres chaude et froide est transparent (en verre). Ce constat est bien justifié si on se réfère à la seconde colonne du tableau 4.3, où les pertes thermiques sont d'environ 68% pour le cas du moteur où sa chambre chaude est isolée. Pour les mêmes conditions expérimentales (utilisation de la même puissance de chauffe), nous avons récupéré environ 20% de la puissance de chauffage en isolant la chambre chaude du moteur Stirling. D'où l'intérêt d'une bonne isolation thermique de l'espace chaud pour augmenter l'efficacité du moteur. En réalité, ce dispositif expérimental de moteur Stirling Béta, n'est qu'un prototype pédagogique de travaux pratiques, dont le rôle n'est que de visualiser l'ensemble des composants mobiles et fixes à l'intérieur de la machine thermique.

Tableau 4.3. Estimation des pertes dans le moteur Stirling Bêta

Paramètres	Moteur sans isolation	Moteur avec isolation
Puissance de chauffage injectée : [W]	265,60	265,60
Quantité de chaleur par effet Joule : [J]	70,22	67,74
Quantité de chaleur perdue : [J]	59,80	46,10
Pertes globales : [%]	85,20	68,00

## 9. COMPARAISON DES PERFORMANCES DU MOTEUR POUR LES DEUX CAS ÉTUDIÉS

Lorsque le régénérateur du moteur Stirling est considéré idéal, le seul transfert de chaleur entre le moteur et l'environnement est :

- L'apport de la chaleur à la source chaude,
- La perte de la chaleur de la source froide.

Cette propriété permet d'avoir un rendement du moteur Stirling maximal, identique au cas idéal (cycle de Carnot), qui est défini par :

$$\eta_{\text{carnot}} = 1 - \frac{T_{\text{froid}}}{T_{\text{chaud}}} \quad (4-5)$$

Le rendement global du moteur Stirling est calculé comme suit :

$$\eta_{\text{global}} = \frac{-W}{Q_H} \quad (4-6)$$

Pour cette configuration Bêta, le rendement de Carnot de ce moteur est d'environ 60%, alors que son rendement global réel est de 4% si on tient compte des pertes thermiques, et d'environ 18 à 20% si on les néglige. Ce rendement de 4%, qui est très faible, peut être expliqué par le fait que les pertes sont très importantes au niveau de source chaude lorsqu'elle n'est pas isolée, ainsi que par les pertes mécaniques engendrées notamment par les frottements entre les différentes pièces mobiles. Ainsi, après l'isolation de sa chambre chaude, toutes les performances du moteur se sont vues améliorées.

Tableau 4.4. Performances du moteur Stirling Bêta sans et avec isolation de sa chambre chaude

Paramètres moyens sur les cycles acquis	Valeurs	
	Moteur non isolé	Moteur isolé
Vitesse de rotation [tr/mn]	226,96	235,24
Travail global [J/cycle]	2,75	2,86
Puissance globale moyenne [W]	10,40	11,20
Rendement de Carnot [%]	60,00	61,00
Rendement thermodynamique global du moteur [%]	3,91	4,22

## 10. CONCLUSION

Les résultats expérimentaux obtenus sur le moteur Stirling Bêta ont été présentés et discutés dans cette première partie. La puissance mécanique produite par ce moteur est de l'ordre de 10,4 W, et son rendement global est d'environ 4%. La chambre chaude du moteur a été isolée avec un filtre réflecteur (anti-rayonnant). Cette isolation nous a permis de récupérer environ 20% de la puissance de chauffage appliquée au moteur et la transformer, en partie, en travail mécanique. L'importance du régénérateur dans l'amélioration des performances d'un moteur Stirling a pu être soulignée, malgré le fait qu'il soit le siège d'importantes pertes diverses.

# **PARTIE B : ÉTUDE EXPÉRIMENTALE DU MOTEUR STIRLING GAMMA**

## **1. INTRODUCTION**

Dans cette partie, nous présenterons une étude expérimentale d'un moteur Stirling de configuration Gamma. Le régénérateur est choisi arbitrairement. Les résultats expérimentaux présentés dans cette partie sont obtenus pour un moteur fonctionnant en régime stationnaire et pour les conditions expérimentales récapitulées dans le tableau 4.5.

Tableau 4.5. Propriétés du régénérateur et conditions de fonctionnement du moteur Stirling Gamma

<b>Propriétés</b>	<b>Valeur/ désignation</b>
Température de chauffage	500 °C
Température de refroidissement	12 °C
Pression de charge initiale	5 bar
Matériaux du régénérateur	Cuivre
Porosité du régénérateur	80%

## **2. ÉVOLUTION DU VOLUME TOTAL DU MOTEUR STIRLING GAMMA**

Par une étude cinématique, nous avons pu reproduire l'évolution des volumes de compression et de détente du moteur Stirling Gamma.

Les variations du volume de compression et de détente, du volume balayé (somme des volumes de compression et de détente), ainsi que du volume total du moteur Stirling Gamma sont représentées sur la figure 4.11. Tous les volumes suivent une évolution périodique. La différence

entre le volume balayé et le volume totale représente le volume mort dans le moteur Gamma. Ce dernier représente 55% du volume total, soit en d'autre terme 55% du volume du fluide de travail qui ne participe ni aux transferts de chaleur ni aux processus de compression et de détente ; ce qui représente un handicap majeur pour ce moteur.

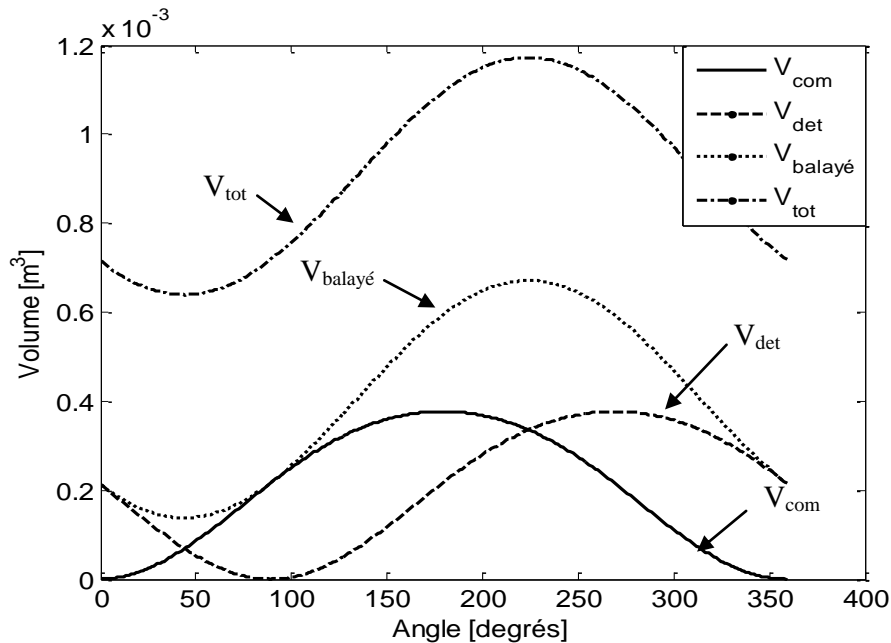


Figure 4.11. Évolution temporelle des différents volumes dans le moteur Stirling Gamma

### 3. ÉVOLUTION DES PRESSIONS DE COMPRESSION ET DE DÉTENTE

Les évolutions des pressions dans le cylindre de compression ( $P_{com}$ ) et à la sortie de l'espace de détente ( $P_{det}$ ) sur un cycle, sont représentées sur la figure 4.12. Ainsi, nous pouvons constater que les deux pressions ont une évolution périodique et sont en phase. Leurs évolutions est similaire à l'évolution du signal de volume. Pour les deux signaux de pression, la phase de détente dure plus longtemps que la phase de compression. La valeur moyenne de la pression de compression est de l'ordre de 6,7 bar, et celle de la détente est de 6,55 bar. Les valeurs moyennes sont calculées sur une durée représentant 100 cycles de fonctionnement du moteur en régime quasi-stationnaire.

La différence observée entre les deux signaux de pression est présentée sur la figure 4.13. Cette différence symbolise la chute de pression (perte) à travers les différents compartiments du moteur Stirling Gamma. Elle a une moyenne de 0,14 bar sur les 100 cycles enregistrés. Cette chute est due principalement à la dissipation de la chaleur lorsque le fluide de travail s'écoule à travers les différentes singularités du moteur et plus précisément, à travers le milieu poreux qui est le régénérateur.

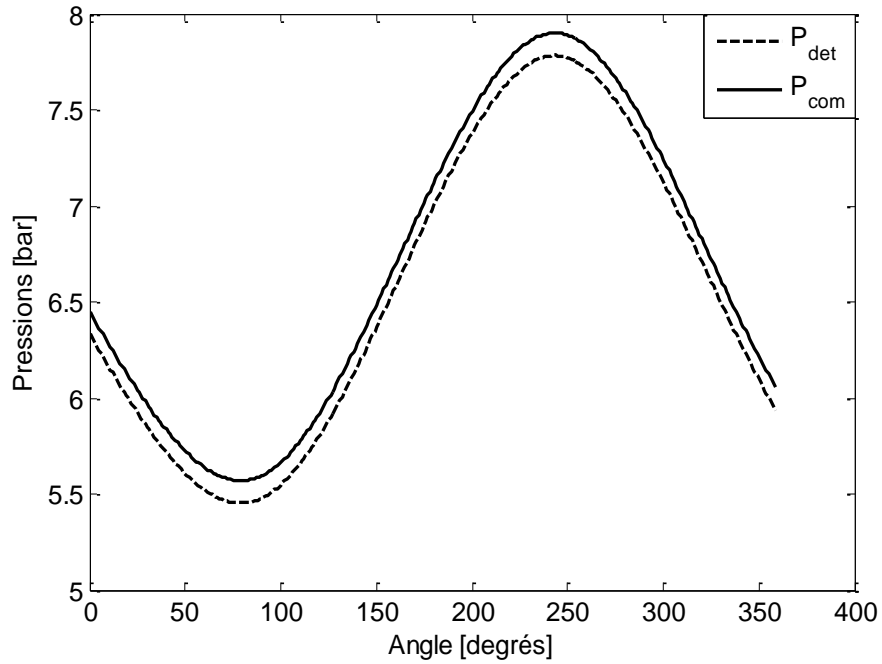


Figure 4.12. Évolution expérimentale des pressions de compression et de détente

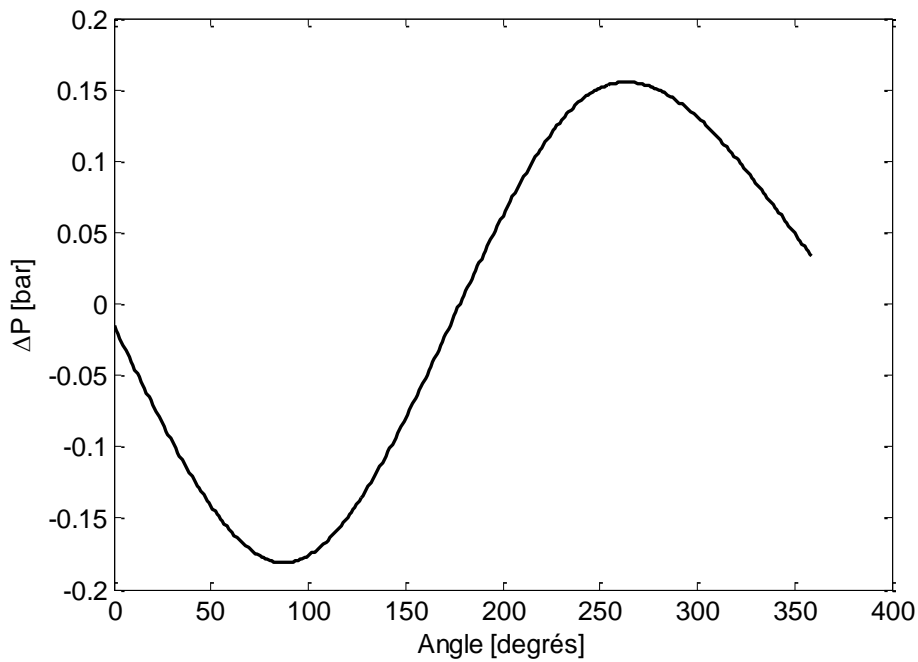


Figure 4.13. Évolution de la chute de pression dans le moteur Stirling Gamma sur un cycle

#### 4. DIAGRAMME INDICATEUR

Sur la figure 4.14, nous avons représenté le diagramme indicateur ( $P_{com}, V_{com}$ ) le long d'un cycle. Selon cette figure, on peut constater que les quatre phases du cycle Stirling idéal ne sont

pas bien identifiées. Le travail total produit par ce moteur pour les conditions expérimentales évoquées ci-dessus, est d'environ 37 J.

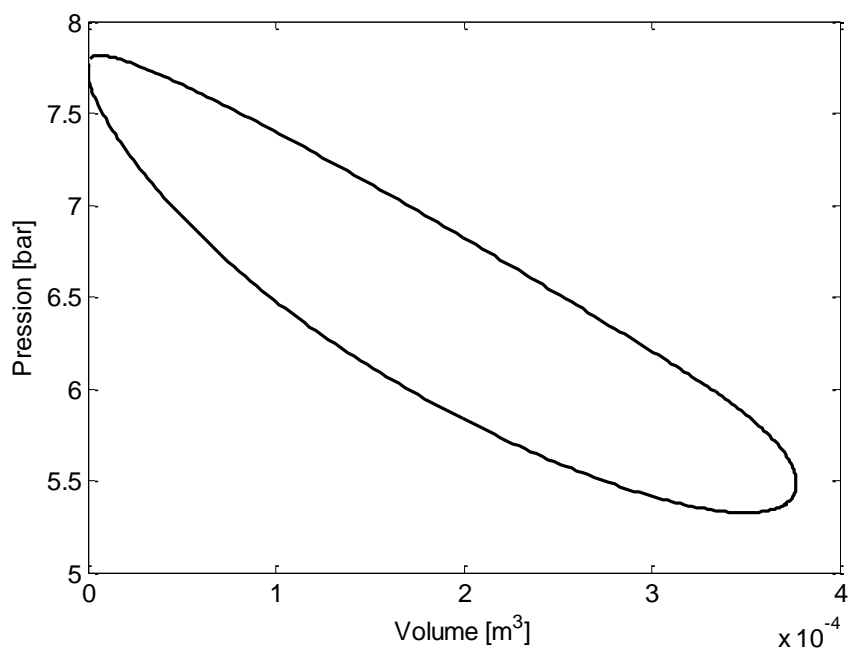


Figure 4.14. Diagramme indicateur de Clapeyron ( $P_{com}, V_{com}$ ) sur un cycle

## 5. ÉVOLUTION DE LA TEMPÉRATURE DU FLUIDE DE TRAVAIL DANS LES DEUX ESPACES CHAUD ET FROID

L'instrumentation mise en place, nous a permis de bien mesurer les variations instantanées des différentes températures dans les deux espaces de travail du moteur Stirling Gamma. Les deux températures évoluent d'une façon périodique et sont en déphasage d'environ  $111^\circ$  (Figure 4.15). La température de détente (espace de détente) est de l'ordre de  $411^\circ C$ . Celle-ci reste inférieure à la température de chauffage, qui a été fixée à  $500^\circ C$ . La température moyenne dans l'espace de compression est de l'ordre de  $22^\circ C$ . Cette température mesurée est supérieure à celle de la source froide, qui est à environ  $12^\circ C$ .

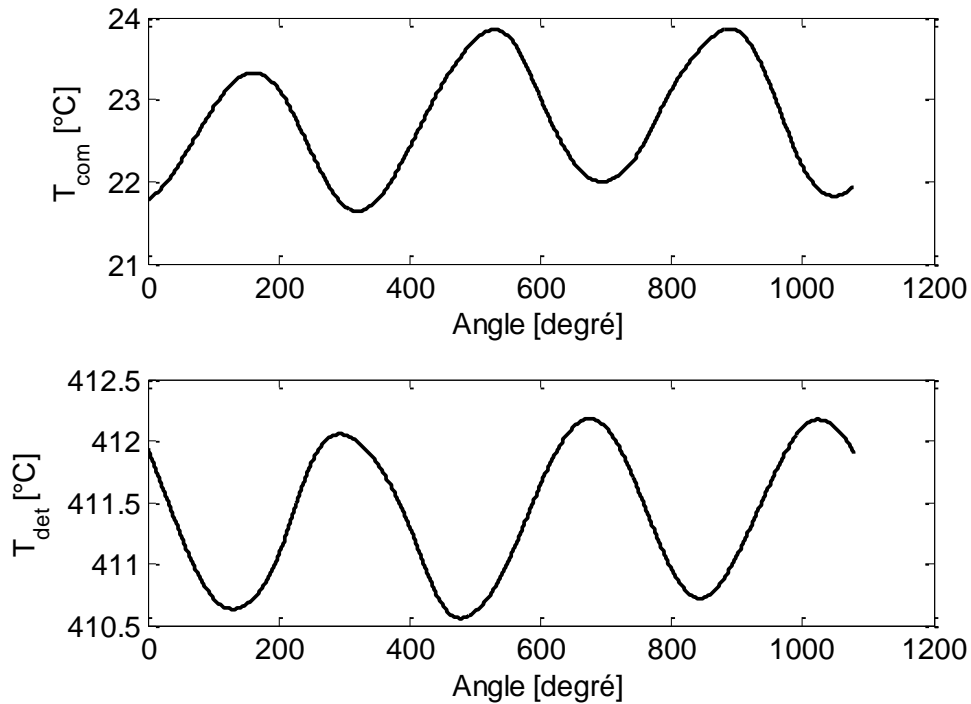


Figure 4.15. Évolution temporelle des températures mesurées dans les espaces de compression et de détente du moteur

## 6. ÉVOLUTION DE LA PUISSANCE MÉCANIQUE DELIVREE PAR LE MOTEUR

Sur la figure 4.16, nous avons représenté l'évolution temporelle de la force exercée par la tension de la courroie de transmission sur le plateau oscillant, et par conséquent sur le capteur de force utilisé pour les mesures instantanées. L'allure du signal ainsi obtenu est périodique, et est analogue à celle mesurée pour la pression et pour la température. La force est maximale en fin de la phase de compression du fluide de travail. Celle-ci commence à décroître progressivement jusqu'à ce qu'elle s'annule vers la fin de la détente où elle devient négative.

Le signal de la force présente un premier pic (A) qui correspond au maximum de la force exercée par la courroie de transmission sur le plateau oscillant, et un deuxième pic (B), d'intensité moins importante que le premier. En effet, celle-ci représente un effort qui est dû essentiellement à la réponse du plateau oscillant, qui est calé par un ressort de compression du côté opposé à celui du capteur de force, et se situant en dessous de ce plateau monté en bascule.

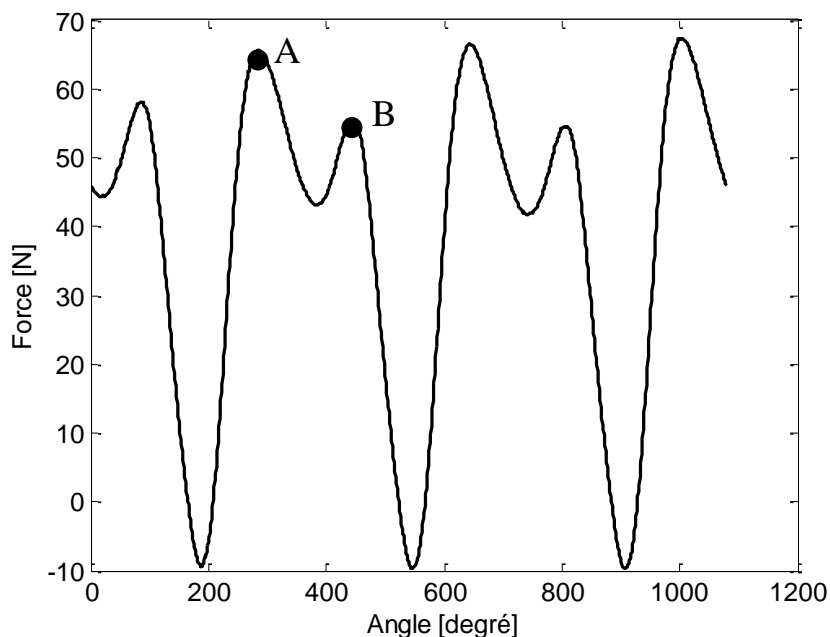


Figure 4.16. Évolution temporelle de la force exercée par le moteur sur la courroie de transmission durant un cycle

La puissance mécanique délivrée par le moteur est calculée à partir de la force exercée par la courroie de transmission sur le plateau oscillant. Cette puissance est donnée selon la relation

$$P_m = F L \omega \quad (4-7)$$

où  $F$  est la force mesurée par le capteur de force,  $L$  est la distance séparant l'axe de l'arbre du moteur et la position du capteur de force, et  $\omega$  est la vitesse de rotation mesurée du moteur.

Cette puissance mécanique délivrée par le moteur est représentée sur la figure 4.17. On peut constater que le signal de puissance mesuré suit logiquement la même évolution que celui de la force. Les deux signaux de puissance et de force sont périodiques et sont aussi en phase. La puissance est maximale pendant la phase de compression et minimale pendant la phase de détente. Sa valeur moyenne sur la durée des 100 cycles enregistrés est d'environ 235 W pour une vitesse de rotation moyenne de 389 tr/mn. Il est à noter ici que cette puissance ainsi obtenue ne représente pas forcément la valeur maximale que ce moteur Stirling Gamma peut délivrer.

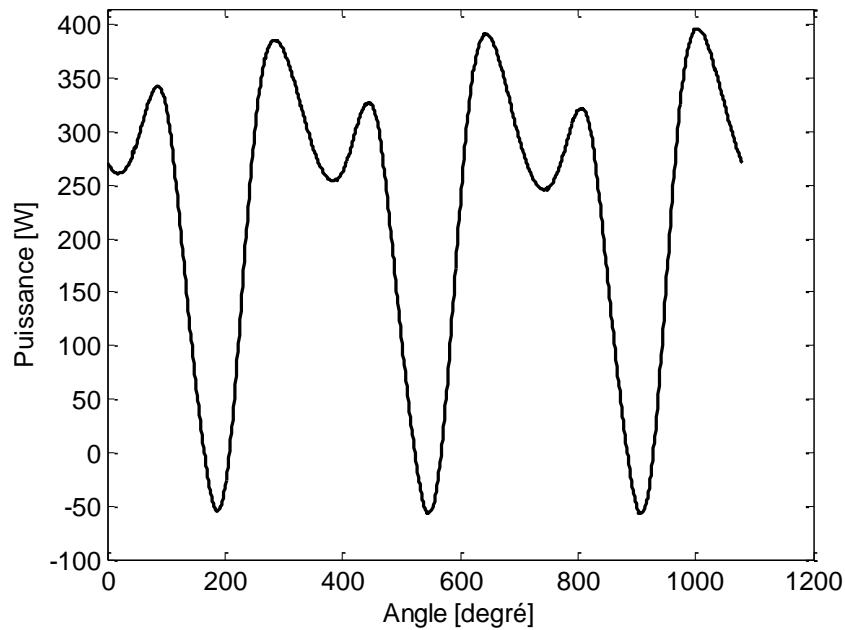


Figure 4.17. Évolution temporelle de la puissance mécanique délivrée par le moteur Gamma

## 7. ÉVOLUTION DES QUANTITÉS DE CHALEUR DANS LES TROIS ÉCHANGEURS DE CHALEUR DU MOTEUR

Les quantités de chaleur échangées à travers les trois échangeurs de chaleur du moteur Stirling Gamma sont calculées comme suit :

$$Q_r = \dot{m}_{air} C_{pair} (TR_{x=5} - TR_{x=0}) t_{cycle} \quad (4-8)$$

avec :

$TR_{x=0}$  et  $TR_{x=5}$  sont les deux températures localisées respectivement à la sortie et à l'entrée du régénérateur. Ces températures sont calculées par extrapolation des températures instantanées mesurées par les thermocouples  $TR_1$ ,  $TR_2$ ,  $TR_3$  et  $TR_4$ .  $t_{cycle}$  est la durée d'un cycle du moteur, où  $N = 1/t_{cycle}$  est la vitesse de rotation.

$$Q_k = \dot{m}_{eau} C_{peau} d_{Theta} dt \quad (4-9)$$

Le moteur Stirling fonctionne en cycle fermé. C'est donc un système thermodynamique fermé pour lequel le premier principe peut s'écrire ainsi :

$$Q_{chaud} + Q_{froid} + w = 0 \quad (4-10)$$

avec :

$$Q_{chaud} = Q_h$$

$$Q_{froid} = Q_k$$

$$w = w_{com}$$

où  $w_{com}$  est le travail fourni par le moteur Stirling.

Compte tenu du premier principe de la thermodynamique, l'évolution de la quantité de chaleur dans le réchauffeur se déduit ainsi :

$$Q_h = -(Q_k + w_{com}) \quad (4-11)$$

Sur la figure 4.18, nous avons représenté les évolutions angulaires des trois quantités de chaleur le long d'un cycle du moteur (sur  $360^\circ$ ). Nous pouvons remarquer que la plus importante quantité de chaleur est échangée à l'intérieur du régénérateur. La valeur moyenne de celle-ci est d'environ 465 J. Dans le refroidisseur, elle est négative et a une valeur moyenne d'environ -80 J. Dans le réchauffeur, elle est de l'ordre de 205 J.

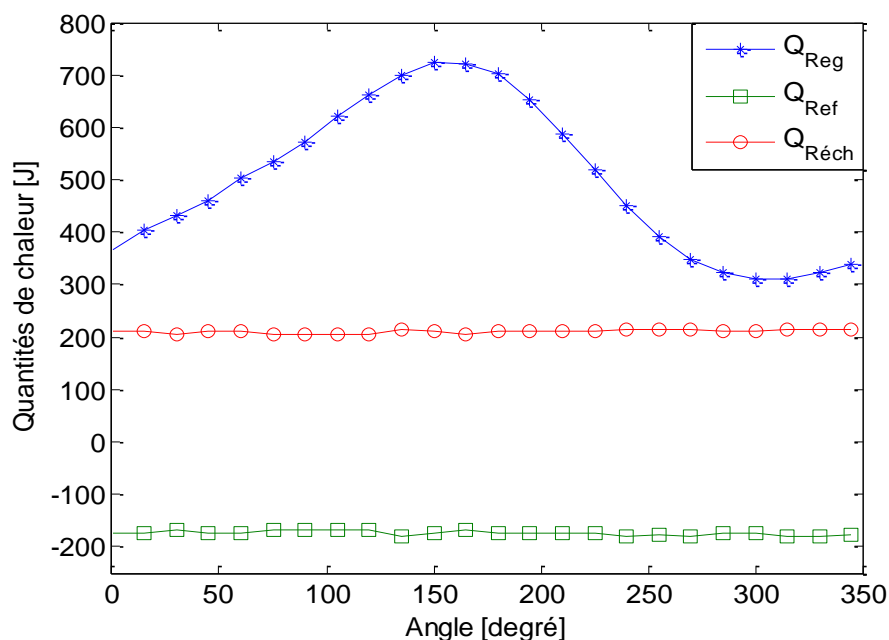


Figure 4.18. Évolution des quantités de chaleur récupérées ou cédées par le fluide de travail dans le régénérateur, le refroidisseur et le réchauffeur durant un cycle

## 8. PERFORMANCES DU MOTEUR STIRLING GAMMA

A partir des résultats globaux de cette caractérisation, nous avons complété le tableau 4.6 ci-dessous, qui récapitule les performances de ce moteur Stirling Gamma.

Tableau 4.6. Récapitulation des performances du moteur Stirling Gamma

Paramètres	Valeurs
Durée moyenne d'un cycle [s]	0,154
Vitesse moyenne de rotation du moteur [tr/mn]	389
Travail (air du diagramme PV) [J]	37
Puissance mécanique [W]	235
Rendement thermodynamique [%]	19
Rendement global [%]	7

Le rendement global du moteur Stirling Gamma est de l'ordre de 7%. Ce rendement est relativement faible. En effet, pour des moteurs Stirling fonctionnant à partir d'écart de températures très faibles, les rendements sont généralement médiocres. L'utilisation de ce type de moteur, permet de valoriser des énergies dites de "rebut" et qui proviennent d'un système de puissance principal (moteur, pile à combustible, ou autres). Grâce à ces énergies de rebut, le rendement global du système peut augmenter davantage. Ces dernières (à base de la chaleur fatale), sont normalement rejetées à l'environnement : gaz chauds, chaleur issue des systèmes de refroidissement, etc. La quasi-totalité de la chaleur non dépensée peut être ainsi récupérée et exploitée ; ce qui conduit à un rendement global potentiel très élevé.

## 9. QUALIFICATION DU RÉGÉNÉRATEUR DU MOTEUR STIRLING GAMMA

### 9.1. Évolution de la température du fluide de travail le long des deux côtés du régénérateur

Comme cela a été expliqué dans la littérature, le régénérateur est traversé deux fois par le fluide de travail (aller et retour) durant chaque cycle de Stirling. Considérons que le sens d'écoulement du fluide de travail se fait du refroidisseur vers le réchauffeur en passant par le régénérateur. Durant la première phase du cycle, la matrice poreuse constituant le régénérateur, décharge sa chaleur stockée au fluide de fonctionnement (préchauffage du fluide de travail). Dans le sens inverse de l'écoulement (fluide de travail s'écoulant du réchauffeur vers le refroidisseur), la matrice poreuse est chauffée par le fluide de travail (pré-refroidissement du fluide de travail).

La figure 4.19 montre l'évolution de la température du fluide de travail (air) traversant la matrice poreuse pour deux cycles. L'écoulement dans la direction de (a) vers (b) se fait du côté

chaud du régénérateur vers le côté froid ; ce qui implique la diminution de la température. De (b) vers (c), l'écoulement s'est inversé (c.à.d. du côté froid vers le côté chaud) et la température du fluide de travail (air) augmente et atteint la température initiale enregistrée au niveau du point (a). La température dans la matrice poreuse augmente alors de  $x$  vers  $y$  à cause de l'échange de chaleur entre le fluide de travail chaud et la matrice froide. Plus tard, à la position (b) le fluide étant froid le phénomène inverse se produit. La température du fluide de travail augmente de  $y$  vers  $x$ , et la température de la matrice poreuse diminue (c.à.d. la chaleur est transférée de la matrice poreuse vers le fluide de travail froid).

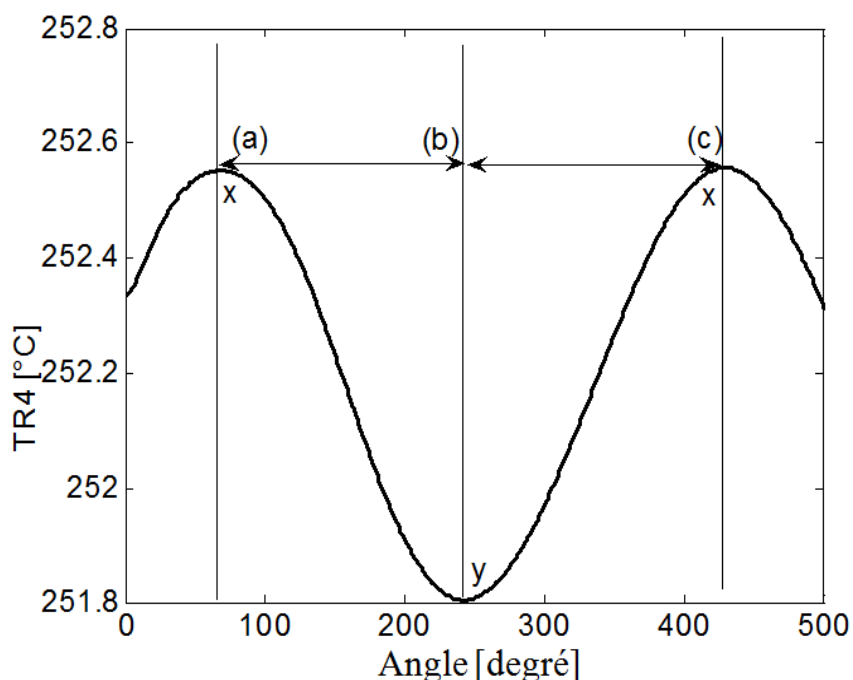


Figure 4.19. Évolution de la température du fluide de travail dans le régénérateur au niveau la position du thermocouple 4

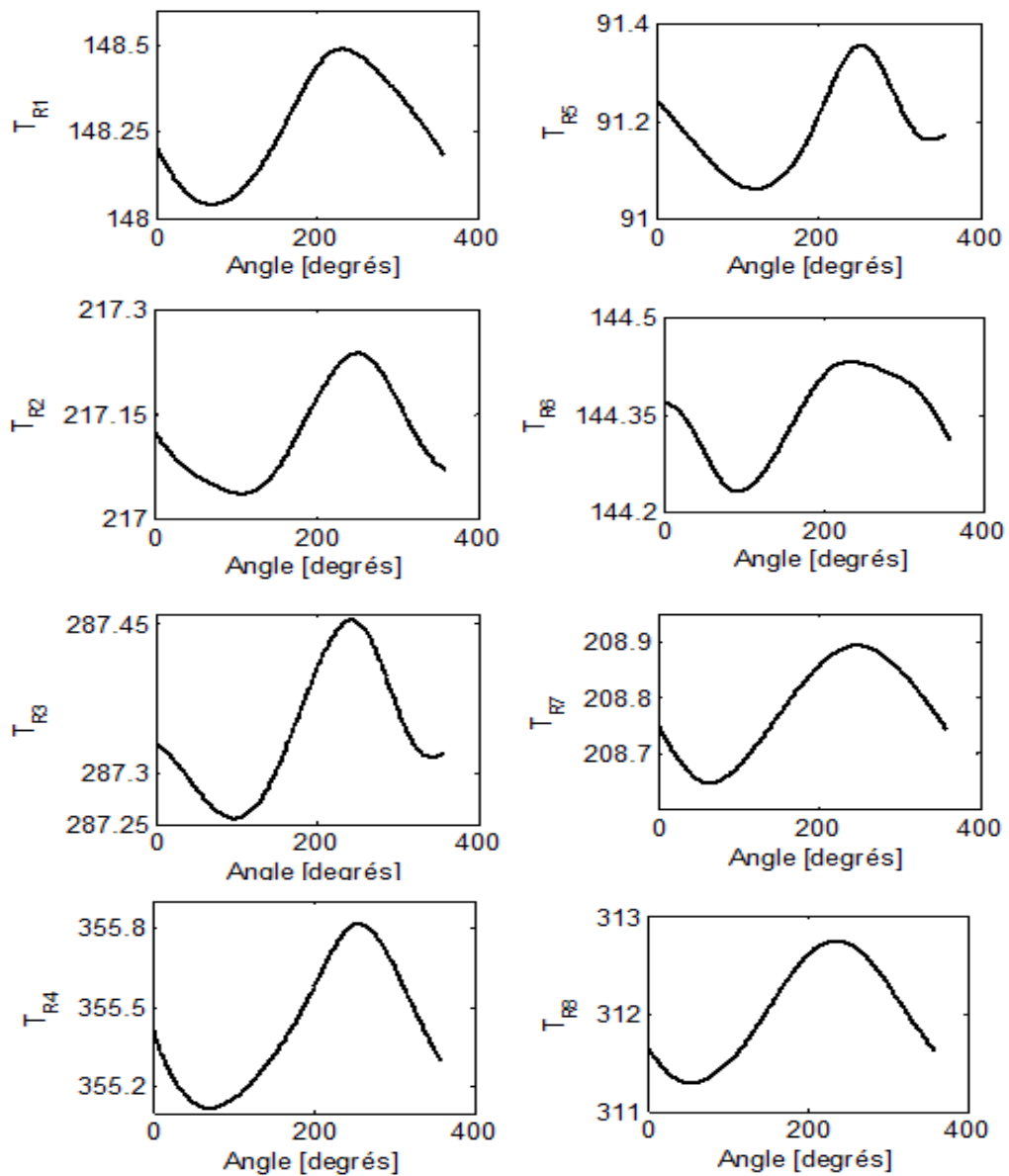


Figure 4.20. Évolution de la température du fluide de travail à différentes positions du moteur : (Thermocouple de  $TR_1$  à  $TR_4$  pour le côté 1 et Thermocouple  $TR_5$  à  $TR_8$  pour le côté 2)

Grâce aux huit thermocouples placés symétriquement sur les deux côtés du régénérateur, les températures instantanées du fluide de travail à différentes positions le long des deux génératrices de cette matrice poreuse ont pu être obtenues durant un cycle comme cela est indiqué sur la figure 4.20. Nous constatons que toutes les températures des deux côtés du régénérateur évoluent périodiquement. Nous notons aussi que la température change avec la position du fluide de travail dans le régénérateur. En examinant les différentes courbes d'évolution de températures sur les deux côtés du régénérateur, nous constatons que ces dernières augmentent en allant vers le réchauffeur.

Dans le tableau 4.7, nous avons récapitulé les valeurs moyennes des températures mesurées par les 8 thermocouples placés sur le régénérateur, ainsi que la différence de température entre les thermocouples placés à la même section (même hauteur) des deux côtés du régénérateur. La moyenne de ces températures a été effectuée sur les 100 cycles enregistrés ; ce qui correspond à une durée d'acquisition d'environ 15.42 s selon la vitesse de rotation du moteur qui est de l'ordre de 389 tr/mn.

Tableau 4.7. Températures moyennes et différence de température entre les deux côtés du régénérateur

Thermocouples	Valeurs (°C)	Thermocouples	Valeurs (°C)	Différence de température entre les deux côtés du régénérateur	
Côté 1 du régénérateur		Côté 2 du régénérateur			
TR <sub>1</sub>	148	TR <sub>5</sub>	91	TR <sub>1</sub> - TR <sub>5</sub>	57
TR <sub>2</sub>	215	TR <sub>6</sub>	144	TR <sub>2</sub> - TR <sub>6</sub>	73
TR <sub>3</sub>	287	TR <sub>7</sub>	208	TR <sub>3</sub> - TR <sub>7</sub>	79
TR <sub>4</sub>	355	TR <sub>8</sub>	312	TR <sub>4</sub> - TR <sub>8</sub>	43

Les températures du fluide de travail mesurées des deux côtés du régénérateur montrent une différence assez visible et importante. En effet, nous pouvons constater que la température du fluide de travail au niveau du côté 1 du régénérateur est plus importante que celle du fluide de travail au niveau du côté 2. Ainsi, une différence moyenne de température d'environ 60 °C entre les deux côtés de ce régénérateur est constatée. Cette différence devient plus importante en s'éloignant du refroidisseur ou du réchauffeur. La dissymétrie de la température à travers le milieu poreux (générateur) est le résultat d'un écoulement de fluide de travail non homogène. Cette inhomogénéité pourrait être due essentiellement à la géométrie des cavités dans lesquelles s'écoule l'air en entrée et sortie, ainsi qu'au système de refroidissement du moteur. Ainsi, une modification de cette géométrie et du circuit de refroidissement, pourrait être essentielle pour espérer l'homogénéisation des transferts de chaleur, et par suite l'augmentation des performances du moteur Stirling.

## 9.2. Évolution de l'efficacité thermique du régénérateur

L'efficacité du régénérateur est définie comme étant le rapport de la quantité de chaleur réellement transférée pendant un cycle du moteur par la quantité de chaleur maximale transférable pendant ce même cycle.

Nous considérons que le débit massique du gaz reste conservé dans le régénérateur et que l'accumulation du fluide de travail reste négligeable dans ce dernier. De ce fait, l'efficacité du régénérateur s'écrit comme suit :

$$EFF = \frac{TR_{x=5} - TR_{x=0}}{T_{det} - T_{com}} \quad (4-12)$$

L'évolution de l'efficacité du régénérateur en cuivre de porosité 80% pendant un cycle du moteur est représentée sur la figure 4.21. Du fait des variations des températures du fluide de travail aux cours d'un cycle, l'efficacité du régénérateur devient aussi variable au cours du temps. Cette dernière présente une évolution périodique, et est minimale pendant la compression et maximale pendant la détente du fluide de travail.

En utilisant les tableaux (3-3 et 3-4), nous avons pu calculer l'erreur obtenus sur l'efficacité du régénérateur. Cette erreur est assez faible et d'environ 0,22%. L'amplitude des différentes variations de l'efficacité est de l'ordre de 0,5% ; ce qui reste supérieure à l'erreur de mesure.

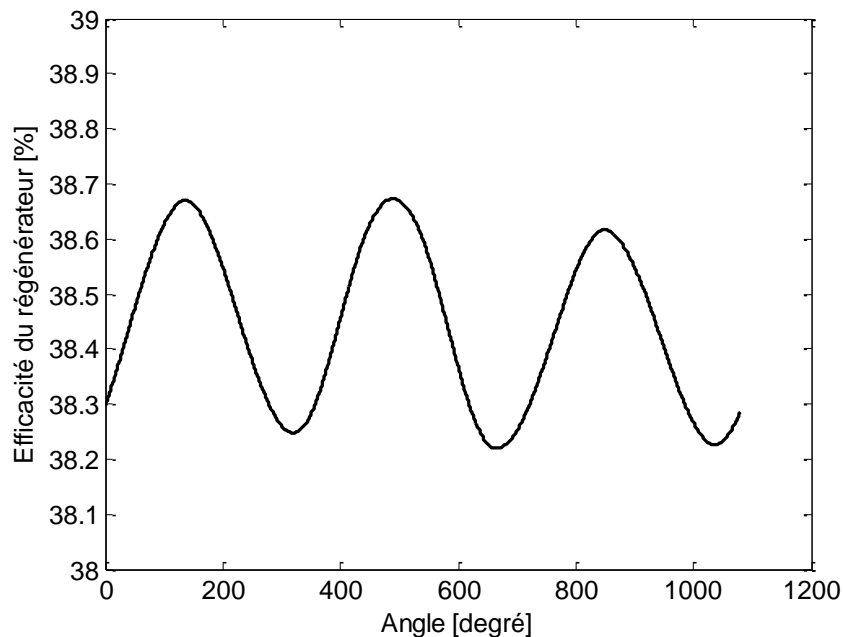


Figure 4.21. Évolution de l'efficacité du régénérateur sur plus de trois cycles de travail

### 9.3. Cause de la dissymétrie de température dans le régénérateur

Dans le but d'expliquer les principales causes de la dissymétrie de la température mesurée de part et d'autre des deux côtés du régénérateur, nous avons représenté sur la figure 4.22 une coupe du moteur Stirling Gamma étudié. En examinant de près cette coupe, nous constatons que

la conception du moteur n'est pas en premier lieu symétrique. Le transvasement du fluide de travail de l'espace de compression vers le refroidisseur se fait du côté gauche du moteur. L'entrée de l'eau de refroidissement (bleu foncé) se fait du côté droit du moteur.

Pour identifier les causes de cette dissymétrie de température, nous avons effectué deux séries de mesures sur le moteur Stirling Gamma.

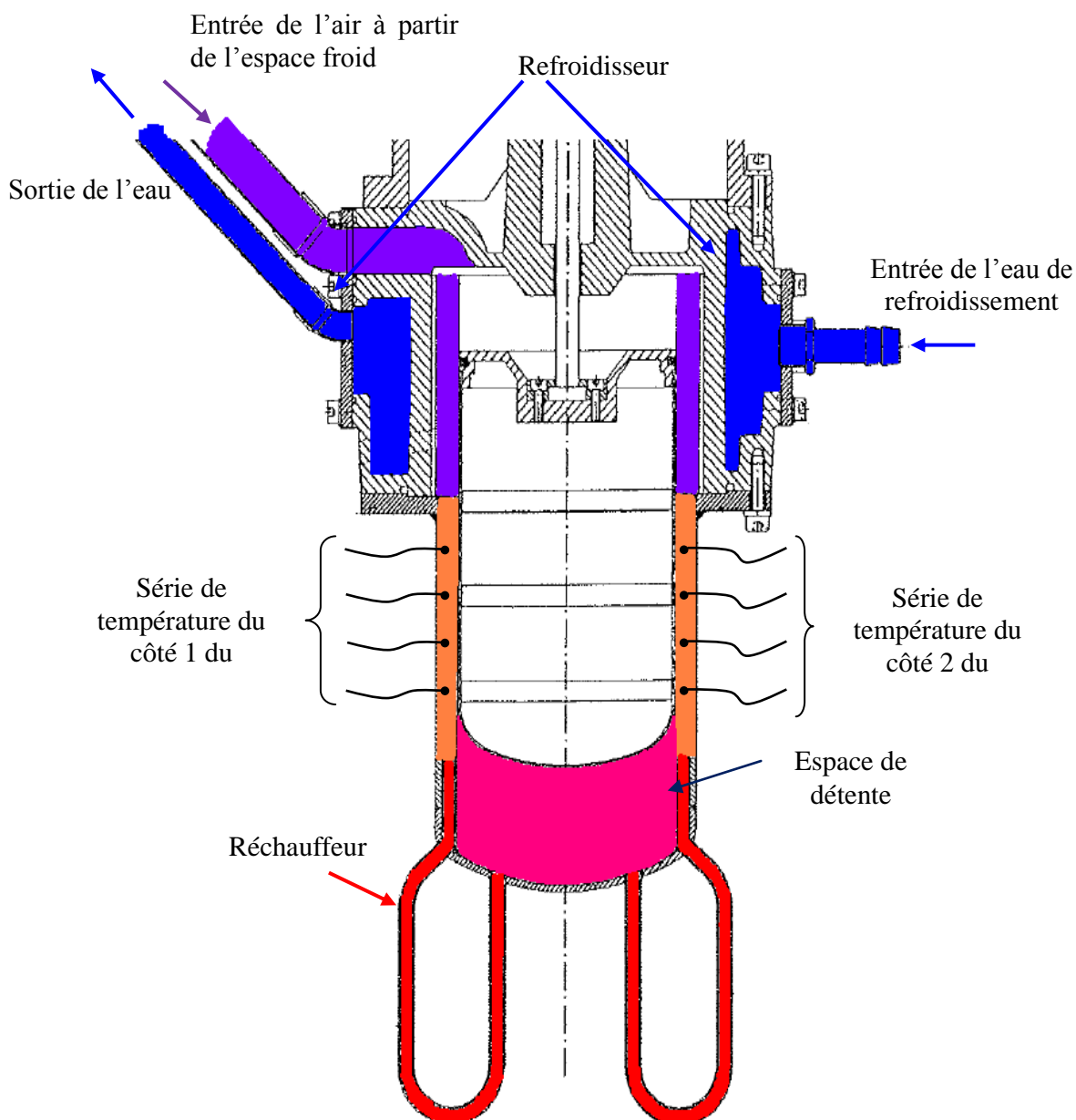


Figure 4.22. Vue en coupe du moteur Stirling Gamma utilisé

Pour la première expérience (Fig. 2.23), nous avons relevé l'évolution des températures des deux côtés du régénérateur lorsque le moteur est au repos pour une température de chauffage fixée à 100 °C. Au début de l'expérience, tous les thermocouples indiquent quasiment la même température. Après le démarrage du chauffage, les températures augmentent, et plus précisément les températures enregistrées par les thermocouples TR<sub>4</sub> et TR<sub>8</sub> qui se situent des côtés les plus proches de la source chaude. En ouvrant le circuit d'eau de refroidissement, les températures relevées dans le régénérateur diminuaient en fonction temps. En examinant les températures enregistrées par les thermocouples TR<sub>1</sub> et TR<sub>5</sub>, nous constatons que la température du fluide de travail du côté 1 (thermocouple TR<sub>1</sub>) du régénérateur est plus faible que celle du fluide au même niveau mais du côté 2 opposé (thermocouple TR<sub>5</sub>).

Ainsi, nous avons pu conclure que le côté 1 du régénérateur est plus refroidi par le circuit de refroidissement (transfert de chaleur par conduction à travers la paroi séparant le liquide du fluide de travail). En effet à son entrée au moteur Stirling, l'eau de refroidissement est à sa température minimale, arrivant vers le côté opposé du régénérateur, cette eau devient plus chaude.

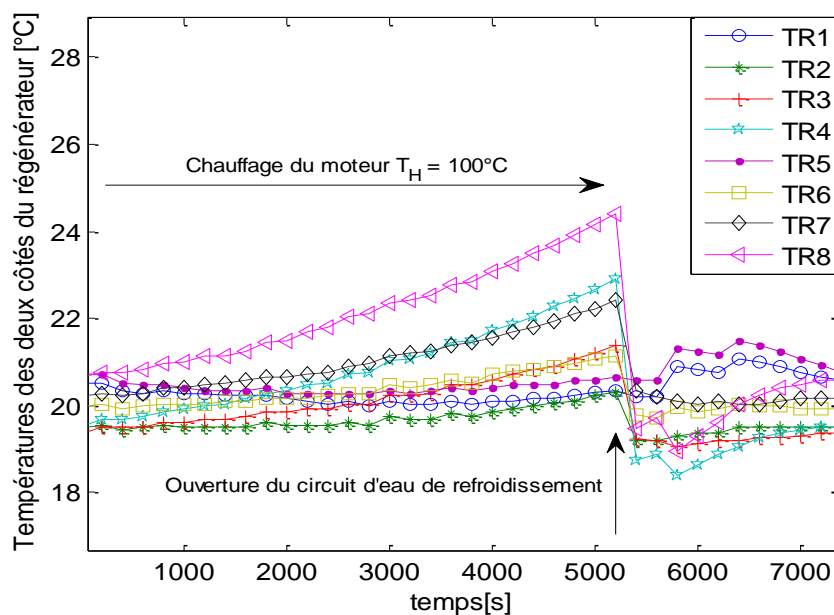


Figure 4.23. Évolution des températures du fluide de travail dans le régénérateur lorsque le moteur est au repos

Une deuxième expérience a été aussi effectuée dans le but de relever les autres causes de la dissymétrie de la température dans le régénérateur. En effet, le moteur Stirling Gamma a été chauffé, mais cette fois-ci à 300 °C. Nous avons par la suite démarré les acquisitions de température avant de démarrer le moteur, et nous avons continué ces acquisitions durant le fonctionnement du moteur (Fig. 4.24).

Avant le lancement du moteur, les thermocouples ont enregistré quasiment la même température du fluide de travail de part et d'autre des deux côtés du régénérateur. Après le démarrage du moteur, nous avons remarqué que toutes les températures enregistrées ont augmenté en fonction du temps et ont fini par se stabiliser quand le moteur a atteint son régime de fonctionnement quasi-stationnaire. Nous avons constaté que les températures délivrées par les thermocouples TR<sub>1</sub> et TR<sub>5</sub>, ont augmenté toutes les deux après le lancement du moteur, mais l'écart entre ces deux dernières a aussi augmenté. Cet écart qui n'était que d'environ 1 °C avant le démarrage du moteur Stirling, a atteint les 20 °C lorsque le moteur est en fonctionnement quasi-stationnaire.

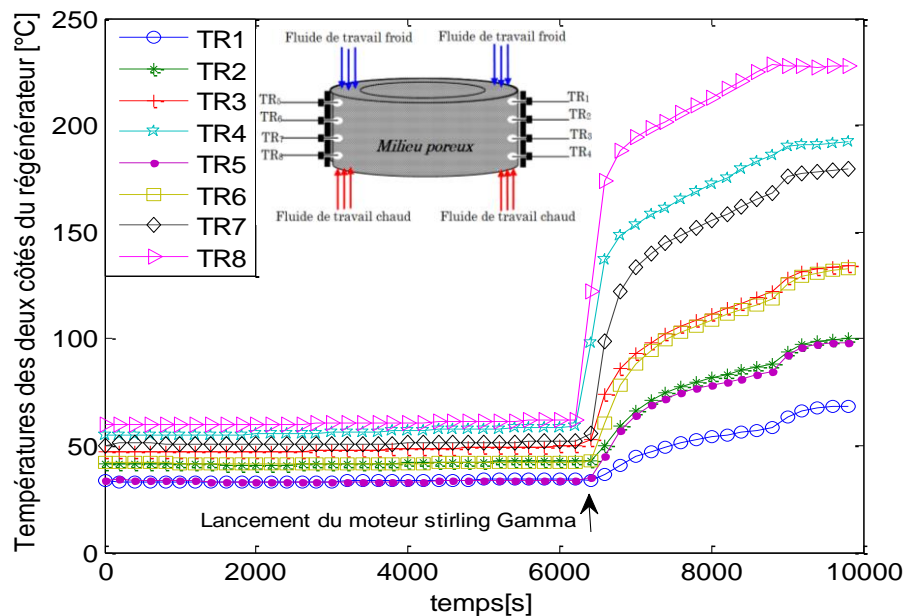


Figure 4.24. Détection de la dissymétrie de température sur les deux côtés du régénérateur

Vu que l'entrée de l'eau de refroidissement se fait du côté droit du moteur ou côté 2 (selon la figure 4.24), le fluide de travail effectue alors son échange de chaleur avec le refroidisseur (proche de l'entrée). Celui-ci est donc à une température plus faible que celle du fluide de travail en contact thermique par conduction avec la paroi le séparant du circuit d'eau de refroidissement (côté 1). Arrivant dans le régénérateur, le fluide de travail est déjà à une température non uniforme. A cause de la conduction de la chaleur dans les différents matériaux du régénérateur, le côté 2 du régénérateur (plus près de la zone d'entrée d'eau de refroidissement) est refroidi en permanence grâce aux transferts de chaleur par conduction (on rappelle ici que la chaleur passe spontanément d'un corps chaud vers un corps froid). Ainsi, en traversant le régénérateur, le fluide de travail échange de la chaleur à la température non uniforme du régénérateur.

La dissymétrie de température dans une section donnée du régénérateur est la conséquence des zones de recirculation d'air à la sortie ou à l'entrée de la matrice poreuse. Cette dissymétrie provoque des chevauchements (frottements) entre les molécules d'air à températures différentes, et par conséquent à vitesses différentes. Nous assistons ici alors à la formation de tourbillons immobiles à l'entrée ou à la sortie du régénérateur. Ces tourbillons (structures tourbillonnaires stables) sont donc à l'origine du ralentissement de l'écoulement dans certaines zones à l'intérieur de la matrice poreuse. La différence de vitesse entre les deux côtés du régénérateur provoque alors une force de traînée de frottement liée aux différences de vitesses entre les filets d'air. Celle-ci cause une dissipation de l'énergie mécanique qui se transforme en chaleur. Ce phénomène est accentué par la différence de température qui cause une différence de densité entre les particules de l'air chaudes et moins chaudes, et cause une chute de la pression dans le moteur. Cette dernière provoque une détérioration des échanges thermiques dans le moteur, et par conséquent une dégradation des performances du moteur Stirling Gamma.

## 10. CONCLUSION

Après une caractérisation globale du moteur Stirling Gamma et de ses échangeurs de chaleur, nous avons pu constater l'importance de la quantité de chaleur échangée dans le régénérateur. Ainsi, une dissymétrie de température est enregistrée entre les deux côtés du régénérateur. Celle-ci est à l'origine de la dégradation des échanges de chaleur avec le fluide de travail ainsi que l'inhomogénéité de l'écoulement dans le moteur Stirling à travers le régénérateur. Ainsi, ce phénomène est un paramètre déterminant dans la modification des performances du moteur Stirling Gamma. C'est pourquoi, nous avons décidé de le prendre en considération dans la suite de ce travail.

Dans la partie suivante, nous procéderons à la détermination du meilleur matériau et de la porosité optimale du régénérateur permettant de conduire aux meilleures performances du moteur Stirling Gamma, tout en minimisant la dissymétrie de la température des deux côtés sur une même section du régénérateur.



# **Chapitre 5 .Optimisation du moteur Stirling**

## **Gamma**



# **PARTIE A : DÉTERMINATION DES PROPRIÉTÉS OPTIMALES DU RÉGÉNÉRATEUR : MATÉRIAU ET POROSITÉ**

## **1. INTRODUCTION**

Les performances d'un moteur Stirling sont étroitement liées aux propriétés de son régénérateur. Ce dernier est toutefois le siège d'importantes pertes par conduction thermique interne et externe, et par chutes de pression (provoquées par le frottement du fluide de travail avec les parois internes du milieu poreux). Ces pertes sont fonction des propriétés géométriques et physiques du matériau constituant le régénérateur.

Dans cette partie, le régénérateur le plus adéquat (matériaux et porosité) pour le moteur Stirling Gamma sera déterminé. En d'autres termes, cela revient à trouver le régénérateur qui permet d'obtenir les plus hautes performances du moteur. Nous commencerons par choisir le matériau du régénérateur. Pour cela, nous avons pensé à faire réaliser quatre matrices poreuses issues de quatre matériaux différents : l'acier inoxydable, le cuivre, l'aluminium et le monel. Une comparaison entre les résultats obtenus à partir des différents générateurs de différents matériaux, nous permettra ainsi de choisir le matériau le plus adapté.

A partir du matériau préalablement déterminé dans la première partie, cinq régénérateurs de différents matériaux et de cinq porosités différentes (95%, 90%, 85%, 80% et 75%) pour chacun d'entre eux, ont été fabriqués, puis expérimentés. Pour chaque porosité, les performances du moteur Stirling Gamma ont été déterminées. Une comparaison des différents résultats nous permettra alors de déterminer la porosité la plus adéquate pour un matériau donné du régénérateur. Notre choix va se baser sur les deux critères déjà fixés auparavant : la performance du moteur et diminution de la dissymétrie de température à l'intérieur du régénérateur dans une section donnée.

Pour chaque régénérateur testé (première et deuxième partie), le mécanisme du réchauffeur du moteur Stirling Gamma est tout d'abord démonté, permettant ainsi d'accéder au régénérateur pour le remplacer. Tous les régénérateurs expérimentés ont les mêmes dimensions (Tab. 5.1 et Fig. 5.1), et un soin très particulier a été pris en considération avant la réalisation de chacun d'entre eux chez le fabricant.

Tableau 5.1. Caractéristiques géométriques du régénérateur

$D_i$ = diamètre intérieur (m)	$98. 10^{-3}$
$D_e$ = diamètre extérieur (m)	$133,5. 10^{-3}$
H = Hauteur (m)	$50. 10^{-3}$
Volume ( $m^3$ )	$3,2273 10^{-4}$

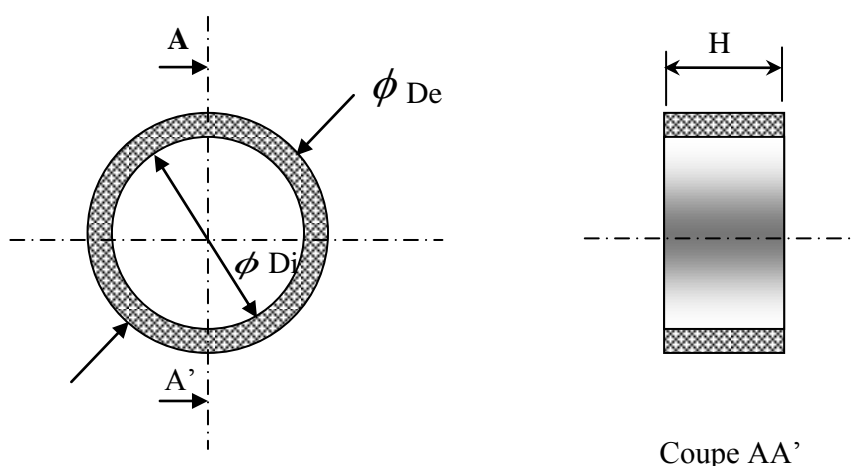


Figure 5.1. Schéma en coupe du régénérateur

## 2. DÉTERMINATION DU MATÉRIAU LE PLUS ADEQUAT POUR REALISER LE RÉGÉNÉRATEUR DU MOTEUR STIRLING GAMMA

Quatre matrices poreuses avec différents matériaux ont été utilisées. La première matrice est fabriquée en "Acier inoxydable", qui est le matériau le plus souvent utilisé comme régénérateur dans la plupart des moteurs Stirling. La deuxième matrice est réalisée en matériau de "Cuivre", qui a une conductivité thermique importante. La troisième matrice est en "Aluminium", qui a une densité très faible, ne s'oxyde pas comme le cuivre, et peut être efficacement et écologiquement recyclée. La dernière matrice est constituée à partir du matériau "Monel 400", qui est un nom commercial pour désigner un alliage principalement formé de nickel et de cuivre. Cet

alliage offre une grande résistance à la corrosion, conduit bien la chaleur et l'électricité. Les propriétés thermo-physiques des quatre matériaux utilisés sont présentées dans le tableau 5.2.

Tableau 5.2. Propriétés des matériaux constituant les régénérateurs utilisés

<b>Régénérateurs avec une porosité de 90%</b>				
<b>Propriétés</b>	<b>Inox inoxydable 304L</b>	<b>Cuivre</b>	<b>Aluminium</b>	<b>Monel 400</b>
Masse volumique [ $\text{kg.m}^{-3}$ ]	7 850	8 920	2 700	8 800
Capacité thermique [ $\text{J.kg}^{-1}.\text{K}^{-1}$ ]	477	403	902	430
Conductivité thermique [ $\text{W.m}^{-1}.\text{K}^{-1}$ ]	26	390	237	22
Température de fusion [ $^{\circ}\text{C}$ ]	1530	1084	660	1300
Diffusivité thermique [ $\text{m}^2/\text{s}$ ]	$6,9 \cdot 10^{-6}$	$108,5 \cdot 10^{-6}$	$97,3 \cdot 10^{-6}$	$5,7 \cdot 10^{-6}$
Effusivité thermique [ $\text{J.K}^{-1}.\text{m}^{-2}.\text{s}^{-1/2}$ ]	$0,986 \cdot 10^{+4}$	$3,659 \cdot 10^{+4}$	$2,902 \cdot 10^{+4}$	$0,906 \cdot 10^{+4}$

Les différentes expériences ont été effectuées dans les conditions expérimentales présentées dans le tableau 5.3 ci-dessous.

Tableau 5.3. Conditions expérimentales des essais de caractérisation des matériaux du régénérateur

<b>Paramètres</b>	<b>Valeur / Désignation</b>
Température de chauffage	300 $^{\circ}\text{C}$ - 500 $^{\circ}\text{C}$
Température de refroidissement	12 $^{\circ}\text{C}$
Pression de charge	3 bar - 8 bar
Débit d'eau de refroidissement	8,16 l/mn
Matériaux constituant le régénérateur	Acier inoxydable, Cuivre, Aluminium, Monel 400
Porosité	90% pour les différents matériaux

## 2.1. Étude de la perte de charge engendrée par les différents matériaux

La dissipation visqueuse représente la génération interne de la chaleur lorsque le gaz est forcé à s'écouler à travers le milieu poreux (régénérateur). Cette dissipation cause la chute de pression dans le moteur. Les chutes de pression considérées dans cette partie représentent la chute globale à travers tout le moteur. Nous constatons que cette chute de pression, causée par les différentes singularités à l'intérieur du moteur, est quasi-constante pour tous les matériaux et pour les mêmes conditions expérimentales.

Les différents régénérateurs utilisés ont une même porosité de 90%. Le tableau 5.4 montre que la perte de charge augmente dans le moteur avec la pression de charge initiale. Nous rappelons au passage, que les moteurs Stirling fonctionnant à pression de charge sont par analogie équivalents aux moteurs à explosion internes et turbocompressés. Selon le tableau 5.4, nous constatons que tous les régénérateurs causent pratiquement la même chute de pression dans le moteur. En effet, l'augmentation de la pression de charge dans le moteur Stirling Gamma, conduit à l'augmentation de la masse du fluide de travail et de son débit massique, et par conséquent à l'augmentation de la chute de pression. Cette dernière augmente avec la température dans le moteur Stirling Gamma, et ceci indépendamment du matériau utilisé.

Tableau 5.4. Pertes de charge obtenues avec les 4 régénérateurs utilisés pour différentes pressions de charge initiales et différentes températures de chauffage

<b>T<sub>h</sub> = 400 °C</b>			
	<b>P<sub>i</sub> = 3 bar</b>	<b>P<sub>i</sub> = 5 bar</b>	<b>P<sub>i</sub> = 8bar</b>
<b>Acier inoxydable</b>	0,1082	0,1234	0,132
<b>Cuivre</b>	0,1093	0,1245	0,136
<b>Aluminium</b>	0,1088	0,1236	0,1305
<b>Monel 400</b>	0,1040	0,1236	0,1326
<b>P<sub>i</sub> = 5 bar</b>			
	<b>T<sub>H</sub> = 300 °C</b>	<b>T<sub>H</sub> = 400 °C</b>	<b>T<sub>H</sub> = 500 °C</b>
<b>Acier inoxydable</b>	0,1101	0,1234	0,1423
<b>Cuivre</b>	0, 1097	0,1245	0,1466
<b>Aluminium</b>	0,1151	0,1236	0,1407
<b>Monel 400</b>	0,1110	0,1236	0,1447

Pour limiter les pertes de charge dans le régénérateur, un compromis devra être adopté :

- diminuer la fréquence (vitesse de rotation du moteur),
- diminuer la masse du fluide de travail dans le moteur,
- diminuer la variation de température dans le régénérateur.

L'évaluation des performances du régénérateur ne se limite pas uniquement à la maîtrise des pertes de charge dans ce dernier, mais aussi à la maîtrise des transferts de chaleur également qui jouent un rôle fondamental dans le bon fonctionnement du moteur Stirling. Les pertes de charge dans le moteur sont indispensables pour construire une très bonne barrière thermique entre

les deux sources de chaleur où le fluide de travail circule. En effet, elles permettent à ralentir le débit de ce fluide de travail pour lui donner le temps d'échanger de la chaleur avec le régénérateur. Il s'agit donc ici d'augmenter le temps de séjour du fluide de travail dans la matrice poreuse afin de maximiser les échanges thermiques. Par contre, provoquer des pertes de charges importantes ou très faibles nuit considérablement au travail mécanique que pourrait développer le moteur. Ainsi, un compromis sur ces pertes de charge est nécessaire pour optimiser le fonctionnement du moteur, et donc il s'agit bien ici de l'optimisation de la porosité du régénérateur.

## 2.2. Influence de la capacité thermique et de la conductivité thermique du matériau constituant le régénérateur

La capacité thermique est la grandeur permettant de quantifier la possibilité à un corps d'absorber ou restituer de l'énergie par échange thermique au cours d'une transformation pendant laquelle sa température varie.

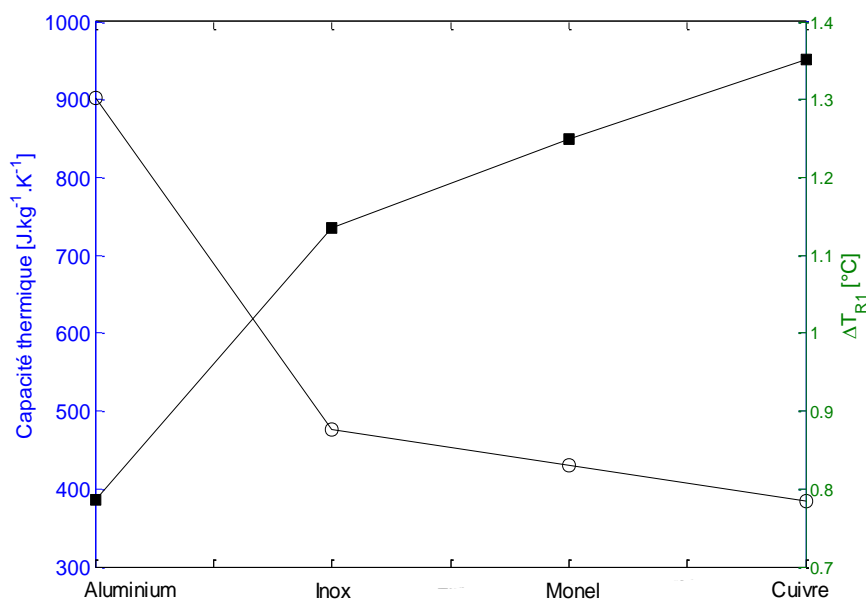


Figure 5.2. Représentation des différentes capacités thermiques des 4 matériaux utilisés et des variations de températures du fluide de travail lors de son passage dans le régénérateur

Sur la figure 5.2, nous avons représenté les capacités thermiques massiques des différents matériaux utilisés ainsi que la valeur moyenne sur 100 cycles des variations de la température du fluide de travail lors de la traversée des différentes matrices poreuses. Il ressort que le régénérateur en cuivre permet d'avoir la variation moyenne de la température du fluide de travail la plus importante (d'environ  $1,35^{\circ}\text{C}$ ) lors de son passage du côté froid vers le côté chaud du moteur. Il fournit par conséquent le maximum de chaleur au fluide de travail. L'aluminium permet

d'avoir la variation moyenne de la température du fluide de travail la plus faible (d'environ 0,7 °C) lors de son passage du côté froid vers le côté chaud du moteur.

La conductivité thermique est la grandeur physique caractérisant le comportement des matériaux lors du transfert de chaleur par conduction. Elle représente la quantité de chaleur transférée par unité de surface et par une unité de temps sous un gradient de température donné. Selon la figure 5.3, nous pouvons constater que l'acier inoxydable représente le gradient de température le plus élevé, et celui de la matrice poreuse en aluminium est le plus faible. En faisant la moyenne des températures chaude et froide pour chaque régénérateur de matériau donné, il apparaît ici que la matrice poreuse en acier inoxydable représente la meilleure barrière thermique entre les deux sources de chaleur.

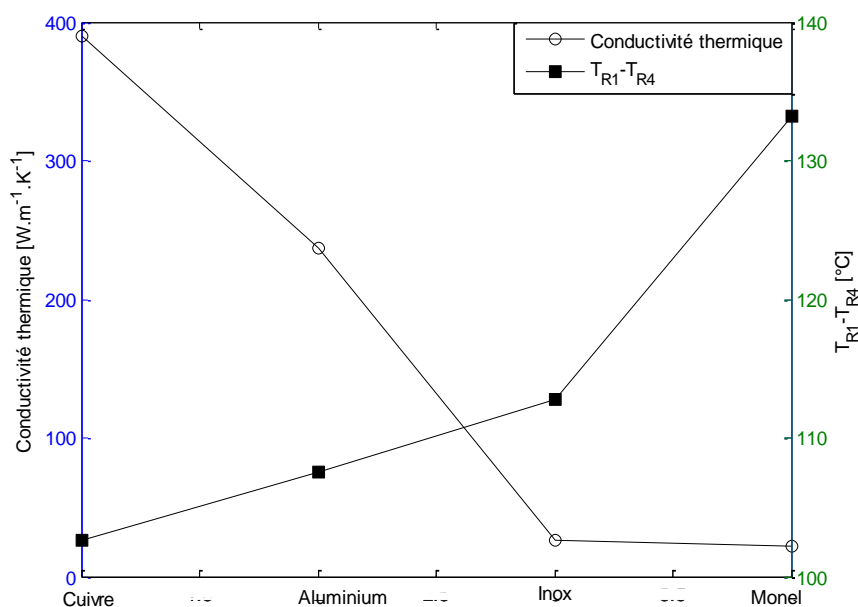


Figure 5.3. Évolutions de la conductivité thermique des quatre matériaux utilisés, et de la différence de températures du fluide de travail entre les deux côtés du régénérateur (côté source chaude et côté source froide)

Le caractère "accumulateur de chaleur" est défini par la capacité thermique de chaque matériau. Pour une élévation de la température fixée, la quantité de chaleur accumulée par la matrice du régénérateur augmente avec sa capacité thermique. Le caractère barrière thermique du régénérateur est représenté par sa conductivité thermique, le gradient de température entre les deux côtés du régénérateur (côté source chaude et côté source froide) diminue avec la conductivité thermique de celui-ci.

Dans le tableau 5.2 nous avons calculé la diffusivité et l'effusivité thermique des différents matériaux étudiés. Le cuivre et l'aluminium ont les plus importantes diffusivités et effusivités thermique. Ces deux matériaux ajustent rapidement leurs températures à la température du fluide de travail (diffusivité thermique importante) et admettent une grande capacité d'échange avec le fluide de travail (effusivité thermique importante). Ces deux propriétés ne sont pas très appréciées pour le bon fonctionnement du régénérateur dans un moteur Stirling.

### 2.3. Influence du matériau constituant le régénérateur sur son efficacité

Les efficacités thermiques des quatre régénérateurs expérimentés sont représentées sur la figure 5.4. Le régénérateur en "Monel 400" a la meilleure efficacité qui est de l'ordre de 32%, suivi par l'"Acier inoxydable" avec une efficacité de 26%, ensuite par l'"Aluminium" et par le cuivre avec des efficacités respectives de 17,5% et de 13%.

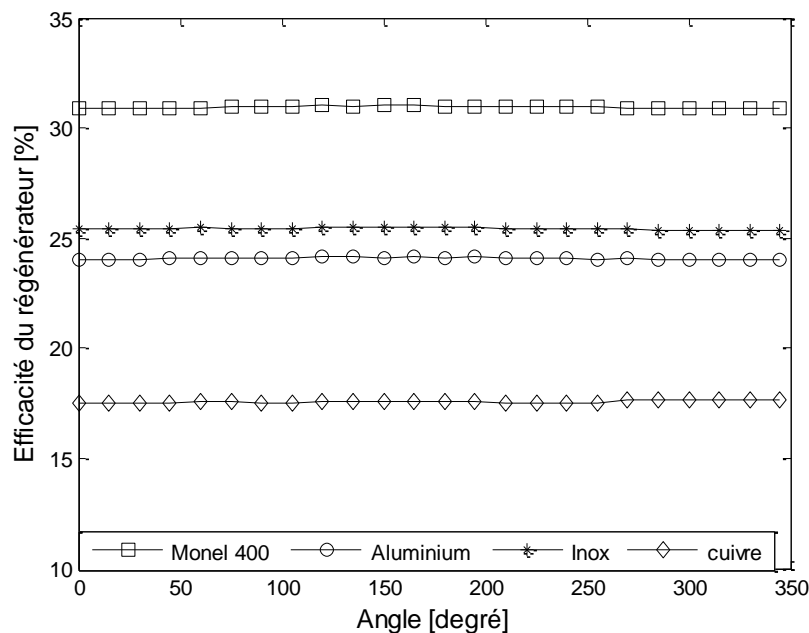


Figure 5.4. Évolution de l'efficacité du régénérateur pour les différents matériaux expérimentés

### 2.4. Influence du matériau constituant le régénérateur sur la puissance du moteur Stirling

La pression de charge initiale a été maintenue à 5 bar pour toutes ces expériences effectuées. La puissance mécanique du moteur Stirling Gamma augmente avec l'augmentation de la température de chauffage, et ceci indépendamment du matériau utilisé pour le régénérateur (Fig. 5.5). Pour des températures faibles, les quatre matériaux produisent des puissances assez proches. Le régénérateur en aluminium produit alors les plus faibles puissances.

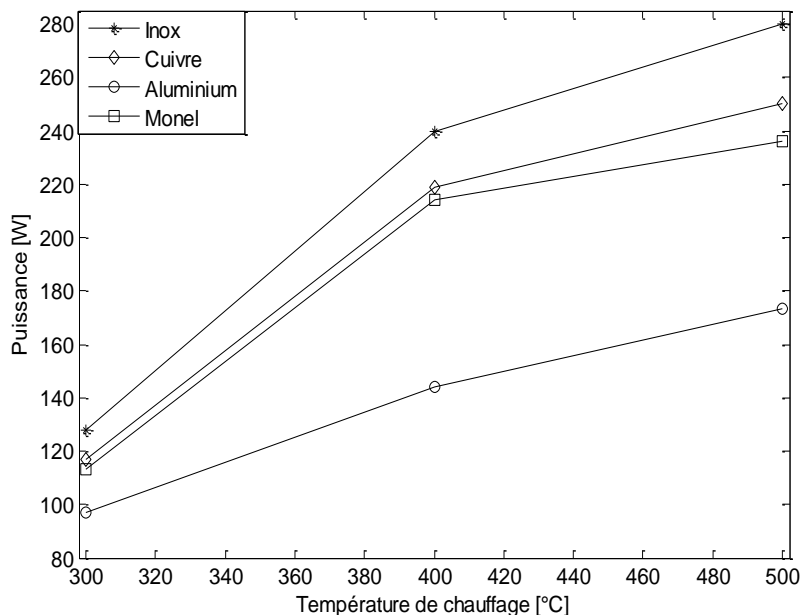


Figure 5.5. Représentation de la puissance mécanique produite par le moteur en fonction de la température de chauffage pour les différentes matrices poreuses étudiées ( $P_i = 5$  bar)

A température constante ( $T_H = 400$  °C), les variations de la puissance mécanique obtenue avec les différents matériaux étudiés en fonction de la pression de remplissage sont représentées sur la figure 5.6. La puissance produite par chaque matériau augmente avec l'augmentation de la pression initiale de charge dans le moteur. L'écart enregistré entre les différentes puissances (puissance obtenue par chaque matériau) augmente avec l'augmentation de la pression initiale. En effet, pour des faibles pressions de charge initiales, les différents matériaux utilisés produisent des puissances mécaniques assez proches, un écart important de puissance est obtenue pour des pressions de charge initiale important.

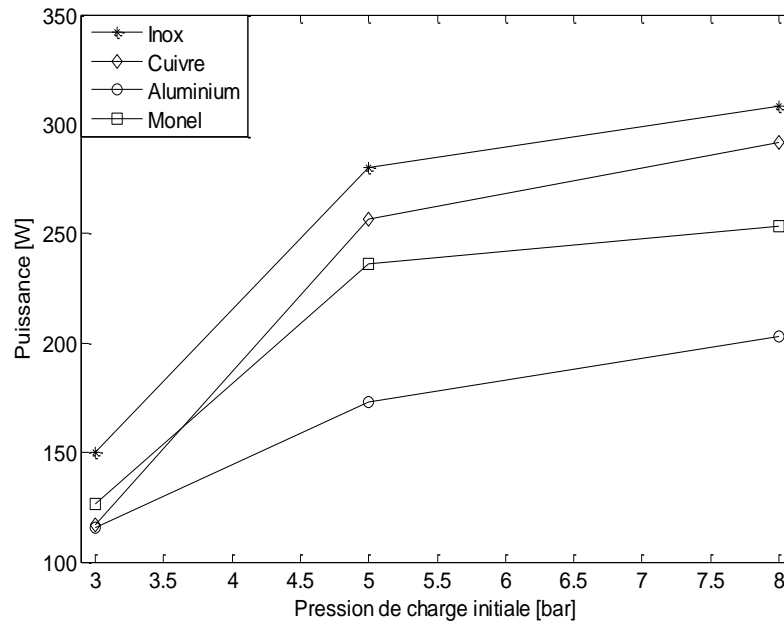


Figure 5.6. Évolution de la puissance du moteur en fonction de la pression de charge initiale

## 2.5. Influence du matériau constituant le régénérateur sur la différence de température entre ses deux côtés (cotés sources chaude et froide)

Sur le tableau 5.5, nous avons récapitulé la différence de température enregistrée entre les deux côtés du régénérateur pour les différents matériaux et ceci pour les conditions expérimentales déjà définies. La différence de température est moins importante lorsque le fluide de travail est proche du refroidisseur ( $TR_1 - TR_5$ ) et du réchauffeur ( $TR_4 - TR_8$ ). Selon ce tableau, on constate que le régénérateur en "Aluminium" cause la plus faible dissymétrie de température (sur la moyenne), et que le régénérateur en "Acier inoxydable" cause la plus importante dissymétrie des transferts de chaleur dans le régénérateur.

Tableau 5.5. Différences de températures entre les deux côtés du régénérateur

	<b>Cuivre</b>	<b>Aluminium</b>	<b>Acier Inoxydable</b>	<b>Monel 400</b>
$T_{R1} - T_{R5}$	38,1	5,3	46,1	9,0
$T_{R2} - T_{R6}$	48,4	26,6	55,0	55,4
$T_{R3} - T_{R7}$	50,1	23,6	73,6	77,0
$T_{R4} - T_{R8}$	26,2	41,8	26,5	51,1
$T_{DM}$ (Moyenne)	40,7	24,3	50,3	48,1

## 2.6. Oxydation

Sur la figure 5.7, nous avons représenté une photo de toutes les matrices poreuses testées après 15 heures de fonctionnement dans le moteur Stirling. Chauffé à 500 °C, le matériau "Cuivre" s'oxyde (corrosion sèche) rapidement à cause du fluide de travail (air) qui contient

environ 21% d'oxygène. L'oxydation du matériau change rapidement les caractéristiques physiques du régénérateur (en cuivre), et conduit par la suite à la détérioration des échanges thermiques entre le milieu poreux et le fluide de travail. Le "Monel 400" ne présente pas de trace d'oxydation, mais sa composition contenant le Cuivre et le Nickel (deux matériaux hautement corrosifs) laisse prévoir une oxydation possible après un certain temps de fonctionnement du moteur. Ainsi, l'utilisation du "Cuivre" et du "Monel 400" comme régénérateurs dans les moteurs Stirling est à éviter à cause des risques d'oxydation. Le régénérateur en "Aluminium" ne présente aucun risque d'oxydation, mais ce dernier produit les plus faibles performances, son utilisation est aussi limitée par sa basse température de fusion.

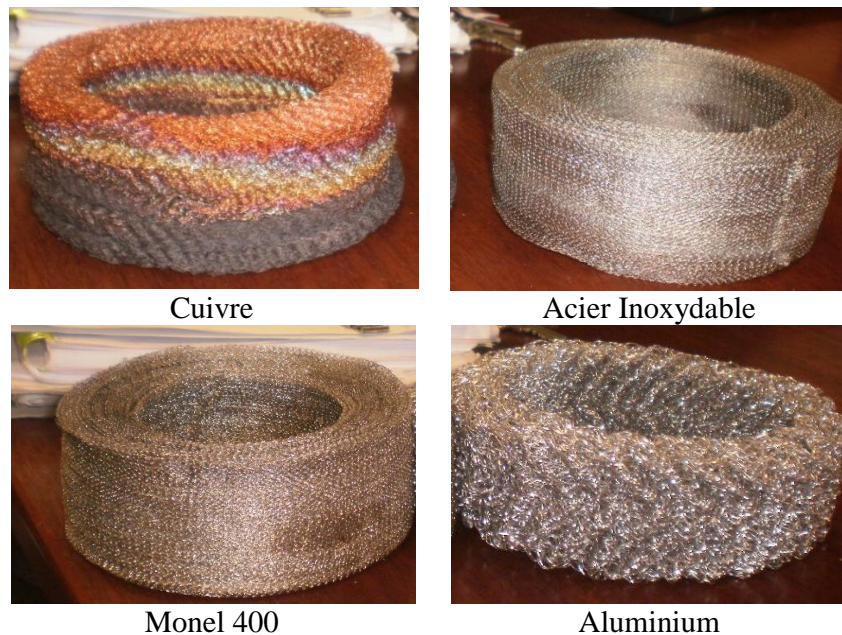


Figure 5.7. Les différentes matrices utilisées après 15 heures d'expérimentation

En se basant sur les résultats ainsi obtenus dans cette partie, nous pouvons conclure que l'"Acier inoxydable" est le meilleur matériau à utiliser pour le régénérateur du moteur Stirling. Malgré que les propriétés thermo-physiques de l'acier inoxydable accentuent l'inhomogénéité des transferts de chaleur dans chacune des sections du régénérateur, ce matériau permet néanmoins d'obtenir les meilleures performances du moteur Stirling Gamma, et ne présente aucun risque d'oxydation. Ainsi, les régénérateurs expérimentés dans la suite de ce travail seront tous à base d'"Acier inoxydable", mais pour différentes porosités.

### **3. DÉTERMINATION DE LA POROSITÉ OPTIMALE DU RÉGÉNÉRATEUR EN ACIER INOXYDABLE**

Parmi les quatre matériaux expérimentés pour le régénérateur au sein du moteur Stirling Gamma, l'acier inoxydable s'est avéré le matériau le plus adéquat pour accomplir cette tâche.

Ainsi, ce matériau sera utilisé par suite comme matériau constituant le régénérateur dans le reste de cette étude expérimentale. En effet, cinq régénérateurs en acier inoxydable et de différentes porosités (95%, 90%, 85%, 80% et 75%) seront expérimentés. Le tableau 5.6 ci-dessous, illustre les différentes caractéristiques de ces matrices poreuses. La conductivité thermique et le diamètre hydraulique de chaque matrice poreuse sont calculés respectivement à partir des équations (1-5 et 1-6).

Tableau 5.6. Caractéristiques des différentes matrices poreuses expérimentées

<b>Matériaux : acier inoxydable</b>				
<b>Porosité [%]</b>	<b>Masse [Kg]</b>	<b>Diamètre du fil de tresse [m]</b>	<b>Diamètre hydraulique [m]</b>	<b>Conductivité thermique [W.m<sup>-1</sup>.K<sup>-1</sup>]</b>
95	0,125	2,5. 10 <sup>-4</sup>	0,00475	1,32
90	0,253	2,5. 10 <sup>-4</sup>	0,00225	2,62
85	0,380	2,5. 10 <sup>-4</sup>	0,00142	3,92
80	0,507	2,5. 10 <sup>-4</sup>	0,00100	5,22
75	0,633	2,5. 10 <sup>-4</sup>	0,00075	6,52

Tous les essais ont été effectués dans les mêmes conditions expérimentales résumées dans le tableau 5.7 ci-dessous.

Tableau 5.7. Conditions d'expérimentation du moteur Stirling Gamma

<b>Paramètres</b>	<b>Valeur / Désignation</b>
Température de chauffage	300 °C - 500 °C
Température de refroidissement (entrée)	12 °C
Pression de charge	3 bar - 8 bar
Débit d'eau de refroidissement	8,16 l/mn
Matériaux constituant le régénérateur	Acier inoxydable
Porosité du régénérateur	95 %, 90 %, 85 %, 80 %, 75 %

### **3.1. Évolution de la température au sein du régénérateur en fonction de la porosité**

Pour une température de chauffage constante ( $T_H = 400$  °C), nous avons fait varier la pression de charge initiale pour les 5 régénérateurs de porosités différentes. Les résultats ainsi obtenus sont représentés sur la figure 5.8.

L'augmentation de la porosité du régénérateur cause une augmentation du volume des pores et la diminution de la surface de contact entre le milieu poreux et les parois internes du moteur Stirling. Ceci a respectivement pour effet la diminution du temps de séjour du fluide de

travail dans le régénérateur, et par conséquent la diminution des pertes par conduction interne et par conduction externe. Pour la même température de chauffage ( $400^{\circ}\text{C}$ ), nous constatons que la température du fluide de travail décroît avec la porosité du régénérateur. La pression n'a pas une influence significative sur les variations de température dans le régénérateur d'un moteur Stirling (Fig. 5.8). En effet, l'augmentation de la pression de charge initiale dans le moteur conduit à la production de deux phénomènes qui ont des effets contradictoires sur les performances du moteur Stirling. Il s'agit ici de l'augmentation de la masse du fluide de travail passant à travers le régénérateur, et l'augmentation de la vitesse d'écoulement. Ainsi, nous assistons alors à l'augmentation de la quantité de chaleur échangée entre le régénérateur et le fluide de travail.

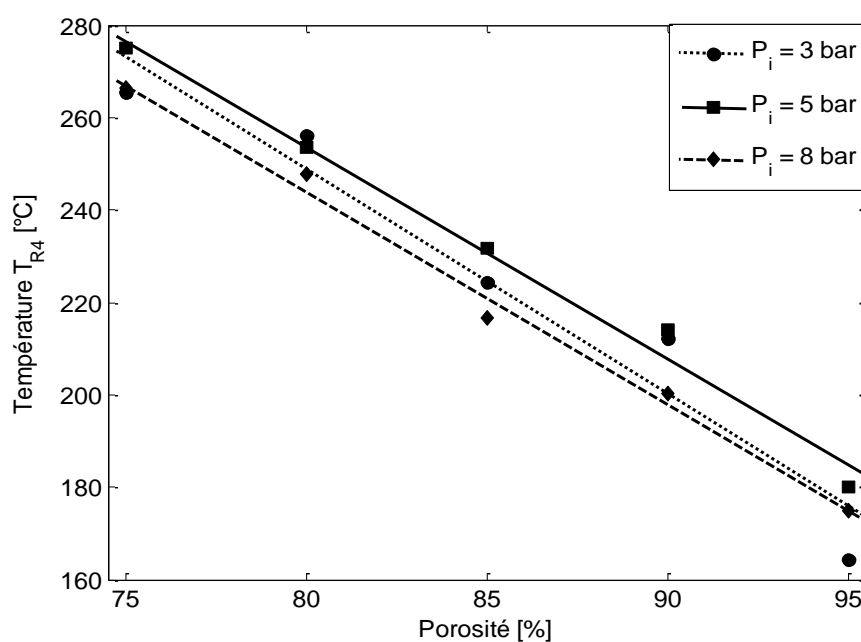


Figure 5.8. Température du fluide de travail passant à travers le régénérateur (Thermocouples  $TR_1$ )

L'augmentation de la pression initiale de charge provoque l'augmentation de la vitesse de rotation du moteur cause la diminution du temps de séjour du fluide de travail dans le régénérateur (diminution du temps d'échange thermique entre la matrice poreuse et le fluide de travail). L'augmentation de la température de chauffage, provoque l'augmentation de celle du fluide de travail dans le régénérateur indépendamment de la porosité adoptée puisqu'il s'agit du même matériau constituant toutes les matrices poreuses (Acier inoxydable)(Fig. 5.9).

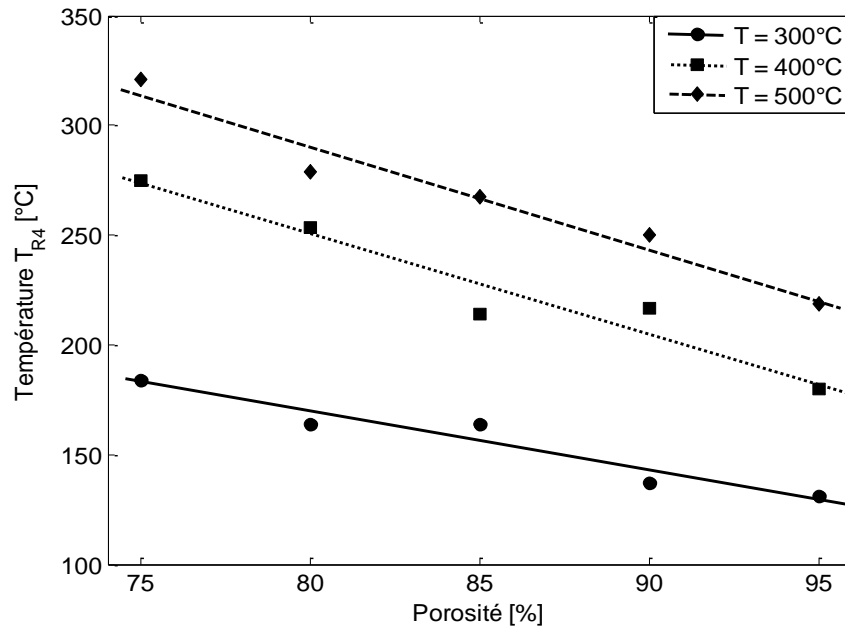


Figure 5.9. Température du fluide de travail mesurée par le thermocouple TR<sub>1</sub> pour différentes températures de chauffage étudiées

La figure 5.10.a, montre l'augmentation de la température du fluide de travail engendrée par la matrice du régénérateur. Pour un cycle donné, la température du fluide de travail a augmenté selon cette figure d'environ 3,5 °C (matrice à 75% de porosité pour une pression de charge de 8 bar).

Cette augmentation de température diminue avec l'augmentation de la porosité du régénérateur. En effet, la quantité de chaleur stockée par le milieu poreux diminue avec la diminution de la porosité causée par la diminution de la capacité calorifique et du coefficient de transfert par convection. L'augmentation de la porosité fait diminuer la capacité thermique du régénérateur ; ce qui cause la diminution de la chaleur emmagasinée. La deuxième figure 5.10.b montre l'évolution du gradient de température du fluide de travail entre les deux extrémités du régénérateur (côtés sources chaude et froide). En examinant cette figure, on note que le gradient de température diminue avec la diminution de la température de chauffe, et avec l'augmentation de la porosité du régénérateur.

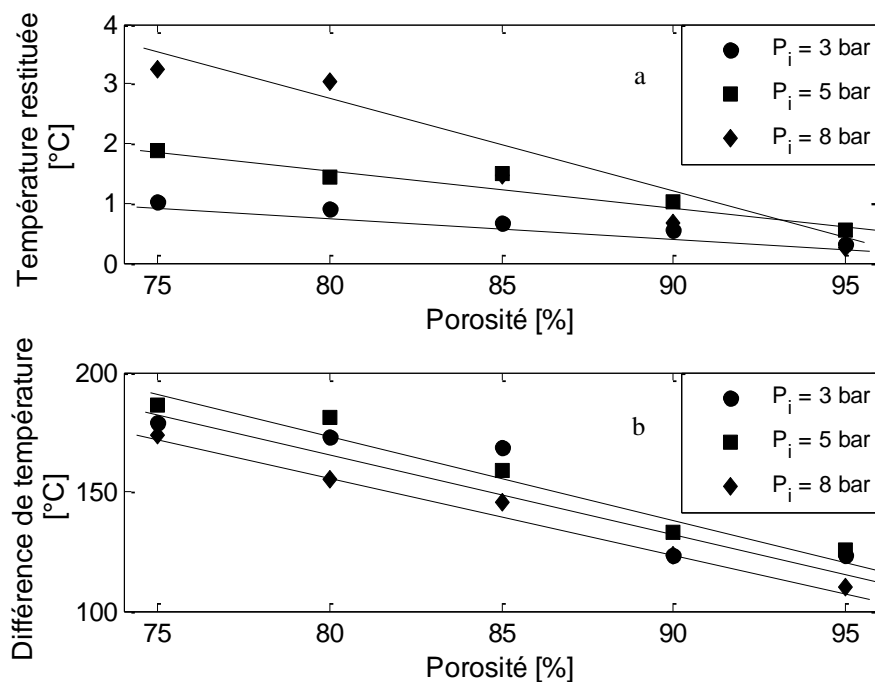


Figure 5.10. a) Augmentation de la température induite par la matrice du régénérateur au fluide de travail pendant un demie cycle ; b) Différence de température du fluide de travail entre l'entrée et la sortie du régénérateur (côtés sources chaude et froide)

### 3.2. Évolution de la perte de charge dans le moteur Gamma en fonction de la porosité du régénérateur

En général, la chute globale de pression est fonction de la vitesse d'écoulement du fluide, des propriétés thermo-physiques du fluide (la viscosité et la densité), de la porosité moyenne (Ribeiro et al., 2010), de la surface du milieu poreux et du diamètre du fil constituant le milieu poreux (régénérateur tricoté à l'aide de fil fin).

La figure 5.11, représente l'évolution de la chute de pression mesurée dans l'ensemble du moteur. Nous pouvons constater que cette chute de pression diminue avec l'augmentation de la porosité du régénérateur, et ceci pour toutes les pressions de charges étudiées. Cette chute de pression, augmente avec la vitesse de rotation du moteur Stirling, comme l'illustre la figure 5.12.

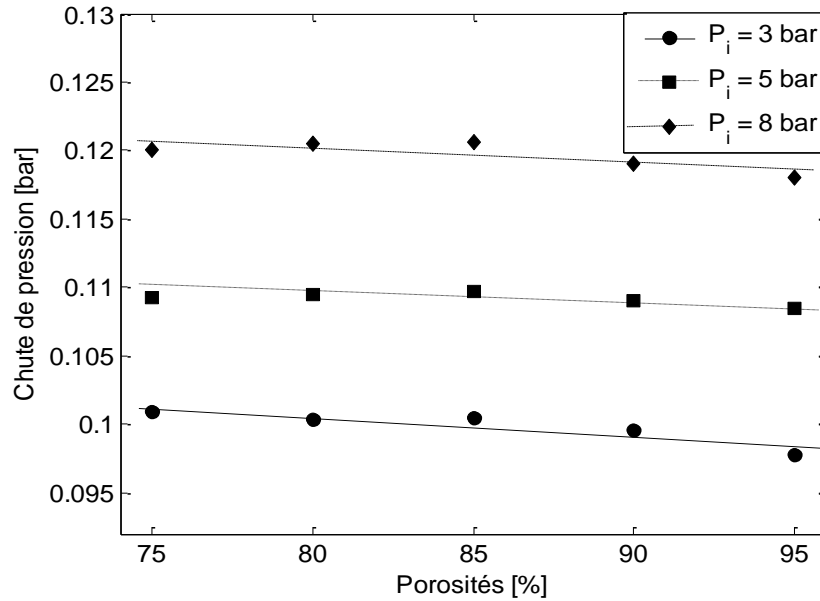


Figure 5.11. Chute de pression en fonction de la porosité à différentes pressions de charge initiales

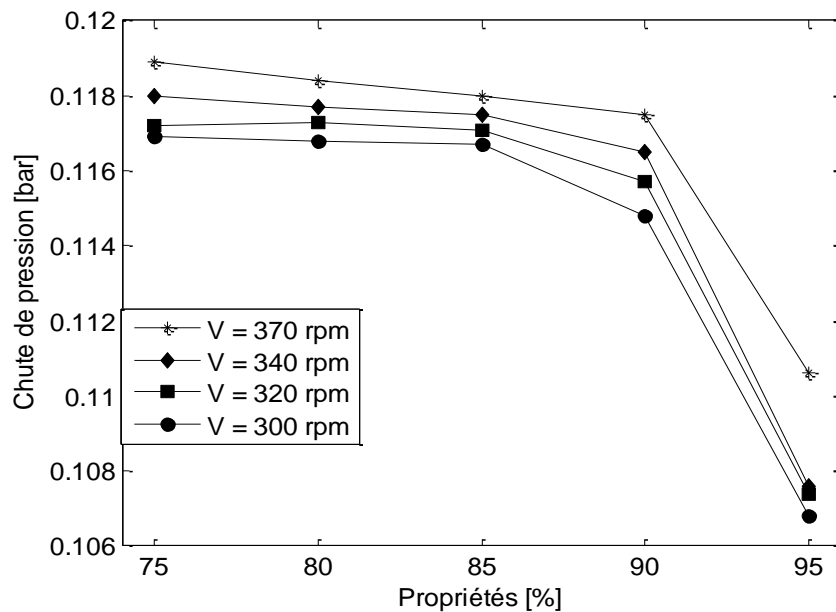


Figure 5.12. Évolution de la chute de pression en fonction de la vitesse de rotation du moteur

### 3.3. Évolution de l'efficacité thermique du régénérateur en fonction de sa porosité

L'efficacité thermique d'un régénérateur dépend principalement de la porosité, de la variation de températures aux deux extrémités du milieu poreux, ainsi que de son volume. L'augmentation de la porosité est l'une des causes de la diminution de l'efficacité de régénération, que ce soit pour l'augmentation de la pression de charge ou pour l'augmentation de la température de chauffage. Sur les figures 5.13 et 5.14, nous avons représenté l'évolution de l'efficacité

thermique du régénérateur respectivement en fonction de la pression de charge initiale et de la température de chauffage.

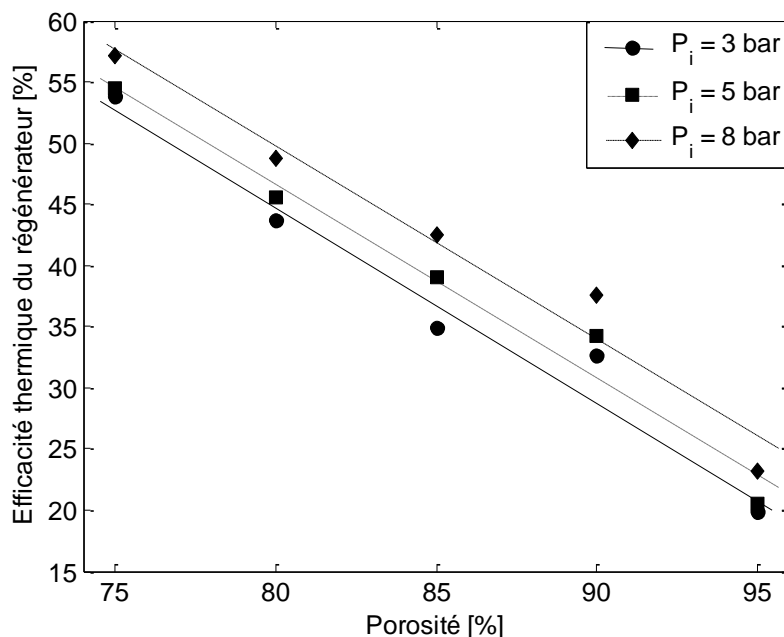


Figure 5.13. Évolution de l'efficacité thermique du régénérateur pour différentes pressions de charge

L'efficacité du régénérateur diminue avec l'augmentation de la porosité, et ceci indépendamment de la pression de charge et de la température de chauffage imposée. La température de chauffage a une influence plus importante que la pression de charge sur l'efficacité thermique du régénérateur.

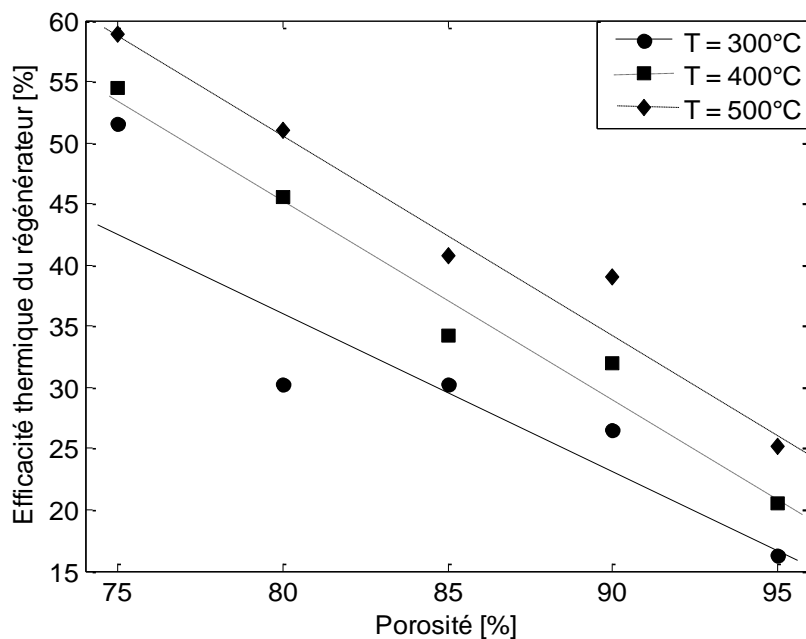


Figure 5.14. Évolution de l'efficacité thermique du régénérateur pour différente température de chauffage

### 3.4. Évolution de la puissance mécanique du moteur en fonction de la porosité du régénérateur

Nous avons représenté l'évolution de la puissance mécanique du moteur Stirling Gamma en fonction de la porosité du régénérateur, et ceci en variant la pression initiale de charge (Fig. 5.15) et la température de chauffage (Fig. 5.16).

En augmentant la pression de charge ou la température de chauffage, la puissance mécanique délivrée par le moteur Stirling augmente pour toutes les matrices expérimentées. Pour une température de chauffage et une pression de charge données, nous constatons que la puissance mécanique fournie par le moteur augmente avec la porosité jusqu'à une valeur limite d'environ 85%. Au-delà de cette dernière, la puissance mécanique diminue quelle que soit la valeur de cette porosité supérieure ou inférieure à 85%. Cette diminution est essentiellement due à l'augmentation des pertes par conduction externe, et au manque d'échange thermique dans le régénérateur (diminution de l'énergie échangée entre le fluide de travail et le régénérateur). Dans ces conditions, le moteur Stirling se comporte comme s'il fonctionnait sans régénérateur. En effet il n'y a plus assez de matière pour échanger avec le fluide de travail.

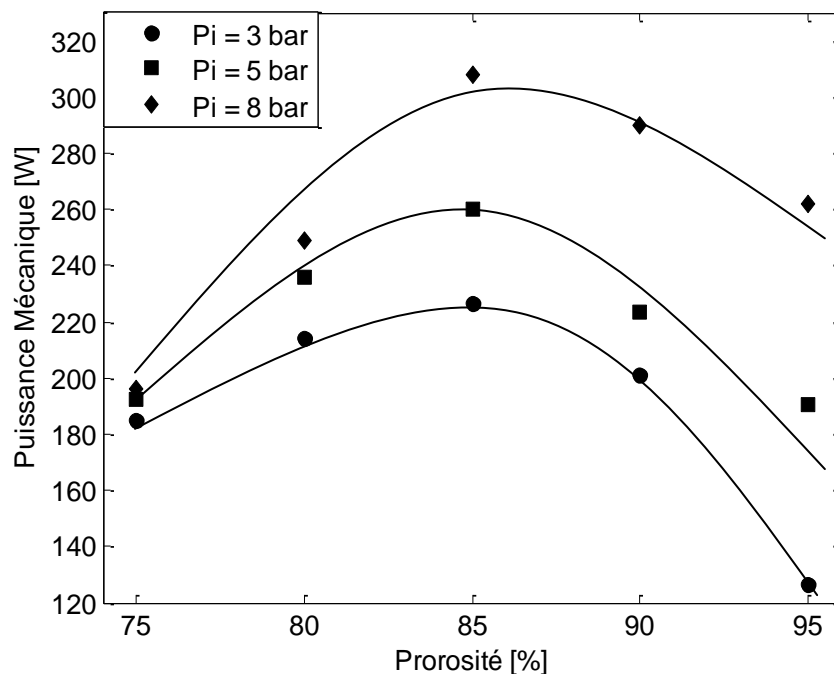


Figure 5.15. Évolution de la puissance mécanique délivrée par le moteur Stirling en fonction de la porosité pour différentes pressions de charge initiales

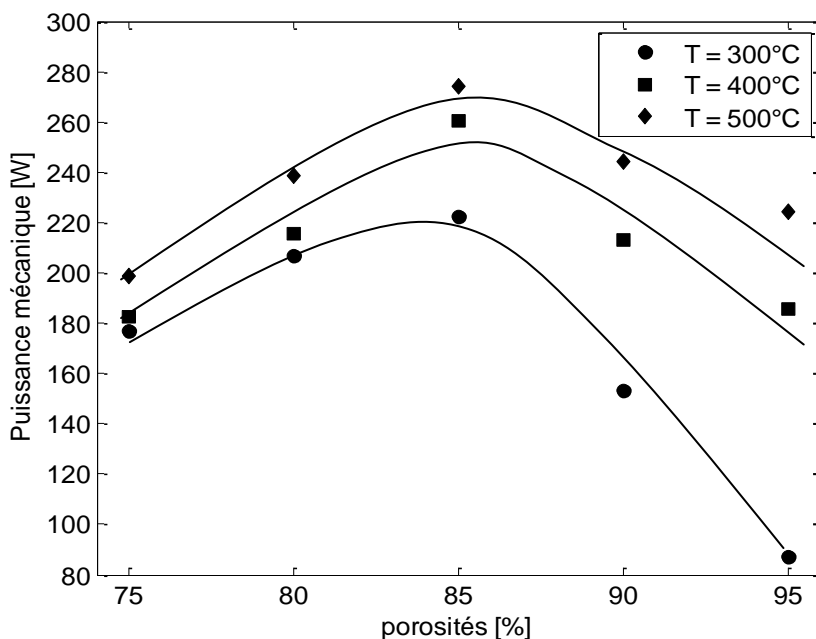


Figure 5.16. Évolution de la puissance mécanique du moteur Stirling Gamma en fonction de la porosité du régénérateur pour différentes températures de chauffage

La figure 5.17 représente l'évolution de la puissance mécanique du moteur Stirling Gamma en fonction de sa vitesse de rotation, et ceci pour les 5 porosités étudiées. Les régénérateurs de porosités 75% et 95% produisent les plus faibles puissances, et ceci indépendamment de la vitesse de rotation imposée au moteur. Le régénérateur de porosité 85% produit la plus grande puissance mécanique que le moteur puisse produire pour les conditions expérimentales imposées. Nous constatons que cette puissance mécanique augmente avec la vitesse de rotation jusqu'à un certain seuil au delà duquel cette puissance diminue avec l'augmentation de la vitesse de rotation du moteur. Ce phénomène sera discuté dans la suite.

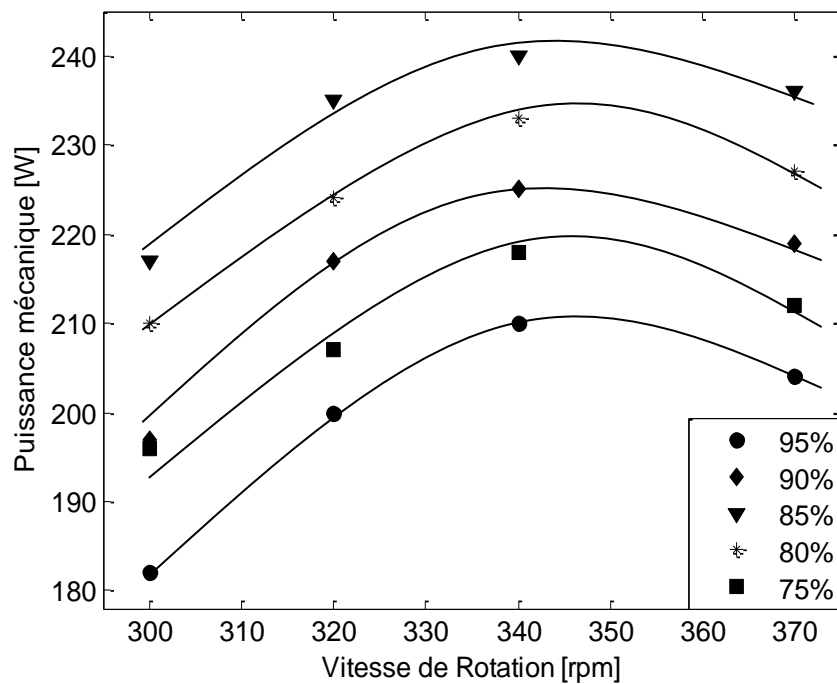


Figure 5.17. Évolution de la puissance mécanique produite par le moteur Gamma avec sa vitesse de rotation pour les différentes porosités étudiées :  $T_H = 400 \text{ °C}$  et  $P_i = 5 \text{ bar}$

### 3.5. Vitesse d'écoulement et nombre de Reynolds dans le régénérateur

Connaissant la distance séparant les deux thermocouples  $TR_1$  et  $TR_4$ , et ayant obtenu les signaux délivrés par chaque thermocouple, nous avons pu déterminer le déphasage temporel entre deux signaux successifs le long de lune ou l'autre des génératrices de la matrice poreuse. Ce déphasage représente le temps que met le fluide de travail pour traverser la distance séparant les thermocouples en question, et en l'occurrence le thermocouple  $TR_1$  et le thermocouple  $TR_4$ .

Sur la figure 5.18, nous avons représenté la vitesse d'écoulement du fluide de travail à la sortie du régénérateur. Nous constatons que cette vitesse d'écoulement augmente avec la pression de charge initiale, et diminue avec l'augmentation de la porosité de la matrice poreuse constituant le régénérateur.

Nous avons aussi tracé le nombre de Reynolds des différentes matrices poreuses pour différentes pressions de charge initiales. Nous remarquons que le nombre de Reynolds augmente avec la porosité et avec la pression initiale de charge.

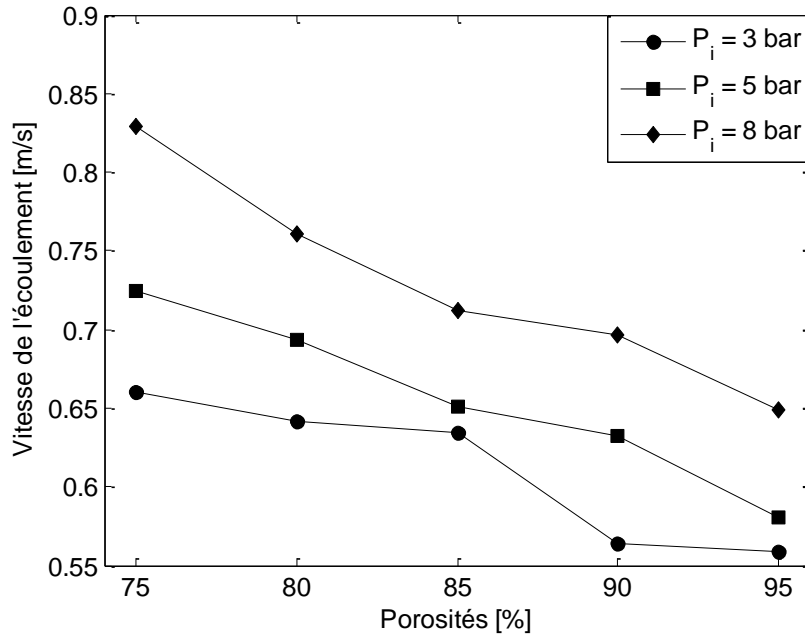


Figure 5.18. Évolution des vitesses de l'écoulement du fluide de travail dans le régénérateur en fonction de la porosité et pour différentes pressions de charge initiales

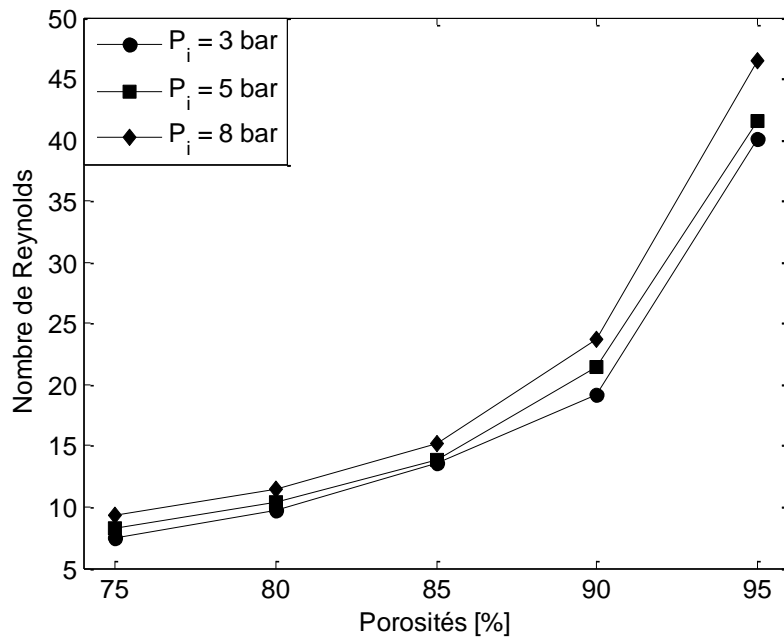


Figure 5.19. Évolution des nombres de Reynolds obtenus dans le régénérateur en fonction de la porosité et pour différentes pressions de charge initiales

### 3.6. Influence de la porosité du matériau sur la dissymétrie des transferts de chaleur dans une section donnée du régénérateur

Sur la figure 4.41, nous avons représenté la différence de température entre les deux côtés du régénérateur (côtés sources chaude et froide) en fonction de la porosité de la matrice. Nous

constatons que la différence de température augmente considérablement avec la température de chauffage. Pour une porosité de 90 %, cette différence passe de 13 °C pour une température  $T_H = 300$  °C à 37 °C pour  $T_H = 500$  °C. Ainsi, la différence de température augmente avec la porosité.

Nous avons représenté la différence de températures entre les deux côtés du régénérateur en fonction de sa porosité et ceci pour différentes pressions initiales de charge (Fig. 5.20.a) et différentes températures de chauffage (Fig. 5.20.b). Selon ces figures, nous pouvons constater que la pression de charge initiale n'a pas une grande influence sur la différence de température entre les deux côtés du régénérateur et ceci contrairement à la température de chauffage. La différence de température augmentent avec l'augmentation de la porosité du régénérateur et ceci indépendamment de la pression et de la température imposées au moteur Stirling Gamma.

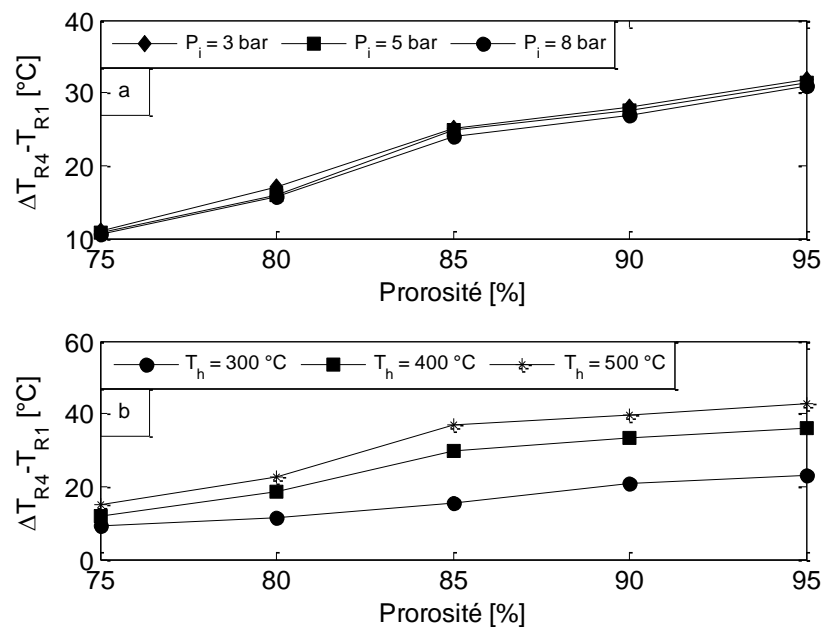


Figure 5.20. Évolution de la différence de températures entre les deux côtés du régénérateur en fonction de la porosité du régénérateur pour : a) Différentes pressions de charge initiales ; b) Différentes températures de chauffage

#### 4. CONCLUSION

Dans cette partie, nous avons étudié l'optimisation du choix du matériau constituant le régénérateur, et selon nos résultats ainsi obtenus, notre décision s'est portée sur le cas de l'"Acier inoxydable". En effet, celui-ci représente le meilleur matériau permettant de maximiser le rendement du moteur Stirling. Pour ce matériau choisi, nous avons étudié expérimentalement l'effet de sa porosité sur les performances de ce moteur. Il apparaît qu'il existe une porosité optimale pour laquelle l'efficacité du régénérateur est maximale. Celle-ci est de l'ordre de 85%. En dessous ou au delà de cette valeur, nous assistons à une dégradation des performances du moteur

Stirling Gamma. La mauvaise répartition des transferts de chaleur dans chaque section et à travers le régénérateur constitue un handicap de plus dans l'amélioration de l'efficacité du moteur. Cette inhomogénéité des transferts est principalement liée à la géométrie du système, surtout au niveau des chemins où s'écoulent le fluide de travail (air chaud) et le liquide de refroidissement (eau), séparés par une paroi où les transferts par conduction des part d'autre du régénérateur.

# **PARTIE B : DÉTERMINATION DES PARAMÈTRES DE FONCTIONNEMENT OPTIMAUX POUR LE MOTEUR STIRLING GAMMA**

## **1. ANALYSE UNI-VARIANTE MONOCRITÈRE**

L'étude expérimentale univariée est l'étude classique des moteur Stirling (Iwamoto et al., 1997 ; Formosa et Despesse, 2010 ; Karabulut, 2010 ; Cinar et Karabulutl., 2005(1) et Cinar et al., 2005(2)). Cette méthode ne permet d'étudier que l'influence d'un seul paramètre à la fois. Tous les autres paramètres sont fixés à des valeurs bien connues, et seul le paramètre à étudier varie. Dans cette approche, nous pouvons étudier des paramètres quelconques (indépendants ou pas).

Dans la partie précédente, nous avons montré que le meilleur régénérateur pouvant fournir les meilleures performances pour le moteur Stirling Gamma, est un régénérateur construit à partir d'Acier inoxydable avec une porosité d'environ 85%. Dans cette partie, nous déterminerons l'influence de certains paramètres de fonctionnement sur la puissance mécanique fournie par le moteur Stirling Gamma, et sur la différence de températures entre les deux côtés du régénérateur (côtés sources chaude et froide). Les paramètres les plus pertinents que nous avons choisis sont les suivants :

- Pression de charge initiale allant de 3 bar à 8 bar,
- Température de chauffage allant de 300 °C à 500 °C,
- Débit d'eau de refroidissement allant de 0,26 l/mn à 8,16 l/mn,
- Vitesse de rotation du moteur Stirling Gamma.

### 1.1. Influence de la pression initiale de charge sur la puissance mécanique fournie par le moteur et sur la dissymétrie de la température dans le régénérateur

La pression initiale de charge est une pression de remplissage que l'on impose initialement dans le moteur avant son démarrage. Elle est appliquée grâce à un compresseur extérieur pouvant la maintenir constante. Une pression de charge allant de 2 jusqu'à 8 bar est ainsi appliquée à notre système de moteur Stirling. Nous avons représenté sur la figure 5.21 l'évolution de la puissance mécanique fournie par le moteur Stirling Gamma en fonction de la pression de charge, et ceci pour des différentes températures de chauffage qui sont les suivantes : 300 °C, 400 °C et 500 °C.

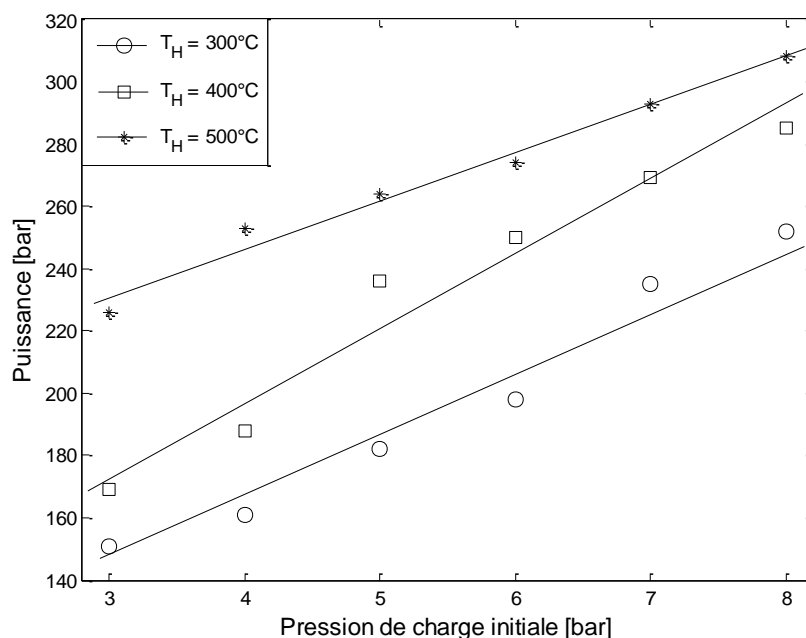


Figure 5.21. Évolution de la puissance du moteur en fonction de la pression initiale de remplissage

Nous constatons que la puissance mécanique développée par le moteur Stirling augmente avec la pression initiale de remplissage, sans atteindre une limite supérieure et ceci quelle que soit la température de chauffage choisie. En effet, en augmentant la pression de charge de 2 à 8 bar, cette puissance mécanique augmente linéairement et peut atteindre une puissance de 300 W pour une pression de charge initiale de 8 bar et une température de chauffage de 500 °C. D'après l'évolution linéaire de la courbe (Par extrapolation de la courbe), pour  $T_H = 300^\circ\text{C}$ , ce moteur peut fournir une puissance mécanique d'environ 100 W et ceci sans aucune pression initiale de charge. Mais compte tenu de la nature des frottements dans le moteur où il y a beaucoup de pièces mobiles, cette puissance minimale ne pourra pas vaincre facilement les irréversibilités internes, et

par suite nous avons constaté que la machine Stirling ne démarre qu'à partir d'une certaine pression initiale de charge minimale (pression initiale de charge seuil) supérieure ou égale à 1 bar.

Sur la figure 5.22, nous avons représenté les différences de températures entre les deux côtés du régénérateur obtenues en variant la pression initiale de charge, et ceci pour des températures de chauffage de 300 °C, 400 °C et 500 °C.

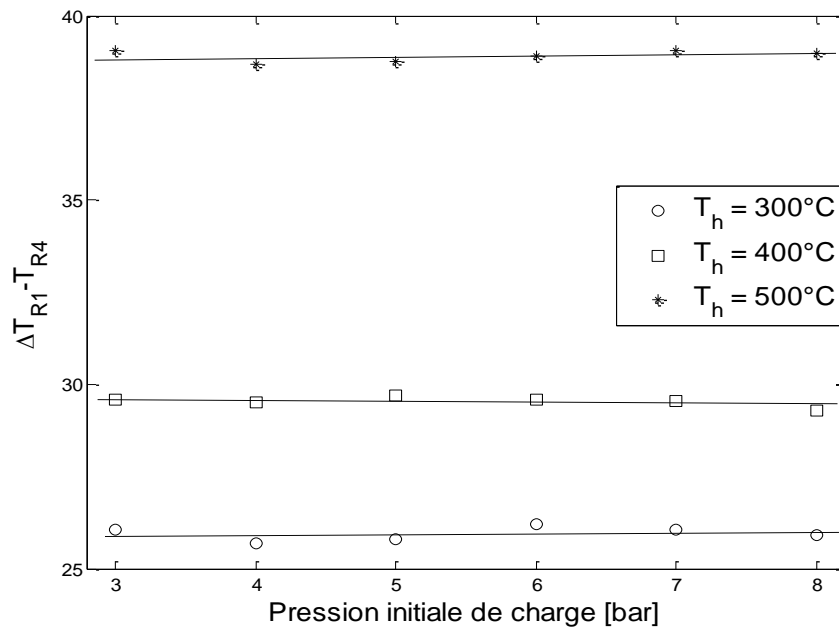


Figure 5.22. Évolution de la dissymétrie de la température dans le régénérateur en fonction de la pression initiale de charge

En variant la pression de charge, la différence de température entre les deux côtés du régénérateur ne change pas, et demeure presque constante pour toutes les pressions de remplissage imposées avant le démarrage du moteur Stirling.

## 1.2. Influence de la température de chauffage $T_h$

L'évolution de la puissance mécanique en fonction de la température de chauffage pour trois pressions initiales ( $P_i = 3$  bar,  $P_i = 5$  bar,  $P_i = 8$  bar) est représentée sur la figure 5.23. Pour tous les cas représentés, cette puissance augmente avec la température de chauffage sans atteindre de maximum qui pourrait la limiter. Mais pour des raisons de sécurité et à cause de la résistance mécanique de certaines composantes du moteur, la température de chauffage doit rester raisonnable.

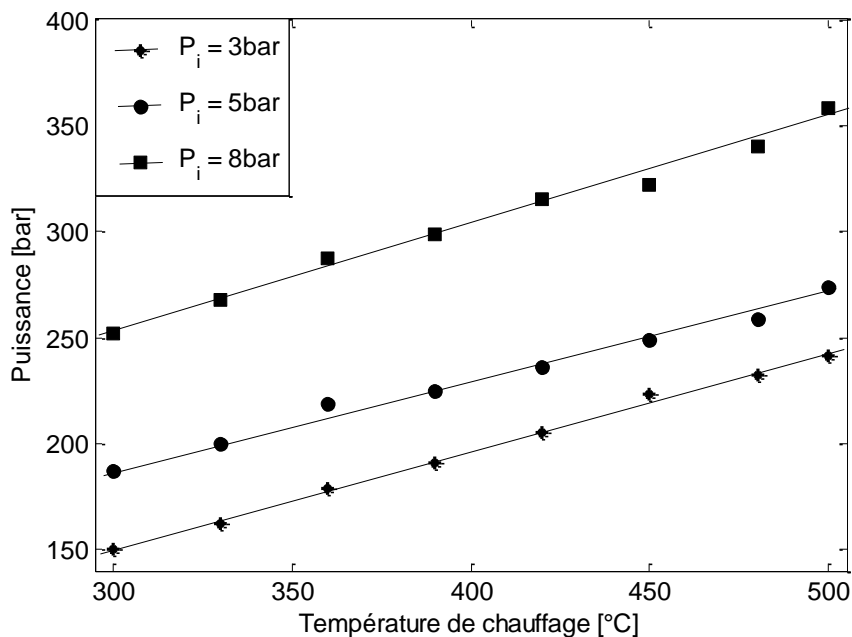


Figure 5.23. Évolution de la puissance mécanique en fonction de la température de chauffage pour différentes pressions de charge

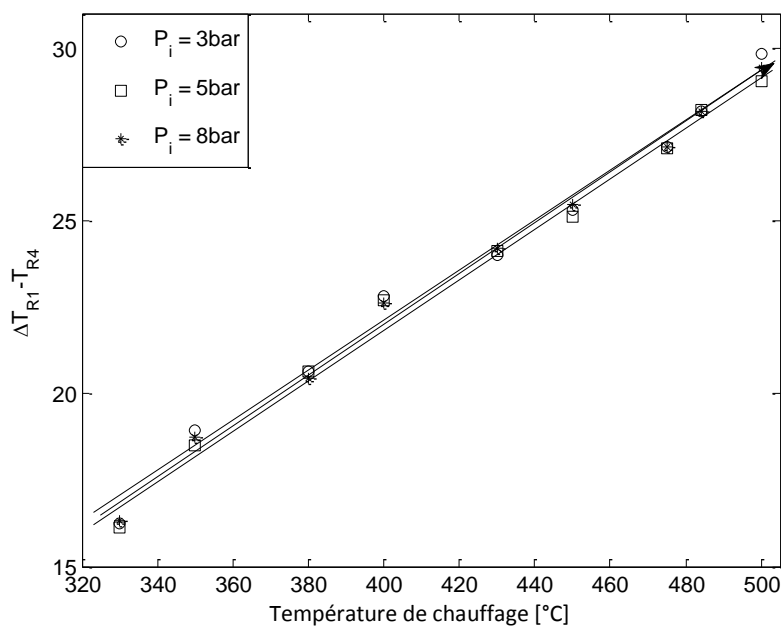


Figure 5.24. Évolution de la différence de températures dans le régénérateur en fonction de la pression de charge pour différentes températures de chauffage

### 1.3. Étude de l'influence du débit d'eau de refroidissement

L'influence du débit d'eau de refroidissement sur la différence de températures entre l'entrée et la sortie du circuit froid (eau de refroidissement), et sur la température de l'espace de compression pour différentes pressions de charge et différentes températures de chauffage, est

représentée sur la figure 5.25. La première constatation basique et évidente est l'augmentation de ce débit fait diminuer la température de l'espace de compression ainsi que l'écart de températures entre l'entrée et la sortie du circuit de refroidissement à eau. En effet, un débit plus important permet d'évacuer plus de chaleur produite par l'espace de compression, et par conséquent fait diminuer la température du fluide de travail dans cet espace.

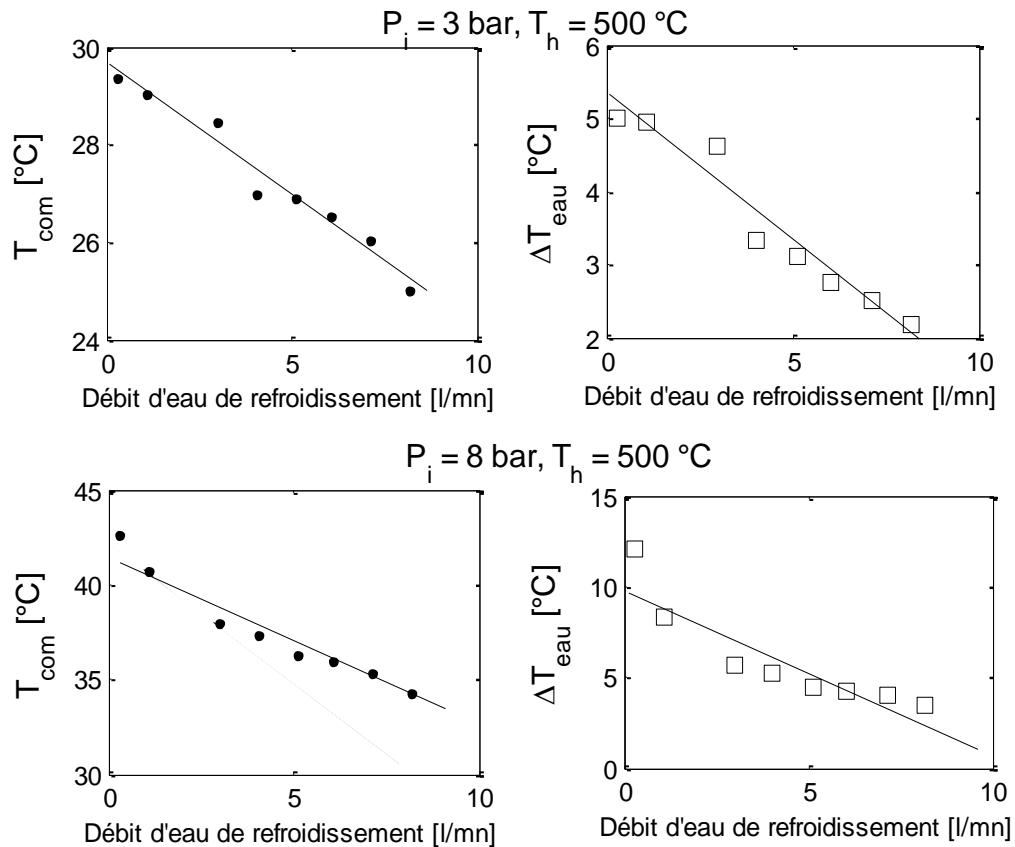


Figure 5.25. Influence du débit d'eau de refroidissement sur la différence de température entre l'entrée et la sortie du circuit froid, et sur la température de l'espace de compression

La figure 5.26 montre la puissance mécanique produite par le moteur en fonction du débit d'eau de refroidissement pour différentes pressions initiales de charge et différentes températures de chauffage. Comme le montre la figure 5.26.a, cette puissance mécanique augmente linéairement avec le débit d'eau de refroidissement.

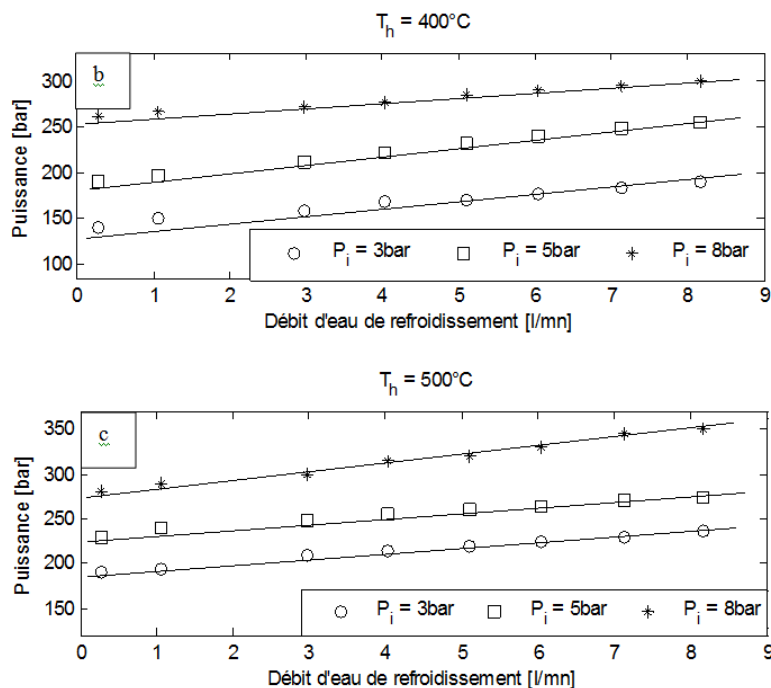


Figure 5.26. Évolution de la puissance mécanique du moteur en fonction du débit d'eau de refroidissement pour différentes pressions de charge :  
 a)  $T_h = 300^\circ\text{C}$  ; b)  $T_h = 400^\circ\text{C}$  ; c)  $T_h = 500^\circ\text{C}$

#### 1.4. Étude de l'influence de la vitesse de rotation du moteur

La figure 5.27 montre que la puissance du moteur augmente avec la vitesse de rotation du moteur jusqu'à une certaine limite au-delà de laquelle cette puissance diminue avec l'augmentation de la vitesse de rotation.

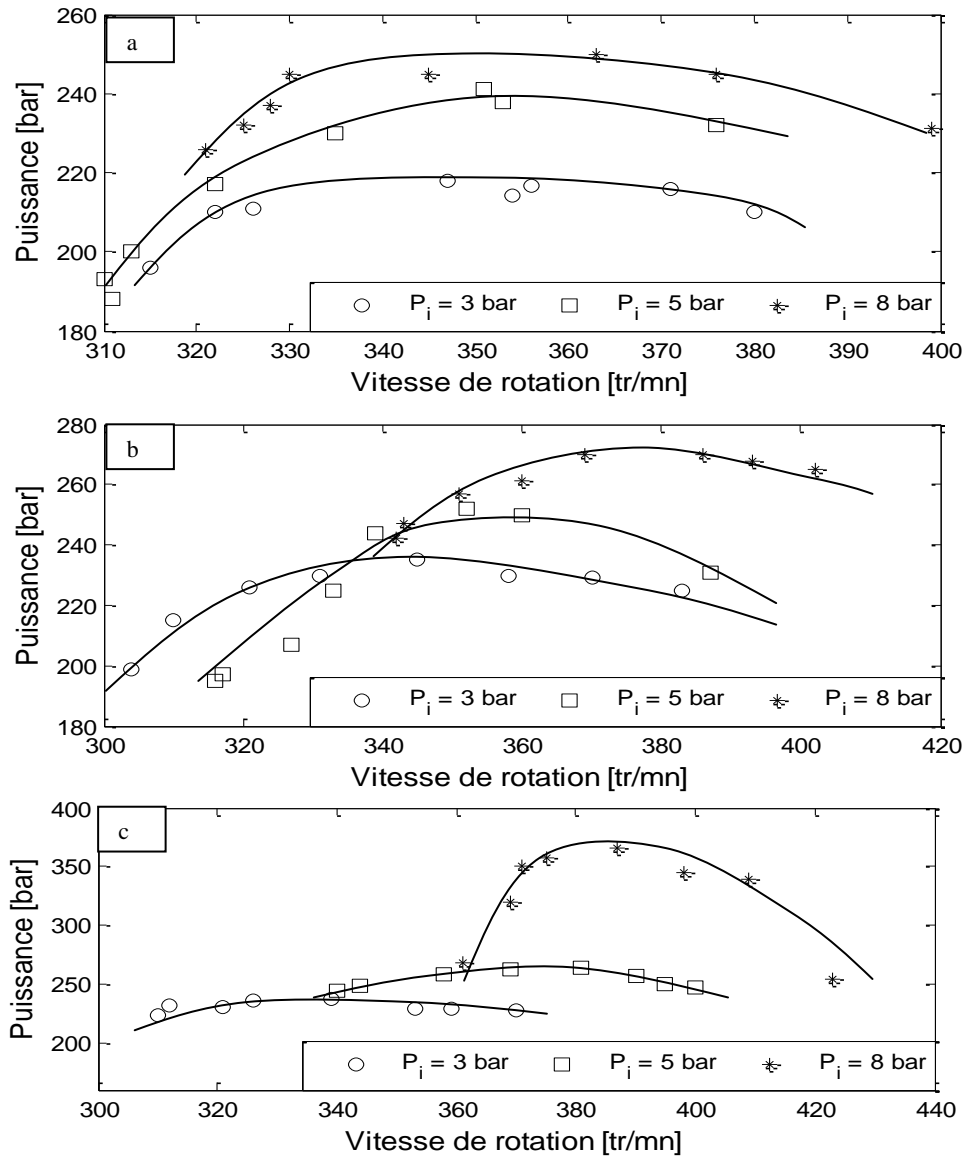


Figure 5.27. Évolution de la puissance mécanique du moteur en fonction sa vitesse de rotation pour différentes pressions de charge : a) T<sub>h</sub> = 300 °C ; b) T<sub>h</sub> = 400 °C ; c) T<sub>h</sub> = 500 °C

Selon ces figures, il apparaît clairement que l’augmentation de la vitesse de rotation du moteur Stirling Gamma a pour effet de :

- diminuer des pertes thermiques à travers les parois du moteur (perte par conduction externe) ; ce qui est un effet positif,
- diminuer le temps d’échange entre le fluide de travail et la surface d’échange correspondante à chaque échangeur de chaleur : détérioration des échanges thermiques ; ce qui est un effet négatif dans cette situation,
- augmenter les pertes par frottement (effet négatif). Ces dernières sont exprimées comme suit :

$$F_{rot} = f_1 v^2 + f_2 v + f_3 \tag{5-1}$$

où  $N$  est la vitesse de rotation du moteur,  $f_1$  est le coefficient de frottement aérodynamique,  $f_2$  est le coefficient de frottement visqueux et  $f_3$  est le coefficient de frottement dynamique.

Dans un premier temps, l'augmentation de la vitesse de rotation génère un bilan positif des différents effets constatés ; ce qui implique une augmentation de la puissance du moteur Stirling Gamma. Atteignant une certaine vitesse, les effets négatifs l'emportent sur les effets positifs ; ce qui provoque globalement la diminution de la puissance du moteur. Ces évolutions sont analogues à celles observées dans les moteurs à explosions internes (essence ou diesel).

En ce qui concerne la différence de températures entre les deux côtés du régénérateur (côtés des sources chaude et froide), nous n'avons pas constaté d'influence significative de la vitesse de rotation.

### **1.5. Étude de l'influence du temps de fonctionnement sur les performances du moteur Gamma**

Après que le moteur ait atteint son état stationnaire, le temps de fonctionnement n'a plus d'influences significatives sur les performances du moteur. Mais pour des débits très faibles, la différence de températures entre l'entrée et la sortie du circuit de refroidissement à eau augmente avec le temps de fonctionnement. En diminuant ce débit, le temps de renouvellement de toute la masse d'eau dans le refroidisseur augmente. Ainsi, la température de l'eau de refroidissement n'est plus constante dans le refroidisseur, et elle augmente avec le temps de fonctionnement.

La diminution du débit d'eau de refroidissement implique l'augmentation de la température de l'eau du refroidissement et la diminution de la différence de températures entre les deux sources de chaleur. La puissance mécanique du moteur chute aussi au delà d'un certain temps de fonctionnement (chose due en partie à des fuites non contrôlées du fluide de travail dans le moteur Stirling), et plus précisément pour les importantes pressions de charge. Mais comme ces fuites sont compensées en permanence par le circuit d'air comprimé mis constamment à la même pression de charge, la quantité de fluide de travail compensée et introduite à la température ambiante fait perdre une quantité de chaleur (très faible certes, mais non négligeable) qui à son tour fait dégrader légèrement la puissance mécanique développée par le moteur.

### **1.6. Synthèse**

A l'issu de cette étude expérimentale uni-variante, nous pouvons conclure que :

- La puissance délivrée par le moteur croit avec la température de chauffage, la pression initiale de charge et le débit d'eau de refroidissement. Cette puissance mécanique du moteur croit

également avec l'augmentation de la vitesse de rotation jusqu'à une certaine limite au-delà de laquelle elle commence à diminuer.

- La dissymétrie de température dans chaque section du régénérateur augmente avec la température de chauffage et diminue avec le débit d'eau de refroidissement. Elle n'est pas influencée par la pression de charge initiale et par la vitesse de rotation du moteur.

L'application de la méthode d'uni-variante nécessite : un grand nombre d'expériences pour explorer l'ensemble du domaine expérimental, un temps d'expérimentation important et ne représente pas au final l'effet complet de chaque paramètre sur la réponse voulue. Suite à ce constat, nous avons eu recours à l'étude expérimentale utilisant la méthodologie des "plans d'expérience", qui nous permettra de déterminer efficacement les paramètres de fonctionnement les plus optimaux pour une bonne efficacité du moteur Stirling.

## **2. ANALYSE MULTICRITÈRES PAR PLAN D'EXPÉRIENCE**

Dans le but de déterminer les paramètres optimaux de fonctionnement du moteur Stirling Gamma, nous avons effectué une étude expérimentale basée sur la méthodologie des plans d'expérience. Les paramètres de fonctionnement sélectionnés sont : le débit d'eau de refroidissement, la pression de charge, la température de chauffage et le temps de fonctionnement du moteur. Les paramètres de fonctionnement optimaux seront choisis selon une étude multicritères qui se base sur la maximisation de la puissance mécanique du moteur et la minimisation de la différence de températures entre les deux côtés du régénérateur (côtes sources chaude et froide).

Cette méthode consiste à effectuer un nombre limité d'expériences, soigneusement sélectionnées, pour étudier l'influence de plusieurs paramètres (facteurs) sur les paramètres de sortie (réponses). Cette méthode mène le plus rapidement possible aux résultats escomptés, évite de réaliser des expériences inutiles et conduit à la modélisation et l'optimisation du phénomène étudié.

Le logiciel Minitab® a été utilisé pour analyser les plans d'expériences élaborés. En effet, il nous a permis de détecter les paramètres influant sur chaque critère (réponse), et de déduire les paramètres de fonctionnement optimaux du moteur Stirling. Tous les calculs des coefficients de régression et des coefficients des différents tests (Student, Fisher et probabilité critique) ont été obtenus par Minitab®. Nous présentons dans ce qui suit les formules utilisées.

## 2.1. Description du plan d'expériences adopté

Un plan Central Composite Rotatif avec quatre facteurs à cinq niveaux chacun, a été adopté comme plan expériences. Le plan choisi est rotatif, et permet ainsi d'obtenir des points de mesures équidistants du centre, et une distribution de l'erreur identique pour tous les points étudiés (Myers et al., 1989).

Tableau 5.8. Matrice d'expériences obtenue pour un plan Central Composite rotatif avec quatre facteurs

N°	$\dot{m}_{eau}$ [l/mn]	$P_i$ [bar]	$T_H$ [°C]	$T_F$ [s]	Puissance mécanique [W]	$\Delta T_r$ [°C]
<i>Points factoriels</i>						
1	-1	-1	-1	-1	107,60	32,28
2	1	-1	-1	-1	142,80	28,10
3	-1	1	-1	-1	187,60	29,29
4	1	1	-1	-1	232,50	28,34
5	-1	-1	1	-1	167,60	42,90
6	1	-1	1	-1	210,54	37,70
7	-1	1	1	-1	230,40	41,90
8	1	1	1	-1	287,50	36,68
9	-1	-1	-1	1	105,60	34,28
10	1	-1	-1	1	140,80	28,10
11	-1	1	-1	1	187,60	30,29
12	1	1	-1	1	230,50	28,34
13	-1	-1	1	1	165,60	43,90
14	1	-1	1	1	207,54	37,70
15	-1	1	1	1	227,40	40,03
16	1	1	1	1	278,50	36,68
<i>Points centraux</i>						
17	0	0	0	0	230,00	33,97
18	0	0	0	0	228,00	33,01
19	0	0	0	0	227,00	34,53
20	0	0	0	0	227,50	31,98
21	0	0	0	0	228,00	32,25
22	0	0	0	0	229,50	33,15
23	0	0	0	0	230,00	33,55
<i>Points axiaux</i>						
24	-2	0	0	0	110,11	28,50
25	2	0	0	0	184,23	26,14
26	0	-2	0	0	163,22	30,40
27	0	2	0	0	248,00	29,87
28	0	0	-2	0	147,67	24,70
29	0	0	2	0	337,50	47,84
30	0	0	0	-2	206,29	32,58
31	0	0	0	2	200,38	35,88

Les quatre facteurs étudiés sont : le débit d'eau de refroidissement (A), la pression de charge initiale (B), la température de chauffage (C) et le temps de fonctionnement (D). Les

mesures expérimentales sont effectuées sur la base d'un plan (Tableau 5.8) à quatre facteurs avec cinq niveaux chacun et avec sept répétitions du point central (Tableau 5.9).

Pour simplifier le calcul, il est plus approprié d'utiliser des variables codées pour déduire les facteurs indépendants dans l'intervalle  $[-2,+2]$ . Le point « 0 » représente le centre de l'intervalle. Les équations permettant la transformation des facteurs en valeurs codées sont les suivantes :

$$A = \frac{\dot{m}_{eau} - \dot{m}_{eau}(0)}{1,68} \quad (5-2)$$

$$B = \frac{P_i - P_i(0)}{1,25} \quad (5-3)$$

$$C = \frac{T_H - T_H(0)}{50} \quad (5-4)$$

$$D = \frac{T_F - T_F(0)}{4} \quad (5-5)$$

Tableau 5.9. Les principaux niveaux et les changements progressifs du plan CCRD à quatre facteurs indépendants

Facteurs	Débit d'eau de refroidissement [l/mn]	Pression de charge [bar]	Température de chauffage [°C]	Temps de fonctionnement [s]
Niveau central (0)	3,63	5,50	400	12
Pas	1,68	1,25	50	4
Haut niveau (+1)	5,32	6,75	450	16
Bas niveau (-1)	1,94	4,25	350	8
Le plus bas niveau (+2)	7	8	500	20
Le plus haut niveau (-2)	0,26	3	300	4

## 2.2. Étude de la réponse : puissance mécanique du moteur Stirling

### 2.2.1. Diagrammes de Pareto : Détermination des paramètres influant la puissance

Le Diagramme de Pareto permet d'obtenir l'ampleur et l'importance d'un effet sur la réponse étudiée (Antony, 2003). Dans ce diagramme, chaque barre représente un facteur ou une

interaction. La longueur de chaque barre est proportionnelle à la valeur absolue de l'estimation des effets (Hayajneh et al., 2007).

La ligne verticale représente 95% de l'intervalle de confiance, dans lequel la valeur moyenne se trouve avec une probabilité de 95%. La méthode de Lenth (1989) est utilisée pour tracer cette ligne. L'effet qui traverse cette ligne est considéré comme significatif pour la réponse. Nous supposons que les réponses  $x$  suivent une loi normale de probabilité qui suit :

$$f(x) = \frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{1}{2}\left(\frac{x-\mu}{\sigma}\right)^2} \quad (5-6)$$

où  $\mu$  est la moyenne de la variable  $x$  et  $\sigma$  l'écart type.

Pour que la probabilité de rencontrer  $x$  soit de 95%, il faut que la quantité  $\alpha$  soit comprise entre -1,96 et +1,96.

La valeur de  $\alpha$  est calculée à partir de l'équation suivante (Lenth, 1989) :

$$\alpha = \frac{(X^* - \mu)}{\sigma / \sqrt{N}} \quad (5-7)$$

Ainsi, l'intervalle de variation de  $x$  correspondant est :

$$-1,96 \frac{\sigma}{\sqrt{N}} < \bar{X} - \mu < 1,96 \frac{\sigma}{\sqrt{N}} \Leftrightarrow \bar{X} - 1,96 \frac{\sigma}{\sqrt{N}} < \mu < \bar{X} + 1,96 \frac{\sigma}{\sqrt{N}} \quad (5-8)$$

La valeur correspondant à la ligne verticale est  $1,96 \frac{\sigma}{\sqrt{N}}$ . Cela peut représenter, par exemple, le bruit de mesures. Donc, pour qu'un facteur ait un effet significatif, il faudrait que son effet soit supérieure à  $1,96 \frac{\sigma}{\sqrt{N}}$ .

Les effets simples des quatre facteurs étudiés ainsi que leurs interactions (effets croisés) jusqu'au troisième ordre, peuvent être discutés à partir du diagramme de Pareto illustré sur la figure 5.28. L'inspection de ces résultats a révélé que tous les facteurs ne sont pas significatifs pour la réponse (puissance mécanique du moteur Stirling).

Les estimations numériques des effets indiquent que la pression de charge (B) a le plus grand effet sur la puissance mécanique du moteur Stirling. Ce facteur a l'avantage de permettre un démarrage plus facile du moteur, et de produire une puissance mécanique croissante avec

l'augmentation de la masse du fluide de travail dans les espaces de travail (compression et détente). La température de chauffage (C) a un effet significatif aussi. L'interaction entre la pression de charge et la température de chauffage (B \* C) a également une influence significative sur la puissance mécanique du moteur.

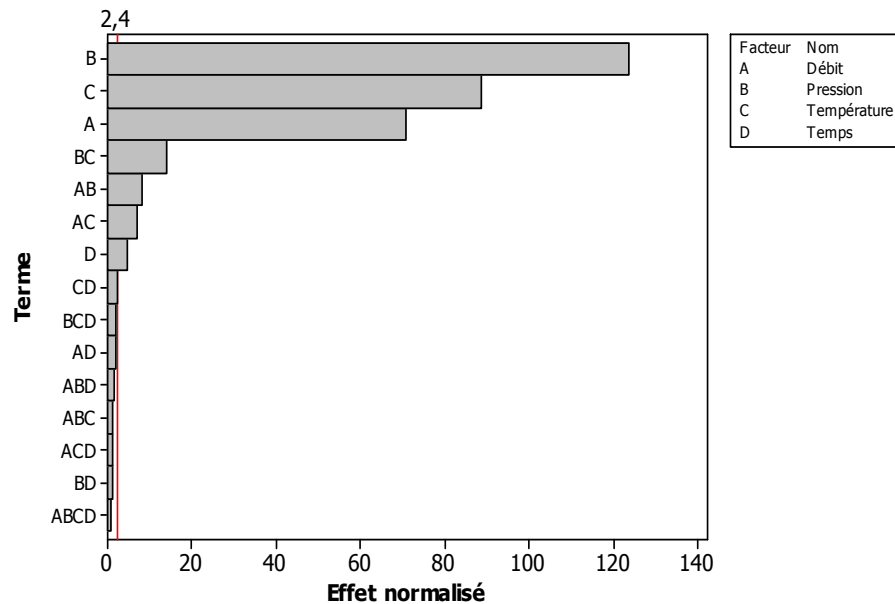


Figure 5.28. Diagramme de Pareto des effets normalisés pour la puissance mécanique du moteur montrant les effets des facteurs et de leurs interactions

Le débit d'eau de refroidissement (A), semble avoir un effet significatif sur la puissance mécanique moteur Stirling, mais son effet est moins important que les facteurs pression de charge (B) et la température de chauffage (C). En effet, un débit suffisant conduit à un meilleur échange thermique (refroidissement) avec le fluide de travail dans l'espace de compression.

La barre représentant le temps de fonctionnement (D) dans le diagramme de Pareto dépasse la ligne représentative. Ainsi, ce facteur est alors significatif pour la réponse. Logiquement, le paramètre temps ne devrait pas influencer la puissance développée par un moteur Stirling. Cette signifiante nous laisse penser aussi que notre moteur englobe des fuites de pressions et des pertes thermiques non constantes. Pour détecter la cause de l'influence du temps sur la puissance, nous présenterons de suite le graphique des effets principaux, le graphique des interactions et les iso-réponses.

L'interaction B\*C, représente le comportement de la puissance mécanique du moteur lorsqu'on fait varier la pression de charge initiale et la température de chauffage. Cette interaction est signifiante pour la réponse. Les interactions A\*B (Débit d'eau de refroidissement et pression de charge initiale) et A\*C (débit de refroidissement et température de chauffage) sont aussi signifiantes pour la réponse. L'interprétation de ces interactions sera présentée dans le paragraphe suivant.

### 2.2.2. Graphique des effets principaux sur la puissance

Sur le graphique des effets principaux, les valeurs (+1) et (-1) représentent respectivement, le maximum et le minimum d'un facteur étudié (Tab. 4.16). Le signe de chaque effet étudié sur la puissance mécanique du moteur est visible sur la figure 5.29. Ainsi, nous pouvons remarquer que le débit d'eau de refroidissement, la pression de charge et la température de chauffage augmentent en se déplaçant de leur niveau bas (-1) pour leur niveau haut (+1).

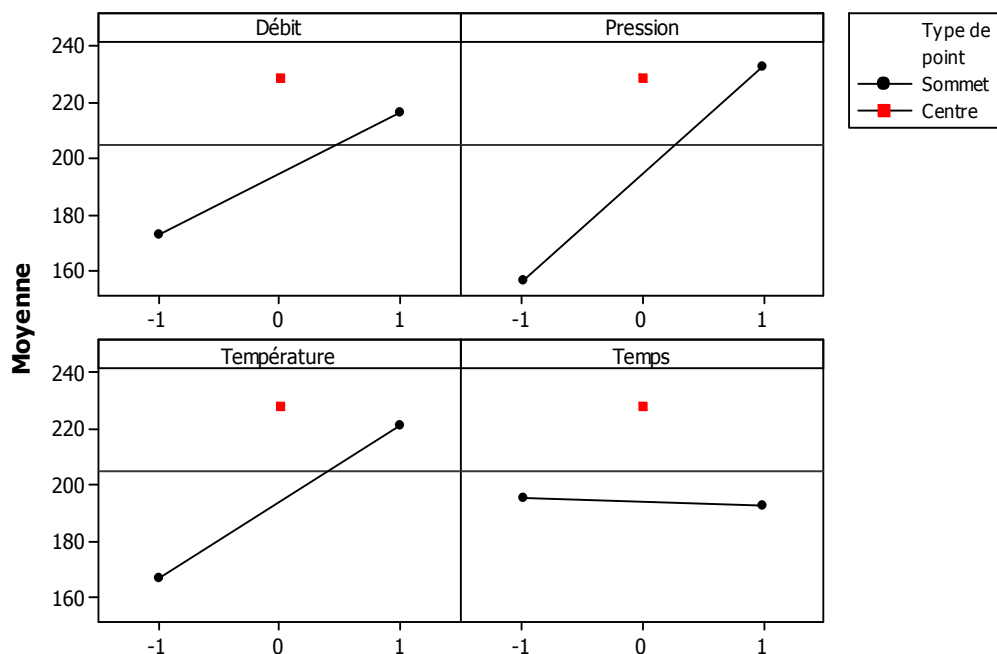


Figure 5.29. Principales projections des effets sur la puissance mécanique du moteur Stirling

L'augmentation de chacun de ces facteurs génère une augmentation de la puissance mécanique du moteur. Par exemple, une augmentation de la température de (-1) à (+1) induit une augmentation de la puissance mécanique de 167 W à 221 W. Les autres facteurs sont fixés à leurs niveaux hauts respectifs (+1). La température de chauffage et la pression de charge semblent avoir un plus grand effet sur la réponse, avec une pente plus importante. En ce qui concerne le temps de fonctionnement, la pente est proche de zéro ; ce qui implique que l'influence de ce facteur est négligeable.

### 2.2.3. Étude des surfaces d'iso-réponses

Les surfaces d'iso-réponses sont obtenues en faisant une projection sur un plan des surfaces de réponses. Le tracé des surfaces d'iso-réponses est utilisé pour visualiser le comportement la surface de réponse de deux facteurs à la fois.

L'analyse du diagramme des effets (Fig. 5.29) indique que la puissance est maximale lorsque tous les paramètres étudiés sont fixés à leurs niveaux hauts (+1). Pour chaque figure, deux facteurs seront maintenus à un niveau constant (le niveau (+1)), alors que les deux autres varient.

Le changement de la puissance mécanique du moteur avec la pression de charge et la température de chauffage, tracé comme contour, est représenté sur la figure 5.30. La réponse (puissance mécanique) est à son plus haut niveau (supérieur à 237 W) pour les valeurs les plus élevées de la pression de charge et de la température de chauffage.

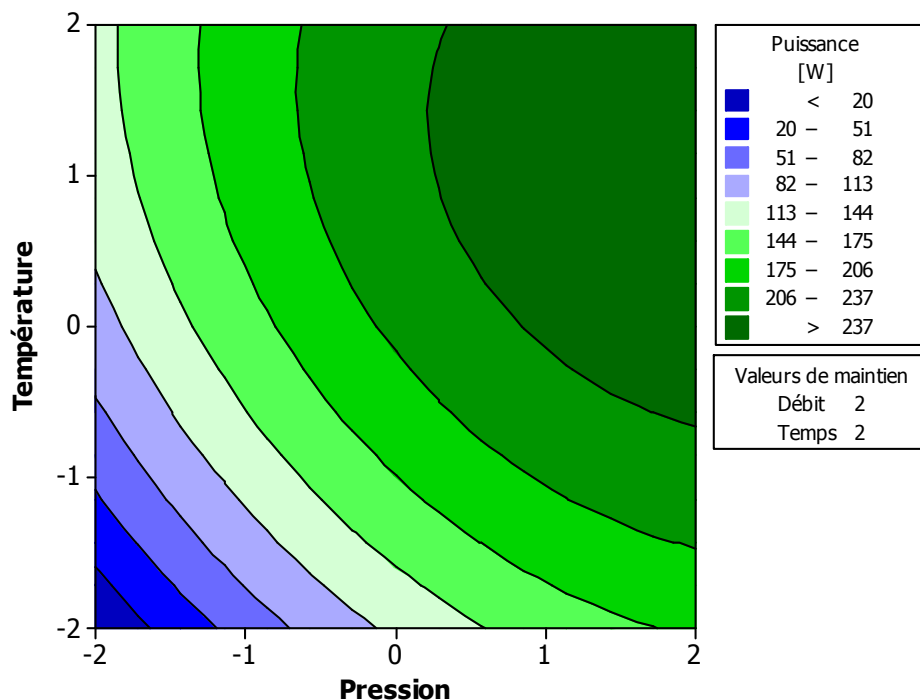


Figure 5.30. Surface de réponse de la puissance mécanique en fonction de la température de chauffage et de la pression de charge initiale

Sur la figure 5.31, il est visible que la puissance mécanique du moteur augmente avec le débit d'eau de refroidissement. Avec la température de chauffage, la puissance mécanique croît tout d'abord jusqu'à une certaine valeur dépendant du débit d'eau de refroidissement. Ceci peut s'expliquer par le fait qu'à partir d'une certaine température de chauffage, le débit d'eau de refroidissement n'est plus suffisant pour refroidir le moteur.

Pour une valeur très élevée du débit d'eau de refroidissement, la puissance mécanique du moteur augmente avec la température de chauffage jusqu'à une limite supérieure de 260 W au-delà de laquelle, elle diminue avec l'augmentation de la température de chauffage. La diminution de la puissance peut s'expliquer par le fait qu'à partir d'une certaine température de chauffage, le débit

d'eau de refroidissement n'est plus suffisant pour évacuer toute la quantité de chaleur de l'espace de compression.

Pour un niveau élevé de la température de chauffage, l'augmentation du débit fait augmenter la puissance mécanique du moteur. En effet, l'augmentation du débit d'eau de refroidissement améliore l'échange thermique avec l'espace de compression impliquant la diminution de la température de ce dernier, et par conséquent l'augmentation de l'écart de température entre les deux espaces de travail ; ce qui implique l'augmentation de la puissance mécanique du moteur Stirling.

La figure 5.32 représente les contours de la puissance mécanique en fonction de la pression de charge et du débit de l'eau de refroidissement. Nous constatons que la réponse croît aussi bien avec la pression de charge qu'avec le débit d'eau de refroidissement. Le contour de la puissance en fonction de ces deux paramètres représente une hyperbole, ce qui traduit une interaction entre ces deux facteurs.

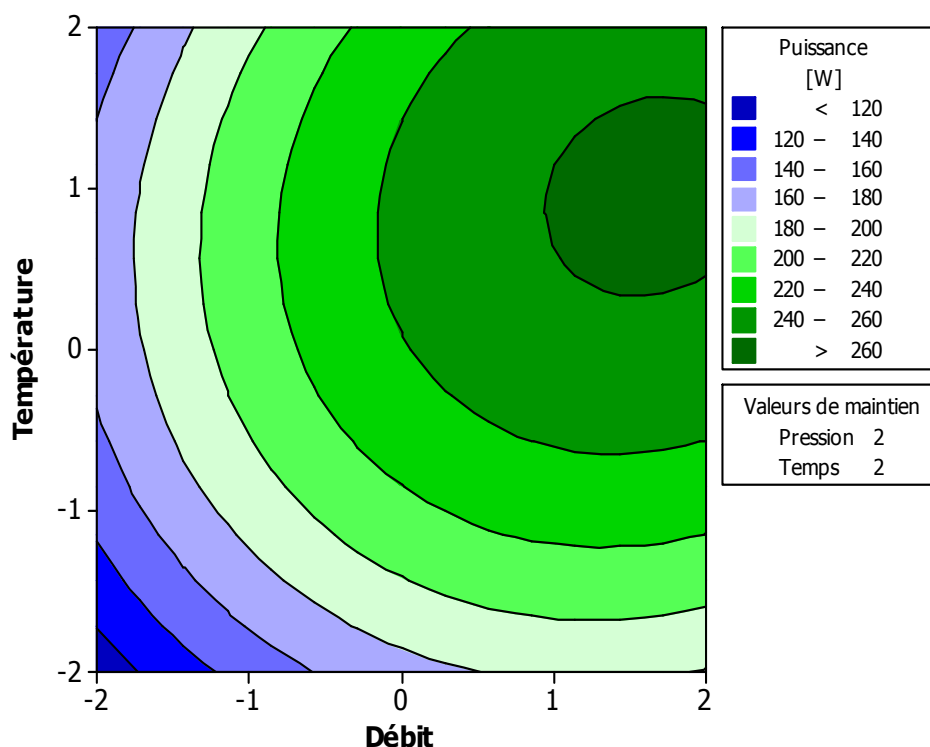


Figure 5.31. Surface de réponse de la puissance mécanique en fonction de la température de chauffage et du débit de l'eau de refroidissement

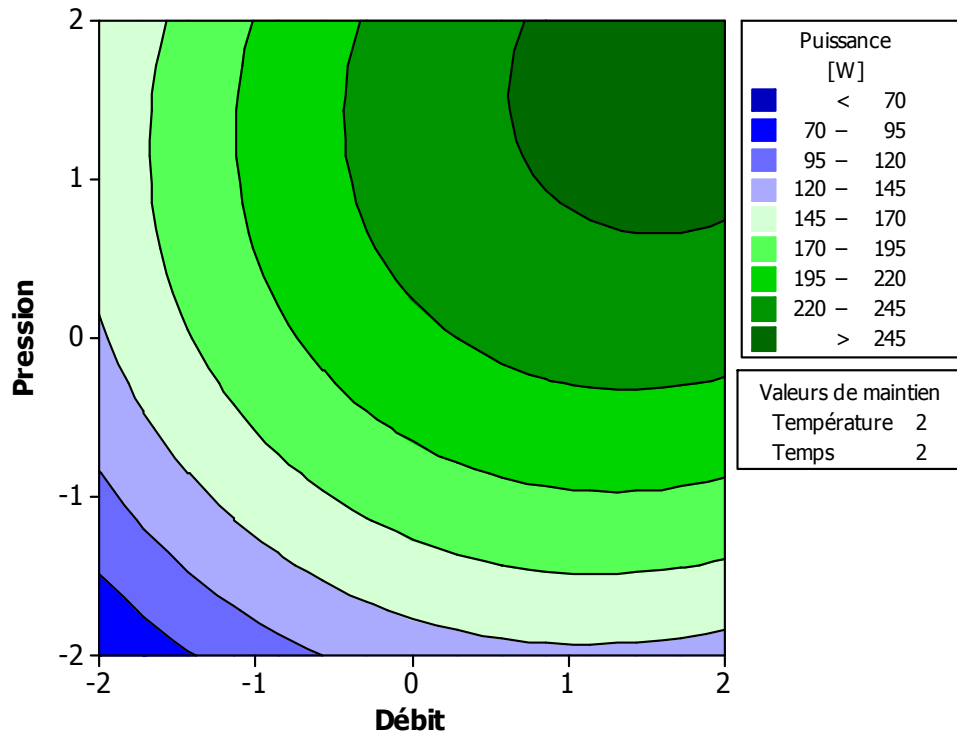


Figure 5.32. Surface de réponse de la puissance en fonction de la pression de charge initiale et du débit d'eau de refroidissement

#### 2.2.4. Estimation de l'évolution de la puissance du moteur par régression linéaire

L'analyse de régression multiple a été utilisée pour obtenir un modèle quadratique des surfaces de réponse. Le modèle empirique, reliant la puissance mécanique du moteur au niveau codé de tous les facteurs étudiés est un modèle du second ordre s'écrivant comme ainsi :

$$Y_{\text{mod}} = b_0 + \sum_{j=1}^4 b_{jj}x_j^2 + \sum_{0 < j < k \leq 4} b_{jk}x_jx_k \quad (5-9)$$

En se basant sur le diagramme de Pareto, et en éliminant les facteurs et les interactions qui ne sont pas significatives pour la réponse, l'équation précédente s'écrit :

$$Y_{\text{mod}} = b_0 + b_1A + b_2B + b_3C + b_4D + b_{11}A^2 + B_{23}BC + B_{12}AB + B_{34}CD \quad (5-10)$$

Les valeurs des coefficients de régression des quatre facteurs étudiés ainsi que de leurs interactions de second ordre sont récapitulées dans le tableau 5.10 ci-dessous.

Tableau 5.10. Résultats de l'analyse de régression

Paramètres	Variables codées	Coefficient de régression (Coefficients codes)	Probabilité Critique P
b <sub>0</sub>		245,581	0,000
b <sub>1</sub>	A	18,153	0,000
b <sub>2</sub>	B	33,713	0,000
b <sub>3</sub>	C	24,203	0,000
b <sub>4</sub>	D	-1,625	0,528
b <sub>11</sub>	A <sup>2</sup>	-7,373	0,007
b <sub>22</sub>	B <sup>2</sup>	-8,448	0,003
b <sub>33</sub>	C <sup>2</sup>	-9,348	0,001
b <sub>44</sub>	D <sup>2</sup>	-9,023	0,002
b <sub>12</sub>	AB	2,545	0,422
b <sub>13</sub>	AC	2,18	0,490
b <sub>14</sub>	AD	-0,563	0,858
b <sub>23</sub>	BC	-4,305	0,183
b <sub>24</sub>	BD	-0,313	0,921
b <sub>34</sub>	CD	-0,687	0,827

Certes, le diagramme de Pareto permet de détecter les facteurs et les interactions significatives. Mais, il ne permet pas de déterminer la signification des interactions quadratiques (A<sup>2</sup>, B<sup>2</sup> et C<sup>2</sup>), et il n'est pas assez précis pour les facteurs qui sont à la limite de la signification. C'est la raison pour laquelle, nous sommes passés au test de la probabilité critique de chaque facteur. Pour prendre une décision sur l'importance d'un facteur, trois hypothèses sont proposées :

- H<sub>1</sub> : P < 0,01 → On considère que le facteur est significatif,
- H<sub>2</sub> : 0,01 < P < 0,05 → On ne sait pas. Donc, il faut passer aux tests de Student et de Fisher,
- H<sub>3</sub> : P > 0,05 → On considère que le facteur est non significatif.

Sur le tableau 5.11, nous avons récapitulé toutes les variables ainsi que les décisions adoptées pour chacune d'entre elles.

Tableau 5.11. Test de signification des facteurs et des interactions par probabilité critique

Variables	Probabilité Critique P	Décision Signification avec une erreur de 5% ?
b <sub>0</sub>	0,000	(H <sub>1</sub> ) Oui
A	0,000	(H <sub>1</sub> ) Oui
B	0,000	(H <sub>1</sub> ) Oui
C	0,000	(H <sub>1</sub> ) Oui
D	0,528	(H <sub>3</sub> ) Non
A <sup>2</sup>	0,007	(H <sub>1</sub> ) Oui
B <sup>2</sup>	0,003	(H <sub>1</sub> ) Oui
C <sup>2</sup>	0,001	(H <sub>1</sub> ) Oui
D <sup>2</sup>	0,002	(H <sub>1</sub> ) Oui
AB	0,422	(H <sub>3</sub> ) Non
AC	0,490	(H <sub>3</sub> ) Non
AD	0,858	(H <sub>3</sub> ) Non
BC	0,183	(H <sub>3</sub> ) Non
BD	0,921	(H <sub>3</sub> ) Non
CD	0,827	(H <sub>3</sub> ) Non

En examinant les résultats récapitulés dans le tableau 5.1 ci-dessus, nous constatons qu'ils sont en accord avec les conclusions issues du diagramme de Pareto, sauf pour l'interaction B\*C qui s'avère non significative pour la réponse de la puissance mécanique. Ainsi, les facteurs et les interactions déjà pris en compte dans le modèle (Eq. 5-9) sont entièrement validés.

En se basant sur les coefficients récapitulés dans le tableau 5.10 et les décisions considérées dans le tableau 5.11, nous avons obtenu le modèle suivant :

$$Y_{\text{mod}} = 245,581 + 18,153A + 33,713B + 24,203C - 7,313A^2 - 8,448B^2 - 9,348C^2 - 9,023D^2 \quad (5-11)$$

En insérant les équations (5-1) à (5-4) dans l'équation (5-7), et en réarrangeant l'ensemble, nous obtenons le modèle à facteurs non codés de la puissance mécanique du moteur Stirling en fonction des quatre paramètres significatifs :

$$Y_{\text{mod}}^* = 996,7244 + 29,6168\dot{m}_{\text{eau}} + 86,4441P_i - 3,4441T_H + 13,5336\dot{m}_{\text{eau}}^2 + 5,4067P_i^2 + 0,0039T_H^2 - 0,5639T_f^2 \quad (5-12)$$

Tableau 5.12. Valeur du test de Student pour les différentes variables ainsi que la décision prise pour chacune d'elles

Variabes	T	T critique	Décision
b <sub>0</sub>	45,718	2,131	Signifiant
A	7,212		Signifiant
B	13,393		Signifiant
C	9,615		Signifiant
D	-0,646		Non Signifiant
A <sup>2</sup>	-3,139		Signifiant
B <sup>2</sup>	-3,597		Signifiant
C <sup>2</sup>	-3,98		Signifiant
D <sup>2</sup>	-3,842		Signifiant
AB	0,825		Non Signifiant
AC	0,707		Non Signifiant
AD	-0,182		Non Signifiant
BC	-1,396		Non Signifiant
BD	-0,101		Non Signifiant
CD	-0,223		Non Signifiant

Pour s'assurer de la signification des facteurs et des interactions adoptées, nous avons eu recours au test de Student. Ce test, qui sert à la comparaison d'une moyenne observée avec une valeur « attendue » pour un échantillon distribué selon une loi normale, est donné par :

$$t_j = \left| \frac{\hat{\beta}_j}{\sqrt{\hat{\sigma}^2 W_j}} \right| > t(\alpha, N - q - 1) \tag{5-13}$$

où  $\sigma$  est l'écart type des résidus et  $W_j$  est l'élément diagonal de la ligne  $j$  de la matrice  $(X'X)^{-1}$ .

Le tableau suivant récapitule les valeurs de Student des différentes variables, ainsi que la décision prise pour chaque variable. T critique est déterminée à partir de tables Statistiques retrouvée dans la littérature (Cf. Annexe 1).

### 2.2.5. Test de signification de la régression

Pour vérifier la signification de cette régression, nous avons calculé le coefficient de corrélation  $R^2$  ainsi que le coefficient de corrélation ajusté  $R^2_{aj}$ , et nous avons obtenu respectivement les valeurs 0,9633 et 0,9254. Ces deux coefficients sont calculés par les équations

(1.25) et (1.26). Ces valeurs élevées des coefficients de corrélation indiquent que l'écart entre le modèle et les points mesurés est très faible.

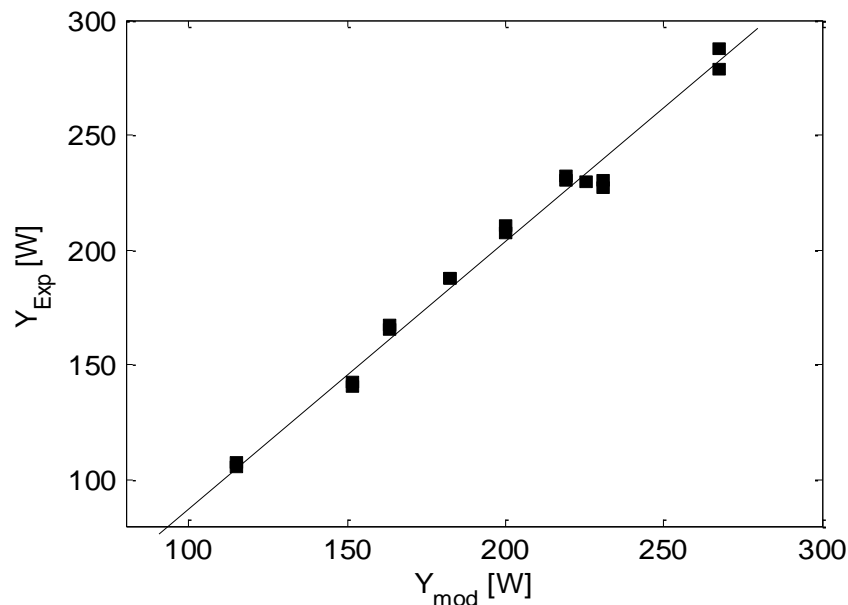


Figure 5.33. Évolution des résidus en fonction des valeurs expérimentales pour la puissance mécanique du moteur Stirling

En traçant les valeurs de la puissance mécanique par la régression en fonction des valeurs expérimentales, nous apercevons un nuage de points qui se regroupent autour de la droite  $y = x$  (Fig. 5.33). Cette figure donne une première idée sur la régression obtenue et montre que le modèle ainsi adopté est en bon accord avec l'expérience.

Nous avons aussi considéré la loi de Fischer-Snedcor, qui permet d'accepter le modèle à un risque  $\alpha$  si :

$$F(\alpha, q, N - q - 1) < \frac{MSCE_{totale}}{MSCE_{résidus}} \quad (5-14)$$

où  $q$  est le nombre de paramètres de la régression, MSCE est la moyenne des sommes des écarts des résidus ou des totales.

Tableau 5.13. Analyse de la variance pour la signification de la régression

	Somme des carrés des écarts	Nombre de degrés de liberté	MSCE	$\frac{MSCE_{totale}}{MSCE_{résidus}}$	F(0,05 ; 14 ; 15)
Régression	55565,2	14	3968,9	27,09	2,46
Résidus	2281,2	15	152,1		
Total	61156,1	30	4121		

Pour un niveau de signification de 0,05, la valeur critique de Fisher-Snedecor  $F(0,05,14,15)$  est inférieure à celle observée de Fisher-Snedecor qui est égale à 27,09. Ainsi, nous pouvons déduire que le modèle adopté est entièrement applicable avec un risque de 5%.

### 2.2.6. Paramètres optimaux de fonctionnement

A partir du modèle prédit, il est possible de déterminer les paramètres optimaux de fonctionnement du moteurs Stirling. Nous constatons que pour avoir une puissance mécanique optimale de l'ordre de 307,82 W, les valeurs optimales des différents facteurs sont celles résumées dans le tableau 5.14 ci-dessous.

Tableau 5.14. Paramètres optimaux pour le fonctionnement du moteur Stirling

Facteurs	Valeur codée	Valeur non codée
Débit de l'eau de refroidissement	1,596	7,34 l/min
Pression de charge	2	8 bar
Température de chauffage	2	500 °C
Temps de fonctionnement	1,798	19,19 mn

## 2.3. Étude de la réponse différence de température entre les deux côtés du régénérateur

### 2.3.1. Diagrammes de Pareto : Détermination des paramètres influant la différence de températures entre les côtés du régénérateur

Le diagramme de Pareto des effets normalisés pour la différence de température entre les deux côtés du régénérateur est représenté sur la figure 5.34. Sur le tableau 5.15, nous avons récapitulé les coefficients des variables codées avec les différentes interactions possibles.

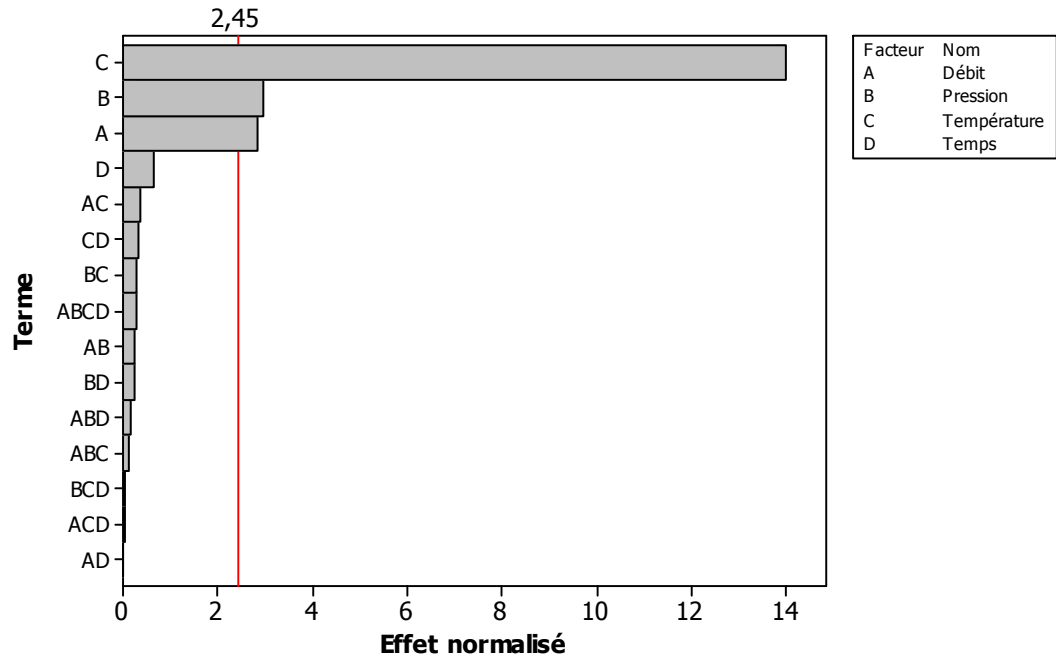


Tableau 5.15. Coefficients de régression des variables codés

Paramètres	Variables codées	Facteurs	Coefficient de régression (Coefficients codés)
$b_0$			-1,9419
$b_1$	A	Débit	-1,3258
$b_2$	B	Pression	1,0817
$b_3$	C	Température	4,595
$b_4$	D	Temps	0,3658
$b_{11}$	$A^2$	Débit * Débit	-0,6286
$b_{22}$	$B^2$	Pression * Pression	-1,0161
$b_{33}$	$C^2$	Température * Température	-0,4386
$b_{44}$	$D^2$	Temps * Temps	-0,7224
$b_{12}$	AB	Débit * Pression	0,0788
$b_{13}$	AC	Débit * Température	-0,1162
$b_{14}$	AD	Débit * Temps	-0,0013
$b_{23}$	BC	Pression * Température	-0,0975
$b_{24}$	BD	Pression * Temps	-0,075
$b_{34}$	CD	Température * Temps	-0,1125

Sur la figure 5-34, nous pouvons observer que la température de chauffage est le facteur le plus influant sur cette réponse. Les facteurs débit d'eau de refroidissement et pression de charge initiale sont aussi significatifs, mais avec une influence moins importante que celle de la température de chauffage. La barre représentative du facteur temps de fonctionnement ne dépasse pas la ligne de signifiante ; ce qui suppose que ce facteur n'est pas influant sur la dissymétrie de température dans le régénérateur. Sur le tableau 5.15, nous avons récapitulé les différentes variables ainsi que leurs coefficients de régression correspondant.

### 2.3.2. Graphique des effets principaux pour la différence de températures les deux côtés du régénérateur

Le diagramme des effets principaux de chaque facteur étudié sur la différence de températures entre les deux côtés du régénérateur est représenté sur la figure 4.51.

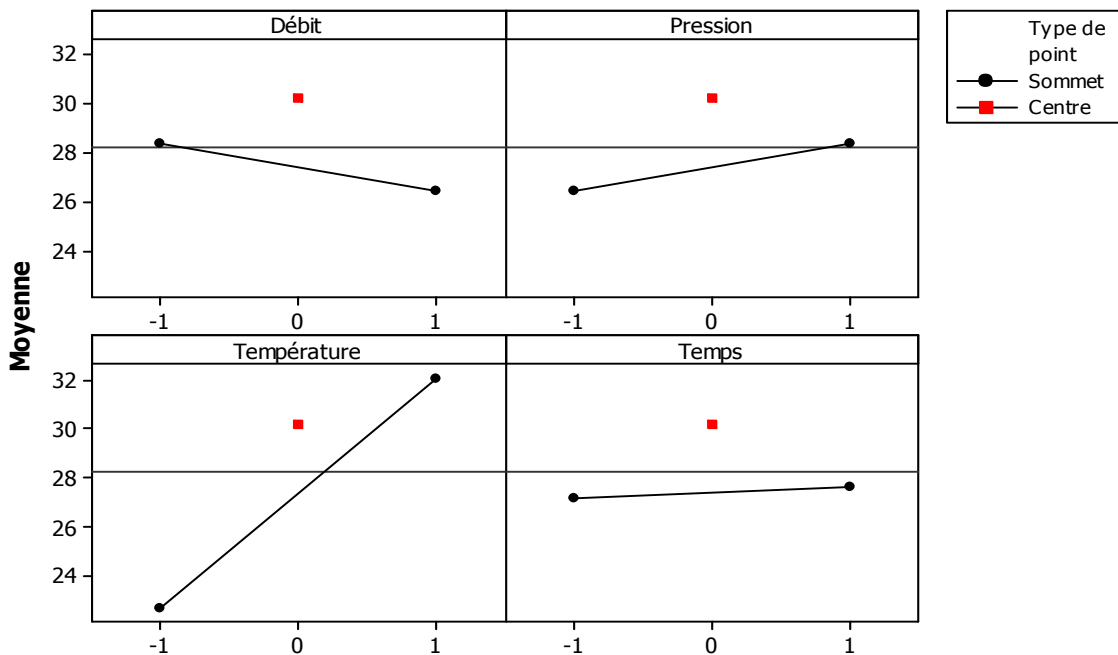


Figure 5.35. Principales projections des effets sur la différence de températures entre les côtés du régénérateur

Le passage du débit d'eau de refroidissement de son niveau le plus bas (-1) vers son niveau le plus haut (+1) présente une pente négative ; ce qui signifie que l'augmentation de ce débit d'eau de refroidissement engendre la diminution de la dissymétrie de température. En effet, l'augmentation du débit d'eau de refroidissement diminue la température du fluide de travail dans l'espace froid avant son passage vers le régénérateur. Contrairement, l'augmentation de la température (du niveau bas (-1) vers le niveau haut (+1)) produit une pente positive ; ce qui implique que l'augmentation de la température de chauffage cause l'augmentation de la dissymétrie de température entre les deux côtés du régénérateur. L'augmentation de la

température de chauffage conduit à l'augmentation de la température dans tout le moteur Stirling, et accentue la dissymétrie des transferts de chaleur sur une section donnée de la matrice poreuse. L'augmentation de la pression de charge initiale augmente aussi la différence de température entre les deux côtés du régénérateur. La courbe reproduite par le temps de fonctionnement représente une pente très faible (proche de zéro) ; ce qui implique que ce paramètre n'admet pas d'influecne sur la réponse étudiée.

Dans le diagramme d'interactions, si les lignes produites par deux facteurs lors de leurs passages du niveau le plus bas vers le niveau le plus haut sont parallèles, alors il n'y a pas d'interactions entre les deux facteurs considérés. Dans le cas contraire, les deux facteurs sont en interaction. Le diagramme d'interaction présenté dans la figure 5.36, montre que toutes les interactions possibles sont parallèles ; ce qui confirme l'indépendance entre les facteurs étudiés.

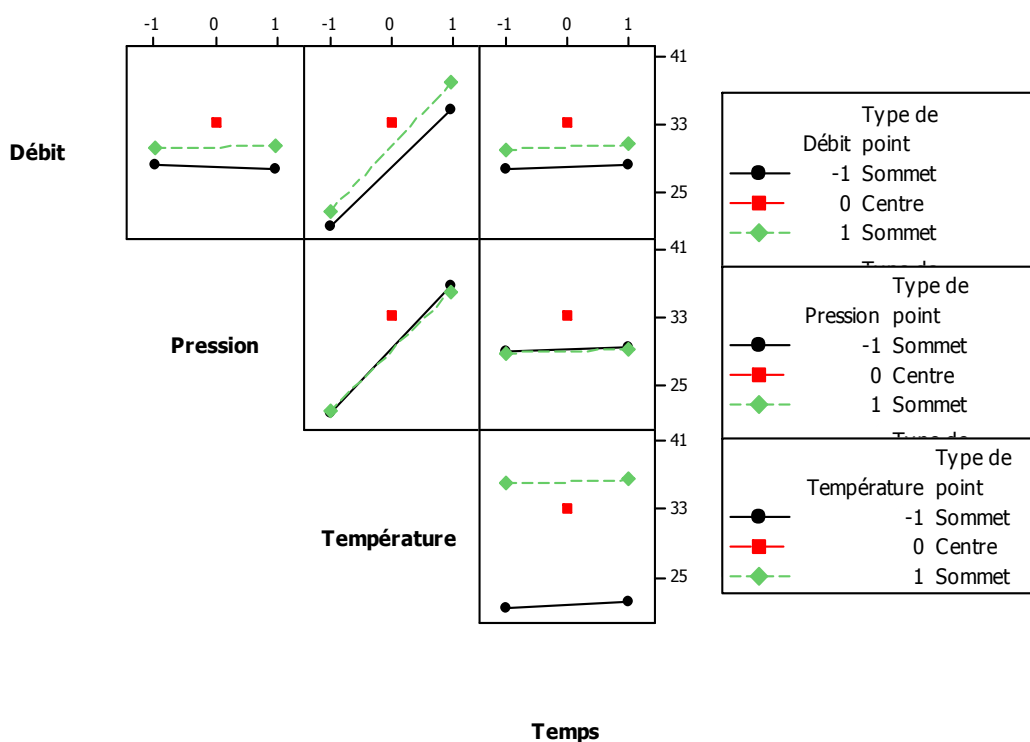


Figure 5.36. Diagrammes des interactions

### 2.3.3. Surface d'iso-réponse

Nous avons tracé les surfaces d'iso-réponse pour les trois facteurs influant sur la dissymétrie de température dans le régénérateur, qui sont la température de chauffage, le débit de refroidissement et la pression de charge initiale. Les facteurs seront tracés deux à deux.

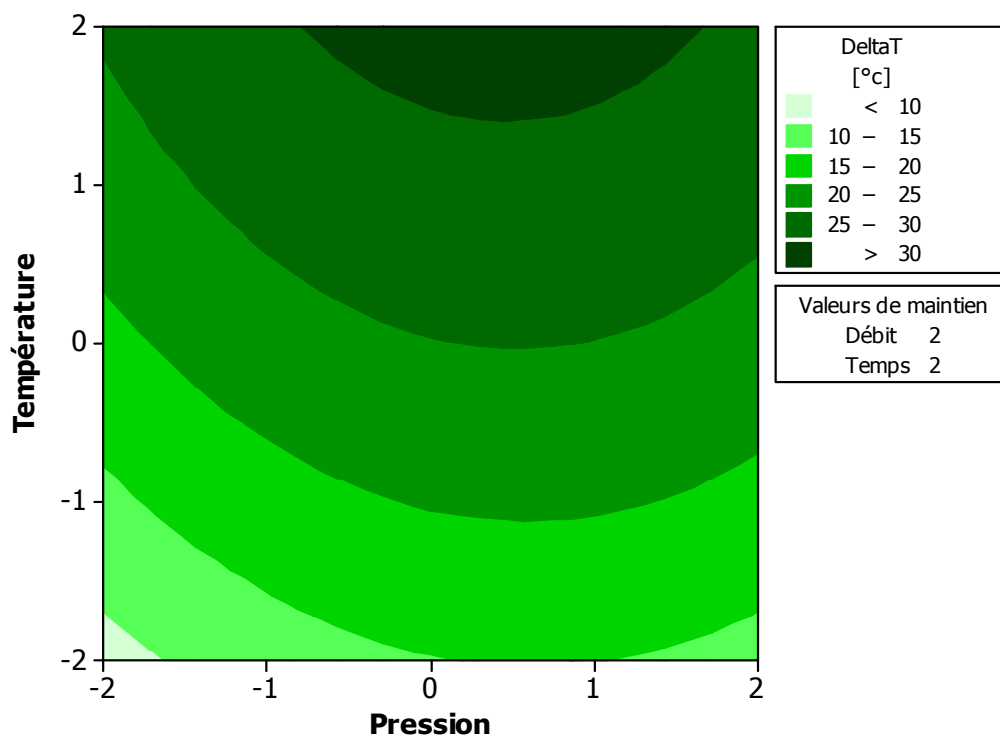


Figure 5.37. Surface d'iso-réponse montrant l'influence de la température de chauffage et de la pression initiale de charge sur la dissymétrie de température dans le régénérateur

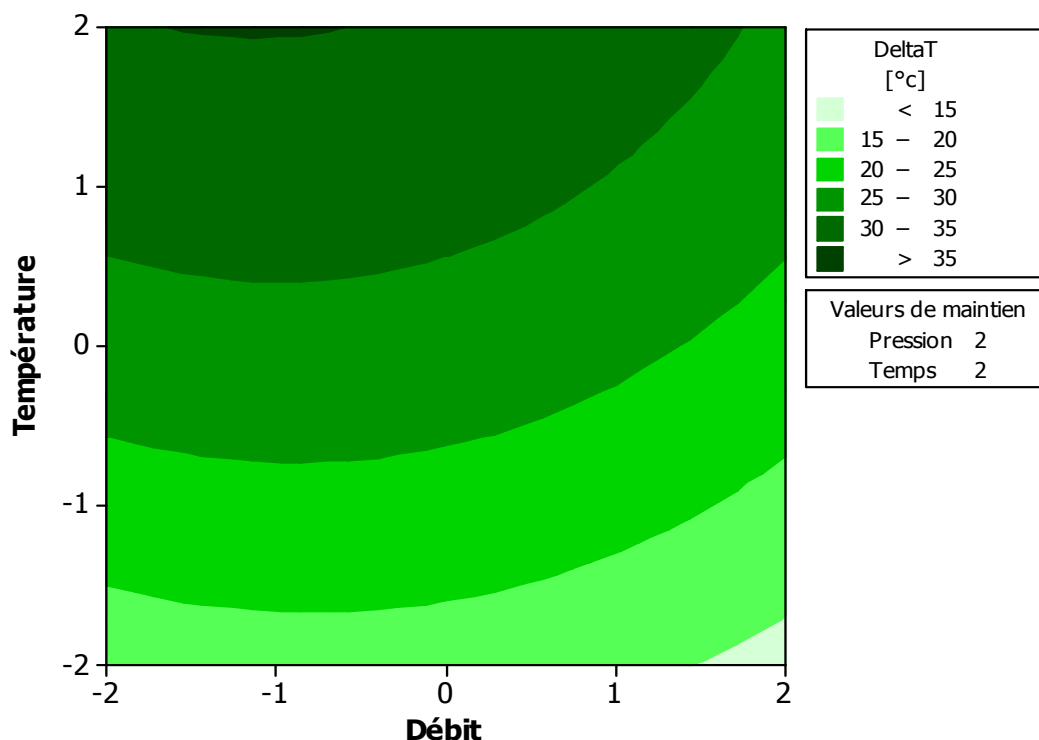


Figure 5.38. Surface d'iso-réponse montrant l'influence de la température de chauffage et du débit d'eau de refroidissement sur la dissymétrie de température dans le régénérateur

Pour les faibles températures de chauffage, la différence de températures entre les deux côtés (diamétralement opposés du régénérateur) est constamment faible ( $< 20\text{ °C}$ ) pour toutes les variations de la pression de charge initiale. Jusqu'à une température de chauffage de  $350\text{ °C}$

(niveau -1), nous gardons le même niveau de différence, mais au-delà de ce niveau la différence de températures entre les deux côtés (diamétralement opposés) du régénérateur augmente considérablement, atteignant ainsi un maximum supérieur à 30 °C pour une température de chauffage de 500 °C (niveau +2).

La figure 5.38 représente la surface d'iso-réponse de la différence de températures entre les deux côtés du régénérateur en fonction de la température de chauffage et du débit d'eau de refroidissement

Pour des faibles débits, la différence de températures entre les deux côtés du régénérateur augmente considérablement, atteignant les 35 °C pour une température de chauffage de 500 °C (niveau +2). En augmentant le débit d'eau de refroidissement, cette dissymétrie diminue. Pour une température de chauffage de 500 °C, et pour un débit d'eau de refroidissement maximal de 7 l/min, la différence de température est entre 25 °C et 30 °C.

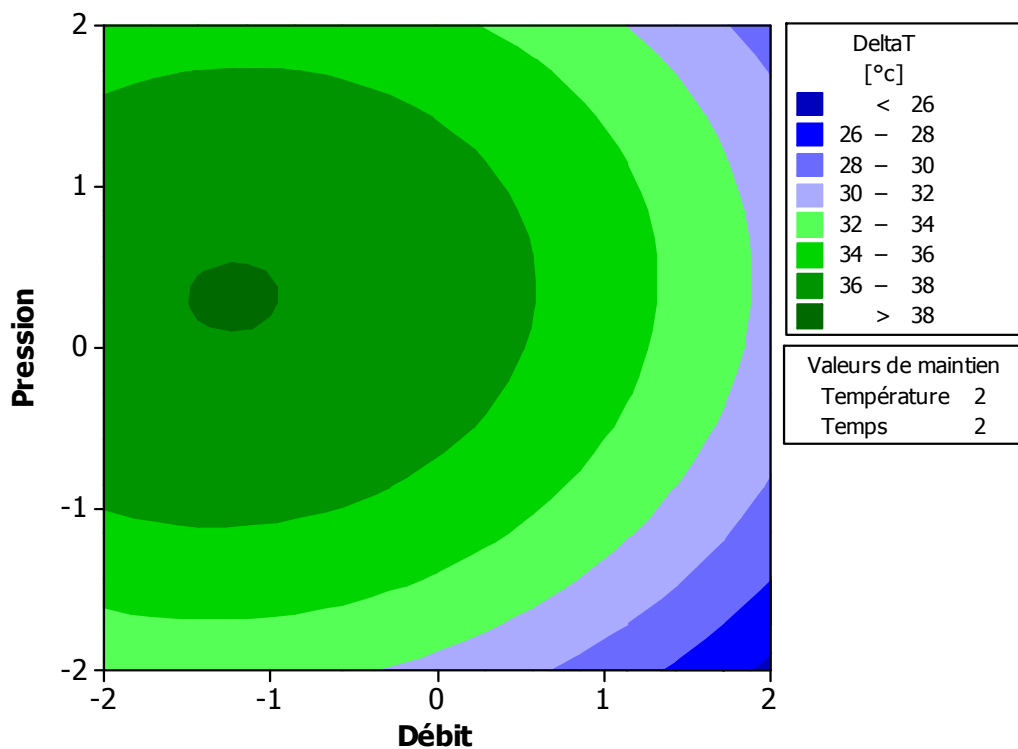


Figure 5.39. Surface de réponse montrant l'influence de la pression initiale de charge et du débit d'eau de refroidissement sur la dissymétrie de température dans le régénérateur

L'augmentation de la pression initiale de charge influence la différence de températures entre les deux côtés du régénérateur. Nous constatons qu'indépendamment du débit d'eau de refroidissement, une pression moyenne dans le moteur engendre la plus importante différence de température. L'augmentation du débit d'eau de refroidissement de son niveau le plus bas (-2) à son niveau le plus haut (+2), cause la diminution de cette différence de températures de 12 °C.

Une analyse par régression multiple a été effectuée pour obtenir un modèle quadratique de surface de réponse. Le modèle empirique, reliant la puissance mécanique du moteur au niveau codé de tous les facteurs étudiés est un modèle du second ordre (Eq. 5.6).

#### 2.3.4. Estimation de l'évolution de la différence de températures entre les deux côtés du régénérateur par régression linéaire

Certes, le diagramme de Pareto permet de détecter les facteurs et les interactions significatives, mais il ne permet pas de déterminer la signification des interactions quadratiques ( $A^2$ ,  $B^2$  et  $C^2$ ). De plus, il n'est pas assez précis pour les facteurs qui sont à la limite de la signification.

C'est pourquoi, nous sommes passés au test de la probabilité critique de chaque facteur. Pour prendre une décision sur la signification d'un facteur, trois hypothèses sont proposées.

Sur le tableau 5.16, nous avons récapitulé toutes les variables ainsi que les décisions prises pour chacune d'elles.

Tableau 5.16. Test de signification des facteurs et des interactions par probabilité critique

<b>Variabes</b>	<b>Probabilité Critique P</b>	<b>Décision Signification avec une erreur de 5% ?</b>
$b_0$	0,000	( $H_1$ ) Oui
A	0,000	( $H_1$ ) Oui
B	0,000	( $H_1$ ) Oui
C	0,000	( $H_1$ ) Oui
D	0,137	( $H_3$ ) Non
$A^2$	0,011	( $H_2$ ) On ne sait pas
$B^2$	0,000	( $H_1$ ) Oui
$C^2$	0,062	( $H_3$ ) Non
$D^2$	0,005	( $H_3$ ) On ne sait pas
AB	0,786	( $H_3$ ) Non
AC	0,689	( $H_3$ ) Non
AD	0,997	( $H_3$ ) Non
BC	0,737	( $H_3$ ) Non
BD	0,796	( $H_3$ ) Non
CD	0,699	( $H_3$ ) Non

Nous avons trouvé que le test de la probabilité critique n'est pas suffisant pour juger la signification des variables  $A^2$  et  $D^2$ . Ainsi, nous allons passer au test de Student pour juger la

signifiante de ces deux variables. Le test de Student sert à la comparaison d'une moyenne observée avec une valeur « attendue » pour un échantillon distribué selon une loi normale.

$$t_j = \left| \frac{\hat{\beta}_j}{\sqrt{\hat{\sigma}^2 W_j}} \right| > t(\alpha, N - q - 1) \tag{5-15}$$

où  $\sigma$  est l'écart type des résidus et  $W_j$  est l'élément diagonal de la ligne  $j$  de la matrice  $(X'X)^{-1}$ .

Le tableau suivant récapitule les valeurs de Student des différentes variables, ainsi que la décision prise pour chacune d'entre elles. T critique est déterminée à partir de table statistique (Cf. Annexe 1).

Variabes	T-Student	T-Student Critique	Décision
b <sub>0</sub>	-7,864	2,131	Signifiant
A	-5,695		Signifiant
B	4,646		Signifiant
C	19,736		Signifiant
D	1,571		Non Signifiant
A <sup>2</sup>	-2,894		Signifiant
B <sup>2</sup>	-4,678		Signifiant
C <sup>2</sup>	-2,019		Non Signifiant
D <sup>2</sup>	-3,325		Signifiant
AB	0,276		Non Signifiant
AC	-0,408		Non Signifiant
AD	-0,004		Non Signifiant
BC	-0,342		Non Signifiant
BD	-0,263		Non Signifiant
CD	-0,395		Non Signifiant

Ainsi, en considérant les variables significantes pour la réponse "différence de températures entre les deux côtés du régénérateur", le modèle empirique en fonction des variables codées s'écrit alors comme suit :

$$Y_{\text{mod}} = 32,1476 - 1,3258A + 1,0817B + 4,595C - 0,6286A^2 - 1,0161B^2 - 0,7224D^2 \tag{5-16}$$

En insérant les équations de (5-1) à (5-4) dans l'équation (5-12), et en réarrangeant l'ensemble, nous obtenons le modèle à facteurs non codés de la différence de températures entre les deux côtés du régénérateur en fonction des trois facteurs signifiants :

$$Y_{\text{mod}}^* = -38,4467 + 0,8276\dot{m}_{\text{eau}} + 7,998P_i + 0,0919T_H - 0,2227\dot{m}_{\text{eau}}^2 - 0,6503P_i^2 - 0,0451T_f^2 \quad (5-17)$$

### 2.3.5. Test de signification de la régression

Pour vérifier la signification de cette régression, nous avons calculé le coefficient de corrélation  $R^2$  et le coefficient de corrélation ajusté  $R^2_{\text{aj}}$ , et nous avons obtenu respectivement les valeurs 0,9721 et 0,9442. Ces deux coefficients sont calculés par les équations (1.25) et (1.26) déjà définis dans le premier chapitre. Ces valeurs élevées des coefficients de corrélation indiquent que l'écart entre le modèle et les points mesurés est très insignifiant (assez faible).

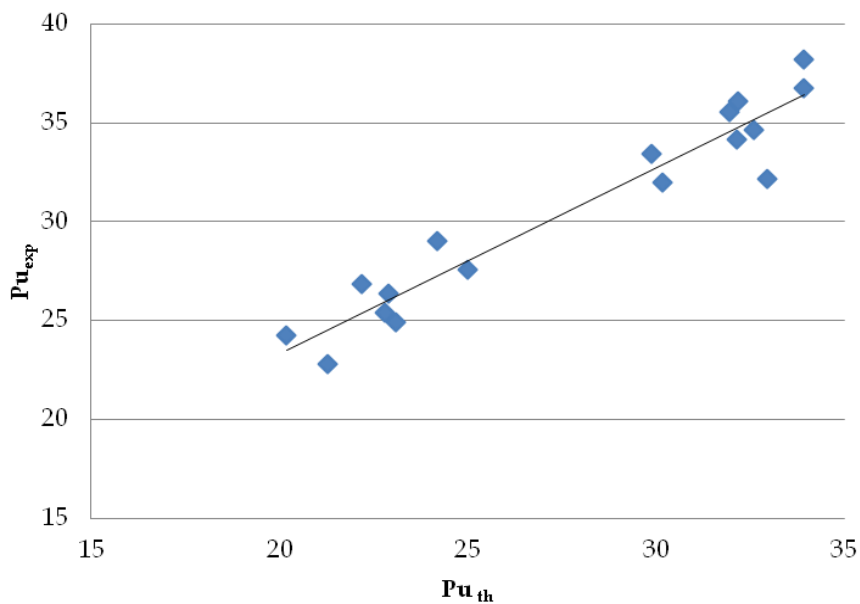


Figure 5.40. Évolution des différences de températures théorique en fonction des différences de températures expérimentale

Sur la figure 5.40, nous apercevons un nuage de points qui se regroupent autour de la droite  $y = x$  (Fig. 5.43). Cette évolution donne une première idée sur la régression ainsi obtenu, et montre qu'elle est en bonne cohérence avec les valeurs expérimentales.

Nous avons aussi considéré la loi de Fischer-Snedcor, qui permet d'accepter le modèle à un risque  $\alpha$ , choisi égal à 0,05. Ainsi, pour un niveau de signifiante de 0,05, la valeur critique de Fisher-Snedecor  $F(0,05,14,15)$  est inférieure à la valeur observée de 27,09. De ce fait, nous pouvons déduire que le modèle adopté est entièrement applicable avec un risque de 5%.

Tableau 5.17. Analyse de la variance pour la signification de la régression

	Somme des carrés des écarts	Nombre de degrés de liberté	MSCE	$\frac{MSCE_{totale}}{MSCE_{résidus}}$	F(0,05 ; 14 ; 15)
Régression	624,873	14	44,634	13,99	2,46
Résidus	19,514	15	1,301		
Total	698,875	30	45,935		

## 2.4. Optimisation multicritères

Vu que les deux réponses étudiées sont déterminantes pour le fonctionnement du moteur Stirling Gamma, nous avons jugé nécessaire d'étudier ces deux réponses à la fois. Pour cela, nous avons commencé par tracer les surfaces superposées des deux réponses en fonction de deux paramètres différents à chaque fois. L'optimisation de ces deux réponses a été faite selon les critères récapitulés dans le tableau ci-dessous.

Tableau 5.18. Critères d'optimisation des deux réponses

	<b>Différence de température entre les deux côtés du régénérateur [°C]</b>	<b>Puissance mécanique du moteur Stirling Gamma [W]</b>
Objectif	Minimiser	Maximiser
Valeur inférieur	20	200
Valeur supérieur	25	290
Cible	20	300
Importance	1	2

### 2.4.1. Graphique de surfaces superposées

Les surfaces superposées représentent une superposition des iso-surfaces des deux réponses étudiées. La partie commune permettant de produire le maximum de la puissance mécanique et le minimum de différence de températures entre les deux côtés du régénérateur est mise en évidence.

La figure 5.41 représente la surface superposée des deux réponses : puissance mécanique et différence de température entre les deux côtés du régénérateur en fonction de la température de chauffage et de la pression de charge initiale. Sur cette figure, nous pouvons constater qu'une pression de charge initiale maximale associée à une température de chauffage moyenne permet de donner une puissance mécanique entre 200 W et 290 W et une dissymétrie de température entre 25 °C et 35°C.

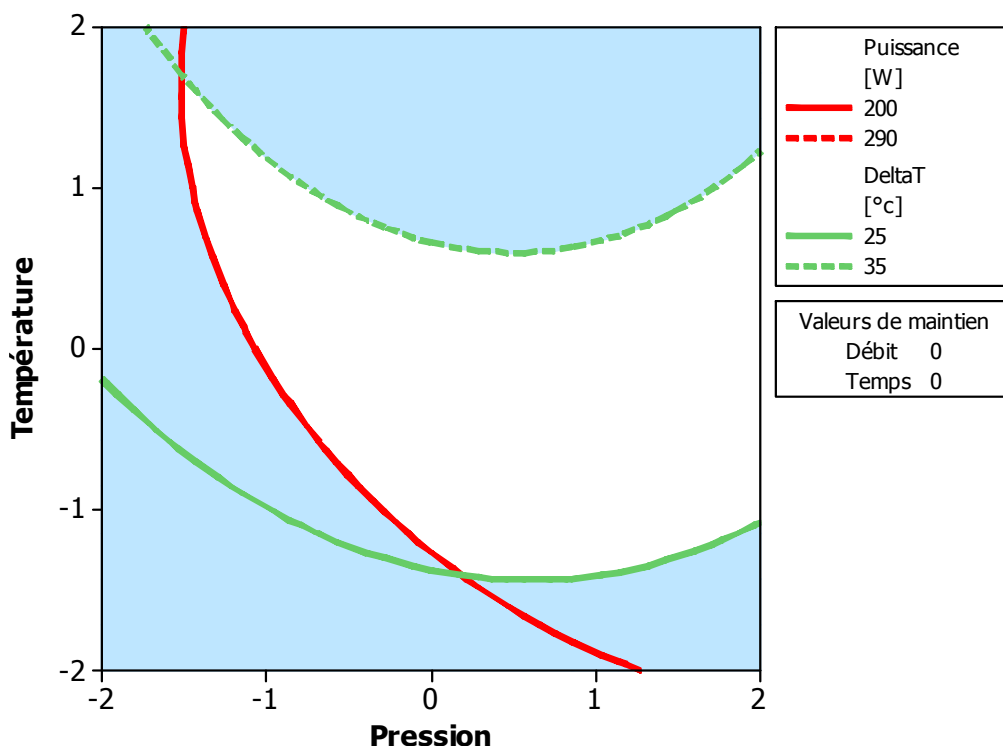


Figure 5.41. Surface superposée des deux réponses en fonction de la pression de charge initiale et de la température de chauffage

La figure 5.42 représente la surface superposée des deux réponses étudiées en fonction de la température de chauffage et du débit d'eau de refroidissement. Sur cette figure, nous pouvons voir qu'un débit maximal associé à une température de chauffage moyenne permet d'avoir les réponses voulues.

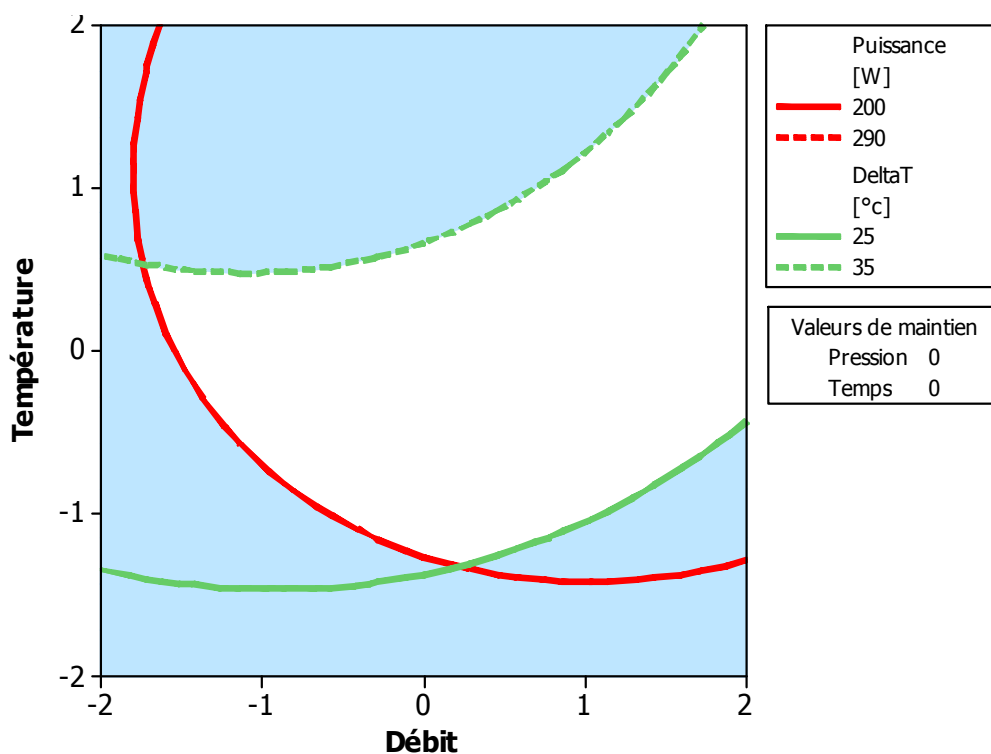


Figure 5.42. Surface superposée des deux réponses en fonction du débit d'eau de refroidissement et de la température de chauffage

L'influence de la pression de charge et du débit d'eau de refroidissement sur les deux réponses étudiées est représentée sous forme de surface superposée dans la figure 5.43. Une pression maximale associée à un débit moyen permet d'avoir les réponses dans les intervalles déjà fixés.

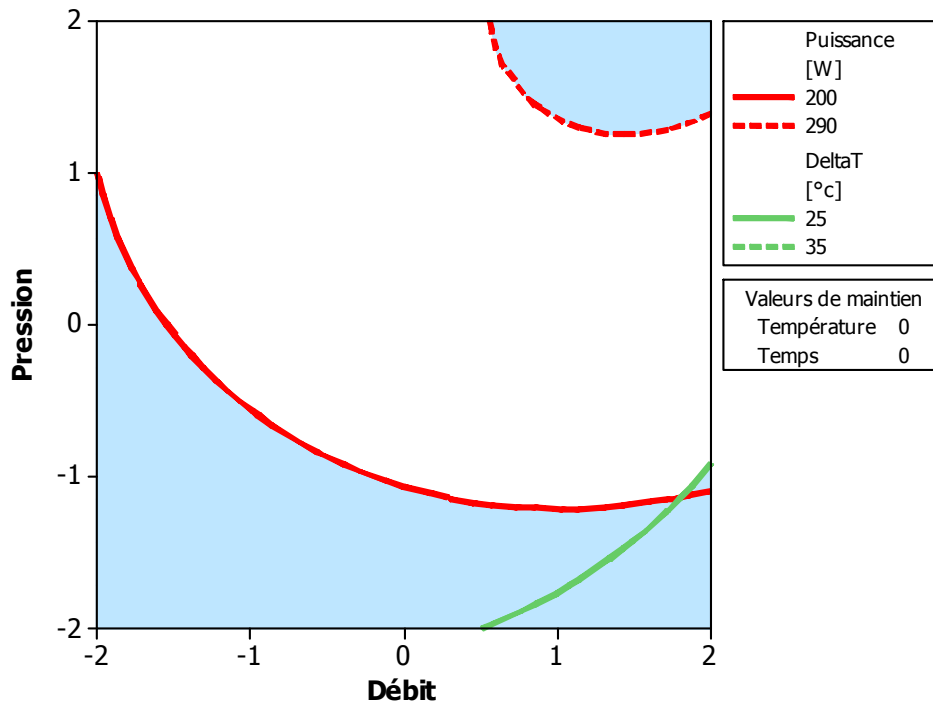


Figure 5.43. Surface superposée des deux réponses en fonction de la pression de charge initiale et du débit d'eau de refroidissement

#### 2.4.2. Optimisation des paramètres de fonctionnement

La figure 5.44 présente une optimisation multicritères des paramètres de fonctionnement étudiés. Les deux réponses considérées sont la puissance mécanique du moteur et la dissymétrie de température entre les deux côtés du régénérateur. Le tableau 5.19 récapitule les paramètres de fonctionnement optimaux permettant de donner une puissance mécanique 266 W et une différence de température 20 °C. Les réponses fixées dans le tableau 5.18 sont respectivement satisfaites à 66% et à 89%.

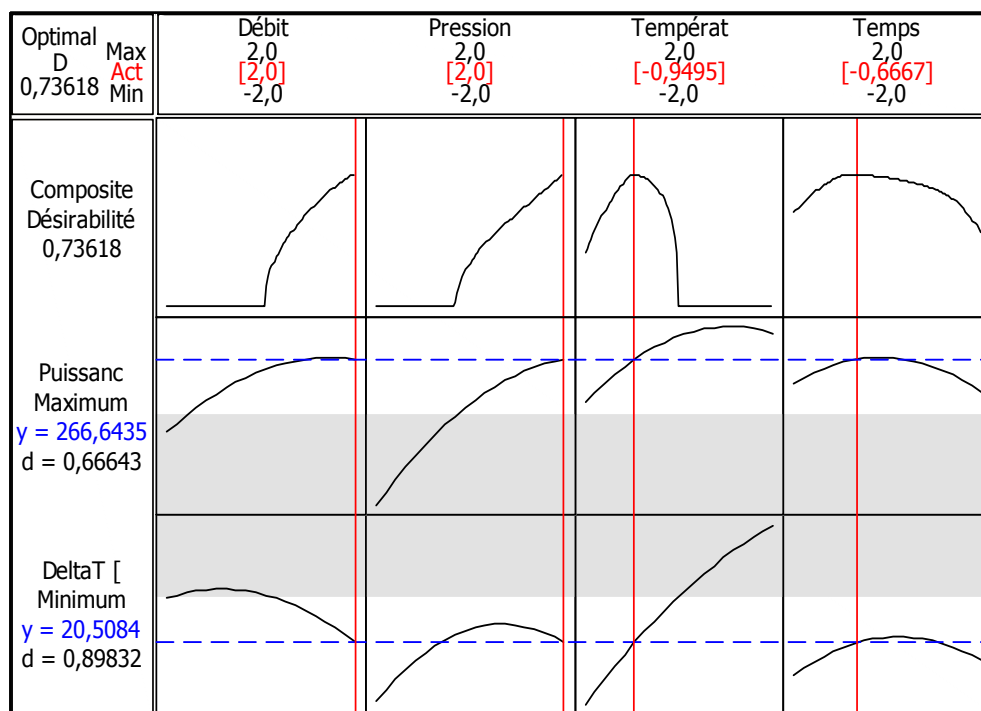


Figure 5.44. Détermination des paramètres optimaux conduisant à maximiser la puissance mécanique du moteur Stirling Gamma

Tableau 5.19. Paramètres optimaux pour le fonctionnement du moteur Stirling

Facteurs	Valeur codé	Valeur non codé
Débit de l'eau de refroidissement	2	8,1 l/mn
Pression de charge	2	8 bar
Température de chauffage	-0,9495	350 °C
Temps de fonctionnement	-0.6667	7 mn

### 3. CONCLUSION

L'optimisation des paramètres de fonctionnement du moteur Stirling Gamma a été faite dans un premier lieu selon une étude expérimentale uni-variante classique. Il a été démontré que la puissance du moteur augmente avec l'augmentation de la pression de charge initiale, avec la température de chauffage et avec le débit d'eau de refroidissement sans atteindre une limite supérieure. La puissance mécanique du moteur augmente aussi avec l'augmentation de la vitesse de rotation jusqu'à une certaine limite au-delà de laquelle elle commence à diminuer. La différence de températures entre l'entrée et la sortie du régénérateur augmente considérablement avec l'augmentation de la température de charge, diminue avec l'augmentation du débit d'eau de refroidissement et elle n'est pas influencée par les variations de la pression de charge initiale et la vitesse de rotation. Cette méthode permet de déterminer le comportement de la réponse étudiée

avec le changement de chaque facteur sans pour autant déterminer les valeurs optimales de ces derniers.

Une deuxième optimisation a été proposée, elle se base sur la méthode des plans d'expériences. Deux plans d'expériences différents ont été ainsi réalisés : un plan factoriel centré, et un plan Central Composite Rotatif. Au total, 31 expériences ont été réalisées pour faire l'étude des deux réponses choisies : puissance mécanique et différence de températures entre les deux côtés du régénérateur. Une représentation graphique de Pareto a été proposée. Cette dernière démontre que la pression de charge et la température de chauffage ont le plus grand effet sur la puissance mécanique délivrée par le moteur Stirling. Tandis que le débit de l'eau de refroidissement, il influence légèrement cette puissance mécanique. En ce qui concerne la différence de températures entre les deux côtés du régénérateur, la température de chauffage admet la plus grande influence alors que la pression de charge initiale et le débit d'eau de refroidissement sont légèrement influents. L'étude de l'influence des différents facteurs ainsi que les interactions possibles entre eux, a été vérifiée selon la probabilité critique, le test de Student et le test de Fisher.

A l'issue de ces deux études monocritères, et en prenant en considération les facteurs significatifs, deux modèles théoriques représentant respectivement la puissance mécanique et la différence de température entre les deux côtés du régénérateur en fonction des quatre paramètres de fonctionnement étudiés, ont été élaborés. La validité de ces deux modèles développés a été aussi étudiée.

Une modélisation par plan d'expériences multicritères a été également présentée. Nous avons cherché les paramètres de fonctionnement optimaux permettant de maximiser la puissance mécanique du moteur, et minimiser la différence de température entre les deux côtés diamétralement opposés du régénérateur. Une puissance mécanique de 260 W et une différence de température de 20 °C sont donc les valeurs optimales des réponses étudiées.



**Chapitre 6 : Validation des modèles  
développés sur les moteurs Stirling Bêta et  
Gamma**



# PARTIE A : ÉTUDE NUMÉRIQUE DU MOTEUR STIRLING BÊTA

## 1. INTRODUCTION

Les systèmes d'équations développés au chapitre 2, ont été appliqués au moteur Stirling Bêta et résolus sous Matlab ®. Les propriétés géométriques du moteur sont celles récapitulées dans le tableau 3.1. Les conditions initiales introduites dans les deux modèles sont présentées dans le tableau suivant 6.1.

Tableau 6.1. Conditions initiales introduites dans les modèles théoriques

Paramètres	Valeurs
$T_{\text{chaud}}$	500 °C
$T_{\text{froid}}$	15 °C
$T_{\text{amiante}}$	24 °C
$P_i$	1 bar
Fréquence	3,77 Hz

## 2. RESULTATS DES MODELES ADIABATIQUES : CLASSIQUE ET MODIFIE

### 2.1. Évolution des volumes dans les deux espaces de travail du moteur

Suite à une étude cinématique, nous avons pu reproduire théoriquement les variations de volume des espaces de compression et de détente du moteur Béta. Les équations ci-dessous ont été employées :

$$V_c = V_{clc} - A_c (B_c - Y_c) \quad (6-1)$$

$$V_e = V_{cle} - A_e (B_e - Y_e) \quad (6-2)$$

où  $V_{clc}$  est le volume maximal balayé dans l'espace de compression et  $V_{cle}$  est le volume maximal balayé dans l'espace de détente.

La figure 6.1 représente l'évolution des volumes de compression et de détente ainsi que le volume totale du moteur Stirling bêta. Les variations des trois volumes sont donc sinusoïdales. Un déphasage de  $90^\circ$  est enregistré entre les deux espaces de travail. Nous constatons que le volume de compression atteint sa valeur maximale quand le cycle n'a pas encore commencé, parce que le sens de l'écoulement du fluide de travail a été choisi arbitrairement de l'espace de compression vers l'espace d'expansion. Commenant dans l'espace de compression, le fluide de travail est pompé par le piston à travers le refroidisseur, le régénérateur et le réchauffeur pour atteindre enfin l'espace de détente. Le volume maximal du moteur est d'environ  $300 \text{ cm}^3$ . Le volume mort (volume non balayé dans les espaces de compression et de détente et le volume du refroidisseur, du réchauffeur et du régénérateur) devrait être maintenu zéro en théorie bien que ce soit environ  $150 \text{ cm}^3$  dans ce moteur. Il peut atteindre alors jusqu'à 50% du volume interne du fluide de travail dans la plupart des moteurs Stirling.

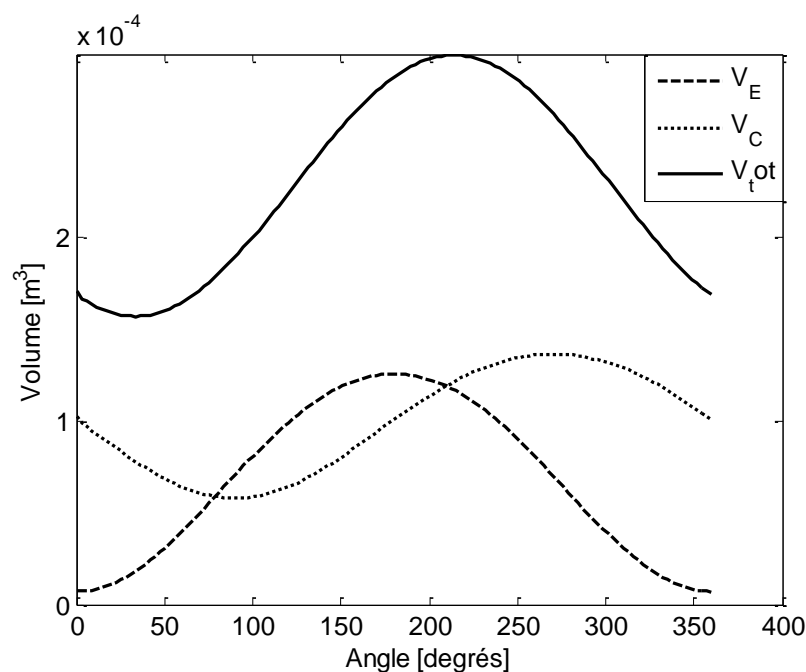


Figure 6.1. Variation théorique des volumes des espaces de compression et de détente et du volume total du moteur Bêta

## 2.2. Évolution de la pression dans le moteur

Le modèle adiabatique permet d'avoir la pression dans l'espace de compression dans le moteur Stirling. L'évolution des pressions théoriques en fonction de l'angle de rotation est représentée sur la figure 6.2.

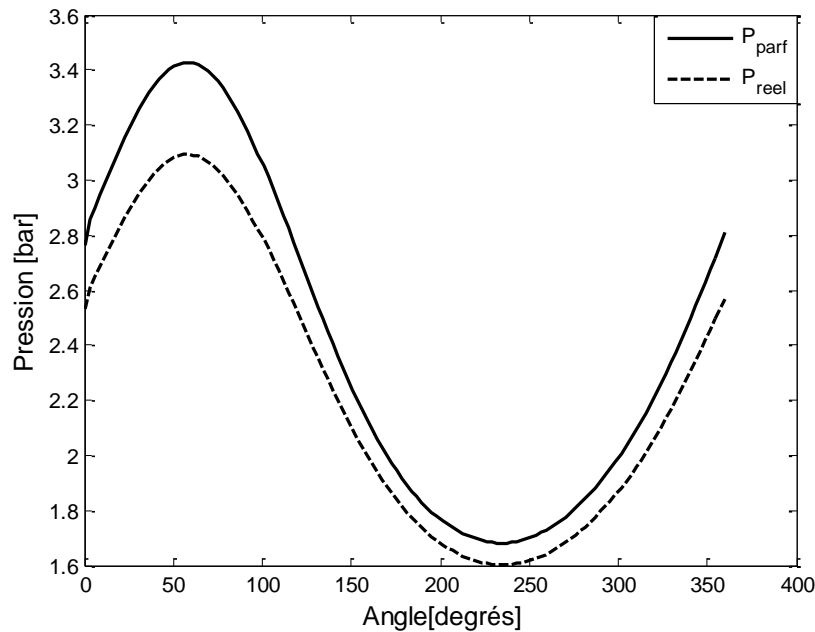


Figure 6.2. Évolution de la pression dans le moteur Bêta pour le modèle adiabatique classique et le modèle adiabatique modifié

Nous constatons l'existence d'un déphasage de  $180^\circ$  entre la pression maximale (angle de rotation  $50^\circ$ ) et la pression maximale (angle de rotation  $230^\circ$ ). Les deux courbes reproduisent la même allure sur un cycle. Les signaux sont périodiques avec une détente plus large. La pression moyenne donnée par le modèle adiabatique classique est de 2,25 bar, alors que celle donnée par le modèle adiabatique modifié est de 2,23 bar. Une légère différence est enregistrée entre les pressions calculées par les deux modèles. La pression produite par le modèle adiabatique avec l'hypothèse d'un gaz réel est moins importante que celle produite par le modèle adiabatique avec l'hypothèse d'un gaz parfait. L'amplitude des variations de la pression dans le cas d'un modèle à gaz réel est moins importante que celle de la pression obtenue par le modèle classique à gaz parfait.

### 2.3. Diagramme indicateur

Le diagramme indicateur (P,V) est très utilisé dans le domaine des moteurs à combustion interne pour le calcul du travail mécanique. Son aire est donc une mesure directe du travail mécanique fourni au piston à chaque cycle, mais il est aussi une image du cycle thermodynamique réalisé par le fluide. Cette dernière propriété résulte de l'hypothèse que le volume massique du fluide est directement proportionnel au volume du cylindre. Cette approximation peut être faite dans le cas des moteurs à combustion interne aussi, car les propriétés thermodynamiques des fluides sont assez uniformes au sein du cylindre (Stouffs, 1999).

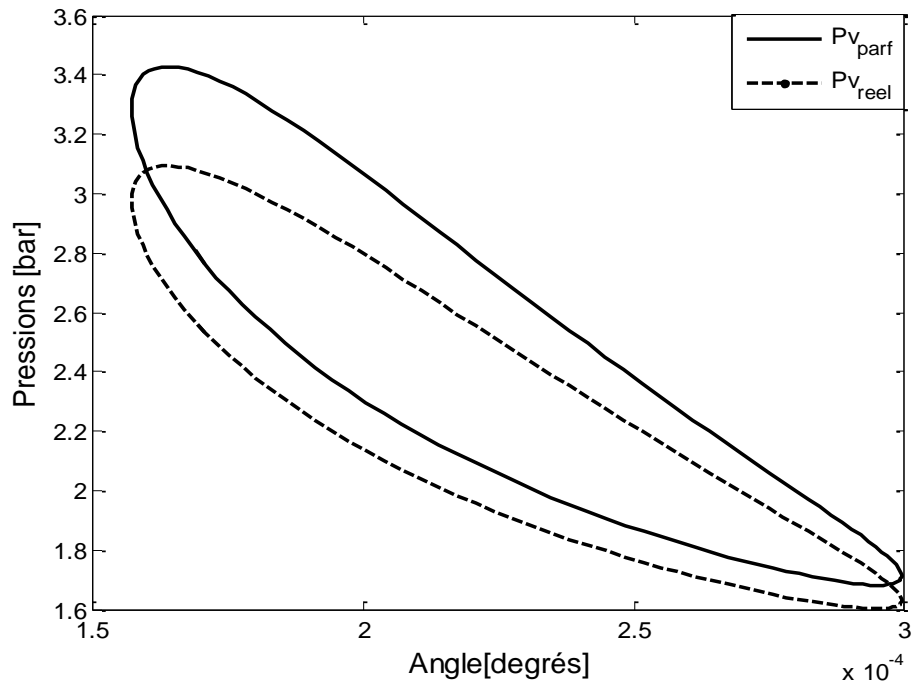


Figure 6.3. Diagrammes indicateurs (P,V) obtenus par les deux modèles AHGP et AHGR

Les deux diagrammes indicateurs présentent la même allure et des surfaces presque identiques. Le travail moyen produit dans le cas d'un modèle adiabatique avec l'hypothèse d'un gaz parfait est d'environ 17,02 W alors que celui produit dans le cas d'un modèle adiabatique avec l'hypothèse d'un gaz réel est de l'ordre de 16,76 W. Nous constatons une légère différence entre les travaux calculés par ces deux modèles.

## 2.4. Évolution des températures de compression et de détente

Sur la figure 6.4, nous avons représenté l'évolution de la température dans les espaces de compression et de détente.

Les deux températures évoluent d'une façon périodique, et sont en phase avec le signal de pression. Les températures des cylindres de compression et de détente sont quasiment en phase, alors que l'on aurait pu s'attendre à un déphasage de  $90^\circ$ , semblable à celui qui existe entre les mouvements des pistons. L'explication en est toujours la très grande sensibilité de la température aux variations de la pression dans le moteur. Nous constatons que les températures données par le modèle adiabatique modifiée sont légèrement inférieures à celle données par le modèle adiabatique classique.

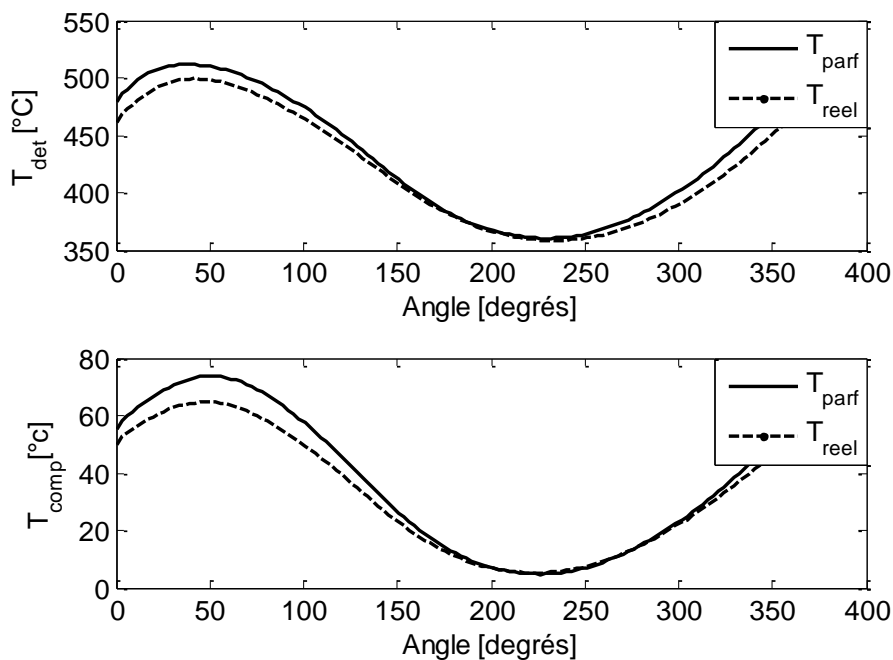


Figure 6.4. Évolutions des températures dans l'espace de compression et de détente pour les deux modèles théoriques étudiés

### 2.5. Quantités d'énergie dans le moteur

La figure 6.5 représente l'évolution de l'énergie dans les trois échangeurs de chaleur du moteur Bêta pour les deux modèles étudiés.

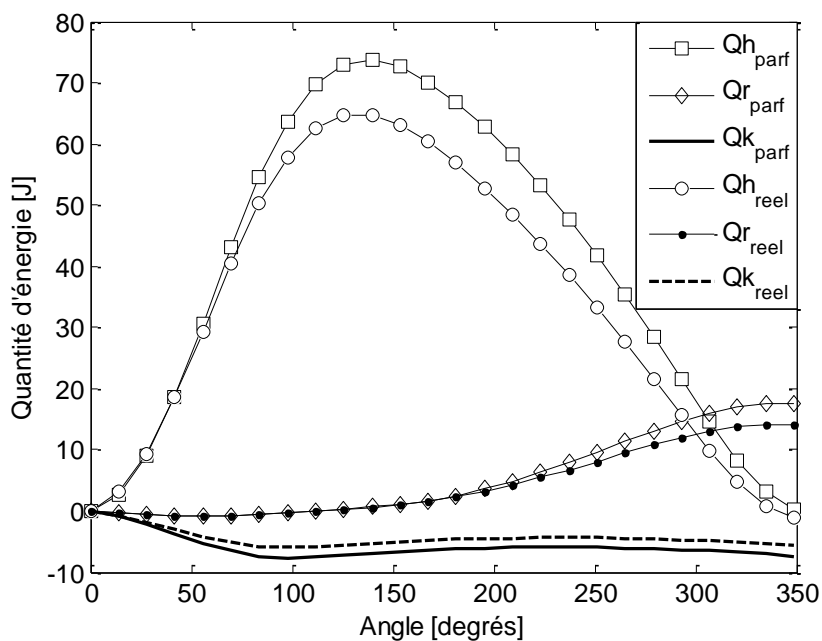


Figure 6.5. Variation des quantités d'énergie dans les échangeurs de chaleur du moteur Stirling Bêta

Le régénérateur présente la plus grande variation d'énergie ; ce qui souligne l'importance de ce dernier dans les machines Stirling. La quantité d'énergie échangée dans le régénérateur pour un modèle AHGP est de 32,37 J alors qu'elle est de 27,8 J pour le modèle AHGR. Une légère différence est enregistrée entre les deux modèles qui sont dues aux légères différences de pression et de température entre les deux modèles théoriques.

## 2.6. Performance du moteur Bêta

Le tableau 6.2 récapitule les performances du moteur Bêta, obtenues par les deux modèles adiabatiques théoriquement. Une légère diminution des performances pour le modèle AHGR par rapport au modèle AHGP est enregistrée. Cette diminution peut être interprétée par la formulation mathématique de chaque gaz. En effet, malgré la faible pression régissant le moteur Stirling Bêta, les termes de corrections de l'équation de van der Waals (correction de volume et interaction entre les molécules) ont pu influencer les résultats du modèle AHGR.

Tableau 6.2. Performances théoriques et expérimentales du moteurs Stirling Bêta

Modèle de simulation	Puissance (W)	Travail (J)
Modèle AHGP	71,73	18,02
Modèle AHGR	65,53	16,46
Résultats expérimentaux	22,00	11,00

## 3. RÉSULTATS DES MODÈLES QUASI-STATIONNAIRES : CLASSIQUE ET MODIFIÉ

Le modèle quasi-stationnaire développé dans le second chapitre, est ainsi appliqué au moteur Stirling Bêta. Les mêmes données géométriques et les mêmes conditions de travail ont été utilisées pour les modèles quasi-stationnaires. En effet, les mêmes variations de volumes obtenues par les modèles adiabatiques sont également retrouvées grâce aux modèles quasi-stationnaires.

La figure 6.6 représente l'évolution de la pression obtenue par les deux modèles quasi-stationnaires avec l'hypothèse d'un gaz parfait et celle d'un gaz réel. Les deux pressions suivent la même variation périodique, mais avec des extrêmes différents.

La pression obtenue par le modèle quasi-stationnaire avec l'hypothèse d'un gaz réel est la plus importante. La différence de pression observée entre les deux modèles est relativement peu importante (Fig. 6.7). Comme la définition d'un gaz parfait est déduite du comportement de tout gaz réel lorsque sa pression tend vers une pression nulle, alors pour des pressions élevées (supérieure à 5 bar, voire 10 bar), l'utilisation de gaz parfait dans un modèle thermodynamique ne reflète pas

la réalité expérimentale. Ainsi, une correction de volume et de pression (quantité  $\frac{a.n^2}{V^2}$ ) est nécessaire. Cette quantité représente la force d'attraction entre les molécules du gaz, quantité qui est négligée dans l'équation du gaz parfait selon Boltzmann (1895). En effet, pour les mêmes conditions, on obtient  $P_{\text{parf}} = 1,97$  bar et  $P_{\text{réel}} = 1,78$  bar.

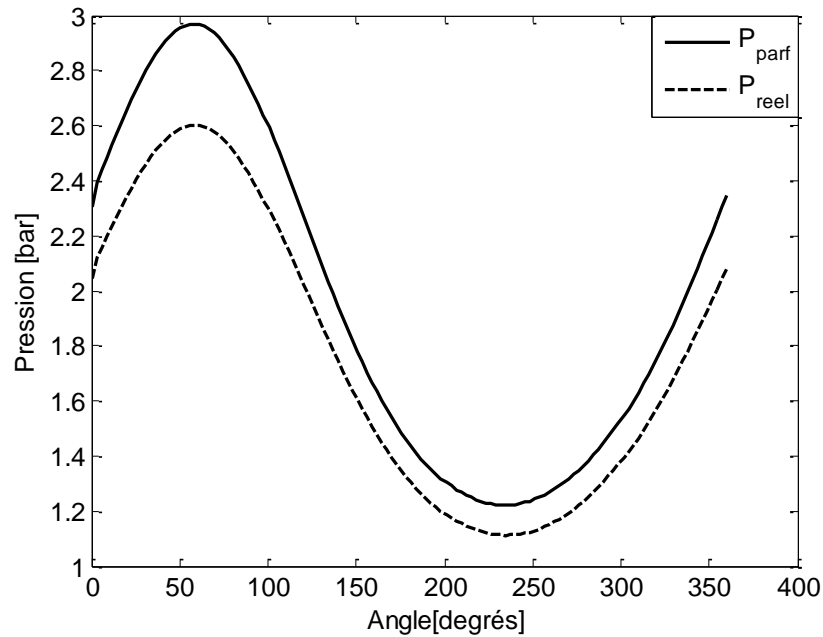


Figure 6.7. Évolution de la pression pour les deux modèles étudiés sur un cycle

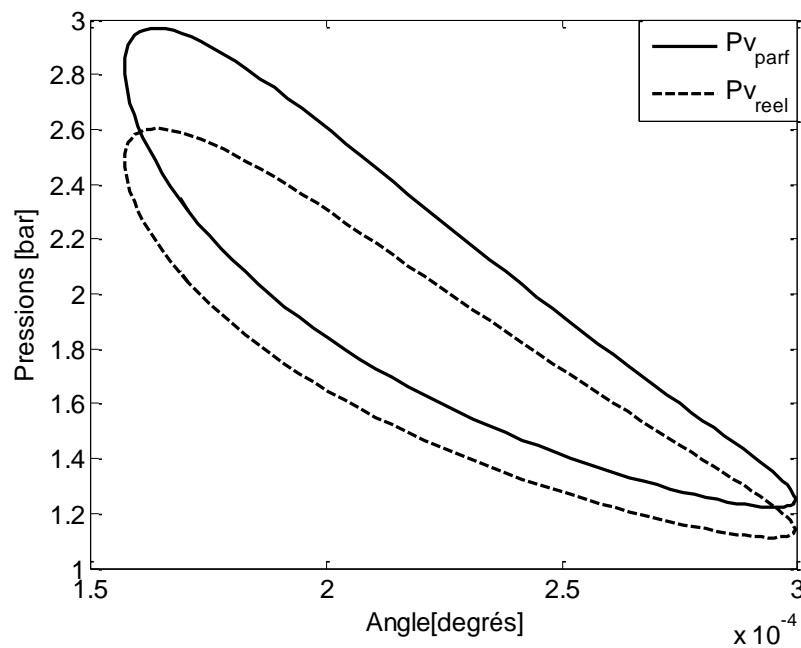


Figure 6.8. Diagrammes indicateurs

Une comparaison des performances du moteur Stirling Gamma, obtenus par les différents modèles, et par l'expérimentation sont récapitulés sur le tableau 6.3. Nous pouvons constater que les différents résultats théoriques sont très proches, et que ces derniers sont loin des résultats expérimentaux.

Tableau 6.3. Comparaison des résultats théoriques et des résultats expérimentaux

Modèle de simulation	Puissance (W)	Travail (J)
Adiabatique Parfait	71,73	18,02
Adiabatique Réel	65,53	16,46
Quasi-stationnaire Parfait	58,10	14,59
Quasi-stationnaire Réel	53,08	13,33
Résultats expérimentaux	22,00	11,00

#### 4. CONCLUSION

Les résultats numériques obtenus par les deux modèles adiabatiques sont presque identiques. Et ceux obtenus par les modèles quasi-stationnaires le sont également. En conclusion pour le moteur Bêta, qui fonctionne sans pression initiale, les modèles adiabatique et quasi-stationnaire avec l'hypothèse de gaz réel n'apportent quasiment aucun plus aux résultats numériques. En effet, les divergences entre un gaz parfait et un réel apparaissent pour les pressions importantes. Ces deux modèles, nous les avons appliqués à seconde configuration de moteur Stirling Gamma. Sur ce genre de moteur, une pression de charge initiale peut être appliquée.

Les modèles adiabatiques et quasi-stationnaires fournissent quasiment le même écart de pression entre les cas avec gaz parfait et avec gaz réel. Une diminution des performances du moteur Stirling Bêta est enregistrée par les deux modèles quasi-stationnaires. En effet, le modèle quasi-stationnaire prend en considération certaines pertes thermiques qui influencent les résultats de ce dernier.

# **PARTIE B : ÉTUDE NUMÉRIQUE DU MOTEUR STIRLING GAMMA**

## **1. INTRODUCTION**

La résolution des systèmes d'équations obtenus dans le chapitre 2, est faite sous Matlab®. Ainsi, ces modèles ont été appliqués au moteur Stirling de configuration Gamma. Nous avons pris en considération tous les paramètres géométriques et physiques du prototype. Les températures des sources chaude et froide ont été choisies en s'appuyant sur les conditions expérimentales de l'installation.

## **2. RÉSULTATS DES MODÈLES ADIABATIQUES AVEC L'HYPOTHÈSE D'UN GAZ PARFAIT (AHGP) ET ADIABATIQUE AVEC L'HYPOTHÈSE D'UN GAZ RÉEL (AHGR)**

### **2.1. Comparaison entre les deux modèles théoriques**

Pour des pressions importantes, l'hypothèse d'un gaz parfait n'est plus valide. Ainsi, nous avons introduit dans notre modèle théorique le paramètre pression de charge initiale dans le moteur Stirling. Les deux modèles : Adiabatique avec l'Hypothèse d'un Gaz Parfait (AHGP) et Adiabatique avec l'Hypothèse d'un Gaz Réel (AHGR), sont appliqués au moteur Stirling de type Gamma présenté au chapitre 3. Le tableau 6.4 récapitule les valeurs numériques obtenues par les deux modèles.

Tableau 6.4. Résultats théoriques obtenues par les deux modèles adiabatiques

	<i>AHGR</i>	<i>AHGP</i>
Pression ( $P_i = 2,5\text{bar}$ )	5,13	5,35
W ( $P_i = 2,5\text{ bar}$ )	26,00	31,00
Pression ( $P_i = 9\text{ bar}$ )	15,68	22,66
W ( $P_i = 9\text{ bar}$ )	59,00	80,00

Globalement, les pressions obtenues par le modèle AHGP sont plus élevées que celles obtenues par le modèle AHGR. Pour les faibles pressions de charge initiales ( $P_i < 5\text{ bar}$ ), les deux modèles donnent des résultats semblables. Pour des pressions de charges plus importantes ( $P_i > 5\text{ bar}$ ), les résultats donnés par le modèle AHGP sont plus élevés. Il est à noter aussi que la différence de pressions entre les deux modèles croît avec l'augmentation de la pression de charge initiale. La différence observée entre les deux modèles peut être expliquée par la formulation de chacun de ces derniers. En effet, le comportement du gaz réel est gouverné par l'équation de Van der Waals. Cette dernière inclut un facteur de correction de la pression ( $n^2 \cdot a / M^2 \cdot V^2$ ) dont l'effet apparaît pour les pressions importantes. Le travail produit par un moteur Stirling est strictement lié à la pression interne du moteur. Ainsi, comme pour la pression, le travail obtenu par le modèle AHGP doit être supérieur à celui obtenu par le modèle AHGR.

## 2.2. Évolution de la masse initiale du fluide de travail dans le moteur

Les performances d'un moteur Stirling sont très sensibles à la qualité et la quantité du fluide de travail. La masse initiale dans le moteur Stirling Gamma est calculée selon l'équation d'état du gaz parfait pour le modèle AHGP et selon l'équation d'état de Van der Waals pour le modèle AHGR.

Nous avons présenté sur la figure 6.8 l'évolution de la masse initiale du fluide de travail dans le moteur Gamma en fonction de la pression initiale de charge. Il est à noter que la masse initiale obtenue par les deux modèles augmente avec l'augmentation de la pression initiale de charge. La masse initiale calculée par le modèle AHGP est plus importante que celle calculée par le modèle AHGR. La différence entre ces deux masses calculées augmente avec l'accroissement de la pression initiale de charge. La différence remarquée entre les résultats des deux modèles est ramenée à la formulation de chaque type de gaz. La masse ainsi obtenue selon le modèle AHGR prend en considération le covolume et les forces d'interactions entre les molécules, coefficients introduits dans l'équation d'état de Van der Waals.

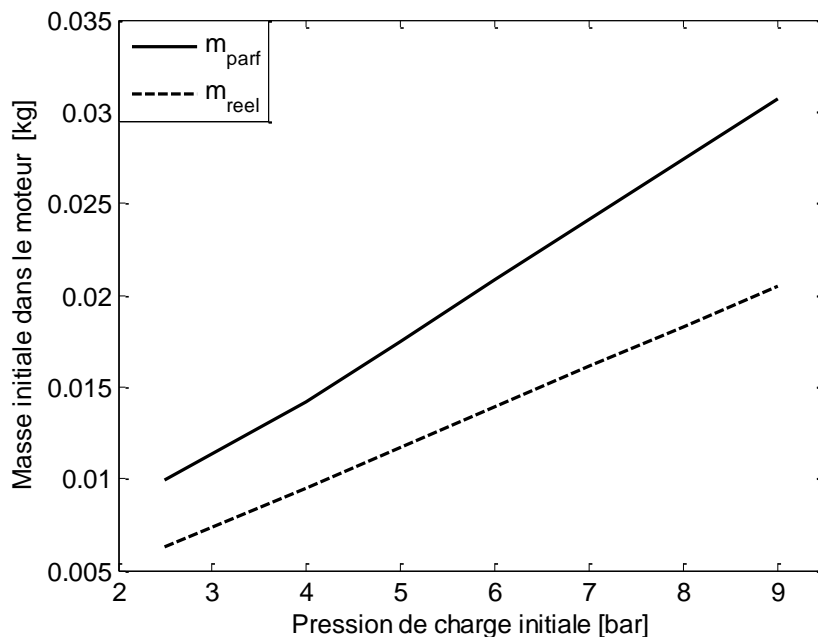


Figure 6.9. Évolution de la masse initiale dans le moteur Stirling Gamma en fonction de la pression initiale de charge

### 2.3. Évolution de la température dans les deux espaces de travail

Les températures des espaces de compression et de détente obtenues selon les modèles quasi-stationnaires classique et modifié sont représentées sur la figure 6.10.

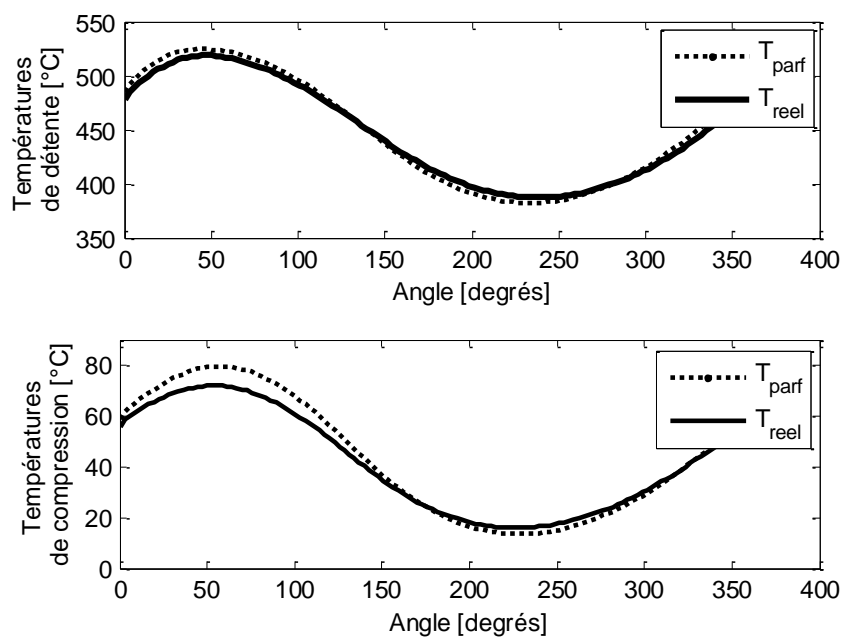


Figure 6.10. Évolution des températures dans les espaces de compression et de détente

Nous pouvons noter que les températures de compression et de détente, données par les deux modèles suivent une évolution quasi-sinusoïdale. En effet, l'augmentation de la pression de charge initiale n'engendre pas de variations significatives sur les températures des deux espaces de travail.

### 3. RÉSULTATS DES MODÈLES QUASI-STATIONNAIRES AVEC L'HYPOTHÈSE D'UN GAZ PARFAIT (QSHGP) ET QUASI-STATIONNAIRE AVEC L'HYPOTHÈSE D'UN GAZ RÉEL (QSHGR)

Sur le tableau 6.5, nous avons marqué les travaux théoriques obtenus par les modèles thermodynamiques classiques AHGP et QSHGP et les modèles thermodynamiques quasi-stationnaires QSGP et QSGR. Les résultats obtenus par le modèle QSGR sont les plus faibles, et ceci indépendamment de la pression de charge appliquée.

Tableau 6.5. Résultats théoriques obtenus par les modèles théoriques

	AHGR	AHGP	QSHGR	QSHGP
Pression ( $P_i = 2,5\text{bar}$ )	4,65	5,38	3,42	3,44
W ( $P_i = 2,5\text{ bar}$ )	26,00	31,00	25,71	25,74
Pression ( $P_i = 9\text{ bar}$ )	15,68	22,66	13,11	21,44
W ( $P_i = 9\text{ bar}$ )	59,00	80,00	47,45	75,55

### 4. COMPARAISON DES RÉSULTANTS THÉORIQUES AVEC LES RÉSULTANTS EXPÉRIMENTAUX

#### 4.1. Évolution de la pression de détente expérimentale et théorique

Les mêmes conditions imposées dans les modèles théoriques ont été également fixées sur le moteur Stirling Gamma. Sur la figure 6.11, nous avons représenté l'évolution de la pression de détente obtenue théoriquement et expérimentalement pour une pression de charge initiale de 2,5 bar. L'examen de cette figure révèle que les trois courbes présentent la même allure. La pression de détente obtenue expérimentalement est de 3,7 bar, alors que celle obtenue par le modèle QSHGP est de 5,7 bar et celle obtenue par le modèle QSHGR est de 5,63 bar. Les résultats obtenus par les deux modèles théoriques quasi-stationnaire sont proches des résultats expérimentaux, mais certaines différences notables subsistent. Ces dernières sont dues principalement aux faits que les pertes thermiques dans le moteur sont considérées comme négligeables dans les modèles théoriques établis.

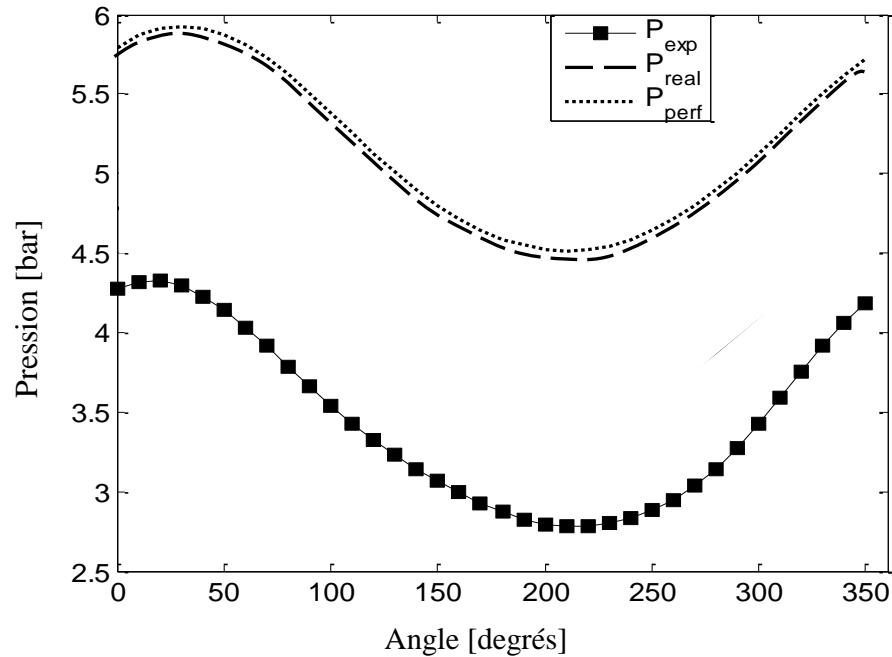


Figure 6.11. Évolution de la pression de détente théorique et expérimentale pour une pression de charge initiale  $P_i = 2,5$  bar

#### 4.2. Évolution du travail théorique et expérimental

La figure 6.12 montre l'évolution du travail expérimental et théorique en fonction de la pression de charge initiale. Pour une pression de charge initiale de 5 bar, le travail expérimental délivré par le moteur est de 26 J/cycle, alors que les travaux théoriques calculés sont de 37J/cycle pour le modèle QSHGR et de 48 J/cycle pour le modèle QSHGP. Nous pouvons constater encore une fois que les trois travaux représentés augmentent avec l'augmentation de la pression de charge initiale. Les résultats obtenus par le modèles QSHGR sont plus proches des résultats expérimentaux. Nous avons retenus les mêmes conclusions concernant la variation du travail théorique et expérimental avec la température de chauffage.

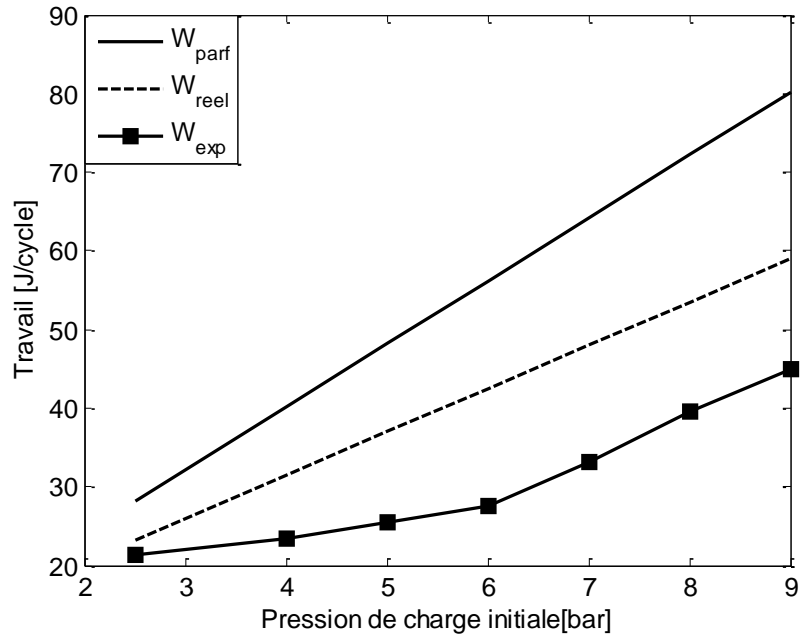


Figure 6.12. Évolution du travail théorique et expérimental en fonction de la pression de charge initiale

Comme cela a été précédemment indiqué, nous allons retenir les mêmes conclusions pour l'évolution du travail expérimental et théorique avec la température de chauffage.

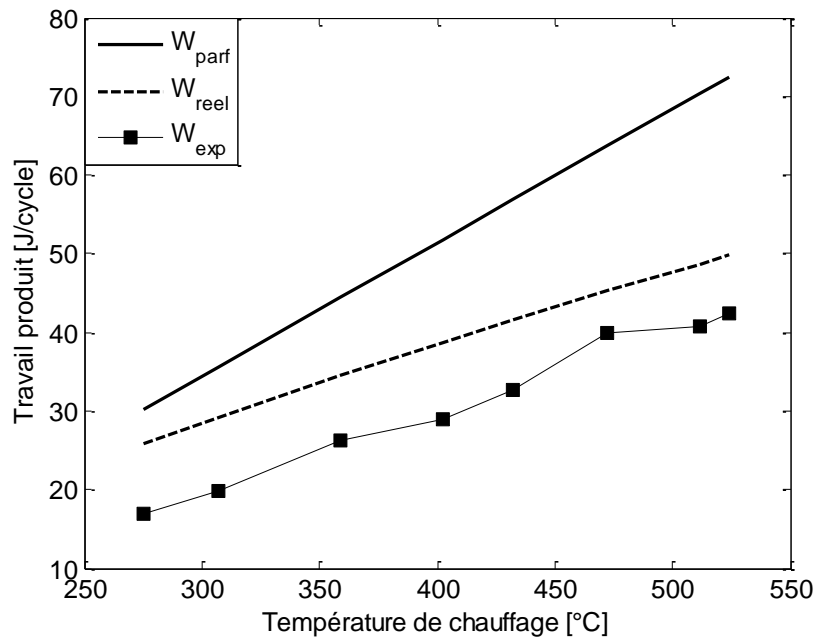


Figure 6.13. Évolution du travail expérimental et théorique en fonction de la température de chauffage

### 4.3. Évolution de la puissance théorique et expérimentale

La figure 6.14 récapitule l'évolution des puissances théoriques obtenues par les quatre modèles thermodynamiques : AHGP, AHGR, QSHGP et QSHGR ainsi que la puissance expérimentale, et ceci en fonction de la pression de charge initiale du moteur. Nous constatons que la puissance fournie par le moteur Stirling augmente avec la pression de charge initiale dans tous les cas représentés. Les modèles quasi-stationnaires présentent les résultats les plus proches de ceux obtenus expérimentalement, et plus particulièrement le modèle QSHGR.

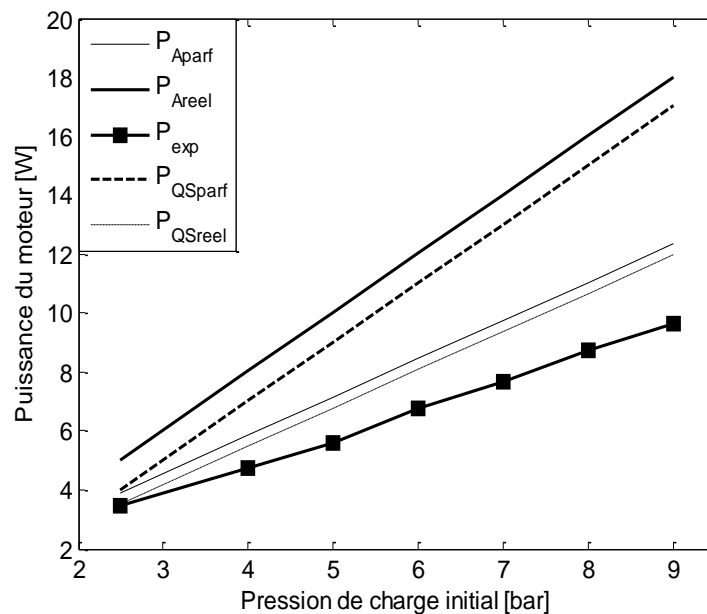


Figure 6.14. Évolution de la puissance du moteur avec la pression de charge

## 5. CONCLUSION

D'après les résultats obtenus dans ce chapitre, nous avons constaté que le modèle quasi-stationnaire est le plus réaliste et prédit des résultats proches de ceux obtenus expérimentalement. En effet, ce modèle prend en considération les pertes par frottement, par pertes de charge dues aux singularités ainsi que la différence de températures entre les différents compartiments du moteur Stirling Gamma étudié. Le modèle quasi-stationnaire n'est pas aussi complet. Nous pouvons lui ajouter les pertes par conduction thermique, les pertes d'énergie dans les échangeurs et dans le mouvement des pistons (les pertes par effet Navette) pour le rendre plus efficace.

Le travail expérimental ainsi obtenu est d'environ 46J/cycle. Les travaux théoriques calculés sont pour tous les modèles théoriques, plus importants que celui obtenu expérimentalement. Les résultats théoriques ainsi obtenus par les modèles de gaz réels, sont plus proches des résultats expérimentaux. Toutefois, le coefficient correcteur de l'équation d'état de Van Der Waals permet de corriger la réponse pour des pressions importantes dans le moteur

Stirling. L'augmentation de la pression de charge initiale ne fait qu'engendrer une augmentation de l'écart entre les deux modèles théoriques. En effet, l'hypothèse des gaz parfaits n'est plus applicable pour des pressions internes importantes. Nous pouvons conclure alors que l'augmentation de la pression de charge améliore les performances du moteur Stirling.

## CONCLUSIONS ET PERSPECTIVES

Ce travail concerne l'étude théorique et expérimentale des moteurs Stirling. Dans cette étude, deux moteurs Stirling de configurations différentes Bêta et Gamma, ont été choisis.

Dans un premier temps, une étude bibliographique exhaustive nous a permis de présenter le cycle de Stirling ainsi que le principe de fonctionnement de ce genre de machine thermique quelque soit sa configuration. Pour cela, nous avons aussi passé en revue les avantages, les inconvénients, les domaines d'applications de ce genre de moteur en s'appuyant sur les travaux les plus pertinents et les plus récents qui ont été réalisés sur les moteurs Stirling.

Par la suite, nous avons adopté dans notre démarche théorique le modèle adiabatique pour étudier thermodynamiquement le fonctionnement des moteurs Stirling. En effet, à partir du modèle classique basé sur l'hypothèse de gaz parfait, nous avons étendu dans un premier temps l'étude de ce modèle adiabatique à un gaz réel obéissant à l'équation d'état de van der Waals. Dans une seconde étape, c'est le modèle quasi-stationnaire classique, basé toujours sur la même formulation adiabatique classique où certaines pertes lui sont intégrées, qui a été aussi adapté puis établi de la même façon mais avec des conditions de gaz réels. En effet, l'équation des gaz parfaits n'est plus applicable lorsque la pression devient importante. C'est pourquoi, nous avons ajouté le paramètre "pression de charge initiale" qui joue un rôle primordial. Les systèmes d'équations ainsi obtenus, ont été résolus numériquement sous Matlab®. Ces modèles que nous avons développés ont été appliqués au moteur Stirling de configurations Bêta et Gamma. Nous avons conclu, qu'à faibles pressions du fluide de travail, les deux modèles adiabatiques ainsi que les deux autres quasi-stationnaires conduisent aux mêmes résultats, alors que pour d'importantes pressions de charge ces différents modèles avec hypothèse de gaz réel prédisent des résultats plus proches de ceux obtenus expérimentalement.

Nous sommes ensuite passés à la présentation des deux moteurs Stirling Bêta et Gamma que nous avons mis en place avec leurs métrologies quasi-complètes. Le moteur Stirling Bêta est équipé par un capteur de pression, un capteur de positions et différents thermocouples pour mesurer la température du fluide de travail à l'intérieur du moteur ainsi que la différence de températures entre l'entrée et la sortie du circuit d'eau de refroidissement. Une cellule photovoltaïque assez sensible a été employée pour mesurer la vitesse de rotation du moteur Stirling Bêta, qui est un paramètre important dans l'étude des moteurs. Deux chaînes d'acquisitions commandées par deux ordinateurs différents ont été employées pour l'acquisition synchronisée des différents signaux en régime quasi-stationnaire. Des programmes d'acquisition et de post-traitement de données que nous avons élaborés sous Matlab®, ont été ainsi utilisés.

Pour la configuration du moteur Stirling Gamma, elle a été tout d'abord revue et complètement modifiée pour répondre convenablement à nos exigences expérimentales assez précises. Après l'avoir modifié, ce moteur a été entièrement revu en matière d'équipements de mesures. En effet, il a été équipé par deux capteurs de pressions à réponse fréquentielle assez rapide. Le premier a été placé dans l'espace de compression refroidi (cylindre froid), et le second sur l'espace de détente (cylindre chaud). Mais comme ce dernier est à température assez élevée, il a fallu penser à la conception puis la réalisation d'un système simple et approprié à refroidissement par ailettes pour lui adapter le capteur de pression, dont l'électronique de commande ne tolère pas les températures supérieures à 80°C. Un débitmètre nous a permis d'avoir le débit volumique instantané et moyen d'eau de refroidissement. La force instantanée exercée par le moteur Stirling Gamma sur une courroie de transmission de mouvement a été mesurée grâce à un capteur de force. Cette dernière sert pour la détermination du couple mécanique du moteur, et par suite à la puissance de celui-ci connaissant sa vitesse de rotation. Plusieurs thermocouples à réponses rapides ont été placés sur ce moteur, permettant ainsi de déterminer les températures instantanées de l'eau à l'entrée et à la sortie du circuit d'eau de refroidissement, de chauffage, de l'espace de compression et de l'espace de détente. Huit autres thermocouples ont été placés diamétralement opposés de part et d'autre du régénérateur (4 thermocouples de chaque côté) pour étudier la répartition des transferts de chaleur dans la matrice poreuse. Un codeur angulaire a été placé sur l'axe du vilebrequin du moteur, pour déterminer la vitesse de rotation de celui-ci d'une part, et d'autre part commander l'acquisition des données sur chaque degré de rotation du vilebrequin. Une chaîne d'acquisition rapide et à voies parallèles a permis d'enregistrer les variations instantanées des différents signaux. Des programmes d'acquisition et de post-traitement ont été élaborés permettant ainsi l'exploitation appropriée des données en vue de leurs analyses.

Nous sommes ensuite passés à la qualification et à la caractérisation globale des deux installations de moteurs Stirling. Nous avons commencé par l'étude expérimentale du moteur Stirling de configuration Bêta. Les variations instantanées de températures, de la pression et volume dans le moteur ont été obtenues. Deux cas ont été alors étudiés : le moteur avec et sans isolation de sa chambre chaude. L'exploitation des résultats expérimentaux ainsi obtenus nous a permis de conclure que :

- le régénérateur est un élément très important qui conditionne les performances d'un moteur Stirling.
- le rendement global du moteur bêta reste assez très faible, principalement à cause des pertes thermiques par conduction, et surtout par rayonnement. Ces dernières atteignent jusqu'à 85% de la puissance de chauffage.

- l'isolation thermique de l'espace de détente (chambre chaude) des moteurs Stirling est primordiale. En effet, nous avons pu récupérer environ 20 % de la puissance de chauffage juste en appliquant un filtre réflecteur (anti-rayonnant) sur les parois externes de la chambre chaude du moteur Stirling Béta. Cette quantité de chaleur gagnée a été transférée en partie pour augmenter le travail mécanique du moteur.

La qualification globale du moteur Stirling Gamma a révélé que le flux de fluide de travail dans le régénérateur est dissymétrique, et génère une dissymétrie de la répartition des transferts de chaleur. Cette dissymétrie induit alors une variation importante de la température radiale, et par conséquent une variation de la densité, de la vitesse et de la nature de l'écoulement de l'air à la sortie du régénérateur. Elle influence également la quantité et la qualité des échanges thermiques dans le régénérateur, causant ainsi la formation de structures tourbillonnaires à l'entrée/sortie de la matrice poreuse. Ces dernières dissipent une partie de l'énergie interne du fluide de travail ; ce qui conduit à la diminution de l'efficacité thermique du régénérateur, et par suite de la puissance mécanique globale fournie par le moteur Stirling.

Après la qualification globale du moteur Stirling Gamma, nous sommes passés à l'optimisation de son régénérateur et de ses paramètres de fonctionnement. Quatre matrices constituées de différents matériaux ont été expérimentées comme régénérateur. Ces matériaux sont : l'Acier inoxydable, le Cuivre, l'Aluminium et le Monel 400. Les résultats expérimentaux montrent que le régénérateur en Monel 400 représente la meilleure éponge thermique. Quant à l'Acier inoxydable, il représente la meilleure barrière thermique entre les sources de chaleur chaude et froide. Le régénérateur en Cuivre possède la meilleure efficacité thermique, mais la présence d'oxygène dans le fluide de travail présente un grand handicap conduisant ainsi à l'oxydation rapide du matériau, et par suite à la modification des propriétés thermophysiques de la matrice. Ce phénomène dégrade extrêmement les échanges thermiques, et par conséquent la puissance mécanique du moteur Stirling. Le régénérateur en Aluminium présente une efficacité thermique acceptable, et ne s'oxyde pas. Cependant, son utilisation reste assez limitée par son point de fusion. Nous avons relevé la puissance mécanique développée par le moteur Stirling Gamma pour les différents matériaux de régénération expérimentés. Les résultats obtenus nous ont conduit à conclure que cette puissance est très sensible à la nature matériau constituant le régénérateur.

En se basant sur les différentes expériences effectuées, nous avons conclu que la matrice en Acier inoxydable est la mieux placée pour représenter le régénérateur du moteur Stirling Gamma. Ainsi, ce matériau a été employé dans la suite pour le reste des expériences. En effet, cinq matrices en Acier inoxydable avec des porosités croissantes de 75%, 80%, 85%, 90% et 95%

ont été expérimentées. Nous avons constaté que la porosité de 85% fournit le meilleur compromis entre maximiser la puissance mécanique et minimiser la dissymétrie des transferts de chaleur dans chaque section droite du régénérateur. Les matrices de faibles porosités présentent une importante perte de charge, et celles de grandes porosités détériorent drastiquement les échanges thermiques dans le moteur. Cette dégradation conduit alors à l'idée de dire comme si ce moteur fonctionnait sans régénérateur.

Une étude uni-variante monocritère, nous a permis d'établir une caractérisation globale de certains paramètres du moteur Gamma et de ses performances. L'effet de la pression initiale de remplissage, la vitesse de rotation du moteur, la température de chauffage et le débit de l'eau de refroidissement sur les performances de la machine a été déterminé. Nous avons montré que la puissance mécanique du moteur augmente avec l'augmentation de la pression de charge, avec le débit d'eau de refroidissement et avec la température de chauffage sans atteindre de limite pour les intervalles étudiés. Pour de faibles pressions de remplissage, la puissance mécanique augmente avec la vitesse de rotation du moteur. Pour de fortes pressions de charge, la puissance mécanique du moteur augmente avec la vitesse de rotation jusqu'à une certaine limite, au-delà de laquelle cette puissance amorce une diminution. Cette dernière est due essentiellement à la rapidité des échanges thermiques dans les échangeurs de chaleur et à l'augmentation des pertes par frottements aérodynamiques et frottements visqueux dans le moteur Stirling.

Certes, l'étude expérimentale uni-variante nous permet de déterminer le comportement des performances du moteurs Stirling avec la variation des paramètres étudiés, mais elle ne nous permet pas de déterminer les valeurs optimales de ces paramètres. C'est pour quoi, nous avons développé une deuxième étude expérimentale, basée sur la méthodologie des plans d'expériences. Ainsi, un Plan Factoriel Composite Central Rotatif a été adopté pour étudier l'influence de 4 facteurs sur la puissance mécanique du moteur Gamma, et sur la différence de températures entre les deux côtés du régénérateur. Ce plan d'expériences précise le nombre d'expériences nécessaires ainsi que les points de mesures sur chaque intervalle d'étude. Les quatre facteurs sont : le débit d'eau de refroidissement, la pression initiale de charge, la température de chauffage et le temps de fonctionnement.

Une représentation graphique du plan de Pareto a été proposée. Elle montre que la pression de charge et la température de chauffage ont le plus grand effet sur la puissance du moteur Stirling, tandis que le débit de l'eau de refroidissement influence légèrement la puissance mécanique développée par le moteur. En ce qui concerne la différence de température entre les deux côtés du régénérateur, la température de chauffage admet la plus grande influence alors que la pression de charge initiale et le débit d'eau de refroidissement sont légèrement significatifs.

L'étude de l'influence des différents facteurs ainsi que des interactions possibles entre eux, a été vérifiée selon la probabilité critique, le test de Student et le test de Fisher.

A l'issue de ces deux études monocritères, et en prenant en considération les facteurs significatifs, deux modèles théoriques ont été élaborés. Ces derniers représentent respectivement la puissance mécanique et la différence de températures entre les deux côtés du régénérateur en fonction des quatre paramètres étudiés. La validité de ces deux modèles empiriques obtenus, a été également vérifiée en examinant le coefficient de corrélation  $R^2$  et le coefficient de corrélation ajusté  $R^2_{aj}$ , qui sont respectivement de 0,9633 et 0,9254 pour le modèle représentant la puissance du moteur et de 0,9721 et 0,9442 pour le modèle représentant la différence de températures entre les deux côtés du régénérateur.

Une modélisation par plan d'expérience multicritères a été aussi présentée. Nous avons cherché les paramètres de fonctionnement optimaux permettant de maximiser la puissance mécanique du moteur tout en minimisant la différence de température entre les deux côtés du régénérateur. Une puissance mécanique de 260 W et une différence de température de 20 °C sont les valeurs optimales des facteurs étudiés.

Ce travail représente une grande nouveauté au niveau de l'expérimentation des moteurs Stirling et de leurs optimisations. Grâce à une instrumentation bien adéquate et assez précise, nous avons pu observer de nouveaux phénomènes qui causent la détérioration des performances d'un moteur Stirling. A notre connaissance, et compte tenu de la revue bibliographique exhaustive que nous avons effectué, ce travail est donc le premier à être recensé pour l'expérimentation des moteurs Stirling se basant sur la méthodologie des plans d'expériences. Il nous a permis de détecter les paramètres les plus influents sur les performances d'un moteur Stirling, ainsi que les interactions possibles entre ces différents paramètres. Ce travail nous a également permis de proposer les valeurs optimales de fonctionnement du moteur étudié.

Comme perspectives à ce travail, il serait intéressant de perfectionner les modèles théoriques obtenus et ceci en ajoutant les pertes thermiques et mécaniques qui influencent indirectement les performances des moteurs Stirling. Ceci permettrait de rapprocher les résultats théoriques de ceux obtenus expérimentalement.

A la suite de nos travaux expérimentaux déjà réalisés, on pourrait penser à tester de nouveaux matériaux comme régénérateur dans le moteur Stirling Gamma. Ainsi, les mousses métalliques qui ne présentent pas ou peu de problèmes de pertes de charge, ou encore les matériaux composites qui ont d'excellentes efficacités thermiques pourraient faire l'objet d'études approfondies. Une simulation numérique tridimensionnelle fine de la répartition des transferts de chaleur dans le régénérateur,

pourrait montrer l'influence de ce phénomène sur l'écoulement du fluide de travail et par suite sur les performances globales du moteur Stirling Gamma. Une nouvelle méthode d'expérimentation des moteurs Stirling basée sur la méthodologie des plans d'expériences a été présentée dans ce rapport, cette dernière possède l'avantage d'étudier plusieurs facteurs à la fois avec un nombre limité d'essais. Ainsi, cette méthodologie pourrait être utilisée dans le pré-dimensionnement des paramètres géométriques (dimensions des échangeurs de chaleur, dimensions des espaces de travail, etc.) avant la conception d'un éventuel nouveau prototype de moteur Stirling.

Pour finir, et compte tenu de l'importance donnée actuellement aux procédés à base d'énergies renouvelables, il serait intéressant d'envisager l'amélioration du rendement global du moteur Gamma en le couplant à une source d'énergie propre telle que les concentrateurs solaires ou les brûleurs de biocarburants. Cette étude pourrait être étendue également aux moteurs Stirling hybrides.

**RÉFÉRENCES BIBLIOGRAPHIQUES**

- Abbas M., Simulation numérique d'un cycle de moteur Stirling solaire de type Gamma par la méthode découplé, *Mémoire de Magistère*, Blida, Algérie, 2006.
- Abdelsattar H., Gamal M., Talaal W., Abdelnaser M., Leheta M., Computational fluid dynamics-based analysis and optimisation of Stirling engine: An insightful survey, *Édit. Egypt. Proceeding of the International Conference on Energy Systems and Technologies (ICEST 2011)*, 2011.
- Abduljalil A.S., Zhibin Y., Jaworski A.J., Selection and experimental evaluation of low-cost porous materials for regenerator applications in thermoacoustic engines, *Materials and Design*, 32, 217-228 (2011).
- Abdulla S., Yousif B.-F., Sopian K., Design consideration of low temperature differential double-acting Stirling engine for solar application, *Renewable Energy*, 30 1923-1941 (2005).
- AIE, The World Energy Outlook in the Energy & Development debate, *Rapport de l'Agence Internationale de l'Energie (AIE)*, [www.worldenergyoutlook.org](http://www.worldenergyoutlook.org), Octobre (2010).
- Allen D.J., Cairelli J.E., Test Results of a 40-kW Stirling Engine and comparaison with the Nasa Lewis Computer Code Predictions, *Nasa TM - 87050* (1985).
- Andersen S. K., Carlsen H., Thomsen P. G., Numerical study on optimal Stirling engine regenerator matrix designs taking into account the effects of matrix temperature oscillations, *Energy Conversion and Management*, 47, 894-908 (2006).
- Antony J., Design of Experiments for Engineers and Scientists, *Butterworth-Heinemann*, ISBN: 0750647094 (2003).
- Aranda D., LaMott K., Wood S., Solar Stirling Engine for Remote Power and Disaster Relief: Senior Design Project, *Florida international university: Department of Mechanical and Materials Engineering* (2010).
- Bangert K., Production of Optimised Metal Foams for Stirling Engine Regenerators, *Mini project Report, University of Sheffield* (2010).
- Beale W., Rauch J., Lewis R. , Mulej D., Free cylinder Stirling engines for solar powered water pump, *ASME Winter Ann. Meet*, Washington, 59-69 (1971).
- Benoist D., Tourbier Y., Plans d'expériences : Construction et analyse, *Technique et Documentation lavoisier*, Paris (1994).
- Boltzmann L., Lectures on gas theory, *Courier Dover Publications* (1995).
- Bonnet S., Moteur thermique à apport de chaleur externe : Étude d'un moteur Stirling et d'un moteur Ericsson, *Thèse de doctorat, Université de Pau* (2005).
- Bonnet S., Alaphilippe M., Stouffs P., Conversion Thermodynamique de l'Energie Solaire dans des Installations de Faible ou de Moyenne Puissance : Réflexions sur le Choix du Meilleur Degré de Concentration, *Rev. Energ. Ren. (CDER Alger)*, 11<sup>èmes Journées Internationales de Thermique (2003).</sup>
- Boucher J., Moteur Stirling : application pour un drone, *Rapport de Master, Université de Franche-comté* (2002).
- Bradley N., The response surface methodology, *Master of Science in Applied Mathematics and Computer Science , Faculty of the Indiana University South Bend* (2007).
- Cinar C., Karabulut H., Manufacturing and testing of a gamma type Stirling engine, *Renewable Energy*, 30 57-66 (2005(2)).
- Cinar C., Yucesu S., Topgul T., Okur M., Beta-type Stirling engine operating at atmospheric pressure, *Applied Energy*, 81, 351-357 (2005(1)).
- Descombes G., Magnet J. L., Moteur non conventionnels, *Techniques de l'Ingénieur, BM 2 593*, 1-34 (1997).
- El-Ehwany A.A., Hennes G.M., Eid E.I., El-Kenany E.A., Development of the performance of an alpha-type heat engine by using elbow-bend transposed-fluids heat exchanger as a heater and a cooler, *Energy Conversion and Management*, 52, 1010-1019 (2011).
- Ercan Ataer O., Karabulut H., Thermodynamic analysis of the V-type Stirling-cycle refrigerator, *International Journal of Réfrigération*, 1-7 (2004).
- Finkelstein T., Cyclic processes in closedn regenerative gas machines analyzed by digital computer simulating a differential analyzer, *J. Engng. for Industry, Trans. ASME, Paper 61-SA-21* (1961).
- Formosa F., Despesse G., Analytical model for Stirling cycle machine design, *Energy Conversion and Management*, 51, 1855-1863 (2010).
- Gedeon D., Baseline Stirling modeling. Athens, OH: *Gedeon Associates* (1999).
- Gheith R., Etude des moteurs Stirling, *Mémoire de Mastère de Recherche, Ecole Nationale d'Ingénieurs de Monastir, Tunisie* (2007 (1)).

- Gheith R., Aloui F., Ben Nasrallah S., Étude expérimentale des performances d'un moteur Stirling de type  $\beta$  avec et sans isolation thermique de sa chambre chaude, *International Conference on Energetics and Pollution (CIEPC'07), Édition Dar El Houada, Ain Mlila, Algérie* 43, No. 1, 107-116 (2007(2)).
- Gillon F., Modélisation et optimisation par plans d'expériences d'un moteur à communication électriques, *Lille France* (1997).
- Goupy J., Introduction aux plans d'expériences, *Dunod. Paris*, 303 (2001).
- Halit K., Huseyin S., Atilla K., Manufacturing and testing of a V-type Stirling engine, *Turk J Engine Environnement Science*, 24, 71-80 (2000).
- Hayajneh M.T., Tahat M.S., Bluhm J., A Study of the Effects of Machining Parameters on the Surface Roughness in the End-Milling Process, *Jordan Journal of Mechanical and Industrial Engineering*, 1, No. 1, 1-5, ISSN 1995-6665 (2007).
- Hofacker M., Kong K., Barth E.J., A lumped-parameter dynamic model of a thermal regeerator for free-piston Stirling engines, *Hollywood, California, USA* (2009).
- Iwamoto S., Toda F., Hirata K., Takeuchi M., Yamamoto T., Comparison of low and high temperature differential Stirling engine, *Proceeding 31st IECEC*, 1259-1264 (1997).
- Karabulut H., Cinar C., Oztürk E., Yücesu H.S., Torque and power characteristics of a helium charged Stirling engine with a lever controlled displacer driving mechanism, *Renewable Energy*, 35, 138-143 (2010).
- Karabulut H., Yu cesu H.S., Nodal analysis of a Stirling engine with concentric piston and displacer, *Renewable Energy*, 31, 2188-2197 (2006).
- Khuri A.I., Cornell J.A., Responses Surfaces: Design and Analyses, *Marcel Dekker, Monticello, NY, 2<sup>nd</sup> Edit.* (1996).
- Klett J., Conway B., Thermal Management Solutions Utilizing High Thermal Conductivity Graphite Foams, *Bridging the Centuries with SAMPE's Materials and processes Technology*, 45, 1933 (2000).
- Kolin I., Stirling Engine with alternative sources, *Proceeding of 5th ISEC*, 421 (1991(2)).
- kolin I., *The stirling motor : History - Theory - Practice*, *International University Center, Dubrovnik*, (1991(1)).
- Kongtragool B., Wongwises B., A review of solar-powered Stirling engines and low temperature differential Stirling engine, *Renewable and Sustainable Energy Review*, 7, 131-154 (2003).
- Kongtragool B., Wongwises S., Performance of low-temperature differential Stirling engines, *Renewable Energy*, 32, 547-566 (2007).
- Lanzetta F., Boucher J., Nika, P., Étude et réalisation d'une pompe à eau Fluidyne, *Journée SFT : Machines thermiques exotiques* (2004).
- Lanzetta F., Étude des transferts de chaleur instationnaires au sein d'une machine frigorifique de Stirling, *Thèse de Doctorat, Université de Franche Comte, France* (1997).
- Lemrani H., Modélisation énergétique des moteurs Stirling, *Thèse de Doctorat, École des Mines de Nantes, France* (1995).
- Lemrani H., Stouffs P., Dynamic Simulation of kinematics Stirling engines applied to power control, *Imp. by the American Institute of Aeronautics and Astronautics* (1994).
- Lenth R.V., Quich and Easy Analysis of Unreplicated Factorials, *Technometrics*, 31, 469-473 (1989).
- Lista P., The Martini Weiss simulation code applied to the V160 DMA Stirling cogeneration unit, *In: Proc. of the 28<sup>th</sup> Intersociety Energy Conversion Engineering Conference (Atlanta Georgia, American Chemical Society)*, 2695-2700 (1993).
- Maier C., Gil A., Aguilera R., Shuang L., Yu X., Stirling engine, *Gävle, Suède* (2007).
- Martaj N., Grosu L., Exergetical analysis and design optimisation of the Stirling engine, *International journal Exergy*, 3, No. 1, 45-66 (2006).
- Martaj N., Grosu L., P. Rochelle., Exergetical analysis and design optimisation of the Stirling engine, *International journal Exergy*, 3, No. 1, 45-67 (2006).
- Martaj N., Rochelle P., Grosu L., Bennacer R., Savarese S., Numerical Study of an LTD Stirling engine with a porous regenerator, *Comsol Conference. Milan, Italie* (2009).
- Meijer R.J., STM4-120, Stirling engine for solar application, *Abs I.S.E.S, Solar world Congress*, 13-16 (1987).
- Meijer R.J., STM4-120, Stirling engine for solar application, *Abs I.S.E.S, Solar world Congress, Hamburg*, 13-16 (1987).
- Miller S.J., The Method of Least Squares, *Mathematics Department Brown University Providence, RI 02912*, 1-7 (2006).
- Myers R.H., Khuri A.I., Carter Jr.W.H., Response Surface Methody, *Technometrics*, 31, No. 2, 137-157 (1989).

- Myers R.H., Montgomery D.C., Anderson-Cook C.M., Response Surface Methodology: Product and Process Optimization Using Designed Experiments, *John Wiley & Sons, New York*, 3<sup>rd</sup> Edit. (2009).
- Nepveu F., Ferriere A., Daumas-Bataille F., Verdier I., Lefevre P., Parabole-Stirling, Production d'électricité par système, *Revue Internationale D'Helio-technique Energie - Environnement*, 34, 18-19 (2006).
- Organ A.J., The regenerator and the Stirling engine, *Mechanical Engineering Publication* (1997).
- Organ A.J., Thermodynamics and gas dynamics of the Stirling cycle machine, *Cambridge University Press* (1992).
- Pillet M., Introduction aux plans d'expériences par la méthode Taguchi, *Les Editions d'Organisations*, ISBN : 2-7081-1442-5 (1994).
- Pistek V., Novotny P., CFD rools in Stirling engine virtual design, *Recent Advances in Mechatronics*, 3, 485-489 (2007).
- Popescu G., Radcenco V., Costea M., Feidt M., Optimisation thermodynamique en temps fini du moteur de Stirling endo- et exo-irréversible, *Rev Gén Therm*, 35, 656-661 (1996).
- Qvale E.B., Smith J.L., A Mathematical Model for Steady Operation of Stirling Types Engines, *Journal of Engineering for Power*, 45-50 (1968).
- Raballand T., Etude de faisabilité d'un concept d'étanchéité pour machines volumétriques à pistons oscillants, *These de Doctorat, Bordeaux, France* (2007).
- Ribeiro A. M., Neto P., Pinho C., Mean porosity and pressure drop measurement in Packed Beds of monosized Spheres: Side Wall Effects, *International Review of Chemical Engineering*, 2, No. 1, 40-46 (2010).
- Rios P.A., Qvale E.B., Smith J.L., An analysis of the Stirling Cycle Refrigerators, *Cryogenics Engineering Conference, Case Western Reserve University* (1968).
- Sauzade D., Imbert G., Mollard J., The supporting technologies and sea trials of a long-range autonomous civilian submarine, *Marine Technology Society Journal*, 25, No. 2, 3-13 (1991).
- Schmidt G., Wiley R., Furlong R., Radioisotope Power Systems (RPS) for New Frontiers Applications, *Presentation to New Frontiers Program Pre-proposal Conference* (2003).
- Stouffs P., Les moteurs à air chaud au service du développement durable, *Conférence I'NOV, Bordeaux* (2005).
- Stouffs P., Conception et réalisation d'un moteur Stirling de 1KW électrique destiné à la production combinée d'électricité et d'eau chaude à partir d'énergie solaire, *Journée d'études SFT, France* (1999).
- Stouffs P., Dimensionnement Optimal des Volumes de Compression et de Détente des Moteurs Stirling, *Congrès Français de Thermique, SFT 2000*, 15-17 (2000).
- Tew R.C., Simon T., Gedeon T., Ibrahim M., Rong W., An initial non-equilibrium porous-media model for CFD simulation of Stirling regenerators, *NASA/TM-2006-214391* (2006).
- Tew R.C., Progress of Stirling Cycle Analysis and Loss Mechanism Characterisation, *NASA TM – 8889* (1986).
- Thomas B., PROSA - Software for evaluation of Stirling cycle machines, *Of the 10<sup>th</sup> International Stirling Engine Conference. Osnabrück Germany*, 67-74 (2001).
- Thombare D.G., Verma S.K., Technological development in the Stirling cycle engines, *Renewable & Sustainable Energy Reviews*, 12, No. 1, 1-38 (2008).
- Timoumi Y., Ben Nasrallah S., Bettaieb H., Analyse des mécanismes des moteurs Stirling, *Journées Scientifiques, Borj El Amri, Tunis* (2000).
- Timoumi, Y., Tlili I., Ben Nasrallah S., Performance optimization of Stirling engines, *Renewable Energy*, 33, No. 9, 2134-2144 (2008).
- Tlili I., Timoumi T., Ben Nasrallah S., Improving the performance of Stirling engines, *International Journal of Heat and Technology* (2006 (2)).
- TLili I., Modélisation des moteurs Stirling, *Thèse de Doctorat, ENIM, Université de Monastir, Tunisie* (2010).
- Tlili I., Timoumi Y., Ben Nasrallah S., Analyse and design consideration of mean temperature differential Stirling engine for solar application, *Renewable Energy*, 33, 1991-1921 (2008).
- Tlili I., Timoumi Y., Ben Nasrallah S., Numerical simulation and losses analysis in a Stirling engine, *International Journal of Heat and Technology*, 24, 96-102 (2006 (1)).
- Urieli I., Berchowitz D.M., Stirling cycle engine analysis, *Techno House, Radcliffe Way, Bristol, A. Hilger, Bristol, ISBN 0-85274-435-8* (1984).
- Walker G., Stirling Engines, *Clarendon Press Oxford* (1980).

Walker G., Weiss M H., Fauvel R., Reader G., Adventures with MarWeiss: A Summary Of Experience With Stirling Simulation, In: *Proc. of the 25<sup>th</sup> Intersociety Energy Conversion Engineering Conference, Reno Nevada, American Institute of Chemical Engineers*, 342-345 (1990).

Weast R.C., Handbook of chemistry and physics, *Chemical Rubber Publishing Company, p-p D-194, CRC Press, Inc., Boca Raton, Florida 33431, USA, ISBN-0-8494-0460-8* (1980).

West C.D., Principles and applications of Stirling engine, *New york* (1986).

Yeying D., Thermal properties of porous media with application in multi-layer ground-coupled heat pumps, *Graduate Faculty of Texas Tech University* (1990).

Zahi N., Boughamoura A., Dhahri H., Ben Nasrallah S., Flow and Heat Transfer during an Expansion Stroke in A Composite Fluid/Porous System, *Journal of Applied Fluid Mechanics*, 3, No. 6, 87-98 (2010).

Zahi N., Boughamoura A., Dhahri H., Ben Nasrallah S., Flow and Heat Transfer in a Cylinder With a Porous Medium Insert Along the Compression Stroke, *Journal of Porous Media*, 11, No. 6 (2008).

# **ANNEXES**



### Table de Distribution de Student

Valeurs limites de t en fonction des degrés de liberté (en ligne) et du seuil de probabilité (en colonne).

	p								
ddl	0,5	0,4	0,3	0,2	0,1	0,05	0,025	0,01	0,001
1	1,000	1,376	1,963	3,078	6,314	12,706	25,452	63,657	636,619
2	0,816	1,061	1,386	1,886	2,920	4,303	6,205	9,925	31,599
3	0,765	0,978	1,250	1,638	2,353	3,182	4,177	5,841	12,924
4	0,741	0,941	1,190	1,533	2,132	2,776	3,495	4,604	8,610
5	0,727	0,920	1,156	1,476	2,015	2,571	3,163	4,032	6,869
6	0,718	0,906	1,134	1,440	1,943	2,447	2,969	3,707	5,959
7	0,711	0,896	1,119	1,415	1,895	2,365	2,841	3,499	5,408
8	0,706	0,889	1,108	1,397	1,860	2,306	2,752	3,355	5,041
9	0,703	0,883	1,100	1,383	1,833	2,262	2,685	3,250	4,781
10	0,700	0,879	1,093	1,372	1,812	2,228	2,634	3,169	4,587
11	0,697	0,876	1,088	1,363	1,796	2,201	2,593	3,106	4,437
12	0,695	0,873	1,083	1,356	1,782	2,179	2,560	3,055	4,318
13	0,694	0,870	1,079	1,350	1,771	2,160	2,533	3,012	4,221
14	0,692	0,868	1,076	1,345	1,761	2,145	2,510	2,977	4,140
15	0,691	0,866	1,074	1,341	1,753	2,131	2,490	2,947	4,073
16	0,690	0,865	1,071	1,337	1,746	2,120	2,473	2,921	4,015
17	0,689	0,863	1,069	1,333	1,740	2,110	2,458	2,898	3,965
18	0,688	0,862	1,067	1,330	1,734	2,101	2,445	2,878	3,922
19	0,688	0,861	1,066	1,328	1,729	2,093	2,433	2,861	3,883
20	0,687	0,860	1,064	1,325	1,725	2,086	2,423	2,845	3,850
21	0,686	0,859	1,063	1,323	1,721	2,080	2,414	2,831	3,819
22	0,686	0,858	1,061	1,321	1,717	2,074	2,405	2,819	3,792
23	0,685	0,858	1,060	1,319	1,714	2,069	2,398	2,807	3,768
24	0,685	0,857	1,059	1,318	1,711	2,064	2,391	2,797	3,745
25	0,684	0,856	1,058	1,316	1,708	2,060	2,385	2,787	3,725
26	0,684	0,856	1,058	1,315	1,706	2,056	2,379	2,779	3,707
27	0,684	0,855	1,057	1,314	1,703	2,052	2,373	2,771	3,690
28	0,683	0,855	1,056	1,313	1,701	2,048	2,368	2,763	3,674
29	0,683	0,854	1,055	1,311	1,699	2,045	2,364	2,756	3,659
30	0,683	0,854	1,055	1,310	1,697	2,042	2,360	2,750	3,646
31	0,682	0,853	1,054	1,309	1,696	2,040	2,356	2,744	3,633
40	0,681	0,851	1,050	1,303	1,684	2,021	2,329	2,704	3,551
50	0,679	0,849	1,047	1,299	1,676	2,009	2,311	2,678	3,496
60	0,679	0,848	1,045	1,296	1,671	2,000	2,299	2,660	3,460
70	0,678	0,847	1,044	1,294	1,667	1,994	2,291	2,648	3,435
80	0,678	0,846	1,043	1,292	1,664	1,990	2,284	2,639	3,416
90	0,677	0,846	1,042	1,291	1,662	1,987	2,280	2,632	3,402
100	0,677	0,845	1,042	1,290	1,660	1,984	2,276	2,626	3,390
120	0,677	0,845	1,041	1,289	1,658	1,980	2,270	2,617	3,373
200	0,676	0,843	1,039	1,286	1,653	1,972	2,258	2,601	3,340
500	0,675	0,842	1,038	1,283	1,648	1,965	2,248	2,586	3,310
1000	0,675	0,842	1,037	1,282	1,646	1,962	2,245	2,581	3,300
2000	0,675	0,842	1,037	1,282	1,646	1,961	2,243	2,578	3,295

**Table de Fischer Senghor**

	$v_1$	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	12	15	20
$v_2$														
1		161	199,5	215,7	224,6	230,2	234	236,8	239	240,5	241,9	243,9	245,9	248
2		18,5	19	19,16	19,25	19,3	19,33	19,35	19,4	19,38	19,4	19,41	19,43	19,45
3		10,1	9,55	9,28	9,12	9,01	8,94	8,89	8,85	8,81	8,79	8,74	8,7	8,66
4		7,71	6,94	6,59	6,39	6,26	6,16	6,09	6,04	6	5,96	5,91	5,86	5,8
5		6,61	5,79	5,41	5,19	5,05	4,95	4,88	4,82	4,77	4,74	4,68	4,62	4,56
6		5,99	5,14	4,76	4,53	4,39	4,28	4,21	4,15	4,1	4,06	4	3,94	3,87
7		5,59	4,74	4,35	4,12	3,97	3,87	3,79	3,73	3,68	3,64	3,57	3,51	3,44
8		5,32	4,46	4,07	3,84	3,69	3,58	3,5	3,44	3,39	3,35	3,28	3,22	3,15
9		5,12	4,26	3,86	3,63	3,48	3,37	3,29	3,23	3,18	3,14	3,07	3,01	2,94
10		4,96	4,1	3,71	3,48	3,33	3,22	3,14	3,07	3,02	2,98	2,91	2,85	2,77
11		4,84	3,98	3,59	3,36	3,2	3,09	3,01	2,95	2,9	2,85	2,79	2,72	2,65
12		4,75	3,89	3,49	3,26	3,11	3	2,91	2,85	2,8	2,75	2,69	2,62	2,54
13		4,67	3,81	3,41	3,18	3,03	2,92	2,83	2,77	2,71	2,67	2,6	2,53	2,46
14		4,6	3,74	3,34	3,11	2,96	2,85	2,76	2,7	2,65	2,6	2,53	2,46	2,39
15		4,54	3,68	3,29	3,06	2,9	2,79	2,71	2,64	2,59	2,54	2,48	2,4	2,33
16		4,49	3,63	3,24	3,01	2,85	2,74	2,66	2,59	2,54	2,49	2,42	2,35	2,28
17		4,45	3,59	3,2	2,96	2,81	2,7	2,61	2,55	2,49	2,45	2,38	2,31	2,23
18		4,41	3,55	3,16	2,93	2,77	2,66	2,58	2,51	2,46	2,41	2,34	2,27	2,19
19		4,38	3,52	3,13	2,9	2,74	2,63	2,54	2,48	2,42	2,38	2,31	2,23	2,16
20		4,35	3,49	3,1	2,87	2,71	2,6	2,51	2,45	2,39	2,35	2,28	2,2	2,12
21		4,32	3,47	3,07	2,84	2,68	2,57	2,49	2,42	2,37	2,32	2,25	2,18	2,1
22		4,3	3,44	3,05	2,82	2,66	2,55	2,46	2,4	2,34	2,3	2,23	2,15	2,07
23		4,28	3,42	3,03	2,8	2,64	2,53	2,44	2,37	2,32	2,27	2,2	2,13	2,05
24		4,26	3,4	3,01	2,78	2,62	2,51	2,42	2,36	2,3	2,25	2,18	2,11	2,03
25		4,24	3,39	2,99	2,76	2,6	2,49	2,4	2,34	2,28	2,24	2,16	2,09	2,01
26		4,23	3,37	2,98	2,74	2,59	2,47	2,39	2,32	2,27	2,22	2,15	2,07	1,99
27		4,21	3,35	2,96	2,73	2,57	2,46	2,37	2,31	2,25	2,2	2,13	2,06	1,97
28		4,2	3,34	2,95	2,71	2,56	2,45	2,36	2,29	2,24	2,19	2,12	2,04	1,96
29		4,18	3,33	2,93	2,7	2,55	2,43	2,35	2,28	2,22	2,18	2,1	2,03	1,94
30		4,17	3,32	2,92	2,69	2,53	2,42	2,33	2,27	2,21	2,16	2,09	2,01	1,93
40		4,08	3,23	2,84	2,61	2,45	2,34	2,25	2,18	2,12	2,08	2	1,92	1,84
60		4	3,15	2,76	2,53	2,37	2,25	2,17	2,1	2,04	1,99	1,92	1,84	1,75
120		3,92	3,07	2,68	2,45	2,29	2,17	2,09	2,02	1,96	1,91	1,83	1,75	1,66
infini		3,84	3	2,6	2,37	2,21	2,1	2,01	1,94	1,88	1,83	1,75	1,67	1,57

**Title:** *Experimental and theoretical studies of Stirling engines with external supplied heat: Application to a Beta and a Gamma engines*

Dans ce travail, il s'agit d'une étude théorique suivie d'investigations expérimentales fines pour optimiser les paramètres de fonctionnement d'un moteur Stirling. La partie théorique est une modélisation thermodynamique du fonctionnement des moteurs Stirling, basée sur les lois de gaz parfait et de gaz réel. Nous nous sommes intéressés aux modèles adiabatique et quasi-stationnaire tout en considérant l'effet de la nature du fluide de travail quand la pression de charge augmente. Sur le plan expérimental, deux dispositifs expérimentaux de moteurs Stirling Béta et Gamma ont été utilisés. Le premier a été étudié en s'intéressant à l'importance de l'isolation ou non de sa chambre chaude. Les résultats ainsi obtenus ont mis en évidence le rôle du régénérateur et de l'isolation thermique dans l'amélioration des performances du moteur. Pour le deuxième cas, des régénérateurs de différents matériaux et de différentes porosités ont été étudiés en vue de chercher le milieu poreux le plus adéquat. Les résultats obtenus ont montré que, pour le moteur Stirling Gamma, le régénérateur en acier inoxydable et de porosité 85% permet l'obtention des meilleures performances énergétiques. L'optimisation des paramètres de fonctionnement de ce moteur a été effectuée selon une étude univariante classique, puis selon la méthode des plans d'expériences. Une optimisation multicritères a été ainsi adaptée, et a conduit à un modèle empirique d'optimisation des paramètres de fonctionnement du moteur Stirling. Enfin, les modèles thermodynamiques établis ont été appliqués aux deux cas de moteurs. La confrontation entre les résultats théoriques et expérimentaux révèle une bonne concordance.

**Mots clés :** *Moteur Stirling; Milieux poreux; Transfert de chaleur; Pression de charge; Régénérateur; Plan d'expériences; Analyse univariante; Optimisation multicritères.*

**Title:** *Experimental and theoretical studies of Stirling engines with external supplied heat: Application to a Beta and a Gamma engines*

In this work, we present a theoretical study followed by fine experimental investigations. The theoretical part is a thermodynamic modeling of Stirling engines operating cycles, based on the perfect gas and the real gas laws. We have adopted the adiabatic and the quasi-stationary models while taking in consideration the effect of the working fluid nature. Experimentally, two experimental devices were used: the Beta and the Gamma Stirling engines. For the first case, it was studied with and without thermal insulation of its hot room. The obtained results highlighted the role of the regenerator and of the thermal insulation in improving the engine performances. For the second configuration, five regenerators of different materials and different porosities were tested. The regenerator of stainless steel with 85% of porosity yields to the best energy performances of the Gamma Stirling engine. The optimization of this engine operating parameters was carried out according to the classical mono-variant study, then according to the methodology of experimental design. Mono-criterion and multi-criteria optimizations were proposed. They have resulted on an empirical model representing the mechanical power evolution versus the engine operating parameters. Finally, the established thermodynamic models were applied to both cases of Stirling engines. The comparison between the theoretical and the experimental results showed a good agreement. All these results helped to optimize the operating parameters of the Stirling engine.

**Key words:** *Stirling engine; Porous media; Heat transfer; Filling pressure; Regenerator; Experimental design; Univariate analyze; multi-criteria optimization.*