

Université de Nantes

Unité de Formation et de Recherche
« Médecine et Techniques Médicales »

Année Universitaire 2013/2014

Mémoire
pour l'obtention du
Certificat de Capacité d'Orthophoniste
présenté par

Céline GUILLON
née le 04/01/1979

**Impact de la lecture et du raisonnement analogique dans la
résolution de problèmes arithmétiques**

Comparaison d'élèves et de patients de fin de 3^{ème} cycle primaire

Président du jury : Sandrine BORIE, orthophoniste

Directeur de mémoire : Suzanne CALVARIN, orthophoniste

Membre du jury : Nathalie CHAPPEY, orthophoniste

« Par délibération du Conseil en date du 7 mars 1962, la Faculté a arrêté que les opinions émises dans les dissertations qui lui seront présentées doivent être considérées comme propres à leurs auteurs et qu'elle n'entend pas leur donner aucune approbation ni improbation.»

Remerciements

Je souhaite remercier toutes les personnes qui ont contribué de près ou de loin à l'élaboration de ce mémoire.

Tout d'abord, un immense merci à Madame Calvarin pour l'aide et le temps qu'elle m'a consacrés dès le début du projet et les conseils délivrés tout au long de sa réalisation. Merci pour l'écoute qu'elle a toujours eue, son regard sur les patients et l'expérience de son métier.

Je remercie également Madame Borie pour la lecture de mon travail et Madame Chappey pour son apport critique sur l'avancée de cet écrit.

Je remercie spécialement Madame Meljac et Monsieur Mialaret pour leur disponibilité et leurs conseils, pour l'inspiration du sujet de ce mémoire, recueilli dans l'article de l'A.N.A.E. de septembre 2012.

Aux élèves de CM1 et CM2 qui ont accepté avec bonne volonté et enthousiasme d'exécuter toutes les tâches demandées dans les différentes épreuves, à la directrice de l'école qui m'a ouvert sans hésitation et maintes fois la porte de sa classe. Ce travail en collaboration fut un plaisir.

Aux enfants qui bénéficient d'un suivi orthophonique et qui ont accepté de passer le protocole de ce mémoire, avec bonne volonté. Merci de leur accueil et merci aux orthophonistes qui ont permis ce travail.

Enfin, un chaleureux merci à mes maîtres de stage pour leur soutien, leur pratique et leur participation tout au long de cette année. J'ai beaucoup appris au travers de ces différents stages et de la réalisation de ce mémoire.

Table des matières

REMERCIEMENTS	3
<u>INTRODUCTION.....</u>	<u>7</u>
<u>PARTIE THEORIQUE.....</u>	<u>9</u>
I- HISTORIQUE : DE LA DECOUVERTE DU NOMBRE A L'ENSEIGNEMENT DES PROBLEMES ARITHMETIQUES	9
1. TROIS GRANDES PERIODES DE RECHERCHES SUR LE NOMBRE.....	9
1.1. Différences interindividuelles et perspectives psychopédagogiques : jusqu'aux années 60 ..	9
1.2. De l'empirisme au constructivisme : Jean Piaget.....	10
1.3. Les sciences cognitives et la neuropsychologie	11
1.4. Mialaret et l'essor des sciences de l'éducation	13
2. ORIGINES DE L'ENSEIGNEMENT DE LA RESOLUTION DE PROBLEMES ARITHMETIQUES	14
3. L'ENSEIGNEMENT ACTUEL DES PROBLEMES ARITHMETIQUES : OBJECTIFS	16
II- COMPREHENSION D'UN ENONCE ET ELABORATION D'INFERENCES : LA CREATION D'UNE REPRESENTATION DU PROBLEME	18
1. LA COMPREHENSION	18
1.1. Définition.....	18
1.2. Capacités cognitives nécessaires à la compréhension des problèmes.....	19
1.3. Trois modèles de compréhension en lecture	20
1.3.1. Le modèle de Giasson (2008)	20
1.3.2. Le modèle de compréhension de Kintsch et Van Dijk.....	21
1.3.3. Le modèle cognitif de Denhière et Baudet (1990).....	22
2. INFERENCES, COMPREHENSION INFERENTIELLE	24
2.1. Définition de l'inférence	24
2.2. La compréhension inférentielle	25
2.3. Processus en jeu nécessaires à la réalisation d'inférences	27
2.3.1. Capacités mnésiques	28
2.3.2. Connaissances du monde	28
2.3.3. Capacités de synthèse	29
2.4. Modèle conceptuel des inférences de Cunningham (1987)	30
2.5. Classification des inférences	31

2.5.1. Classification générale	31
2.5.2. La classification proposée par la psychologie cognitive.....	32
2.5.3. La classification proposée par les sciences du langage	32
3. LA REPRESENTATION DE LA SITUATION-PROBLEME	34
3.1. Le rôle de la représentation	34
3.2. Schémas de résolution	35
3.2.1. A la base des schémas : un besoin de représentation	35
3.2.2. Qu'est-ce qu'un schéma de résolution de problème ?	36
3.3. Modèle mental ou schéma	37
 III- COMPOSANTES D'UN ENONCE DE PROBLEME ARITHMETIQUE	 39
1. DIFFERENTES CATEGORIES DE PROBLEMES	39
2. CALCULS NUMERIQUES ET OPERATIONS ARITHMETIQUES	41
2.1. Le sens des opérations mathématiques fondamentales : addition, soustraction, multiplication et division.....	42
2.1.1. Premières recherches	42
2.1.2. Capacité de mémoire de travail	44
2.1.3. Performances en opérations arithmétiques	44
3. CALCUL RELATIONNEL : IL SE BASE SUR LA STRUCTURE LINGUISTIQUE DES ENONCES	46
3.1. Thème et contexte du problème.....	46
3.2. Enoncé explicite	48
3.3. Ordre des informations dans l'énoncé	49
3.4. Mots inducteurs	50
3.5. La place de la question dans l'énoncé	52
 <u>PARTIE PRATIQUE</u>	 <u>56</u>
 I- PROBLEMATIQUE ET HYPOTHESES	 56
 II- METHODE	 58
1- POPULATION	58
2- MATERIEL	59
2.1. Epreuve de Compréhension en Lecture.....	59
2.2. Epreuve de Résolution de Problèmes Abstraits	60
2.3. Epreuve de Résolution de Problèmes Arithmétiques.....	61

3. PROCEDURE	63
III- ANALYSE DES RESULTATS	64
1- ANALYSE QUANTITATIVE DES RESULTATS AUX EPREUVES	64
1.1. Temps de passation	64
1.1.1. Temps de passation du LMC-R	64
1.1.2. Temps de passation des problèmes de Mialaret	64
1.2. Résultats obtenus aux épreuves	65
1.2.1. Compréhension en lecture (LMC-R)	65
1.2.2. Résolution de problèmes abstraits	67
1.2.3. Problèmes arithmétiques	68
2- ANALYSE QUANTITATIVE DES CORRELATIONS ENTRE EPREUVES	71
2.1. Corrélations lecture/problèmes arithmétiques	72
2.1.1. Items imagés	72
2.1.2. Items inférentiels	73
2.2. Corrélations problèmes abstraits/ problèmes arithmétiques	74
3- ANALYSE QUALITATIVE DES RESULTATS – PARTIE CLINIQUE	76
3.1. Observation clinique des sujets	76
3.1.1. Analyse des commentaires des enfants problème après problème	76
3.1.2. Réactions au cours de l'épreuve des problèmes arithmétiques	85
IV- DISCUSSION	88
1. REPONSES AUX HYPOTHESES	88
2. DE LA TACHE A LA COMPREHENSION	93
3. PISTES POUR AIDER CES ENFANTS EN DIFFICULTE DANS LA RESOLUTION DE PROBLEMES ARITHMETIQUES	96
<u>CONCLUSION</u>	<u>99</u>
BIBLIOGRAPHIE	101
ANNEXES	107

INTRODUCTION

De nos jours, les médias mettent en avant l'inquiétant chiffre de l'innumérisme dans le monde occidental, c'est-à-dire du nombre de personnes ayant des difficultés à maîtriser les nombres, le raisonnement et le calcul. Le rapport PISA de l'OCDE annonce un taux d'innumérisme de 9% en France en 2009.

Dans une étude de l'INSEE parue en décembre 2012, Jonas (2012) indique que seuls 30% des adultes français présentent de bonnes performances en calcul. Cette étude a été conduite en 2011 auprès d'un échantillon de 14 000 personnes âgées de 18 à 65 ans qui devaient répondre à une série de courts problèmes de calcul posés oralement.

Dans un monde de plus en plus dématérialisé, le sens pratique se perd. Les programmes scolaires en cours ne mettent plus en avant l'importance de la manipulation d'objets concrets, notamment dans la discipline mathématique, pour accéder à la compréhension du nombre et à ses dimensions. Or, il est indispensable d'expérimenter de façon concrète le temps, l'espace et le nombre pour se les approprier, les intérioriser et s'en servir dans des situations plus abstraites, comme la résolution de problèmes arithmétiques, par exemple.

L'enseignement des problèmes arithmétiques existe depuis le XVII^{ème} siècle et se poursuit pour apprendre aux élèves à mobiliser leur raisonnement dans des situations de réflexion plus ou moins éloignées de leur quotidien. Cet apprentissage sert également d'outil de sélection des individus dans le monde scolaire et dans celui de l'entreprise. Or, la résolution de problèmes mathématiques nécessite la maîtrise de nombreux outils. La compréhension d'un énoncé de problème constitue un exercice complexe et de nombreux enfants sont mis en difficulté lors de cette tâche. Avoir une lecture performante, repérer le sens de la question, se représenter la situation décrite textuellement après avoir mis en œuvre les inférences adéquates, sont autant d'éléments permettant d'accéder à cette compréhension. Ce travail accompli, les élèves doivent faire appel aux bons schémas de résolution, connaître les procédures opératoires et maîtriser le calcul, afin de trouver le résultat attendu.

Né en 1918, Mialaret a joué un grand rôle dans le développement des sciences de l'éducation en France. Il s'est intéressé à l'extension du concept d'éducation, en mettant en

avant les formes nouvelles d'action pédagogique des années 1970 : travail en groupe, tutorat, individualisation du travail, influence de l'environnement de l'éducateur et de l'élève dans leurs fonctions respectives de formateur et d'apprenant. Mialaret indique une modification du rôle de l'élève : de passif dans les apprentissages, il doit devenir acteur. Et les éducateurs doivent être formés, en référence aux théories pédagogiques mais également en s'adaptant aux nouvelles situations de la vie sociétale, en inventant de nouvelles solutions aux nouveaux problèmes éducatifs.

Dans ce contexte, Mialaret s'est penché sur les difficultés des élèves en résolution de problèmes, poursuivant l'objectif de faciliter l'accès à la compréhension des situations problèmes. Il a créé des énoncés comportant des mots-pièges pour analyser les capacités des enfants à se détacher du langage en vue d'accéder au sens des problèmes. Meljac et Siegenthaler (2012) ont sélectionné certains de ces problèmes et les font passer à des enfants présentant des troubles dans le domaine mathématique.

La résolution de problèmes est une tâche mêlant le langage et le calcul. Il nous semble important de mieux comprendre quels rôles jouent la lecture, d'une part, et les capacités logiques, d'autre part, dans la réalisation de cette activité.

Après avoir replacé l'apprentissage du nombre et du calcul dans leur contexte historique et exposé les différents travaux effectués dans le domaine de la résolution de problèmes et de la compréhension des énoncés arithmétiques, nous allons présenter notre étude effectuée auprès d'enfants scolarisés en CM1 et CM2.

L'objectif de notre travail consiste à comparer des élèves à des patients suivis en orthophonie, dans des tâches de lecture, de traitement analogique et de résolution de problèmes arithmétiques. L'analyse, tant quantitative que qualitative, nous donnera des éléments permettant de cerner l'origine des difficultés rencontrées lors de cette tâche scolaire et de donner aux orthophonistes des pistes de remédiation dans ce domaine.

PARTIE THEORIQUE

I- Historique : de la découverte du nombre à l'enseignement des problèmes arithmétiques

Les mathématiques sont devenues un domaine fortement valorisé dans nos sociétés : dans les activités professionnelles où un niveau de compétences en mathématiques de classe de 3^{ème} est souvent demandé, dans la société dite culturelle où cette science occupe une place particulière, à l'école enfin, où les mathématiques jouent un rôle à la fois de discipline essentielle et d'outil de sélection.

1. Trois grandes périodes de recherches sur le nombre

En 2012, Fayol regroupe les travaux portant sur le nombre, son acquisition et son utilisation par l'enfant en **trois périodes principales** :

1.1. Différences interindividuelles et perspectives psychopédagogiques : jusqu'aux années 60

Les travaux conduits relativement au nombre et au calcul au cours de la première moitié du XX^{ème} siècle se basent sur un caractère empirique. Les chercheurs visent à décrire l'évolution des connaissances, par exemple les tables de multiplication, et des savoir-faire des enfants, tels que la résolution des opérations. Ils ne s'interrogent pas sur la définition du nombre mais s'attachent à en explorer les manifestations. Il s'agit pour eux d'évaluer des niveaux de performance et d'essayer d'élaborer des techniques efficaces d'intervention. Le critère de pertinence est la réussite. En effet, les mathématiques sont enseignées dans l'objectif de couvrir les besoins pressants d'industrialisation, suite aux ravages causés par les deux guerres. L'Europe est un vaste chantier dans lequel les compétences en raisonnement et calcul sont

naturellement valorisées. Malheureusement, ce critère de réussite basé sur la discipline mathématique n'a pas été remis en question suite à la ré-industrialisation du pays et il reste à ce jour un des critères majeurs pour évaluer la réussite scolaire des élèves.

1.2. De l'empirisme au constructivisme : Jean Piaget

La convergence des travaux des mathématiciens et des conceptions de Jean Piaget modifie fondamentalement la situation dans les années 1960. La conception constructiviste de Piaget a été très influente. Elle a amené la recherche fondamentale à explorer les fondements logiques de la pensée mathématique, en particulier la classification et la sériation dont le nombre serait la synthèse. La logique est à l'origine de l'ensemble des savoirs et savoir-faire mathématiques. La situation d'apprentissage de base, constructiviste par excellence, est la situation-problème. En effet, elle est à même de favoriser le développement d'un conflit cognitif, lequel apparaît dans la théorie constructiviste comme capable de générer des changements conceptuels, de faire progresser les élèves.

Une situation problème se conçoit telle que ce que l'élève connaît et sait faire actuellement n'est pas immédiatement suffisant pour qu'il puisse répondre correctement. Ceci rejoint la notion de zone proximale de développement développée par Vygotski, à savoir l'espace séparant le niveau d'un enfant qui résout des problèmes de façon autonome et le niveau atteint par le même enfant lorsqu'il parvient à résoudre des problèmes, non plus tout seul, mais avec l'étayage d'une personne plus expérimentée.

Les quatre étapes cognitives d'une situation-problème se déroulent ainsi :

1. L'élève pense qu'il va pouvoir résoudre le problème en le ramenant (processus dominant d'assimilation) à des savoirs et des savoir-faire qu'il maîtrise déjà.
2. S'il n'y parvient pas, il va être déstabilisé par cet échec temporaire. Il peut alors prendre conscience des limites, des insuffisances de son mode de traitement actuel du problème auquel il est confronté. D'où déséquilibre, déstabilisation, situation de conflit cognitif.
3. Il peut persévérer, essayer de revisiter ce qu'il sait et construire ce qui lui manque, (processus dominant d'accommodation) afin d'adapter sa manière de s'y prendre et son système de savoirs et de savoir-faire pour les ajuster aux exigences de la situation- problème.
4. Si ce type d'effort aboutit, la résolution du problème s'accompagnera d'une amélioration dans la manière dont l'élève mobilise savoirs et savoir-faire pour en faire des outils de

résolution de problèmes. Le déséquilibre surmonté par la résolution peut provoquer des réajustements, des restructurations de connaissances, une intégration de connaissances nouvelles, une meilleure capacité à réinvestir ce que l'élève sait pour résoudre des problèmes. C'est un moment d'équilibration.

Ainsi, la conception constructiviste de l'apprentissage se base sur la production d'un conflit cognitif par confrontation d'un apprenant à une situation problème, d'où un effet de déstabilisation susceptible de provoquer une réorganisation de connaissances ou l'acquisition de nouveaux savoirs et savoir-faire.

Vergnaud (1990) s'est inspiré des recherches piagésiennes et a repris notamment la notion de schème, structure des actions de l'individu.

Les théories de Piaget ont ainsi infléchi les orientations pédagogiques de l'enseignement des mathématiques en insistant sur l'apprentissage de la logique pour améliorer les compétences des élèves. Enseigner ne signifie alors plus répéter les apprentissages, comme le préconisait le behaviorisme au début du vingtième siècle. Il s'agit au contraire de faire construire leurs connaissances aux élèves, via la mise en activités et la manipulation d'objets, d'idées, de conceptions. L'apprenant organise son monde au fur et à mesure qu'il apprend, en s'adaptant. L'approche constructiviste, en matière d'apprentissage, ouvre sur des pratiques de pédagogie active.

1.3. Les sciences cognitives et la neuropsychologie

Les partisans d'un néo-innisme, c'est à dire d'une conception renouvelée de l'innisme qui a pris appui sur la psychologie cognitive, ont opposé au constructivisme piagésien des arguments théoriques et des données expérimentales. Pour Chomsky, partisan de ce courant, l'enfant dispose d'une structure cognitive spécifique au traitement du langage. Cette structure est innée, donc inscrite dans le patrimoine génétique de l'espèce humaine. Ainsi, il rejette la notion piagésienne de structure cognitive à finalité générale et, plus largement, l'idée d'un modèle général du développement.

Gelman et Gallistel (1978, cités par Fayol, Camos et Roussel, 2000), à l'instar de Chomsky qui croit en une connaissance implicite de la grammaire d'une langue, défendent l'idée d'une connaissance implicite des principes de dénombrement. Pour eux, l'enfant a moins

besoin de manipuler, à l'instar des théories piagésiennes, car il sait déjà compter. Les principes de Gelman et Gallistel (1978) sont au nombre de cinq :

1. Le principe de correspondance un à un : chaque élément de la collection à dénombrer est associé à une et une seule étiquette ;
2. Le principe d'ordre stable : la suite des étiquettes constitue une liste ordonnée, une séquence fixe ;
3. Le principe de cardinalité : la dernière étiquette utilisée représente le cardinal de la collection ;
4. Le principe d'abstraction : l'hétérogénéité des éléments de la collection n'a pas d'impact sur leur dénombrement ;
5. Le principe de non-pertinence de l'ordre : l'ordre dans lequel les éléments de la collection sont dénombrés n'a pas d'incidence sur le cardinal de la collection.

De même que la grammaire permet de produire une infinité de phrases nouvelles (grammaire générative), la connaissance des cinq principes permettrait de générer les stratégies de dénombrement adaptées aux diverses tâches. Et, de fait, le dénombrement est considéré comme étant à la base de tous les autres apprentissages arithmétiques. Il constitue une technique de preuve qui permet de vérifier empiriquement la validité d'un raisonnement, par exemple dans la résolution d'opérations arithmétiques.

Fuson (1988, citée dans Noël, 2005), à la suite de Gelman et Gallistel, valide l'existence d'une certaine sensibilité aux quantités discrètes dès la naissance. Pour elle, cette sensibilité représente le fondement des apprentissages arithmétiques, mais n'en constitue pas la structure, comme c'est le cas dans la théorie défendue par Gelman et Gallistel. Fuson, en effet, n'accorde pas la même importance à la part de l'inné par rapport à celle de l'exercice. Elle postule que le dénombrement est d'abord une activité sans but, une routine, et l'enfant ne découvrira que progressivement ses liens avec la cardinalité. De plus, les enfants peuvent percevoir le cardinal de petites collections avant de pouvoir dénombrer. Cette vision se traduit par une évolution dans la manière d'enseigner les mathématiques à l'école. Les élèves arrêtent de manipuler, car ils possèdent des connaissances innées sur les quantités. Les enseignants leur apprennent désormais la comptine numérique, sur la base d'une routine, d'une musique à retenir, sans action sur les objets.

Ainsi, depuis les années 1980 et après plusieurs générations de programmes scolaires, les programmes de 2008 soulignent la liberté pédagogique de chaque enseignant. Ils posent la question de l'accès à la complexité et de la relation entre la résolution des problèmes mathématiques et l'acquisition d'automatismes. Cette question préexistait à la rédaction des nouvelles instructions ou des nouveaux programmes. Elle était souvent évoquée dans les débats et dans les recherches. Toutefois, elle apparaissait comme secondaire par rapport aux autres objectifs, notamment le développement de la logique, fondamentale pour assurer la compréhension des mathématiques. Elle était aussi perçue comme difficilement conciliable avec une conception d'ensemble qui avait à juste raison mis l'accent sur la construction par l'élève lui-même des connaissances. Les changements survenus au cours des trois dernières décennies ont conduit à la fois à relever un certain nombre de lacunes (en particulier en raison de l'arrêt de la manipulation) dans les performances des élèves et, d'autre part, à reconnaître l'importance de la mémoire et des automatismes dans l'acquisition des savoirs et savoir-faire arithmétiques.

A partir des années 1980, l'essor de la neuropsychologie et des sciences cognitives met en avant la multiplicité des zones cérébrales liées à l'utilisation du nombre et donc la complexité des activités mentales associées aux mathématiques. Le modèle du « triple code » élaboré en 1992 par Dehaene et Cohen synthétise cette perspective anatomo-fonctionnelle et précise que la localisation cérébrale traitant des données numériques n'est pas celle traitant des données linguistiques relatives au nombre. Le modèle du "triple code" permet de donner une légitimité aux difficultés rencontrées par des individus dans le domaine des mathématiques. Telle aire cérébrale, dédiée à une capacité mathématique précise, peut être lésée sans pour autant que d'autres aires de traitement numérique ne le soient, par exemple.

1.4.Mialaret et l'essor des sciences de l'éducation

Imprégné des courants philosophiques, psychologiques et pédagogiques de la seconde moitié du XXème siècle, Mialaret, alors professeur d'Université après une formation en mathématiques et en psychologie, a donné une nouvelle impulsion au développement des sciences de l'Education en France.

Mialaret insiste sur l'indispensable réunion des différents acteurs de l'éducation : praticiens, penseurs et politiques, pour développer ce domaine, en tenant compte des expériences et des avis de chacun.

A l'écoute de l'évolution de la société et de la multiplication des sources de savoir, Mialaret est partisan d'une école où l'élève est acteur. Les élèves, les professeurs, les cours, évoluent dans un contexte toujours différent, qui transforme chaque cours en une expérience unique.

Mialaret présente l'école comme un laboratoire au sein duquel l'élève occupe une place centrale. Pour avancer, il faut que l'élève se pose des questions. La variété de présentations des problèmes doit donc amener l'enfant à s'interroger et à raisonner. D'autre part, Mialaret souhaite que tous les enfants, quelles que soient leurs origines familiales, sociales et religieuses, aient les mêmes opportunités de développement personnel, de réussite scolaire et de choix professionnel. D'où la volonté de rendre accessible à tous les situations problèmes proposées dans l'enseignement des mathématiques.

Par ailleurs, l'école n'est plus la seule source de connaissances : les parents, le milieu ambiant, la société, Internet et les expériences personnelles jouent également un rôle non négligeable dans l'apprentissage et contribuent à forger des individus aux savoirs moins homogènes que ceux des élèves des générations précédentes ; c'est une nouvelle donnée à prendre en compte. L'élève agit sur le monde qui l'entoure à partir de ses connaissances et de son environnement, il doit à la fois tenir compte des enseignements qu'il reçoit et être acteur dans le développement de ses apprentissages.

2. Origines de l'enseignement de la résolution de problèmes arithmétiques

L'une des activités scolaires mettant en jeu les nombres est la résolution de problèmes arithmétiques. Il s'agit d'une activité fréquemment proposée aux élèves et qui soulève de nombreuses difficultés.

Le socle commun de connaissances et de compétences, inscrit dans la loi n°2005-380 du 23 avril 2005, constitue l'ensemble des connaissances, compétences, valeurs et attitudes nécessaires pour réussir sa scolarité, sa vie d'individu et de futur citoyen. Un livret personnel de compétences permet de suivre la progression de l'élève. Depuis 2011, la maîtrise des sept

compétences du socle est nécessaire pour obtenir le diplôme national du brevet. Parmi ces sept compétences, celle relative aux mathématiques : en s'appuyant sur la maîtrise du calcul et des éléments de géométrie, l'élève apprend à mobiliser des raisonnements qui permettent de résoudre des problèmes. « La maîtrise des principaux éléments de mathématiques s'acquiert et s'exerce essentiellement par la résolution de problèmes, notamment à partir de situations proches de la réalité. »

Mais d'où est venu ce choix d'enseigner les problèmes arithmétiques ?

Poujol (1996) constate que l'usage du problème dans l'enseignement élémentaire est relativement récent en France. L'enseignement des problèmes ne peut guère remonter avant le XVII^e siècle. D'une part, parce qu'il ne pouvait pas exister avant que ne soit enseigné le calcul aux enfants. D'autre part, parce que l'exercice qu'il représente est sous-tendu par l'idée, relativement nouvelle à l'échelle de l'humanité, que l'enseignement doit préparer le futur adulte à la vie en société.

L'introduction de l'apprentissage de l'arithmétique dans le programme de l'école élémentaire s'est faite très discrètement au XVII^e siècle, avec l'arrivée de la société marchande. Par conséquent, les premiers problèmes dont on a retrouvé la trace se résument à des calculs de prix. Jusqu'à la fin du XVIII^e siècle, la science a eu peu de place dans les collèges destinés à l'élite. L'adoption du système métrique décimal en 1790, rendu obligatoire en 1801 en France, va participer à inscrire l'arithmétique comme matière obligée dès l'enseignement élémentaire.

C'est à la fin du XIX^e siècle que les problèmes apparaissent dans les manuels pédagogiques. Et jusqu'au milieu du XX^e siècle, cet enseignement constitue un moyen d'évaluation de l'apprentissage scolaire. A partir de 1945, les objectifs de formation de l'homme tiennent de moins en moins de place dans les instructions scolaires. Les instructions de 1945 précisent, à propos des problèmes : « C'est sur des faits qu'il faut s'appuyer et c'est à ces faits qu'il faut appliquer les calculs » (Chobaux, 1967, citée par Bacquet, Poujol, Soulié, Decour et Guéritte-Hess, 1996).

Qu'en est-il des pédagogues et des théories pédagogiques ? Il semble bien que l'on doive considérer l'intrusion du problème dans l'enseignement primaire au XIX^e siècle comme une innovation pédagogique. Cette nouveauté dans l'apprentissage du calcul offrait un moyen de se confronter à la réalité des notions théoriques ou tout au moins abstraites. Le problème

était une occasion d'un apprentissage de données nécessaires à la vie en société. Renoncer au problème aujourd'hui, ne serait-ce pas renoncer à ce type d'apprentissage ?

En 1994, Colomb (cité par Bacquet *et al.*, 1996) soulignait dans le dictionnaire encyclopédique de l'éducation et de la formation : « En pédagogie, le problème s'est vu attribuer une place centrale...En effet, dans la perspective "constructiviste" actuelle selon laquelle les élèves construisent leurs connaissances en réponse à des problèmes, le développement des capacités des élèves à résoudre des problèmes devient un enjeu important pour tous les pédagogues. Malheureusement, s'il est facile de développer par conditionnement des capacités de résolution pour des "problèmes-types", il est infiniment plus difficile d'apprendre aux élèves à faire face à des problèmes de nature, de forme, de présentation très diverses, grâce à des heuristiques générales ».

Aujourd'hui, la place du problème dans l'enseignement ne semble pas remise en question puisque, de sa pratique, semble devoir découler pour l'enfant une meilleure appréhension de la société. Les enfants des écoles primaires n'en ont donc pas fini avec les problèmes et ils continueront à être évalués sur la base de la réussite ou de l'échec dans leur résolution. Face à un problème arithmétique, l'enfant utilise d'abord ses capacités d'analyse et de compréhension, en vue de décrypter l'énoncé. Après avoir construit une représentation du problème, il applique les procédures opératoires qu'il juge adaptées pour le résoudre.

3. L'enseignement actuel des problèmes arithmétiques : objectifs

D'après les documents de 2002 publiés par le Ministère de l'Education Nationale, deux objectifs principaux étaient à développer chez l'élève, grâce à la résolution de problèmes :

- rendre l'élève expert dans la résolution de certains problèmes pour lesquels il reconnaît rapidement le traitement approprié,
- rendre l'élève capable d'initiative pour d'autres problèmes, c'est-à-dire capable d'imaginer des solutions originales, de les tester et, en raisonnant, d'adapter ses connaissances pour traiter la situation proposée de manière personnelle, originale.

Pour trouver la solution, l'élève du début des années 2000 doit donc comprendre qu'il existe plusieurs démarches différentes pour un même problème et identifier celle qui est la plus

efficace. Pour permettre aux élèves de comprendre comment aboutir aux solutions expertes, différents axes d'enseignement sont donnés :

- La verbalisation du problème va permettre de modifier son énoncé afin d'en obtenir un qui soit plus facilement résolvable.
- La manipulation peut également être utilisée afin de mettre à jour les différentes procédures qui peuvent être mises en place pour trouver la procédure la plus économe.
- Le calcul mental permet, grâce à différentes situations, de montrer l'équivalence de plusieurs procédures.
- Des petits exercices d'application peuvent rendre compte de l'équivalence de certains calculs (par exemple : $12 + 4 = 16$ et $16 - 12 = 4$).

Lorsque les connaissances de l'élève ne suffisent pas à la résolution du problème, il peut mettre en œuvre des stratégies différentes de la solution experte.

De même, on trouve encore un paragraphe entier sur la manipulation dans les documents d'application des programmes de 2002. On y trouve notamment l'idée que la plupart des notions mathématiques peuvent émerger des questions posées sur des objets.

Les nouveaux programmes (2008) sont plus ambitieux que les précédents et impliquent donc que le temps disponible pour étudier chaque notion est plus court. Or, l'exercice de manipulation est consommateur de temps. De plus, ces programmes invitent les enseignants à se détacher rapidement de la manipulation : « amener l'élève à dépasser le simple stade de l'action afin de s'engager dans un processus de conceptualisation. » (Calmelet, Graff et Valzan, 2010, p.51). De la même manière, lorsqu'ils proposent des aides à la résolution des problèmes, ces chercheurs évoquent la reformulation de l'énoncé, la schématisation ou la représentation par un dessin, le recours au mime ou encore la catégorisation du problème, mais en aucun cas l'utilisation de matériel par la manipulation.

La manipulation n'est donc plus une activité principale lors de la résolution de problèmes comme c'était le cas avec les programmes de 2002. En revanche, les enseignants sont libres de mener leurs enseignements comme ils le souhaitent. Ils peuvent donc, s'ils le pensent nécessaire, continuer à pratiquer cette activité au cours des séquences.

Cette activité manipulatoire est nécessaire pour pouvoir faire et défaire et se forger des représentations des situations. Malheureusement le rythme imposé aux apprentissages permet de moins en moins le passage par cette étape.

II- Compréhension d'un énoncé et élaboration d'inférences : la création d'une représentation du problème

1. La compréhension

1.1.Définition

Dans son sens étymologique, le verbe comprendre est emprunté au latin 'comprehendere', qui signifie « saisir avec », « embrasser par la pensée ». Il s'agit donc de prendre du sens pour soi, à partir de ses connaissances propres.

La compréhension verbale est la « capacité à accéder au sens, à la signification des messages linguistiques délivrés oralement ou par écrit » (Brin, Courier, Lederle et Masy, 2004).

La compréhension en lecture s'envisage par la succession de différentes étapes, à savoir :

- une représentation initiale qui permet l'intégration des données extérieures (images, texte, etc.) et des données intérieures (connaissances personnelles) ;
- une représentation modifiée qui consiste à mettre en lien les informations lues (retour en arrière lors de la lecture...) afin de favoriser la création d'un modèle de situation, tel qu'il a été élaboré par Kintsch et Van Dijk (1983, cités par Estienne et Piérart, 2006) ;
- une représentation intégrée permise par l'élaboration d'un modèle de situation (Kintsch et Van Dijk, 1983, cités dans Estienne et Piérart, 2006). Ce modèle désigne une forme de représentation plus élaborée associant des informations transmises par le texte (états, événements, actions, etc.) aux connaissances personnelles et générales intégrées, mises en œuvre par le sujet lors de la lecture. Ainsi, chaque lecteur s'approprie le texte à sa façon.

La lecture d'un énoncé de problème arithmétique ne diffère que peu de la lecture d'un texte. Le sujet doit le comprendre afin d'inférer les procédures de résolution adéquates. Cet énoncé de problème comporte des informations lexicales qui sont organisées selon des règles grammaticales conventionnelles. Par conséquent, le sujet doit mettre en relation les informations qu'il est en train de lire et les connaissances qu'il possède.

Certaines informations présentes dans le texte ou l'énoncé peuvent être implicites. Dans le cas d'un texte narratif par exemple, les sujets vont tenter de construire les liens nécessaires entre les actions et les événements principaux du texte en ajoutant des propositions inférentielles permettant la compréhension. Ainsi, les textes vont se différencier, cette distinction reposant sur la quantité de connaissances spécialisées ou non que le lecteur doit posséder pour comprendre le texte.

Dans le cas d'un énoncé de problème, le sujet doit également faire des inférences, non seulement par rapport aux procédures de résolution mais aussi pour comprendre l'énoncé. Les problèmes arithmétiques étant souvent brefs, le sujet a recours à des présuppositions textuelles et à des inférences, ce qui accroît les difficultés des enfants, alors que les "experts" les surmontent grâce à des schémas disponibles en mémoire à long terme (De Corte, Verschaffel et de Win, 1985, cités par Fayol, 1990). La reformulation, rendant plus explicites les relations sémantiques, facilite la compréhension et donc la résolution de problèmes.

1.2.Capacités cognitives nécessaires à la compréhension des problèmes

Parmi l'ensemble des tâches arithmétiques proposées à l'enfant, certaines exigent seulement l'application routinière d'un algorithme appris. D'autres situations ne permettent pas la simple mise en œuvre d'une procédure apprise préalablement, et nécessitent la combinaison de plusieurs procédures choisies personnellement par l'individu. La situation problème constitue cette tâche complexe où l'individu recherche une solution sans savoir au départ comment y parvenir, et qui nécessite plus que l'application automatisée d'une séquence d'actions. Ce type de situations est défini par deux conditions :

- l'existence d'un écart entre une situation présente ou initiale (état de départ jugé insatisfaisant) et une situation désirée à laquelle l'individu doit parvenir (but à atteindre),
- l'absence d'évidence du chemin menant à la réduction de cet écart.

Pour qu'il y ait un problème, il faut donc nécessairement qu'il y ait un caractère de nouveauté et de surprise. Tout problème exige dès lors une démarche cognitive active qui vise la recherche d'opérateurs, c'est-à-dire des actions autorisées permettant de modifier la situation de manière à parvenir au but. Les enfants doivent mettre en œuvre des stratégies de

décomposition du problème en sous-buts pour traiter les informations au fur et à mesure. De même, ils vont utiliser des analogies pour comparer la situation à une autre similaire déjà rencontrée auparavant et adapter la résolution au problème actuel. Ils auront donc à planifier les étapes de résolution et à s'adapter aux situations décrites dans le problème.

1.3.Trois modèles de compréhension en lecture

1.3.1. Le modèle de Giasson (2008)

Le modèle de compréhension en lecture proposé par Giasson (2008) met en avant le processus interactif qu'est la lecture. Celle-ci met en œuvre trois variables, à savoir : la variable lecteur, la variable texte et la variable contexte.

La variable lecteur comprend :

- les structures du sujet, qui correspondent à ce que le lecteur est, à travers ses connaissances et ses attitudes.

Le lecteur a des connaissances phonologiques, syntaxiques, sémantiques et pragmatiques sur la langue et des connaissances sur le monde. Cet ensemble constitue ses structures cognitives. Les connaissances antérieures que l'enfant a acquises lui permettent de les lier aux informations nouvelles contenues dans le support de lecture. Ainsi, la compréhension en lecture est difficile si le lecteur ne peut rattacher une nouvelle information lue à des connaissances antérieures, lui permettant de donner du sens à la lecture qu'il vient d'effectuer. Les structures affectives sont tout aussi importantes à prendre en compte. Chaque individu éprouve une attitude bien particulière face à la lecture, qu'il apprécie ou non (attraction, indifférence, répulsion, dégoût). Selon le thème abordé par le support de lecture, les intérêts personnels du lecteur et l'attitude de celui-ci face à l'acte de lire, la motivation à la lecture sera plus ou moins importante.

- les processus de lecture, qui font référence aux habiletés que le lecteur met en œuvre lors de la tâche de lecture. Ils s'activent simultanément lors de la tâche de lecture.

Les microprocessus rendent possible la compréhension de l'information contenue dans une phrase. Les processus d'intégration permettent la création de liens entre les propositions ou les phrases. Les macroprocessus aident à la compréhension globale, et permettent de créer un tout cohérent. Les processus d'élaboration accordent au lecteur une compréhension au-delà des informations explicites par la génération d'inférences. Les processus métacognitifs aident à la gestion de la compréhension et laissent au lecteur la possibilité de s'ajuster au texte et à la situation.

La variable texte correspond au support que l'enfant doit lire. Ainsi, il convient de prendre en compte les éléments suivants : l'intention de l'auteur (Que veut-il transmettre ?), la structure du texte (Quelle est la façon dont sont agencées les informations transmises ? Quelle est la forme du support proposé à la lecture ?) et le contenu du texte (Quelles sont les idées véhiculées par le support de lecture ?).

La variable contexte s'applique aux informations extérieures au support de lecture, ayant un impact sur la compréhension.

Le contexte psychologique correspond aux conditions du lecteur, à savoir son intérêt pour la lecture, sa motivation et son intention de lecture. L'intention de lecture est déterminante dans la compréhension d'un texte ou d'un support imagé. Par ailleurs, les interactions éventuelles du lecteur lors de la lecture, avec les enseignants ou ses pairs, composent le contexte social. Le contexte physique, quant à lui, désigne les conditions matérielles dans lesquelles s'effectue l'acte de lire : bruit environnant, température, qualité du support de lecture, etc.

La compréhension en lecture dépend donc du degré de relation entre le lecteur, le support et le contexte de lecture : plus la relation entre ces variables sera grande, plus la compréhension en lecture sera favorisée.

1.3.2. Le modèle de compréhension de Kintsch et Van Dijk

Le modèle de compréhension, élaboré par Kintsch et Van Dijk (1978, 1983, cités par Estienne et Piérart, 2006), semble être actuellement le modèle de compréhension le plus pertinent pour

rendre compte de la construction de la représentation du texte chez le lecteur, en intégrant la variabilité inter-individuelle.

Le modèle de Kintsch et Van Dijk (1978) prend en compte la représentation sémantique des phrases, à partir de la surface du texte, pour construire la base de texte, "représentation spécifique à la compréhension du discours", reflétée par les éléments du texte (Estienne et Piérart, 2006). Ainsi, la construction de la cohérence du texte se fait au niveau local, par cycles successifs, via la sélection de propositions dans le texte, selon le degré de récence et/ou d'importance, et leur rétention en mémoire de travail.

En 1983, Kintsch et Van Dijk introduisent la représentation du modèle de situation dans le processus de compréhension. Il s'agit d'une forme de représentation plus élaborée que la base de texte, dans la mesure où le processus de compréhension implique une représentation mentale du contenu du texte, tout en intégrant les connaissances personnelles et générales des sujets au cours de la lecture.

En 1988, Kintsch propose une nouvelle version du modèle de compréhension. La distinction entre "base de texte" et "modèle de situation" tend à disparaître. Le modèle de construction-intégration propose une représentation cyclique et hiérarchisée des propositions. Les concepts les plus importants sont conservés. Le processus de construction est responsable de la sélection des propositions en mémoire de travail, de l'activation des concepts en mémoire à long terme, des inférences et de l'importance de ces propositions. Ainsi, il mènerait donc à une représentation partiellement incohérente du texte, dans la mesure où des informations non pertinentes pourraient être activées et pourraient mener à d'éventuelles contradictions.

Le processus d'intégration intervient donc par la suite afin d'apporter une représentation cohérente, par la désactivation des informations non pertinentes et l'activation des concepts pertinents pour la compréhension (Estienne et Piérart, 2006).

1.3.3. Le modèle cognitif de Denhière et Baudet (1990)

La compréhension en lecture demande une participation active de l'individu qui doit faire appel à un ensemble d'opérations cognitives, afin de construire une représentation mentale cohérente.

Les auteurs distinguent deux éléments :

- Les structures cognitives regroupant les représentations-types (connaissances et croyances du lecteur avant la tâche de lecture, à savoir l'ensemble des informations présentes en mémoire à long terme) et les représentations occurrentes (événements qui ont une courte durée en mémoire, ayant pour rôle d'informer de l'état de l'information traitée au cours de la procédure de traitement de transformation des informations).

- Les opérations cognitives correspondant aux processus d'évolution des informations traitées. Trois phases sont à distinguer lors de ces opérations. La phase d'entrée se compose de trois niveaux : perception, compréhension et mémorisation de la signification du texte. La phase de conservation correspond à l'étape durant laquelle les informations sont mises en mémoire. Enfin, la phase de sortie s'attache à la récupération des représentations-types et des représentations occurrentes en mémoire à court terme et en mémoire à long terme, et à la production du rappel de récit à partir des propres mots du lecteur.

La compréhension correspond à la représentation de la signification véhiculée par le texte. Ainsi, le lecteur doit hiérarchiser les informations entre elles et les mettre en relation.

Deux types de modèles sont mis en exergue :

- Les modèles de type schéma : ces modèles ont une structure avec une place vide que les connaissances antérieures vont venir combler, grâce à leur activation lors du traitement du texte.

- Les modèles d'inspiration connexionniste : des connaissances antérieures sont présentes chez le lecteur, et le traitement de nouvelles informations va permettre la construction de nouvelles structures de connaissances à partir du système d'intégration.

Les trois modèles exposés inscrivent le lecteur dans une démarche active. Au cours de la lecture, le sujet, selon ses expériences vécues, active ses connaissances antérieures, sélectionne les informations pertinentes et se crée une représentation cohérente de la situation-problème.

Pour désactiver les informations non nécessaires à la compréhension de l'énoncé et activer celles qui lui donneront sens, le lecteur met en œuvre des inférences.

2. Inférences, compréhension inférentielle

2.1. Définition de l'inférence

Le dictionnaire d'orthophonie définit l'inférence comme un « ajout d'informations n'étant pas explicitement données dans le texte, mais que le lecteur peut déduire ou supposer à partir de ses propres connaissances générales sur le monde, établissant ainsi des liens entre les différentes parties du texte et permettant de construire sa représentation mentale intégrée » (Brin *et al.*, 2004).

D'après Brin *et al.* (2004), l'inférence est implicite puisqu'elle n'est pas clairement exprimée. Ainsi, l'explicitation de l'implicite en lecture sera possible grâce à de bonnes capacités d'élaboration d'inférences et de connaissances du monde par le lecteur (Lenfant, Thibault et Helouin, 2006).

« La génération d'inférences est reconnue et considérée comme l'un des composants essentiels du processus de compréhension » (Lussier et Flessas, 2001, cités par Lenfant *et al.*, 2006). Pour Lenfant *et al.* (2006), la réalisation d'inférences permet de créer une continuité entre les informations lues. Ainsi, l'individu accède à une image mentale qui correspond à la situation décrite par la lecture. Le lecteur met en œuvre des inférences dans de nombreux actes de lecture et ce, quel que soit son support : écrit ou imagé.

Un énoncé, pour être compris, doit répondre à deux lois : la loi d'informativité et la loi d'exhaustivité. Pour répondre à la pertinence de l'énoncé, le locuteur doit compléter son énoncé pour qu'il ait une certaine cohérence. Si ce n'est pas le cas, le récepteur devra compléter les informations manquantes dans l'énoncé par l'élaboration d'inférences afin de rétablir la cohérence de l'énoncé. La lecture nécessite une représentation cohérente de la situation, comme l'ont démontré Kintsch et Van Dijk dans leur modèle. Pour ce faire, l'élaboration d'inférences est nécessaire, dans la mesure où ce sont elles qui permettent de construire cette cohérence entre les différentes informations traitées.

« Les inférences nécessaires à la cohérence de la représentation résultent, soit d'une simple activation des connaissances, soit d'une élaboration » (Rossi et Campion, 2008).

L'activation des connaissances est suffisante lorsqu'une relation est déjà instaurée entre celles-ci. La lecture d'une image ou d'un texte simple, en l'absence de connecteurs logiques, ne nécessite pas de réaliser des inférences. En revanche, lorsque des connexions entre les informations à traiter sont manquantes, le lecteur doit élaborer des inférences. On peut distinguer les élaborations obligatoires qui sont nécessaires à la cohérence entre les informations traitées, des élaborations optionnelles qui se construisent à partir des connaissances du monde et qui ne sont pas nécessaires à la cohérence entre les différentes informations à traiter.

2.2.La compréhension inférentielle

La compréhension inférentielle est une tâche cognitive qui se répartit en trois étapes (Dabène-Quet, 1999, cité dans Lenfant *et al.*, 2006) :

- l'intégration : mettre en relation les idées afin de créer « une représentation unique »;
- l'extraction des idées principales : ordonner les informations fournies par la lecture ;
- l'élaboration : relier les informations lues aux connaissances acquises.

La compréhension inférentielle est impliquée, non seulement dans la compréhension de textes, mais également dans la compréhension d'énoncés courts, à l'instar des énoncés de problèmes arithmétiques.

Zagar, Fayol et Devidal (1991, cités par Devidal *et al.*, 1997) ont constaté que, suivant la finalité de la lecture (compréhension ou résolution) de problèmes arithmétiques, l'énoncé n'était pas lu de la même façon chez des enfants de dix ans. Les enfants lisent plus rapidement les segments de l'énoncé qui n'occasionnent pas de calcul, quand il s'agit de résoudre le problème. Leur lecture est plus lente quand il s'agit de le comprendre comme un texte narratif, mettant en œuvre des traitements inférentiels. D'après ces auteurs, dans la situation de résolution de problèmes, « les lecteurs vont au plus vite à l'information pertinente (les segments à chiffres) pour le calcul, sans prêter attention à l'habillage du problème ».

Pour résoudre un problème, l'élève doit mettre en place un processus de compréhension dont il est plus ou moins conscient. Il se déroule selon trois niveaux :

- 1^{er} niveau : la compréhension textuelle qui relève du traitement linguistique
- 2^e niveau : la compréhension relationnelle qui repose sur la capacité à mettre en relation les éléments de la situation de départ. Elle relève également des connaissances et de la capacité de l'élève à mettre en réseau ses connaissances mathématiques. Le processus de compréhension dépend des procédures et des stratégies de résolution dont dispose l'enfant et dépend de la gestion des relations liant les données du problème.

L'élève doit prendre en compte toutes les relations contenues dans le problème, relevant à la fois du problème et de la pensée logique de l'élève (les opérations à faire, les différents concepts à utiliser, les liens possibles entre ces concepts). D'autre part, il doit articuler celles-ci dans un plan logico-mathématique cohérent (le réseau de connaissances permettant de trouver une solution appropriée de façon organisée).

- 3^e niveau : l'élaboration d'un plan de résolution.

Selon Fayol (1991) et Duval (1991), la compréhension est conditionnée par les connaissances antérieures et le niveau de formation cognitive du modèle de résolution de problème auquel l'élève fait appel. Ceci oblige à dépasser la simple récitation orale d'une chaîne graphique, un simple décodage des structures de surface. Le raisonnement, la logique, la réflexion sont essentiels pour établir la relation. La lecture n'est pas une activité passive, elle nécessite des traitements inférentiels.

Devant un modèle nouveau, l'élève peut se retrouver en échec, car les représentations nécessaires à la résolution du problème ne sont pas suffisamment articulées entre elles. L'expérience, permettant de résoudre le problème, n'est pas encore vécue.

Habileté en lecture et résolution de problèmes arithmétiques

L'habileté en lecture est définie par Gough et Juel (1989) comme reposant sur la maîtrise de deux sous-habiletés. D'abord, il y a le décodage, c'est-à-dire que l'enfant doit être capable d'identifier les mots écrits. Ensuite vient la compréhension des phrases et du texte. L'enfant doit faire les relations entre les mots et la structure générale d'un texte, autrement dit, il doit réaliser des inférences.

Plusieurs auteurs (Clement, 2008 ; Muth, 1984, cité par Voyer *et al.*, 2012) ont étudié l'impact de l'habileté en lecture dans la résolution de problèmes mathématiques, afin d'expliquer les différences de résultats obtenus entre les enfants.

Clement (2008) a constaté que la capacité à décoder l'énoncé d'un problème arithmétique ne constituait qu'une des facettes de la réussite dans la résolution de ces problèmes. Il considère d'autres facteurs de réussite, tels que l'appréhension individuelle face aux énoncés et à la discipline des mathématiques en général, le niveau d'éducation et l'entraînement.

Muth (1984, cité par Voyer *et al.*, 2012) a aussi étudié la compétence en lecture. Dans une expérimentation menée auprès de 200 élèves de sixième année, l'auteur fait varier la complexité syntaxique des énoncés des problèmes, en présentant des problèmes rédigés dans une forme syntaxique simple ou complexe. Voici deux exemples de problèmes tirés de l'expérimentation :

Forme syntaxique simple :

« Joe avait encore 131 pages à lire dans son livre. Il a ensuite lu 29 pages de plus.
Combien de pages reste-t-il à lire ? »

Forme syntaxique complexe :

« Si Joe avait encore 131 pages à lire dans son livre et qu'il lisait 29 autres pages, combien de pages resterait-il à lire ?

L'analyse des résultats montre que l'habileté en lecture est en étroite relation avec la production de réponses correctes.

Les études recensées suggèrent que la compréhension en lecture a une influence sur la réussite des élèves en résolution de problèmes (Carpenter *et al.*, 1980 ; Clement, 2008). L'habileté en lecture joue donc un rôle important dans cette activité, mais ce facteur ne peut expliquer qu'une partie des erreurs des élèves, l'éducation et l'entraînement étant également influents.

2.3.Processus en jeu nécessaires à la réalisation d'inférences

D'après l'exposé de littérature proposé par Boutard et Maeder en 2006, il apparaît que plusieurs facteurs, d'ordre cognitif ou non, interviennent dans la réalisation d'inférences au cours d'une tâche de compréhension.

Retenons les principaux facteurs en jeu : capacités en mémoire à court et long terme, informations générales connues par le lecteur, capacités de généralisation.

2.3.1. Capacités mnésiques

La mémoire à long terme et la mémoire de travail sont impliquées dans l'élaboration d'inférences. En effet, le concept doit être accessible en mémoire à long terme afin d'être inféré. De plus, le lecteur doit relier les informations lues aux divers endroits de la séquence proposée. Pour ce faire, il faut stocker celles-ci en mémoire de travail afin de générer les inférences nécessaires.

Le modèle de construction-intégration de Kintsch et Van Dijk (1988, 1998, cités par Lenfant *et al.*, 2006) révèle qu'une nouvelle inférence demande une charge cognitive plus importante en mémoire de travail qu'une inférence extraite de connaissances antérieures. Or, plus le coût cognitif en mémoire de travail est important lors de la réalisation d'inférences, moins le lecteur pourra générer des inférences lors d'une tâche de compréhension (Kintsch, 1998 cité dans Lenfant *et al.*, 2006).

Dans une tâche de résolution de problèmes, un enfant, ayant déjà lu un énoncé similaire, pourra activer un schéma de résolution connu, en réalisant les inférences complémentaires nécessaires, sans que cela ne soit trop coûteux cognitivement. La confrontation répétée à un même type de problème allègera la charge en mémoire.

2.3.2. Connaissances du monde

Les inférences seront d'autant plus rapidement réalisées que le sujet a une connaissance préalable du thème, abordé par des propositions d'images ou de textes. La connaissance du monde, incluant les connaissances antérieures des sujets, fait appel aux événements vécus ou à des informations déjà stockées en mémoire à long terme.

« L'enrichissement de la base de connaissances est [...] un facteur responsable de l'amélioration avec l'âge de la compréhension en lecture » (Siegler, 2011 cité dans Lenfant *et al.*, 2006).

La performance de l'élève en résolution de problèmes est influencée par sa capacité à activer ses connaissances antérieures (Radford, 1996). Dans un même ordre d'idées, Giasson

(2003) souligne que la compréhension d'un problème et, avant tout, la compréhension en lecture du problème, nécessite que l'élève active ses connaissances sur le monde et sur la langue. L'élève active ses connaissances antérieures pour établir un lien entre celles-ci et les informations du texte. Il intègre ensuite l'information nouvelle à ses connaissances antérieures (Giasson, 2003). Ainsi, si le sujet n'a pas les connaissances antérieures nécessaires pour se faire une bonne représentation mentale du problème, ses performances s'en trouveront affectées. En effet, le savoir accumulé est particulièrement important, puisqu'un problème mathématique fait appel à des connaissances arithmétiques, des connaissances sur la langue, des connaissances sur les concepts utilisés dans le problème ainsi que des connaissances sur le thème du problème. Celles-ci jouent un grand rôle dans la représentation mentale que l'élève se fait du problème (Sovik, Frostrad, et Heggberget, 1999).

Toutefois, Zagar, Fayol et Devidal (1991, cités par Devidal *et al.*, 1997) rappellent que l'activation des connaissances antérieures, si elle peut aider l'élève à comprendre le problème, comporte aussi le risque, selon la nature des connaissances activées, de court-circuiter une phase importante de l'analyse en pointant directement les objets mathématiques.

2.3.3. Capacités de synthèse

La capacité de généralisation ou de synthèse est la capacité à établir des liens pertinents entre les informations lues, afin de créer une image mentale exacte et donc de générer des inférences adaptées, outre le fait de soulager également la mémoire.

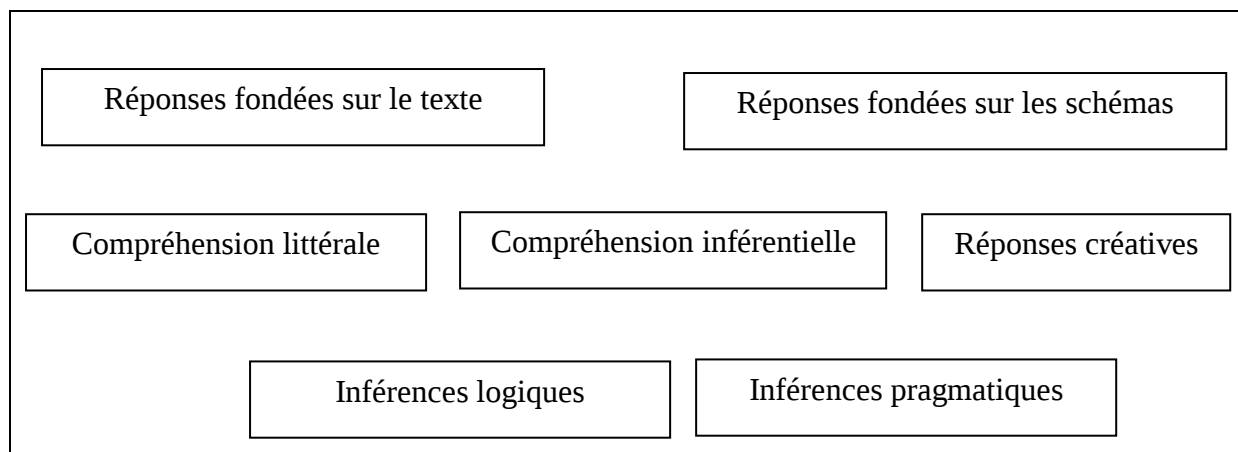
Le contrôle cognitif, à savoir le temps de réflexion, le temps de relecture, l'autocorrection spontanée et la modulation de la vitesse de lecture en fonction de la difficulté, sont autant de facteurs à prendre en compte dans la réalisation d'inférences.

Par ailleurs, le processus inférentiel ferait également intervenir des fonctions cognitives plus complexes, dont la mémoire de travail, citée ci-dessus, les mémoires sémantique et épisodique (mémoire à long terme), l'attention divisée et soutenue, le raisonnement déductif, inductif ou par analogie et les fonctions exécutives (Duchêne May-Carle, 2006).

2.4. Modèle conceptuel des inférences de Cunningham (1987)

Cunningham (1987, cité par Giasson, 2008) a créé un modèle permettant l'observation des relations implicites qui ont lieu entre les propositions. Les inférences ne sont donc pas catégorisées de façon isolée, mais présentées sur une échelle.

Echelle des inférences de Cunningham



Cunningham présente, à travers son modèle, ce qui est de l'ordre de l'inférence et ce qui ne l'est pas, avant de différencier les inférences fondées sur le texte et celles fondées sur les schémas du lecteur (connaissances).

A gauche de l'échelle se trouvent les réponses issues uniquement du texte (compréhension littérale), alors qu'à droite il s'agit de celles issues presque exclusivement de la tête du lecteur (compréhension créative).

Ainsi, afin de déterminer la place de la réponse sur l'échelle d'inférences, il est intéressant de se représenter jusqu'à quel point le lecteur fait appel au texte et jusqu'à quel point il exploite ses connaissances (Giasson, 2008).

Confronté à un énoncé de problème arithmétique, l'enfant restera-t-il rivé au texte, utilisera-t-il son savoir acquis, ou trouvera-t-il un compromis entre les deux pour en avoir une compréhension inférentielle ?

2.5. Classification des inférences

Plusieurs classifications d'inférences ont été proposées en fonction des courants de pensée et des domaines de recherche.

2.5.1. Classification générale

Duchêne May-Carle (2006) expose les différents types de classification des inférences :

- Selon la distance entre les propositions génératrices d'inférences : inférences locales et globales. Ces inférences nécessitent l'implication de la mémoire de travail et de la mémoire à long terme.

Les inférences locales impliquent la mise en place de connexions entre les informations en cours de traitement (informations juxtaposées) et celles qui viennent d'être traitées dans le même contexte. On parle également d'inférences de liaison. Elles peuvent participer à la construction du modèle de situation.

Les inférences globales permettent de relier des informations à distance, c'est-à-dire d'établir des connexions entre de nouvelles informations et des éléments pertinents à la compréhension qui ne sont plus actifs en mémoire de travail. Ces inférences sont indispensables à la construction d'un modèle de situation.

- Selon la relation de causalité entre les propositions génératrices d'inférences : inférences rétrogrades et inférences antérogrades. Plus la relation de causalité est importante et plus l'inférence sera probable et générée.

Deux types d'inférences sont à distinguer :

Les inférences de connexion, présentes de manière juxtaposée lors de la lecture, et qui présentent l'une envers l'autre un lien de cause à effet.

Les inférences de rétablissement, qui apparaissent lorsque les liens de causalité sont absents à un niveau local. Ainsi, le lecteur réactive une autre information, soit lue précédemment et stockée en mémoire, soit stockée en mémoire à long terme et répondant à un modèle de situation.

- Selon la plus ou moins grande complexité du processus cognitif : les inférences "on-line" sont générées pendant la lecture, contrairement aux inférences "off-line", générées après la lecture.

- Selon le type de compétence en jeu : inférences logiques et inférences pragmatiques. Cette dernière classification est celle qui est la plus communément admise dans les différentes études portant sur le processus inférentiel.

2.5.2. La classification proposée par la psychologie cognitive

En psychologie cognitive, la classification des inférences a été effectuée selon le caractère conscient (stratégique) ou inconscient (automatique) des inférences, selon leur degré de complexité et l'endroit où rechercher les informations dans le texte.

Boutard et Maeder (2006) distinguent ainsi les inférences rétroactives, les inférences proactives ou d'élaboration, les inférences automatiques et les inférences élaboratives.

Graesser, Singer et Trabasso (1994) s'intéressent au moment de l'élaboration des inférences à travers les inférences "on-line", réalisées au moment du processus de compréhension, et les inférences "off-line", exécutées lors d'une tâche de récupération ultérieure.

Les inférences "on-line" regroupent six catégories, à savoir : les inférences référentielles, d'assignation de rôle ou de fonction, d'antécédent causal, de but super-ordonné, thématiques, de réaction émotionnelle d'un personnage.

Les inférences "off-line" regroupent les inférences de conséquences causales, de catégories de noms, d'instruments, de subordination des buts par rapport aux actions et d'états.

2.5.3. La classification proposée par les sciences du langage

Les sciences du langage ont connu trois courants de pensée. Le premier courant, pendant les années 1970, s'intéressait à la direction de l'inférence, d'où une classification selon deux types : la présupposition et l'implication (logique et pragmatique). Le deuxième courant, durant les années 1980, a utilisé la classification proposée par Johnson et Johnson (1986, cités par Boutard et Maeder, 2006) en fonction des connaissances du sujet et du domaine couvert

par l'inférence, à savoir le lieu, l'agent, le temps, l'action, l'instrument, la catégorie, l'objet cause-effet, le problème-solution et le sentiment-attitude. Le troisième courant, explicité par Duchêne May-Carle (2006), est présenté comme le plus communément admis. Celui-ci a été créé dans les années 1990 et est notamment présenté par Giasson en 2000. Il distingue deux types d'inférences :

- Les inférences logiques, fondées sur le texte, nécessitent de faire appel à la compétence logique. Elles mobilisent un raisonnement de type formel, déductif. « Elles sont nécessaires et univoques ». Elles n'ajoutent pas d'information au contenu proposé. (Duchêne May-Carle, 2006). Elles correspondent aux inférences communes à tout le monde. Elles sont nécessaires à la compréhension de certains types de problèmes arithmétiques, ceux dont la formulation est relativement simple.

- Les inférences pragmatiques ne sont en revanche pas fondées sur le texte, mais sur des connaissances que le lecteur tire de sa mémoire sémantique. Elles ont pour but de compléter le modèle de situation construit par le lecteur au fur et à mesure de sa lecture, avec des informations non explicitées dans le texte. Ces inférences se créent par la mise en œuvre de processus activateurs, lors du traitement des informations en lecture, qui stimulent en mémoire les connaissances liées à ces informations (Campion *et al.*, 1999, cités par Boutard et Maeder, 2006). Elles permettent un raisonnement de type inductif (Duchêne May-Carle, 2006).

La notion d'inférence pragmatique est intimement liée à celle de script : « schéma d'actions qui correspond à un scénario type. Il repose sur un ensemble de connaissances spécifiques à une situation de la vie courante, récurrente et suivant un déroulement séquentiel stéréotypé. [...] Ces scripts, constituent des savoirs partagés par les interlocuteurs et permettent des communications économiques » (Boutard et Maeder, 2006).

De nombreux problèmes sont conçus sur la base de situations réelles, pour permettre aux élèves de se représenter facilement la situation. Pour les résoudre, les enfants devront activer leurs connaissances et les mettre en relation avec les situations-problèmes.

Les inférences logiques et pragmatiques se confondent bien souvent au sein d'une même situation d'énonciation. Mais, il est intéressant de se demander jusqu'où l'enfant est capable d'utiliser ses propres connaissances pour la compréhension de cette situation d'énonciation.

Ainsi, le lecteur réalise des inférences logiques et pragmatiques pour accéder au sens d'un texte. Lors de la lecture d'un énoncé de problème arithmétique, l'enfant doit faire les inférences logiques et pragmatiques nécessaires pour mettre en œuvre les procédures de résolution adéquates.

3. La représentation de la situation-problème

Un problème arithmétique est avant tout un énoncé. Pour le résoudre, le sujet doit se représenter celui-ci afin d'inférer les procédures de résolution appropriées. Il doit donc le comprendre, c'est-à-dire mettre en ordre et en relation les éléments de celui-ci, avant de faire correspondre les concepts mathématiques (perdre, gagner, partager, répéter) avec une opération mathématique.

3.1.Le rôle de la représentation

Toutes les activités scolaires ont pour finalité de conduire l'élève au plan de la représentation, afin qu'il devienne capable de se mouvoir sur le plan mental, aussi bien dans le temps que dans l'espace. Tous les psychologues de l'enfant se sont attachés, sur un plan général, à étudier ce problème. Les travaux actuels de la psychologie cognitive nous apportent des éléments d'analyse et d'interprétation.

Mialaret (2011) distingue cinq étapes principales dans le processus de représentation :

1. L'action réelle qu'effectue l'enfant (et non celle que décrit le professeur) ;
2. L'action accompagnée du langage : les actions sont exprimées dans un autre système que le système moteur, celui du langage ou d'un autre langage plus évolué (informatique par exemple) ;
3. La « conduite du récit » : être capable de raconter l'action sans la faire ;
4. La traduction de l'action (ou du langage) au moyen de dessins, de schémas, de graphiques, etc. L'enfant apprend ainsi à prendre de la distance par rapport à l'action, se prépare aux analogies, aux transferts à d'autres situations voisines, en d'autres termes à la généralisation ;
5. La traduction de son action à l'aide de symboles.

Ces différentes opérations ne sont pas aussi nettement séparées et un va-et-vient s'organise constamment entre les différentes étapes. Il en est de même pour l'ordre, qui n'a pas la rigidité que peut suggérer ce schéma. Mais ces processus sont à l'œuvre dans l'apprentissage de toutes les disciplines scolaires.

3.2.Schémas de résolution

3.2.1. A la base des schémas : un besoin de représentation

Le processus de compréhension du problème débute dès la lecture de l'énoncé. En effet, lire un énoncé c'est déjà commencer à construire une représentation qui va évoluer au cours de la recherche pour devenir de plus en plus proche d'un modèle de résolution.

Il faut souligner toutefois que les caractéristiques linguistiques d'un énoncé de problème ne sont jamais indépendantes des caractéristiques conceptuelles de la situation. La compréhension des relations qui entrent en jeu dans une situation-problème donnée revient à prendre conscience des ressemblances et des différences. Pour identifier ces caractéristiques conceptuelles de la situation, l'élève doit activer des procédures connues pour atteindre le but dans un contexte qu'il juge proche ou similaire : il raisonne par analogie en mettant en œuvre des heuristiques qui sont des règles générales d'action, indépendantes du contexte du problème. Ces raisonnements supposent, d'une part, que la présentation du problème lui permette de mobiliser ses connaissances dans le domaine concerné. D'autre part, l'élève doit disposer de modèles et d'outils de modélisations qui ne sont rien d'autre que les concepts mathématiques eux-mêmes et la connaissance de leurs propriétés. En effet, pour que la représentation du problème que l'élève s'est construite soit opérationnelle, il faut que celui-ci puisse la schématiser et la résoudre en travaillant sur ce modèle. La construction de modèles est à la base de toute méthode scientifique et dans la situation de problèmes arithmétiques, l'enjeu pour chaque enfant est de faire les inférences nécessaires pour comprendre l'énoncé, permettant de mettre en œuvre les procédures opérationnelles adéquates.

3.2.2. Qu'est-ce qu'un schéma de résolution de problème ?

Les schémas de problème sont des ensembles de connaissances abstraites qui peuvent être définies comme les traces laissées en mémoire par les situations rencontrées précédemment et organisées en objets structurés ayant un certain nombre de propriétés caractéristiques (Kintsch et Greeno, 1985, cités par Devidal *et al.*, 1997).

Le schéma est un cadre constitué de variables qui seront déclenchées par la présence d'éléments particuliers dans l'énoncé. La construction de la représentation mentale de la situation problème s'effectue par paliers (Van Dijk et Kintsch, 1983, cités par Devidal *et al.*, 1997) : le lecteur ne se concentre que sur une partie du texte à chaque étape, ce qui oblige à garder en mémoire des représentations provisoires, qui seront associées pour créer un modèle unique. Ces représentations seraient stockées dans un système de traitement à capacité limitée. Au cours de sa lecture, le lecteur doit donc répartir son attention pour ne pas dépasser ses capacités de traitement. A ce moment, les schémas sélectionnés permettraient d'orienter son attention. Les parties moins importantes pour la résolution auraient un traitement moindre, ce qui permettrait de préserver les ressources attentionnelles et induirait une meilleure compréhension.

Devidal (1996, cité dans Noël, 2005) a montré que la sélection de la prise d'informations en fonction de la tâche est précoce et systématique chez les bons calculateurs (dès le CE1), alors qu'elle apparaît très progressivement chez les faibles calculateurs (du CE1 au CM2), ceci indépendamment du niveau de lecture. L'activation du schéma permet de se centrer sur les données numériques et donc d'effectuer les calculs pendant la lecture de l'énoncé ; ce procédé libère de l'espace en mémoire de travail. Les ressources libérées permettent d'accomplir des calculs, ce qui explique l'amélioration des performances.

Plus tard, Devidal *et al.* (1997) affirment que, pour les problèmes fréquemment rencontrés, les individus gardent des schémas disponibles qu'ils peuvent activer dès la lecture de la question. Dans ce cas, la question peut être une « information organisatrice » (Fayol, 1990). Les schémas guident la compréhension de l'énoncé et l'amorçage des procédures de calcul. A l'inverse, pour les problèmes rarement rencontrés, les élèves doivent construire une représentation de type modèle mental.

3.3.Modèle mental ou schéma

Garcia, Jimenez et Hess (2006, cités par Thevenot, Barrouillet et Fayol, 2010) ont montré que les enfants qui présentent des difficultés d'apprentissage en arithmétique (DAA) sont encore plus sensibles que les enfants tout venant aux caractéristiques de formulation des énoncés. Plus précisément, et en plus de leurs difficultés de concentration et de leurs faibles compétences en calcul, les enfants DAA ont des difficultés à construire les représentations mentales adéquates et à identifier l'information pertinente à l'intérieur des énoncés (Parmar, Cawley et Frazita, 1996). Ces difficultés sont encore plus accentuées lorsque les troubles arithmétiques sont associés à des troubles en lecture (Jordan et Montani, 1997, cités par Thevenot *et al.*, 2010). Les enfants associant les deux troubles ont une forte tendance à toujours effectuer une addition pour résoudre le problème, quelle que soit sa nature. De plus, lorsqu'ils donnent une mauvaise réponse au problème, celle-ci est encore plus éloignée de la réponse correcte que la réponse donnée par les enfants DAA (Hanich, Jordan, Kaplan et Dick, 2001).

L'une des interprétations relatives aux difficultés des enfants en général et des enfants DAA en particulier est liée à l'absence de schémas de résolution adéquats. Selon Riley *et al.* (1983, cités par Thevenot *et al.*, 2007), l'acquisition de compétences en résolution de problèmes est principalement associée à la construction de schémas de problèmes qui représentent les relations sémantiques décrites dans les problèmes. Ces schémas seraient directement connectés aux procédures de résolution et leur mobilisation permettrait ainsi de résoudre les problèmes (Rumelhart, 1980, cité par Thevenot *et al.*, 2007). Par contact répété avec des situations de même structure sous-jacente, les enfants extrairaient progressivement des caractéristiques invariantes, spécifiques à chaque catégorie de problèmes. L'amélioration des performances de résolution avec l'âge s'expliquerait par la pratique qui permettrait la constitution et la consolidation des schémas de problèmes adéquats en mémoire à long terme.

En résumé, l'existence de modèles mentaux explique un certain nombre de phénomènes mais n'exclut pas la création de schémas. Ceux-ci seraient construits après des rencontres fréquentes avec un type de problème (Fayol, 1990). Leur existence explique que, confrontés régulièrement à un même type de problème, les enfants le reconnaissent et utilisent des techniques de résolution rapides et efficaces.

Ainsi, l'enfant met en œuvre des inférences logiques et pragmatiques pour comprendre finement les éléments d'un énoncé de problème arithmétique. Et c'est sur la base de cette compréhension qu'il va élaborer une représentation du problème. Des schémas de résolution vont se consolider au fur et à mesure de la rencontre d'une même situation-problème et venir s'ancrer en mémoire à long terme. Toutefois, l'enfant est en cours d'apprentissage et, de ce fait, il rencontre parfois des situations connues mais surtout de nombreux énoncés inconnus dont il va forger de nouveaux modèles, construire de nouveaux schémas.

Les problèmes arithmétiques présentés à l'école sont variés. Toutefois, ils ont chacun une structure intrinsèque qui peut être classifiée en trois types principaux, comme l'a démontré Vergnaud. Par ailleurs, il n'existe que quatre opérations arithmétiques mais elles sont pourtant sources de nombreuses erreurs. Il convient d'étudier quels en sont les mécanismes et le sens pour que le sujet puisse mettre en adéquation les procédures opératoires apprises et les données du problème.

Enfin, les énoncés des problèmes possèdent en eux-mêmes différentes composantes d'ordre syntaxique et métalinguistique qui vont influencer la représentation que s'en font les élèves, et donc la résolution de ceux-ci. Cet éclairage va être apporté lors du prochain chapitre.

III- Composantes d'un énoncé de problème arithmétique

1. Différentes catégories de problèmes

Un problème est défini par trois catégories d'éléments : la situation initiale, la situation finale et les transformations permises pour y parvenir. Le sujet interprète chacun de ces trois éléments pour construire une représentation du problème.

Ce sont donc les caractéristiques sémantiques ou conceptuelles concernant les augmentations, diminutions, combinaisons et comparaisons d'ensembles d'éléments qui jouent un rôle essentiel dans la résolution des problèmes arithmétiques.

La prise en compte de ces dimensions a conduit à l'élaboration d'une taxonomie des problèmes (Carpenter, Hiebert et Moser, 1981 ; Riley, Greeno et Heller, 1983, cités par Thevenot, Devidal, Barrouillet et Fayol, 2007). Cette taxonomie distingue trois grandes catégories de problèmes :

- les problèmes de Changement impliquant la survenue d'au moins une transformation temporelle appliquée à un état initial ;
- les problèmes de Combinaison mettant en jeu des situations statiques ;
- les problèmes de Comparaison faisant intervenir des quantités statiques mais avec leur mise en relation par le biais d'expressions du type « plus que/moins que ».

Plusieurs recherches, menées sur le taux de réussite aux différents types de problèmes d'enfants de 6 à 10 ans, font apparaître que :

- les problèmes de type Changement sont plutôt plus faciles que les autres, que la transformation évoquée soit positive ou négative ;
- les problèmes de type Comparaison se révèlent, de loin, les plus difficiles ;
- l'un des facteurs de difficulté les plus importants est la nature de l'inconnue : le taux de réussite baisse progressivement lorsque les enfants ont à calculer l'état final (plus facile), la transformation ou l'état initial (plus difficile).

Ces différences de réussite s'expliquent par le recours à des procédures de résolution qui changent en fonction des types de problèmes.

Selon Vergnaud (1990), l'analyse des procédures ne suffit pas elle-même pour conduire jusqu'au bout l'analyse scientifique des problèmes posés par l'enseignement des mathématiques. En effet, les moyens utilisés par l'enfant, les chemins qu'il suit pour résoudre un problème ou atteindre l'objectif demandé dans une tâche scolaire donnée, sont profondément enracinés dans la représentation qu'il se fait de la situation. Selon qu'il perçoit ou non les relations, les transformations et les notions en jeu, avec toutes leurs propriétés ou seulement avec une partie d'entre elles, l'enfant utilise telle procédure ou telle autre, et éventuellement se désintéresse de la tâche à laquelle il est confronté.

La théorie des champs conceptuels a donc été élaborée par Vergnaud (1990) en vue de rendre compte du processus de conceptualisation progressive des structures, qu'elles soient additives ou multiplicatives. Vergnaud distingue le calcul numérique, qui renvoie aux opérations arithmétiques, et le calcul relationnel, qui fait référence aux opérations de pensée nécessaires pour élucider les relations qu'entretiennent les éléments de la situation-problème.

Cette approche par les situations va permettre de générer une classification reposant sur l'analyse des tâches cognitives et des procédures pouvant être mises en jeu dans chacune, et non plus seulement sur les opérations numériques.

« Si on appelle calcul numérique les opérations d'addition et de soustraction, et calcul relationnel les raisonnements nécessaires pour décider qu'il faut additionner ou soustraire, on voit que la relation état initial-transformation-état final permet de comprendre la différence entre calcul numérique et calcul relationnel puisqu'il y a six calculs relationnels et seulement deux calculs numériques » (Vergnaud, 1990).

Aussi Vergnaud a-t-il établi une classification à partir du calcul relationnel, en fonction de trois principaux types de concepts : la mesure, les transformations temporelles et les relations statiques. Cette classification propose six catégories de problèmes additifs :

1. Deux mesures se composent pour donner une mesure (Paul a 6 billes en verre et 8 billes en acier. Il a en tout 14 billes). *Composition de deux mesures*
2. Une transformation opère sur une mesure pour donner une mesure (Paul avait 7 billes avant de jouer. Il a gagné 4 billes. Il en a maintenant 11). *Transformation d'état*
3. Une relation relie deux mesures (Paul a 8 billes. Jacques en a 5 de moins. Il en a donc 3). *Comparaison*

4. Deux transformations se composent pour donner une transformation (Paul a gagné 6 billes hier et il en a perdu 9 aujourd'hui. En tout il en a perdu 3). *Composition de transformations*
5. Une transformation opère sur un état relatif (une relation) pour donner un état relatif (Paul devait 6 billes à Henri. Il lui en rend 4. Il ne lui en doit plus que 2). *Transformation de relation*
6. Deux états relatifs (relations) se composent pour donner un état relatif (Paul doit 6 billes à Henri mais Henri lui en doit 4. Paul doit donc 2 billes à Henri). *Composition de deux relations*

Vergnaud montre qu'un problème additif qui ne comporte que des transformations successives est source de difficulté jusqu'en CM2 alors qu'un problème additif, qui comporte des états et une ou des transformations, ne présente plus de difficulté majeure à partir du CE2.

Pour mieux cerner les difficultés que peuvent rencontrer les enfants dans la résolution de problèmes arithmétiques, il faut revenir à la distinction, proposée par Vergnaud, entre calcul numérique et calcul relationnel.

2. Calculs numériques et opérations arithmétiques

C'est en 1941 que paraît l'ouvrage fondamental La Genèse du nombre chez l'enfant, de Jean Piaget et Alina Szeminska. Cinquante ans plus tard, Bideaud, Meljac et Fischer (1991) écriront : « C'est en effet la première fois qu'est proposée, à partir d'observations précises, une explication théorique cohérente de la construction du nombre au cours de l'enfance ». Depuis plus d'un demi-siècle, les travaux sur cette question se sont multipliés, soit pour illustrer, compléter, renforcer les théories piagésiennes, soit pour mettre en évidence leurs limites ou en faire une critique minutieuse. Les problèmes de la construction du nombre, de ses aspects d'ordinalité, de cardinalité, le développement de la quantification ont donné lieu à une quantité impressionnante de travaux. Dans les problèmes arithmétiques, les enfants mettent en application les procédures opératoires apprises au cours de leur scolarité. Quel est le sens de ces opérations ? Et quel rôle joue la maîtrise de ces calculs dans la résolution de problèmes arithmétiques ?

2.1. Le sens des opérations mathématiques fondamentales : addition, soustraction, multiplication et division

2.1.1. Premières recherches

Dès la fin de la dernière guerre, alors que les travaux récents de Piaget (1941) étaient à peine connus en France, des mathématiciens et des chercheurs se penchaient sur l'étude du sens des opérations. Mialaret (1950, cité par Fayol, 1991) a mis en évidence la discordance entre la progression mathématique habituelle (addition, soustraction, multiplication puis division) et l'évolution psychologique de l'enfant. Il insiste sur le fait qu'une opération mathématique précise (la soustraction par exemple) correspond, dans l'esprit de l'enfant, à des activités psychiques différentes : différence, complément, détermination du plus ou du moins.

Ces remarques ont été reprises lors d'une enquête de plus grande envergure en 1950 (Mialaret, 1953, cité par Fayol, 1991) et, presque cinquante ans plus tard, lors d'une étude menée sur un groupe limité d'élèves. Une comparaison approximative entre les deux générations d'élèves a ainsi pu être réalisée.

Fayol (1991) propose d'analyser les résultats de cette enquête, au regard du cas de la soustraction. Dans le tableau ci-contre, sont indiqués, selon les colonnes successives :

- le numéro du problème ;
- le texte de l'énoncé du problème ;
- le pourcentage d'exactitude de reconnaissance de l'opération à faire, les problèmes sont classés selon ce critère d'exactitude (1998) ;
- les résultats (pourcentage d'exactitude) pour les mêmes problèmes obtenus en 1950 ;
- l'interprétation des différences de résultats.

A cinquante ans de distance, on constate une surprenante similitude des résultats malgré les différences de méthodes pédagogiques et de programmes (programmes allégés en 1998 par rapport à ceux de 1950).

Fayol (1991) résume ainsi ces résultats :
 « Les travaux accumulés au cours des dernières décennies ont permis de mettre en évidence l'impact de deux grandes catégories de facteurs sur la plus ou moins grande difficulté des problèmes : facteurs d'ordre conceptuel ou sémantique d'une part ; facteur d'ordre linguistique et rhétorique d'autre part ».

D'autres facteurs sont à prendre en considération, comme l'a analysé Vergnaud dans sa typologie des

problèmes. Il s'agit de :

- la grandeur des nombres utilisés,
 - du vocabulaire plus ou moins technique (kilomètres, litres, grammes, remise, épargne...) ;
- exemple : problèmes n° 9, 17, 22, 24,*

2.	J'avais 275 F en partant au marché. J'ai dépensé 34 F. Combien me reste-t-il en rentrant à la maison ?	88,89	86	=
15.	Jean rapporte 11 œufs de chez la fermière voisine. En chemin, il en casse 3. Combien d'œufs reste-t-il à manger en tout ?	83,33	82	=
3.	Il y avait 11 pommes dans le panier à fruits. Il n'en reste maintenant que 8. Combien en a-t-on mangé en tout ?	81,48	64	-
20.	Au marché, tu avais 275 F dans ton porte-monnaie quand tu l'as laissé tomber par terre. En rentrant à la maison, il ne te reste que 188 F. Combien te manque-t-il ?	81,48		
8.	Tu avais un crayon de 15 cm de long. Tu en coupes un morceau de 5 cm pour le donner à ton voisin qui n'a pas de crayon. Quelle est, maintenant, la longueur de ton crayon ?	75,92	78	=
22.	Ta maman doit payer une facture de 970 F. Le commerçant lui fait une remise de 65 F. Combien doit-elle payer au commerçant ?	64,81	37	-
14.	On met, dans un pot en verre, 385g de confiture. Vide, le pot pèse 82g. Quel est le poids du pot plein ?	55,55	53	=
10.	Pierre a 18 ans et Jean a 12 ans. Combien d'années Pierre a-t-il de plus que Jean ?	55,55	74	+
24.	Pierre a 379 F sur son livret de caisse d'épargne. Jacques, son frère, a 257 F sur le sien. Combien Pierre a-t-il de plus que Jacques ?	46,30	37	=
17.	Un coureur part pour parcourir 56 km. A 10 heures, il est à 25 km du but. Combien de kilomètres a-t-il déjà parcourus ?	44,44	59	+
9.	Un tonneau de 225 l de capacité ne contient que 135 l de vin. Combien faut-il verser de litres de vin pour le remplir ?	35,18	47	=
16.	Un marchand a acheté 187 F une marchandise. Il l'a revendue 275 F. Combien a-t-il gagné ?	24,07	65	+
4.	Le terrain de M. Durand a 45 m de long. Celui de M. Rivaro a 39 m. Combien la longueur du terrain de M. Durand a-t-elle de plus que celle du terrain de M. Rivaro ?	16,67	14	=

- des possibilités de l'enfant de faire appel ou non à son expérience vécue (possibilité d'une représentation mentale de l'opération) ; *exemple : problèmes n° 4, 9, 16, 24* ;
- de la présence de données, pourtant indispensables, mais qui n'entrent pas en jeu pour poser l'opération ; *exemple : problème n° 17 (rôle parasite de « 10 heures »)* ;
- de l'ordre de présentation des données qui permettent soit une démarche séquentielle directe, soit une prise de distance pour une remise en ordre des données ; *exemple : problème n°16*.

2.1.2. Capacité de mémoire de travail

La capacité de mémoire de travail intervient dans la résolution de problèmes arithmétiques. Selon Fayol (1991), « les énoncés de problèmes d'arithmétique renvoient à la construction d'une représentation globale du type "schéma" auquel se trouvent associées des procédures [...]. Chez les sujets novices, ce schéma n'est pas constitué, à savoir pas disponible ni élaboré en mémoire à long terme. Par conséquent, ceux-ci doivent stocker les informations en mémoire à court terme. Ceci peut provoquer des risques de surcharge lors du traitement ».

En effet, au fur et à mesure de l'apprentissage des tables d'addition et de multiplication, l'enfant stocke ces données en mémoire à long terme. Il n'a plus besoin de recourir à des calculs pour retrouver leurs résultats. Ces connaissances stockées en mémoire sont appelées faits arithmétiques.

Ashcraft et Fierman (1982, cités par Lemaire et Bernoussi, 1991) appuient les propos de Fayol. Ils constatent que ce n'est qu'à partir du CE2 que la récupération directe en mémoire à long terme commence à s'effectuer. Le CE2 serait une étape transitoire. Les enfants de ce niveau utiliseraient à la fois des procédures de calcul et une récupération directe, en mémoire à long terme, des faits arithmétiques. Aussi, le coût cognitif est très dépendant du degré d'automatisation des faits arithmétiques.

2.1.3. Performances en opérations arithmétiques

Pour résoudre un problème mathématique, l'enfant met en œuvre des procédures opératoires. Après avoir décodé l'énoncé du problème, l'enfant doit choisir la ou les opérations arithmétiques adéquates et les résoudre.

La genèse et la mise en œuvre des opérations arithmétiques que sont les additions, les soustractions, les multiplications et les divisions, nécessitent la prise en compte de trois dimensions. Premièrement, l'enfant mobilise des connaissances conceptuelles pour analyser la situation arithmétique, décider de la stratégie à retenir et gérer sa mise en œuvre. Deuxièmement, l'enfant s'appuie sur les connaissances mathématiques qu'il a stockées en mémoire, les faits arithmétiques. Troisièmement, lorsque les faits arithmétiques ne suffisent pas, l'enfant utilise des procédures apprises à l'école qui sont spécifiques à chaque opération. Il s'agit d'algorithmes, c'est-à-dire de séries d'étapes et de règles précises permettant de poser une opération correctement et de la résoudre. A l'école élémentaire, les professeurs enseignent les algorithmes permettant de résoudre les quatre opérations fondamentales : additions, soustractions, multiplications et divisions.

L'appropriation des notions de problème, d'opération, de nombre, est longue et correspond à un processus d'apprentissage dont les enseignants n'ont pas toujours conscience ; il ne suffit pas de présenter la notion pour qu'elle soit assimilée. L'appropriation parfaite du « théorème-en-acte » (Vergnaud, 1990) :

$$a + b = c \quad b + a = c$$

$$c - a = b \quad c - b = a$$

qui correspond aux quatre relations fondamentales équivalentes ne se fait que très tard ; des élèves du secondaire ont encore quelquefois, des difficultés à maîtriser parfaitement ce groupe de relations.

Selon le degré de complexité de l'opération et selon les compétences de l'enfant, les stratégies de résolution des opérations varient. Ainsi, l'enfant utilise, suivant les situations, ses connaissances, certains faits arithmétiques, le comptage sur les doigts et/ou l'algorithme correspondant à l'opération présentée.

Ballew et Cunningham (1982) se sont questionnés sur les principales sources d'erreur en résolution de problèmes arithmétiques. Ils ont analysé les différentes étapes effectuées par une cohorte de 217 élèves pour résoudre des problèmes arithmétiques. Un quart des participants a été mis en échec à cause d'erreurs de calculs.

Kail et Hall (1999) observent que la maîtrise progressive des procédures opératoires, de 8 à 12 ans, induit une amélioration des performances en résolution de problèmes. Les performances des enfants ayant un trouble en arithmétique stagnent, car ils persistent à utiliser les procédures les plus primitives de calcul (comme l'utilisation d'objets ou des doigts). Au contraire, les procédures utilisées par les enfants ne présentant pas de difficulté en arithmétique, évoluent vers le comptage mental et la mémorisation de faits numériques. Brissiaud (2002, 2003) a démontré que la résolution de certains problèmes était dépendante des connaissances individuelles relatives aux opérations.

Plus récemment, Abedi et Lord (2001) ont également étudié le parallèle entre le degré de maîtrise des opérations arithmétiques et le niveau de réussite en résolution de problèmes. Leurs résultats confirment que la capacité à résoudre des opérations arithmétiques influence le rendement des élèves en résolution de problèmes. Dans leur expérimentation, la classe d'élèves regroupant les plus forts en mathématiques a réussi la majorité des problèmes, alors que seulement un cinquième des problèmes ont été résolus dans la classe des élèves plus faibles en mathématiques. Par conséquent, ils suggèrent que la compétence arithmétique est un facteur majeur de la réussite des problèmes arithmétiques.

La performance en opérations arithmétiques joue donc un grand rôle dans la réussite des élèves en résolution de problèmes. Cette compétence est fortement reliée aux capacités en mémoire et à la grandeur des nombres à manipuler.

3. Calcul relationnel : il se base sur la structure linguistique des énoncés

3.1. Thème et contexte du problème

Le thème du problème est une variable importante en résolution de problème et celle-ci peut facilement être associée aux connaissances antérieures de l'élève.

Les énoncés sont d'autant mieux compris qu'ils font référence à des situations familières (Fayol, 1990). Puisque le thème du problème est reconnu pour influencer la performance des élèves, les connaissances que l'élève possède sur ce thème joueront un rôle important dans la compréhension du texte (Giasson, 2003).

Parmi les auteurs qui ont étudié le thème du problème, Bastien (1987) constate que pour deux problèmes qui nécessitent la même procédure de résolution, les performances sont influencées par l'habillage du problème. Le fait que l'on parle de stylo-feutres ou de pentes de ski modifiera les résultats. L'auteur a effectué une recherche sur 84 élèves de cinquième année. Quatre problèmes ont été soumis aux enfants avec des thématiques verbales différentes mais des valeurs numériques identiques. On parle ici de l'habillage du problème, à savoir ce qui n'est pas essentiel du point de vue de sa résolution. Les résultats montrent que les différents habillages provoquent des variations dans les performances observées.

Quelques années plus tard, Léger *et al.* (2002) confirment que le choix des objets présentés dans les énoncés des problèmes mathématiques influence les performances en résolution de ces problèmes. Les problèmes traitant de fruits et de supermarchés sont, par exemple, mieux réussis par des élèves de 10 et 11 ans que ceux traitant de distances et de surfaces. Ces auteurs affinent ces données en précisant que l'habillage et la structure sémantique de l'énoncé du problème peuvent faciliter ou non l'accès à la catégorie d'objets de l'énoncé pertinente pour sa résolution. En effet, les résultats de cette étude suggèrent que les propriétés des objets n'ont pas toutes le même poids du point de vue des inférences, et plus particulièrement selon le type de connaissances auxquelles ces objets renvoient (par exemple le type d'unité de mesure qui leur est associé : mètres, années, euros, etc.).

Brownell et Stretch (1931) ont proposé des problèmes d'arithmétique à des élèves de 6^e année, en faisant varier la familiarité du contexte. Quatre problèmes sont présentés à chaque élève. Ces problèmes sont tous construits autour de la même notion mathématique, mais le contexte varie d'un problème à l'autre, en étant plus ou moins familier aux élèves. Les résultats indiquent que les connaissances antérieures de l'élève jouent un rôle dans la compréhension qu'il se fait du problème, en fonction de la familiarité du contexte. Toutefois, si un problème mathématique est très difficile ou très facile, le processus de résolution semble peu affecté par la familiarité du contexte. Les auteurs soulignent que les enfants prennent plus de temps pour résoudre un problème formulé à partir d'un contexte familier, que pour résoudre un problème semblable basé sur un contexte non familier.

Ainsi, les observations de Léger *et al.* (2002) rejoignent ce que Brownell et Stretch (1931) ont obtenu comme résultats, c'est-à-dire que, lorsque les problèmes présentés sont considérés comme faciles, l'habillage ne produit plus d'effet sur le taux de réussite des élèves.

Aux vues de ces différentes études, ce n'est peut-être pas le thème, mais plutôt la familiarité du thème utilisé qui pourrait avoir une influence sur le rendement des élèves. Comme Brownell et Stretch (1931) l'ont déjà démontré, le niveau de familiarité d'un habillage de problème a un effet sur les résultats des élèves. Un élève sera plus à l'aise pour résoudre un problème qui traite de crayons que pour résoudre un problème ayant pour thème la course à pied. Même si l'élève a des connaissances sur la course à pied, au quotidien il utilise des crayons. Aussi, soulignons que les connaissances antérieures de l'élève ainsi que son habileté à comprendre le problème (compréhension en lecture) sont intimement liées à l'influence que le thème du problème peut avoir sur la réussite de celui-ci.

3.2.Énoncé explicite

Une autre variable pouvant avoir un impact sur les résultats des élèves en résolution de problèmes est l'explicitation de l'énoncé, c'est-à-dire un énoncé formulé de manière à ce que les relations entre les données du problème soient plus claires pour les enfants.

En effet, De Corte, Verschaffel et De Win (1985, cités par Thevenot *et al.*, 2007) ont observé qu'un énoncé explicite pouvait avoir un effet favorable sur la performance. Lors de leur expérimentation, deux séries de problèmes ont été étudiées : la série A et la série B. Dans la série A, les problèmes ont été construits sous la forme habituelle, comme ils sont transcrits dans les manuels d'élèves. Dans la série B, les problèmes de la série A ont été reformulés de façon à ce que les relations entre les ensembles du problème soient plus claires pour les enfants. Voici un exemple de la série A : « *Tom a gagné 3 billes. Maintenant il a 5 billes. Combien de billes Tom avait-il au départ ?* » Voici maintenant le même problème mais provenant de la série B : « *Tom avait quelques billes. Il a gagné 3 billes de plus. Maintenant il a 5 billes. Combien de billes Tom avait-il au départ ?* »

Chaque série de problèmes a été lue à 89 élèves de 6-7 ans et 84 élèves de 7-8 ans. Selon l'hypothèse des auteurs, la série B devait être mieux réussie que la série A. Cette hypothèse a été validée, puisque 90 des 173 élèves ont obtenu de meilleurs résultats à la série B. Les résultats indiquent donc que l'explicitation de l'énoncé facilite la compréhension en lecture car, lorsque les relations sémantiques sont plus explicites, la compréhension du problème et la résolution s'en trouvent facilitées.

3.3.Ordre des informations dans l'énoncé

Weisser (1999) a observé l'influence de l'ordre des informations à l'intérieur d'un énoncé mathématique. Avant d'effectuer son expérimentation, l'auteur suggérait que la mise en ordre des informations pertinentes pour la résolution aurait un impact favorable sur les performances, d'une part parce que les données sont mémorisées dans l'ordre de leur lecture, et d'autre part parce qu'il est de coutume que les données apparaissent dans l'ordre de leur traitement ultérieur. Par contre, à l'inverse de ce à quoi l'auteur s'attendait, les énoncés ordonnés n'augmentent pas les performances. Aucune observation concernant la mise en ordre des données en fonction de leur traitement ultérieur n'a permis de constater que le rendement augmentait chez les élèves.

Fayol, Abdi et Gombert (1987) ont aussi observé l'effet de l'ordre des informations pertinentes sur les performances des enfants en résolution de problèmes mathématiques. Les auteurs ont mis sur pied une expérimentation dans le but d'étudier différentes variables, dont une qui concerne l'ordre d'apparition des informations pertinentes à la résolution dans l'énoncé. Voici un exemple de problème dans lequel l'état initial est présenté au début de l'énoncé : « *Paul avait 8 bonbons (état initial). Sa mère lui en a donné 3 autres (transformation). Combien de bonbons a-t-il maintenant (état final) ?* » Voici maintenant un exemple de problème dans lequel c'est la transformation qui est présentée au début de l'énoncé : « *Cet après-midi, la mère de Paul lui a donné 4 bonbons (transformation). Ce matin Paul avait 3 bonbons (état initial). Combien Paul a-t-il de bonbons maintenant (état final) ?* »

Huit problèmes ont donc été construits en plaçant en début d'énoncé, soit l'état initial, soit la transformation, soit l'état final.

Soixante-quatre élèves de 6 à 10 ans ont participé à l'expérimentation. Les résultats montrent que l'ordre de présentation des informations a une influence positive sur les performances, lorsque la donnée sur la transformation est placée au début de l'énoncé.

Fayol *et al.* (1987) ont observé que lorsque la transformation était au début, les problèmes étaient mieux réussis que lorsque l'état initial ou final était présenté en premier. Weisser (1999) a, pour sa part, observé que les problèmes, dont l'énoncé présente les données nécessaires à leur résolution dans l'ordre de leur traitement ultérieur, sont moins bien réussis que ceux pour lesquels l'énoncé présente les données de manière non ordonnée. Ces deux recherches ne se comparent pas en fonction des résultats obtenus, puisque les objectifs

poursuivis par chacune étaient différents. Toutefois, l'ordre de présentation des éléments importants d'un problème semble être une variable à considérer, en ce qui a trait à son influence sur le rendement des élèves dans sa résolution.

Ce constat permet de classer par ordre de difficulté les problèmes qualifiés de transformation par Vergnaud, selon la position qu'indique la transformation dans l'énoncé.

3.4.Mots inducteurs

Les mots inducteurs (de plus, de moins, en tout, etc.) font partie des variables qui influencent la représentation que se fait un enfant d'un problème donné. Ils vont donc orienter le calcul relationnel de l'enfant, à savoir son raisonnement et ses choix de procédures de calcul.

Actuellement, les mots inducteurs seraient plutôt employés, en classe et dans les manuels, pour restreindre le champ sémantique ouvert à la lecture. Ceci pour s'assurer que, devant un même énoncé, tous les élèves y voient le même problème, c'est-à-dire se fabriquent une représentation unique de la situation (Weisser, 1999). L'introduction de mots inducteurs dans l'énoncé faciliterait donc la compréhension du problème, ce qui implique d'avoir au préalable une lecture performante.

Hegarty, Mayer et Monk (1995) ont étudié le plan de résolution de problèmes d'élèves qui réussissent et d'élèves qui réussissent moins bien. Pour obtenir leurs résultats, ils ont étudié les mots inducteurs à l'intérieur d'énoncés et ont fait une distinction entre ceux qui induisent une mauvaise opération et ceux qui induisent la bonne opération.

Ces auteurs soulignent que les élèves faibles en résolution de problèmes se font piéger de manière importante lorsque le problème comprend des mots inducteurs qui induisent une opération inadéquate. Ces auteurs ont observé que les élèves peu performants avaient tendance à utiliser une stratégie de compréhension de problèmes qui équivalait à une traduction directe de ce qui est écrit dans le problème. Ces élèves sélectionnent principalement les données numériques du problème et les mots clés, puis choisissent l'opération à effectuer en fonction de ces mots clés. De cette manière, l'élève se construit une mauvaise représentation mentale, ce qui conduit à une réponse erronée.

Weisser (1999) a tenté d'observer l'influence de différentes formulations d'énoncés de problèmes sur le rendement des élèves, dans le but de rendre les enseignants attentifs au fait que la formulation d'un énoncé de problème n'est pas accessoire.

Pour ce faire, cet auteur a mis sur pied une expérimentation dans laquelle l'utilisation de mots inducteurs dans l'énoncé a été analysée. Quinze élèves âgés de 10 ans participent à l'expérimentation, et chacun d'entre eux doit répondre à seize problèmes construits avec ou sans mots inducteurs.

Voici un exemple de problème, avec mots inducteurs, utilisé lors de l'expérimentation : « *Une cave coopérative viticole des Vosges remplit ses tonneaux à la fin des vendanges. Elle possède des petits tonneaux qui contiennent **chacun** 160 hl. Elle a obtenu au total 6 120 hl de vin qu'elle va mettre dans 35 tonneaux de deux tailles différentes. En plus des petits tonneaux, elle en a aussi des grands qui contiennent **chacun** 200 hl. Combien remplit-elle de grands tonneaux **en tout** ? Combien remplit-elle de petits tonneaux **en tout** ?* »

Les résultats obtenus indiquent que les mots inducteurs ont tendance à provoquer l'émission d'hypothèses de lecture fausses, qui empêchent alors l'élève de résoudre correctement le problème qui lui est proposé. De ce fait, les performances s'en trouvent réduites. Toutefois, Weisser ne fait pas de distinction entre les mots inducteurs qui induisent la bonne opération et ceux qui induisent la mauvaise opération, comme l'avaient fait Hegarty *et al.* (1995).

D'autres auteurs ont également étudié l'impact des mots inducteurs présents dans les énoncés de problèmes. Devidal, Fayol et Barouillet (1997) se sont intéressés à la formulation de la question, en présentant des questions avec ou sans mots inducteurs. L'objectif recherché était de savoir si la présence de mots inducteurs avait un impact sur le rendement des élèves. Selon eux, la question avec mots inducteurs constitue une information organisatrice qui permet à l'élève d'activer un schéma de problème et les procédures de résolution correspondantes. L'activation de ce schéma doit donc conduire l'élève à une prise d'informations spécifiques et à une meilleure performance. Les résultats montrent que la formulation de la question n'a pas d'effet sur les résultats, qu'elle contienne des mots inducteurs ou non.

Dans l'expérience de Devidal *et al.*, les énoncés retenus étant tous semblables, ils ne présentaient pas de contrastes suffisants pour que l'introduction d'informations complémentaires dans la question puisse entraîner des modifications significatives de performance. Les auteurs ont toutefois observé que lorsque la question contenait des mots

inducteurs, elle était lue plus lentement et la prise d'information était un peu plus lente que si elle n'en contenait pas.

Donc, contrairement à l'analyse de Weisser (1999) qui voudrait que les mots inducteurs facilitent la recherche de l'équation à effectuer, Devidal *et al.* (1997) ont observé que, placés dans la question, les mots inducteurs n'avaient pas d'effet sur le rendement des élèves en résolution de problèmes. Weisser souligne que, lorsqu'ils sont compris dans l'énoncé, ils tendent à faire diminuer le rendement des élèves en résolution de problèmes. Ce résultat converge avec celui de Hegarty *et al.* (1995). En effet, ces derniers ont observé que les élèves qui ont de moins bons résultats en résolution de problèmes échouent face à des mots inducteurs induisant la mauvaise opération, puisqu'ils se basent sur la traduction directe du texte. De ce fait, les élèves ne se font aucune représentation mentale de la situation-problème. Ainsi, un lien direct peut être fait avec les compétences en lecture de l'élève, puisque les processus de compréhension en lecture semblent déficitaires.

Par ailleurs, Meljac et Lemmel (1999) ont constaté, lors de la passation de tests sur les connaissances en vocabulaire numérique, issus de leur batterie UDN-II (1999) que, si les mots inducteurs « plus » et « moins » semblent compris et bien utilisés à partir de l'entrée à l'école élémentaire, il n'en est pas du tout de même du terme « autant » souvent confondu avec « plus », « beaucoup », « plusieurs » ou repéré comme une expression marquant la temporalité (« au temps »), y compris par de jeunes collégiens en échec. Ainsi, l'absence de maîtrise de l'expression d'égalité, en compréhension comme en production, pourra engendrer de mauvaises représentations de la situation du problème, et cela, au-delà de la simple présence de ces mots inducteurs.

3.5.La place de la question dans l'énoncé

La place de la question dans les énoncés des problèmes arithmétiques, soit au début, soit à la fin, a été étudiée, en fonction des performances des élèves, par différents chercheurs (Arter et Clinton, 1974 cités par Sarrazy, 2002 ; Devidal *et al.*, 1997 ; Fayol *et al.*, 1987 ; Thevenot, Devidal, Barrouillet et Fayol, 2007 ; Threadgill-Sowder, 1983).

Arter et Clinton (1974, cités par Sarrazy, 2002) ont étudié l'effet de la place de la question dans l'énoncé sur le rendement en résolution de problèmes de 44 élèves de huit et neuf ans. Pour leur expérimentation, les problèmes présentés aux élèves étaient tous construits en plaçant la question, soit au début, soit à la fin de l'énoncé. Les problèmes ont été écrits à l'aide d'un vocabulaire simple, afin de limiter l'effet de la performance en lecture sur les résultats. Chaque problème est présenté individuellement sur une carte que l'élève doit lire lui-même. L'élève dispose d'un brouillon pour faire ses calculs et doit choisir des réponses parmi les choix multiples fournis sur sa carte. L'analyse des données de l'expérimentation montre qu'il n'y a pas de lien significatif entre la place de la question et la performance des élèves.

Quelques années plus tard, les résultats d'une étude menée par Threadgill-Sowder (1983) appuient ceux d'Arter et Clinton et indiquent que la place de la question ne produit pas d'effet sur le rendement des sujets lors de la résolution de problèmes.

Pour leur part, Fayol *et al.* (1987) observent une augmentation sensible des performances de résolution lorsque la question est placée au début de l'énoncé, par rapport à la forme classique de l'énoncé où la question clôt l'énoncé. Ce qui différencie cette expérience des autres précédemment citées, c'est que lors de l'expérimentation, les problèmes présentés aux élèves étaient tous lus par l'expérimentateur.

Pour leur étude, les auteurs ont choisi des problèmes de type changement comme le définissent Riley, Greeno et Heller (1983, cités par Thevenot *et al.*, 2007) : un état initial est modifié par deux transformations successives menant ainsi à un état final. Ainsi, deux types de problèmes de changement ont été retenus pour l'expérimentation : des problèmes difficiles dans lesquels l'état initial était inconnu, des problèmes faciles avec un état final inconnu. Finalement, les problèmes ont été construits en fonction de la place de la question, placée soit au début soit à la fin, et de la difficulté des problèmes, de faciles à difficiles. Selon les auteurs, le fait de placer la question en tête d'énoncé devait aider l'élève à construire un schéma approprié pour la résolution du problème, ce qui permettrait de croire que les énoncés présentant la question au début seraient plus faciles à résoudre.

L'analyse des résultats montre que, lorsque la question est placée au début de l'énoncé, le taux de réussite augmente. De plus, l'interaction entre le type de problème, soit difficile soit facile, et la place de la question, est significative. La question placée en tête d'énoncé permet d'obtenir un meilleur rendement que lorsqu'elle est placée à la fin de l'énoncé, et ce résultat est encore plus évident lorsque le problème est considéré comme étant difficile. Fayol *et al.*

(1987) attribuent ces résultats au fait que, lorsque la question est initiale, l'élève peut activer dès le départ un schéma de représentation du problème et les procédures associées à sa résolution. Les informations qui doivent être gardées en mémoire s'en trouvent donc réduites, puisque l'élève cherche uniquement celles lui permettant de résoudre le problème. De cette façon, il laisse tomber les informations superflues tout au long de la lecture faite par l'expérimentateur.

L'emplacement de la question a-t-il réellement un effet sur la performance des élèves en résolution de problème ? D'un côté, il y a les résultats de Fayol *et al.* (1987) qui montrent que les performances augmentent chez les enfants de 6 à 10 ans lorsque la question est placée en tête d'énoncé. De l'autre côté, il y a Arter et Clinton (1974, cités par Sarrazy, 2002) ainsi que Threadgill-Sowder (1983) qui n'ont pas obtenu de différence significative, au regard de la place de la question dans l'énoncé.

Résoudre un problème arithmétique requiert la construction d'une représentation mentale de la situation décrite dans l'énoncé. Devidal *et al.* (1997) montrent que le placement de la question en tête plutôt qu'en fin d'énoncé entraîne une amélioration des performances de résolution, en particulier chez les faibles en mathématiques et/ou en lecture. Selon les auteurs, la question en début d'énoncé active le schéma de résolution adéquat, lequel permet d'effectuer les calculs au cours même de la lecture de l'énoncé, au fur et à mesure que les données numériques nécessaires sont disponibles. L'allègement de la charge en mémoire qui en résulte est à l'origine de l'amélioration des performances. De ce fait, même les plus faibles peuvent résoudre les problèmes considérés comme étant les plus difficiles, tels ceux de comparaison.

Les résultats d'une étude menée par Thevenot, Devidal, Barrouillet et Fayol (2007) confirment l'effet facilitateur du placement de la question en tête d'énoncé. Ils l'étendent à des problèmes beaucoup plus complexes que ceux étudiés par Devidal *et al.* (1997).

Leurs résultats montrent que la principale difficulté des enfants est de traiter et d'intégrer des informations provenant des énoncés, et non de se créer une représentation. Dès que la formulation allège le stockage des données numériques et leur affectation aux variables de la situation, même les plus faibles parviennent à résoudre la majorité des problèmes.

Finalement, les recherches relatives à l'impact de la formulation des énoncés montrent que la plupart des difficultés sont liées à la notion de mémoire de travail ou à celle de capacités plus globales de traitement des informations.

Plus généralement, les énoncés des problèmes arithmétiques recèlent de nombreux paramètres, qui peuvent parfois se transformer en pièges pour les enfants. Ces derniers doivent en effet comprendre l'articulation intérieure des énoncés, comprendre la question, comprendre de quelle inconnue traite la situation, se laisser ou non influencer par les mots inducteurs.

Comme vu dans cette partie théorique, pour réussir à résoudre un problème arithmétique, de nombreux éléments sont à prendre en considération. Des facteurs d'ordre psychologique et social entrent en jeu, de même que la présence ou non d'un étayage lors de cette tâche scolaire. Une lecture performante et la capacité à élaborer une compréhension inférentielle des éléments de l'énoncé du problème sont nécessaires. Selon la structure linguistique du texte et le type de problème étudié, l'enfant construit une représentation mentale du problème, représentation essentielle pour schématiser la situation et faire appel à ses connaissances engrangées sur le sens des opérations. Une fois décelées les opérations arithmétiques congruentes à la situation exposée, encore faut-il mettre en œuvre les procédures opératoires adéquates et s'appuyer sur des faits arithmétiques dépendant de capacités mnésiques performantes.

Aussi n'est-il pas facile d'atteindre un niveau de réussite spectaculaire dans des tâches de résolution de problèmes arithmétiques. Et ce, d'autant plus quand le sujet est perturbé dans son fonctionnement cognitif ou psychique.

En partant de l'hypothèse que les enfants tout venant ont une lecture performante, un bon équilibre psycho-affectif, un traitement correct des inférences, de bonnes capacités numériques, des procédures opératoires efficaces, des représentations mentales cohérentes et des habiletés mnésiques intactes, et donc une réussite dans la résolution de problèmes arithmétiques, nous avons mis en place un protocole d'expérimentation. Ce protocole a pour objectif de comparer les résultats de cette population dans une tâche de résolution de problèmes arithmétiques à ceux obtenus par une population de patients suivis en orthophonie. Afin de mieux comprendre comment chacun fonctionne et quelles sont les embûches rencontrées. Les problèmes utilisés dans ce protocole ont été construits par Mialaret puis revus par Meljac et Siegenthaler (2012).

PARTIE PRATIQUE

I- Problématique et hypothèses

D'après ce que nous avons exposé précédemment, la résolution de problèmes arithmétiques nécessite :

- des connaissances conceptuelles concernant les accroissements, les diminutions, les combinaisons et les comparaisons d'ensembles d'éléments, c'est-à-dire la construction d'une représentation adéquate de l'énoncé du problème ;
- une certaine capacité à construire une représentation globale cohérente du problème, c'est-à-dire une compréhension de l'énoncé ;
- une certaine capacité à faire des inférences, c'est-à-dire à construire une représentation à partir d'éléments implicites et inférer les opérations mathématiques ;
- une certaine capacité à résoudre des opérations, c'est-à-dire à récupérer des informations en mémoire à long terme.

L'objet de notre étude consiste à savoir si, d'un côté, le niveau de compréhension en lecture est ou non prédictif de la réussite en problèmes arithmétiques et, d'un autre côté, si le niveau d'habiletés logiques l'est ou non, parmi une population d'enfants scolarisés en CM1 et CM2. Nous nous demandons également comment se matérialisent les difficultés des enfants bénéficiant d'un suivi orthophonique pour troubles du langage écrit et/ou des mathématiques, par rapport à des enfants tout-venant. Quelles sont les origines de leurs difficultés ? Ont-ils plus de difficultés que les enfants de même niveau scolaire pour mettre en œuvre un raisonnement et résoudre des problèmes arithmétiques ? Si oui, est-ce en raison de leurs faiblesses en langage ou est-ce en raison de difficultés à abstraire des règles en vue d'une généralisation à des situations similaires ? Ou les deux ? Comment un énoncé de problème peut-il faire sens ?

Pour répondre à ces questions, nous avons utilisé une épreuve de compréhension en lecture, une épreuve de résolution de problèmes abstraits via des matrices à compléter et une épreuve de résolution de problèmes arithmétiques.

Hypothèses

Hypothèse 1

Nous supposons qu'un enfant qui aura des troubles de lecture aura également des difficultés à faire les inférences nécessaires pour construire une représentation cohérente de l'énoncé et donc à choisir la procédure de calcul adéquate.

Pour résoudre un problème arithmétique, le sujet doit se représenter celui-ci afin d'effectuer les inférences nécessaires pour obtenir la solution.

Par conséquent, nous faisons l'hypothèse qu'il y aura une corrélation entre la compréhension inférentielle en lecture et la résolution de problèmes arithmétiques pour lesquels l'énoncé nécessite de faire des inférences pour être résolu.

Hypothèse 2

Nous supposons qu'un enfant qui aura des difficultés en raisonnement logique aura des difficultés à résoudre des problèmes arithmétiques.

Hypothèse 3

Nous supposons que les enfants issus de la population de référence auront moins de difficultés que les enfants pris en charge en orthophonie pour résoudre les problèmes. Nous cherchons à savoir si des enfants suivis en orthophonie accèdent plus au sens d'un problème que les enfants tout venant (qui eux appliqueraient un schéma de résolution de problème connu).

Pour ce faire, nous comparons des enfants issus du même niveau scolaire : les CM1 entre eux d'une part, les CM2 entre eux d'autre part.

II- Méthode

1- Population

- La population de référence ayant participé à cette étude est composée de 17 enfants de deux niveaux scolaires : 9 élèves de CM1, âgés en moyenne de 9 ans 7 mois et 8 élèves de CM2, âgés en moyenne de 10 ans 4 mois. Ils se répartissent, selon leur sexe, en neuf garçons et huit filles.

La classe de CM1-CM2 se trouve dans une école publique de centre-ville. Les enfants suivent une scolarité normale.

Effectifs	Filles	Garçons	Moyenne d'âge	Plus jeune	Plus âgé
CM1	44%	56%	9 ans 7 mois	8 ans 11 mois	10 ans 4 mois
CM2	50%	50%	10 ans 4 mois	9 ans 7 mois	10 ans 11 mois

- Les sujets testés sont des enfants de CM1 et CM2 suivis en orthophonie pour des difficultés de langage ou des difficultés logico-mathématiques.

Les patients sont au nombre de 14, répartis équitablement entre sexes. Les trois patients de CM1 ont un âge moyen de 9 ans 6 mois et les onze patients de CM2 ont en moyenne 11 ans.

Effectifs	Filles	Garçons	Moyenne d'âge	Plus jeune	Plus âgé
CM1	67%	33%	9 ans 6 mois	9 ans 2 mois	9 ans 11 mois
CM2	45%	55%	11 ans	9 ans 7 mois	12 ans 1 mois

2- Matériel

Les enfants sont soumis à trois épreuves :

- une épreuve de compréhension en lecture ;
- une épreuve de résolution de problèmes abstraits ;
- une épreuve de résolution de problèmes arithmétiques.

2.1.Epreuve de Compréhension en Lecture

L'enfant doit choisir parmi quatre images celle qui correspond au texte écrit sous les images. La compréhension de l'énoncé repose sur la capacité de l'enfant à « décoder » les processus inférentiels mis en place par l'auteur, c'est-à-dire à donner une signification à la lecture effectuée dans le sens de l'interpréter. L'interprétation consiste à expliquer un phénomène ou une situation « pour lui donner du sens et en tirer des déductions éventuelles » (Brin *et al.*, 2004).

Le test de compréhension en lecture, tiré de l'épreuve LMC-R (Khomsî, 1999) est composé de trente-deux planches. Chacune de ces planches comporte quatre images au-dessous desquelles est inscrit un texte constitué d'une ou de plusieurs propositions (cf. annexe 1). Les sujets doivent lire l'énoncé et cocher l'image correspondant à l'énoncé lu.

L'énoncé peut être de type "imagé" (Ig) ou de type "inférentiel" (If). Les items dits imagés induisent une représentation imagée ; c'est-à-dire que l'enfant, en lisant ces énoncés simples, construit une représentation de l'image cible à partir de compétences morphologiques et syntaxiques minimales et à partir d'une prise d'indices complète concernant les mots écrits. Le deuxième type d'items nécessite la mise en place de stratégies inférentielles : pour que le choix de l'image soit correct, l'enfant doit faire des inférences (mises en relation de deux actions par exemple) mettant en œuvre des connaissances morpho-syntaxiques complexes (elles portent sur le temps et la causalité) et/ou des compétences méta-discursives. La seule représentation imagée ne suffit donc pas dans ce cas.

Le test comprend seize items Ig et seize items If, on obtient ainsi deux scores sur seize chacun. Une note de compréhension immédiate (CI) est obtenue par l'addition de ces résultats,

suite à une première présentation des énoncés, sans l'aide proposée par la deuxième présentation.

Dans la cotation du test normé, une note de compréhension globale (CG) est obtenue en partant de la note initiale (CI) et en lui ajoutant le total des autocorrections. En effet, si l'enfant ne choisit pas l'image-cible attendue, il est prévu que l'examineur lui demande de relire l'énoncé. L'enfant désigne alors, soit la même image (il persévère, P), soit l'image-cible (il s'autocorrige, AC), soit une autre image (il change de désignation, sans que ce soit celle attendue, CD).

Dans le cadre de notre étude, nous avons modifié cette modalité de deuxième passation. Nous étudions l'impact de la compréhension inférentielle en lecture dans la résolution de problèmes arithmétiques et nous ne souhaitons pas que d'éventuelles difficultés de conversion des graphèmes en phonèmes viennent perturber la lecture. Aussi, en cas d'erreur de désignation d'image, c'est l'examineur qui lit à son tour le texte en précisant : "Maintenant, écoute bien". Et l'enfant peut soit s'autocorriger, soit persévérer dans le choix de la même image, soit changer de désignation d'image sans que celle-ci ne soit celle attendue.

Nous créons donc volontairement un biais de notation pour la deuxième passation. Cependant, les notes seront intéressantes à analyser, tout en ayant à l'esprit qu'elles ne peuvent être comparées à la norme établie dans la cotation de l'épreuve.

Le temps de passation moyen de cette épreuve est de 11 minutes.

2.2. Epreuve de Résolution de Problèmes Abstraits

Cette épreuve est un sub-test issu de la batterie d'Evaluation des Compétences Scolaires au Cycle 3 (ECS-III) de Khomsi (1998). Elle est composée de seize items, sous forme de matrices et consiste, pour l'enfant, à choisir une réponse parmi cinq proposées, pour compléter un dessin auquel un élément a été ôté (cf. annexe 2). Elle mesure l'utilisation du raisonnement analogique et du traitement perceptif, dans la résolution de problèmes abstraits, compétence importante que l'on retrouve également lors des phases d'acquisition de la lecture.

Deux types de problèmes sont mélangés :

- cinq problèmes relevant d'une analyse perceptive visuelle, notés Pe,
- onze problèmes relevant d'un traitement analogique, notés An.

A la fin de l'épreuve, après correction sur calque, l'élève obtient une note globale sur 16, répartie en une note totale des items Pe sur 5 et une note totale des items An sur 11. L'utilisation des graphiques permet de visualiser le niveau de chaque élève. Nous n'avons pas modifié les modalités de passation de ce sub-test lors de notre étude.

Une des passations de ce test a été effectuée par une orthophoniste et non par notre soin. Il est à noter ici un biais de procédure, lié à la différence intra-individuelle des thérapeutes.

2.3. Epreuve de Résolution de Problèmes Arithmétiques

Mialaret a mis au point une épreuve de résolution de problèmes arithmétiques, tels qu'ils sont présentés au cours du cycle primaire. Meljac et Siegenthaler (2012) ont écrit un article pour aider les professionnels à évaluer les difficultés en calcul des enfants : elles proposent de faire passer aux enfants, en complément de la batterie UDN-II (Meljac et Lemmel, 1999), une sélection de douze problèmes de Mialaret, épreuve plus écologique au regard des compétences demandées dans le domaine mathématique à l'école (cf. annexe 3).

Les problèmes se présentent sur deux feuilles, en trois colonnes. La première colonne comporte l'énoncé du problème. Dans la deuxième, l'enfant doit indiquer le choix de l'opération à utiliser pour résoudre le problème, sachant que chaque problème ne fait appel qu'à une opération. L'enfant pose et résout l'opération dans la troisième colonne. Une phrase réponse doit être apportée sous l'énoncé du problème, dans la première colonne.

Cette version des problèmes n'a pas fait l'objet d'un étalonnage. Les résultats seront à mettre en lien avec le programme scolaire et l'expérience personnelle de l'examineur. Les problèmes ont été conçus pour une analyse intéressante de leur résolution auprès d'enfants de 7 à 14 ans.

Les consignes de passation sont précises : le thérapeute présente les feuilles de problèmes à l'enfant en s'assurant au préalable qu'il connaisse et maîtrise le nom des quatre opérations fondamentales apprises au cours du cycle primaire : addition, soustraction, multiplication et division. Si l'enfant ne connaît pas les noms des opérations, l'examineur les écrit en tête de page, en y associant le signe opératoire correspondant.

On explique à l'enfant qu'après avoir lu à voix haute l'énoncé, il devra choisir une opération et noter son nom dans la deuxième colonne, poser et résoudre l'opération dans la dernière colonne et reporter le tout avec une phrase sous l'énoncé du problème. Deux problèmes demandent deux réponses (mais toujours une seule opération), ce sont les énoncés des problèmes 4 et 7.

En cas d'erreur, un protocole d'enquête est suivi par le thérapeute, via des questions posées à l'enfant : quelle autre opération aurait-on pu faire ? Comment imagines-tu la situation du problème ? Vois-tu des chiffres, des images à la lecture de l'énoncé ? Lorsque l'enfant bloque sur un problème, un étayage est proposé, par le biais de la présentation d'une situation problème similaire mais plus écologique et plus simple (petits nombres, situations de la vie quotidienne), ou par la proposition de manipuler des jetons, ou encore par l'utilisation d'une calculatrice. Ces aides sont proposées afin d'observer si l'enfant accède au sens de la situation. L'enfant peut se corriger.

Structure des problèmes :

Le problème 1 est un problème de combinaison ou composition de deux mesures.

Les problèmes 2, 3, 6 et 11 sont des problèmes de transformation d'état, avec recherche soit de l'état final, soit de la transformation.

Les problèmes 4 et 7 sont des problèmes de comparaison.

Les problèmes 5, 8, 9, 10 et 12 sont des problèmes de type multiplicatif. Ce ne sont ni des problèmes de comparaison, ni des problèmes de transformation d'état. Ils se rapprochent des problèmes de combinaison de mesures, les mesures étant ici égales.

Parmi eux, les problèmes 5, 9 et 10 sont des problèmes faisant appel à la procédure de la division.

Codage des réponses

Deux codages ont été appliqués à la résolution de chaque problème. D'abord, un premier codage prend la forme d'une note maximale de 3 points avec une note pour la phrase de résultat (1 si elle est correcte avec le bon résultat, 0 si fausse ou absente), une note pour le nom de l'opération (1 s'il est correct, 0 sinon) et une note pour le calcul posé (1 si le calcul est posé, indépendamment du résultat, 0 sinon). Une note globale, après corrections apportées par l'enfant lors de la partie enquête, est calculé, toujours sur un total de 38 points.

Ensuite, un deuxième codage est réalisé, sous la forme d'une note pour la compréhension de la situation-problème (1 si elle est comprise, indépendamment de la procédure opératoire utilisée et du résultat obtenu, 0 si elle n'est pas comprise). La valeur maximale du deuxième codage est 12.

3. Procédure

Dans un premier temps, un pré-test a été réalisé en septembre 2013 auprès d'un enfant de CM2 ne présentant pas de difficultés scolaires, afin d'établir le temps de passation de l'épreuve de résolution de problèmes arithmétiques, qui est d'environ vingt minutes, hors temps de reprise clinique avec l'enfant (partie enquête). De plus, il a également permis de tester la compréhension des consignes que nous avons élaborées pour la passation de ces problèmes. Suite à ce pré-test, aucune modification du support n'a été effectuée.

La passation des différentes épreuves est effectuée individuellement. Les épreuves ont été passées en octobre et novembre 2013 auprès d'enfants scolarisés dans une classe à double niveau, CM1 et CM2, dans une école de centre-ville. Pour connaître le niveau d'habiletés dans la discipline mathématiques, l'enseignant nous donnait ses observations personnelles et des informations basées sur le niveau scolaire de chacun. Dans une salle mitoyenne de la salle de classe, chaque élève a été reçu individuellement pendant environ une heure.

De novembre 2013 à mars 2014, la passation des épreuves s'est effectuée auprès d'enfants suivis en orthophonie pour troubles du langage et/ou troubles logico-mathématiques, dans deux cabinets en libéral et dans un centre médico-psychologique.

Suivant le temps accordé aux prises en charge, la passation s'est effectuée en une ou deux séances. On peut noter ici un biais lié à une différence de procédure entre les élèves et les patients : passation des tests à une même date pour les élèves, versus deux dates distinctes pour les patients la plupart du temps. Ainsi, une fatigabilité en fin de tests peut exister dans la population de référence ; chez les patients, l'exigence porte sur un effort de re-concentration sur les épreuves et sur les consignes.

III- Analyse des résultats

Nous comparons le taux de réussite aux différents problèmes arithmétiques, d'une part avec le taux de réussite à l'épreuve de compréhension en lecture et d'autre part, avec celui obtenu à l'épreuve des problèmes abstraits.

Une comparaison est également effectuée entre les résultats des élèves et les résultats des patients.

1- Analyse quantitative des résultats aux épreuves

1.1. Temps de passation

1.1.1. Temps de passation du LMC-R

Nous pouvions nous attendre à ce que le temps de passation moyen diminue lors du passage d'un niveau scolaire à un autre. Or, il augmente. Si le temps augmente, c'est en raison de la très faible vitesse de lecture d'un élève allophone de CM2, qui met presque le double du temps moyen des autres élèves pour passer cette épreuve. Sans prendre en compte cet élève, le temps de lecture est semblable entre les CM1 et les CM2, les CM2 lisant plus rapidement mais prenant plus de temps de réflexion pour désigner l'image choisie.

Le temps est également sensiblement le même pour les patients scolarisés en CM1 et ceux scolarisés en CM2.

1.1.2. Temps de passation des problèmes de Mialaret

Le temps moyen de passation des problèmes de Mialaret va en diminuant des élèves de CM1 (33 minutes) aux élèves de CM2 (23 minutes), ce qui va dans le sens d'un effet d'apprentissage.

Le temps moyen de passation des problèmes augmente chez les patients d'un niveau scolaire à un autre. On peut supposer que le temps n'est pas une variable à prendre en compte au niveau des patients, ceux de CM1 n'étant que faiblement représentés (trois patients).

1.2. Résultats obtenus aux épreuves

1.2.1. Compréhension en lecture (LMC-R)

- Le score obtenu aux 16 items imagés (Ig) est sensiblement identique pour les élèves de CM1 et de CM2 faisant partie de la population de référence, il est en moyenne de 15,4/16.

Résultats	CM1	CM2	
Temps moyen	11,75	12,75	CI : Compréhension Immédiate
CI (/32)	24,63	26,75	Ig1 : Compréhension imagée
Ig1 (/16)	15,00	15,63	If1 : Compréhension inférentielle
If1 (/16)	9,63	11,13	CG : Compréhension Globale
CG (/32)	27,75	30,63	If2 : Deuxièmes Inférences
If2 (/16)	11,88	14,63	P : Persévérations
Nb P	4,00	0,88	AC : Autocorrections
Nb AC	3,43	3,75	CD : Changement de Désignation
Nb CD	0,29	0,63	

Tableau 1 : Résultats à l'épreuve de Compréhension en Lecture du LMC-R (Khoms) des élèves

En comparaison, ce score est légèrement inférieur pour les patients de CM1 (13,7/16) et de CM2 (14,4/16). Un élève et un patient de niveau CM1 obtiennent un résultat aux items imagés qui les situe au centile 10 des enfants de CM1 (90% ont un niveau supérieur) ; deux patients de CM2 présentent des résultats très faibles aux items imagés, qui les placent en dessous du centile 10, d'après les normes de cotation établies en comparaison avec les enfants de même niveau scolaire.

Résultats	CM1	CM2	
Temps moyen (min)	10,67	10,73	CI : Compréhension Immédiate
CI (/32)	20,33	23,09	Ig1 : Compréhension imagée
Ig1 (/16)	13,67	14,36	If1 : Compréhension inférentielle
If1 (/16)	6,67	8,73	CG : Compréhension Globale
CG (/32)	28,67	28,64	If2 : Deuxièmes Inférences
If2 (/16)	13,00	13,00	P : Persévérations
Nb P	1,00	2,09	AC : Autocorrections
Nb AC	8,33	5,45	CD : Changement de Désignation
Nb CD	2,00	1,18	

Tableau 2 : Résultats à la Compréhension en Lecture du LMC-R (Khoms) des patients

Ainsi, les enfants suivis en rééducation orthophonique présentent, aux épreuves imagées du LMC-R, des résultats moyens inférieurs aux enfants tout venant, à niveau scolaire égal. Ils ont plus de difficultés à se faire une représentation imagée à partir de compétences morphologiques et syntaxiques minimales. On peut penser qu'ils auront moins de facilité à se faire une représentation imagée des énoncés de problèmes arithmétiques simples.

- Pour les items inférentiels, la note moyenne des élèves passe de 9,6 à 11,1 sur un total de 16, d'un niveau scolaire étudié au suivant. Elle croît également pour les patients, passant de 6,7 pour les CM1 à 8,7 pour les CM2.

Cette augmentation corrobore l'idée selon laquelle les capacités inférentielles augmentent au fur et à mesure des années et des apprentissages. En outre, les enfants qui suivent une rééducation orthophonique réussissent en moyenne moins bien que les élèves tout venant à ces items (un peu plus de 2 points d'écart). Leurs capacités à utiliser des stratégies inférentielles se révèlent moindres et devraient venir pénaliser les notes obtenues dans la résolution des problèmes arithmétiques.

Si nous nous référons aux normes de cotation du test, deux élèves de CM1 ont une note qui les situe au centile 25 des enfants de même niveau scolaire (75% ont un niveau supérieur). De même, les notes obtenues par une patiente de CM1 et un patient de CM2 sont au-dessus du centile 10, notes pathologiques donc.

Par ailleurs, tous les élèves de CM2 obtiennent un score dans la norme moyenne des enfants de même niveau scolaire.

- La deuxième note obtenue aux items inférentiels, après lecture par l'examineur du texte pour les réponses inadéquates (If2), augmente de près de 3 points parmi la population d'élèves de CM1 et de CM2. De même, elle passe à 13/16 chez les patients de CM1 et CM2 observés (augmentations respectives de 6 et 4 points). De nombreuses auto-corrections sont apportées lors de la deuxième passation par tous les enfants, avec un nombre record pour les patients de CM1.

Les élèves de CM1 persévèrent plus que les patients de même niveau scolaire, dans le choix de leurs réponses.

Ainsi, la compréhension globale, même si elle augmente après intervention de l'examineur, tend à stagner pour les patients, entre le CM1 et le CM2. Au contraire, elle s'améliore chez les élèves de CM2, en comparaison avec les élèves de niveau inférieur.

L'étayage, apporté par la lecture des textes par l'adulte, permet une amélioration importante des résultats, via de multiples autocorrections. Toutefois, les patients de CM2 ne dépassent pas les notes obtenues par les patients de CM1 (28,6/32 en moyenne), comme s'il y avait une limite supérieure difficile à dépasser.

Par ailleurs, les comportements de persévération des élèves de CM1 (4 persévérations en moyenne contre 1 chez les patients de CM1) indiquent une moindre remise en question de leurs compétences propres, et par là-même, une plus forte confiance en eux-mêmes, si on les compare aux patients de même niveau scolaire qui sont plus hésitants et prêts à changer facilement d'images cibles lorsque l'adulte relit l'énoncé.

1.2.2. Résolution de problèmes abstraits

- Les items perceptifs sont moins bien réussis par les patients que par les élèves. Concernant les effectifs scolarisés en CM1, les patients obtiennent un score moyen de 2,7/5 contre 3,5/5 pour les élèves. Les résultats augmentent légèrement chez les patients et élèves de CM2 par rapport à leurs pairs scolarisés en CM1, gagnant respectivement 1 et 0,5 points.

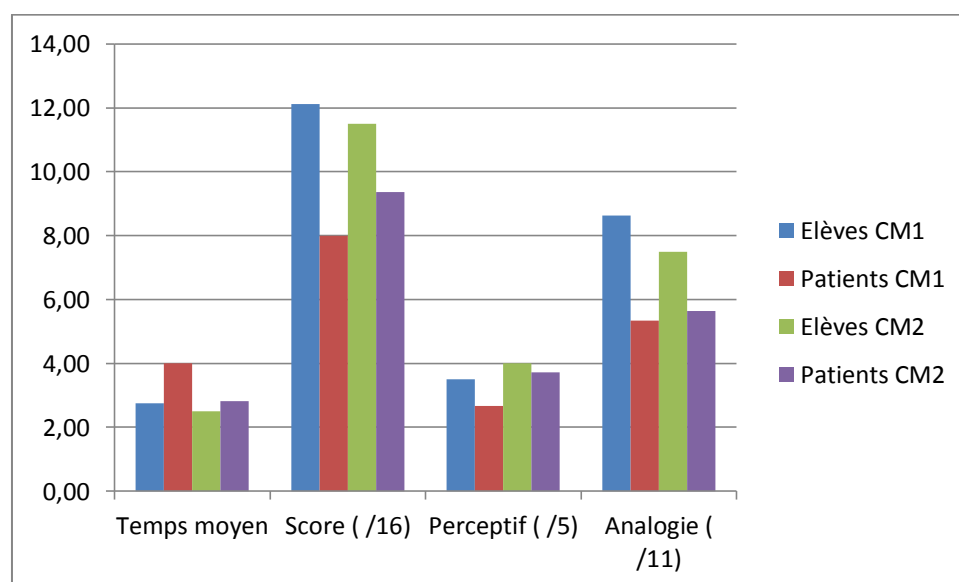


Tableau 3 : Résultats aux Problèmes abstraits (ECS-III, Khomsi)

- En parallèle, nous notons une nette différence de scores entre élèves et patients au niveau des items faisant appel à un traitement analogique. Les patients scolarisés en CM1 obtiennent en moyenne 3 points de moins que les élèves de même niveau scolaire. A la fin du troisième cycle, les résultats des patients et des élèves montrent un écart de 2 points.

Il est intéressant d'observer l'évolution de la note moyenne des patients, qui passe de 5/11 à 7/11 du CM1 au CM2 si l'on ne tient pas compte des résultats nuls de deux patients de CM2. Le résultat des élèves, lui, n'évolue pas d'une classe à l'autre, avec un total moyen de 8/11.

Les résultats plus faibles des patients viennent appuyer l'idée selon laquelle ces enfants seront confrontés à des difficultés lors de la résolution de problèmes. La capacité à extraire des règles et à raisonner par analogie, mise en exergue par ces quelques problèmes abstraits, aide nécessairement l'enfant à procéder de même lorsqu'il est confronté à des structures de problèmes déjà rencontrées lors de situations d'apprentissage en classe.

1.2.3. Problèmes arithmétiques

Nous avons établi une hiérarchie des résultats, obtenus par les enfants, aux problèmes arithmétiques, selon des notes de très faibles à hautes, pour chacun des codages. Le tableau ci-après reprend la grille de notation :

	Codage 1	Codage 2
Note très faible	]0 ; 19]	]0 ; 6]
Note faible	]19 ; 24]	]6 ; 8]
Note moyenne	]24 ; 34]	]8 ; 10]
Note haute	]34 ; 38]	]10 ; 12]

Tableau 4 : Grille de notation des problèmes arithmétiques de Mialaret

- Concernant la population d'élèves, à l'instar de la population des patients, la moyenne des résultats obtenus aux problèmes augmente du CM1 au CM2.

Cette observation était attendue. Les explications proviennent d'un effet d'apprentissage concernant toutes les opérations et d'un entraînement à la procédure opératoire de la division et à la résolution de problèmes en général. Nous constatons en effet une progression, quel que soit le mode de notation étudié.

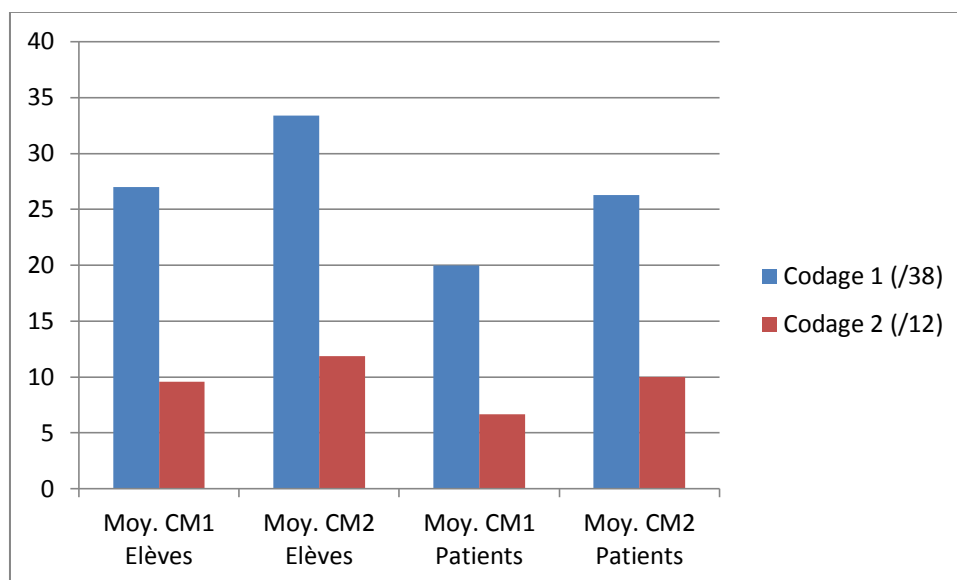


Tableau 5 : Résultats aux Problèmes arithmétiques de Mialaret

- Les élèves totalisent des notes moyennes toutes supérieures aux notes obtenues par les patients, et ce pour chaque classe étudiée.

Un élève de CM1 présente des résultats très faibles en résolution de problèmes (18/38), tout comme deux patients scolarisés en CM1 (notes respectives de 17 et 18). Un autre élève de CM1 obtient des notes faibles (22/38 au codage 1 des douze problèmes).

Les élèves de CM2 obtiennent tous des résultats compris entre 26/38 et 38/38 pour le codage 1 et des résultats entre 11/12 et 12/12 en compréhension des situations problèmes (codage 2).

Parmi les patients scolarisés en CM2, l'un d'eux obtient des scores identiques aux patients de CM1, soit des notes très faibles en résolution de problèmes (18/38). Trois autres patients de CM2 ont des résultats faibles, inférieurs à la moyenne pour le premier codage des problèmes. Lors du protocole d'enquête des problèmes de Mialaret, les résultats d'un autre patient passent en dessous de la moyenne des notes, après éventuelles corrections de sa part.

En résumé, la moitié des patients de CM2 est mise en échec lors de cette épreuve de résolution de problèmes, si l'on considère le codage 1.

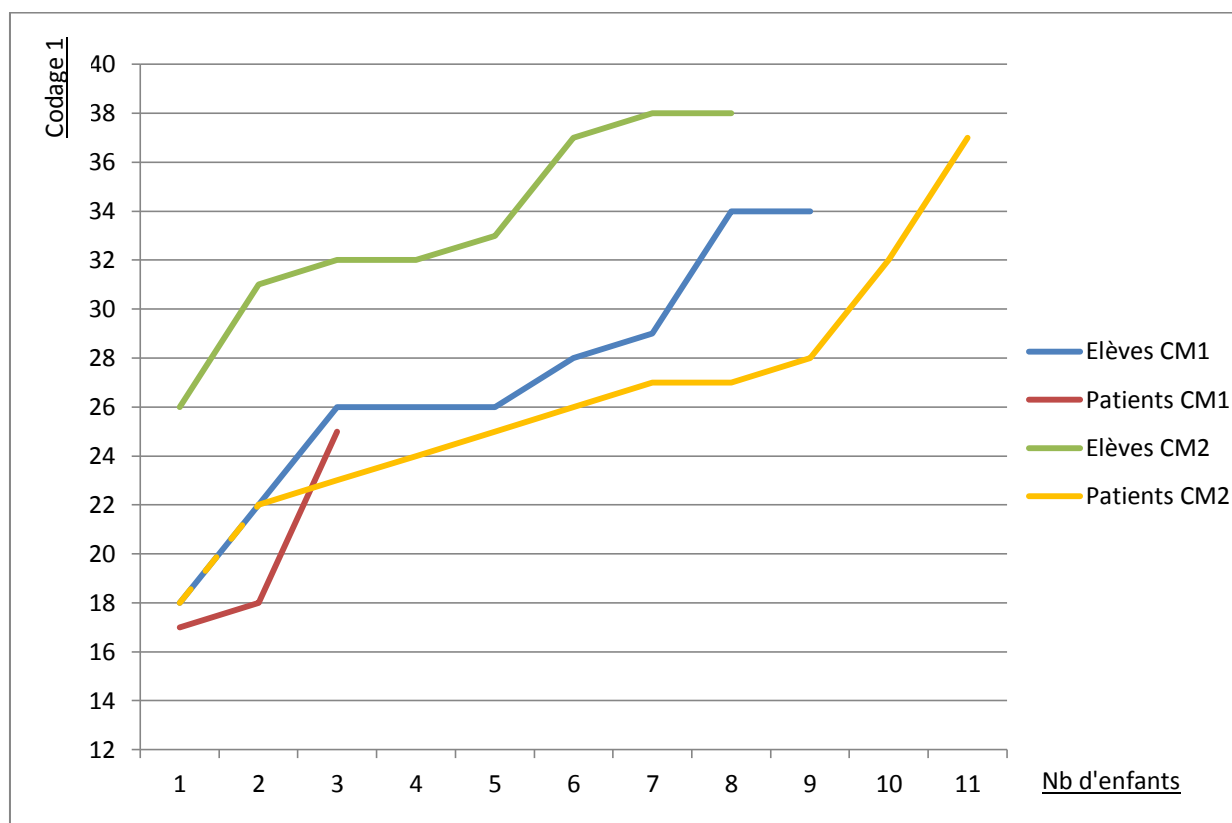


Tableau 6 : Notes au codage 1 par ordre croissant pour les Problèmes de Mialaret

En revanche, si l'on s'intéresse uniquement à la compréhension des situations présentées dans les problèmes, il n'y a plus que deux patients de CM2 qui présentent des difficultés dans ce domaine (notes de 7 et 8 au codage 2).

Comme le proposait notre hypothèse, les patients ont plus de difficultés à résoudre les problèmes arithmétiques que les élèves. Les élèves de CM2 parviennent à résoudre les problèmes sans obstacle majeur, ils obtiennent tous des résultats corrects. Deux élèves de CM1 montrent des difficultés à réaliser ce type d'épreuves. Nous irons vérifier si ces élèves échouent également au niveau des tâches de lecture et de résolution de problèmes abstraits.

Parmi les patients, un sur deux est mis en échec lors de la résolution de problèmes arithmétiques. Pour aller plus loin, il sera intéressant de déterminer la présence ou l'absence de corrélation entre cette épreuve et celles de lecture et de résolution de problèmes abstraits.

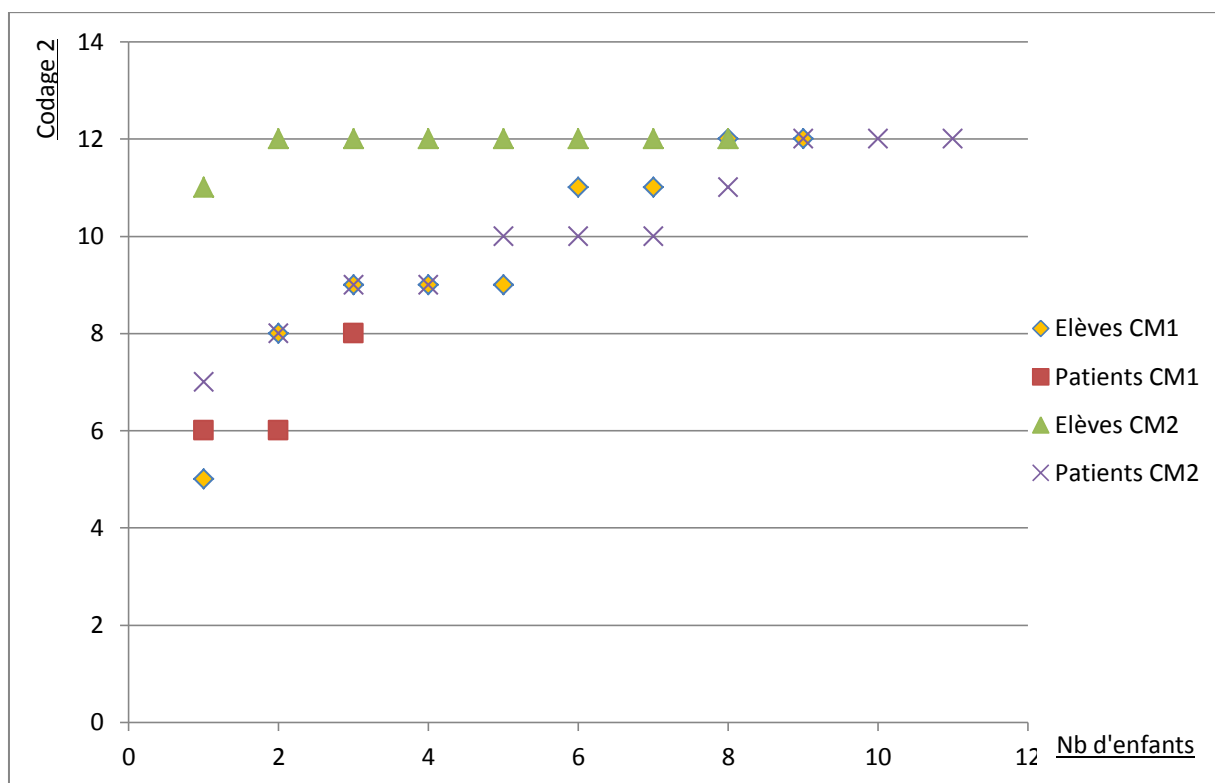


Tableau 7 : Notes au codage 2 par ordre croissant pour les Problèmes de Mialaret

Une autre donnée intéressante provient de l'analyse des résultats obtenus en compréhension de la situation de chaque problème (cf. tableau 7). Malgré des résultats fragiles apportés aux problèmes, les patients parviennent généralement bien à se construire une représentation d'un énoncé. Seuls deux des patients de CM1 n'atteignent pas ce niveau de compréhension (note de 6/12). Il y a donc nécessité de distinguer, d'une part les procédures opératoires choisies et le calcul mathématique effectué, d'autre part le sens trouvé dans l'analyse des situations problèmes.

2- Analyse quantitative des corrélations entre épreuves

Nous utilisons le coefficient r de Pearson pour les calculs de corrélation lors de l'analyse des résultats chiffrés.

2.1. Corrélations lecture/problèmes arithmétiques

Corrélations (Pearson)	ELEVES		PATIENTS	
	CM1	CM2	CM1	CM2
CI /Codage 1	-0,59	-0,20	0,40	0,34
Ig1/Codage 1	-0,57	-0,46	0,60	0,09
CG/Codage 1	-0,64	0,38	0,60	0,65
If1/Codage 1	-0,50	-0,09	0,08	0,54
If2/Codage 1	-0,63	0,38	0,11	0,71

Tableau 8 : Corrélations Lecture/Problèmes de Mialaret pour le codage 1

Corrélations (Pearson)	ELEVES		PATIENTS	
	CM1	CM2	CM1	CM2
CI /Codage 2	-0,42	-0,81	0,50	0,08
Ig1/Codage 2	-0,43	-0,29	0,50	-0,21
CG/Codage 2	-0,55	-0,17	0,50	0,24
If1/Codage 2	-0,34	-0,80	0,19	0,37
If2/Codage 2	-0,54	-0,17	0,00	0,38

Tableau 9 : Corrélations Lecture/Problèmes de Mialaret pour le codage 2

2.1.1. Items imagés

Les items imagés du LMC-R sont fortement corrélés à la réussite des problèmes arithmétiques de Mialaret (cf. tableau 8) pour les enfants scolarisés en CM1 (coefficients de Pearson $p = -0.57$ pour les élèves et $p = 0.60$ pour les patients). Par contre, la corrélation est faible pour les enfants de CM2. Nous voyons là que le processus de lecture devient de plus en plus expert au fur et à mesure du parcours scolaire et que l'enfant, en lisant des énoncés très simples, construit une représentation de l'image cible adéquate en CM2, qu'il ait ou non des difficultés en lecture. En effet, il n'est pas nécessaire de faire appel à un traitement inférentiel pour ces seize items. L'analogie est parfaite entre le texte et l'image, pour ces items.

Les items imagés du LMC-R sont corrélés à la compréhension des problèmes arithmétiques de Mialaret (codage 2, cf. tableau 9) pour les patients de CM1 (coefficient de Pearson $p = 0.5$). La lecture des patients de CM1 est encore difficile et ne permet pas de maîtriser complètement des énoncés simples. Ce qui les gêne probablement dans la compréhension des énoncés des problèmes de Mialaret, qui sont également assez simples.

L'élève de CM1 qui obtient des notes très faibles pour ces items imagés (centile 10 des enfants de CM1) réussit pourtant les problèmes arithmétiques (34/38 au codage 1, 12/12 au codage 2). Cela s'explique facilement car cette élève, russe, n'apprend la langue française que depuis un an, date de son arrivée dans le pays. Elle présente donc des lacunes dans la langue, avec notamment un lexique passif restreint et une lecture parfois phonologiquement incorrecte, se traduisant par des désinences verbales modifiées. Ces dernières peuvent entraîner des transformations temporelles des verbes ("e" prononcé [e]) et par conséquent des interprétations erronées des propositions.

Le patient de CM1, ayant une note aux items imagés qui le situe également au centile 10 des enfants de même niveau scolaire, obtient de très faibles résultats aux problèmes de Mialaret (17/38 au codage 1 ; 6/12 au codage 2). Etudions les autres paramètres de lecture pour affiner ces constats.

2.1.2. Items inférentiels

En partant de l'échantillon de population de référence, on constate que les items inférentiels sont corrélés négativement aux scores de réussite des problèmes de Mialaret pour les élèves de CM1 ($p = -0.5$, cf. tableau 8).

Si l'on ne tient pas compte de l'élève de CM1 qui est d'origine russe et qui a des performances très faibles en lecture, le deuxième élève de cette classe qui présente des difficultés en compréhension inférentielle (note aux items inférentiels de 6/16) réussit pourtant la série des problèmes arithmétiques (34/38 au codage 1 ; 12/12 au codage 2).

Les inférences logiques, sont nécessaires pour comprendre la lecture d'un énoncé arithmétique simple. Les inférences pragmatiques, elles, ne sont pas explicitement présentes lors de la lecture. Les problèmes de Mialaret ayant été construits à partir de formulations simples, les enfants ne sont donc pas contraints de mettre en œuvre de telles inférences pour réussir à les résoudre. C'est peut-être pour cette raison que l'élève, même s'il échoue à l'épreuve de lecture inférentielle, réussit les problèmes mathématiques.

La corrélation est presque nulle entre items inférentiels et résolution de problèmes pour les patients de CM1 ($p = 0.08$ au codage 1, $p = 0.19$ au codage 2).

En considérant les élèves de CM2, la corrélation est quasiment nulle entre lecture inférentielle et réussite aux problèmes lors du codage 1 ($p = -0.09$), alors qu'elle est forte lorsque l'on considère la compréhension des problèmes ($p = -0.80$ au codage 2).

Elle est aussi plutôt forte chez les patients de même niveau ($p = 0.54$). On peut penser que les enfants pris en charge en orthophonie s'appuient davantage sur des stratégies inférentielles et portent une attention plus soutenue que les élèves dans des tâches de lecture formalisées. Ils cherchent à faire du lien, à donner du sens aux énoncés des problèmes.

La deuxième passation des items inférentiels, après lecture par l'examineur, montre des liens de corrélation avec la résolution de problèmes chez les élèves de CM1, mais pas chez les élèves de CM2 (variables presque totalement indépendantes car p proche de zéro). L'inverse est observé chez les patients.

Nous pouvons penser que les patients ont besoin de temps pour que l'élaboration d'inférences s'automatise lors de la lecture. La lecture à haute voix proposée par l'examineur permet aux enfants de ne plus s'attacher au décodage grapho-phonémique et ainsi d'alléger le coût cognitif du processus de lecture. L'enfant peut alors élaborer les inférences nécessaires à une compréhension plus fine du texte et corriger l'image choisie. Face aux problèmes, il peut également élaborer les inférences logiques permettant de trouver la bonne procédure opératoire.

2.2. Corrélations problèmes abstraits/ problèmes arithmétiques

Corrélations (Pearson)	CM1	CM2
Score ECS /Codage 1	0,12	0,23
Score ECS /Score Global	0,17	0,49
Score ECS /Codage 2	0,25	0,43
Perceptif/Codage 1	-0,31	0,64
Perceptif/Score Global	-0,34	0,67
Perceptif/Codage 2	-0,23	0,53
An/Codage 1	0,23	-0,11
An/Score Global	0,30	0,13
An/Codage 2	0,36	0,14

Tableau 10 : Corrélations Problèmes abstraits/Problèmes de Mialaret chez les élèves

Concernant la population de référence scolarisée en CM1, les corrélations entre les résultats aux problèmes abstraits de l'ECS-III (Khomsi) et les résultats aux problèmes arithmétiques de Mialaret sont faibles. Chez les élèves de CM2, une corrélation relativement forte est observée pour les seuls items perceptifs ($p = 0,6$).

Corrélations (Pearson)	CM1	CM2
Score ECS /Codage 1	0,64	-0,47
Score ECS /Score Global	0,58	-0,44
Score ECS /Codage 2	0,72	-0,18
Perceptif/Codage 1	0,99	-0,41
Perceptif/Score Global	1,00	-0,31
Perceptif/Codage 2	0,97	-0,03
An/Codage 1	0,08	-0,44
An/Score Global	0,00	-0,45
An/Codage 2	0,19	-0,24

Tableau 11 : Corrélations Problèmes abstraits/Problèmes de Mialaret chez les patients

Pour les patients de CM1, les résultats aux items perceptifs sont très fortement corrélés à la résolution de problèmes arithmétiques ($p = 1$), avec des résultats faibles des enfants dans les deux épreuves observées.

En revanche, la corrélation est faible entre l'ensemble des items abstraits et les problèmes de Mialaret chez les patients issus de classes de niveau CM2.

Nous ne pouvons pas faire de conclusion concernant l'influence des capacités de traitement analogique sur la résolution de problèmes arithmétiques, à partir de cette épreuve de problèmes abstraits de l'ECS-III, les études de corrélation montrent une relative indépendance des variables.

Nonobstant ces conclusions, le traitement perceptif semble entretenir un lien non négligeable avec la résolution de problèmes mathématiques chez les enfants de CM1, lien qui disparaît avec la fin du troisième cycle et donc avec l'évolution des apprentissages et du temps. Cette notion peut être rapprochée du passage du stade des opérations concrètes au stade des opérations formelles de Piaget (1941). En effet, c'est vers 10-11 ans que l'individu passe du concret à l'abstrait, du traitement perceptif à une logique plus formelle. En CM1, l'enfant agit sur les nombres, construit des raisonnements logiques, coordonne des opérations mathématiques, mais souvent encore avec un rapport direct au concret, au sujet de

phénomènes observables. C'est peut-être la raison pour laquelle le traitement perceptif des patients scolarisés en CM1 entretient des liens avec les capacités à résoudre les douze problèmes de Mialaret qui, pour la plupart, font appel à des situations concrètes.

Par ailleurs, on peut penser que le processus inférentiel de lecture est un élément essentiel pour que l'enfant puisse décrypter le sens d'un problème et qu'il est encore plus important que l'habileté logique. Nous avons choisi de créer le codage 2 pour les résultats du Mialaret afin d'apporter des éléments d'analyse complémentaires à ceux du codage 1. En effet, le codage 2 ne tient compte que de la compréhension des situations problèmes, sans se préoccuper de difficultés éventuelles en calcul ou en procédures opératoires. Un enfant peut ne pas trouver le résultat attendu à un problème mais obtenir le point au codage 2 s'il a compris la situation (il n'obtiendra pas ce point dans le codage 1).

3- Analyse qualitative des résultats – Partie clinique

Lors de la passation des problèmes, nous avons sollicité les enfants pour mieux comprendre leur raisonnement et leurs représentations. Ces passations ont été enregistrées. Dans cette partie, nous proposons de reprendre certains propos des enfants qui pourraient orienter une prise en charge.

De plus, la formulation des douze problèmes de Mialaret n'est pas toujours simple à comprendre pour les enfants. Nous relatons les éléments qui peuvent gêner la compréhension des problèmes, en sus de ceux exposés par Meljac et Siegenthaler (2012).

3.1. Observation clinique des sujets

3.1.1. Analyse des commentaires des enfants problème après problème

- Problème 1 : Un fermier a 23 poules blanches et 9 poules noires. Combien a-t-il de poules en tout ?

Une patiente de CM1 résout tous les problèmes en utilisant l'addition. Bien qu'elle ait posé une soustraction dans la troisième colonne, elle réalise son calcul via l'addition des nombres.

Elle se rend compte toutefois de l'incohérence de certains résultats, par exemple au problème 1, elle énonce : "Cent trente-deux poules, ça paraît beaucoup !" (erreur de calcul liée à une confusion des colonnes additives). De même, pour les problèmes 2 et 3, elle trouve le résultat trop grand. Pour se défendre, elle explique : "on fait toujours des additions en classe".

Ici, nous comprenons que les procédures opératoires ne font pas sens aux yeux de cette patiente. Elle applique une procédure compensatoire, sans la relier aux situations exposées dans les énoncés. Cette patiente utilise certainement aussi en classe, lors des activités mathématiques, cette procédure compensatoire de l'addition, procédure constante de résolution de problèmes.

- Problème 2 : Je possédais 275 €. Je dépense 34 €. Combien me reste-t-il ?

En souhaitant rédiger la phrase de réponse à ce problème, un patient scolarisé en CM2 relève son crayon et demande : "Je ne sais pas c'est quoi son prénom." Cette intervention inattendue est intéressante car, au-delà de la résolution rapide du problème, cet enfant s'est trouvé gêné par le sujet de l'histoire. Il ne s'est pas approprié le pronom personnel "je" de l'énoncé ; voire même cela l'a empêché d'écrire une phrase de réponse au problème. Ce patient présente des difficultés à mettre en route le calcul, perturbé par le langage des énoncés de problèmes.

Ce deuxième problème est réussi par la majorité des enfants.

- Problème 3 : Il y avait 11 prunes dans le panier. Il n'en reste plus que 8. Combien en a-t-on mangé en tout ?

Un patient de CM2 est perturbé par l'expression "en tout", contenue dans l'énoncé ; il constate logiquement : "il en reste huit".

Meljac et Siegenthaler (2012) précisent que cette formulation suggère l'addition et peut donc constituer une difficulté de résolution du problème, notamment chez les enfants impulsifs. Dans notre étude, nous n'observons pas de tel comportement. Pour le patient mentionné plus haut, ce n'est pas une stratégie d'addition que met en œuvre cet enfant, mais plutôt une logique du "plus" due à un défaut de compréhension de l'énoncé. Le plus grand nombre de prunes, c'est huit ; en tout, il en reste donc huit. Le fonctionnement de ce patient consiste à toujours rechercher ce qu'il reste.

Une autre patiente ne parvient pas à savoir à quelle opération correspond le résultat qu'elle a trouvé. Prendre du recul et faire le chemin de pensée inverse pour retrouver les étapes permettant d'aboutir au résultat final n'est pas facile, quand bien même ce résultat est celui attendu.

- Problème 4 : Un terrain a une longueur de 45 mètres. Un autre a une longueur de 39 mètres. Quel est le plus long ? Et de combien ?

Les problèmes 4 et 7 exigent une certaine planification de la pensée car l'enfant doit répondre à deux questions. Le problème 7 est résolu avec succès par la majorité de la population étudiée.

En revanche, la deuxième question du problème 4 est source de difficultés. D'une part, elle appelle une soustraction qui doit être utilisée pour trouver une différence et non un retrait. D'autre part, cette question : "et de combien ?" n'est pas facilement comprise par les enfants. Pour beaucoup, elle n'est pas complète et ils se demandent quel élément rattacher à ce quantificateur interrogatif.

Meljac et Siegenthaler (2012) indiquent que les élèves de CM1 échouent assez fréquemment dans la résolution de cet énoncé. Ainsi, ce patient de CM1 : "on va essayer déjà avec le plus, et après on fera avec le moins". Comme je l'interroge sur la raison de tester ces deux opérations plutôt que d'en choisir une seule, il s'en tire par une pirouette malicieuse : "parce que d'abord il faut tester, comme il faut toujours tester avant d'acheter". En regardant le résultat obtenu via l'addition des nombres, il l'analyse comme suit : "ça se peut pas, c'est plus grand que le nombre... Alors, on va faire une soustraction."

Un autre patient, après avoir pensé qu'il fallait chercher le nombre de mètres en tout (addition), comprend que ce n'est pas un ajout qui est recherché. Toutefois, il n'arrive pas à conceptualiser la différence, et ce malgré le passage par la manipulation de jetons. De son côté, une patiente, dans l'impossibilité de donner la procédure utilisée, explique : "Pour trouver cinq, j'ai fait dans ma tête en partant de 39 et comme si j'avais des doigts : 40, 41...". La procédure est difficile à nommer, quand bien même le résultat est trouvé : "on peut faire 39 pour aller à 45, mais je sais pas comment faire, c'est pas une addition, ni une multiplication ni une soustraction ? !"

Une élève, très ancrée dans les percepts visuels, formule une réponse imagée : "la longueur ? Bah ça dépend comment ils sont, les terrains ?"

Par ailleurs, d'après l'analyse des enregistrements, plusieurs patients peinent à s'extraire de l'évocation des notions de périmètre ou de surface, à la lecture du mot "terrain". Aussi présentent-ils des difficultés à s'attacher à une seule des dimensions du rectangle, à savoir sa longueur, la donnée à exploiter dans l'énoncé.

Pour exemple, le raisonnement de cette patiente scolarisée en CM1 : "il faut multiplier 45 fois 2". Très gênée par l'image qu'elle se forge de la situation, elle ne peut dissocier une longueur de l'ensemble du terrain ; elle ne voit que la surface. La notion de mesure (mètres) la perturbe également. Le problème 7, construit sur le même modèle mais traitant d'âges, ne pose aucune difficulté à cette enfant.

Ou encore ce patient de CM2 qui affirme : "c'est le plus simple problème (...) quarante-cinq mètres divisés par quatre". A l'adulte qui lui demande pourquoi avoir fait le choix d'une division, il répond : "Je sais que ça peut être une division. Ce qui est le piège, c'est qu'ils nous disent que c'est un peu comme une soustraction alors que là, il y a des mètres et il faut trouver une partie, juste un seul morceau." La confusion avec la notion de périmètre transparait dans cette réflexion. Ce patient souhaite diviser par quatre pour trouver la mesure d'un côté. Il se corrige et choisit une soustraction, après lecture par l'examineur de l'énoncé. Il remarque, étonné car en attente d'un piège, que les trois derniers problèmes consécutifs se résolvent tous par une même procédure opératoire, à savoir une soustraction.

- Problème 5 : On veut ranger 252 crayons dans des boîtes. Chaque boîte contient 36 crayons. Combien faut-il de boîtes ?

La réussite à ce problème, exigeant une division débouchant sur le nombre de parts, ne peut être attendue avant le CM1 ou le CM2, nous expliquent Meljac et Siegenthaler (2012).

Les élèves de CM1 et CM2 observés lors de notre étude parviennent assez facilement à saisir le sens de la situation et à savoir ce qui est demandé. La seule embûche se trouve dans la grandeur des nombres : un dividende à 3 chiffres et un diviseur à 2 chiffres. D'où les réflexions de ces enfants : "Alors, la table de 36 (...), c'est très long !", ou encore : "Faut partager" (l'enfant relit l'énoncé et continue ses réflexions à voix haute) "Bonne question ! On n'a pas encore appris à trois chiffres les divisions".

Ainsi, alors que la moitié des élèves de CM2 posent une division, ceux de CM1 résolvent la plupart du temps ce problème, soit par une multiplication à trous, soit par une addition répétée de 36. En témoigne l'analyse de cet élève : "Là, c'est celui que j'ai trouvé le plus dur (parmi les douze problèmes). Comme là, on devait additionner deux chiffres en même temps (36) jusqu'à trouver le résultat ($36 + 36 + 36 + \dots = 252$)...j'ai d'abord fait 36×10 mais ça faisait trop, alors j'ai divisé par deux et j'ai ajouté trente-six jusqu'à trouver, donc sept fois en tout." Trois élèves de CM1 se trompent et multiplient les deux nombres entre eux.

De leur côté, les patients scolarisés en CM1 rencontrent de grosses difficultés à conceptualiser ce problème et tentent plusieurs opérations différentes, sans succès. Deux d'entre eux se satisfont du résultat de la soustraction des deux nombres (210), puisque le nombre obtenu est inférieur aux 236 crayons décrits dans l'énoncé de départ.

Un patient de CM2 semble réagir par analogie à la procédure opératoire exigée dans les trois problèmes précédents et donc reproduit un modèle de situation. Après lecture de l'énoncé, il affirme : "Ca, c'est simple, c'est une soustraction." Lorsque je relis le texte, il dit : "il faut du temps pour réfléchir". Il n'est donc plus assuré de l'opération requise.

Une patiente, quant à elle, est gênée par le fait que l'on puisse diviser des crayons par des boîtes, soit deux unités différentes. Elle montre son agacement et sa frustration face à l'échec : "Je suis bloquée sur l'opération (...) Y m'énerve ce problème, j'y arrive pas."

- Problème 6 : Un tonneau peut contenir quand il est plein 225 litres de vin. Il ne contient que 135 litres de vin. Combien faut-il verser de litres de vin pour le remplir ?

Ce problème représente un bon exemple de problème-piège conçu par Mialaret. D'après Meljac et Siegenthaler (2012), les enfants choisissent couramment l'addition, car ils "voient" une personne ajouter des litres de vin pour remplir le tonneau, alors qu'est attendue une soustraction. Certains enfants de CM2 tombent encore dans le piège sans qu'il s'agisse forcément de sujets présentant des échecs importants.

Une patiente de CM1 l'énonce clairement : "on va trouver ce qu'il faut ajouter". Elle tombe dans le piège en se laissant influencer par le terme inducteur "ajout" qui appelle spontanément une addition, si l'on ne fait pas attention à ce qui est réellement recherché.

Trouver la bonne transformation dans ce problème qui est structuré selon une transformation d'état ne s'avère pas une tâche très aisée, même après avoir dépassé le piège tendu. " J'hésite entre une multiplication et une division (...) Ah non ! C'est le "plus" plutôt !", rapporte cette patiente.

Un élève demande : "Quand il est plein, il y a combien dans un tonneau ? Moi, j'ai mis 380", alors que l'on trouve dans l'énoncé la contenance totale d'un tonneau.

"Je dirais, euh, une division ? Euh, non, non, une multiplication ?" Face au résultat de cette multiplication que nous lui donnons, cette autre enfant opte pour un changement d'opération et propose une addition. Cette patiente ne met pas en lien la schématisation du problème, qui est compris, et la procédure opératoire correspondante. Elle cherche plutôt à avoir l'aval de l'adulte.

Une patiente de CM2, prise en charge en orthophonie pour des difficultés d'attention, de capacités déductives et de résolution de problèmes, nous apporte un éclairage sur le vécu d'échecs répétés. Par sa question : "Je peux dire ce que j'ai pensé faire ?", nous comprenons que sa crainte de l'échec se traduit par une interdiction de penser. Peut-on s'autoriser à penser ? Quelles réactions de la part de l'école ou de l'entourage cette enfant a-t-elle dû subir pour ne pas oser dire ce qu'elle met en œuvre dans sa réflexion ? Si on ne produit que des erreurs, voire des "fautes", comment ne pas s'empêcher de mettre en route son raisonnement ?

- Problème 7 : Pierre a 18 ans et Jean 12 ans. Quel est le plus âgé des deux ? De combien ?

Quelques patients raisonnent par analogie avec le problème 4 qui est conçu selon la même structure et qui propose également deux questions à résoudre. Ils reprennent donc le schéma de résolution utilisé dans le problème 4 et appliquent la même procédure. Ainsi, un patient de CM1 retombe dans le piège de l'addition, tout en se rendant compte que son résultat ne correspond pas à celui qu'il a trouvé mentalement.

A l'instar des observations de Meljac et Siegenthaler (2012), notre étude rapporte que de nombreux enfants résolvent ce problème de tête et donnent le bon résultat sans avoir conscience du chemin par lequel ils sont passés. Ils ont souvent adopté la démarche d'addition

(+ 1) réitérée et parviennent ainsi au résultat attendu : 6 ans. Lorsqu'on leur demande de poser l'opération, ils se trouvent très vite déstabilisés, choisissent parfois l'addition mais ne voient pas comment procéder pour retrouver le résultat. Les déclarations "je ne sais pas si c'est plus ou fois ; c'est six ans d'écart" ; "je ne sais pas faire la division, moi" ; "six ans d'écart" forment un échantillon représentatif des commentaires des enfants observés.

Il est fréquent d'observer des difficultés à comprendre les relations entre les nombres chez les patients. Le calcul, qui relie les nombres entre eux, semble inaccessible. Par conséquent, trouver un résultat, mais ne pas savoir comment il a été obtenu, peut être un fonctionnement inhérent à cette difficulté de relation.

Ainsi, de nombreuses solutions sont correctes mais nous notons peu de choix de l'opération attendue dans la colonne prévue à cet effet.

- Problème 8 : Quel est le trajet parcouru en 5 heures par une automobile qui parcourt 72 km en une heure ?

C'est le premier problème portant sur une multiplication. Meljac et Siegenthaler (2012) informent de la complexité de ce problème, du fait d'un énoncé portant sur des vitesses et des temps.

Effectivement, de nombreux enfants de CM1 ainsi que beaucoup de patients des deux niveaux scolaires ne comprennent pas la situation du problème. Après lecture de l'énoncé, ils disent ne pas avoir compris la question. Certains pensent que l'automobile parcourt 72 kilomètres en 5 heures, par conséquent la question n'a plus de sens. Lorsque nous reformulons la question comme suit : "Une voiture parcourt 72 kilomètres en une heure. Combien va-t-elle parcourir en 5 heures ?", alors l'énoncé légèrement transformé permet d'accéder à la compréhension et donc à la résolution du problème.

Un élève de CM1 demande, inquiet : "On peut le faire en deux trucs (opérations). Je peux faire la façon la plus rapide ?". Il choisit la multiplication qu'il préfère, mais indique à l'examineur l'autre opération possible, à savoir l'addition répétée cinq fois de 72. L'inquiétude de cet élève apporte des informations quant à la perte de liberté d'agir que peuvent ressentir certains enfants face aux attentes scolaires.

- Problème 9 : Une portion de fromage pèse 90 grammes. Combien pourra-t-on faire de portions avec 810 grammes de fromage ?

Les échecs de procédure opératoire sont nombreux lors du traitement de ce problème qui appelle une division : multiplication des deux nombres, soustraction, énumération de toutes les opérations sans en choisir une. Certains patients montrent une réelle anxiété lorsqu'ils se rendent compte qu'il faut utiliser la procédure de la division.

Des élèves de CM2 parviennent toutefois à résoudre cette situation et les modes opératoires utilisés sont alors assez divers : addition répétée de 90, multiplication de 90×10 à laquelle ils soustraient 90, schématisation de 9 boîtes de 90 (addition), division.

Après avoir résolu les problèmes précédents, un élève de CM2 s'étonne : "Y'a pas de divisions ? (dans ce panel de problèmes)"

Comme lors de son analyse du problème 5, un élève interroge l'adulte : "J'ai une autre technique, je peux l'utiliser ? (...) On a le droit de faire un dessin ? Ça m'aide de faire des boîtes pour calculer." Nous voyons ici le côté scolaire perçu en termes de droits ou d'interdictions des élèves : peut-on suivre son propre fonctionnement cognitif ? Peut-on utiliser une représentation schématisée ? Lors de la partie d'enquête, il ajoute : "Celui-là était plus dur, car on est obligé de tout prendre (les chiffres), du coup j'ai fait des boîtes". Les boîtes permettent de représenter les 90 grammes de fromage et de les cumuler au fur et à mesure jusqu'à atteindre les 810 grammes totaux.

- Problème 10 : 12 mètres de soie coûtent 936 €. Quel est le prix du mètre ?

Meljac et Siegenthaler (2012) présentent le problème 10 comme un problème de division, dont l'idée peut émerger dès le CM1 et dont la maîtrise opératoire peut rester inaccessible jusqu'aux premières années de collège. Elles précisent que ce problème fait appel à une division classique, plus classique que le problème 9, par exemple.

Suite à notre étude, nous ajouterons une difficulté de résolution liée, d'une part aux mesures évoquées dans l'énoncé, à savoir les mètres et les euros, d'autre part aux grandeurs des nombres à traiter, c'est-à-dire des nombres à trois chiffres, qui semblent être un obstacle à la compréhension de ce problème pour beaucoup d'enfants. Un patient scolarisé en CM2 affirme : "impossible de diviser des mètres par des euros, à moins qu'on convertisse tout en euros ou

tout en mètres". Un autre écrit une phrase de réponse qui montre la confusion des mesures : "le prix est 910 mètres".

Plusieurs enfants, une fois l'énoncé lu, indiquent ne pas avoir compris la situation. Des propositions d'enfants peuvent être relevées : une élève tente de trouver deux nombres qui, multipliés entre eux, donneraient 936 ; cela sans utiliser l'autre information chiffrée contenue dans l'énoncé. Un patient reconnaît la procédure de la division, qui est recherchée, mais ne se saisit pas du sens du problème : "il faut encore faire un partage : il faut partager 12 mètres en 936."

Face au résultat de la soustraction des deux nombres, une patiente s'étonne : "Bah non, c'est pas possible, ça va pas coûter 924 euros le mètre, ça me paraît énorme !". Par conséquent, elle tente d'en enlever encore (900€ en moins), pour aboutir à un prix plus raisonnable.

Lorsque l'adulte propose un problème similaire mais plus simple (nombres plus petits et une seule mesure, par exemple : douze pains au chocolat coûtent 20 euros, quel est le prix d'un pain au chocolat ?), les enfants accèdent au sens de la situation et souhaitent effectuer un partage.

Par ailleurs, les réactions d'incompréhension peuvent porter sur le manque de maîtrise de l'article contracté "du", comme l'atteste la réaction de cette patiente : "du mètre, ça veut dire un mètre ? (...) je crois que c'est trop difficile !", ou encore celle de cette élève de CM1 : "j'ai pas compris, le prix du mètre de soie, mais c'est combien de mètres ?", et enfin : "on cherche combien coûtent 12 mètres".

- Problème 11 : J'ai parcouru 12 km en bus, puis 3 km à pied. Quelle est la longueur totale du trajet que j'ai parcouru ?

Cet énoncé, très simple, apporte un taux de réussite maximal dans la population des élèves comme dans celle des patients. Un patient scolarisé en CM2, prêt à trouver des embûches partout, nous livre toutefois cette réflexion : "J'ai cru qu'il y avait un petit piège ; on aurait pu faire plus dur en demandant plusieurs heures en bus".

- Problème 12 : Combien y a-t-il de jours dans 5 semaines ?

Globalement, ce problème est compris, les enfants ne tombent pas dans le piège tendu par Mialaret. Un seul élève est perturbé par l'absence de nombre inclus dans la notion de semaine. Il demande s'il faut compter le week-end dans la semaine. Une élève de CM1 précise : "deux semaines, ça fait quatorze jours, tout le monde dit quinze mais c'est quatorze".

Quelques-uns ne trouvent pas la procédure opératoire adéquate et se lancent dans une addition ou une soustraction des deux nombres. Pour la grande majorité, les échecs constatés tiennent davantage à des erreurs de calcul, dans la multiplication ou l'addition répétée, qu'à un défaut de compréhension.

3.1.2. Réactions au cours de l'épreuve des problèmes arithmétiques

Pour compléter ces observations, il est intéressant de comprendre que chacun raisonne de façon individuelle, il n'existe pas une seule méthode pour résoudre ces problèmes. Certains enfants appliquent des schémas de résolution appris en classe et intégrés en mémoire à long terme, telle cette patiente scolarisée en CM2 qui réussit bien les problèmes et qui explique qu'ils font beaucoup d'entraînements en classe : "on en fait tout le temps". Nous reportons dans le tableau ci-dessous les résultats obtenus aux trois épreuves du présent protocole par cette patiente de 9 ans 7 mois.

	Patiente de CM2	Résultats
Lecture LMC-R	Temps	9 min
	Ig 1 (/16)	16
	If 1 (/16)	10
	CG (/32)	31
	If 2	15
	Interprétat° P	0
	Interprétat° AC	5
	Interprétat° CD	1
Problèmes abstraits	Temps	2 min
	Perceptif (/5)	0
	Analogie (/11)	0
Problèmes de Mialaret	Temps	20 min
	Codage 1 (/38)	37
	<u>Codage 2 (/12)</u>	<u>12</u>

Les résultats indiquent de bonnes performances en vitesse de traitement des différentes épreuves. Les notes obtenues au LMC-R sont dans la moyenne des enfants scolarisés en CM2. De plus, la patiente adopte une stratégie efficiente d'autocorrection des items inférentiels erronés, lors de la lecture par l'examineur (5 autocorrections sur 6).

Il est intéressant de noter l'échec complet lors du test des problèmes

abstrait, seule épreuve du protocole chutée. La patiente est très rapide et complète de manière impulsive chaque série de matrices, ce qui explique en partie ses résultats.

Au niveau de la résolution des problèmes arithmétiques de Mialaret, cette même patiente obtient de très bons résultats (37/38 au codage 1, 12/12 au codage 2). Elle trouve les problèmes faciles à résoudre, puisqu'elle s'entraîne très régulièrement à solutionner de tels problèmes en classe.

On peut alors se demander si les enfants mis en difficulté lors de la résolution des problèmes arithmétiques, en l'absence de trouble de lecture, manqueraient d'entraînement en classe.

A l'inverse, un autre patient recherche du sens dans tout ce qu'il entreprend. Il n'applique pas de schémas stéréotypés, il vérifie la cohérence entre ses résultats et ce qui est recherché. Peut-être son suivi orthophonique lui a-t-il permis de ne pas exécuter des automatismes, mais de faire les inférences nécessaires pour comprendre les textes et les énoncés. Une de ses réflexions, portant sur la morphologie flexionnelle du lexique, éclaire un peu sa démarche : "J'ai remarqué que tous les mots pour les opérations se terminent toujours par [ssion]".

D'autres tentent d'utiliser des techniques apprises, sans intégrer de sens aux situations, comme ce patient de CM1 qui complexifie les procédures opératoires : "Je vais essayer de trouver une technique pour faire ça (c'est-à-dire $11-8$). Je sais, je vais d'abord faire $11+8$ puis après c'est comme si ça me donnait le résultat, sauf que je vais...ah non, mauvaise technique. (...) Je sais, je vais faire $11-10+2$ "; et face à un résultat erroné, montre sa frustration : "Pourtant, elle est bonne, ma technique !".

En rééducation orthophonique, il sera bon de veiller à apporter du sens aux situations afin que les enfants en difficulté puissent, au-delà du simple fait d'appliquer des techniques, comprendre ce qui est recherché et accéder au but du problème.

Plusieurs enfants semblent habitués à rencontrer, lors de la résolution de problèmes, des procédures opératoires différentes. Ils s'attendent donc à devoir mettre en œuvre toutes les opérations apprises et s'étonnent lorsque ce n'est pas le cas ou lorsqu'une opération a déjà été sollicitée, tel ce commentaire d'un élève : "Bah, là, on peut faire une multiplication mais j'en ai déjà fait deux fois".

Une élève, quant à elle, est obnubilée par le temps mis pour résoudre tous les problèmes : "J'ai mis combien de temps en tout ? (...) J'ai mis plein de temps !"

Lors d'une prise en charge pour troubles logico-mathématiques, le thérapeute pourra proposer une variété de situations de problèmes, d'énoncés et de procédures opératoires à appliquer, afin de ne pas cantonner l'enfant dans un modèle-type.

Quant aux représentations mentales, certains jeunes ne visualisent que des chiffres : "Je ne vois pas d'images dans ma tête, ni même pour les poules, je vois juste des chiffres, je rêve de chiffres" ; "J'ai pas trop d'images, j'ai des chiffres dans la tête." ; "Je réfléchis pas tout de suite. D'abord je regarde, je me dis c'est facile, après j'écris et je sais".

D'autres se forgent une représentation imagée de toutes ou certaines des situations : "Quand j'y arrive pas, j'essaie d'imaginer mais quand j'y arrive, non" ; "J'ai des poules chez ma mamie" (problème 1) ; "Je vois un panier de prunes" (problème 2) ; "J'en ai vu beaucoup des terrains parce qu'on a fait construire une maison." (problème 4) ; "Je prends un seau où il y a marqué 1 litre dessus et on le fait 200 fois enfin, je mets 225 fois et après y a quelqu'un qui boit 90 litres de vin" ; "Je voyais du vin, du liquide avec une sorte de pichet qui était versé dans le tonneau" (problème 6) ; "Je vois un grand monsieur et un moyen monsieur" ; "Ca, j'ai vu une toise à côté aussi" (problème 7) ; "J'ai vu une dame qui prenait du tissu et qui prenait une règle de un mètre et qui coupait, fois douze, et à la caisse on lui demandait 936 euros" (problème 10).

Ainsi, des enfants rattachent des situations problèmes à des situations vécues de leur quotidien ou encore imaginent des scènes visuelles à partir des éléments fournis dans les énoncés. Ils nous indiquent donc une piste d'aide à la prise en charge orthophonique : passer par le biais de représentations, de schématisations des énoncés, de manipulation concrète d'objets.

IV- Discussion

1. Réponses aux hypothèses

D'après notre étude, les enfants issus de la population de référence obtiennent de meilleurs notes que les patients dans toutes les épreuves, ce qui vient valider notre hypothèse de départ.

Au niveau de la compréhension en lecture, les items imagés et inférentiels sont en effet mieux réussis par les élèves de CM1 et CM2 que par les enfants suivis en rééducation orthophonique. On note toutefois que le résultat en compréhension inférentielle est légèrement supérieur, après lecture par l'adulte, chez les patients scolarisés en CM1 que chez les élèves de même niveau scolaire. Un rattrapage de plus de six points est en effet réalisé entre la première et la deuxième passation des items dits inférentiels. Cette observation appuie le fait que les patients se trouvent généralement pénalisés par un décodage lent et compliqué, qui vient gêner leur représentation du texte. En outre, les élèves remettent moins en cause leurs choix de réponses, plus confiants en leurs capacités cognitives.

Vannetzel (2012) parle de "menace du stéréotype" qui concerne les enfants en difficulté. Puisque ces enfants ne lisent ou ne calculent pas bien, alors on n'attend pas qu'ils réussissent dans les tâches de lecture ou de mathématiques. Ainsi, ils peuvent échouer dans ces activités, en raison de stéréotypes et de leur fragilité psychologique.

La capacité à comprendre les propositions imagées est corrélée aux résultats obtenus en résolution des problèmes arithmétiques de Mialaret chez les enfants scolarisés en CM1, que ce soit dans la population de référence ou dans la population testée. Les patients qui ne maîtrisent pas la compréhension imagée obtiennent des notes très faibles aux problèmes arithmétiques.

Nous avons constaté, lors de notre analyse, que la corrélation entre lecture inférentielle et réussite aux problèmes était presque nulle pour les élèves de CM2, contrairement à celle des patients de même niveau. On peut penser que les enfants bénéficiant d'une prise en charge orthophonique ressentent davantage le besoin de mettre du sens dans ce qu'ils font et tentent

par conséquent de faire les analogies et les traitements inférentiels nécessaires à une compréhension fine des textes.

Les résultats en compréhension inférentielle des élèves de CM1 entretiennent un rapport de corrélation négatif avec la résolution de problèmes arithmétiques, ceux des patients de même niveau scolaire un rapport d'indépendance. Les élèves, qui ne présentent pas de difficulté particulière dans la mise en place d'inférences pour comprendre l'écrit, peuvent néanmoins obtenir des notes faibles aux problèmes de Mialaret. De même, l'élève de CM1 qui montre au test du LMC-R une altération des items inférentiels réussit pourtant la série des douze problèmes.

L'hypothèse selon laquelle il y aurait une corrélation entre compréhension inférentielle en lecture et résolution de problèmes arithmétiques se trouve infirmée par notre étude. Nous pouvons modérer ces conclusions en prenant en compte le lien existant entre inférences en lecture et réussite aux problèmes chez les patients de CM2. Ainsi, notre recherche indique que les enfants qui réussissent les problèmes arithmétiques sans avoir une compréhension en lecture très fine, possèdent des compétences autres : maîtrise du calcul, mémoire performante, planification élaborée, etc. La résolution de problèmes arithmétiques n'est pas uniquement dépendante des capacités en lecture ou en fonctionnement logico-mathématique.

Notre étude a montré qu'il existait une corrélation positive forte entre le traitement perceptif et la réussite en problèmes arithmétiques pour la population de patients scolarisés en CM1 et celle des élèves de CM2. Par ailleurs, le traitement analogique, observé via l'épreuve des problèmes abstraits, n'est que très faiblement corrélé aux résultats obtenus aux problèmes arithmétiques.

Ainsi, l'hypothèse de corrélation de troubles de logique avec des difficultés de résolution de problèmes arithmétiques est infirmée par notre étude. Tout comme notre conclusion concernant la première hypothèse, nous pouvons affirmer que la résolution de problèmes est une activité qui fait appel à de nombreux traitements cognitifs. Cette activité n'est pas dépendante des seules compétences en logique ou en lecture de la part des enfants.

Concernant la résolution des problèmes de Mialaret, un effet d'apprentissage est notoire. Il se traduit par une moyenne des notes des enfants scolarisés en CM2 supérieure à celle des enfants de CM1.

De plus, les élèves réussissent mieux cette épreuve que les patients, ce qui confirme la troisième hypothèse de notre protocole. Les patients de CM1 obtiennent des notes faibles à très faibles. La moitié des patients de CM2 se trouvent également mis en échec dans la résolution de ces problèmes. La formulation et l'ordre des informations dans l'énoncé, la présence ou non de mots inducteurs, les représentations mentales activées lors de la lecture, la connaissance des opérations fondamentales, la maîtrise plus ou moins importante des procédures opératoires, sont autant d'éléments qui peuvent faire obstacle à une correcte résolution des problèmes arithmétiques, comme nous l'avons observé lors de l'analyse clinique des enfants.

Les observations des sujets étudiés apportent encore d'autres fonctionnements possibles qui empêchent les enfants de réussir cette épreuve. Ainsi, certains patients utilisent une procédure de compensation, en faisant appel à la seule opération maîtrisée pour résoudre tout problème. Ils appliquent donc l'addition dès qu'ils se trouvent confrontés à une tâche de résolution de problèmes arithmétiques, que ce soit en classe ou lors de la passation de notre protocole d'étude.

De son côté, un patient nous montre la difficulté qu'il ressent à passer de l'énoncé au calcul. Il se fixe sur les termes écrits et ne peut entreprendre un calcul s'il ne parvient pas à comprendre tous les éléments du texte.

Enfin, un autre patient s'est construit sa propre règle : rechercher en permanence ce qu'il doit rester dans la situation problème. Il donne parfois un nombre qui fait partie de l'énoncé, car c'est l'élément restant ; alors que la question porte sur la transformation et non sur l'état final (problème 3).

A ces paramètres, s'ajoutent parfois des contextes environnementaux non sécurisants et/ou des manifestations d'anxiété face aux exigences scolaires. D'autres fonctionnements sont possibles et peuvent gêner la résolution des problèmes ou la justification d'une solution. Nous avons vu qu'expliquer par quelles étapes un enfant passe pour trouver un résultat ne s'avère pas très aisé, notamment dans les problèmes de comparaison (problèmes 4 et 7).

En se penchant sur le nombre de points récoltés en compréhension des situations problèmes (cf. tableau 7), c'est-à-dire sans tenir compte de l'opération choisie ni des procédures de calcul utilisées, notre étude apporte des éléments plus contrastés et encourageants. En effet, même si un élève de CM1, un patient de CM2 et deux patients de CM1 présentent de grandes difficultés de compréhension des problèmes arithmétiques de

Mialaret (notes très faibles : entre 5 et 6 sur un total de 12), la majorité de la population étudiée parvient à se saisir du sens des situations transcrites dans les énoncés. L'élève de CM1 en difficulté en mathématiques reste dans une analyse très perceptive des situations, elle ne peut encore concevoir l'abstraction et son raisonnement analogique est très limité ($An = 2/11$ dans les problèmes abstraits de l'ECS-III). En dehors des représentations basées sur des scènes de son quotidien, elle n'accède pas aux symbolisations et n'entre donc pas dans un code mathématique qui exige un certain recul, une décentration.

Un des patients de CM1 modèle également son raisonnement sur des percepts. Tous les énoncés contenant des notions de mesures l'empêchent de comprendre les situations, situations certainement très éloignées de ses intérêts. Par ailleurs, il a tendance à coller aux textes et tombe par conséquent dans les pièges tendus par les mots inducteurs. Les stratégies analogiques, d'après le test des problèmes abstraits, semblent préservées. C'est bien la compréhension des textes qui vient perturber la résolution des situations.

Les deux enfants scolarisés en CM1, cités ci-dessus, peinent à trouver des procédures alternatives à la division dans les problèmes concernés (5, 9 et 10) et résolvent souvent les problèmes par la seule procédure opératoire maîtrisée, à savoir l'addition.

La deuxième patiente de CM1, qui obtient des notes très faibles en compréhension des problèmes, teste toutes les opérations indistinctement pour chaque situation. Cette patiente, pour qui les inférences en lecture sont très compliquées ($If\ 1 = 5/16$) et le traitement analogique peu accessible ($An = 2/11$), se voit encore pénalisée dans cette épreuve (18/38 au codage 1 ; 6/12 au codage 2). Malgré un raisonnement flexible et non axé sur des seules représentations imagées (il est à noter de nombreuses autocorrections des items inférentiels lors de la lecture par l'adulte des textes du LMC-R), le déficit de planification, de lecture et de mémoire de travail, ajoutés à un manque de maîtrise des processus opératoires, gênent l'accès à une compréhension élaborée des situations. Le passage par la manipulation d'objets permet à cette patiente de mieux saisir le sens des problèmes mais l'ensemble reste fragile.

Suivie en orthophonie depuis quelques années pour des troubles de langage et de logique, la patiente de CM2, qui est mise en échec lors de l'épreuve de résolution des douze problèmes arithmétiques (18/38 au codage 1), n'accède pas à un raisonnement élaboré. Son fonctionnement reflète un défaut de planification et une confusion dans les procédures opératoires, en sus d'une lecture laborieuse et très hachée. Sa compréhension inférentielle,

révélée par le test du LMC-R, montre des faiblesses : elle ne maîtrise pas la voix passive (confusion entre le sujet passif et le complément d'agent). De plus, elle ne réalise pas les inférences temporelles ni causales adéquates : par exemple, après lecture du texte *"Pierrette a écrit une lettre. Comme elle a écouté de la musique, elle a dû oublier de la poster !"*, elle désigne l'image montrant une fille qui est en train d'écouter de la musique au lieu de désigner l'image montrant une enveloppe posée sur une table. De même, après lecture du texte *"Philippe a trouvé un tableau au grenier. Il est allé prendre des outils à l'atelier et l'a accroché"*, elle désigne l'image sur laquelle un garçon attrape un marteau, au lieu de l'image sur laquelle ce garçon admire un tableau accroché au mur, des outils posés à ses pieds. Son raisonnement analogique est également restreint ($A_n = 6/11$ aux problèmes abstraits). La résolution des problèmes est effectuée par tâtonnement d'opérations, en s'approchant d'une grandeur attendue et la plupart du temps via l'addition des nombres de l'énoncé.

L'accès au sens des problèmes pour ces quatre enfants n'est pas aisé. Le reste de la population étudiée, en dépit de notes parfois peu élevées aux problèmes, comprend les situations présentées. Ainsi, même si parmi les enfants en grande difficulté en lecture, certains sont confrontés à des difficultés de résolution des problèmes arithmétiques, d'autres réussissent facilement cette épreuve mathématique. Il n'y a donc pas de lien de causalité stable entre lecture et résolution de problèmes.

A l'inverse, les sujets qui ne parviennent pas à saisir le sens des problèmes de Mialaret ne sont pas toujours ceux qui peinent à élaborer des traitements inférentiels et à avoir une lecture efficiente. Pour beaucoup de ces enfants, construire un raisonnement par analogie s'avère une tâche complexe mais on constate une inégalité de résultats quant aux stratégies inférentielles de lecture. Lors la passation du LMC-R, nos observations cliniques ont permis de distinguer les stratégies des enfants. Certains enfants donnent la réponse correcte aux items inférentiels mais sur la base d'une stratégie imagée et non pas inférentielle. Par exemple, le choix correct de l'image correspondant au texte : *"le chat dont j'ai tiré la queue m'a griffé"* (2^{ème} image, cf. annexe 1) peut être réalisé en visualisant la griffure sur le visage du garçon ainsi que la présence du chat sur l'image. Et non en inférant la conséquence de ce geste qui provoque les pleurs du garçon. La première image proposée représente un garçon caressant un chien, la quatrième un garçon caressant un chat. Sur la troisième image, le garçon tire la queue d'un

chat mais n'a pas de griffe sur le visage. Ainsi, des stratégies imagées sont parfois utilisées pour les items inférentiels.

2. De la tâche à la compréhension

Confronté à des problèmes arithmétiques à résoudre, le défi de l'enfant n'est pas seulement d'accomplir la tâche, mais surtout de savoir comment il va pouvoir réussir à l'accomplir : ce qui relève de la fonction exécutive, de la méthode de travail et de l'ensemble des ressources à mobiliser. Pour l'enfant, cela consiste à savoir reconnaître ce qu'il sait et ce qu'il ne sait pas sur le sujet, et les représentations qu'il s'en fait.

Décider de se mettre au travail est une chose, savoir comment se mettre au travail et comment dominer la tâche en est une autre et l'enfant doit trouver dans ses ressources comment atteindre cet objectif.

L'enfant est-il en mesure de lire le texte qui lui est proposé ? Est-il en mesure de mettre en relation les éléments du problème pour parvenir à le résoudre ? Maîtrise-t-il les processus, les stratégies, la démarche pour accomplir la tâche ? Possède-t-il les connaissances nécessaires ? La situation lui permet-elle d'en développer de nouvelles de façon autonome ?

Toute situation problème doit être signifiante. Ceci suppose une intention, un contexte émotif positif et une tâche motivante. L'anticipation du plaisir favorise l'intérêt et la motivation, l'anticipation de difficultés ou de l'incompréhension génère l'inhibition, la fuite, voire l'agressivité. L'anxiété ne permet pas d'être disponible à l'apprentissage. Nous l'avons vu lors de la passation du protocole, aussi bien chez des élèves n'aimant pas les mathématiques que chez des enfants suivis en orthophonie bloqués par certaines situations problèmes. L'enfant doit se sentir capable de réaliser le travail, de voir l'utilité ou le profit qu'il tirera de la mise en route de sa réflexion.

L'enfant lit-il pour dire ce qu'il comprend, pour trouver une solution, pour déterminer l'opération à effectuer, pour faire un calcul, pour trouver une réponse appropriée ou pour formuler une question à propos d'un texte fourni ?

Peut-il anticiper et faire une prédiction pour favoriser une bonne représentation de la situation ? Essaie-t-il de trouver des approximations chiffrées des résultats ? Est-ce que l'anticipation fait partie des pratiques mises en place dans l'enseignement ?

Nous avons observé dans notre étude une évolution des notes moyennes obtenues par les patients aux items analogiques, dans l'épreuve de résolution de problèmes abstraits (de 5/11 à 7/11 du CM1 au CM2). On peut se poser la question de l'impact des prises en charge orthophoniques dans cette évolution. Ont-elles permis d'améliorer les stratégies analogiques des enfants ? Par exemple, en leur faisant réaliser qu'une situation nouvelle fait écho, la plupart du temps, à une situation déjà connue. Ou encore, par le biais d'un travail sur l'émergence de régularités qui se dessinent peu à peu dans les diverses règles composant les apprentissages.

Nous l'avons vu, peu de temps est réservé pour la manipulation dans le cursus scolaire, ce qui empêche certains enfants d'accéder à une représentation concrète des situations, passage nécessaire pour entrer dans un code, puis dans l'abstraction des problèmes. Dans la relation classique d'enseignement, le professeur s'adresse à l'ensemble d'une classe et ce sont des processus de transmission et d'acquisition de connaissances qui sont mis en œuvre. Mais si l'enseignant présente des connaissances, est-on sûr que ce sont également des connaissances que les élèves reçoivent ? Très souvent, la manière dont ils les reçoivent et les perçoivent en font des informations, c'est à dire des données déjà mises en forme, façonnées, des données qui sont pour eux peu malléables, difficilement réutilisables sauf à les répéter, à les réciter.

L'enfant a-t-il les connaissances pour répondre à la tâche ? Connaissances déclaratives telles que donner la définition d'un mot. Connaissances procédurales qui l'amènent à planifier une résolution de problème, à avoir une démarche de résolution, à avoir des processus de calculs écrit et mental. Connaissances conditionnelles ou situationnelles qui permettent de savoir quand utiliser telle opération, telle ou telle stratégie, d'avoir recours à un réseau de concepts pour établir des liens, à reconnaître la relation mathématique qui est appropriée au problème.

Que connaît-il ? Que sait-il ? Toutes les réponses à ces questions permettront de passer à l'exercice de résolution de problèmes et d'être en mesure d'y répondre.

Dans le cadre de notre étude, les enfants en difficulté ne trouvent pas toujours le parallèle existant entre la situation décrite dans le problème et la résolution mathématique de celle-ci. Pour certains, les problèmes restent trop éloignés de leur quotidien, trop abstraits. Pour d'autres, les situations sont comprises, mais leur faire correspondre une procédure opératoire adéquate est une tâche non maîtrisée et compliquée. Enfin, des enfants ont déjà été suffisamment malmenés par l'institution scolaire pour trouver en eux la confiance nécessaire pour poursuivre leurs apprentissages.

Il faudrait accorder davantage d'importance aux processus par lesquels les informations contenues dans ce qui est présenté aux élèves sont reprises, sémiotisées par eux, et deviennent alors des connaissances. Ce retraitement des données reçues, où le travail de verbalisation joue un rôle très important, nécessite tout un effort d'explicitation, de reconstruction via la manipulation, de modélisation. Il permet ensuite aux élèves de réinvestir les connaissances qu'ils se sont ainsi appropriées.

Il n'est pas suffisant de considérer que l'enfant est là pour recevoir un savoir transmis par l'enseignant et pour être capable de le reproduire avec plus ou moins de fidélité. Ce serait n'envisager le savoir que comme un produit, quelque chose d'achevé, d'objectivable, de non évolutif, quelque chose de déjà construit par rapport auquel l'enseignant aurait pour l'essentiel à faire un travail d'exposition de connaissances. Il est plus important de regarder dans le savoir, non pas la forme achevée qu'il peut prendre à un moment donné, mais la manière dont il se construit pour les apprenants et ce qu'il contribue à développer chez ceux qui font l'effort de se l'approprier. D'où l'importance de considérer d'abord la dimension du savoir comme un processus. Par conséquent, ce processus invite l'enseignant à davantage se positionner comme un médiateur, un tuteur, une personne ressource dans des dispositifs de mise en activité des élèves. Ceci rejoint d'une certaine façon la manière dont une commission internationale de l'UNESCO sur l'éducation pour le vingt-et-unième siècle parle de l'évolution du métier d'enseignant. Celui-ci sera de plus en plus appelé à "établir une relation nouvelle avec l'apprenant, passer du rôle de soliste à celui d'accompagnateur, devenant désormais non plus tant celui qui dispense les connaissances que celui qui aide ses élèves à trouver, à organiser et à gérer le savoir".

Les enseignants n'ont matériellement pas le temps suffisant pour à la fois respecter ces processus et amener les élèves à acquérir l'ensemble des connaissances demandées par le socle commun de chaque cycle primaire. Ils sont face à une classe et non à des enfants pris un

par un. C'est pourquoi les thérapeutes, et spécialement les orthophonistes, jouent-ils un rôle important pour aider les enfants à trouver, à construire et à organiser leur fonctionnement cognitif qui permette d'accéder aux traitement causal, temporel et analogique. Cela doit se faire dans le respect de la temporalité de ces enfants en difficulté, temporalité qui est rarement la même que celle de l'école. Aider l'enfant à être acteur, à trouver ses ressources propres pour comprendre, analyser et résoudre des problèmes arithmétiques, constitue bien un des objectifs d'un suivi orthophonique.

3. Pistes pour aider ces enfants en difficulté dans la résolution de problèmes arithmétiques

Pour lire et résoudre un problème, le sujet doit utiliser des stratégies pour bien comprendre le texte. Non seulement l'enfant doit-il savoir lire, encore faut-il qu'il soit en mesure de faire les bons liens entre la situation proposée d'une part et les concepts et processus mathématiques à mobiliser d'autre part. La capacité d'évocation est majeure. De plus, il doit analyser le problème et mettre en relation les éléments, via de multiples inférences.

Le niveau de compréhension d'un sujet est perceptible par la modélisation qu'il fait du problème. Très souvent, l'impulsivité et l'impression d'avoir compris la question amènent l'enfant à répondre rapidement, sans nécessairement réfléchir à ce qui est demandé. Lorsque l'apprenant s'arrête, tente de faire des liens avec son vécu, se questionne, analyse plus d'une alternative et plus d'une façon de faire, alors il peut plus facilement mobiliser les ressources à mettre en place pour accomplir la tâche.

Utiliser un mode de représentation adéquat, des opérations appropriées, des stratégies valables et efficaces, une démarche rigoureuse et appropriée, autant d'éléments que l'enfant doit prendre en considération. Très souvent, les enfants passent à l'action sans mobiliser leurs savoirs. Le réseau de concepts ne s'établit pas. Le thérapeute propose des étayages pour favoriser la mise en place des stratégies de lecture, d'évocation, de réflexion et de démarche de résolution.

Les difficultés en résolution de problèmes mathématiques sont parfois entraînées par des difficultés de compréhension en lecture, à une fragilité de structure de la logique, à l'absence ou à l'inefficacité des stratégies de résolution de problèmes, aux analogies défaillantes. L'un des niveaux de difficulté réside en l'absence de mise en relation. Pour y parvenir, l'enfant doit avoir le sens des opérations, une bonne maîtrise des savoirs, une reconnaissance des éléments à mettre en lien, la capacité à raisonner et une attitude de recherche de solutions et non uniquement d'une réponse.

Le temps de réflexion est à privilégier. L'anticipation et l'évocation sont à favoriser. La concentration, l'échange, l'inférence, la communication sont autant de façons de faire pour développer la capacité à résoudre des problèmes. L'orthophoniste pourra par conséquent aider à l'émergence des évocations de l'enfant, en passant par la verbalisation de ce qu'il pense et fait, en manipulant des objets avant de passer à la schématisation des situations.

En mathématique, comprendre un problème c'est aller plus loin que l'énoncé textuel lui-même. Par conséquent, le sujet doit avoir une vue d'ensemble des données du problème :

- son savoir, ses connaissances (connaissances sur le système décimal, le système monétaire, les unités de masse)
- l'élément recherché à travers la situation problème
- l'anticipation de la réponse : l'estimation d'une réponse attendue (environ ...), l'ordre de grandeur (se situant entre ... et ...), l'explication ou la justification (parce que ...)

Comprendre un problème, c'est aussi traiter les données textuelles : De quoi parle-t-on ? Qu'est-ce qu'on en dit ? Est-ce qu'il y a des mots inconnus, des mots nouveaux ?

Cette tâche oblige également à mettre en œuvre des fonctions cognitives différentes de celles qui sont nécessaires à la compréhension d'un texte. En mathématique, il faut être en mesure de se représenter la tâche.

- Que doit-on faire ?
- Quelles relations établir (opération, comparaison, calcul, relations) ?
- A-t-on déjà traité un problème semblable ? A quoi cela fait-il penser ?
- De quels concepts a-t-on besoin ? Cela suppose la mobilisation de l'ensemble des savoirs utiles pour la résolution du problème et la mise en réseau des connaissances nécessaires pour répondre à la tâche.

L'enfant doit trouver une solution et une réponse précise pour lesquelles la seule information contenue littéralement dans le texte est insuffisante. La lecture de l'énoncé d'un problème possède une intentionnalité (des savoirs à mobiliser, des stratégies à mettre en place, une démarche à respecter, certaines opérations à choisir et par conséquent des calculs à faire, un processus à établir, une technique à utiliser) qui n'est pas toujours présente dans le cas de la lecture d'un texte littéraire ou d'une lecture de base. Il se peut que l'ensemble des connaissances du sujet (mathématiques, linguistiques, syntaxiques, lexicales, etc.) ne soient pas suffisantes pour répondre à la tâche.

Qui n'a pas déjà entendu dire par un enfant : «J'ai compris le problème, mais je ne sais pas comment le faire.»

CONCLUSION

A travers cette étude, nous avons cherché à comprendre quels rôles jouent la lecture et les capacités logiques dans la résolution de problèmes arithmétiques. C'est pourquoi nous avons choisi de faire passer une épreuve de compréhension en lecture, une épreuve de résolution de problèmes abstraits et une série de problèmes arithmétiques, auprès d'élèves et de patients bénéficiant d'une prise en charge orthophonique, tous scolarisés en CM1 ou CM2. Nous avons également comparé les résultats obtenus aux différentes tâches proposées, par les élèves d'une part et par les patients d'autre part.

Nous avons constaté que, même si une lecture inférentielle performante et la capacité à trouver des analogies peuvent aider des enfants à résoudre des problèmes mathématiques, ces compétences ne sont pas les seules impliquées dans la réussite de cette activité et n'entretiennent pas de lien de corrélation. Des enfants réussissent à résoudre ces problèmes, bien qu'ils aient un raisonnement inférentiel lacunaire. Par ailleurs, notre étude a confirmé que les élèves obtiennent de meilleurs résultats que les patients. En analysant la compréhension des situations problèmes, sans tenir compte des modalités de calcul ni des résultats chiffrés, nous avons observé qu'une bonne partie des patients parvient néanmoins à mettre du sens aux énoncés des problèmes. Ce résultat encourage l'accompagnement thérapeutique pratiqué par les orthophonistes, pour que ces derniers aient toujours le souci de rendre les enfants en difficulté acteurs de leur prise en charge et de la recherche de lien, dans les différentes activités auxquelles ils sont confrontés. Les résultats de notre recherche ont également permis de constater la moindre utilisation de stratégies imagées et perceptives, au fur et à mesure de l'avancée dans la scolarité, au profit de stratégies analogiques.

La résolution de problèmes arithmétiques ne se réduit donc pas à la lecture ou au calcul. D'autres facteurs sont à prendre en compte, tels que l'environnement psychosocial, de bonnes capacités de manipulation, d'évocation, de planification, de mémoire et d'anticipation. Des recherches sur le rôle de ces éléments dans la résolution de problèmes arithmétiques seraient intéressantes à mener, les études actuelles portant essentiellement sur l'influence du langage dans cette activité.

L'élaboration d'un livret de conseils pratiques, à destination des professeurs des écoles, pour les aider à adapter les exercices auprès des élèves rencontrant des difficultés dans la résolution de problèmes, constituerait un outil utile et apprécié par de nombreux professeurs.

Une étude permettant de vérifier l'impact d'un entraînement régulier à des tâches de résolution de problèmes mathématiques, dans le taux de réussite des enfants, pourrait également s'avérer intéressante.

BIBLIOGRAPHIE

- Abedi, J. et Lord, C. (2001). The Language Factor in Mathematics Tests. *Applied Measurement in Education*, 14(3), 219-234.
- Bacquet, M., Poujol, G., Soulié, M., Decour, C. et Guéritte-Hess, B. (1996). *Le tour du problème*. Brive, France : Editions du Papyrus.
- Ballew, H. et Cunningham, J. W. (1982). Diagnosing Strengths and Weaknesses of Sixth-Grade Students in Solving Word Problems. *Journal for Research in Mathematics Education*, 13(3), 202-210.
- Bastien, C. (1987). Équivalences et décalages. Dans *Schémes et stratégies dans l'activité cognitive de l'enfant* (p.9-31). Paris, France : PUF.
- Bideaud, J., Meljac, C. et Fischer, J.P. (1991). *Les chemins du nombre*. Lille, France : Presses Universitaires de Lille.
- Boutard, C. et Maeder, C. (2006). Le rôle déterminant des inférences dans les processus de compréhension. *L'orthophoniste*, 255, 19-26.
- Brin, F., Courrier, C., Lederle, E. et Masy, V. (2004). *Dictionnaire d'orthophonie*. Isbergues, France : Ortho Éditions.
- Brissiaud, R. (2002). Psychologie et didactique : choisir des problèmes qui favorisent la conceptualisation des opérations arithmétiques. Dans *Traité des sciences cognitives : le développement des activités numériques chez l'enfant*. Paris, France : Hermès.
- Brissiaud, R. (2003). *Comment les enfants apprennent à calculer*. Paris, France : Retz.
- Brownell et Stretch (1931). The effect of unfamiliar setting on problem-solving. Duke Univ. Press, Durham N.e.

- Calmelet, J.J., Graff, O. et Valzan, A. (2010). Problèmes additifs, soustractifs et multiplicatifs. Dans *Le Nombre au cycle 2*. France : Scéren.
- Carpenter, T. P., Corbitt, M. K., Kepner, H., Lindquist, M. M. et Reys, R. E. (1980). Solving Verbal Problems : Results and Implications from National Assessment. *The arithmetic teacher*, 28(1), 8-12.
- Clement, J. J. (2008). Does Decoding Increase Word Problem Solving Skills? *Action Research Projects*, 32.
- Cummins, D. D., Kintsch, W., Reusser, K. et Weimer, R (1988). The role of understanding in solving word problems. *Cognitive Psychology*, 20(4), 405-438.
- Denhière, G. et Baudet, S. (1992). *Lecture, compréhension de texte et science cognitive*. Paris, France : PUF.
- Devidal, M., Fayol, M. et Barrouillet, P. (1997). Stratégies de lecture et résolution de problèmes arithmétiques. *L'Année Psychologique*, 9-31.
- Duchêne May-Carle, A. (2006). La compréhension de textes et le processus inférentiel. *Rééducation orthophonique*, 227, 55-60.
- Duval, R. (1991). Interaction des niveaux de représentation dans la compréhension des textes. *Annales de didactique et de sciences cognitives, IREM de Strasbourg*, 163-196.
- Estienne, F. et Piérart, B. (2006). Les bilans de langage et de voix : fondements théoriques et pratiques. Issy les Moulineaux, France : Masson.
- Fayol, M., Abdi, H. et Gombert, J-E. (1987). Arithmetic problems formulation and working memory load. *Cognition and instruction*, 4(3), 187-202.

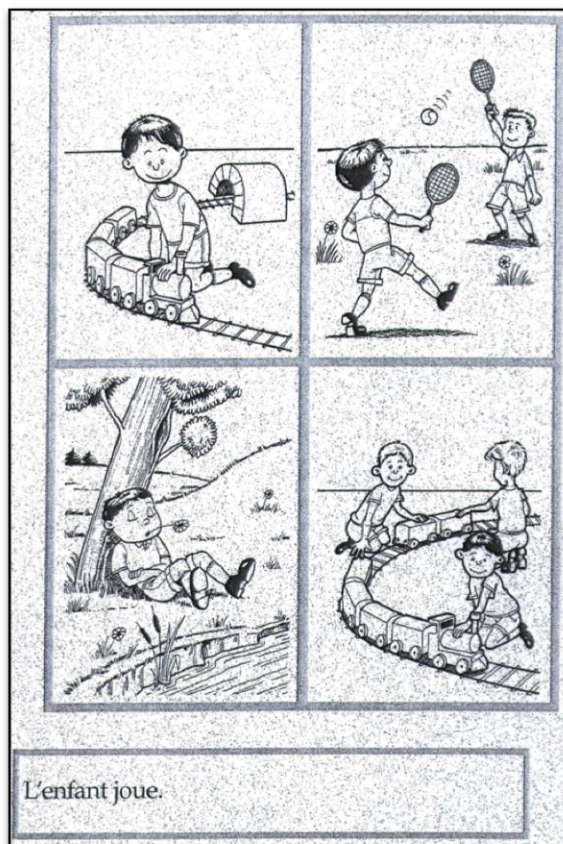
- Fayol, M., Camos, V. et Roussel, J-L. (2000). Acquisition et mise en œuvre de la numération par les enfants de 2 à 9 ans. Dans *Neuropsychologie du calcul et du traitement des nombres* (p. 33-58). Marseille, France : Solal.
- Fayol, M. (2012). *L'acquisition du nombre*. Mayenne, France : Presses Universitaires de France.
- Fayol, M. (1991). Du nombre à son utilisation : la résolution de problèmes additifs. Dans *Les chemins du nombre* (p.259-270). Lille, France : Presses Universitaires de Lille.
- Fayol, M. (1991). *Lire des problèmes, lire des récits*. Montréal, Canada : CIRADE, Université du Québec à Montréal.
- Fayol, M. (1990). *L'enfant et le nombre : du comptage à la résolution de problèmes*. Neuchâtel, Suisse : Delachaux et Niestlé.
- Giacon, J. (2008). *La compréhension en lecture*. Bruxelles, Belgique : De Boeck Université, Pratiques pédagogiques.
- Giacon, J. (2003). *La lecture : de la théorie à la pratique*. Boucherville, Canada : Gaëtan Morin Editeur (2^{ème} édition).
- Gough, P. et Juel, C. (1989). Les premières étapes de la reconnaissance des mots. Dans *L'Apprenti lecteur* (p. 86). Neuchâtel, Suisse : Delachaux et Niestlé.
- Graesser, A. C., Singer, M. et Trabasso, T. (1994). Constructing inferences during narrative text comprehension. *Psychological Review*, 101 (3), 371-395.
- Hanich, L.B, Jordan, N.C., Kaplan, D. et Dick, J. (2001). Performance across different areas of mathematical cognition in children with learning difficulties. *Journal of Educational Psychology*, 93, 615-626.

- Hegarty, M. (1992). Mental Animation: Inferring motion from static displays of mechanical systems. *Journal of Experimental Psychology: Learning, Memory, & Cognition*, 18(5), 1084-1102.
- Hegarty, M., Mayer, M.E. et Monk, C.A. (1995). Comprehension of Arithmetic Word Problems : A Comparison of Successful and Unsuccessful Problem Solvers. *Journal of Educational Psychology*, 87, 18-32.
- Jonas, N. (2012). Pour les générations les plus récentes, les difficultés des adultes diminuent à l'écrit, mais augmentent en calcul. *INSEE Première*, 1426.
- Kail, R. et Hall, L.K. (1999). Sources of developmental change in children's word problem performance. *Journal of Educational Psychology*, 91, 660-668.
- Léger, L., Sander, E., Richard, J.F., Brissiaud, R., Legros, D. et Tijus, C. (2002). Propriétés des objets et résolution de problèmes mathématiques. *Revue Française de Pédagogie*, 139, 97-106.
- Lemaire, P. et Bernoussi, M. (1991). Arithmétique cognitive : processus, développement et différences individuelles. *L'année psychologique*, 91(3), 419-438.
- Lenfant, M., Thibault, M.P. et Helouin, M.C. (2006). L'évaluation de la compréhension chez les 3-15 ans : une approche axée sur l'interprétation. *Glossa*, 95, 6-22.
- Meljac C. et Siegenthaler, F. (2012). Une aide à l'examen des difficultés en calcul : les problèmes de Gaston Mialaret. *A.N.A.E.*, 118, 376-381.
- Meljac C. et Lemmel, G. (2007). *Observer et comprendre la pensée de l'enfant avec l'UDN-II*. Saint-Just-la-Pendue, France : Dunod.
- Meljac C. et Lemmel, G. (1999). *Manuel de l'UDN II – Construction et utilisation du nombre*. Paris, France : Éditions du Centre de Psychologie Appliquée.

- Noël, M.P. (2005). *La dyscalculie : trouble du développement numérique de l'enfant*. Bruxelles, Belgique : De Boeck.
- Parmar, R.S., Cawley, J.F. et Frazita, R.R. (1996). Word problem-solving by students with and without mild disabilities. *Exceptional Children*, 62, 415-429.
- Piaget, J. (1923). *Le langage et la pensée chez l'enfant*. Neuchâtel, Suisse : Delachaux et Niestlé.
- Piaget, J. et Szeminska, A. (1941). *La genèse du nombre chez l'enfant*. Neuchâtel-Paris : Delachaux et Niestlé.
- Poujol, G. (1996). Origines du problème. Dans *Le tour du problème* (p.19-44). Brive, France : Editions du Papyrus.
- Radford, L. (1996). La résolution de problèmes: comprendre puis résoudre. *Bulletin AMQ*, 36(3), 19-30.
- Rossi, J.P. et Campion, N. (2008). Inférences et compréhension de textes. *Rééducation orthophonique*, 234, 47-62.
- Sarrazy, B. (2002). Effects of variability of teaching on responsiveness to the didactic contract in arithmetic problem-solving among pupils of 9-10 years. *European Journal of Psychology of Education*, 17 (3), 321-341.
- Seron, X., Deloche, G. et Noël, M-P. (1991). Un transcodage des nombres chez l'enfant : la production des chiffres sous dictée. Dans *Les chemins du nombre* (p.303-328). Lille, France : Presses Universitaires de Lille.
- Thevenot, C., Barrouillet, P. et Fayol, M. (2010). De l'émergence du savoir calculer à la résolution des problèmes arithmétiques verbaux. Dans *Psychologie des apprentissages scolaires* (p.160-164). Bruxelles, Belgique : de Boeck.

- Thevenot, C., Devidal, M., Barrouillet, P. et Fayol, M. (2007). Why does placing the question before an arithmetic word problem improve performance. A situation model account. *The Quarterly Journal of Experimental Psychology*, 60, 43-56.
- Threadgill-Sowder, J. (1983). Question placement in mathematical word problems. *School Science and Mathematics* 83 (2), 107-111.
- Vannetzel, L. (2012). Dyscalculiques ou laissés pour compte ? *A.N.A.E.*, 120-121, 498-501.
- Vergnaud, G. (1990). *L'enfant, la mathématique et la réalité*. Editions Peter Lang. Berne, Suisse : Exploration Recherches en sciences de l'éducation (4^e édition).
- Voyer, D., Beaudoin, I. et Goulet, M.P. (2012). De la lecture à la résolution de problèmes: des habiletés spécifiques à développer. *Revue canadienne de l'éducation*, 35(2), 401-421.
- Weisser, M. (1999). Les problèmes d'arithmétique : traits de surface, modes de résolution et taux de réussite. *Revue des sciences de l'éducation*, 25 (2), 375-399.

Annexe 1 : Compréhension en lecture du LMC-R (Khomsi)

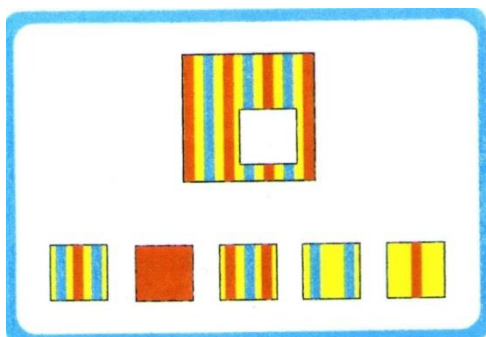


Exemple d'énoncé de type imagé (Ig)

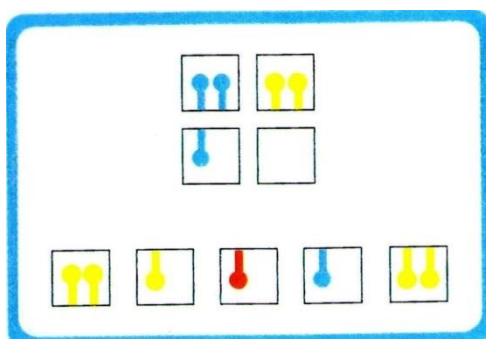


Exemple d'énoncé de type inférentiel (If)

Annexe 2 : Problèmes abstraits de l'ECS-III (Khomsî)



Exemple d'item perceptif (Pe)



Exemple d'item analogique (An)

Une aide à l'examen des difficultés en calcul : les problèmes de Gaston Mialaret

C. MELJAC*, F. SIEGENTHALER**

* Psychologue, UPPEA, Hôpital Sainte-Anne, Association DEEP, Espace Clisson, Paris, France.

** Psychologue, Association DEEP, Espace Clisson, Paris, France.

Impossible de le nier, le terme de « dyscalculie » est à la mode. C'est un thème souvent traité dans la présente revue (A.N.A.E., 2009). Il est cependant bien difficile de savoir ce que recouvre exactement ce mot, comme l'ont montré les récentes analyses de Fischer (Fischer, 2009, Vannetzel, Eynard et Meljac, 2009). De même, un mémoire soutenu il y a peu de temps (Gardien, 2012) dans le cadre de l'École des psychologues praticiens, sous la direction de Robert Voyazopoulos, montre que la plupart des enfants consultant dans un centre de référence pour dyscalculie présentent, en fait, toute une série d'histoires personnelles très perturbées. Leurs troubles complexes vont bien au-delà de ce qui, dans les répertoires classiques, se retrouve sous l'étiquette simple de « dyscalculie ». Lorsqu'un professionnel (psychologue, orthophoniste, professeur spécialisé) est « interpellé » par une famille invoquant la « dyscalculie » qui altérerait les performances d'un enfant, il ne faut donc pas retenir ce mot automatiquement en le prenant au « pied de la lettre », mais pousser les investigations aussi loin que possible. Dans cette optique, nous avons présenté précédemment, dans la même rubrique, (« Testons les tests »), l'épreuve UDN II.

Le présent article décrira un des compléments éventuels, parmi d'autres, à cette batterie : il s'agit de l'épreuve mise au point par Gaston Mialaret concernant la résolution des problèmes, tels qu'on peut les aborder, au cours du cycle primaire. Cette investigation est quasi indispensable en cas d'échec en calcul. En effet, il ne suffit pas, bien entendu, d'être exempt de troubles de la pensée, qui se révèlent éventuellement au cours de la passation de la batterie UDN II, pour espérer atteindre, à coup sûr, un bon niveau de réussite en mathématique dans le cadre scolaire. Il convient également d'avoir maîtrisé les acquisitions de base concernant un certain nombre d'activités bien spécifiques et, en particulier, celles concernant la résolution des problèmes, tels qu'ils sont présentés dans le monde scolaire.

Gaston Mialaret fut un des premiers chercheurs français qui, lorsque le sujet n'était pas vraiment à la mode, c'est-à-dire dès les débuts de la deuxième moitié du siècle

dernier, s'est particulièrement intéressé à ce sujet complexe (Mialaret, 1957)¹. À ce titre, il a longtemps enseigné à la Sorbonne, qui allait devenir Paris-V. Le hasard a fait que certaines de ses recherches et conférences sur ce thème ont été contemporaines des publications de Jean Piaget et de ses fonctions de professeur dans cette même université. Les deux hommes, cependant, sont partis d'un cadre et d'une optique complètement différents, Gaston Mialaret se référant essentiellement aux acquisitions scolaires et aux difficultés de la transmission de maître à élève, tandis que Jean Piaget, comme on le sait, se centrerait particulièrement sur les aspects développementaux et épistémologiques du nombre.

Très intéressé par les problèmes de langage, Gaston Mialaret a vite été alerté sur ce qu'on peut appeler les mots-pièges tels, par exemple, *ajouter*, qui suggère immédiatement à l'élève qu'il doit opérer une addition, *moins*, qui donne l'idée d'une soustraction, *fois*, qui entraîne la multiplication, etc. Tous sont susceptibles cependant d'être utilisés dans un contexte tout à fait différent. Le choix de l'opération exigée, alors, pour parvenir à la solution du problème implique que l'élève sache se dégager de ces « trompe-l'esprit » pour comprendre le sens même de la question posée. Gaston Mialaret a donc travaillé sur les démarches de l'enfant confronté à de tels inducteurs et a forgé, dans cette veine, un certain nombre de problèmes qu'il a soigneusement étudiés et dont il a étalonné ensuite les résultats. À l'origine, l'ensemble de ce travail a fait l'objet d'une publication (Mialaret, 1957) très remarquée en son temps, d'où l'idée, qui fut la nôtre, de sélectionner certains des problèmes qu'il avait imaginés, l'application de l'épreuve dans sa totalité exigeant un temps considérable. Cette forme révisée a, alors, été proposée aux enfants

¹ Les auteurs tiennent à remercier chaleureusement pour leurs autorisations de reproduction et Monsieur le Professeur Gaston Mialaret et les éditions La Martinière (actuelles détentrices des droits originaux ayant appartenu aux éditions Delachaux et Niestlé).

venant consulter pour difficultés scolaires, particulièrement dans l'apprentissage des mathématiques à l'école primaire ou au début du collège. L'expérience a montré que de telles investigations complétaient heureusement les résultats obtenus à l'aide de l'UDN II.

DESCRIPTION DE L'OUTIL « LES PROBLÈMES MIALARET »

12 problèmes ont été sélectionnés dans l'ensemble élaboré initialement par Gaston Mialaret. Ils se présentent sur 2 feuillets en 3 colonnes. La première comporte l'énoncé du problème, la deuxième le choix de l'opération que doit faire l'enfant : ce sont tous des problèmes n'impliquant qu'une seule opération. Dans la troisième colonne, l'opération doit être posée et résolue. L'enfant reporte ensuite la réponse à la question soulevée (phrase de solution) et le résultat, en revenant sous l'énoncé du problème dans la première colonne.

Cette nouvelle version n'a pas, jusqu'ici, fait l'objet d'un étalonnage systématique à l'échelon national. Nous parlerons donc de « résultats attendus » (en référence au programme de la classe et à notre expérience personnelle) et non pas de résultats relevés à la suite d'un étalonnage systématique.

ÂGE D'APPLICATION

Les problèmes de Gaston Mialaret ont été conçus pour couvrir l'ensemble des classes de l'enseignement élémentaire. Dans cette version raccourcie, nous avons tenté de mettre surtout l'accent sur les « débuts », addition simple (même si cette opération est présentée à la fin du test sous une forme inhabituelle), soustraction élémentaire – mais à quelques occasions dans un contexte un peu subtil – et sur des types de raisonnement qu'on ne peut attendre que lors de la dernière année du cycle élémentaire (division complexe). Dans cette mesure « le Mialaret » garde tout son intérêt pour des enfants abordant le collège, au moins lors de la phase initiale (6^e et 5^e). Alors que l'ensemble des quatre opérations est supposé être parfaitement maîtrisé à cette étape de la scolarité, le « contrat » est loin d'être rempli, du moins dans la population venant consulter. En résumé, les problèmes de Mialaret sont donc applicables et intéressants pour une tranche d'âge allant de 7 à 14 ans. Il en est de même pour l'UDN II puisque les épreuves faisant appel à un système de pensée « préformel » demeurent difficiles pour beaucoup de jeunes collégiens.

CONSIGNE ET PREMIER SONDAGE

On présente les feuilles de problèmes à l'enfant en s'assurant d'abord du fait qu'il connaît et maîtrise le nom des quatre opérations fondamentales utilisées au cours du cycle primaire : addition, soustraction, multiplication, division. Cette première prise de contact, dans la majorité des cas, ne pose pas de vraies difficultés, même si les jeunes enfants, bien évidemment, ne connaissent pas forcément le nom des quatre opérations. Il est courant par exemple, qu'un enfant en CP ou en CE1 ne puisse parler que d'additions, éventuellement de soustractions. Cependant, d'autres écoliers,

plus avancés dans la scolarité et relativement âgés, par exemple 10 ans, procèdent en énumérant les signes opératoires, plus, moins, fois, divisé, et n'ont pas la moindre idée du nom spécifique de l'opération à laquelle ce signe se rapporte. Cet indice est à relever précieusement. Dans ce cas, le praticien devra opérer le lien entre le signe et le nom de l'opération à écrire sans exception en tête de la feuille et en abrégé (pour raccourcir le temps de passation).

ADD pour addition

SOUS pour soustraction

MULT pour multiplication

DIV pour division.

On explique bien à l'enfant qu'après avoir lu le problème, il devra choisir l'opération, marquer son nom dans la case prévue à cet effet, la calculer ensuite dans la case suivante, et reporter le tout, avec une phrase d'annonce, dans la première colonne. Attention, certains énoncés exigent deux réponses (le problème 4 portant sur les terrains, puisque l'on demande de désigner le plus long, et le problème 7 portant sur l'âge de deux enfants, puisqu'il doit indiquer le plus âgé).

ANALYSE DES PROBLÈMES ET RÉSULTATS ATTENDUS

Problème 1

Ce problème, certes très simple, est rendu quelque peu insolite par le fait que les couleurs des poules sont différentes : certaines sont blanches, d'autres noires. Cependant, selon les cinq principes élémentaires du dénombrement énoncés par Gelman et Gallistel (1978), le fait de pouvoir compter, sans hésitation, les éléments d'une collection, même s'ils sont éventuellement hétérogènes, est justement constitutive de l'idée même de nombre.

Il suffit donc, dans ce problème, d'opérer une simple addition, comportant cependant une retenue. Un résultat convenable est attendu en fin de CP ou au CE1. Tout enfant en cours de CE2, et à plus forte raison en CM1 ou CM2, ne parvenant pas à résoudre immédiatement ce premier problème doit retenir l'attention et entraîner des enquêtes plus approfondies. Poursuivre dans ces conditions le Mialaret peut se révéler une pure et simple perte de temps et déprimer la victime soumise à un langage et à une forme de pensée auxquels elle n'adhère pas.

Problème 2

Il est résolu par une simple soustraction sans retenue. Réussite attendue en fin de CP ou en CE1. Pour les enfants suivant une classe supérieure et la suite, tout échec doit éveiller l'attention (voir plus haut).

Problème 3

Il s'agit là de la première formulation-piège. En fait, on demande à l'enfant de rechercher la valeur d'une transformation, opération dont Gérard Vergnaud (Merri, 2007) a montré toute la complexité dans ses remarquables travaux, postérieurs à ceux de Mialaret. Par ailleurs, la formulation

utilisée par Gaston Mialaret : « en tout » dans l'expression finale, suggère l'addition. La réussite à ce problème devrait être attendue dès le CE1-CE2. L'échec se rencontre cependant fréquemment jusqu'en CM2, particulièrement chez les enfants impulsifs qui ne relisent pas les énoncés et ne prennent en compte que la question, ou même seulement les derniers mots de la question.

Problème 4

C'est un problème dont nous avons remanié l'énoncé initial, rarement compris par les écoliers d'aujourd'hui. Il est complexe pour deux raisons. Les enfants, en effet, doivent répondre, d'une part, à deux questions, ce qui exige une certaine planification de la pensée. D'autre part, la soustraction doit être utilisée pour trouver une différence et non pas un simple retrait, (voir à ce propos les travaux de Vergnaud déjà cités ; Merri, 2007). Il n'est pas exceptionnel que des échecs soient encore notés en CM1 ou même CM2 alors que la réussite à cette soustraction avec retenue est attendue dès le CE2.

Problème 5

Il exige une division débouchant non pas sur la valeur de la part, mais bien sur le nombre de parts. La réussite ne peut guère être attendue avant le CM1 ou le CM2. Les mêmes références aux études fondamentales (Merri, 2007) s'imposent, ici, encore une fois.

Problème 6

Qu'imagine l'enfant quand il essaie de se représenter le problème ? Il « voit » une personne ajoutant des litres de vin pour remplir un tonneau : d'où la réponse « addition », très courante, alors qu'il s'agit, bien sûr, d'une soustraction utilisée dans un sens d'indicateur de différence. Il s'agit là d'un exemple parfait de problème-piège, tel que Gaston Mialaret les a conçus. De plus, la réponse à la question implique le calcul d'une soustraction complexe, à retenue, dont le résultat final s'énonce en 2 chiffres, alors que la transcription des autres quantités en jeu exige de passer à la centaine (3 chiffres). Ce problème, dont certains enseignants attendraient la solution dès la fin du CE2 ou le début du CM1, est à l'origine de nombreuses erreurs : certains élèves de CM2 tombent encore dans ce piège sans qu'il s'agisse forcément de sujets présentant, par ailleurs, des échecs graves.

Problème 7

Ce problème est particulièrement intéressant car nombre d'enfants le résolvent de tête et donnent le bon résultat sans avoir du tout conscience du chemin par lequel ils sont passés. Ils ont souvent adopté la démarche d'addition (+1) répétée et arrivent ainsi au bon résultat : 6 ans. Lorsqu'on leur demande de poser l'opération, ils se trouvent très vite déstabilisés, choisissent l'addition (ce qu'ils ont fait) et, en conséquence, ne voient plus du tout comment procéder. En fait, la soustraction est ici à utiliser comme instrument de recherche de différence, et on sait à quel point cette démarche est complexe. En conséquence, on notera beau-

coup de bonnes solutions mais très peu de bons choix dans la colonne 2. La résolution de ce problème devrait, selon les programmes, être possible dès le CE1, sinon en fin de CP. On voit que ce n'est pas toujours le cas, loin de là.

Problème 8

C'est le premier problème portant sur une multiplication. Il est particulièrement complexe car son énoncé porte sur des vitesses et des temps, notions étudiées par Jean Piaget. Cette idée de mouvement rend ce calcul pourtant assez simple (dont la solution devrait être trouvée dès le CE2-CM1) plutôt ardu.

Problème 9

Il s'agit, comme dans le problème précédent sur les boîtes de crayons, de trouver un nombre de parts, à la suite d'une division. Les enfants savent de moins en moins calculer cette opération. Ils en ont l'idée dès le CM1, semble-t-il – et c'est bien ce qu'attendent les enseignants – mais les échecs de procédure demeurent nombreux.

Problème 10

Autre division, mais plus classique. On demande de calculer la valeur d'une part. Les procédures réglant la division restent, nous l'avons déjà noté, très longtemps mystérieuses. Bien des enfants fréquentant une 6^e voire une 5^e échouent dans le calcul de cette opération, même s'ils en ont eu correctement l'idée.

Problème 11

Problème amusant : il est très simple, niveau de CP. Mais la descente du bus remplacée par la marche à pied est susceptible de troubler fortement certains enfants qui se trouvent brusquement débordés. La représentation de la scène, l'hétérogénéité des moyens de transport, perturbent leur conception de l'unité de mesure. L'échec à ce problème au-delà du CE1 révèle une très grande fragilité et, peut-être aussi, une fatigabilité excessive. Ne pas oublier que cet énoncé élémentaire se trouve en fin de parcours.

Problème 12

C'est peut-être le plus pittoresque. En effet, un seul nombre est énoncé, celui des semaines, mais l'enfant doit faire appel à un savoir implicite, celui du nombre de jours dans une semaine. Si la question avait été posée à part, la majorité des enfants (même ceux que nous voyons en consultation) auraient été capables d'une réponse immédiate. La difficulté consiste ici dans le fait que le calculeur en herbe doit faire appel à une donnée... qui n'est justement pas donnée, d'où certaines crises de panique révélatrices, parfois, d'une grande fragilité émotionnelle.

TECHNIQUES D'AIDE

La batterie UDN, rappelons-le, « fonctionne » dans un double système, celui de Piaget d'une part quant aux

aspects développementaux (Siegenthaler et Eynard, 2012, déjà cité) et Vygotsky (1985) de l'autre, quant à la recherche de la zone proximale de développement. Les techniques d'étayage suggérées par Vygotsky sont particulièrement utiles et intéressantes dans le cas des problèmes Mialaret. Alors que le praticien (sauf dans le cas précis où l'enfant ne comprend pas un terme, ou bien a mal lu l'énoncé, etc.) ne doit pas intervenir au cours de la passation, sauf pour stimuler un « mathématicien » en perte de motivation, il lui est recommandé de relire avec l'enfant ou l'adolescent les problèmes sur lesquels le sujet a buté. Parfois, cette simple relecture suffit pour une « remise en selle ». Dans d'autres cas, c'est le sens même du problème et/ou des opérations employées qui n'est pas d'emblée accessible. Même si cette situation ne doit pas apparaître directement comme celle d'une remédiation, il paraît souhaitable de voir comment l'écopier en panne peut se saisir des propositions d'aide. Certains d'entre eux, secouant leur vieille peur, leurs troubles, leur sidération devant un échec possible, parviennent, dans un second temps, à des résultats inattendus, qu'il faut, bien sûr, prendre en compte lors des conclusions.

INTERPRÉTATION

Il ne suffit pas, bien entendu, de « faire passer » le Mialaret, il convient surtout de pouvoir s'en servir dans une perspective intégrée, couplée dans un premier temps avec l'UDN, puis, dans un second, avec l'ensemble des autres résultats obtenus au cours d'une investigation complète. Nous donnons ici, à titre d'exemple, le type de questions qu'un praticien est amené à se poser :

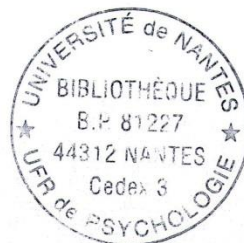
- le niveau obtenu par l'enfant, est-il cohérent avec son âge, avec sa classe ? confirme-t-il ou non l'ensemble des constats opérés à l'aide de l'UDN II ? L'enfant, comme cela arrive, est-il plus performant lors de tâches proprement scolaires que lorsqu'on fait appel à la structure même de sa pensée logique, ou bien observe-t-on le contraire ? Parvient-il à se concentrer de façon suffisante tout au long de l'épreuve ? Fait-il preuve d'initiative ? Certaines zones apparaissent-elles particulièrement fragiles (c'est souvent le cas avec les soustractions visant à calculer une diffé-

rence) ? A-t-il pris du plaisir à l'exercice proposé ou s'est-il montré rétif et/ou ennuyé ? Comment a-t-il réagi au soutien qui lui a été fourni ? A-t-il pu se saisir des perches qui lui ont été tendues ? Dans quelles circonstances ? etc. De fait, le Mialaret, malgré les années, demeure un outil d'investigation toujours aussi pertinent, dont les ressources s'enrichissent, bien sûr, en relation avec l'expertise du praticien.

Nous souhaitons donc que cette forme actualisée de l'instrument, mis au point il y a déjà bien longtemps par Gaston Mialaret, puisse retrouver une nouvelle jeunesse grâce à un étalonnage mis aux normes de la deuxième décennie du XXI^e siècle et restons à l'écoute de toute proposition allant dans ce sens.

RÉFÉRENCES

- AN.A.E. *La Dyscalculie développementale*, n° 102, juin 2009, Vol. 21, Tome II.
- GARDIEN, G. (2012). *L'Examen psychologique des enfants en difficultés en mathématiques*. Mémoire de fin d'études, École des Psychologues Praticiens, Paris.
- FISCHER, J.P. (2009). Présentation du dossier dyscalculie développementale. *AN.A.E.*, n° 102, vol. 21, Tome II, pp. 115-116.
- FISCHER, J.P. (2009). Six questions ou propositions pour cerner la question de dyscalculie développementale. *AN.A.E.*, *La Dyscalculie développementale*, n° 102, vol. 21, tome II, pp. 117-133.
- GELMAN, R., GALLISTEL, C.R. (1978). *The Child's Understanding of Number*. Cambridge, MA, Harvard University Press.
- MELJAC, C., LEMMEL, G. (1999). *Manuel de l'UDN II. Construction et utilisation du nombre*. Paris, ECPA.
- MELJAC, C., LEMMEL, G. (2007). *Observer et comprendre la pensée de l'enfant. Clinique piagétienne avec l'UDN-II*. Paris, Dunod.
- MERRI, M. (2007). *Activité humaine et conceptualisation. Questions à Gérard Vergnaud*. Toulouse, Presses universitaires du Mirail.
- MIALARET, G. (1957). *Éléments pour une pédagogie du calcul*. Neuchâtel-Paris, Delachaux et Niestlé.
- PIAGET, J., SZEMINSKA, A. (1941). *La Genèse du nombre chez l'enfant*. Neuchâtel-Paris, Delachaux et Niestlé.
- SIEGENTHALER-FARHI, F., EYNARD, L.A. (2012). L'UDN II, utilisation du nombre, *AN.A.E.*, n° 116, vol. 24, tome 1, pp. 96-99.
- VANNETZEL, L., EYNARD, L.A., MELJAC, C. (2009). Dyscalculie : Une rencontre difficile. *AN.A.E.*, n° 102, vol. 21, tome II, pp. 115-116, pp. 134-145.
- VGOTSKY L.S. (1985). *Pensée et langage*, Paris, Éditions sociales.



Résumé :

La résolution de problème est un domaine mathématique qui occupe une place importante dans la scolarité, avec l'objectif de mobiliser le raisonnement des enfants. Ce mémoire étudie l'impact de la lecture et des habiletés logiques dans la résolution de problèmes arithmétiques, ainsi que l'origine des difficultés rencontrées par certains enfants lors de cette activité.

Pour ce faire, une épreuve de lecture, une épreuve de résolution de problèmes abstraits et 12 problèmes arithmétiques ont été présentés à 17 élèves d'une classe de CM1-CM2 et à 14 patients de mêmes niveaux scolaires suivis en orthophonie.

Notre étude a permis de révéler une grande variété de fonctionnements cognitifs lors de la résolution de problèmes arithmétiques et un grand nombre de facteurs impliqués dans cette tâche.

Mots-clés : mathématiques ; résolution de problèmes ; inférences ; habiletés logiques.

Abstract :

Problem solving is a mathematical field which is a major issue at school, with the aim of generating children mathematical cognition. First, this study explores the impact of reading and logical skills on their ability in solving arithmetic problems. Secondly, it explores the source of arithmetic problems difficulties that some children could come across.

17 children in their two last years of primary school and 14 children presenting mathematical or reading difficulties were asked to answer a reading task, to solve abstracts problems and twelve arithmetic problems.

The findings suggest that arithmetic problems can be solved by using a large variety of cognitive performances. Arithmetic problems involve many different skills.

Keywords : mathematics; problem solving; inferences; logical abilities.