

UNIVERSITE DE NANTES
ÉCOLE DOCTORALE
SCIENCES ET TECHNOLOGIES DE L'INFORMATION ET DE
MATHEMATIQUES

Année : 2009

Thèse de Doctorat de l'Université de Nantes

Spécialité : ELECTRONIQUE ET GENIE ELECTRIQUE

Présentée et soutenue publiquement par

Mohamed BELKADI

Le 08 décembre 2009

à l'IREENA site de Saint-Nazaire

**Contribution à l'homogénéisation multi-échelle des propriétés
électromagnétiques des matériaux en poudres de fer**

Jury

Rapporteurs :	M. BARAKAT Georges	Professeur – GREAH – Université du Havre
	Mme. LEBouc Afef	Directrice de Recherche CNRS – G2ELAB – INP de Grenoble
Examineurs :	M. REZZOUG Abderrezak	Professeur – GREEN – UHP de Nancy
	M. ZAÏM M. El. Hadi	Professeur – IREENA – Polytech' Nantes
	M. FOULADGAR Javad	Professeur – IREENA – IUT de Saint-Nazaire
	M. TRICHET Didier	Maître de conférences – IREENA – Polytech' Nantes

Directeur de Thèse : Javad FOULADGAR

Co-encadrant : Didier TRICHET

Laboratoire : IREENA Site de Saint-Nazaire– 37 boulevard de l'Université

BP 406 – 44602 Saint-Nazaire Cedex

Composante de rattachement du directeur de thèse : IUT de Saint-Nazaire

À mes parents, frères et soeurs

À mes beaux parents

À Sihem et mon petit Amine

Avant Propos

Mes années de thèse se sont déroulées au laboratoire IREENA, site de Saint-nazaire au sein de l'équipe IOM sous la direction de Messieurs Javad Fouladgar, professeur à l'IUT de Saint-Nazaire et de Didier Trichet, Maître de conférences à l'école polytechnique de l'Université de Nantes. Aussi je tiens à remercier ici tous ceux qui, de près ou de loin, y ont pris part.

Je remercie l'ensemble des membres du jury.

Sincères remerciements à Monsieur Abderzak Rezzoug pour l'honneur qui m'a fait de présider le jury. Je suis extrêmement reconnaissant envers Madame Afef Lebouc, pour avoir accepté d'être rapporteur de ce manuscrit, ainsi que pour son regard critique concernant mon travail. Je suis également très reconnaissant à Monsieur George Barakat qui a également accepté d'être rapporteur de cette thèse. Je le remercie vivement pour ses conseils et ses remarques.

Je remercie très fortement Didier Trichet pour son implication précieuse pour le bon déroulement de ces travaux de recherches. Merci d'avoir co-dirigé cette thèse, pour cette réelle disponibilité au jour le jour et l'ambiance agréable de travail.

Un très grand merci à Javad Fouladgar, mon directeur de thèse. Toujours disponible et lorsqu'il le faut, il ne lésine pas à sacrifier des week-end et même des jours fériés pour m'aider à débloquer la situation. C'est vraiment un plaisir d'avoir travaillé avec vous. Merci d'avoir tenu avec beaucoup d'enthousiasme ce rôle de directeur de thèse.

Une vive reconnaissance revient à tous les membres de l'IREENA Saint-Nazaire qu'ils soient "Jaunes" ou "Bleus", en particulier, à mes collègues avec lesquels on a partagé beaucoup de temps que ce soit à la cafette ou de délicieuses soirées. Il s'agit de Nicolas, Christophe, Guillaume, Gwen et Yue et bien sur Brahim, le complice de tous les jours. Une profonde gratitude va envers Franck, Sabrina, Christine et Françoise pour leurs services administratifs et techniques. Mes remerciements s'adressent par ailleurs à tous les permanents du labo, particulièrement Mourad et Nadia. Que François et Nicolas trouvent ici mes sincères reconnaissances pour leur disponibilité durant mes vacances ou mon ATER à l'IUT.

Je serai ingrat si j'oublie de remercier Fouad Azzouz pour sa disponibilité, son aide et ses conseils précieux notamment pour la finalisation de l'outil de calcul. Et dire que je ne le connais que de nom et de voix, nous ne nous sommes jamais rencontrés. L'occasion m'est rarement donné pour rencontrer des hommes de qualités morales et intellectuelles de la trempe de Samir Bensaid, de Mourad Merabtène ou de Rachid Ibtouen.

Une pensée particulière va à mes parents, sans leurs encouragements, leurs sacrifices et leur amour je ne serai là où je suis ni ce que je suis. Une tendre pensée ira aussi à toute ma fratrie et neveux. Un petit clin d'oeil pour Sosso pour sa résolution qui m'a impressionné. Une chaleureuse pensée va aussi à mes beaux parents pour leurs encouragements et surtout pour leur folie de m'accorder la main de leur fille.

Mes plus intimes remerciements vont à Sihem que j'ai entraîné dans une spirale de stress et d'angoisse. Je te dis merci pour ta tendresse, ta patience et tes encouragements, ils m'ont donné le courage et la volonté d'aller jusqu'au bout.

Enfin, mes amis et toutes les personnes que j'ai pu côtoyer durant mon parcours soient chaleureusement remerciés de m'avoir soutenu pour mener à bien ce projet. En espérant avoir donné envie à d'autres, et surtout à mon petit Amine, de suivre le chemin passionnant de la recherche scientifique !

*Mohamed
Belkadi*

Table des matières

Introduction générale	8
1 Généralités sur les matériaux ferromagnétiques	14
1.1 Introduction	16
1.2 Aimantation des matériaux ferromagnétiques	18
1.3 Moments magnétiques de l'électron - Origine du magnétisme	19
1.3.1 Moment magnétique orbital	19
1.3.2 Moment magnétique du spin	20
1.4 Types de magnétisme	21
1.5 La théorie du ferromagnétisme	22
1.5.1 Formation des domaines - considérations énergétiques	22
1.5.1.1 Energie d'échange	23
1.5.1.2 Energie d'anisotropie magnéto-cristalline	23
1.5.1.3 Energie magnétostrictive	23
1.5.1.4 Energie magnétostatique	24
1.5.2 Les parois des domaines	24
1.5.3 Le mouvement des parois de domaines	25
1.6 Processus d'aimantation	25
1.6.1 Etat de de désaimantation	26
1.6.2 Zone de la perméabilité initiale	26
1.6.3 Zone de la aimantation irréversible	27
1.6.4 Zone du coude de saturation	27
1.6.5 Zone de saturation	27
1.6.6 Le cycle d'hystérésis	27

1.7	Les pertes dans les matériaux magnétiques	28
1.7.1	Les pertes par hystérésis	29
1.7.2	Les pertes par courants de Foucault	29
1.8	Principaux matériaux ferromagnétiques utilisés en Génie Electrique	30
1.9	Les tôles magnétiques	32
1.9.1	Classification des tôles	32
1.9.2	Elaboration des tôles	32
1.10	Les matériaux en poudres de fer	33
1.10.1	Poudres de fer	33
1.10.2	Processus de fabrication des matériaux en poudre de fer	34
1.10.3	Taille et forme des particules	34
1.10.4	La Compression	36
1.11	Comparaison poudres de fer et tôles	37
1.11.1	La perméabilité	37
1.11.2	Les pertes massiques	38
1.11.3	Les propriétés thermiques	38
1.11.4	Le propriétés mécaniques	39
1.12	Modèle physique	39
1.13	Conclusion	40
2	Formulations et modélisations	42
2.1	Introduction	43
2.2	Les lois fondamentales de l'électromagnétisme	44
2.2.1	Lois constitutives du milieu	44
2.2.2	Les conditions de passages	45
2.2.3	Conditions aux limites	45
2.3	Modélisation de l'hystérésis magnétique	46
2.3.1	Etat de l'art	46
2.3.2	Le modèle de Rayleigh	47
2.3.3	Le modèle de Rivas	48
2.3.4	Modèle de Jiles-Atherton	49
2.3.5	Le modèle de Preisach	51
2.3.5.1	Description mathématique du modèle	51

2.3.5.2	La fonction de densité de Preisach	52
2.3.6	Synthèse des modèles	55
2.4	Les formulations électromagnétiques	55
2.4.1	Formulation magnétostatique en potentiel vecteur \mathbf{A}	56
2.4.2	Modèle magnétodynamique	57
2.4.2.1	Formulation en champ magnétique $\mathbf{H} - \varphi$	57
2.4.2.2	Formulation en potentiels combinés $\mathbf{A}\mathbf{V} - \mathbf{A}$	57
2.4.2.3	Formulation magnétique $\mathbf{T} - \Omega$	58
2.4.2.4	Comparaison entre les formulations	59
2.5	Techniques d'homogénéisations	60
2.5.1	Principe des méthodes d'homogénéisations	61
2.5.2	Les méthodes d'homogénéisations	62
2.5.2.1	La méthode d'homogénéisation dynamique	62
2.5.2.2	La méthode du développement asymptotique	64
2.5.2.3	La méthode du problème inverse	65
2.5.2.4	Synthèse des méthodes	66
2.6	Conclusion	67
3	Outils numériques	70
3.1	Introduction	71
3.2	La méthode des éléments finis	71
3.2.1	La forme intégrale de la formulation A-V	73
3.2.2	Unicité de la solution	75
3.2.3	Formulation compatible.	75
3.2.4	Imposition de la source d'excitation	76
3.3	Validation du code développé	77
3.3.1	Le cas magnétostatique	77
3.3.2	Le cas magnétodynamique sinusoïdal	79
3.4	Le cas non linéaire	84
3.5	Conclusion	88
4	Modélisation des tôles magnétiques	90
4.1	Introduction	91
4.2	Etude électromagnétique des matériaux en tôles	92

4.2.1	Présentation du matériau étudié	92
4.2.2	Calcul des cycles d'hystérésis	92
4.2.2.1	Validation du modèle	94
4.2.2.2	Influence de la fréquence	95
4.2.2.3	Validation du calcul des pertes par hystérésis	95
4.2.3	Calcul des pertes par courants de Foucault	96
4.2.3.1	Cas d'une plaque infinie - modélisation monodimensionnelle	97
4.2.3.2	Résolution numérique	98
4.2.3.3	Choix de l'épaisseur de la tôle	99
4.3	Application des techniques d'homogénéisation aux matériaux laminés	101
4.3.1	Homogénéisation dynamique monodimensionnelle	101
4.3.1.1	Géométrie de la cellule d'étude	101
4.3.1.2	Homogénéisation de la perméabilité	101
4.3.1.3	Homogénéisation de la conductivité électrique	104
4.3.2	Homogénéisation bidimensionnelle	106
4.3.2.1	Le dispositif étudié	106
4.3.2.2	Formulation électromagnétique	106
4.3.2.3	La démarche de l'homogénéisation des tôles	107
4.3.2.4	Homogénéisation des tôles pour un champ tangentiel	107
4.3.2.5	Homogénéisation des tôles pour un champ perpendiculaire	109
4.4	Conclusion	110
5	Modélisation des poudres de fer	112
5.1	Introduction	113
5.2	Fréquence d'utilisation et la taille des particules	114
5.2.1	Les pertes par hystérésis	114
5.2.2	Les pertes par courants de Foucault	115
5.2.3	Influence mutuelle des particules	118
5.3	Modélisation des matériaux en poudres de fer	121
5.4	Position du problème	125
5.5	Construction géométrique de la cellule élémentaire	126
5.5.1	Algorithme de base de la génération des cellules	126
5.5.2	Exemple de construction d'une cellule élémentaire	127

5.5.3	Réduction de l'épaisseur de l'isolant	129
5.5.4	Prise en compte du comportement réel de l'isolant	131
5.5.5	Vérification de la géométrie	133
5.5.6	Détermination de la taille optimale de la cellule élémentaire	133
5.6	Homogénéisation des poudres de fer	135
5.6.1	Homogénéisation dynamique	135
5.6.2	Homogénéisation non linéaire	136
5.7	Etude de l'influence de la taille des particules sur les caractéristiques électro- magnétiques des poudres de fer	138
5.8	Conclusion	139
Conclusion générale		142
A La métallurgie des poudres		146
B Le modèle de Preisach		154
C Homogénéisation dynamique		160

Table des figures

1.1	Moteurs en poudres et en tôles	17
1.2	Assemblage d'un stator en poudre	17
1.3	Moteur en poudres de fer	17
1.4	MRVDS en tôles et en poudres de fer	18
1.5	Le moment magnétique orbital	20
1.6	Le moment magnétique du spin	20
1.7	Illustration des différents comportements magnétiques	21
1.8	Alignement des moments magnétiques	23
1.9	Alignement des moments magnétiques suivant le champ d'excitation H dans le cas du fer	24
1.10	Exemple de paroi entre deux domaines de WEISS	25
1.11	Processus d'aimantation (courbe de première aimantation)	26
1.12	Le cycle d'hystérésis	28
1.13	Le cycle d'hystérésis des matériaux ferromagnétiques	31
1.14	Classification des matériaux ferromagnétiques	31
1.15	Cycles d'hystérésis de tôles	33
1.16	Exemple de matériaux en poudres de fer	34
1.17	Paramètres affectant les propriétés des poudres de fer	35
1.18	Différentes morphologie de poudres	35
1.19	Efet de la tailles des particules	36
1.20	Evolution de la densité des matériaux en fonction de la pression de compactage	36
1.21	Courbe de première aimantation du fer massif à 0.003% C	37
1.22	Effet de la pression sur les matériaux en poudres de fer	37

1.23	Comparaison des courbes d'inductions des tôles avec celle des poudres de fer	38
2.1	Conditions de passage à l'interface entre deux milieux	45
2.2	L'hystérésis avec le modèle de Rayleigh	48
2.3	Le modèle de Rivas	49
2.4	Hystéron élémentaire	52
2.5	Le modèle de Preisach	55
2.6	Problème typique de la magnétodynamique	56
2.7	Structure Réelle et Homogénéisée	61
2.8	Différentes possibilités de cellule élémentaires	62
2.9	Principe du filtrage spatial de la méthode d'homogénéisation dynamique . .	63
2.10	Décomposition d'un signal réel en champ filtré et en valeur moyenne locale .	64
2.11	Méthode du développement asymptotique	64
2.12	Schéma type d'un problème direct et inverse	66
3.1	Élément tétraédrique du premier ordre	72
3.2	Domaine d'étude de la sphère et conditions aux limites.	78
3.3	Huitième de la sphère étudiée	78
3.4	Validation du modèle Magnétostatique	79
3.5	Cartographie de l'induction magnétique pour $y=0$	80
3.6	Parties réelle et imaginaire de l'induction magnétique suivant le plan H . . .	80
3.7	Parties réelle et imaginaire de l'induction magnétique suivant le plan V . . .	81
3.8	La géométrie du problème 7	82
3.9	Maillage du TEAM Workshop 7	83
3.10	Comparaison entre mesures et simulation de la partie réelle de l'induction magnétique	83
3.11	Courants induits à la surface de la plaque en aluminium	84
3.12	Organigramme du problème magnétodynamique non linéaire	85
3.13	Les modèles A et B du TEAM Workshop 21	86
3.14	Courbe de première aimantation	87
3.15	Maillage de l'inducteur et des plaques d'acier	87
3.16	Validation magnétodynamique non linéaire	88
4.1	Courbe de première aimantation à 50 HZ	93
4.2	Courbe de première aimantation	93

4.3	Validation du modèle sur le cycle majeur	94
4.4	Validation du modèle sur des cycles mineurs centrés	94
4.5	Evolution des cycles d'hystérésis et du paramètre "b" en fonction de la fréquence	95
4.6	Comparaison des pertes par hystérésis à 50 Hz	96
4.7	Domaine d'étude	96
4.8	Comparaison des pertes par courants de Foucault issues des différentes résolutions	99
4.9	relation entre la fréquence et l'épaisseur des tôles	100
4.10	la cellule élémentaire	101
4.11	Perméabilité équivalente pour le cas du champ tangentiel aux tôles	104
4.12	Perméabilité équivalente pour le cas du champ perpendiculaire aux tôles . .	104
4.13	Evolution de la conductivité électrique en fonction de la fréquence	105
4.14	Homogénéisation d'un paquet de tôles	105
4.15	Schéma d'un transformateur	106
4.16	Homogénéisation des cycles d'hystérésis	109
4.17	Comparaison des puissances réelles et homogénéisées	109
4.18	Courbe de première aimantation équivalente pour le cas du champ normal à la cellule	110
5.1	Observation de domaines magnétique dans une poudre fer avec mise en évidence du contour de la poudre	115
5.2	Les différentes pertes en fonction de la taille des particules et de la fréquence	116
5.3	Détermination du rayon optimal	117
5.4	Maillage de l'exemple de 27 sphères	118
5.5	Distribution d'induction et de courant dans deux sphères adjacentes	119
5.6	Sphère de 50 μm	119
5.7	Sphère de 200 μm	120
5.8	Sphère de 200 μm	120
5.9	Géométrie du modèle utilisé par Johnson et Al	122
5.10	Modèle de Yanhong et Kliman	123
5.11	Micrographie d'un matériau en poudres de fer et son modèle reproduit après traitement d'image	123
5.12	Représentation géométrique du modèle de Bottauscio et al	124
5.13	Le domaine global et la cellule	125

5.14	Processus de remplissage de la cellule élémentaire	128
5.15	Modèle et matériau réel en poudres de fer	129
5.16	Recombinaison des tétraèdres de l'air en vue d'augmenter le volume du fer .	130
5.17	Augmentation du volume des particules de fer par réduction de l'épaisseur de l'isolant	131
5.18	Maillage obtenu après augmentation du maillage dans l'isolant	131
5.19	Distribution de l'isolant dans les matériaux en poudres	132
5.20	Lignes du champ magnétique entre deux particules	132
5.21	Volume des particules	133
5.22	Limites de confiance des pertes par hystérésis	134
5.23	Limites de confiance de la perméabilité équivalente	134
5.24	Courbe de première aimantation du Somaloy 500	136
5.25	Perméabilité magnétiques relative du Somaloy 700	137
5.26	Perméabilité magnétiques en fonction de la taille des particules	138
5.27	Pertes hystérésis en fonction de la taille des particules	139
A.1	Processus de fabrication des poudres atomisée ou éponge	146
A.2	Différentes morphologie de poudres	148
A.3	Efet de la tailles des particules	149
A.4	Evolution de la densité des matériaux en poudre de fer en fonction de la pression de compactage	150
A.5	Courbe de première aimantation du fer 0.003% C	151
A.6	Effet de la pression sur les matériaux en poudres de fer	151
B.1	Hystéron élémentaire	155
B.2	Plan de Preisach	156
B.3	Evolution des opérateurs de Preisach en fonction de l'excitation	157

Introduction générale

Le fonctionnement des dispositifs d'électrotechniques comme les machines électriques tournantes et les transformateurs est lié à la distribution du champ électromagnétique dans la structure. Pour le concepteur, il est important de connaître cette distribution dans les circuits magnétiques et aussi être capable de prédire le fonctionnement d'un dispositif avant sa construction.

Les matériaux qui composent les circuits magnétiques de ces machines sont des matériaux ferromagnétiques. Qu'ils soient massifs, feuilletés ou en poudres de fer, ils canalisent le flux magnétique. Dans certaines applications notamment dans les systèmes embarqués la tendance est à la recherche de dispositifs économes en énergie et à la réduction des volumes et des masses des composants. Cette tendance se traduit par l'élévation des fréquences d'alimentations. Cette augmentation de la fréquence a comme conséquence, l'augmentation des pertes dans les circuits magnétiques. Cela aboutit à une consommation inutile d'énergie, c'est-à-dire un rendement plus faible et un échauffement des composants qui entraîne un vieillissement prématuré des dispositifs. La tâche du concepteur est alors de maîtriser le calcul des pertes, de trouver des modèles comportementaux plus fins et des matériaux plus performants. C'est dans ce contexte que s'inscrit notre travail

Parmi les solutions envisagées dans ce type de problème, l'utilisation des matériaux en poudre de fer peut contribuer à atteindre les performances souhaitées. Les poudres de fer sont constituées de particules de fer de haute pureté, isolées entre elles par un isolant puis compactées sous haute pression pour donner naissance à un noyau solide avec un espace amagnétique distribué [SJ07].

Ces matériaux ont, par rapport aux matériaux stratifiés traditionnels, une résistance mécanique plus faible, des pertes plus élevées à basse fréquence et une perméabilité maximale faible. Malgré cela, les matériaux en poudres de fer peuvent être compétitifs dans beaucoup de dispositifs principalement grâce à des propriétés magnétiques isotropes et à la fonctionnalité de conception géométrique lors du processus de la métallurgie des poudres. La tendance des pertes totales est inversée lorsque les machines sont destinées à un fonctionnement en

fréquences élevées.

La résistance mécanique des poudres est suffisante pour les composants de stator et aussi pour les rotors avec des forces centrifuges modérées. Les propriétés isotopes et la métallurgie des poudres permettant de fabriquer des éléments 3-D avec des surfaces lisses et des dimensions précises [GZLZ06]. Cela peut conduire à des conceptions et des modèles qui réduisent les volumes du cuivre et qui facilite le refroidissement de la machine. Les propriétés isotropes sont également idéales pour la conception des machines qui doivent porter le flux en 3D.

La segmentation d'un stator peut être utilisée pour simplifier le processus d'évacuation de la chaleur et améliorer le facteur de remplissage du cuivre. Les machines à base de poudres de fer fonctionnent très bien dans certains types de machines comme les machines à aimants ou les moteurs universels, où la perméabilité maximale du matériau magnétique doux est de moindre importance [Jac98b, HGSS06]. En revanche, les machines à induction qui exigent une perméabilité plus importante, sont moins adaptées à la technologie des poudres.

Les matériaux en poudres de fer sont relativement nouveaux dans les machines électriques. Améliorer la conception et la modélisation de ce matériau permettra alors d'améliorer leur compétitivité.

Les outils de prédiction et d'optimisation du fonctionnement des dispositifs industriels sont une nécessité absolue. La performance de la prédiction passe inévitablement par une analyse complète des phénomènes qui régissent les systèmes. Le recours croissant quasiment systématique à la modélisation numérique avant toute fabrication impose aux chercheurs la nécessité de proposer des outils de plus en plus fiables et précis. La modélisation numérique par l'utilisation de la méthode des éléments finis (MEF) pour la résolution des équations aux dérivées partielles est considérée aujourd'hui comme la plus adaptée et a donné naissance à plusieurs codes et logiciels de calcul de champ. Un des problèmes principaux dans les calculs de champs par les équations de Maxwell est de définir de façon précise les lois de comportement des milieux. Il est alors nécessaire d'intégrer notamment des modèles de l'hystérésis magnétique dans les calculs. L'étude de l'hystérésis est portée par de nombreux mathématiciens et physiciens pour décrire et comprendre ce phénomène. La multitude des modèles nous renseigne sur la difficulté de décrire fidèlement ce phénomène.

En ce qui concerne les poudres de fer, les particularités géométriques, la densité des composants et le processus de fabrication s'ajoutent aux problèmes précédents. En effet, la connaissance de la composition des matériaux en poudres de fer à savoir la nature des particules et de l'isolant est insuffisante pour la connaissance des propriétés globales du matériau. Il y a plusieurs paramètres qui interviennent également comme la taille des particules, la nature aléatoire de leur distribution dans le volume, la géométrie irrégulière des particules de fer due à la forte compression à laquelle est soumis le matériau et enfin la densité du matériau. Le taux de remplissage du fer dans le volume jouent aussi un rôle déterminant dans les ca-

ractéristiques du matériau. Ces paramètres doivent alors être pris en considération lors de la modélisation de ce type de matériaux.

Le facteur d'échelle, c'est-à-dire le rapport entre les dimensions macroscopiques et les dimensions microscopiques existent dans beaucoup de problèmes physiques. Dans le cas des matériaux magnétiques on rencontre également ce problème. Par exemple entre les dimensions d'un stator et les épaisseurs de tôles et des isolants ou entre des pièces en poudres de fer et les particules. Il est alors difficile de traiter les phénomènes à l'échelle globale en tenant compte des phénomènes à l'échelle locale. La simplification de la géométrie d'étude par l'emploi des méthodes d'homogénéisations est alors nécessaire pour une étude comportementale correcte et précise.

Plusieurs méthodes d'homogénéisation existent pour estimer le comportement global des matériaux hétérogènes. Si les méthodes d'homogénéisation sont appliquées avec succès sur des matériaux avec des hétérogénéités périodiques, elles ne peuvent pas l'être pour les poudres de fer. En effet, les caractéristiques et la nature aléatoire des poudres de fer ne permettent pas d'y trouver une cellule naturellement périodique. En revanche, si une subdivision statistique en cellules élémentaires contenant suffisamment de particules de fer est effectuée, ces subdivisions pourraient avoir un comportement représentatif du matériau global. A la base de ce critère on peut définir ces cellules comme un motif représentatif des matériaux en poudres de fer.

L'objectif de notre travail est de développer un modèle comportemental des matériaux magnétiques et en particulier des poudres de fer capable de décrire le matériau réel en tenant compte des critères et des spécificités de ces matériaux. Ce travail s'articule autour de cinq chapitres.

- Le premier chapitre de la thèse fait un rappel sur le magnétisme suivi d'une description du processus d'aimantation et de l'hystérésis dans les matériaux ferromagnétiques. La seconde partie du chapitre décrira l'intérêt des matériaux en poudres de fer, leurs caractéristiques ainsi que leur place dans l'industrie. Une comparaison avec les tôles sera effectuée à la fin de ce chapitre.
- Le second chapitre présente la modélisation électromagnétique et les formulations adaptées aux besoins de notre travail. Pour compléter ces outils mathématiques, une partie du chapitre décrira également les modèles d'hystérésis développés dans la littérature et notamment le modèle de Preisach. La dernière partie de ce chapitre est dédiée à la présentation des méthodes d'homogénéisations les plus utilisées dans ce domaine, à savoir la méthode du problème inverse, la méthode dynamique et la méthode asymptotique.
- Le chapitre trois est consacré au développement et à la mise en oeuvre des solutions numériques pour la résolution des formulations présentées au chapitre 2. Ces modèles, basés

sur la méthode des éléments finis tridimensionnels, associent les interpolations nodales et vectorielles selon la nature de l'inconnue. Les formulations retenues et programmées dans ce cadre prend en compte la non linéarité des matériaux dans les problèmes magnéostatiques et magnétodynamiques. Le code ainsi développé sera intégré dans un code global du laboratoire pour enrichir ses possibilités de calcul.

- Le chapitre quatre est consacré à l'homogénéisation et à la modélisation des matériaux laminés. Une amélioration du modèle de Preisach associé à la fonction de Lorentz est présentée puis validée. Les techniques d'homogénéisation permettant d'évaluer les paramètres équivalents des tôles sont mises en oeuvre pour des champs normaux et tangentiels aux tôles.
- Le dernier chapitre traite quant à lui de la modélisation des poudres de fer. Après une rapide présentation des paramètres intervenant dans le comportement électromagnétique des poudres, une étude analytique simplifiée sera menée pour déterminer la relation entre la fréquence et la taille des poudres afin de minimiser les pertes Joule. La modélisation des poudres sera ensuite abordée par l'introduction d'une nouvelle technique de génération aléatoire des géométries . Des cellules élémentaires statistiquement représentatives seront ensuite introduites pour calculer les paramètres homogénéisés du matériau. Ce chapitre se termine par une étude paramétriques des poudres de fer.

Généralités sur les matériaux ferromagnétiques

Sommaire

1.1	Introduction	16
1.2	Aimantation des matériaux ferromagnétiques	18
1.3	Moments magnétiques de l'électron - Origine du magnétisme . .	19
1.3.1	Moment magnétique orbital	19
1.3.2	Moment magnétique du spin	20
1.4	Types de magnétisme	21
1.5	La théorie du ferromagnétisme	22
1.5.1	Formation des domaines - considérations énergétiques	22
1.5.2	Les parois des domaines	24
1.5.3	Le mouvement des parois de domaines	25
1.6	Processus d'aimantation	25
1.6.1	Etat de de désaimantation	26
1.6.2	Zone de la perméabilité initiale	26
1.6.3	Zone de la aimantation irréversible	27
1.6.4	Zone du coude de saturation	27
1.6.5	Zone de saturation	27
1.6.6	Le cycle d'hystérésis	27
1.7	Les pertes dans les matériaux magnétiques	28
1.7.1	Les pertes par hystérésis	29
1.7.2	Les pertes par courants de Foucault	29
1.8	Principaux matériaux ferromagnétiques utilisés en Génie Elec- trique	30
1.9	Les tôles magnétiques	32
1.9.1	Classification des tôles	32

1.9.2	Elaboration des tôles	32
1.10	Les matériaux en poudres de fer	33
1.10.1	Poudres de fer	33
1.10.2	Processus de fabrication des matériaux en poudre de fer	34
1.10.3	Taille et forme des particules	34
1.10.4	La Compression	36
1.11	Comparaison poudres de fer et tôles	37
1.11.1	La perméabilité	37
1.11.2	Les pertes massiques	38
1.11.3	Les propriétés thermiques	38
1.11.4	Le propriétés mécaniques	39
1.12	Modèle physique	39
1.13	Conclusion	40

1.1 Introduction

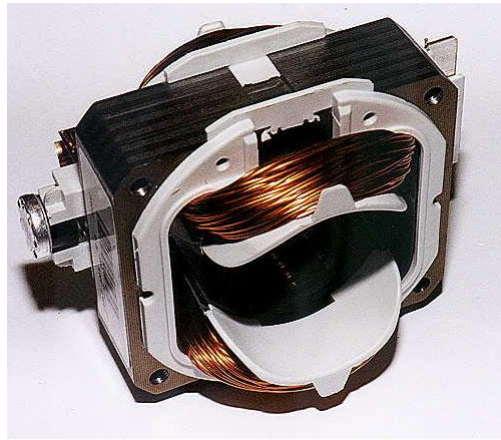
Les matériaux magnétiques sont omniprésents dans les domaines du génie électrique et de la télécommunication. La nature, la structure et la géométrie de ces matériaux dépendent du domaine d'application et sont souvent corrélés à la fréquence de travail.

- En basses fréquences, ils sont composés essentiellement de tôles magnétiques isolées les unes par rapport aux autres pour limiter les pertes par courant de Foucault. C'est le cas, par exemple, des circuits magnétiques des machines électriques et des transformateurs de distribution. On utilise également ces matériaux sous forme massique en courant continu ou à très basse fréquence dans les rotors des machines électriques.
- En hautes fréquences, les tôles magnétiques ne sont pas utilisables principalement à cause des pertes Joule très importantes. On utilise alors des circuits magnétiques fabriqués à partir de poudres de fer isolées entre elles. Le procédé de fabrication limite le chemin des courants de Foucault et diminue ainsi les pertes par courants induits. Les poudres de fer sont utilisées notamment dans les circuits magnétiques des transformateurs des convertisseurs ou en télécommunication. Elles sont également utilisées comme concentrateur de champ pour le chauffage par induction [RLCB03].

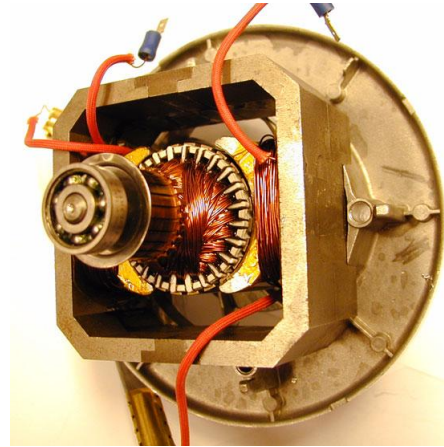
Cependant, l'utilisation des poudres de fer ne se limite pas à ces applications. Avec la maîtrise de la fabrication de ces matériaux, on s'oriente de plus en plus vers la conception de machines électriques à base de poudres de fer.

On prend par exemple le moteur fonctionnant à 50-60 Hz utilisé dans les appareils électroménagers [Hög] comme le montre la figure 1.1 où les poudres de fer se substituent aux conceptions existantes en tôles. Le moteur conçu par Höganäs AB avec quatre types de poudres différentes, donne des performances égales en terme d'efficacité et de puissance à celles obtenues avec le stator en tôles. L'utilisation des poudres de fer réduit le volume du cuivre et facilite le refroidissement de la machine.

Les figures 1.2 et 1.3 donnent un autre exemple de moteur en poudres à couple élevé. Ce moteur est conçu avec un nombre important de pôles assemblés par deux stators similaires [MJAD02]. Dans ce type de conception, l'utilisation des poudres de fer facilite la réalisation.



(a) Stator du moteur en tôles

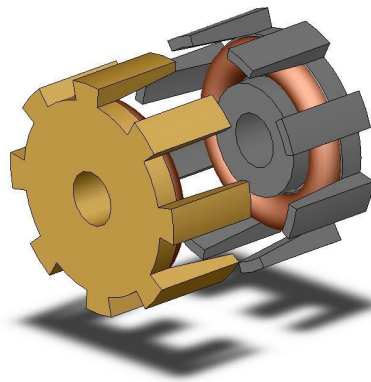


(b) Prototype du moteur en poudres de fer

FIGURE 1.1: Moteurs en poudres et en tôles



(a) Partie du stator



(b) Conception de l'assemblage



(c) Stator assemblé

FIGURE 1.2: Assemblage d'un stator en poudre

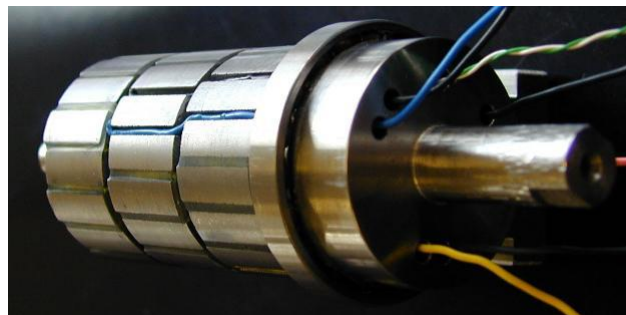


FIGURE 1.3: Moteur en poudres de fer

Il y a enfin des applications où on peut tirer profit des avantages des tôles et des matériaux en poudres de fer. La figure 1.4 montre un exemple de machines hybride poudres de fer - tôles

[AMW02]. Les tôles ont été utilisées dans des régions où l'écoulement du flux est laminaire et les poudres de fer sont utilisées dans les régions où le flux est en trois dimensions.

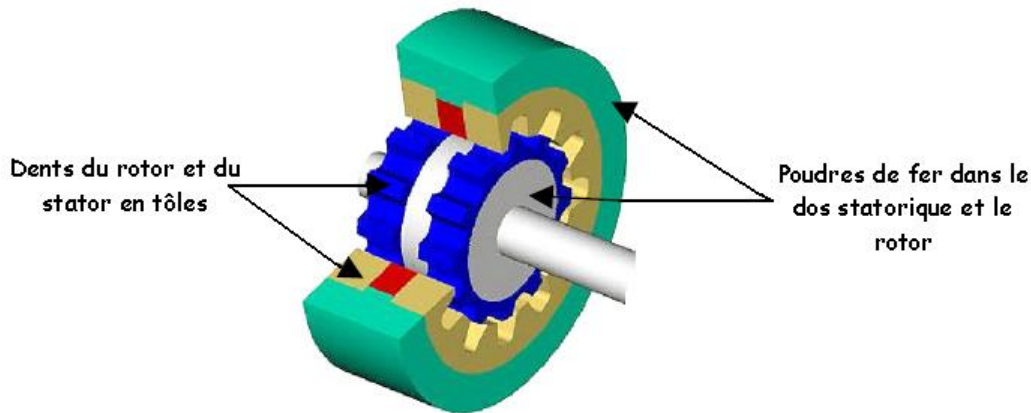


FIGURE 1.4: MRVDS en tôles et en poudres de fer

D'un point de vue microscopique, les poudres de fer et les tôles peuvent avoir le même comportement. En effet, si les particules de fer sont grandes par rapport aux domaines magnétiques, les comportements des poudres de fer et des tôles seront alors régis par les mêmes lois physiques. La première partie de ce chapitre sera alors consacrée à la présentation des différents aspects du magnétisme dans les corps ferromagnétiques. Par ailleurs, le mode d'élaboration et de fabrication des matériaux en poudres de fer a une forte influence sur leurs propriétés résultantes. Dans la deuxième partie de ce chapitre, une description succincte du mode de fabrication ainsi que son implication sur les propriétés magnétiques sera présentée. L'estimation correcte de ces propriétés nous permettra de calculer des grandeurs physiques comme par exemple la distribution de champ ou encore les différentes pertes. Cette estimation passe par le développement de modèles comportementaux fiables qui constitue l'objectif principal de notre travail.

1.2 Aimantation des matériaux ferromagnétiques

La théorie du magnétisme utilise deux vecteurs pour expliquer les phénomènes magnétiques : le champ magnétique \mathbf{H} et l'induction magnétique \mathbf{B} [Bri97a, Che86, dLc00, DT98, Rob89]. Dans le vide, cette relation est donnée par :

$$\mathbf{B} = \mu_0 \cdot \mathbf{H} \quad (1.1)$$

Où μ_0 est la perméabilité magnétique dans le vide ($\mu_0 = 4.\pi.10^{-7}\text{H/m}$). Dans le cas des matériaux ferromagnétiques, cette relation est souvent très complexe. Il est alors nécessaire d'introduire un troisième vecteur \mathbf{M} appelé aimantation, qui répond à l'équation :

$$\mathbf{B} = \mu_0.(\mathbf{H} + \mathbf{M}) \quad (1.2)$$

Les relations $\mathbf{B} = f(\mathbf{H})$ ou $\mathbf{M} = f(\mathbf{H})$ représentent le processus d'aimantation et se traduisent graphiquement sur la courbe d'aimantation ou sur la caractéristique d'aimantation. Ce processus dépend de la géométrie et de la structure de la matière ainsi que de certaines constantes magnétiques [Ber98].

1.3 Moments magnétiques de l'électron - Origine du magnétisme

Le champ magnétique est généré par le déplacement de charges électriques c'est-à-dire par la présence de courants électriques. A l'échelle atomique, le déplacement des électrons crée un moment magnétique bipolaire qui est la source du magnétisme [Juf98].

Pour un matériau non magnétisé, c'est-à-dire non soumis à un champ magnétique externe, les champs magnétiques créés par les courants des dipôles magnétiques sont dispersés uniformément dans tous les sens. Ils se compensent alors de telle sorte que le champ global résultant soit nul. Lors de la présence d'un champ magnétique externe, les champs de dipôles sont orientés dans un sens privilégié, le champ global est alors dirigé dans ce sens.

L'aimantation d'un matériau prend naissance par le mouvement des électrons. Du point de vue de la mécanique classique, un électron circulant en orbite autour du noyau crée un moment magnétique perpendiculaire au plan de l'orbite. En effet, l'électron possède deux types de mouvement, orbital et de spin. La contribution relative du mouvement orbital et de spin dépend du type de matériau.

1.3.1 Moment magnétique orbital

L'électron décrit une orbite autour du noyau. L'électron possède une charge électrique "e" et décrit une orbite qui embrasse une aire A en un temps τ (figure 1.5), le moment magnétique orbital \mathbf{m}_0 s'exprime alors par :

$$\mathbf{m}_0 = -\frac{e A}{\tau} \mathbf{e}_z \quad (1.3)$$

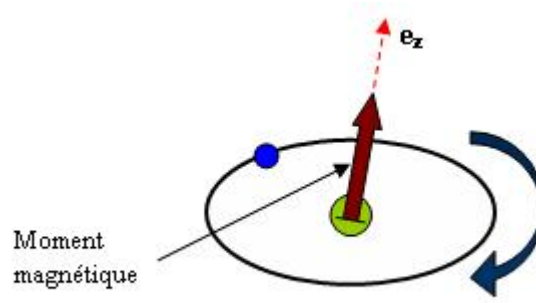


FIGURE 1.5: Le moment magnétique orbital

1.3.2 Moment magnétique du spin

Chaque électron possède un mouvement de rotation sur lui même appelé moment cinétique du spin (ou simplement le spin) à qui on associe un moment magnétique du spin illustré sur la figure 1.6 et qui s'écrit de la façon suivante :

$$\mathbf{m}_s = \frac{e \cdot \hbar}{2 \cdot m_e} \mathbf{e}_z \quad (1.4)$$

Avec :

e : la charge élémentaire

\hbar : la constante de Planck normalisée

m_e : la masse de l'électron

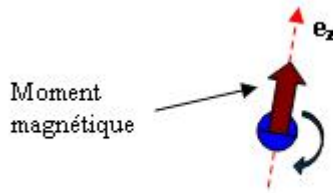


FIGURE 1.6: Le moment magnétique du spin

Le moment magnétique total \mathbf{m} de l'électron est la somme de la contribution du moment magnétique du spin et du moment magnétique orbital :

$$\mathbf{m} = \mathbf{m}_0 + \mathbf{m}_s \quad (1.5)$$

1.4 Types de magnétisme

Les substances qui peuvent être magnétisées par un champ magnétique sont appelées en général matériaux magnétiques [Bri97a]. Afin d'établir un critère de classification des différents types de matériaux magnétiques, nous avons besoin d'introduire une nouvelle grandeur appelée susceptibilité magnétique χ . Elle est définie comme étant la relation entre l'aimantation \mathbf{M} et le champ magnétique \mathbf{H}

$$\mathbf{M} = \chi \cdot \mathbf{H} \quad (1.6)$$

Ainsi, la perméabilité magnétique relative du matériau est exprimée à partir de la susceptibilité avec l'équation ci-dessous :

$$\mu_r = (1 + \chi) \quad (1.7)$$

La valeur de la susceptibilité varie sur une fourchette allant de 10^{-5} pour un faible magnétisme jusqu'à 10^6 pour un fort magnétisme. Dans certains cas, la valeur de la susceptibilité magnétique peut être négative et dans d'autre cas, elle ne présente pas une valeur constante mais dépend du champ magnétique \mathbf{H} . On peut interpréter le comportement de la susceptibilité magnétique en fonction de la structure des matériaux. En adoptant ce critère, les principaux types de comportements magnétiques que l'on peut rencontrer sont : le diamagnétisme, le paramagnétisme, le ferrimagnétisme, le ferromagnétisme et l'antiferromagnétisme [dLc00].

Nous nous intéressons dans notre travail aux matériaux dont la susceptibilité magnétique est importante, c'est le cas des ferrites et les matériaux ferromagnétiques. En résumé, les différents comportements magnétiques des matériaux peuvent être illustrés par les figures 1.7a et 1.7b

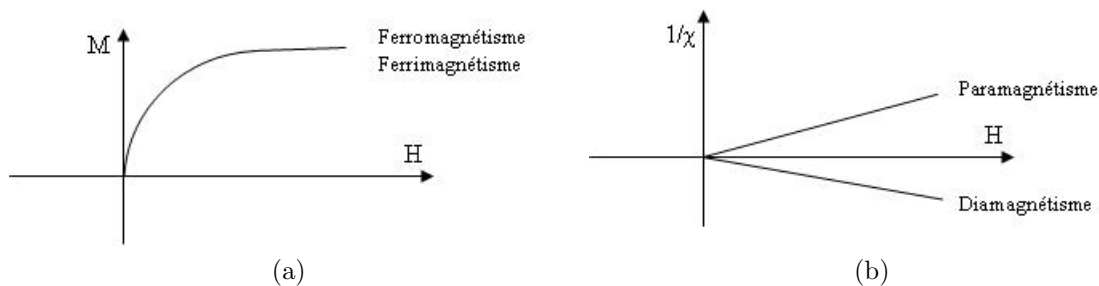


FIGURE 1.7: Illustration des différents comportements magnétiques

Si on applique un champ extérieur sur un matériau ferromagnétique, l'aimantation apparente augmente comme le montre la figure 1.7a, en atteignant finalement l'aimantation à saturation. Si le champ appliqué est réduit, l'aimantation diminue à nouveau mais elle ne revient pas à la valeur initiale. Ce processus irréversible s'appelle l'hystérésis, mis en évidence par le postulat de Weiss en 1907.

1.5 La théorie du ferromagnétisme

Un matériau ferromagnétique, en l'absence d'un champ extérieur, et en dépit d'une aimantation spontanée ne présente aucune aimantation apparente (extérieure). En revanche, l'application d'un champ externe même faible, produit une aimantation. Pour expliquer ce phénomène, Pierre Weiss a postulé l'existence de petites régions appelées domaines magnétiques, dont chacune est spontanément magnétisée [Wei06, Wei07]. En effet, un matériau ferromagnétique se divise spontanément en un grand nombre de régions que l'on appelle domaines élémentaires de Weiss ou domaines magnétiques [Cou98]. Ce postulat a été par la suite pleinement vérifié par l'expérience [Dur68].

Au sein des domaines de Weiss, l'aimantation est orientée suivant des directions imposées par la minimisation des différentes énergies. Elles seront majoritairement suivant les directions de facile aimantation. Lors de l'absence de champ externe, la direction de aimantation d'un domaine par rapport à l'autre est indépendante et arbitraire. C'est pour cela que l'aimantation macroscopique résultante est nulle.

1.5.1 Formation des domaines - considérations énergétiques

L'hystérésis magnétique est un effet à l'échelle mésoscopique c'est-à-dire à une échelle intermédiaire entre l'échelle atomique et l'échelle macroscopique [Bri97b]. Il est dû au comportement des domaines. À mesure que le champ externe varie, les domaines varient et adoptent une forme définie conséquence de la minimisation énergétique. Dans le cas des domaines magnétiques, les énergies qui interviennent sont :

- L'énergie d'échange
- L'énergie d'anisotropie magnétocristalline
- L'énergie magnétostrictive
- L'énergie magnétostatique

1.5.1.1 Energie d'échange

C'est une énergie du type microscopique, qui résulte de la mise en commun partielle des trajectoires d'un électron périphérique entre deux atomes voisins. La valeur de cette énergie est égale à l'énergie qu'il faudrait fournir pour rompre cette situation. Cette énergie d'échange a tendance à aligner les moments magnétiques microscopiques de chaque atome dans le cas ferromagnétique. La figure 1.8 illustre l'alignement des moments magnétiques de deux atomes adjacents.

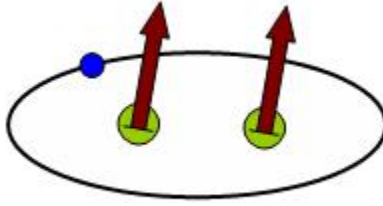


FIGURE 1.8: Alignement des moments magnétiques

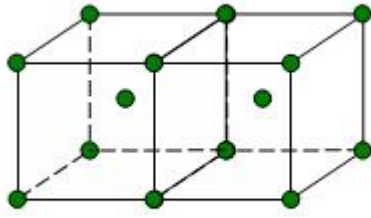
1.5.1.2 Energie d'anisotropie magnéto-cristalline

La distance entre deux atomes voisins dépend de leur position relative dans le réseau cristallin (1.9a). L'énergie d'échange sera donc fonction de l'orientation des moments magnétiques de chaque atome. Ainsi, il existera des directions d'orientations privilégiées de ces moments que l'on appelle direction de facile aimantation (figure 1.9b). L'énergie d'anisotropie représente l'énergie à fournir pour faire tourner l'ensemble de ces moments dans une direction donnée (1.9c).

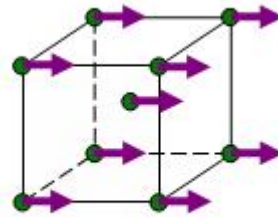
Lorsqu'on applique un champ d'excitation dans la direction de facile aimantation, l'énergie à fournir est faible car la direction du champ d'excitation est la même que celle des moments magnétiques microscopiques. Par contre, si l'on excite le matériau avec un champ d'excitation autre que la direction de facile aimantation, l'énergie à fournir est plus importante.

1.5.1.3 Energie magnétostrictive

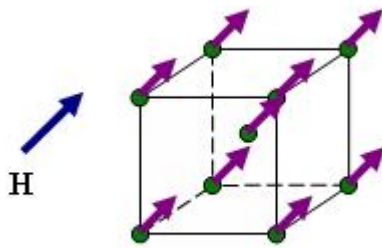
L'énergie d'échange a pour origine la mise en commun d'un ou plusieurs électrons entre deux atomes voisins et pour conséquence l'alignement des moments magnétiques microscopiques de ces deux atomes voisins. En raison de la structure cristalline des atomes, la distance entre les atomes est régulière, la mise en commun d'électrons se fera toujours de façon préférentielle entre les atomes les plus proches physiquement. Si on applique une contrainte mécanique, on modifie la distance entre les atomes ce qui a pour effet de modifier l'état d'énergie et de créer une anisotropie. L'énergie magnétostrictive correspond à l'énergie mécanique qu'il a fallu fournir au matériau pour modifier les mises en commun d'électrons.



(a) Réseau cristallin cubique centré



(b) Direction de facile aimantation

(c) Rotation des moments magnétiques dans la direction du champ H FIGURE 1.9: Alignement des moments magnétiques suivant le champ d'excitation H dans le cas du fer

1.5.1.4 Énergie magnétostatique

C'est l'énergie correspondant à l'action sur chaque atome des champs magnétiques créés par tous les atomes voisins.

La minimisation de toutes ces énergies a pour conséquence l'apparition des domaines de Weiss. Au sein d'un domaine, l'aimantation est orientée suivant la direction imposée par la minimisation d'énergie. La séparation des domaines de Weiss est matérialisée par des parois appelées parois des domaines.

1.5.2 Les parois des domaines

Dans le processus d'aimantation, la plupart des actions sont générées par expansion des domaines qui se produisent par le déplacement des parois. Ces parois ont des propriétés différentes du reste du domaine. Elles sont des zones tampons qui assurent la transition entre deux domaines comme le montre un exemple de la figure 1.10. Les parois en plus de posséder une certaine énergie possèdent aussi une largeur de l'ordre de quelques espaces atomiques.

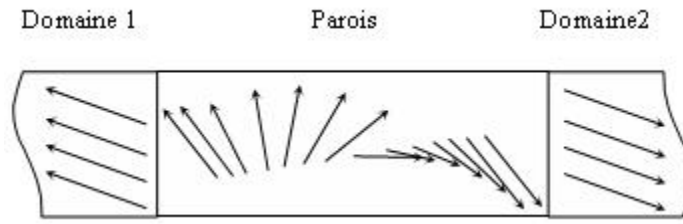


FIGURE 1.10: Exemple de paroi entre deux domaines de WEISS

L'énergie de la paroi diminue avec l'épaisseur, en revanche, sa largeur est limitée par la présence de l'énergie magnéto cristalline qui augmente avec la taille de la paroi. Cette taille est déterminée par l'équilibre entre l'énergie d'anisotropie magnéto cristalline et l'énergie d'échange. À l'intérieur de la paroi, les moments magnétiques tournent peu à peu de la direction d'un domaine à la direction de l'autre domaine de sorte que la plupart d'entre eux ne sont orientés à aucune des directions favorables.

La manière dont les moments magnétiques tournent à l'intérieur de la paroi d'un domaine à un autre n'est pas unique. Il existe des situations où un type de rotation est plus favorable qu'un autre.

1.5.3 Le mouvement des parois de domaines

Lorsqu'on applique un champ extérieur, il peut rompre l'équilibre des parois. Les moments qui peuvent répondre plus facilement sont ceux qui sont dans les parois. Les domaines croissent favorablement en produisant un effet similaire au mouvement des parois.

Si on applique un champ extérieur dans la direction de l'un des domaines adjacents à la paroi, le champ externe casse l'équilibre en faveur de la direction du champ appliqué. Les moments des parois tournent légèrement au fur et à mesure que le champ augmente.

1.6 Processus d'aimantation

A partir d'un état désaimanté, on soumet un matériau ferromagnétique à un champ magnétique uniformément croissant d'une valeur nulle à une valeur H_m . Ceci provoque l'apparition d'une aimantation qui peut être regroupée en plusieurs zones [Chi64] :

- Etat de désaimantation
- Zone de la perméabilité initiale
- Zone d'aimantation irréversible

- Zone du coude de saturation
- Approche à la saturation

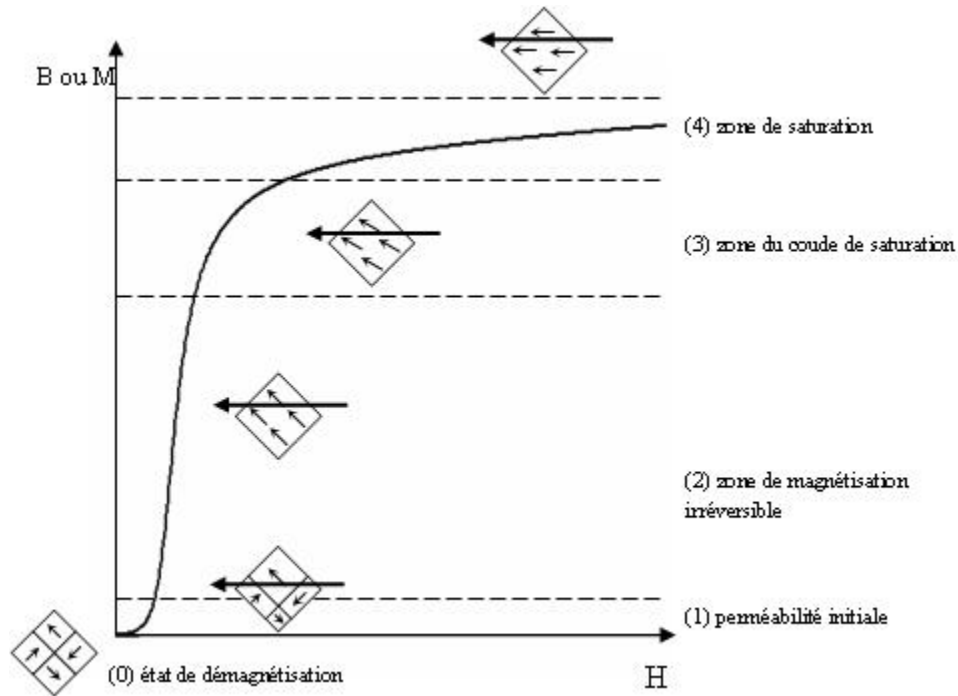


FIGURE 1.11: Processus d'aimantation (courbe de première aimantation)

1.6.1 Etat de de désaimantation

L'échantillon n'a pas été préalablement exposé à un champ, il est dans son état naturel. Les domaines ont des orientations de telle sorte que l'aimantation résultante soit nulle.

1.6.2 Zone de la perméabilité initiale

A partir d'un état désaimanté, l'application d'un champ magnétique d'excitation uniformément croissant provoque l'apparition d'une aimantation magnétique. Dans la zone de perméabilité initiale, l'aimantation change d'une manière réversible. Le processus d'aimantation réversible de cette zone se produit par des déplacements réversibles des parois des domaines. Il produit une croissance des domaines alignés favorablement avec le champ en suivant les critères de minimisation énergétique.

1.6.3 Zone de la aimantation irréversible

Si on augmente le champ appliqué \mathbf{H} , l'aimantation connaîtra une augmentation importante en suivant un processus irréversible, elle augmente par des déplacements irréversibles des parois d'une position stable à une autre. Les moments magnétiques tournent de leurs directions originales à l'une des directions des axes cristallographiques favorables qui sont proches de la direction du champ appliqué.

1.6.4 Zone du coude de saturation

En augmentant le champ appliqué, la courbe d'aimantation est moins raide et le processus de rotation des moments magnétiques est réversible. Les domaines qui étaient orientés aux axes cristallographiques favorables les plus proches de la direction du champ ont occupé tout le spécimen et maintenant tournent suivant la direction du champ.

1.6.5 Zone de saturation

Dans cette zone, l'aimantation s'approche graduellement de la saturation. Cet effet se produit par l'alignement parfait des moments magnétiques sur le champ. L'aimantation à saturation, correspond à l'alignement de tous les moments magnétiques atomiques du matériau dans la direction du champ.

La courbe obtenue à partir de l'état de déaimantation à l'état de saturation est appelée la courbe de première aimantation.

Ce processus produit également de l'effet magnétothermique, qui consiste en la production de chaleur dans le processus d'aimantation. Cette dissipation de chaleur est appelée perte par hystérésis.

1.6.6 Le cycle d'hystérésis

Supposons qu'à partir d'une certaine valeur de l'aimantation, par exemple de la saturation, on diminue le champ appliqué. En principe la courbe devrait suivre le même chemin. Cependant ce n'est pas le cas, l'induction $\mathbf{B} = f(\mathbf{H})$ revient sur un chemin différent, c'est ce que l'on appelle le phénomène d'hystérésis. C'est sir James Alfred EWING (1855 - 1935) qui remarqua le phénomène et qui l'appela ainsi.

H_m et B_m sont respectivement le champ et l'induction magnétiques à partir desquels on réduit progressivement le champ appliqué. Lorsque le champ appliqué s'annule l'aimantation garde une valeur notable B_r appelée induction rémanente.

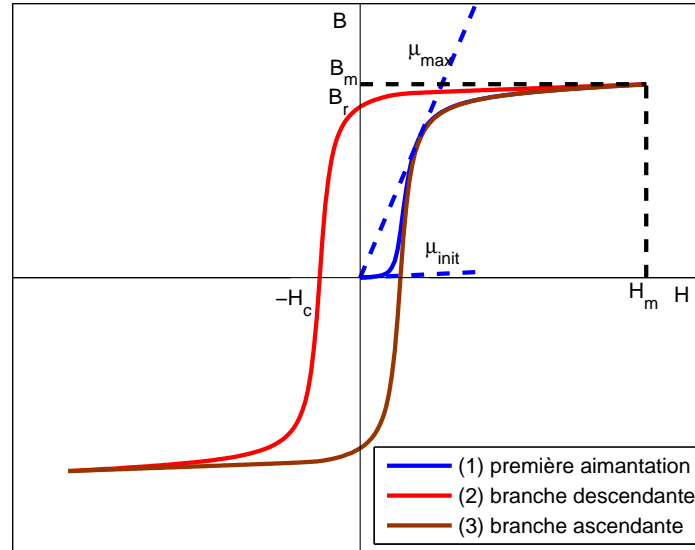


FIGURE 1.12: Le cycle d'hystérésis

Il faut appliquer un champ de sens inverse, le champ coercitif H_c , pour annuler cette induction résiduelle. La courbe continue à décroître jusqu'au point $(-H_m, -B_m)$.

De façon similaire, on augmente le champ à partir du point de saturation inverse, l'induction suit la portion (3) de la figure 1.12. Les courbes (2) et (3) se referment et constituent le cycle d'hystérésis. Si le signal d'excitation est périodique, l'induction magnétique trace toujours le même cycle d'hystérésis. Mais si à un moment d'excitation, on change l'histoire du champ, la courbe de l'induction adoptera une courbe différente sur ce cycle. Le cycle d'hystérésis est toujours parcouru dans le même sens.

La surface du cycle représente le travail fourni pour changer l'aimantation du matériau appelé communément pertes magnétiques. Plus le cycle est large, plus les pertes sont grandes. Ces pertes traduisent le niveau de défauts dans la structure matérielle qui limite le mouvement des domaines magnétiques.

Les pertes totales du matériau sont aussi fonction de sa résistivité qui conditionne les pertes dues aux courants de Foucault. Celles-ci sont induites par la variation du champ magnétique.

1.7 Les pertes dans les matériaux magnétiques

Lors de la conception des machines électriques, il est alors nécessaire de connaître la caractéristique d'aimantation, les cycles d'hystérésis et la résistivité pour pouvoir estimer correctement les pertes.

D'une manière générale, la connaissance des pertes dans un dispositif donné est d'une importance capitale pour s'assurer de la viabilité par exemple d'une machine électrique à travers le calcul de son rendement et surtout pour voir si la température est acceptable pour ses composants les plus fragiles comme les bobinages et les isolants dans le cas des machines électriques.

Les pertes dans les matériaux magnétiques sont classifiées dans trois catégories :

1. Les pertes par hystérésis (P_h)
2. Les pertes par courants de Foucault (P_{cf})
3. Les pertes résiduelles (P_r)

Les pertes résiduelles ou par excès ne sont pas trop bien comprises. Ces pertes ne sont importantes qu'à faible excitation en hautes fréquences et peuvent être négligées dans les applications de puissances. Les pertes principales totales d'un dispositif magnétique sont alors les pertes par courants de Foucault et par hystérésis.

1.7.1 Les pertes par hystérésis

Aux basses fréquences les pertes par hystérésis représentent la partie principale de pertes totales. Ces pertes peuvent être exprimées par l'équation suivante :

$$P_h = f \int \mathbf{B} \, d\mathbf{H} \quad (1.8)$$

Où, f est la fréquence d'alimentation et \mathbf{H} et \mathbf{B} sont respectivement le champ et l'induction magnétiques.

Dans les matériaux en poudres de fer, les impuretés contenues dans les particules de fer donnent lieu à des épingles qui entravent le déplacement des parois des domaines. Par conséquent, le champ coercitif augmente. L'utilisation du fer à haute pureté réduit ce défaut et réduit ainsi le champ coercitif. Le traitement thermique demeurant la principale mesure à prendre pour réduire les pertes d'hystérésis [SJ06].

1.7.2 Les pertes par courants de Foucault

Les pertes par courants de Foucault sont dues aux courants induits dans le circuit magnétique. Lorsque les courants de Foucault sont induits dans les matériaux, deux effets sont observés : aimantation incomplète du matériau (effet de peau) et l'augmentation des pertes totales.

Les pertes par courants de Foucault peuvent être minimisées de diverses façons. Tout d'abord, la résistivité est augmentée par l'addition de Silicium au matériau magnétique. Une autre technique consiste à utiliser des matériaux laminés et une dernière technique consiste en l'utilisation de poudres de fer isolées entre elles. Le revêtement de chaque particule de fer donne de très petits chemins aux courants induits à l'intérieur des particules et une haute résistivité au matériau global. Seul inconvénient, les petites distances non magnétiques entre les particules entraînent une diminution de la perméabilité du matériau.

La modélisation et le calcul précis de ces pertes est l'un des objectifs principaux de notre travail.

1.8 Principaux matériaux ferromagnétiques utilisés en Génie Electrique

D'un point de vue pratique, en se référant à la valeur du champ coercitif H_c , on peut classer les matériaux ferromagnétiques en deux grandes catégories :

- Les aimants permanents ou matériaux magnétiques durs qui demeurent aimantés quand ils l'ont été. Ils se caractérisent par un champ coercitif élevé (H_c supérieur à quelques milliers d'ampères par mètre) et une induction rémanente faible.
- Les matériaux magnétiques doux qui s'aimantent et se désaimantent facilement. Leur champ coercitif est faible ($H_c < 1000 \text{ A.m}^{-1}$) tandis que leur induction rémanente est élevée. Le cycle d'hystérésis dans le cas des aimants permanents est très large comparativement à celui des matériaux doux. La figure 1.13 illustre deux exemples de cycle d'hystérésis des matériaux ferromagnétiques.

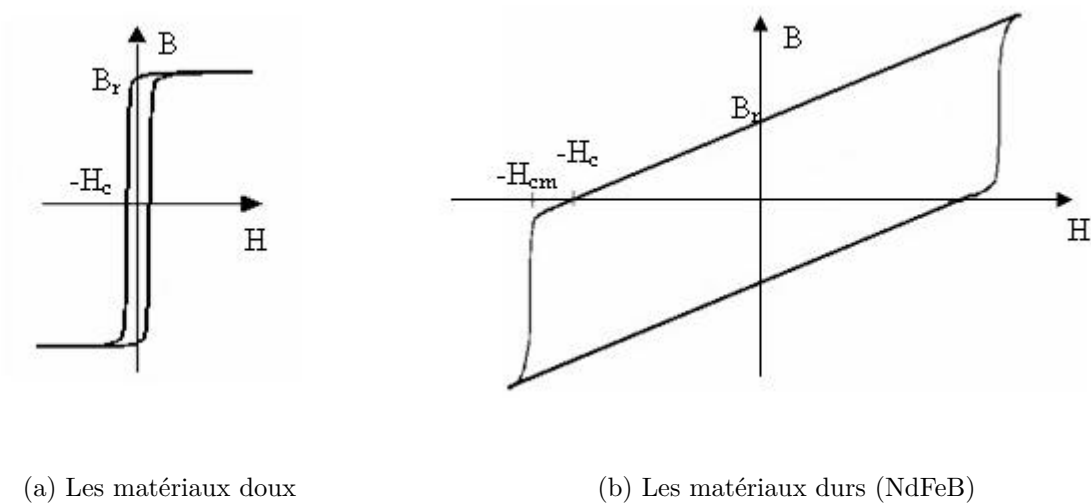


FIGURE 1.13: Le cycle d'hystérésis des matériaux ferromagnétiques

Les différents matériaux peuvent être classifiés en fonction de leur nature et structure suivant la figure 1.14 :

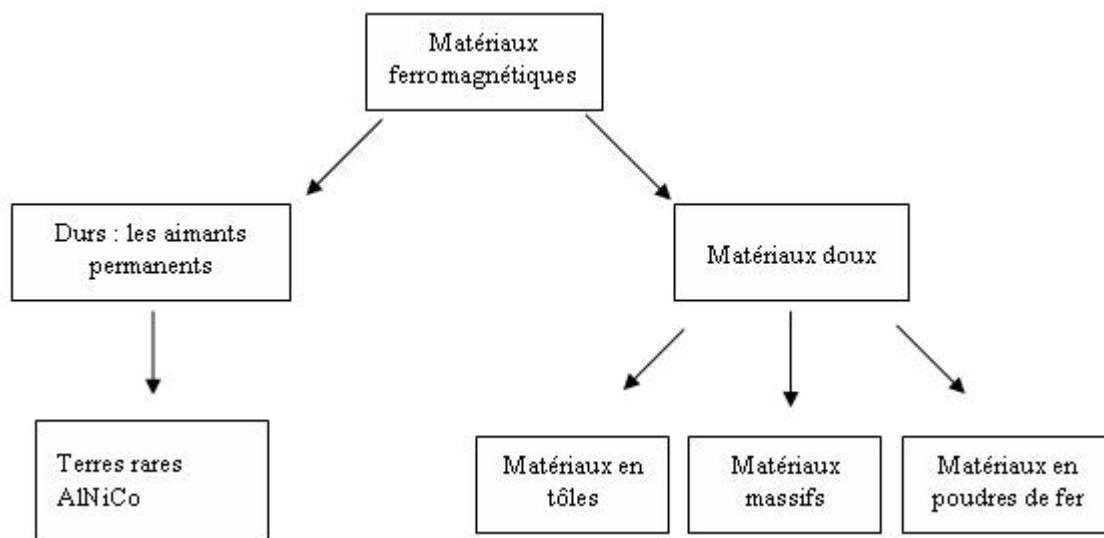


FIGURE 1.14: Classification des matériaux ferromagnétiques

Il existe deux types de matériaux magnétiques doux utilisés pour limiter les pertes par courants de Foucault : les matériaux en tôles isolées et les matériaux en poudres de fer. Les premiers sont les plus répandus et les plus utilisés notamment en basses fréquences, les seconds étant plus utilisés pour les fréquences élevées. Les matériaux en fer massifs sont également utilisés pour des rotors à aimants permanents ou quelques types de moteurs à induction.

Les principales grandeurs qui caractérisent la performance des matériaux magnétiques sont leur perméabilité, leur champ coercitif et leur pertes [Cou98]

1.9 Les tôles magnétiques

1.9.1 Classification des tôles

Deux grandes familles d'aciers sont utilisées pour la construction des circuits magnétiques des équipements électriques. Les tôles à grains orientés sont utilisées exclusivement pour les circuits magnétiques des machines statiques (transformateurs). C'est la texture de Goss qui leur confère des propriétés magnétiques remarquables quand les lignes d'induction sont parallèles à la direction de laminage, elle même très proche de la direction de facile aimantation. Les tôles à grains non orientés sont utilisées pour la construction des machines tournantes (générateurs, alternateurs, moteurs). Les constructeurs électriciens évaluent l'efficacité intrinsèque d'un matériau magnétique à partir de la valeur des pertes totales massiques mesurées à l'induction et à la fréquence de travail. Les caractéristiques magnétiques des produits disponibles (pertes et aimantation) dépendent de la composition chimique de l'acier, de la texture du matériau, de la taille de grain, de l'épaisseur de la tôle, du rôle éventuel du revêtement isolant et du traitement superficiel d'affinement des domaines magnétiques par faisceau laser [BV92].

1.9.2 Elaboration des tôles

Un procédé classique d'élaboration d'une tôle magnétique à grains non orientés peut être décrit par les étapes suivantes (après élaboration sous vide d'un acier au silicium) [Pat96] :

- Un laminage à chaud suivie d'un bobinage.
- Grenailage et de décapage acide.
- Laminage à froid en une ou plusieurs étapes suivie(s) d'un recuit pour obtenir une tôle à l'épaisseur finale. Le recuit final étant réalisé sous atmosphère contrôlée décarburante.

Dans un autre domaine de fabrication des tôles magnétiques, dites à grains orientés, le procédé de fabrication classique comprend, après élaboration d'un acier contenant dans sa composition une teneur en silicium d'environ 3%, du soufre, du manganèse, de l'aluminium et de l'azote pour former des inhibiteurs tels que le sulfure de manganèse ou le nitrure d'aluminium :

- Un laminage à chaud.
- Une opération dite de recuit initial consistant à élever la température de la tôle laminée à chaud pendant quelques minutes sous atmosphère contrôlée.
- Une opération de grenailage et de décapage acide.

- Une opération de laminage à froid suivie de recuits en atmosphère contrôlée.

Les tôles sont isolées entre elles par un vernis phosphaté d'une épaisseur de l'ordre de 2 microns. Pour les applications hautes fréquences, ces tôles requièrent un isolement plus important de l'ordre de 5 à 10 microns [Eur98].

La figure 1.15 montre un exemple de cycles d'hystérésis de tôles avec des grains orientés (GO) et des grains non orientés (GNO). Dans cet exemple, les tôles à GNO ont un cycle d'hystérésis plus large que les tôles à GO.

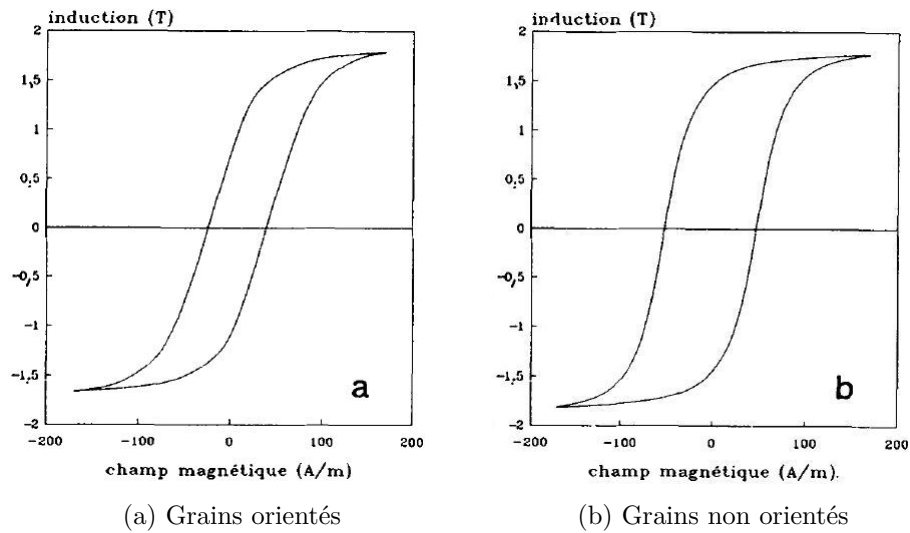


FIGURE 1.15: Cycles d'hystérésis de tôles

1.10 Les matériaux en poudres de fer

1.10.1 Poudres de fer

Pour la fabrication des matériaux en poudres de fer, les particules de fer sont recuites puis isolées en oxydant individuellement leurs surfaces. De cette façon, une couche très mince et dure d'isolation est obtenue et qui ne se décompose pas quand les poudres sont comprimés. La poudre préparée est comprimée sous haute pression pour produire un noyau solide. Ce procédé crée une structure magnétique avec un espace amagnétique distribué.

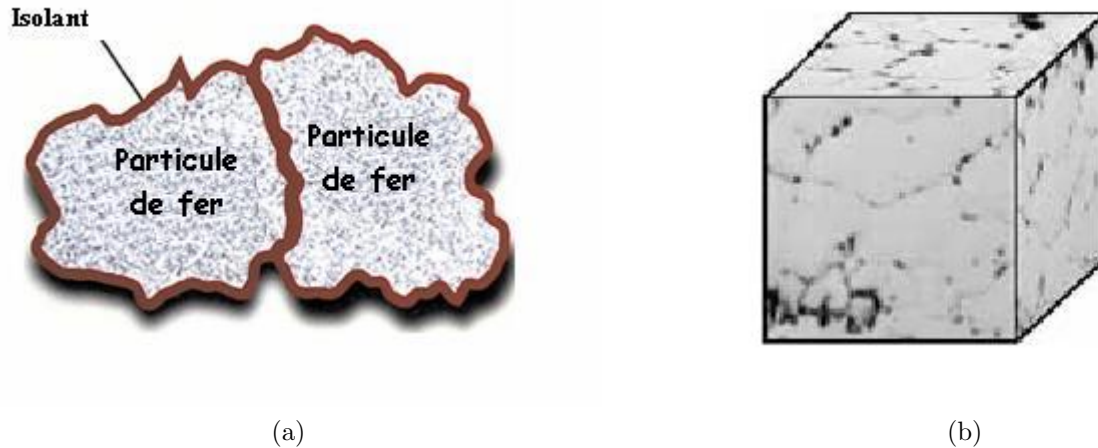


FIGURE 1.16: Exemple de matériaux en poudres de fer

1.10.2 Processus de fabrication des matériaux en poudre de fer

Au cours des dernières années, la métallurgie des poudres est devenue de plus en plus répandue dans l'industrie comme une alternative aux méthodes d'usinage conventionnelles pour toute une gamme de petits moteurs électriques. Le processus de fabrication des composants élimine un certain nombre d'étapes, utilise moins d'énergie et donne des résultats de forme qui nécessitent peu d'étapes de finition. L'intérêt de la métallurgie des poudres est également d'ordre économique. En effet, le procédé de mise en forme des matériaux par pressage obtient directement la pièce formée sans usinage, ce qui diminue les coûts de production et produit moins de déchets que l'usinage des tôles par exemple. Le produit final dépend de plusieurs paramètres tels que les propriétés des particules de fer, de la nature de leurs revêtements, du liant et du lubrifiant utilisés. Elles dépendent aussi de la force de compression et du traitement thermique qui suit. La figure 1.17 montre un schéma général de l'influence des paramètres et de leurs niveaux d'interventions dans le processus de fabrication.

1.10.3 Taille et forme des particules

Les poudres magnétiques sont disponibles avec des tailles variant entre quelques nanomètres et environ 500 microns. Dans les applications électrotechniques, ces tailles varient entre 50 et 300 microns. Les poudres peuvent être de forme spongieuses ou de forme proche de sphères selon l'usage auquel elles sont destinées (figure 1.18)

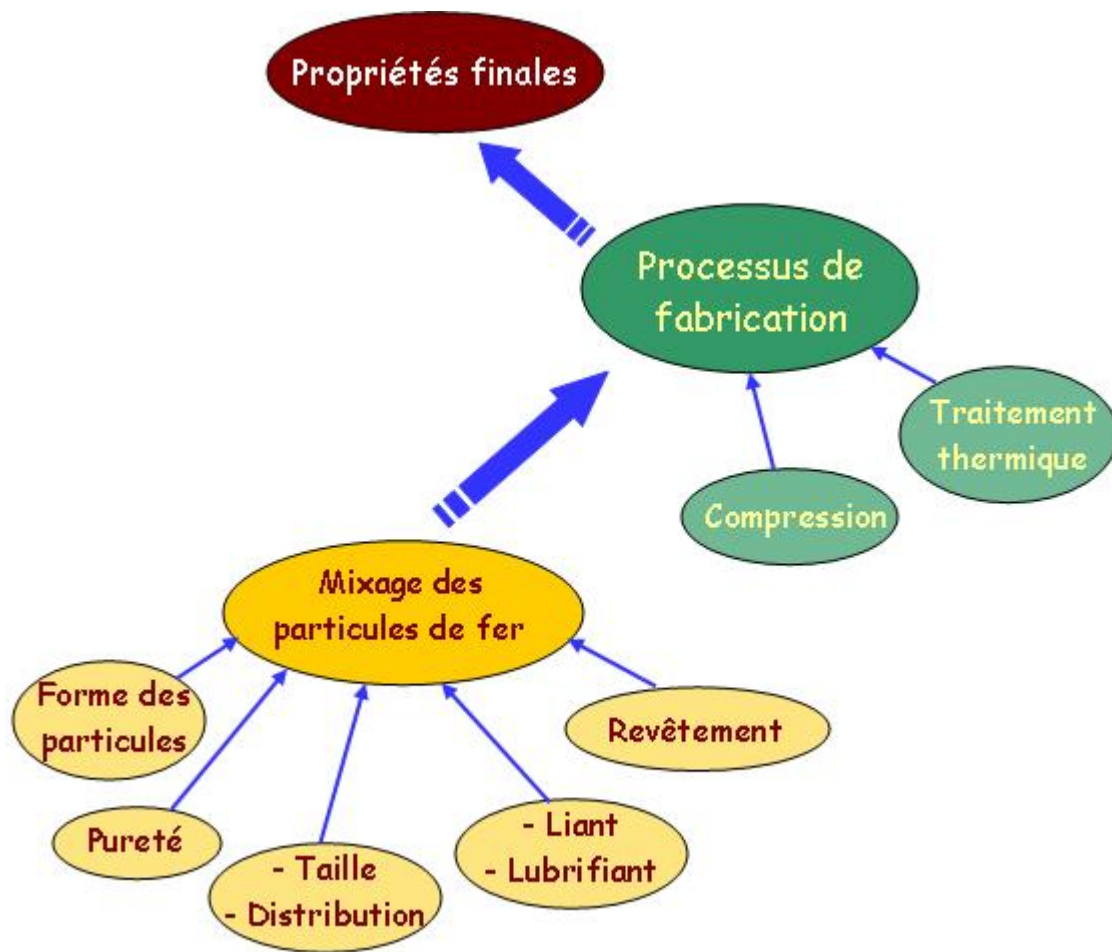
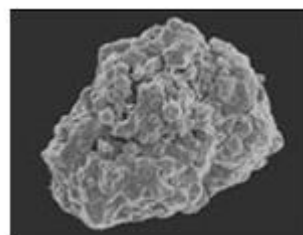


FIGURE 1.17: Paramètres affectant les propriétés des poudres de fer



(a) éponge



(b) Poudre pulvérisée

FIGURE 1.18: Différentes morphologie de poudres

La taille des particules affecte significativement les caractéristiques du matériau. La diminution de la taille de particule augmente l'espace amagnétique distribué, conduisant à des perméabilités plus faibles. Les courants induits seront toutefois diminués en raison de la taille des particules plus petite. La densité des pertes par hystérésis est pratiquement indépendante de la taille des particules surtout à basse fréquence. Ces faits sont illustrés dans les figures (1.19a et 1.19b) dans lesquelles deux matériaux avec des tailles différentes sont comparés,

Permite55K (< 45 microns) et Permite75TMK (< 150 microns) [HPE05]

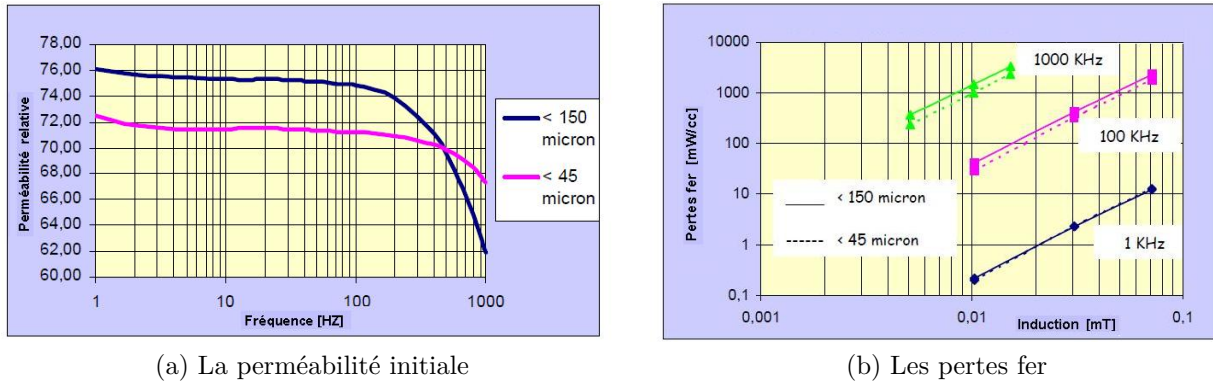


FIGURE 1.19: Efet de la tailles des particules

1.10.4 La Compression

La compression vise essentiellement la densification par rapprochement des particules de poudres et l'obtention de la forme suivant des dimensions précises (le moulage). La figure 1.20 illustre la densification d'un matériau en poudres de fer au fur et à mesure que la pression augmente [Hög]. Lorsque la pression augmente, les particules sont bloquées ainsi intervient la phase de déformation et les pores deviennent plus petits.

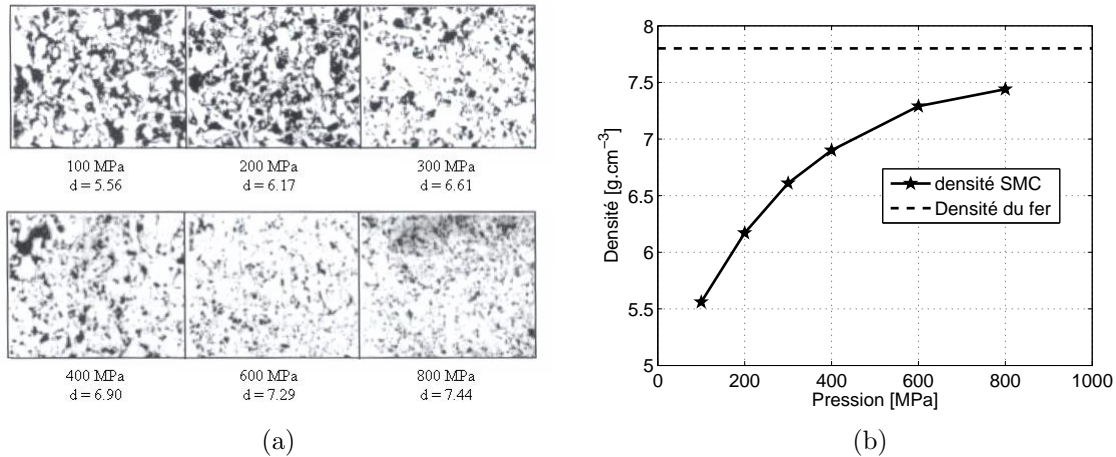


FIGURE 1.20: Evolution de la densité des matériaux en fonction de la pression de compactage

Des études ont été réalisées sur l'effet de la pression sur les matériaux ferromagnétiques. Makar et Tanner [MT00] ont étudié l'influence de la force de pression sur la perméabilité et l'induction à saturation. Nous reprenons le cas de fer à 0.003% de carbone à l'état initial puis lorsqu'il subit une force de pression de 160 MPa, le résultat des deux courbes de première aimantation est illustré sur la figure 1.21

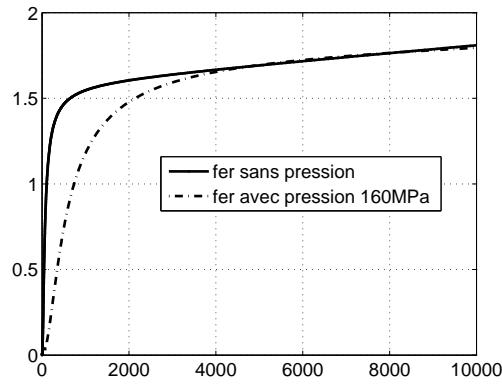


FIGURE 1.21: Courbe de première aimantation du fer massif à 0.003% C

Malgré la diminution de la perméabilité magnétique du fer lors de l'augmentation de la pression, cette dernière contribue à augmenter la densité du matériaux et donc la perméabilité dans le matériau fini. La figure 1.22 montre l'effet de la pression sur la caractéristique magnétique des matériaux en poudres de fer [HPE05]

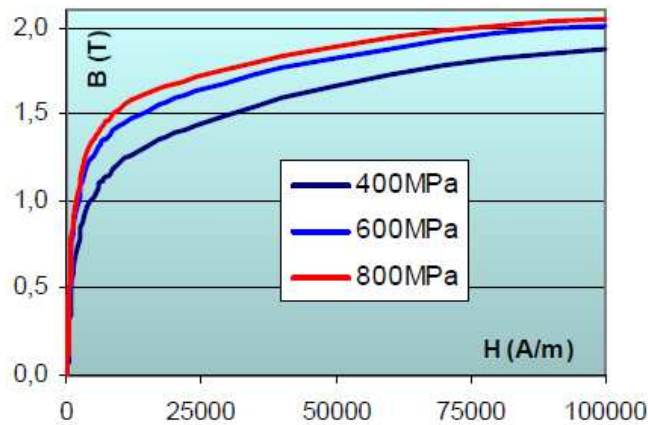


FIGURE 1.22: Effet de la pression sur les matériaux en poudres de fer

1.11 Comparaison poudres de fer et tôles

Lors de la conception d'un dispositif électromagnétique, le critère de choix entre l'une des deux catégories de matériaux dépendra des caractéristiques comportementales décrites ci-dessous :

1.11.1 La perméabilité

La perméabilité des matériaux en poudres de fer est plus faible comparée à celle des tôles ou des matériaux massifs. L'augmentation de la réluctance du circuit magnétique dû au

revêtement des particules de fer se traduit par une diminution de la perméabilité apparente du matériau. La faible perméabilité des matériaux magnétiques doit être également reliée aux dislocations et aux impuretés des particules de fer à la fin du processus de fabrication. Ainsi la courbe de première aimantation des matériaux en poudres de fer apparaissent en retrait par rapport à celle des tôles (figure 1.23[Hög])

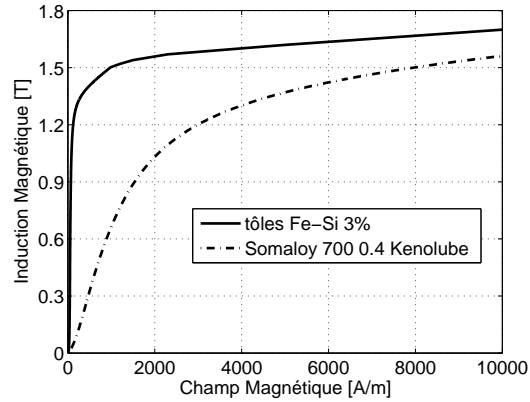


FIGURE 1.23: Comparaison des courbes d'inductions des tôles avec celle des poudres de fer

Malgré l'importance de la perméabilité des tôles par rapport à celles des poudres de fer, le flux est cependant suivant le plan des tôles alors que les poudres de fer peuvent tirer profit de leur nature isotrope pour une utilisation tridimensionnelle du champ électromagnétique.

1.11.2 Les pertes massiques

Si la perméabilité magnétique est relativement faible dans les matériaux en poudres c'est principalement à cause de l'isolation entre les particules. Le revêtement préalable des poudres augmente alors naturellement la résistivité en faveur de courants induits plus faible. Globalement, en basse fréquence, les pertes totales sont supérieures dans les matériaux en poudres de fer que dans les matériaux laminés et la tendance s'inverse lorsque la fréquence augmente.

1.11.3 Les propriétés thermiques

Du point de vue thermique, les matériaux en poudres de fer possèdent une isotropie thermique. C'est un atout considérable à exploiter. La bonne conductivité thermique permet un transfert de chaleur tridimensionnel ainsi même si les pertes sont importantes elles sont mieux évacuées comparativement aux tôles.

1.11.4 Le propriétés mécaniques

L'application des matériaux en poudres de fer est justifiée par les faibles pertes totales, il en demeure néanmoins que leur utilisation est très limitée dans les applications à grandes vitesses. Les limites en traction des poudres de fer sont très faibles et sont loin des limites élastiques des tôles. L'adjonction de certains liants favorise et contribue à renforcer les résistances mécaniques qui se fait bien sûr au détriment des propriétés magnétiques.

1.12 Modèle physique

Comme décrit précédemment, le comportement magnétique des tôles et des poudres dépend de nombreux paramètres liés par exemple à leur mode d'élaboration ou encore à leur géométrie. L'obtention de la dépendance des propriétés électromagnétiques de ces matériaux à ces paramètres par une approche expérimentale nécessiterait un nombre important d'essais. De plus, ces essais, parfois difficiles à mettre en œuvre, ne permettraient pas d'obtenir un modèle prédictif.

L'utilisation de modèles mathématiques, en se basant sur les lois physiques, peut alors apporter des éléments de réponse sur la dépendance paramétrique. Les essais expérimentaux seraient donc utilisés pour valider ces modèles en certains points de fonctionnement.

Une étude complète de ces matériaux magnétiques nécessite la prise en compte des phénomènes électromagnétique, mécanique et thermique. La prise en compte simultanée de l'ensemble de ces phénomènes, dépasse largement le cadre de ce travail de thèse. Nous nous sommes alors fixé comme objectif le développement d'un outil numérique permettant la modélisation électromagnétique de dispositifs intégrant des tôles ou des poudres de fer. Cet outil devra intégrer la modélisation des cycles d'hystérésis, le calcul des champs et l'évaluation des pertes fer. De plus, dans le cadre des poudres, il devra prendre en considération la nature aléatoire dans la distribution des tailles, de formes et de la positions des particules de fer. Cette prise en compte de la nature microscopique des matériaux devra être compatible avec l'intégration du modèle dans une simulation globale. Le recours à des méthodes d'homogénéisation sera alors nécessaire.

1.13 Conclusion

Dans ce chapitre, nous avons présenté les principaux phénomènes physiques à l'origine du magnétisme. Nous nous sommes surtout intéressé aux cycles d'hystérésis et aux pertes engendrées dans les matériaux magnétiques. Une attention particulière a été portée sur les matériaux magnétiques de type tôle et de type poudre de fer. Les principales caractéristiques de ces matériaux ont été comparés au regard de leur domaine d'application qu'ainsi qu'à leurs modes d'élaboration. La nécessité d'avoir un modèle physique performant a été expliquée ainsi que les principales difficultés d'obtention de ce dernier. Les caractéristiques de ces matériaux sont fortement liées à des phénomènes électromagnétique, mécanique et thermique. Un modèle physique tenant compte de l'ensemble de ces phénomènes dépasse le cadre de ce travail de thèse. Nous avons opté alors pour une modélisation magnétique qui tient compte de la géométrie complexe des matériaux ainsi que des cycles d'hystérésis et des propriétés non linéaires. L'intégration de ce modèle microscopique dans l'étude globale d'un dispositif électrotechnique se fera par l'utilisation de méthodes d'homogénéisations. L'objectif du chapitre suivant est de présenter les principaux modèles permettant de décrire le comportement magnétique de ces matériaux.

Formulations et modélisations

Sommaire

2.1	Introduction	43
2.2	Les lois fondamentales de l'électromagnétisme	44
2.2.1	Lois constitutives du milieu	44
2.2.2	Les conditions de passages	45
2.2.3	Conditions aux limites	45
2.3	Modélisation de l'hystérésis magnétique	46
2.3.1	Etat de l'art	46
2.3.2	Le modèle de Rayleigh	47
2.3.3	Le modèle de Rivas	48
2.3.4	Modèle de Jiles-Atherton	49
2.3.5	Le modèle de Preisach	51
2.3.6	Synthèse des modèles	55
2.4	Les formulations électromagnétiques	55
2.4.1	Formulation magnétostatique en potentiel vecteur \mathbf{A}	56
2.4.2	Modèle magnétodynamique	57
2.5	Techniques d'homogénéisations	60
2.5.1	Principe des méthodes d'homogénéisations	61
2.5.2	Les méthodes d'homogénéisations	62
2.6	Conclusion	67

2.1 Introduction

La modélisation consiste à établir une structure mathématique capable de décrire les phénomènes physiques. En électromagnétisme, les équations de Maxwell associées aux lois du comportement du milieu constituent un modèle mathématique. L'adaptation de ces équations aux différentes applications et leur résolution est l'enjeu principal de nombreux travaux de recherche.

Dans le cas de systèmes simples, les équations de Maxwell peuvent être résolues analytiquement. C'est le cas par exemple d'étude des tôles magnétiques dans l'hypothèse d'un comportement linéaire. En revanche dans le cas de systèmes complexes, l'utilisation de méthodes numériques comme la méthode des éléments finis est indispensable [Meu02, Ren97, DTL05, ZW89]. Le problème de l'analyse et de la prédiction du comportement des matériaux en poudres de fer, où les géométries sont complexes et les comportements sont non linéaires, fait partie de cette catégorie. Dans ce cas, les champs magnétiques et électriques sont interpolés sur des éléments du maillage.

L'objectif de ce chapitre est de faire un état de l'art des modèles et des formulations existants pour en déduire les modèles les plus adaptés à notre problématique. Ces modèles seront ensuite modifiés et mis en œuvre dans les chapitres suivants.

Nous commençons ce chapitre par une présentation des équations de Maxwell ainsi que les différentes lois de comportement des matériaux étudiés. Le phénomène de l'hystérésis étant très présent dans les matériaux ferromagnétiques, une étude et synthèse bibliographique sera alors abordée pour choisir le modèle à intégrer dans notre code de calcul. Les différentes formulations des équations de Maxwell seront ensuite détaillées et leurs avantages et inconvénients seront analysés pour nos applications.

Les matériaux ferromagnétiques étudiés dans le cadre de notre travail, ont des structures hétérogènes et multi échelles. Nous abordons alors à la fin de ce chapitre, les techniques d'homogénéisation qui permettent de réduire la complexité des problèmes liés à ces types de matériaux.

2.2 Les lois fondamentales de l'électromagnétisme

L'ensemble des dispositifs électromagnétiques sont décrits par les grandeurs vectorielles suivantes [Bos98] :

H : le champ magnétique [A/m]

B : l'induction magnétique [T]

E : le champ électrique [V/m]

D : l'induction électrique [C/m²]

J : densité de courant électrique [A/m²]

Les relations entre ces grandeurs qui régissent les phénomènes électriques et magnétiques ont été unifiées par J. C. Maxwell (1864) dans les équations aux dérivées partielles suivantes :

Loi de faraday – Maxwell :

$$\nabla \wedge \mathbf{E} = -\frac{\partial \mathbf{B}}{\partial t} \quad (2.1)$$

Loi d'Ampère – Maxwell :

$$\nabla \wedge \mathbf{H} = \mathbf{J} + \frac{\partial \mathbf{D}}{\partial t} \quad (2.2)$$

Loi de Gauss – Maxwell :

$$\nabla \cdot \mathbf{D} = \rho \quad (2.3)$$

Loi de conservation du flux magnétique :

$$\nabla \cdot \mathbf{B} = 0 \quad (2.4)$$

Les équations de Maxwell sont complétées par les lois constitutives du milieu et les conditions de passage à l'interface entre deux milieux différents.

2.2.1 Lois constitutives du milieu

$$\mathbf{D} = \varepsilon \mathbf{E} \quad (2.5)$$

$$\mathbf{B} = \mu_0 (\mathbf{H} + \mathbf{M}) = \mu \mathbf{H} \quad (2.6)$$

$$\mathbf{J} = \mathbf{J}_0 + \sigma \mathbf{E} + \sigma (\mathbf{v} \wedge \mathbf{B}) \quad (2.7)$$

Où, μ est la perméabilité magnétique, σ la conductivité électrique, ε la permittivité électrique, \mathbf{v} la vitesse des pièces en mouvements et \mathbf{M} l'aimantation. Nous considérons pour notre cas que la vitesse \mathbf{v} est nulle. Le terme \mathbf{J}_0 correspond à la densité de courants sources issue des enroulements d'alimentation et le terme $\sigma\mathbf{E}$ représente les courants induits dans les parties conductrices.

2.2.2 Les conditions de passages

Aux interfaces entre deux milieux (figure 2.1), les vecteurs champs peuvent être discontinus. Ainsi, ils doivent vérifier les conditions suivantes :

$$(\mathbf{E}_1 - \mathbf{E}_2) \wedge \mathbf{n} = \mathbf{0} \quad (2.8)$$

$$(\mathbf{B}_1 - \mathbf{B}_2) \cdot \mathbf{n} = 0 \quad (2.9)$$

$$(\mathbf{H}_1 - \mathbf{H}_2) \wedge \mathbf{n} = \mathbf{K} \quad (2.10)$$

$$(\mathbf{D}_1 - \mathbf{D}_2) \cdot \mathbf{n} = \rho_s \quad (2.11)$$

\mathbf{n} étant la normale à l'interface entre deux milieux dirigée de 1 vers 2. \mathbf{K} et ρ_s sont respectivement les densités surfaciques de courants et de charges portées par la surface de séparation. Ces conditions stipulent que la composante normale de \mathbf{B} et la composante tangentielle de \mathbf{E} sont continues à la traversée de Σ . Si \mathbf{K} et ρ_s sont nulles, les composantes tangentielles de \mathbf{D} et de \mathbf{H} seront également continues.

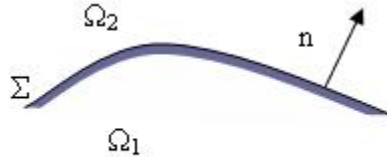


FIGURE 2.1: Conditions de passage à l'interface entre deux milieux

2.2.3 Conditions aux limites

Le domaine d'étude n'étant pas infini, il faut par conséquent poser des conditions aux limites adéquates sur les frontières du domaine. Suivant le problème considéré, elles peuvent être

liées aux composantes tangentielles de \mathbf{E} et \mathbf{H} ou aux composantes normales de \mathbf{D} , \mathbf{J} et \mathbf{B} . On définit les conditions aux limites aux différentes frontières de la façon suivantes :

$$\mathbf{B} \cdot \mathbf{n} \big|_{\Gamma_B} = 0 \quad (2.12)$$

$$\mathbf{H} \wedge \mathbf{n} \big|_{\Gamma_H} = 0 \quad (2.13)$$

Deux autres conditions peuvent être déduites des équations 2.1 et 2.2 et appliquées également sur ces deux frontières

$$\mathbf{E} \wedge \mathbf{n} \big|_{\Gamma_E} = 0 \quad (2.14)$$

$$\mathbf{J} \cdot \mathbf{n} \big|_{\Gamma_J} = 0 \quad (2.15)$$

2.3 Modélisation de l'hystérésis magnétique

La prise en compte de l'hystérésis magnétique complique la résolution des équations de calcul de champ présentées ci-dessus. Le problème posé par l'hystérésis magnétique est alors double. Tout d'abord il faut être en mesure de prédire l'aimantation des matériaux ferromagnétiques avec un modèle et ensuite combiner ce dernier avec les méthodes numériques pour être en mesure de calculer la répartition du champ magnétique dans le matériau.

2.3.1 Etat de l'art

La modélisation de l'hystérésis magnétique a fait l'objet de recherches d'un grand nombre de chercheurs depuis l'aube du XXe siècle. Plusieurs méthodes ont été proposées pour la modélisation de l'hystérésis. Les modèles basés sur la description quantique de la matière pourraient être considérés comme fins mais ces modèles ont peu d'intérêt à l'échelle macroscopique des applications d'ingénierie [Jil98, Ber98, May91]. D'un autre côté, les modèles macroscopiques ne sont pas en mesure de décrire certains aspects du processus d'aimantation des matériaux ferromagnétiques.

Il n'est pas dans notre intention de développer un nouveau modèle d'hystérésis, mais plutôt d'essayer de tenir compte de l'effet de l'hystérésis dans nos calculs. Par conséquent, notre première tâche est de faire un état de l'art des modèles d'hystérésis qui ont été utilisés et validés par la communauté scientifique. Par la suite, nous allons choisir le modèle le mieux adapté pour nos objectifs. Nous avons établi les critères de sélection suivants :

- La simplicité du modèle : nous cherchons un modèle ayant une mise en oeuvre simple et s'intégrant facilement dans nos codes de calculs.
- La précision : le modèle doit avoir une précision acceptable dans la reproduction des cycles d'hystérésis et il doit aussi tenir compte de tous les aspects du phénomène, à savoir, la courbe de première aimantation, le cycle majeur et les cycles mineurs centrés.
- La facilité : lors de l'identification des paramètres intervenant dans le modèle de l'hystérésis, il est indispensable de réduire le nombre de paramètres expérimentaux nécessaires à sa validation.

Parmi les modèles étudiés par la communauté scientifique, nous pouvons citer, le modèle de Rayleigh, le modèle de Rivas, le modèle de Jiles - Atherton et le modèle de Preisach.

2.3.2 Le modèle de Rayleigh

Le modèle de Rayleigh, proposé par Lord Rayleigh (1887) est considéré comme le plus ancien modèle [Dur68]. La courbe de première aimantation est décrite par l'équation suivante :

$$\mathbf{M} = \chi_i \mathbf{H} + \alpha \mathbf{H}^2 \quad (2.16)$$

Où χ_i est la susceptibilité initiale et α est la constante de Rayleigh.

La courbe de première aimantation est complétée par la branche ascendante et la branche descendante d'hystérésis pour obtenir le modèle.

Le cycle d'hystérésis obtenu garde sa forme ovale quelque soit la valeur de l'intensité et ne tient alors pas compte de l'effet de la saturation (figure 2.2). Ce modèle reste valable tant que le champ appliqué est inférieur à 1/20 de la valeur du champ coercitif [Dur68]

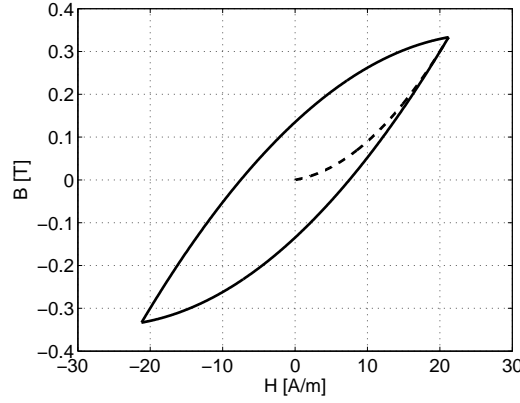


FIGURE 2.2: L'hystérésis avec le modèle de Rayleigh

2.3.3 Le modèle de Rivas

Le modèle de Rivas [JRP81] donne une approximation de l'hystérésis à partir d'une fonction rationnelle de type :

$$\mathbf{M} = \frac{a_0 + a_1 \mathbf{H} + a_2 \mathbf{H}^2}{1 + b_1 \mathbf{H} + b_2 \mathbf{H}^2} \quad (2.17)$$

Ce modèle décrit la courbe de première aimantation à partir de deux approximations. Une approximation à partir de la loi de Rayleigh pour les faibles champs d'excitations et une approche de saturation pour les champs élevés. Le cycle majeur d'hystérésis est représenté à partir de deux fonctions auxiliaires f_1 et f_2 de telle sorte que les branche ascendante B_a et la branche descendante B_d s'expriment respectivement comme suit :

$$\begin{cases} B_a = f_1 - f_2 \\ B_d = f_1 + f_2 \end{cases} \quad (2.18)$$

La figure 2.3 trace le cycle d'hystérésis ainsi que les fonctions auxiliaires pour $B_s = 1.9 \text{ T}$ et $B_r = 1.5 \text{ T}$. En revanche, ce modèle ne permet pas de décrire les cycles mineurs indispensables pour le calcul des pertes dans les matériaux ferromagnétiques.

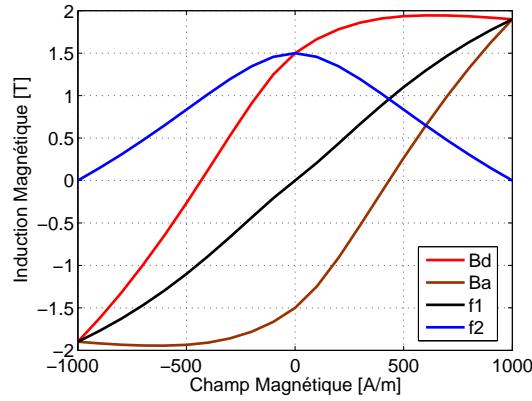


FIGURE 2.3: Le modèle de Rivas

2.3.4 Modèle de Jiles-Atherton

C'est un modèle proposé par David Jiles et David Atherton dans les années 80 [JA86, JA83] basé sur la courbe anhystérétique. Ce modèle tient comptes des mécanismes fondamentaux de l'aimantation des matériaux magnétiques :

- Un mouvement des parois de domaines magnétiques sous l'influence d'un champ extérieur \mathbf{H} . Les domaines alignés dans le sens du champ s'accroissent au détriment de ceux qui sont dans un sens défavorable.
- La rotation des moments alignés à l'intérieur des domaines vers la direction du champ extérieur appliqué.

Le modèle original a été complété par D. Jiles [Jil92] qui permet de fermer les cycles mineurs asymétriques.

D.C. Jiles et D. Atherton ont postulé l'existence d'un champ moyen, analogue au champ d'interaction moyen moléculaire de Weiss, mais à l'échelle des domaines [JA86]. Le champ représente l'interaction entre des domaines voisins, mais pas entre des atomes voisins comme dans le cas du champ de Weiss. On définit alors un champ effectif \mathbf{H}_e comme une somme du champ extérieur appliqué \mathbf{H} et un champ d'interaction de Jiles-Atherton supposé proportionnel à l'aimantation \mathbf{M} :

$$\mathbf{H}_e = \mathbf{H} + \alpha \mathbf{M} \quad (2.19)$$

α étant le paramètre du champ moyen qui représente le couplage entre les domaines.

En l'absence de phénomène d'hystérésis, donc le cas d'un matériau idéal, la loi de comportement est la courbe anhystérétique. La courbe anhystérétique représente alors les effets de

rotation des moments dans les domaines de Weiss sans tenir compte des pertes par hystérésis. L'aimantation anhystérétique $\mathbf{M}_{\text{an}}(\mathbf{H})$ peut s'exprimer à l'aide de l'équation de Langevin modifiée suivante :

$$\mathbf{M}_{\text{an}}(\mathbf{H}) = M_{\text{sat}} \left[\coth \left(\frac{\mathbf{H}_e}{a} \right) - \left(\frac{a}{\mathbf{H}_e} \right) \right] \quad (2.20)$$

Où, a est une constante qui caractérise la forme de la courbe anhystérétique.

L'aimantation totale dans les matériaux ferromagnétiques peut être exprimée par une composante anhystérétique et une composante irréversible. La composante irréversible représente l'énergie dissipée lors de l'aimantation du matériau. Jiles et Atherton ont formulé un modèle qui exprime l'aimantation totale comme suit :

$$\mathbf{M} = c.\mathbf{M}_{\text{an}} + (1 + c) \mathbf{M}_{\text{irr}} \quad (2.21)$$

Où, c est la constante liée à l'aimantation réversible \mathbf{M}_{rev} issue de l'équation suivante :

$$\mathbf{M}_{\text{rev}} = c. (\mathbf{M}_{\text{an}} - \mathbf{M}_{\text{irr}}) \quad (2.22)$$

L'équation (2.22) est composée d'un terme de l'aimantation anhystérétique définie dans l'équation (2.20) et d'un terme représentant l'aimantation irréversible qui représente le déplacement irréversible des domaines magnétiques.

L'équation différentielle fondamentale, proposée par Jiles et Atherton, qui relie le champ magnétique effectif \mathbf{H}_e à l'aimantation \mathbf{M} est :

$$\mathbf{M}_{\text{irr}} = \mathbf{M}_{\text{an}} - \delta.k \frac{d\mathbf{M}_{\text{irr}}}{d\mathbf{H}_e} \quad (2.23)$$

Avec :

- k lié aux pertes par hystérésis
- δ est le signe du terme $\frac{d\mathbf{H}}{dt}$ qui prend la valeur $+1$ si le champ \mathbf{H} est croissant et -1 sinon.

Finalement, la susceptibilité différentielle totale s'écrit :

$$\frac{d\mathbf{M}}{d\mathbf{H}} = (1 - c) \frac{\mathbf{M}_{\text{an}} - \mathbf{M}_{\text{irr}}}{\delta k - \alpha (\mathbf{M}_{\text{an}} - \mathbf{M}_{\text{irr}})} + c \frac{d\mathbf{M}_{\text{an}}}{d\mathbf{H}} \quad (2.24)$$

L'application du modèle de Jiles-Atherton passe par l'identification de cinq paramètres M_{sat} , k , α , a et c . Une procédure détaillée de la détermination de ces paramètres est décrite dans un l'article de Jiles et Al [JT93].

Le modèle de Jiles-Atherton permet de prendre en compte l'interaction entre les domaines, les effets du couplage entre les parois des domaines et il décrit également l'aimantation anhystérétique. Cependant l'identification des paramètres du modèle est difficile à réaliser. En effet, la détermination des paramètres du modèle de Jiles-Atherton nécessite la connaissance de plusieurs paramètres physiques tels que les susceptibilités différentielles en plusieurs points. Les paramètres s'expriment également les uns en fonctions des autres ce qui nécessite une méthode itérative pour les extraire.

2.3.5 Le modèle de Preisach

Le modèle classique, connu sous le nom de Preisach a été développé dans les années 30 par l'ingénieur hongrois Ferenc Preisach [Pre]. Le modèle est considéré comme un modèle phénoménologique alors que sa conception est basée sur une approche intuitive de l'aimantation.

Ce modèle n'a eu une attention particulière qu'à partir des années 70 lorsque le mathématicien russe Krasnoselski (1920 -1997) a procédé à une mise en oeuvre correcte du modèle. David Jiles, considère ce modèle comme un système sophistiqué d'ajustement de courbes [Jil98]. Le modèle de Preisach est considéré et reconnu comme la plus importante contribution dans la modélisation de l'hystérésis.

2.3.5.1 Description mathématique du modèle

D'un point de vue mathématique, le modèle de Preisach décrit le phénomène d'hystérésis comme un ensemble d'opérateurs bistables dénommés opérateurs d'hystérésis ou hystérons. Chaque opérateur a deux états possibles, +1 et -1. La transition de l'état -1 à l'état +1 se réalise lorsque la fonction d'entrée (le champ \mathbf{H}) est supérieure à une valeur α . De la même manière, la transition inverse est réalisée quand le champ \mathbf{H} est inférieur à une valeur β . Ces valeurs du champ α et β sont connues sous le nom de champs de commutation. Les valeurs des champs de commutations sont spécifiques pour chaque opérateur $\gamma(\alpha, \beta)$.

La figure 2.4 montre un exemple du comportement d'un hystéron en fonction du champ \mathbf{H} .

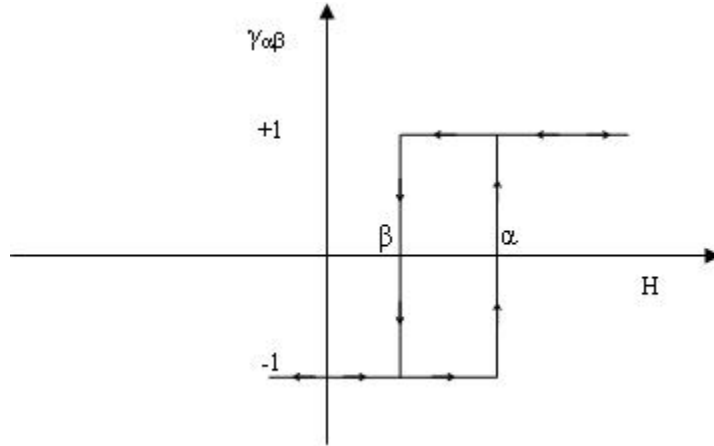


FIGURE 2.4: Hystéron élémentaire

Pour l'ensemble d'opérateurs $\gamma(\alpha, \beta) \in [-1 \ +1]$ on définit une fonction $\rho(\alpha, \beta)$ appelée fonction de densité de Preisach. Cette fonction est la probabilité de trouver un opérateur d'hystérésis $\gamma(\alpha, \beta)$ pour des valeurs de champs de commutation α et β [Bro89].

En définitive, le modèle de Preisach peut être représenté sous l'expression algébrique suivante :

$$\mathbf{M} = \mathbf{M}_{\text{sat}} \iint_{\alpha > \beta} \rho(\alpha, \beta) \cdot \gamma(\alpha, \beta) \cdot d\alpha d\beta \quad (2.25)$$

(Voir annexe B pour plus de détails)

2.3.5.2 La fonction de densité de Preisach

Signification mathématique

La fonction $\rho(\alpha, \beta)$ est la densité de probabilité de trouver un opérateur d'hystérésis avec les champs de commutation α et β . Biorci et Pescetti ont défini la relation $\rho(\alpha, \beta) d\alpha d\beta$ comme étant la probabilité de trouver un cycle élémentaire avec une branche ascendante entre α et $\alpha + d\alpha$ et une branche descendante entre β et $\beta + d\beta$ [BP58]. C'est une définition purement mathématique qui définit la fonction de Preisach dans le modèle mais qui ne nous apporte rien sur sa signification physique.

Méthodes d'identification de la fonction de Preisach

Plusieurs méthodes d'identifications de la fonction de densité de Preisach ont été proposées, nous citons succinctement :

La méthode de Biorci-Pescetti

C'est l'une des premières méthodes de caractérisation du modèle de Preisach, proposée par G. Biorci et B. Pescetti [BP58]. Le principal avantage de cette méthode est que pour la définition de la fonction de densité de Preisach on n'a besoin que de la courbe de première aimantation et de la courbe descendante du cycle majeur.

La méthode de Mayergoyz

Cette méthode est proposée par Isaac D. Mayergoyz [May91, May85, MF88, May92, MA92]. Elle est basée sur des courbes de renversement du premier ordre qui sont obtenues à partir du point de saturation $-M_{\text{sat}}$ en faisant croître le champ jusqu'à une valeur α puis le décroître de nouveau jusqu'à saturation inverse.

Approximation de la fonction de Preisach par la fonction de Lorentz

Giorgio Bertotti propose une fonction Lorentzienne pour ajuster la densité de Preisach [Ber98, Ber92, RWL95]. Cette fonction est décrite dans l'équation 2.26 :

$$\rho(\alpha, \beta) = \frac{k}{\left[1 + \left(\frac{\alpha}{H_c} - \frac{1}{2}\right)^2\right] \left[1 + \left(\frac{\beta}{H_c} + \frac{1}{2}\right)^2\right]} \quad (2.26)$$

K est une constante de normalisation. L. L. Rouvre et al [RWKLC96] proposent une méthode pour k qui ajuste au mieux le modèle sur le cycle expérimental.

Pour deux paramètres k et H_c donnés, on retrouve un modèle d'hystérésis unique. Or, on peut aisément trouver deux matériaux de constitutions différentes ayant les paramètres k et H_c identiques alors que leurs cycles d'hystérésis sont différents. Pour parer à cette imprécision, une expression modifiée de la fonction de Lorentz est proposée dans [OA00] en introduisant deux nouveaux paramètres a et b et qui s'écrit :

$$\rho(\alpha, \beta) = \frac{ka^2}{\left[a + \left(\frac{\alpha}{H_c} - b\right)^2\right] \left[a + \left(\frac{\beta}{H_c} + b\right)^2\right]} \quad (2.27)$$

Pour $a = 1$ et $b = 1/2$ on retrouve la fonction de Lorentz de l'équation (2.26)

On introduit l'expression de la fonction de densité de Preisach de l'équation (2.27) dans (2.25) et après développement on obtient l'écriture suivante :

$$\mathbf{M}(t) = \mathbf{M}_{i-1}(t) \pm \iint_{2\Delta} \frac{ka^2}{\left[a + \left(\frac{\alpha}{H_c} - b\right)^2\right] \left[a + \left(\frac{\beta}{H_c} + b\right)^2\right]} d\alpha d\beta \quad (2.28)$$

$\mathbf{M}(t)$ représente l'aimantation à l'instant t et $\mathbf{M}_{i-1}(t)$ est l'aimantation à l'instant précédent. Δ étant l'accroissement ou la diminution de la surface S^+ par rapport à la surface S^- . L'intégrale en terme de β est calculée analytiquement, on retrouve ainsi les expressions correspondantes aux différentes branches du cycles d'hystérésis suivante :

La courbe de première aimantation

$$\mathbf{M} = \mathbf{M}_{i-1} + 2 \int_{H_{i-1}}^{H_-} \frac{k a \sqrt{a} H_c}{a + \left(\frac{\alpha}{H_c}\right)} \left[\arctan \left(\frac{1}{\sqrt{\alpha}} \left(\frac{\alpha}{H_c} + b \right) \right) - \arctan \left(\frac{1}{\sqrt{a}} \left(\frac{-\alpha}{H_c} + b \right) \right) \right] . d\alpha \quad (2.29)$$

La branche descendante du cycle d'hystérésis

$$\mathbf{M} = \mathbf{M}_{i-1} + 2 \int_{H_{i-1}}^{H_-} \frac{k a \sqrt{a} H_c}{a + \left(\frac{\beta}{H_c}\right)} \left[\arctan \left(\frac{1}{\sqrt{\alpha}} \left(\frac{H_s}{H_c} + b \right) \right) - \arctan \left(\frac{1}{\sqrt{a}} \left(\frac{-\beta}{H_c} + b \right) \right) \right] . d\alpha \quad (2.30)$$

La branche ascendante du cycle d'hystérésis

$$\mathbf{M} = \mathbf{M}_{i-1} + 2 \int_{H_{i-1}}^{H_-} \frac{k a \sqrt{a} H_c}{a + \left(\frac{\alpha}{H_c}\right)} \left[\arctan \left(\frac{1}{\sqrt{\alpha}} \left(\frac{\alpha}{H_c} + b \right) \right) - \arctan \left(\frac{1}{\sqrt{a}} \left(\frac{-H_s}{H_c} + b \right) \right) \right] . d\alpha \quad (2.31)$$

La figure (2.5) présente le modèle de Preisach associé à la fonction de Lorentz modifiée pour les paramètres suivant :

$k = 10$, $a = 1$, $b = 0.5$ et $H_c = 150$

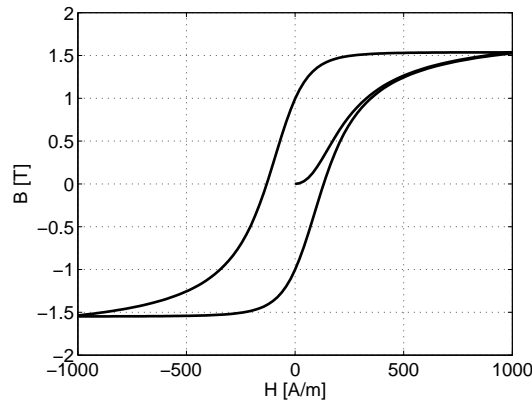


FIGURE 2.5: Le modèle de Preisach

2.3.6 Synthèse des modèles

Il existe encore plusieurs contributions pour la modélisation de l'hystérésis magnétique soit pour l'identification du modèle de Preisach [CP00, Nai90] ou encore d'autres modèles indépendant [PR84, PS71, PL85]. La recherche de nouvelles méthodes pour modéliser ce phénomène s'est taillée une grande part dans le domaine de génie électrique. Tous les modèles présentés peuvent être utilisés pour une application donnée. Chaque modèle peut avoir ses avantages et ses inconvénients. Le modèle de Rayleigh ne peut être valable que pour les faibles champs d'excitation, son utilisation pour les fortes valeurs du champ d'excitation s'avérant erronée. Le modèle fractionnel de Rivas décrit le cycle majeur et la courbe de première aimantation mais ne décrit pas les cycles mineurs qui sont indispensables pour exprimer correctement les pertes par hystérésis.

Les modèles de Jiles et de Preisach offrent les modèles les plus complets pour l'étude du phénomène de l'hystérésis. Le critère de la précision des modèles d'hystérésis énuméré au paragraphe 2.3.1 nous porte à faire le choix entre ces deux derniers modèles. Nous avons besoin d'un modèle d'hystérésis scalaire qui s'implémente facilement dans notre code de calcul éléments finis. Ainsi nous avons opté pour le modèle de Preisach associé à la fonction de Lorentz modifiée.

2.4 Les formulations électromagnétiques

Le modèle électromagnétique décrit le formalisme d'interaction entre la matière et les ondes électromagnétiques qui conduit à des équations aux dérivées partielles souvent résolues par des méthodes numériques [Dul96]. Le cas général magnétodynamique traite des problèmes de courants induits dans les régions conductrices. Un problème typique de courants induits

est présenté sur la figure 2.6. Il s'agit de calculer sous l'excitation \mathbf{J}_0 variable dans le temps, la distribution du champ magnétique en tout point du domaine d'étude Ω .

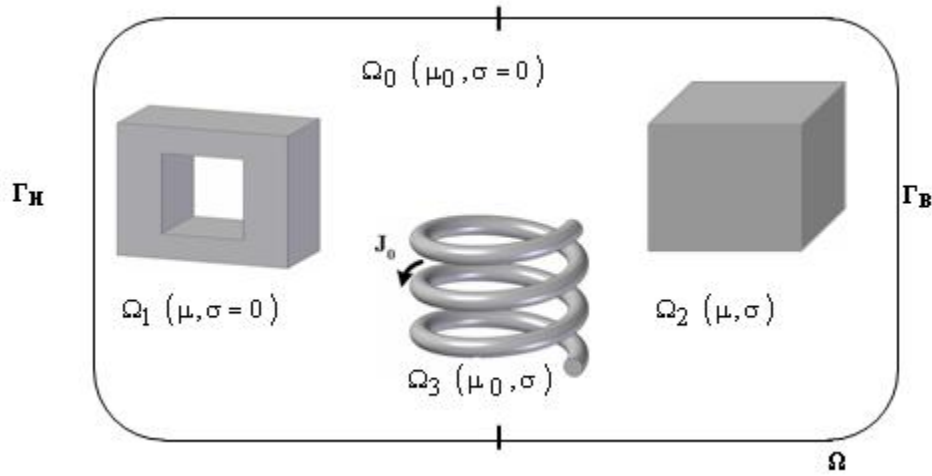


FIGURE 2.6: Problème typique de la magnétodynamique

2.4.1 Formulation magnétostatique en potentiel vecteur \mathbf{A}

La magnétostatique consiste en l'étude des phénomènes magnétiques en régime stationnaire. La répartition du champ magnétique est alors invariante dans le temps et due à des sources de courants \mathbf{J}_0 continus ou des aimants permanents. Le modèle magnétostatique peut être également appliqué pour les matériaux magnétiques doux lorsque les effets des courant induits seront négligés.

Les équations qui décrivent ce phénomène sont issues des équations de Maxwell où les dérivées temporelles sont prises égale à zéro. L'équation (2.2) devient alors :

$$\nabla \wedge \mathbf{H} = \mathbf{J}_0 \quad (2.32)$$

L'équation de conservation de flux (2.4) implique qu'il existe un potentiel vecteur magnétique \mathbf{A} d'où dérive l'induction magnétique \mathbf{B} tel que :

$$\mathbf{B} = \nabla \wedge \mathbf{A} \quad (2.33)$$

Il convient également d'ajouter l'équation (2.6) sous l'écriture $\mathbf{B} = \mu \mathbf{H}$. La formulation magnétostatique en \mathbf{A} s'écrit alors sous la forme suivante :

$$\nabla \wedge \frac{1}{\mu} \nabla \wedge \mathbf{A} = \mathbf{J}_0 \quad (2.34)$$

2.4.2 Modèle magnétodynamique

L'étude en magnétodynamique concerne les problèmes des courants induits dans les matériaux conducteurs. Dans ce cas, les champ magnétique et électrique sont couplés. Les équations relatives à ce problème sont :

$$\nabla \wedge \mathbf{E} = -\frac{\partial \mathbf{B}}{\partial t} \quad (2.35)$$

$$\nabla \wedge \mathbf{H} = \mathbf{J} \quad (2.36)$$

A partir de ces équations, plusieurs combinaisons sont possibles pour déterminer le comportement du dispositif électromagnétique. Il existe des formulations en champs électriques et magnétiques et des formulations en potentiels [Meu02].

Nous exposons ici les trois formulations magnétodynamiques les plus abordées dans la littérature.

2.4.2.1 Formulation en champ magnétique $\mathbf{H} - \varphi$

La formulation en champ magnétique trouve son intérêt lorsque la source d'excitation ne fait pas partie du domaine d'étude. On considère dans les régions conductrices ($[\sigma] \neq 0$) les équations 2.6 et 2.36 puis on porte ces équations dans l'équation 2.35 on obtient alors l'équation suivante :

$$\nabla \wedge \left(\sigma^{-1} \nabla \wedge \mathbf{H} \right) + \frac{\partial}{\partial t} \mu \mathbf{H} = 0 \quad (2.37)$$

Cette formulation est accompagnée des conditions limites qui remplacent le champ source.

Dans les régions non conductrices on pose $\mathbf{H} = -\nabla \varphi$ on obtient alors :

$$\nabla (\mathbf{B}) = \nabla (-\mu \nabla \varphi) = 0 \quad (2.38)$$

2.4.2.2 Formulation en potentiels combinés $\mathbf{AV} - \mathbf{A}$

Dans cette formulation, le champ électrique \mathbf{E} s'exprime en fonction des potentiels électriques scalaire V et vecteur magnétique \mathbf{A} . De l'équation 2.1 il en résulte l'écriture du champ électrique de la façon suivante :

$$\mathbf{E} = -\frac{\partial \mathbf{A}}{\partial t} - \text{grad}(V) \quad (2.39)$$

On obtient ainsi la formulation en potentiels électrique scalaire et magnétique vecteur :

$$\nabla \wedge \left(\frac{1}{\mu} \nabla \wedge \mathbf{A} \right) + \sigma \left(\frac{\partial \mathbf{A}}{\partial t} + \mathbf{grad} (v) \right) = \mathbf{J}_0 \quad (2.40)$$

de l'équation (2.36) on déduit également :

$$\nabla \cdot \mathbf{J} = 0 \quad (2.41)$$

Ainsi on aura la deuxième équation de la formulation :

$$\nabla \cdot \sigma \left(\frac{\partial \mathbf{A}}{\partial t} + \mathbf{grad} (v) \right) = 0 \quad (2.42)$$

À l'interface entre deux milieux la condition (2.10) s'écrit :

$$\left(\frac{1}{\mu_1} \nabla \wedge \mathbf{A}_1 \right) \wedge \mathbf{n} - \left(\frac{1}{\mu_2} \nabla \wedge \mathbf{A}_2 \right) \wedge \mathbf{n} = 0 \quad (2.43)$$

Notons que le potentiel électrique scalaire n'a besoin d'être défini que dans les régions conductrices.

2.4.2.3 Formulation magnétique $\mathbf{T} - \Omega$

Le champ magnétique \mathbf{H} s'exprime en fonction du potentiel vecteur électrique et du potentiel scalaire magnétique Ω . De l'équation 2.2, on obtient la loi de conservation de la densité de courant :

$$\nabla \cdot \mathbf{J} = 0 \quad (2.44)$$

D'où l'existence d'un potentiel vecteur électrique \mathbf{T} tel que :

$$\mathbf{J} = \nabla \wedge \mathbf{T} \quad (2.45)$$

Le champ magnétique \mathbf{H} s'exprime alors par l'équation 2.46 :

$$\mathbf{H} = \mathbf{T} - \nabla\Omega \quad (2.46)$$

En combinant les équations 2.46 et 2.1 on obtient la formulation $\mathbf{T} - \Omega$ suivante [BPR⁺93] :

$$\nabla \wedge (\sigma^{-1} \nabla \wedge \mathbf{T}) + \mu \left(\frac{\partial \mathbf{T}}{\partial t} - \nabla \Omega \right) = -\nabla \wedge (\sigma^{-1} \nabla \wedge \mathbf{H}_0) - \frac{\partial}{\partial t} \mu \mathbf{H}_0 \quad (2.47)$$

$$\nabla \cdot \mu (\mathbf{T} - \nabla \Omega) = -\mu \nabla \cdot \mathbf{H}_0 \quad (2.48)$$

Où, \mathbf{H}_0 est le champ magnétique source.

Les formulations $\mathbf{A} - V$ et $\mathbf{T} - \Omega$ présentent des similitudes, elle font appel aux mêmes intégrants développés dans la suite de notre travail ce qui facilite donc leur intégration dans notre logiciel.

A ces équations il faut rajouter une condition de jauges pour rendre la solution unique. Nous abordons ce problème dans le chapitre suivant.

2.4.2.4 Comparaison entre les formulations

La formulation $\mathbf{A} - V$ est plus générale que la formulation $\mathbf{T} - \Omega$. Les composantes vectorielles de ces deux formulations, à savoir \mathbf{A} et \mathbf{T} s'expriment sur les arêtes du maillage et les composantes scalaires V et Ω sur les noeuds. Le potentiel \mathbf{T} s'exprime uniquement dans les régions conductrices alors que \mathbf{A} est introduit dans tout le domaine. Le temps de résolution par la formulation $\mathbf{A} - V$ est plus important que celui de la formulation $\mathbf{T} - \Omega$, sachant que le nombre d'arêtes est de loin plus grand que le nombre de noeuds. Une synthèse de cette comparaison est reportée sur la table 2.1.

Formulations	Avantages	Inconvénients
$\mathbf{H} - \varphi$	– Couplage aux équations du circuit	– Temps de résolution – Problème des régions multiplement connexes
$\mathbf{A} - V$	– Formulation générale, s'applique à tous les problèmes magnétodynamiques	– Temps de résolution important
$\mathbf{T} - \Omega$	– Bien adapté aux régions conductrices	– Problèmes de régions multiplement connexe

TABLE 2.1: Comparaison des formulations magnétodynamiques étudiées

Le choix d'une formulation est dicté par l'application à laquelle elle est destinée. Dans notre travail, nous utilisons la formulation en \mathbf{H} pour le calcul des courants induits dans les tôles magnétiques. Dans ce cas, le champ magnétique est suivant une seule direction, de plus la géométrie d'étude est simplement connexe. Dans le cas des poudres de fer, la présence de l'isolant entre les particules de fer génère une multitude de régions multiplement connexes. Notre choix est alors logiquement orienté vers la formulation $\mathbf{A} - V$

2.5 Techniques d'homogénéisations

La simplification de la structure du matériau hétérogène par des méthodes d'homogénéisations est nécessaire pour l'étude des systèmes électromagnétiques [Tri00, TCF00, TFD98, FRRB97, Fou97]. Plusieurs méthodes d'homogénéisations ont été utilisées et mises en œuvre pour estimer le comportement global des matériaux hétérogènes. Des auteurs ont introduit les méthodes d'homogénéisations pour estimer la perméabilité effective de la structure composite [WIH05]. Dans cette méthode, la structure est supposée être périodique, et un motif unitaire (cellule élémentaire) est défini, dans laquelle la perméabilité effective est déterminée à partir l'énergie magnétique. Les méthodes d'homogénéisations ont été également appliquées pour des problèmes non linéaires [WIH06]. Nous nous limitons dans cette partie à décrire brièvement les méthodes d'homogénéisations les plus utilisées en génie électrique.

2.5.1 Principe des méthodes d'homogénéisations

Le principe de l'homogénéisation consiste à remplacer la structure réelle hétérogène par un matériau homogénéisé ayant le même comportement global que le matériau réel. D'une manière générale, les propriétés du matériau sont tensorielles à l'origine comme à l'arrivée. Lorsque la structure réelle possède un motif à répétition, on dit alors que la structure est périodique et le motif est appelé "cellule". A partir de la cellule élémentaire, on peut reconstituer la structure réelle par translation. Une tôle peut être considérée comme étant une cellule élémentaire puisque elle permet de reconstituer tout le circuit magnétique par translation du motif.

La figure 2.7 montre l'exemple d'un matériau hétérogène périodique. La cellule élémentaire peut être la plus petite entité qui reconstitue le matériau (figure 2.8.a) comme elle peut comprendre plusieurs cellules élémentaires (figure 2.8.b)

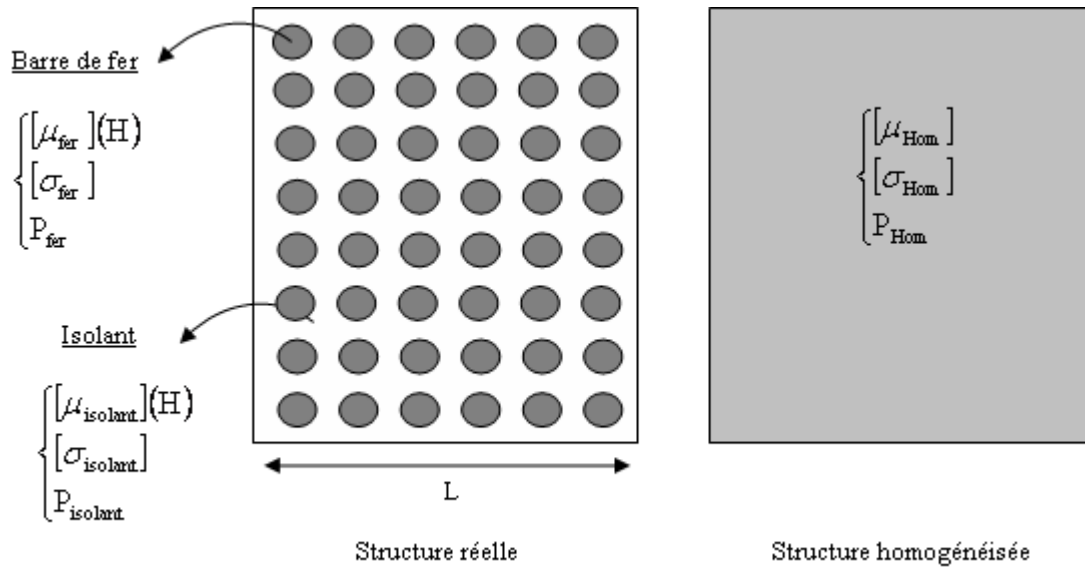


FIGURE 2.7: Structure Réelle et Homogénéisée

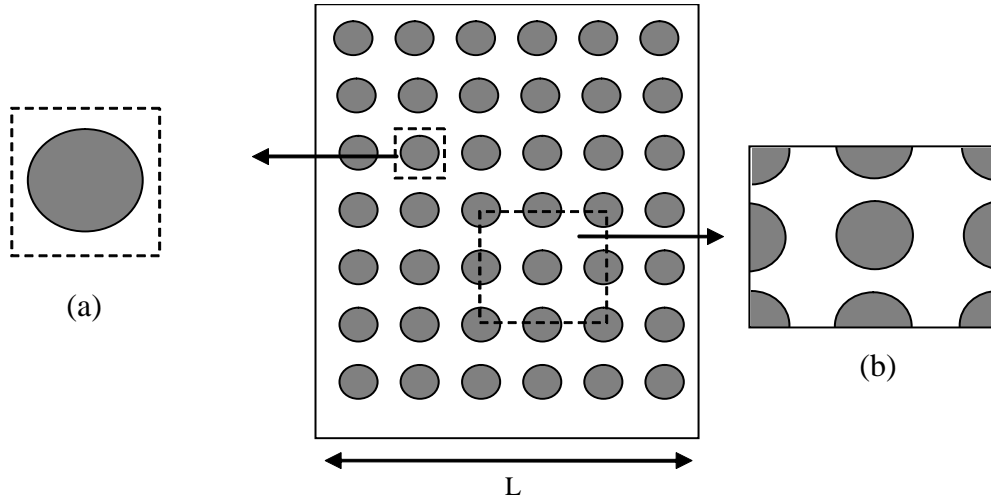


FIGURE 2.8: Différentes possibilités de cellule élémentaires

2.5.2 Les méthodes d'homogénéisations

Les méthodes d'homogénéisations peuvent être classées en deux catégories :

- L'approche multi-échelle qui consiste à décrire les comportement global à l'échelle du système à partir des information fournies à l'échelle de la cellule [Tri00, TCF00, TFD98, FRRB97]
- L'approche expérimentale qui défini le comportement des matériaux à partir de l'expérimentation.

Parmi les méthodes d'homogénéisations multi-échelle rencontrées dans la littérature, nous citons la méthode d'homogénéisation dynamique [FRRB97], la méthode du développement asymptotique [TCF00] et la méthode du problème inverse [Fou97].

2.5.2.1 La méthode d'homogénéisation dynamique

La méthode d'homogénéisation dynamique, consiste en un filtrage spatial des oscillations rapides provenant des cellules et de ne garder que les oscillations lentes (figure 2.9). Cette méthode n'est valable que dans le cas des structures périodiques. Le champ électromagnétique dans ce type de structures est la superposition de champs de grandes échelles à l'image des dimensions globales du spécimen et des champs locaux \mathbf{H}_c et \mathbf{E}_c qui proviennent de la cellule. Le champ magnétique \mathbf{h} et le champ électrique \mathbf{e} s'expriment ainsi au niveau de la cellule de la façon suivante :

$$\begin{cases} \mathbf{h} = \widetilde{\mathbf{H}} + \mathbf{H}_c + \mathbf{H}_r \\ \mathbf{e} = \widetilde{\mathbf{E}} + \mathbf{E}_c + \mathbf{E}_r \end{cases} \quad (2.49)$$

Avec :

\mathbf{H}_r et \mathbf{E}_r sont respectivement les champs magnétique et électrique résiduels que l'on négligera par la suite.

Les champs $\widetilde{\mathbf{H}}$ et $\widetilde{\mathbf{E}}$ ont de lentes variations spatiales qui possèdent respectivement au niveau de la cellule une valeur moyenne de \mathbf{H} et \mathbf{E} . En revanche les champs locaux \mathbf{H}_c et \mathbf{E}_c possèdent des variations rapides. Si on suppose une variation linéaire des champs $\widetilde{\mathbf{H}}$ et $\widetilde{\mathbf{E}}$ dans la cellule élémentaire, l'expression des champs \mathbf{h} et \mathbf{e} sont alors [FRRB97] :

$$\begin{cases} \mathbf{h} = \mathbf{H} + \mathbf{H}_c - \frac{1}{2}\mathbf{J} \wedge \mathbf{x} \\ \mathbf{e} = \mathbf{E} + \mathbf{E}_c + \frac{1}{2}j\omega\mathbf{B} \wedge \mathbf{x} \end{cases} \quad (2.50)$$

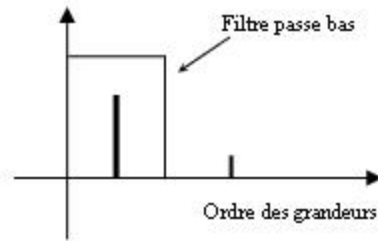


FIGURE 2.9: Principe du filtrage spatial de la méthode d'homogénéisation dynamique

La figure 2.10 montre un exemple d'un signal réel et d'un signal filtré.

La résolution des équations de Maxwell appliquées aux champs \mathbf{h} et \mathbf{e} permet alors de réduire les champs à grande échelle $\widetilde{\mathbf{H}}$ et $\widetilde{\mathbf{E}}$ et par conséquent les propriétés homogénéisées du matériaux. (Pour plus de détails, voir annexe C)

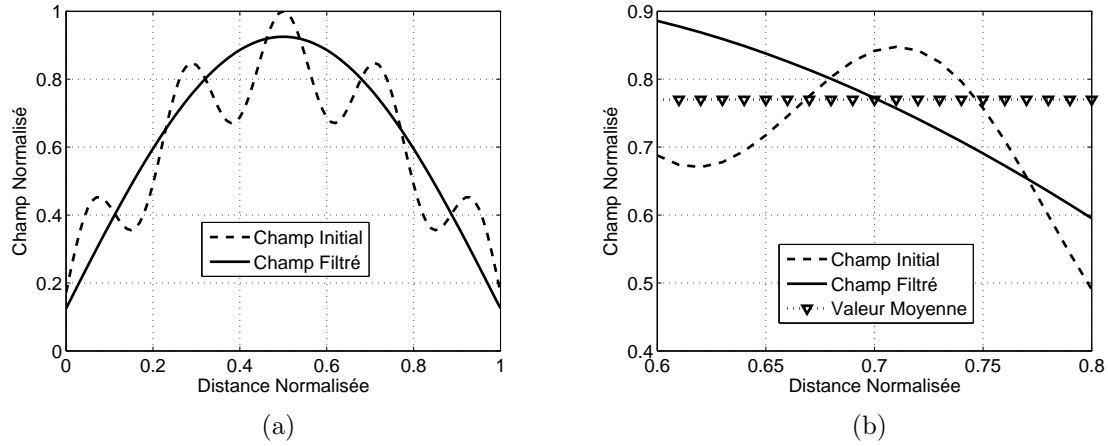


FIGURE 2.10: Décomposition d'un signal réel en champ filtré et en valeur moyenne locale

2.5.2.2 La méthode du développement asymptotique

Dans les matériaux périodique où la cellule élémentaire est infiniment petite devant les dimensions globales des dispositifs, la composantes rapides provenant des cellules est rejetée à l'infini et son amplitude tend vers zéro comme le montre la figure 2.11.

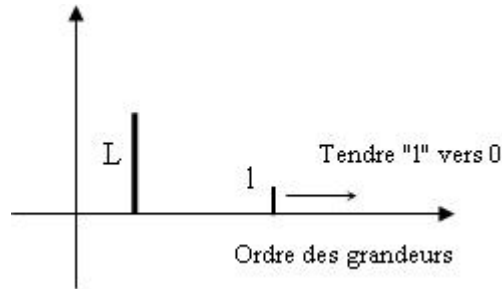


FIGURE 2.11: Méthode du développement asymptotique

Cette condition se traduit par une relation de la forme suivante :

$$\eta = \frac{l}{L} \ll 1 \quad (2.51)$$

L'inconnue dans le matériau est décrite avec la méthode du développement asymptotique sous la forme :

$$u^\eta = u^0 + \eta u^1 + \eta^2 u^2 + \dots \quad (2.52)$$

On définit alors le comportement asymptotique par :

$$u^0 = \lim_{\eta \rightarrow 0} u^\eta \quad (2.53)$$

La mise en oeuvre de cette méthode est facile mais elle est limitée aux matériaux à structure périodiques ayant une taille de cellule très faible.

Cette méthode est surtout utilisée dans la mécanique quantique, elle est également applicable pour les systèmes linéaires avec des cellules élémentaires infiniment petites.

2.5.2.3 La méthode du problème inverse

Le principe de la méthode du problème inverse est de retrouver les grandeurs d'entrées à partir des grandeurs de sorties supposées connues. Dans un problème direct, on dispose des variables d'entrées (géométrie, sources, propriétés...) et on cherche à calculer les grandeurs de sorties telles que le champ magnétique \mathbf{H} , la température T ou la puissance P . Dans le cas du problème inverse, les grandeurs de sorties sont imposées et on cherche alors les grandeurs d'entrées qui aboutissent à ces valeurs de sorties 2.12. L'application du problème inverse dans le cas d'homogénéisation se traduit par la question suivante : Quelles sont les propriétés physiques d'un matériau homogène qui donnent les résultats globaux les plus proches du matériau réel.

La formulation mathématique de ce type de problème consiste à minimiser la différence entre les grandeurs réelles et les grandeurs homogénéisées :

$$\min_p(f) = \frac{1}{2} \sum (S_r - S_h)^2 \quad (2.54)$$

Où S_r est le vecteur de sortie et S_h est le vecteur de sortie homogénéisée.

La méthode du problème inverse peut être utilisée pour les systèmes non linéaires

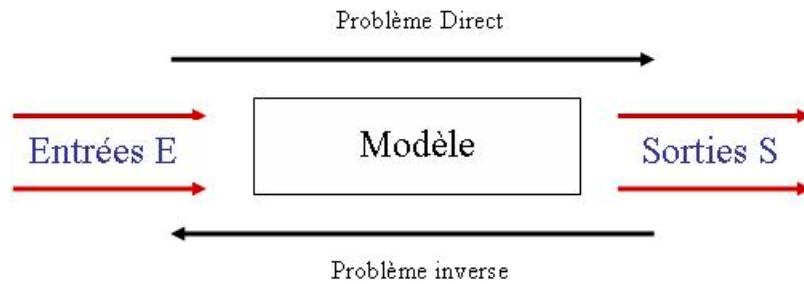


FIGURE 2.12: Schéma type d'un problème direct et inverse

2.5.2.4 Synthèse des méthodes

La méthode du problème inverse est utilisable quelle que soit la nature du système [Tri00, TFD98]. Elle demande par contre une résolution itérative qui rend la résolution des problèmes 3D difficiles.

La méthode dynamique est basée sur l'hypothèse que le circuit magnétique est linéaire. Cette hypothèse qui peut être valable pour les inductions faibles n'est pas valable pour les champs forts où la perméabilité magnétique varie fortement.

La méthode du développement asymptotique n'est quand à elle utile que lorsque la cellule élémentaire est très petite devant les grandeurs globales et que le comportement du matériau est linéaire.

Les dimensions relatives des matériaux utilisés dans notre travail ne permettent pas l'utilisation de la méthode du développement asymptotique. Nous utilisons alors soit la méthode dynamique pour les systèmes linéaires soit le problème inverse pour les systèmes non linéaire.

Dans le cadre des poudres de fer, le système n'est ni périodique ni linéaire. De plus, la résolution des méthodes du problème inverse demande un temps de calcul extrêmement important. Nous avons alors introduit des cellules statistiquement régulières et une nouvelle méthode d'homogénéisation non linéaire.

2.6 Conclusion

Au cours de ce chapitre, nous avons développé les modèles mathématiques destinés à l'analyse des problèmes de l'électromagnétisme, notamment pour le cas de notre étude des matériaux magnétique.

Dans l'optique d'avoir une étude plus complète, nous avons aussi procédé à la modélisation mathématique de l'hystérésis qui est au cœur du fonctionnement des matériaux ferromagnétiques. Le modèle retenu est celui de Preisach associé à la fonction de Lorentz modifiée. Ce modèle est souple et suffisamment précis pour représenter les cycles d'hystérésis des matériaux.

La modélisation et l'homogénéisation des tôles peuvent être réalisées soit par des modèles analytiques soit par des formulations magnétiques en champ scalaire. Nous avons alors fait le choix d'utiliser soit la formulation en \mathbf{H} soit la formulation $\mathbf{A} - V$. Dans le cas de poudres, la structure est tridimensionnelle et il existe de nombreuses régions multiplement connexes. Nous avons alors choisi de développer la formulation A-V pour ce type de matériaux. Le choix de la méthode d'homogénéisation s'est porté sur la méthode d'homogénéisation dynamique ou le problème inverse pour les tôles magnétiques. Pour les poudres nous avons développé une nouvelle méthode non linéaire basée sur la méthode dynamique. La mise en oeuvre des méthodes 3D de résolution des formulations retenues fait l'objet du chapitre suivant.

Outils numériques

Sommaire

3.1	Introduction	71
3.2	La méthode des éléments finis	71
3.2.1	La forme intégrale de la formulation A-V	73
3.2.2	Unicité de la solution	75
3.2.3	Formulation compatible.	75
3.2.4	Imposition de la source d'excitation	76
3.3	Validation du code développé	77
3.3.1	Le cas magnétostatique	77
3.3.2	Le cas magnétodynamique sinusoïdal	79
3.4	Le cas non linéaire	84
3.5	Conclusion	88

3.1 Introduction

Les différentes formulations issues des équations de Maxwell peuvent parfois être résolues analytiquement pour des géométries simples avec des hypothèses simplificatrices. C'est par exemple le cas des tôles non saturées. Dans la majorité des cas et notamment dans les cas des poudres de fer, les géométries sont complexes et les simplifications ne sont pas toujours valables. Il est alors indispensable d'avoir recours aux résolutions numériques par la discrétisation spatiale et temporelle des équations de Maxwell.

Parmi les méthodes numériques utilisées pour la résolution des équations aux dérivées partielles (EDP), on peut citer par exemple la méthode des différences finies [MM05], la méthode des intégrales de frontières [Ems88] ou encore la méthode des éléments finis [DTL05, ZW89, Jia93] qui est devenue par sa souplesse et sa généralité la méthode la plus utilisée. Le couplage entre la méthode des éléments finis et la méthode des intégrales des frontières qui associe les avantages de chaque méthode conduit à une méthode hybride [RBR⁺97, BV82]

La structure complexe et aléatoire des matériaux en poudres de fer nécessite une résolution 3D des équations électromagnétiques. Or, depuis une dizaine d'années il a été démontré que la technique la plus adaptée pour la résolution des problèmes électromagnétiques 3D est la méthode des éléments finis basée sur les éléments d'arêtes. Le logiciel numérique développé dans notre laboratoire possédait déjà un noyau éléments finis d'arêtes. Pour nos besoins de calcul, nous avons modifié et complété ce logiciel par un ensemble de formulation pour le rendre compatible avec l'analyse des matériaux en poudres de fer. Ces formulations sont assez générales et leur utilisation dépasse bien sûr le cadre de notre étude.

Dans ce chapitre, les modèles développés seront présentés et seront par la suite validés par comparaison avec des problèmes tests développés par la communauté scientifique internationale.

3.2 La méthode des éléments finis

La méthode des éléments finis (MEF) a été initialement conçue pour les calculs des structures mécaniques [DTL05, ZW89]. Elle a été introduite dans le domaine de l'électromagnétisme par SILVESTER et CHARL [CS71]. Actuellement la MEF est une méthode numérique intégrant des modèles tridimensionnels performants pour des géométries complexes incluant la non linéarité et l'anisotropie.

La MEF 3D doit son évolution à l'introduction du complexe de Whitney [Whi57, Bos88b], qui enrichit la méthode basée sur les éléments nodaux par des éléments d'arêtes et de facettes (figure 3.1).

Dans cette méthode, les éléments d'arêtes sont utilisés pour l'interpolation des grandeurs vectorielles à composantes tangentielles continues. Les éléments de facettes sont quand à eux utilisés pour les grandeurs vectorielles à flux constant.

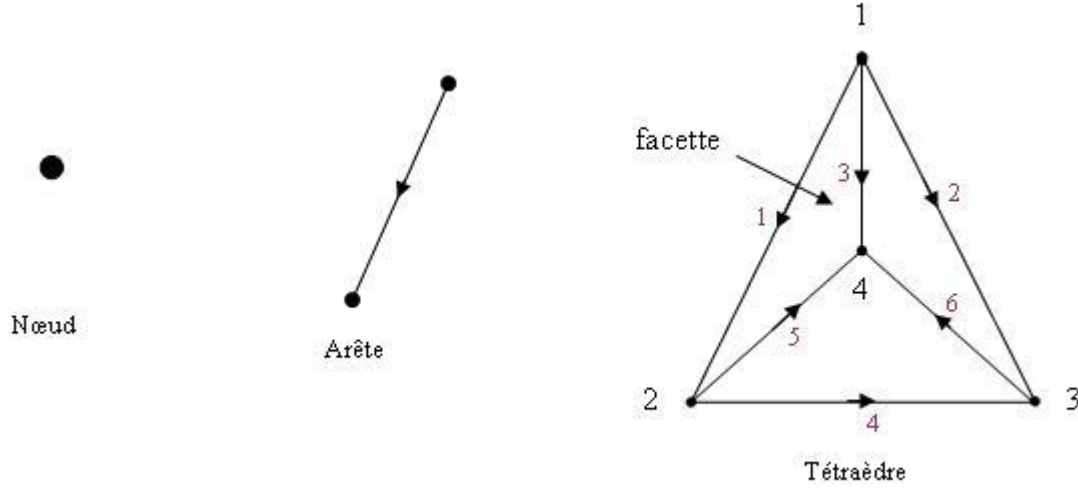


FIGURE 3.1: Élément tétraédrique du premier ordre

Nous avons développé dans notre travail la MEF basée sur les éléments mixtes arêtes-nœuds. Les nœuds sont utilisés pour les interpolations des grandeurs scalaires et les arêtes pour l'approximation des grandeurs vectorielles. Pour chaque type d'entité géométriques nœuds ou arêtes on associe une fonction d'interpolation. Les fonctions d'interpolations associées aux nœuds sont :

$$W_{ni} = (a + bx + cy + dz) / 6Vol \quad (3.1)$$

$i = 1 - 4$: étant le numéro du nœud correspondant et Vol est le volume du tétraèdre

On définit les fonctions vectorielles correspondantes aux arêtes par [Jia93, Bos88a] :

$$\mathbf{W}_{aij} = W_{ni} \nabla W_{nj} - W_{nj} \nabla W_{ni} \quad (3.2)$$

i et j sont respectivement le nœud de départ et d'arrivée de l'arête considérée.

Les variables nodales dans un élément e s'expriment alors de la façon suivante :

$$X^e = \sum_{i=1}^4 X_i(x, y, z) W_{ni} \quad (3.3)$$

Et les variables vectorielles :

$$\mathbf{X}^e = \sum_1^6 X_i(x, y, z) \mathbf{W}_{aij} \quad (3.4)$$

3.2.1 La forme intégrale de la formulation A-V

Appliquant la méthode projective de Galerkin [Cou81, Mas83] en multipliant l'EDP (équation aux dérivées partielles) par une fonction test \mathbf{W} on obtient :

$$\int_{\Omega} W . EDP . d\Omega = 0 \quad (3.5)$$

Les équations (2.40) et (2.42) du chapitre 2 deviennent alors :

$$\int_{\Omega} \mathbf{W}_{ai} \left(\nabla \wedge \frac{1}{\mu} \nabla \wedge \mathbf{A} + \sigma \left(\frac{\partial \mathbf{A}}{\partial t} + \mathbf{grad}(\mathbf{v}) \right) \right) d\Omega = \int_{\Omega} \mathbf{W}_{ai} \mathbf{J}_0 d\Omega \quad (3.6)$$

$$\int_{\Omega} W_{ni} \left(\nabla . \sigma \left(\frac{\partial \mathbf{A}}{\partial t} + \mathbf{grad}(\mathbf{v}) \right) \right) d\Omega = 0 \quad (3.7)$$

Pour rendre symétrique le système algébrique qui découle de cette formulation, nous posons $V = \frac{\partial}{\partial t} v$ [Azz00]. Après développement des intégrales, en régime harmonique, on obtient les écritures suivantes :

$$\begin{aligned} & \iiint_{\Omega} \left(\frac{1}{\mu} \nabla \wedge \mathbf{A} \nabla \wedge \mathbf{W}_a \right) d\Omega - \oint_{\Gamma_H} \mathbf{W}_a \left(\frac{1}{\mu} \nabla \wedge \mathbf{A} \wedge \mathbf{n} \right) d\Gamma + j\omega\sigma \iiint_{\Omega} \mathbf{W}_a \mathbf{A} d\Omega \dots \\ & + j\omega\sigma \iiint_{\Omega} \mathbf{W}_a \mathbf{grad}(V) d\Omega = \iiint_{\Omega} \mathbf{W}_a \mathbf{J}_0 d\Omega \end{aligned} \quad (3.8)$$

$$- j\omega\sigma \oint_{\Gamma_{12}} W_n (\mathbf{A} + \mathbf{grad}(\mathbf{v})) . \mathbf{n} d\Gamma + j\omega\sigma \left(\iiint_{\Omega} \mathbf{A} + \mathbf{grad}(V) \right) \mathbf{grad}(\mathbf{W}_n) d\Omega = 0 \quad (3.9)$$

Les termes $j\omega\sigma \oint_{\Gamma_{12}} W_n (\mathbf{A} + \mathbf{grad}(\mathbf{v})) . \mathbf{n} d\Gamma$ et $\oint_{\Gamma_H} \mathbf{W}_a \left(\frac{1}{\mu} \nabla \wedge \mathbf{A} \wedge \mathbf{n} \right) d\Gamma$ représentent respectivement la composante normale du courant induit à l'interface d'un milieu non conducteur et le champ tangentiel à l'interface Γ_H sont nuls.

On obtient finalement les intégrants suivants :

$$\underbrace{\iiint_{\Omega} \left(\frac{1}{\mu} \nabla \wedge \mathbf{A} \nabla \wedge \mathbf{W}_a \right) d\Omega}_{\text{I}} + \underbrace{j\omega\sigma \iiint_{\Omega} \mathbf{W}_a \mathbf{A} d\Omega}_{\text{II}} + \underbrace{j\omega\sigma \iiint_{\Omega} \mathbf{W}_a \mathbf{grad}(V) d\Omega}_{\text{III}} = \underbrace{\iiint_{\Omega} \mathbf{W}_a \mathbf{J}_0}_{\text{IV}} \quad (3.10)$$

$$\underbrace{j\omega\sigma \iiint_{\Omega} \mathbf{A} \mathbf{grad}(\mathbf{W}_n) d\Omega}_{\text{V}} + \underbrace{j\omega\sigma \iiint_{\Omega} \mathbf{grad}(V) \mathbf{grad}(\mathbf{W}_n) d\Omega}_{\text{VI}} = 0 \quad (3.11)$$

Dans l'élément "e", le potentiel vecteur magnétique sera exprimé par des éléments finis d'arêtes et le potentiel scalaire par des éléments nodaux :

$$V^e = \sum_1^4 V_i(x, y, z) W_{ni} \quad (3.12)$$

$$\mathbf{A}^e = \sum_1^6 A_i(x, y, z) \mathbf{W}_{aij} \quad (3.13)$$

La discrétisation des intégrants des équations 3.10 et 3.11 nous amène à l'écriture algébrique suivante :

$$[S] \{X\} = \{F\} \quad (3.14)$$

Avec :

$$[S] = \begin{bmatrix} [K + M] & [K_{mixte}] \\ [K_{mixte}]^t & [K_{node}] \end{bmatrix}; \{X\} = \begin{Bmatrix} A \\ V \end{Bmatrix} \text{ et } \{F\} = \begin{Bmatrix} F_A \\ F_V \end{Bmatrix}$$

- \mathbf{K} matrice issue du terme (I) du système d'équations 3.10 et 3.11 de dimension (Na x Na)
- \mathbf{M} matrice issue du terme (II) de dimension (Na x Na)
- \mathbf{K}_{mixte} et sa transposée issues des termes (III) et (V) représentent le couplage entre les potentiels A et V de dimension (Na x Nn)
- \mathbf{K}_{node} est issue du terme (IV) de dimension (Nn x Nn)
- F_a représente l'intégrant source issue du terme (IV) de dimension Na et \mathbf{F}_V est un vecteur nul de dimension Nn

Où, N_n est le nombre de nœuds et N_a le nombre d'arêtes du maillage.

Convergence du système algébrique et méthode de préconditionnement

Le système d'équation 3.14 a été résolu par la méthode du gradient conjugué en utilisant un préconditionnement diagonal avec une permutation de lignes et de colonnes de la matrice pour renfoncer la bande diagonale [Azz00].

Cas magnétostatique

Les intégrants utilisés dans le cas magnétostatiques peuvent être facilement déduits de la magnétodynamique, il suffit alors d'annuler les termes en ω et considérer uniquement les deux intégrants issus des termes (I) et (IV) de l'équation 3.10. L'écriture algébrique de la magnétostatique est alors la suivante :

$$[K] \{A\} = \{F_A\} \quad (3.15)$$

3.2.2 Unicité de la solution

D'après le théorème de Helmholtz, un vecteur ne peut être défini que si son rotationnel et sa divergence sont simultanément donnés. Les champs intervenant dans nos formulations ne sont définis qu'à un rotationnel ou à un gradient près. Dans ce cas, la formulation issue de l'équation (3.6) ne suffit pas pour assurer l'unicité du vecteur \mathbf{A} . il faut alors imposer une condition supplémentaire appelée condition de jauge. Les conditions les plus utilisées sont la jauge de Coulomb [BP89] et celle de Lorentz [Cou81]. Ces techniques sont surtout utilisées dans les formulations en éléments nodaux sous forme d'un terme de pénalité ou de contraintes.

Dans les formulations en éléments d'arêtes, on introduit une autre jauge utilisant un arbre complet w de maillage. Cette technique ne fixe pas la divergence du vecteur \mathbf{A} mais impose la contrainte $\mathbf{A} \cdot \mathbf{w} = 0$ [AR90]

3.2.3 Formulation compatible.

Dans la formulation compatible [Ren96], on utilise le fait que le courant source \mathbf{J}_0 a une divergence nulle. Dans ce cas, il existe un potentiel vecteur électrique \mathbf{T}_0 tel que $\mathbf{J}_0 = \nabla \wedge \mathbf{T}_0$. Le terme source s'écrira alors :

$$\iiint_{\Omega} \mathbf{W}_a \mathbf{J}_0 d\Omega = \iiint_{\Omega} \mathbf{W}_a \nabla \wedge \mathbf{T}_0 d\Omega \quad (3.16)$$

L'expression peut être réécrite sous la forme suivante :

$$\iiint_{\Omega} \mathbf{W}_a \mathbf{J}_0 d\Omega = \iiint_{\Omega} \nabla \wedge \mathbf{W}_a \cdot \mathbf{T}_0 d\Omega \quad (3.17)$$

Le champ source \mathbf{T}_0 est calculé numériquement à l'aide de l'expression suivante :

$$\iiint_{\Omega} \nabla \wedge \mathbf{W}_a \nabla \wedge \mathbf{T}_0 d\Omega = \iiint_{\Omega} \nabla \wedge \mathbf{W}_a \mathbf{J}_0 d\Omega \quad (3.18)$$

Cette équation a la même structure que la formulation magnétostatique dont l'intégrant est déjà développé (eq. 3.15)

Lorsque le système d'équation est compatible, il a été montré [Ren96] qu'en utilisant des méthodes de résolutions itératives, comme la méthode du gradient conjugué, la condition de jauge est imposée d'une façon implicite par la récurrence de l'algorithme.

3.2.4 Imposition de la source d'excitation

Lorsque la source d'excitation appartient au domaine d'étude, comme le cas d'un inducteur, elle peut être modélisée par une densité de courants volumiques dont la répartition est supposée connue et qui vérifie l'équation $(\nabla \wedge \mathbf{H}_0 = \mathbf{J}_0)$. Nous aboutissons après discrétisation à l'intégrant IV de l'équation (3.10).

On peut avoir également le cas où la source d'excitation est un champ magnétique \mathbf{H} ou induction magnétique \mathbf{B} créée par une bobine à l'extérieur du domaine d'étude. Le cas où \mathbf{B} est uniforme est d'une importance particulière pour l'homogénéisation des matériaux en poudres de fer. Nous abordons donc dans cette section la modélisation de ce type de source et son intégration dans l'équation 3.10.

La première méthode consiste à calculer un potentiel vecteur \mathbf{A}_0 à partir de l'équation suivante :

$$\nabla \wedge \mathbf{A}_0 = \mathbf{B}_0 \quad (3.19)$$

Une solution de cette équation est donnée par :

$$\mathbf{A}_0 = \frac{1}{2} \mathbf{B}_0 \wedge \begin{bmatrix} x \\ y \\ z \end{bmatrix} \quad (3.20)$$

Notre expérience avec cette modélisation a montré une instabilité numérique dans le cas magnétodynamique. Nous avons donc opté pour une autre méthode en déduisant un courant

source \mathbf{J}_0 produisant une induction uniforme \mathbf{B}_0 .

A cet effet, nous pouvons déduire le champ magnétique source \mathbf{H}_0 à partir de l'induction d'excitation appliquée dans l'espace par la relation :

$$\mathbf{B}_0 = \mu_0 \mathbf{H}_0 \quad (3.21)$$

La densité de courant source à partir du champ source est alors donnée par la relation $(\nabla \wedge \mathbf{H}_0 = \mathbf{J}_0)$. Cette relation aboutit à une formulation compatible et l'intégrant associé à la source s'écrit alors de la façon suivante :

$$\iiint_{\Omega} \mathbf{W}_a \mathbf{J}_0 d\Omega = \iiint_{\Omega} \frac{\mathbf{B}_0}{\mu_0} \nabla \wedge \mathbf{W}_a d\Omega \quad (3.22)$$

3.3 Validation du code développé

Les différentes variantes de la formulation A-V ont été développées sous environnement Matlab et intégrées ensuite dans le logiciel du laboratoire. Avant de les appliquer pour la modélisation des poudres de fer, nous sommes passés par une phase de validation des modèles sur des problèmes dont les résultats sont connus et validés par la communauté scientifique.

3.3.1 Le cas magnétostatique

Dans le but de valider le modèle magnétostatique, nous considérons une sphère magnétique pleine soumise à un champ magnétique uniforme d'amplitude \mathbf{B}_0 . Ce problème ayant une solution analytique, constitue alors un test fiable permettant une analyse précise de nos résultats. Il s'agit dans ce cas, de calculer en tout point de l'espace d'étude le champ et l'induction magnétiques suivant deux coupes, une horizontale et une autre verticale.

Description du problème

La sphère est de rayon égale à 55 mm et 100 de perméabilité relative. Pour des considérations de symétrie, le domaine d'étude peut être réduit à un huitième de la sphère comme illustré sur la figure 3.2. La sphère est entourée d'une boîte d'air cubique de dimensions suffisamment grandes.

Les conditions aux limites appliquées sur le domaine extérieur relatives à une excitation uniforme d'amplitudes \mathbf{B}_0 suivant l'axe z sont [LM99] :

- Sur les frontières notées Γ_B le potentiel vecteur magnétique source est imposé à l'aide de la formule de l'équation 3.20 :

$$\mathbf{A}_0 = \mathbf{B}_0 (y_2 x_1 - y_1 x_2) \quad (3.23)$$

Avec $\mathbf{B}_0 = 1 T$

- Sur les plans V et H le potentiel A est imposé nul. Sur les autres surfaces, le potentiel est laissé libre.

Les plans V et H sont définis par les coordonnées suivantes :

- Le plan H : $\{0 \leq x \leq 0.1 \text{ m} , y = 0 , z = 0\}$
- Le plan V : $\{0 \leq z \leq 0.1 \text{ m} , x = 0 , y = 0\}$

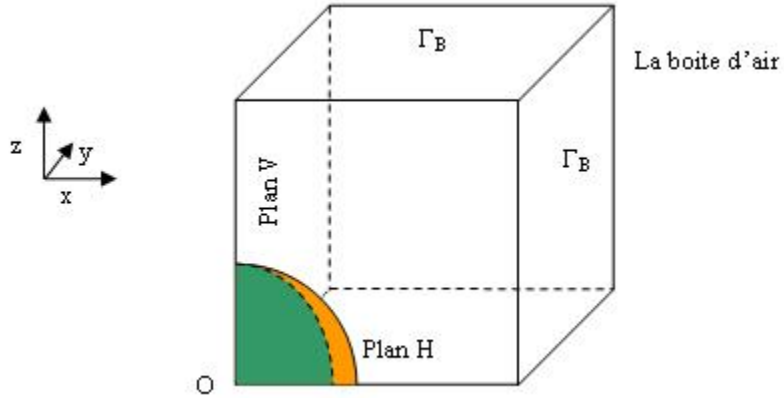


FIGURE 3.2: Domaine d'étude de la sphère et conditions aux limites.

Le maillage

Le maillage en éléments tétraédriques du premier ordre est effectué à l'aide du logiciel GMSH. Nous avons utilisé un maillage comportant 173898 tétraèdres, 32399 nœuds et 212714 arêtes. La figure 3.3 montre les surfaces externes du maillage de la portion étudiée de la sphère.

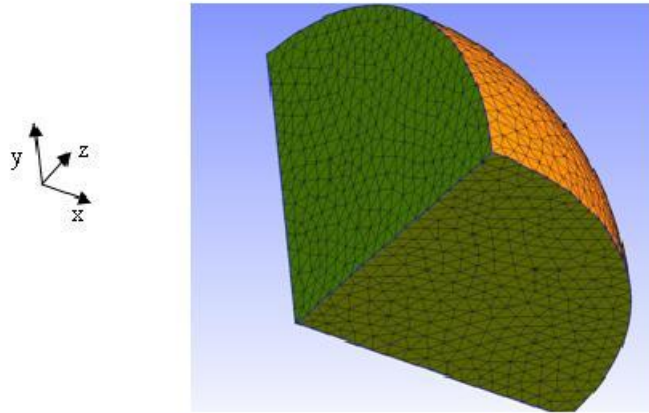


FIGURE 3.3: Huitième de la sphère étudiée

Solution analytique

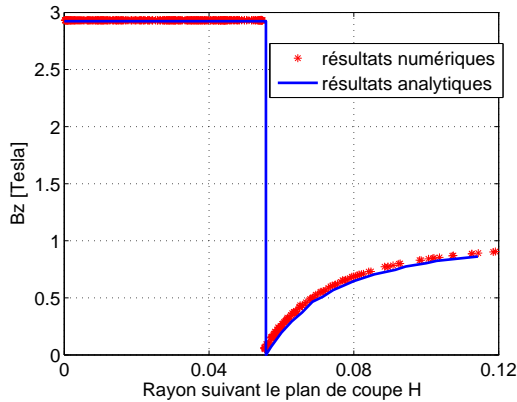
La résolution analytique du champ magnétique dans la sphère se fait en formulation magnétique scalaire φ qui s'écrit sous forme d'équation de Laplace $\Delta\varphi = 0$ [Dul96]

L'expression de l'induction magnétique en coordonnées sphériques selon e_r et e_θ (il y a invariance selon e_φ) en tout point de l'espace d'étude est donnée par l'expression (3.24)

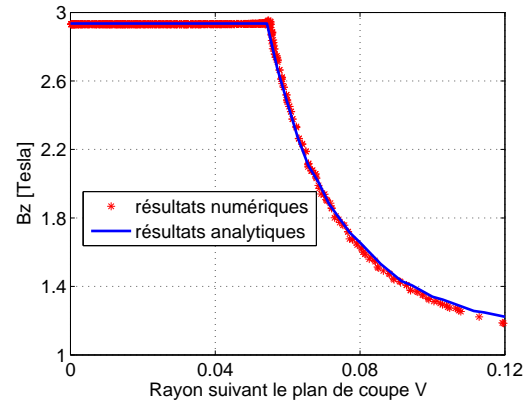
$$\left\{ \begin{array}{ll} \mathbf{B}(r, \theta) = \frac{3B_0}{1 + \frac{2}{\mu_r}} & \text{si } r < R \\ \mathbf{B}(r, \theta) = B_0 \mathbf{e}_z + \frac{\mu_r - 1}{\mu_r + 1} B_0 \left(\frac{R}{r}\right)^3 (2\mathbf{e}_r \cos(\theta) + \mathbf{e}_\theta \sin(\theta)) & \text{si } r > R \end{array} \right. \quad (3.24)$$

La résolution du système algébrique issue de l'équation magnétostatique avec la méthode du bi-gradient conjugué associée à la méthode de préconditionnement du système converge au bout de 347 itérations avec une précision de $1e^{-8}$

Les figures 3.4a et 3.4b montrent que les résultats issus de la simulation concordent parfaitement avec les résultats de la solution analytique suivant les deux plans de coupe.



(a) L'induction magnétique suivant le plan H



(b) L'induction magnétique suivant le plan V

FIGURE 3.4: Validation du modèle Magnétostatique

3.3.2 Le cas magnétodynamique sinusoïdal

Pour le cas magnétodynamique, nous nous appuyons sur deux exemples.

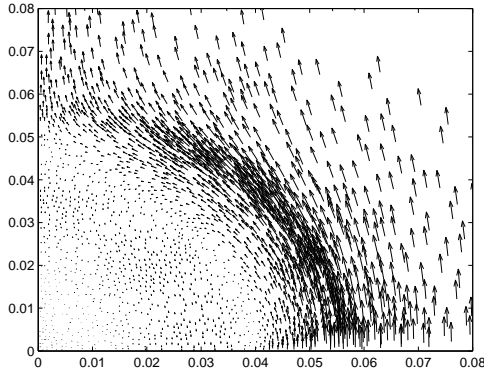
Exemple 1

Le premier étant la sphère précédemment définie avec les caractéristiques suivantes :

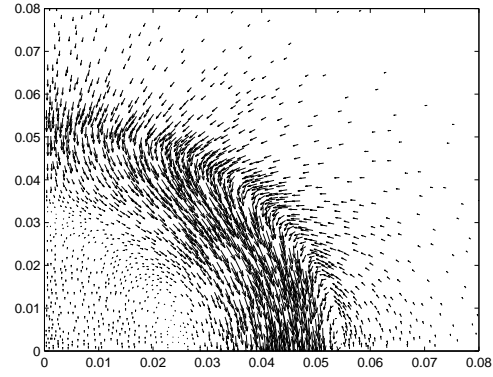
La conductivité électrique $\sigma = 5.92 \cdot 10^7 \Omega^{-1}m^{-1}$

La fréquence d'excitation $f = 50 Hz$

La cartographie des composantes réelle et imaginaire de l'induction magnétique sur la coupe verticale et la coupe horizontale est représentée sur les figures 3.5a et 3.5b.



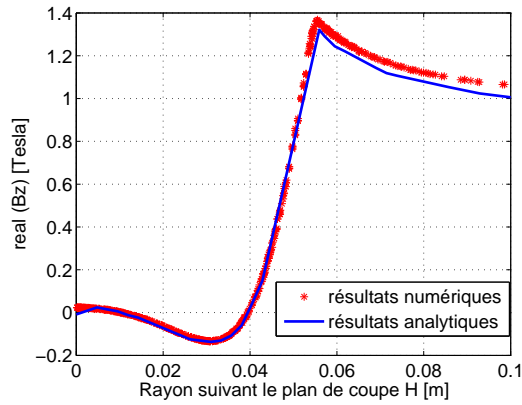
(a) Partie réelle



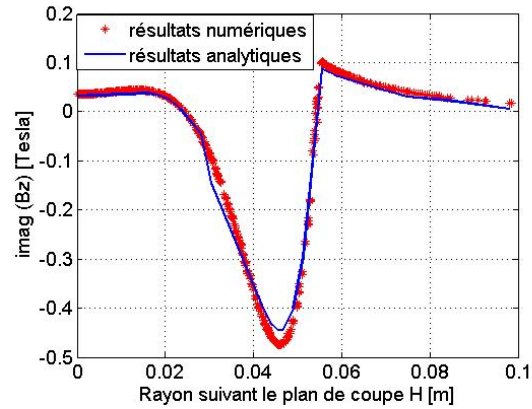
(b) Partie imaginaire

FIGURE 3.5: Cartographie de l'induction magnétique pour $y=0$

Les variations de l'induction pour ce cas magnétodynamique pour les deux plans de coupe sont représentées sur les figures 3.6 et 3.7. Globalement les résultats numériques sont en bonne concordance avec les calculs analytiques.



(a) Partie réelle



(b) Partie imaginaire

FIGURE 3.6: Parties réelle et imaginaire de l'induction magnétique suivant le plan H

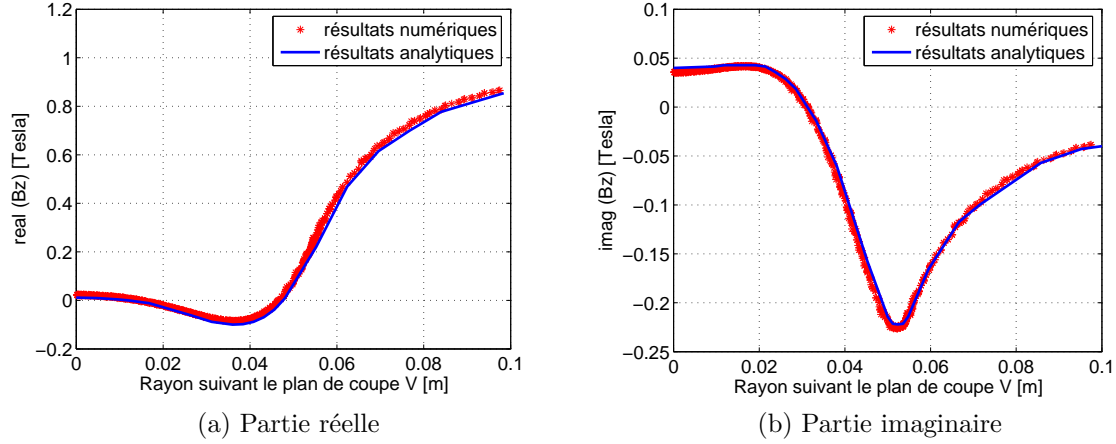


FIGURE 3.7: Parties réelle et imaginaire de l'induction magnétique suivant le plan V

Exemple 2 : TEAM 7

Le second exemple de validation magnétodynamique est un problème de TEAM Workshop [TTIN01]. Il s'agit d'évaluer, dans une plaque en aluminium trouée, les courants induits par des courants sinusoïdaux circulant dans une bobine d'excitation placée au dessus de la plaque d'aluminium.

Le schéma représentant la géométrie est illustré sur la figure 3.8.

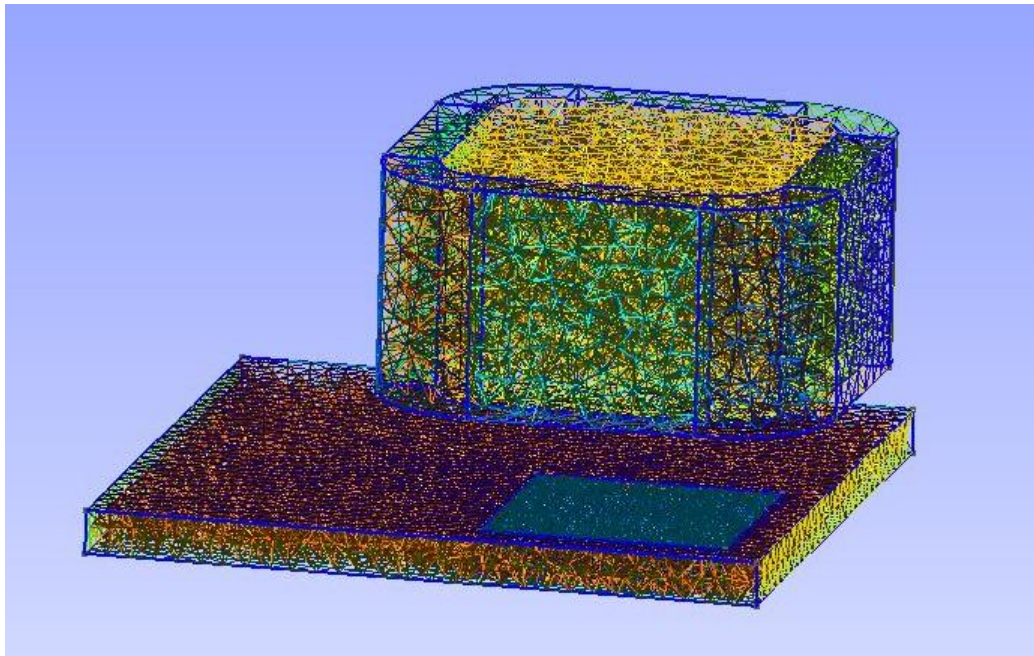


FIGURE 3.9: Maillage du TEAM Workshop 7

Résultats et validation

L'induction magnétique issue du modèle est calculée suivant les deux lignes A1B1 et A2B2 puis comparée avec des relevés expérimentaux. La comparaison est représentée sur la figure 3.10, une légère différence est observée sur la coupe A1B1 qui est due essentiellement au maillage. En effet, il est important d'affiner le maillage entre la plaque et la bobine inductrice pour s'approcher avec précision de la ligne de mesure. Globalement une bonne concordance des résultats numériques et expérimentaux est observée.

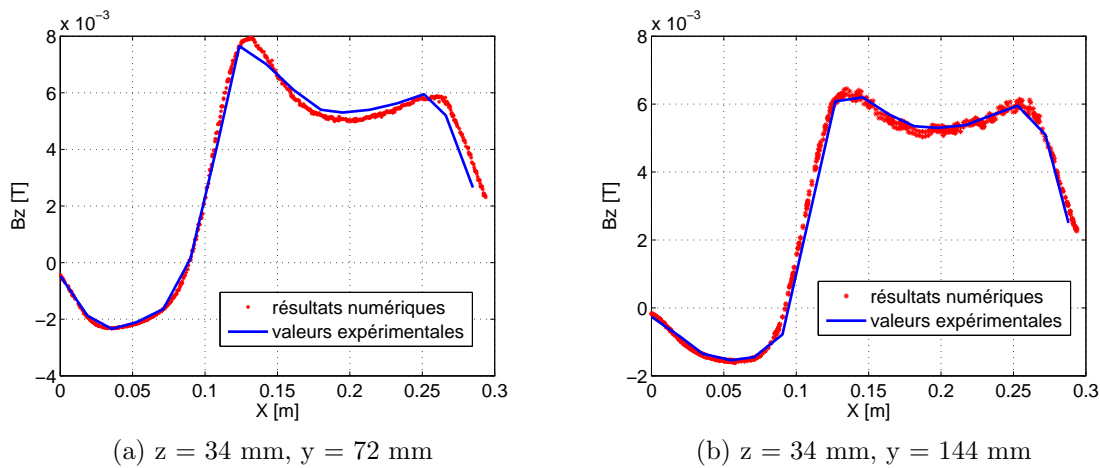


FIGURE 3.10: Comparaison entre mesures et simulation de la partie réelle de l'induction magnétique

La figure 3.11 présente une cartographie de la distribution de la partie réelle des courants induits sur la face supérieure de la plaque étudiée. Les courants induits s'opposent au champ source qui leur a donné naissance en vertu de la loi de Lenz et contournent le trou.

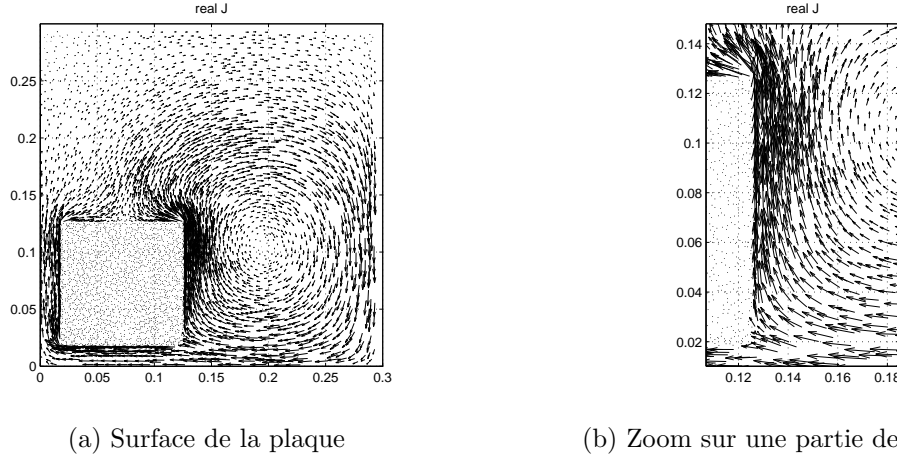


FIGURE 3.11: Courants induits à la surface de la plaque en aluminium

3.4 Le cas non linéaire

Les modèles présentés jusqu'ici considèrent que les matériaux ferromagnétiques ont un comportement linéaire, le matériau pourra être saturé et sa perméabilité magnétique μ peut-être fonction du champ magnétique H .

L'objectif de cette partie est la prise en compte du phénomène de saturation des matériaux magnétiques qui sera introduite dans les modèles numériques de calculs. La résolution de ce système est basée sur l'utilisation de l'algorithme de Newton-Raphson.

Pour le cas de la formulation magnétostatique en potentiel \mathbf{A} , le système algébrique linéaire à résoudre est l'équation (3.15) :

Le résidu $R(A) = [K] \{A\} - \{F_A\}$ est nul lorsque \mathbf{A} est la solution exacte du système.

A partir d'un développement limité du résidu au voisinage de \mathbf{A} , l'incrément de la solution ΔA est calculé à l'aide du système suivant :

$$[J(A^n)] \{\Delta A\} = - \{R(A^{n-1})\} \quad (3.25)$$

Les éléments de la matrice Jacobienne \mathbf{J} s'écrivent de la façon suivante [Dul96] :

$$J_{ij} = \iiint_{\Omega} 2B^2 \frac{\partial \mu^{-1}}{\partial B^2} (\hat{\mathbf{B}} \nabla \mathbf{W}_{ai}) (\hat{\mathbf{B}} \nabla \mathbf{W}_{aj}) d\Omega$$

Où \mathbf{B} est le vecteur induction magnétique, B^2 le carré du module de l'induction et $\hat{\mathbf{B}} = \frac{\mathbf{B}}{|\mathbf{B}|}$ est le vecteur unitaire de \mathbf{B}

Les coefficients $\frac{\partial \mu^{-1}}{\partial B^2}$ sont obtenus à partir de la courbe de première aimantation associée au matériau utilisé.

La même démarche est utilisée pour le cas magnétodynamique. La non linéarité est appliquée dans ce cas uniquement à la perméabilité magnétique. L'organigramme de la figure 3.12 montre la démarche adoptée pour la résolution d'un problème magnétodynamique avec la méthode de Newton-Raphson :

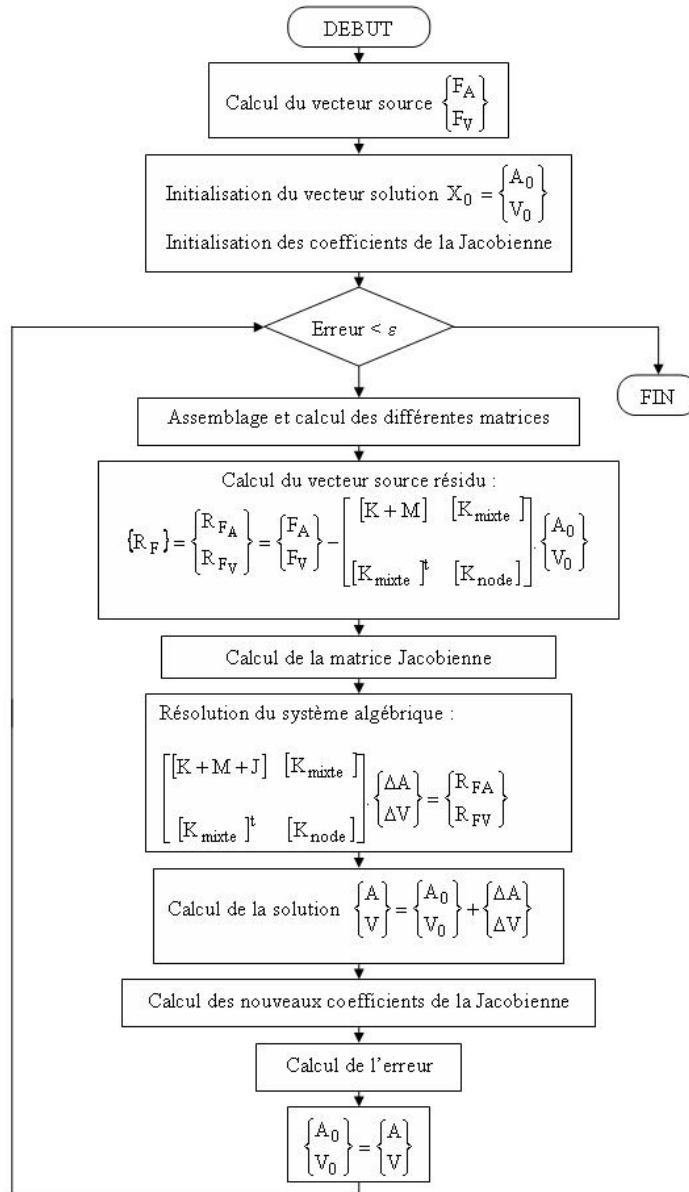


FIGURE 3.12: Organigramme du problème magnétodynamique non linéaire

Validation du modèle magnétodynamique non linéaire

Nous avons testé le code magnétodynamique 3D non linéaire sur le problème n° 21 de TEAM Workshop [CTHF02]. Le problème comprend deux modèles : le premier consiste en deux inducteurs chacun parcouru par un courant dans des sens opposés et une plaque d'acier. Le second modèle reprend les mêmes bobines inductrices avec deux plaques en aciers, l'une des deux plaques est trouée au milieu. Les géométries des modèles sont présentées sur la figure 3.13 :

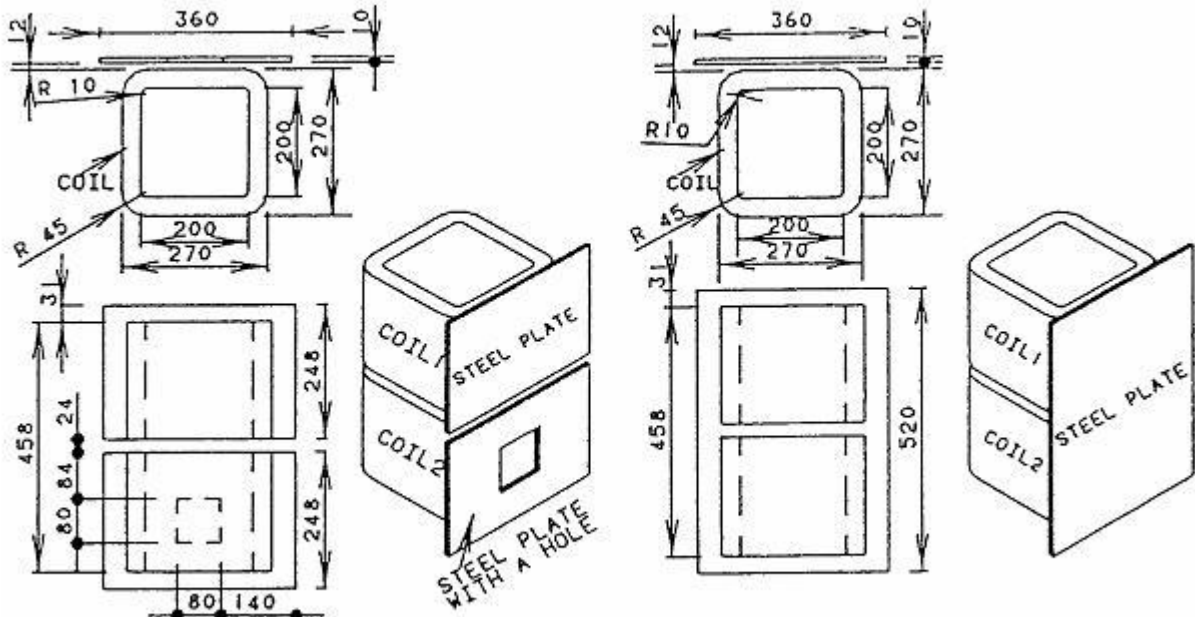


FIGURE 3.13: Les modèles A et B du TEAM Workshop 21

Les inducteurs identiques d'épaisseur 35 mm et de hauteur 217 mm sont parcourus par un courant de valeur efficace de 3000 AT avec une fréquence de 50 Hz.

Les plaques d'acier sont de conductivité électrique de valeur $\sigma = 6.48 \cdot 10^6 \Omega^{-1} \cdot m^{-1}$

La courbe de première aimantation de l'acier est présentée sur la figure 3.14 La courbe utilisée est celle obtenue à partir du modèle de Preisach défini au précédemment .

La figure 3.15 montre le maillage du problème avec trou, il est réalisé avec 301654 tétraèdres, 354784 arêtes et 52284 nœuds.

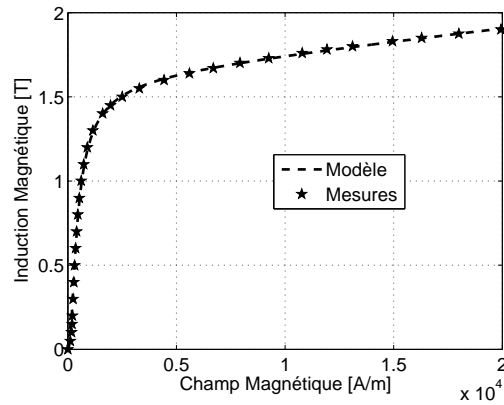


FIGURE 3.14: Courbe de première aimantation

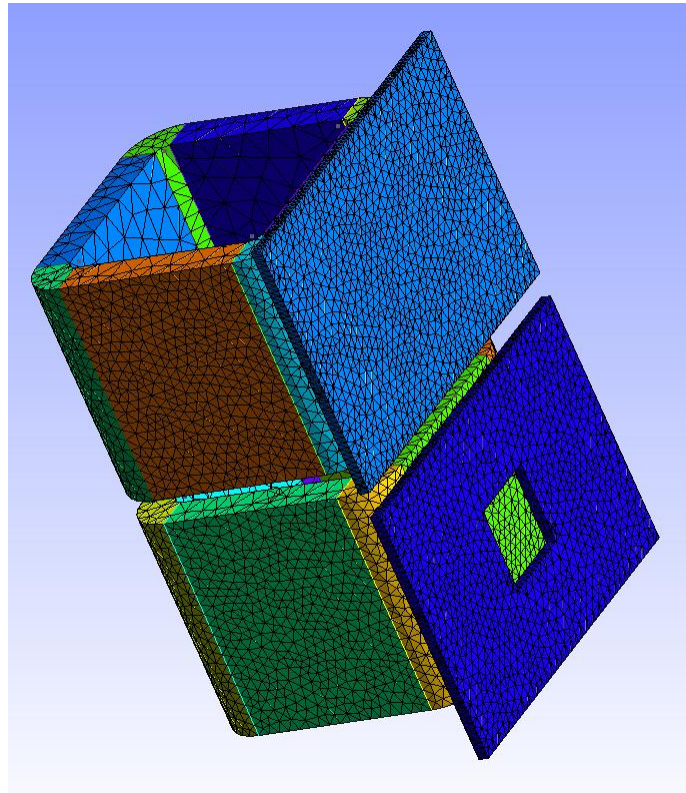


FIGURE 3.15: Maillage de l'inducteur et des plaques d'acier

Les figures 3.16a et 3.16b représentent la variation du module de l'induction magnétiques suivant l'axe x le long d'une droite de l'entrefer entre la plaque en acier et l'inducteur pour les deux modèles A et B du TEAM workshop 21. La convergence est atteinte pour le modèle A après 7 itérations avec une erreur de $6.55 \cdot 10^{-8}$ et pour le modèle B en 9 itérations sans méthode de relaxation avec une erreur de $9.95 \cdot 10^{-8}$. Les résultats issus du code non linéaire présenté en figure 3.16 sont en bonne cohérence avec les résultats expérimentaux des modèle A et B.

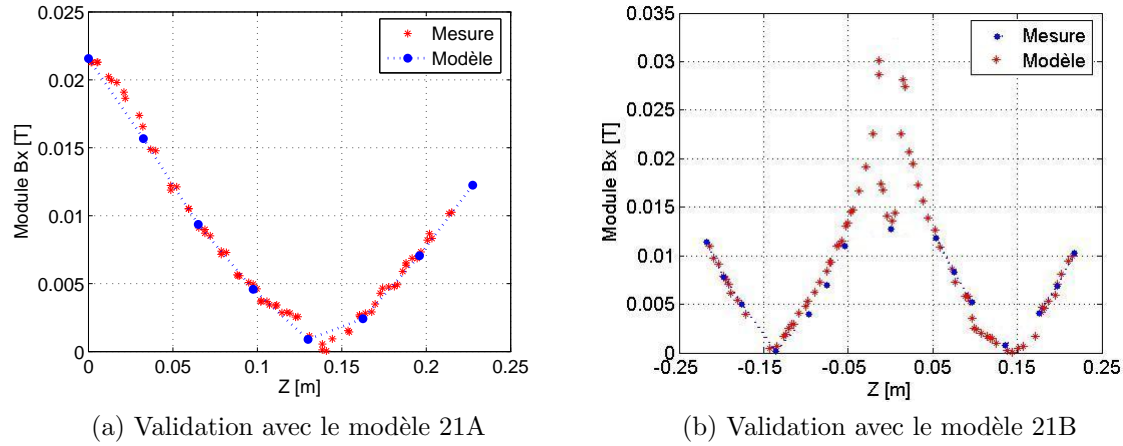


FIGURE 3.16: Validation magnétodynamique non linéaire

Remarque

Pour accélérer la vitesse de convergence de l'algorithme de Newton-Raphson et donc réduire le nombre d'itérations, il est nécessaire d'incorporer des méthodes de relaxations.

3.5 Conclusion

Pour modéliser les problèmes liés aux matériaux en poudres de fer, nous avons retenu la formulation magnétodynamique AV-A issues des équations de Maxwell. Dans les régions conductrices les inconnues sont le potentiel électrique scalaire V et le potentiel vecteur magnétique A et dans les régions non conductrices la variable considérée est le potentiel vecteur magnétique. Le choix de cette formulation est dicté par sa généralité et sa souplesse même si elle engendre plus d'inconnues que les formulations en champs [Meu02]. Il est également dicté par le fait que les matériaux en poudres de fer forment des régions multiplement connexes et la formulation AV-V est parfaitement adaptée à ce type de problème.

La méthode projective de Galerkin est appliquée aux équations aux dérivées partielles issues de cette formulation et la discrétisation des équations est réalisée à l'aide des éléments mixtes arêtes-nodaux. L'étude nécessite également la prise en compte de la non linéarité des matériaux magnétiques et la modélisation de la source d'excitation.

Un code basé sur ces formulations a été développé sous environnement Matlab et a été intégré dans le logiciel du laboratoire.

Les résultats des différents codes obtenus sont cohérents avec les données des workshops sur lesquels ils ont été validés.

Modélisation et homogénéisation des tôles magnétiques

Sommaire

4.1	Introduction	91
4.2	Etude électromagnétique des matériaux en tôles	92
4.2.1	Présentation du matériau étudié	92
4.2.2	Calcul des cycles d'hystérésis	92
4.2.3	Calcul des pertes par courants de Foucault	96
4.3	Application des techniques d'homogénéisation aux matériaux laminés	101
4.3.1	Homogénéisation dynamique monodimensionnelle	101
4.3.2	Homogénéisation bidimensionnelle	106
4.4	Conclusion	110

4.1 Introduction

Dans les dispositifs électromagnétiques fonctionnent en courant alternatif à basse fréquence, les noyaux magnétiques sont souvent feuilletés. Il s'agit d'une mesure efficace pour réduire les pertes par courants de Foucault dues à la variation du champ d'excitation en fonction du temps. Par conséquent, lors de la sollicitation des appareils par des charges linéaires, les pertes par courants de Foucault, et les pertes fer dans l'ensemble ont un effet limité sur le rendement de ces appareils. En revanche, si les charges sont non linéaires, ce qui est habituellement le cas avec l'utilisation des convertisseurs statiques par exemple, l'ordre des harmoniques est élevé et influe d'une manière importante sur les pertes. Des modèles comportementaux fins de ces matériaux sont alors nécessaires pour réaliser de façon précise des dimensionnements d'installations électrotechniques.

Lors de la modélisation, la discrétisation fine de chaque tôle et de sa couche isolante dans un calcul par éléments finis est inenvisageable. Une telle approche donnerait lieu à d'énormes besoins en mémoire et en temps de calcul. On utilise alors des méthodes d'homogénéisation qui permettent le remplacement de la structure réelle de la tôle magnétique par une structure plus simple qui se comportent moyennement de la même façon [TCF00, TFD98, Tri00, FRRB97, Fou97].

L'objectif de ce chapitre est de développer un modèle comportemental des tôles magnétiques rendant compte de façon fidèle des champs et des pertes. Le chapitre commencera par une présentation et une comparaison de différents modèles permettant d'estimer les pertes par hystérésis et les pertes par courants de Foucault dans les tôles. L'influence de la prise en compte de la non linéarité et de l'hystérésis des matériaux magnétiques sera également discutée ainsi que le rapport entre pertes par courants de Foucault et pertes par hystérésis en fonction de l'épaisseur des tôles et de la fréquence. Des confrontations avec des résultats expérimentaux seront également menées. Finalement, des techniques d'homogénéisation permettant d'évaluer les paramètres équivalents des tôles seront mises en œuvre dans le cadre de champs normaux ou tangentiels aux tôles. Ces techniques s'appuieront sur les outils de calcul de champ et de pertes développés dans la première partie du chapitre.

4.2 Etude électromagnétique des matériaux en tôles

4.2.1 Présentation du matériau étudié

Les tôles ferromagnétiques étudiées sont constituées de fer-silicium 3% ayant les caractéristiques présentées dans le tableau 4.2 :

Epaisseur des tôles	0.35 mm
Largeur des tôles	14.5 mm
Longueur des tôles	160 mm
Masse volumique du matériau	7686 kg / m ³
Conductivité électrique	$2.074 \cdot 10^6 \Omega^{-1} \cdot \text{m}^{-1}$

TABLE 4.2: Caractéristiques physiques des tôles

4.2.2 Calcul des cycles d'hystérésis

Les tests et les mesures de la courbe de première aimantation et des cycles d'hystérésis ont été réalisés au sein du laboratoire à l'aide d'un cadre d'Epstein de type Vettiner avec 640 spires au primaire, 320 au secondaire et une longueur moyenne du circuit magnétique de 47 centimètres.

Après identification des paramètres (a , b , H_c et k) du modèle de Preisach de l'équation (2.43), une comparaison de la courbe de première aimantation issue du modèle de Preisach associé à la fonction de Lorentz avec les résultats expérimentaux est illustrée sur la figure 4.1. Les deux courbes sont bien confondues pour les faibles champs d'excitations. Au-delà du coude de saturation, une divergence notable apparaît. L'écart tend à s'agrandir au fur et à mesure que la valeur du champ augmente. Pour un champ de valeur de 2000 A/m, l'erreur absolue est de l'ordre de 10% ce qui n'est pas négligeable.

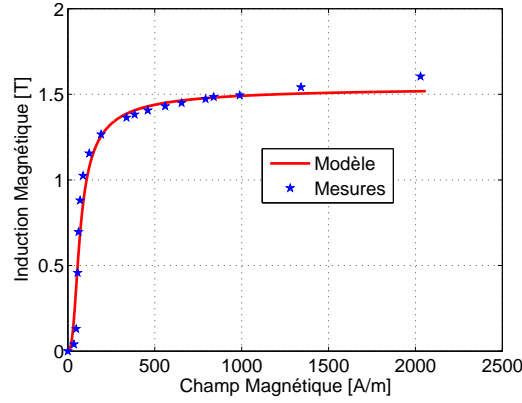


FIGURE 4.1: Courbe de première aimantation à 50 HZ

Dans la perspective de réduire cet écart et d'avoir un modèle plus performant, nous avons apporté une modification à ce modèle en incorporant un autre paramètre "s" appelé paramètre de pente dans les équations du modèle (2.29, 2.30 et 2.31). La courbe de première aimantation s'écrira alors :

$$\mathbf{M} = \mathbf{M}_{i-1} + 2 \int_{H_{i-1}}^{H_i} \frac{k a \sqrt{a} H_c}{\left[a + \left(\frac{\alpha}{H_c} \right) \right]} \left[\operatorname{atan} \left(\frac{1}{\sqrt{a}} \left(\frac{\alpha}{H_c} + b \right) \right) - \operatorname{atan} \left(\frac{1}{\sqrt{a}} \left(\frac{-\alpha}{H_c} + b \right) \right) + s \right] d\alpha \quad (4.1)$$

De même, on introduit le paramètre de pente dans les équations des branches du cycle majeur (eq. 2.30 et eq. 2.31).

En appliquant le nouveau modèle sur la courbe de première aimantation, une meilleure précision est observée et la courbe de première aimantation est alors en bonne cohérence avec les relevés expérimentaux comme l'illustre la figure 4.2

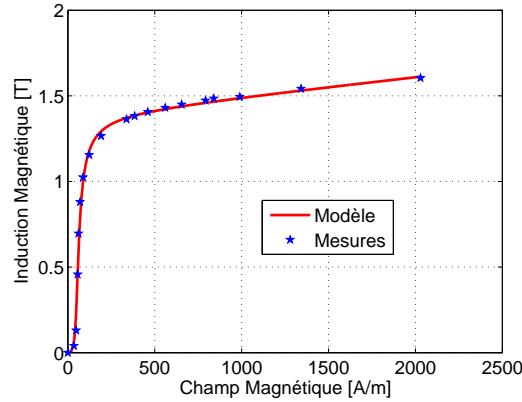


FIGURE 4.2: Courbe de première aimantation

4.2.2.1 Validation du modèle

L'identification des paramètres de Preisach se fait sur un cycle complet contenant la courbe de première aimantation, la branche descendante et la branche ascendante du cycle majeur. Les mêmes paramètres seront utilisés pour le calcul des différents cycles mineurs centrés pour chaque valeur de champ magnétique.

Le modèle de Preisach modifié est également validé pour tracer les cycles majeurs et mineurs. Les figures 4.3 et 4.4 montrent une très bonne concordance entre les cycles expérimentaux et les cycles modélisés.

Les paramètres de Preisach correspondant à cet exemple sont :

$$a = 0.0750, b = 1.0693, k = 385.8677, H_c = 65 \text{ et } s = 40.5663$$

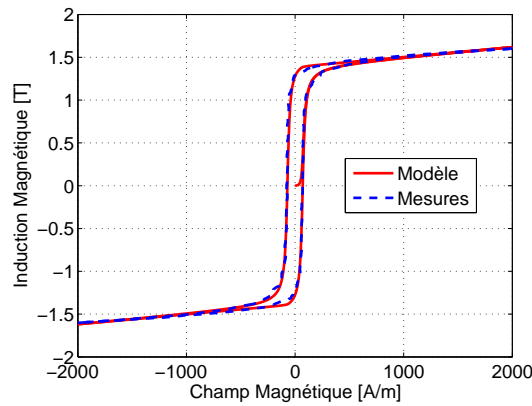


FIGURE 4.3: Validation du modèle sur le cycle majeur

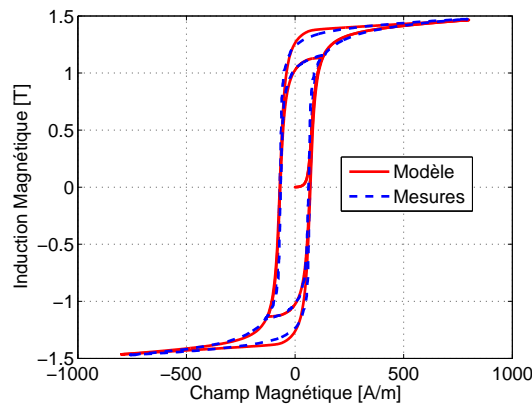


FIGURE 4.4: Validation du modèle sur des cycles mineurs centrés

4.2.2.2 Influence de la fréquence

Nous avons effectués sur le cadre d'Epstein d'autres essais pour des fréquences allant de 50 à 700 Hz (figure 4.5a). Lorsque la fréquence augmente, les cycles d'hystérésis deviennent plus larges alors que le niveau de saturation reste pratiquement inchangé. Concernant le modèle de Preisach, le rôle du paramètre "b" est d'élargir ou de rétrécir le cycle d'hystérésis et celui du paramètre "k" est de réguler le niveau de saturation. Ces deux paramètres sont alors les seuls à être identifiés à nouveau pour prendre en compte la variation de la fréquence [OA00]. L'évolution de b est ainsi illustrée sur la figure 4.5b. Cette évolution peut être approximée par la fonction suivante :

$$b = b_0 (1 + \varepsilon \cdot f^\eta) \quad (4.2)$$

Où b_0 est la valeur de b lorsque le champ d'excitation est continu (fréquence nulle). Les valeurs obtenues pour les paramètres b_0 , ε et η à partir de l'identification sont :

$b_0 = 0.86$, $\varepsilon = 0.0041$ et $\eta = 1.0539$

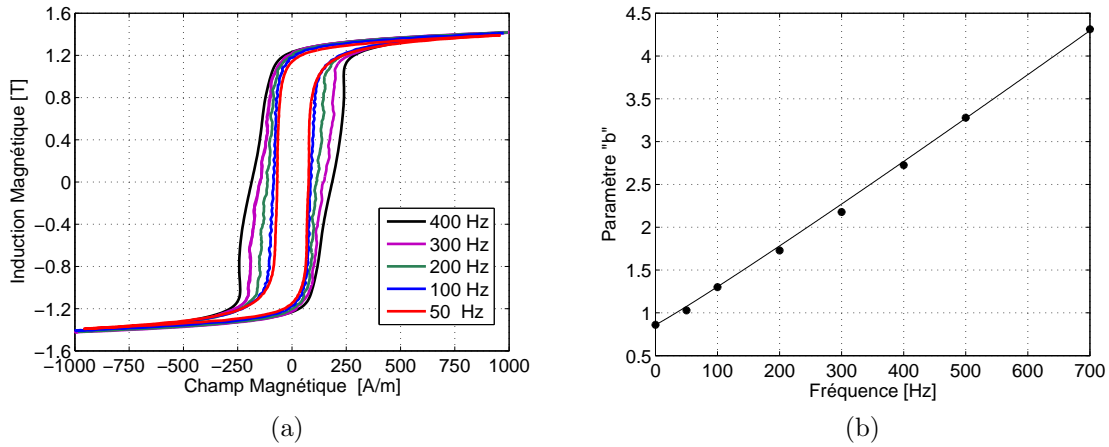


FIGURE 4.5: Evolution des cycles d'hystérésis et du paramètre "b" en fonction de la fréquence

4.2.2.3 Validation du calcul des pertes par hystérésis

Le calcul des pertes par hystérésis se fait par l'association d'un cycle d'hystérésis mineur pour chaque valeur du champ \mathbf{H} . L'aire des cycles d'hystérésis S_h est proportionnelle aux pertes d'hystérésis P_h et sont reliées par la relation :

$$P_h = \frac{S_h \cdot f}{\rho} \quad [\text{W/kg}] \quad (4.3)$$

Les résultats des pertes obtenus à l'aide des cycles mesurés et ceux issus du modèle sont assez proches comme le montre la figure 4.6. L'erreur relative maximale entre le modèle et les mesures ne dépassent pas 7 %.

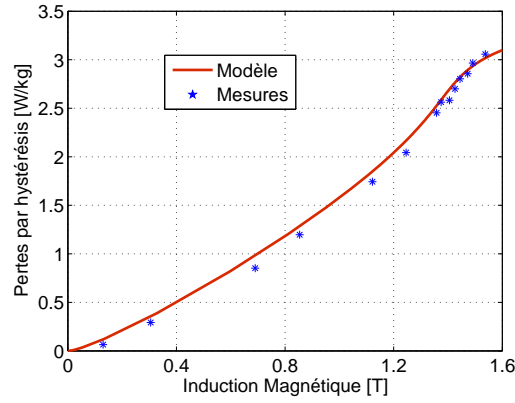


FIGURE 4.6: Comparaison des pertes par hystérésis à 50 Hz

4.2.3 Calcul des pertes par courants de Foucault

Pour le calcul des pertes par courants de Foucault, nous considérons une tôle ou une plaque infinie plongée dans un champ magnétique variable dans le temps. Nous supposons que le champ est suivant la direction z . Les courants induits se trouvent alors dans le plan (xy) comme le montre la figure 4.7. Pour le calcul des courants induits, le domaine d'étude peut être réduit au plan formé par l'épaisseur de la tôle et par sa largeur. Le problème est alors modélisé par une formulation magnétodynamique en \mathbf{H} . Le champ source est pris en compte par les conditions aux limites sur les bords du domaine.

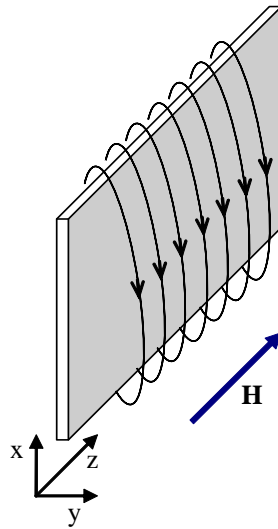


FIGURE 4.7: Domaine d'étude

4.2.3.1 Cas d'une plaque infinie - modélisation monodimensionnelle

Formulation Mathématique

Si on considère que la largeur de la tôle est très grande devant son épaisseur, on peut ramener l'étude au cas monodimensionnel. Les courants induits sont suivant l'axe x . Sur une face extérieure de la plaque les courants sont alors dans un sens et dans l'autre face ils sont dans le sens opposé. Le champ magnétique \mathbf{H}_z ne dépend que de la valeur y suivant l'épaisseur de la plaque. ($\mathbf{H} = \mathbf{H}_z(y)$)

Les conditions aux limites sont représentées par la valeur du champ \mathbf{H} par unité de longueur à la surface de la plaque égal à $H_0 = ni$ où n est le nombre de spires de l'inducteur et i l'intensité du courant électrique appliqué.

Dans ce cas, l'équation en \mathbf{H} s'écrit :

$$\frac{d^2 \mathbf{H}_z(y)}{dy^2} - j\omega\sigma\mu\mathbf{H}_z(y) = 0 \quad (4.4)$$

La résolution de cette équation nous permet de calculer la puissance induite à partir du vecteur de Poynting [Dev00] :

$$\mathbf{P} = (\mathbf{E} \wedge \mathbf{H}^*) \cdot \mathbf{S} = \frac{H_0^2 \cdot \mathbf{S}}{\sigma \delta} \left[(1 + j) \tanh \left(\left(\frac{1 + j}{\delta} \right) \frac{e}{2} \right) \right] [W] \quad (4.5)$$

Avec \mathbf{S} étant la surface de la plaque. δ et e sont respectivement l'épaisseur de peau électromagnétique et l'épaisseur de la tôle.

L'expression de la puissance induite peut s'écrire sous la forme suivante : $P = P_a + jP_r$

P_a est la puissance active qui représente les pertes par courants de Foucault et P_r est la puissance réactive.

Dans le cas des basses fréquences, l'épaisseur de la tôle est faible devant l'épaisseur de peau δ . Nous pouvons alors simplifier l'expression 4.5 en faisant le développement limité de la fonction \tanh :

$$\tanh(x) = x - \frac{x^3}{3}$$

L'équation 4.5 devient :

$$P = \frac{H^2 \mathbf{S}}{\sigma} \left[\frac{2je}{2\delta^2} + \frac{e^3}{6\delta^4} \right] \quad (4.6)$$

L'expression simplifiée des pertes par courants de Foucault est alors donnée par la formule suivante :

$$P_a = \frac{H^2 e^3}{6 \delta \sigma^4} = \frac{\sigma \pi^2 \mathbf{S}}{6} B^2 f^2 e^3 \quad (4.7)$$

Les pertes par courants de Foucault par unité de masse sont alors :

$$P_j = \frac{\sigma \pi^2}{6\rho} B^2 f^2 e^2 \quad (4.8)$$

Où ρ est la densité du matériau

La figure 4.8 compare les pertes par courants de Foucault calculées par la solution exacte de l'équation 4.5 et celle obtenue par l'équation 4.8. Le modèle simplifié stipulant que les pertes par courants de Foucault sont proportionnelles au carré de la fréquence est valable pour les faibles fréquences. Pour des fréquences plus élevées les pertes sont proportionnelles à f^η avec $\eta < 2$. Enfin pour les hautes fréquences les pertes sont proportionnelles à $f^{1/2}$. Cette constatation a une importance particulière pour l'étude des charges non linéaires. En effet, un transformateur alimentant une charge non linéaire subit les pertes supplémentaires introduites par les harmoniques.

Les courants harmoniques dans certaines charges sont inversement proportionnels à leur rang et régis par l'équation :

$$I = \sum_{k=1}^{\infty} \frac{a}{k} \sin(2\pi k f t) \quad (4.9)$$

Si on considère que les pertes par courants de Foucault sont proportionnelles au carré de la fréquence, on obtient alors

$$P_j = k_j \sum_{k=1}^{\infty} \frac{a^2}{k^2} k^2 f^2 = k_j \sum_{k=1}^{\infty} a^2 f^2 \quad (4.10)$$

Dans ce cas les pertes de tous les harmoniques sont équivalentes et leur somme est infinie. Cette conclusion est erronée. L'utilisation de la formule simplifiée doit alors être limitée à des fréquences faibles.

4.2.3.2 Résolution numérique

Dans le cas de fort champ d'excitation, la perméabilité magnétique de la tôle n'est pas constante. De plus l'induction magnétique B en fonction du champ magnétique H suit des cycles d'hystérésis. L'équation 4.4 ne peut alors pas être résolue analytiquement. L'approximation harmonique n'est pas non plus valable et l'équation de l'onde s'écrit finalement sous la forme :

$$\rho \frac{\partial^2 \mathbf{H}_z(y)}{\partial y^2} - \frac{\partial \mathbf{B}_z(y)}{\partial t} = 0 \quad (4.11)$$

Cette équation a été résolue par la méthode des différences finies avec une méthode implicite pas à pas dans le temps et est définie par :

$$\rho \frac{\Delta}{\Delta y} \left[\frac{\Delta \mathbf{H}}{\Delta y} \right]^{k+1} - \frac{\mu \mathbf{H}^{k+1}}{\Delta t} = \frac{\mu \mathbf{H}^k}{\Delta t} \quad (4.12)$$

Pour chaque pas de temps, on applique le modèle de Preisach pour calculer \mathbf{B}^k et par conséquent μ^k . Pour un pas de temps équivalent à 1/1000 de la période, la méthode converge au bout de deux périodes. Les résultats obtenus pour le cas d'une plaque de 0.5 mm sont reportés sur la figure 4.8. On constate que les modèles analytiques surestiment les pertes par courants de Foucault.

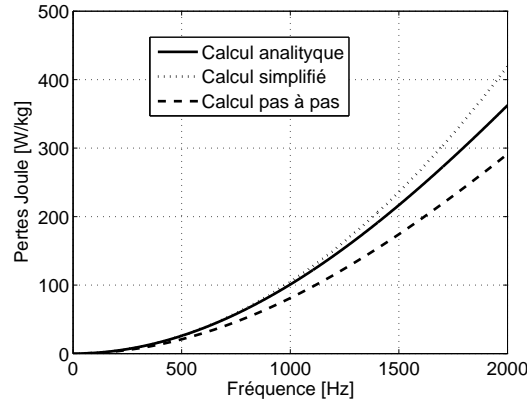


FIGURE 4.8: Comparaison des pertes par courants de Foucault issues des différentes résolutions

Un calcul 2D en formulation en \mathbf{H} effectué par la méthode des éléments finis donne des résultats presque identiques au modèle 1D. On peut alors ramener le calcul des pertes par courants de Foucault à une résolution par une méthode 1D. Il est à noter que la formule 4.8 est souvent pondérée par un coefficient k dépendant de la structure et de la forme du matériau.

4.2.3.3 Choix de l'épaisseur de la tôle

Une expression analytique couramment utilisée pour exprimer les pertes par hystérésis dans les tôles est la formule de Steinmetz qui s'écrit :

$$P_h = k_h \cdot B^\alpha \cdot f^\eta \quad (4.13)$$

Où B est l'induction magnétique, f est la fréquence d'alimentation et k_h , α et η sont les coefficients de Steinmetz identifiés pour chaque matériau.

La densité volumique des pertes par hystérésis est indépendante de l'épaisseur de la tôle, par contre celle des pertes par courants de Foucault dépend de cette épaisseur. Le choix de

l'épaisseur des tôles est donc lié au rapport qu'on désire avoir entre les pertes par courants de Foucault et les pertes par hystérésis. Nous appelons r ce rapport.

En utilisant les équations 4.8 et 4.13 on peut écrire :

$$\frac{\sigma\pi^2}{6\rho}B^2f^2e^2 = r k_h.B^\alpha.f^\eta \quad (4.14)$$

D'où

$$e = \sqrt{\frac{6\rho rk}{\sigma\pi^2 B^{(2-\alpha)} f^{(2-\eta)}}} \quad (4.15)$$

La figure 4.9 montre l'évolution de l'épaisseur e en fonction de la fréquence d'utilisation pour différentes valeur de r . Pour cet exemple on a supposé les valeurs suivantes :

$\sigma = 2.074 \Omega^{-1}m^{-1}$, $k = 0.029$, $\alpha = 1.3806$ et $\eta=1$

On peut constater, par exemple, pour un rapport $r < 0.1$ et une fréquence d'utilisation de 500 Hz, l'épaisseur de la tôle doit être inférieure à 0.1 mm.

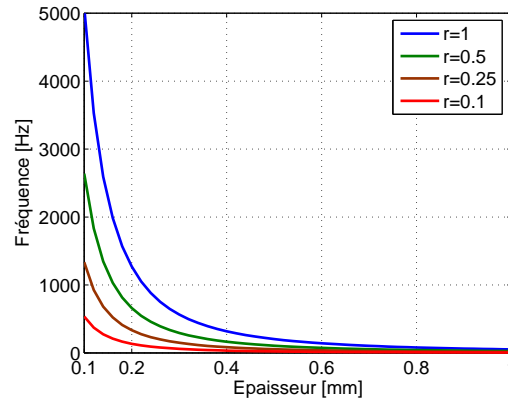


FIGURE 4.9: relation entre la fréquence et l'épaisseur des tôles

On peut également utiliser la résolution numérique présentée en 4.2.3.2 pour calculer à la fois les pertes par courants de Foucault et les pertes par hystérésis. Les épaisseurs obtenues dans ce cas sont légèrement supérieures à celles obtenues par la formule 4.15. Dans les dispositifs électromagnétiques, réaliser des tôles avec ces épaisseurs est difficile et pose également des problèmes mécaniques. Il est alors préférable d'utiliser des poudres de fer par les fréquences élevées.

Dans cette partie nous avons développé et validé des outils qui permettent d'évaluer de plusieurs façons les pertes par courants de Foucault et les pertes par hystérésis dans les tôles magnétiques. Ces outils sont indispensables pour mettre en oeuvre les méthodes d'homogénéisation objet de la partie suivante de ce chapitre.

4.3 Application des techniques d'homogénéisation aux matériaux laminés

4.3.1 Homogénéisation dynamique monodimensionnelle

4.3.1.1 Géométrie de la cellule d'étude

Nous considérons dans cet exemple une cellule élémentaire composée d'une tôle magnétique isolée d'une part et d'autre par la moitié de l'épaisseur d'isolant comme le montre la figure 4.10.

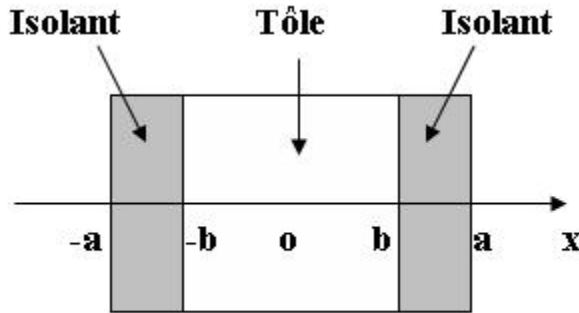


FIGURE 4.10: la cellule élémentaire

4.3.1.2 Homogénéisation de la perméabilité

Pour calculer la perméabilité équivalente nous allons utiliser la formulation en \mathbf{A} . L'homogénéisation dynamique appliquée au potentiel vecteur magnétique s'écrit :

$$\begin{cases} \mathbf{A} = \mathbf{A}_c + \frac{1}{2}\mathbf{B}_0 \wedge \mathbf{x} \\ \mathbf{H} = \mathbf{H}_c - \frac{1}{2}\mathbf{J}_0 \wedge \mathbf{x} \end{cases} \quad (4.16)$$

Où \mathbf{A}_c est le potentiel vecteur au niveau de la cellule.

Et

$$\mathbf{B}_0 = \frac{\mathbf{A}(a) - \mathbf{A}(-a)}{2a} \quad (4.17)$$

Comme nous souhaitons homogénéiser uniquement la perméabilité magnétique, on pose

$$\mathbf{J}_0 = 0$$

On aura alors :

$$\begin{cases} \nabla \wedge \mathbf{H} = -j\omega\sigma \mathbf{A} \\ \nabla \wedge \mathbf{A} = \mu \mathbf{H} \end{cases} \quad (4.18)$$

Si on applique un champ uniforme suivant la direction tangentielle ou normale de la tôle, on obtient la formulation suivante :

$$\begin{cases} \frac{d^2 \mathbf{A}}{dx^2} = \mathbf{0} & \text{dans l'air} \\ \frac{d^2 \mathbf{A}}{dx^2} - j\omega\sigma \mathbf{A} = \mathbf{0} & \text{dans le fer} \end{cases} \quad (4.19)$$

La solution du problème s'écrit alors comme suit :

$$\begin{cases} A = c_1 x + c_2 & \text{dans l'entrefer 1} \\ A = c_3 \cosh(\gamma x) + c_4 \sinh(\gamma x) & \text{dans le fer} \\ A = c_5 x + c_6 & \text{dans l'entrefer 2} \end{cases} \quad (4.20)$$

On applique les conditions aux limites pour identifier les constantes d'intégration. On obtient alors les valeurs suivantes :

$$\begin{cases} c_1 = \frac{a\mathbf{B}_0}{(a-b) + \frac{k_1}{\gamma} \tanh(\gamma b)} \\ c_2 = a(c_1 - \mathbf{B}_0) \\ c_3 = 0 \\ c_4 = \frac{c_1}{\gamma \cosh(\gamma b)} \\ c_5 = c_1 \\ c_6 = -c_2 \end{cases} \quad (4.21)$$

La valeur du champ moyen s'écrit dans ces conditions comme suit :

$$\mathbf{H}_{\text{moy}} = \frac{\mathbf{B}_0 \left[(a-b) + \frac{1}{\gamma k_2} \tanh(\gamma b) \right]}{\mu_0 \left[(a-b) + \frac{k_1}{\gamma} \tanh(\gamma b) \right]} \quad (4.22)$$

Les valeurs de k_1 et k_2 dépendent de la direction du champ appliqué. On doit alors traiter

deux cas, celui des champs tangentiel à la tôle et celui des champs normaux à la tôle.

1. Cas du champ tangentiel à la tôle

$k_1 = \mu_r$ et $k_2 = 1$. La perméabilité relative équivalente μ_{req} est donnée par l'expression suivante :

$$\mu_{req} = \frac{\left[(a - b) + \frac{\mu_r}{\gamma} \tanh(\gamma b) \right]}{\left[(a - b) + \frac{1}{\gamma} \tanh(\gamma b) \right]} \quad (4.23)$$

Et sa valeur pour $f = 0$ est donnée par :

$$\mu_{req} = \frac{\mu_r b + (a - b)}{a} \quad (4.24)$$

1. Cas du champ normal à la tôle

$k_1 = 1$ et $k_2 = \mu_r$

La perméabilité relative équivalente est donnée dans ce cas par :

$$\mu_{req} = \frac{\left[(a - b) + \frac{1}{\gamma} \tanh(\gamma b) \right]}{\left[(a - b) + \frac{1}{\gamma \mu_r} \tanh(\gamma b) \right]} \quad (4.25)$$

La valeur de μ_{req} pour $f = 0$ est :

$$\mu_{req} = \frac{a \mu_r}{(a - b) \mu_r} \quad (4.26)$$

Les résultats de la perméabilité réelle et imaginaire (de valeur négative) obtenus pour les deux applications du champ sont illustrés sur les figures 4.11 et 4.12. La valeur de la perméabilité équivalente est plus proche de celle du fer pour le cas du champ tangentiel et chute d'une manière brusque pour les très hautes fréquences, à partir de 10 kHz. La perméabilité imaginaire devient alors plus importante puis chute à son tour. Lorsqu'on applique un champ perpendiculaire aux tôles, la perméabilité équivalente est très sensible à la valeur de l'épaisseur de l'isolant et demeure très faible comparativement à celle obtenue avec le champ tangentiel.

Dans les applications en électrotechnique en basse fréquence, on peut se contenter des valeurs obtenues pour $f = 0$

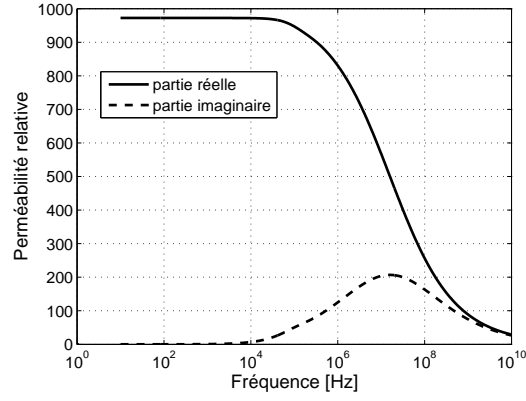


FIGURE 4.11: Perméabilité équivalente pour le cas du champ tangentiel aux tôles

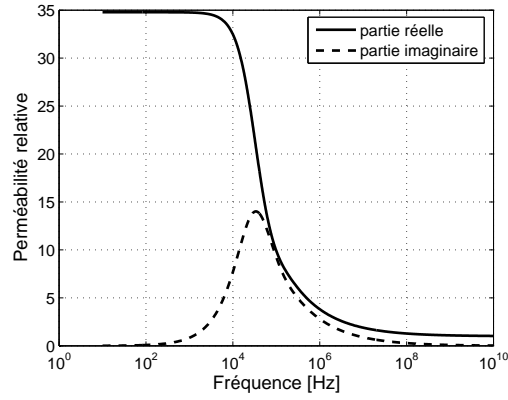


FIGURE 4.12: Perméabilité équivalente pour le cas du champ perpendiculaire aux tôles

4.3.1.3 Homogénéisation de la conductivité électrique

Pour calculer la conductivité électrique équivalente, il faut utiliser la formulation en champ magnétique \mathbf{h} . L'homogénéisation dynamique appliquée au champ \mathbf{h} s'écrit alors :

$$\left\{ \begin{array}{ll} \mathbf{H} = \mathbf{h}_1 & -a < x < -b \\ \frac{d^2 \mathbf{H}}{dx^2} - j\omega\mu\sigma\mathbf{H} = \mathbf{0} & \text{pour } -b < x < b \\ \mathbf{H} = \mathbf{h}_2 & b < x < a \end{array} \right. \quad (4.27)$$

et $J = \frac{h_2 - h_1}{2a}$

La résolution analytique de ces équations donne la valeur de la conductivité équivalente σ_{eq} à partir de l'expression suivante :

$$\frac{1}{\sigma_{eq}} = \frac{1}{\sigma} + j\omega\mu \frac{(a-b)^2}{2} + \frac{(a-b)(1+j)b}{\sigma b} \coth \left[\frac{(1+j)b}{\delta} \right] \quad (4.28)$$

La figure 4.13 montre la variation de la conductivité électrique en fonction de la fréquence.

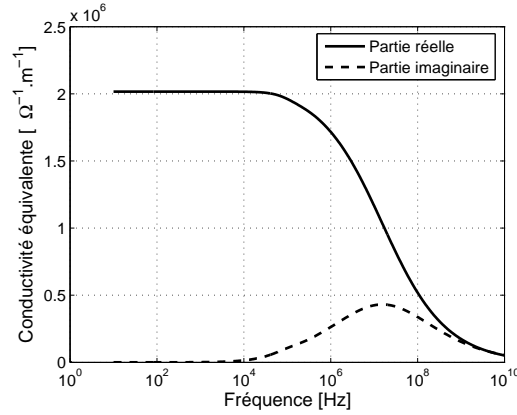
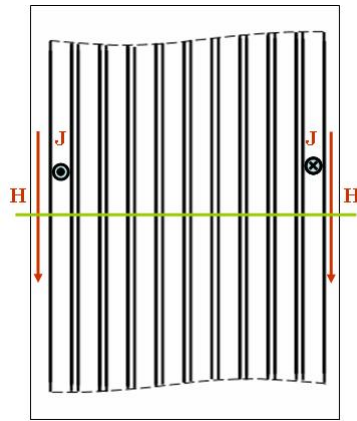


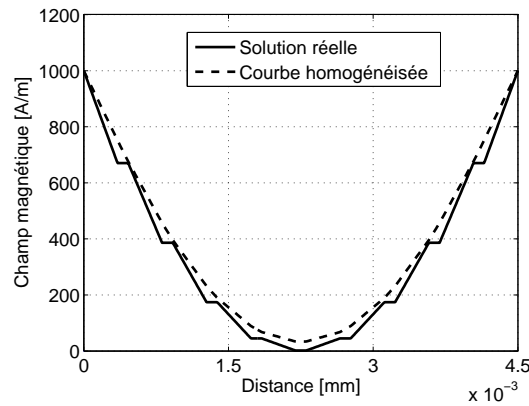
FIGURE 4.13: Evolution de la conductivité électrique en fonction de la fréquence

La valeur de la conductivité baisse aussi pour les fréquences élevées.

La figure 4.14b montre la variation du champ \mathbf{H} et sa valeur homogénéisée pour un paquet de 10 tôles à la fréquence de 100 Hz. Dans la perspective de voir l'effet de l'isolant sur la répartition du champ nous avons utilisé un isolant d'épaisseur de 100 microns. La conductivité des tôles est prise égale à $\sigma_f = 2.10^6 \Omega^{-1}.m^{-1}$, celle de l'isolant à 1 et la perméabilité relative du fer est égale à 1000.



(a) La géométrie d'étude



(b) Evolution du champ magnétique dans un paquet de tôle

FIGURE 4.14: Homogénéisation d'un paquet de tôles

Une bonne concordance est observée entre le champ réel et le champ homogénéisé.

4.3.2 Homogénéisation bidimensionnelle

4.3.2.1 Le dispositif étudié

Pour le développement de la technique d'homogénéisation, nous allons étudier le cas d'un transformateur présenté sur la figure 4.15. La technique développée peut être facilement extrapolée au cas des machines tournantes.

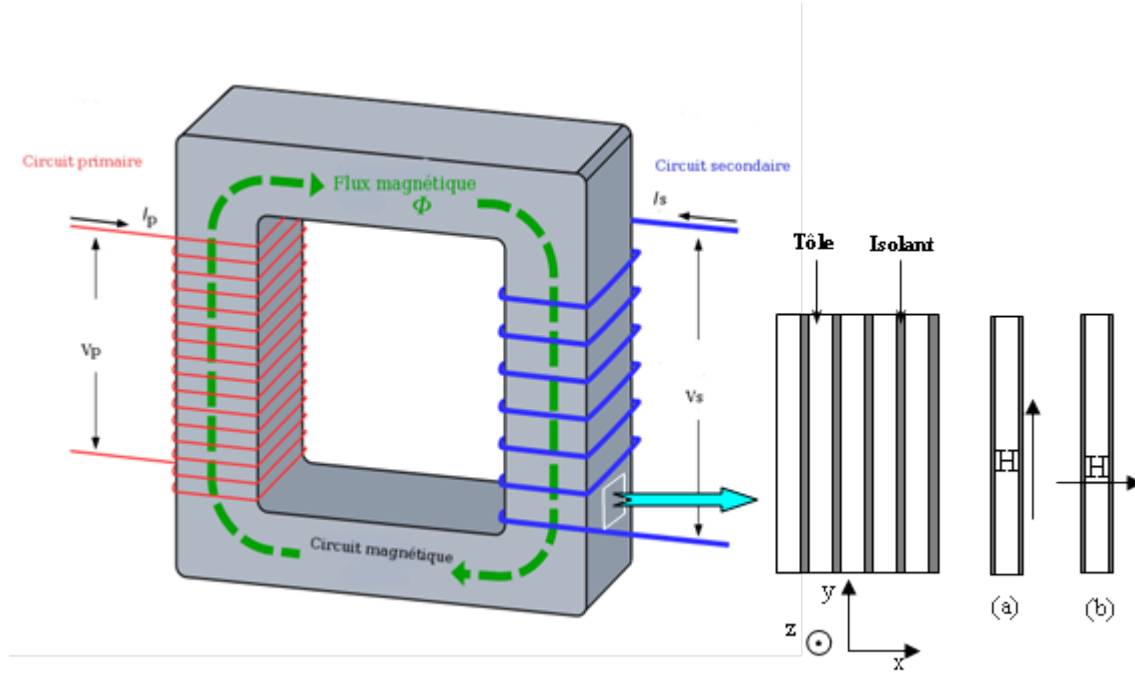


FIGURE 4.15: Schéma d'un transformateur

4.3.2.2 Formulation électromagnétique

Dans le transformateur, le champ magnétique créé par les bobines est quasi tangentiel à la surface des tôles, mais il existe également des champs perpendiculaires aux tôles surtout à l'extrémité des bobines. Nous étudierons donc le problème d'homogénéisation en deux cas différents :

- Le cas où le champ magnétique est tangentiel à la surface des tôles :

La méthode adaptée à ce cas est la formulation en champ magnétique \mathbf{H}

$$\nabla \wedge \left(\frac{1}{\sigma} \nabla \wedge \mathbf{H} \right) - \frac{\partial \mathbf{B}}{\partial t} = \mathbf{0} \quad (4.29)$$

La géométrie étudiée est alors une tôle entourée de deux demis isolants avec un champ tangentiel \mathbf{H}_0 (figure 4.15 a)

- Le cas où le champ magnétique est perpendiculaire aux tôles :

La méthode adaptée à ce cas est la formulation en potentiel vecteur \mathbf{A}

$$\nabla \wedge \left(\frac{1}{\mu} \nabla \wedge \mathbf{A} \right) - \sigma \frac{\partial \mathbf{A}}{\partial t} = \mathbf{0} \quad (4.30)$$

La géométrie étudiée est identique à celle du cas précédent sauf que la cellule est supposée être exposée à un champ uniforme perpendiculaire (figure 4.15 b).

L'homogénéisation dans le cas linéaire donne les mêmes résultats que le calcul monodimensionnel. Nous allons donc utiliser une homogénéisation non linéaire basé sur les techniques du problème inverse pour calculer la perméabilité équivalente. Il est à noter que la perméabilité magnétique dans ce cas n'est pas constante mais elle suit les valeurs obtenues sur un cycle d'hystérésis équivalent.

4.3.2.3 La démarche de l'homogénéisation des tôles

La démarche de l'homogénéisation des matériaux stratifiés peut se faire par les étapes suivantes :

- Calcul des pertes par hystérésis par l'application du modèle de Preisach.
- Intégration du modèle de Preisach dans un code de calcul éléments finis et calcul des pertes par hystérésis et par courants de Foucault.
- Application de la méthode d'homogénéisation par problème inverse sur un volume représentant la géométrie précédemment définie.
- Homogénéisation des cycles d'hystérésis équivalents de telle sorte à aboutir aux mêmes pertes par unité de masse ou aux mêmes champs moyens et identification des nouveaux paramètres du modèle de Preisach.

4.3.2.4 Homogénéisation des tôles pour un champ tangentiel

Selon le critère choisi, l'homogénéisation des cycles d'hystérésis peut se faire de deux manières différentes :

1. Critères d'égalité des pertes

Pour obtenir les perméabilités équivalentes, on utilise le critère suivant :

$$\min_{\mu} J(\mu) = \frac{1}{2} (P_r - P_{hom})^2 \quad (4.31)$$

Où μ est un ensemble de valeurs sur la courbe d'hystérésis homogénéisé, P_{hom} est la puissance homogénéisée et P_r est la puissance réelle.

La résolution de l'équation 4.29 montre que dans le cas des fréquences habituellement

utilisées en électrotechnique (inférieures à 1kHz), le cycle d'hystérésis homogénéisé s'obtient par la formule suivante :

$$\mathbf{B}_{eq}(H) = B(H) \sqrt{\frac{V_{fer}}{V_{fer} + V_{isolant}}} \quad (4.32)$$

2. Critères d'égalité de l'induction globale

Dans ce cas, l'ensemble des valeurs de perméabilité équivalentes s'obtiennent en minimisant le critère suivant :

$$\min_{\mu} J(\mu) = \frac{1}{2} (\mathbf{B}_r - \mathbf{B}_h)^2 \quad (4.33)$$

Pour les fréquences inférieures à 1kHz, le champ équivalent est obtenu par :

$$\mathbf{B}_{eq}(H) = \mathbf{B}(H) \frac{\frac{V_{isolant}}{\mu_r} + V_{fer}}{V_{fer} + V_{isolant}} \quad (4.34)$$

Si le volume de l'isolant est faible devant le volume du fer, les deux formulations donnent approximativement les mêmes valeurs de \mathbf{B} . Pour un rapport de 3% par exemple, la première formule donne une valeur de \mathbf{B} majorée de 2% par rapport à la deuxième formule.

L'application des équations 4.32 et 4.34 donnent deux nouvelles formes des cycles d'hystérésis. La figure 4.16 compare le cycle réel homogénéisé donné par l'équation 4.34 pour un rapport de volume de l'isolant sur le volume du fer égal à 0.03 [Eur98]

Une fois le cycle obtenu, l'identification des nouveaux paramètres de Preisach donne les résultats suivants :

Pour l'équation 4.32 : $a = 0.0750$, $b = 1.0693$ $Hc = 65$, $k = 380.2066$ et $s = 39.9638$

Pour l'équation 4.34 : $a = 0.0750$, $b = 1.0693$ $Hc = 65$, $k = 374.6287$ et $s = 39.3848$

La figure 4.16 compare les cycles issues des formules 4.32 et 4.34 avec le cycle réel.

Les deux cycles homogénéisés par les deux critères sont pratiquement confondus. Ils sont également proches du cycle réel dû à l'épaisseur très faible de l'isolant.

Le matériau homogénéisé est à présent identifié par ses cycles d'hystérésis. On calcule alors les pertes par hystérésis Les résultats obtenus sont comparés aux différentes puissances du matériau réel comme le montre la figure 4.17. Le matériau peut être désormais remplacé lors des calculs par le matériau homogénéisé.

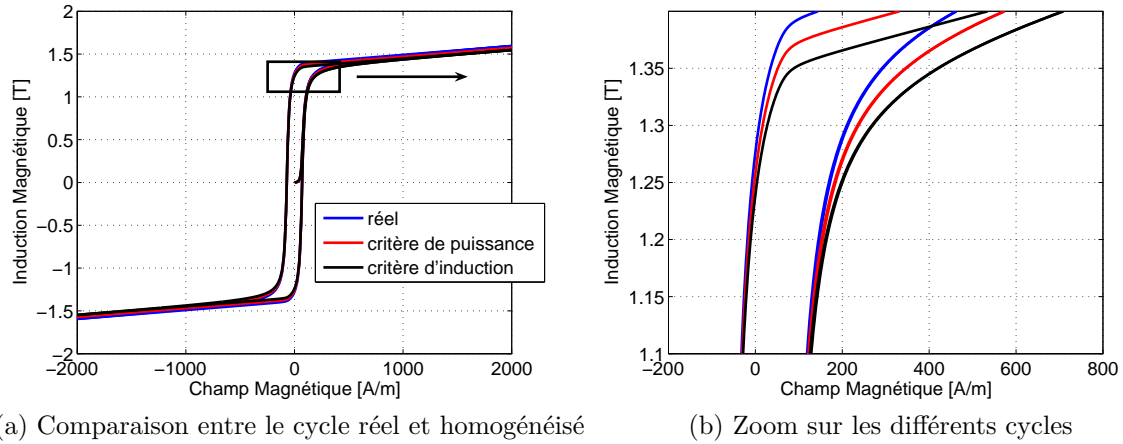


FIGURE 4.16: Homogénéisation des cycles d'hystérésis

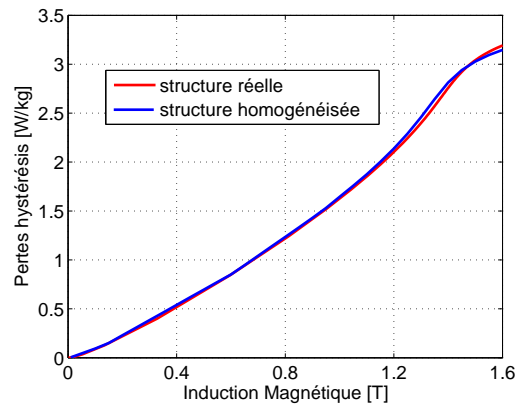


FIGURE 4.17: Comparaison des puissances réelles et homogénéisées

4.3.2.5 Homogénéisation des tôles pour un champ perpendiculaire

Le cas des champs perpendiculaires ressemble au cas précédent. Pour calculer la perméabilité magnétique et le cycle d'hystérésis équivalent, il faut résoudre l'équation 4.30.

La figure 4.18 montre la courbe de première aimantation équivalente pour un rapport du volume de l'isolant sur le volume du fer de 3%

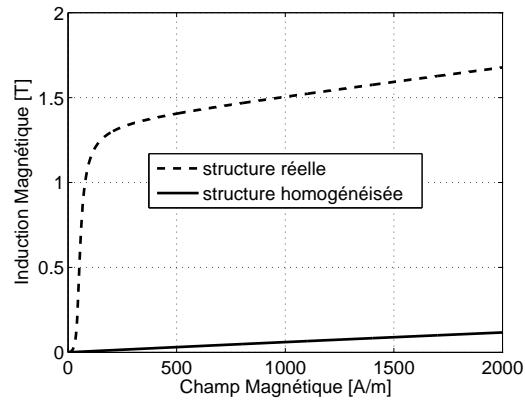


FIGURE 4.18: Courbe de première aimantation équivalente pour le cas du champ normal à la cellule

L'induction magnétique équivalente dans le sens normal est très faible en comparaison avec l'induction dans le sens tangentiel. Les pertes par hystérésis sont également négligeables. Dans ce cas, on peut négliger lors de la modélisation des matériaux en tôles la composante normale du champ.

4.4 Conclusion

Les tôles magnétiques sont omniprésentes dans les dispositifs électrotechniques. Une prise en compte directe de la géométrie réelle de ces matériaux ainsi que de leur comportement magnétique est impossible et conduit à une complexité numérique insurmontable. Dans ce chapitre nous avons développé des modèles comportementaux des tôles magnétiques rendant compte de façon fidèle des champs et des pertes. Ces modèles s'appuient principalement sur des techniques d'homogénéisation linéaire et non linéaire. Les propriétés équivalentes de matériaux ont été calculées pour des champs magnétiques perpendiculaires ou transverses aux tôles. Des validations expérimentales ont permis de valider ces modèles. Les démarches mises en œuvre dans ce chapitre seront appliquées aux matériaux en poudre de fer, objet du chapitre suivant. Les modèles développés seront ensuite intégrés dans un code de calcul global pour la modélisation électromagnétique des dispositifs en électrotechnique.

Modélisation et homogénéisation des poudres de fer

Sommaire

5.1 Introduction	113
5.2 Fréquence d'utilisation et la taille des particules	114
5.2.1 Les pertes par hystérésis	114
5.2.2 Les pertes par courants de Foucault	115
5.2.3 Influence mutuelle des particules	118
5.3 Modélisation des matériaux en poudres de fer	121
5.4 Position du problème	125
5.5 Construction géométrique de la cellule élémentaire	126
5.5.1 Algorithme de base de la génération des cellules	126
5.5.2 Exemple de construction d'une cellule élémentaire	127
5.5.3 Réduction de l'épaisseur de l'isolant	129
5.5.4 Prise en compte du comportement réel de l'isolant	131
5.5.5 Vérification de la géométrie	133
5.5.6 Détermination de la taille optimale de la cellule élémentaire	133
5.6 Homogénéisation des poudres de fer	135
5.6.1 Homogénéisation dynamique	135
5.6.2 Homogénéisation non linéaire	136
5.7 Etude de l'influence de la taille des particules sur les caracté-	
ristiques électromagnétiques des poudres de fer	138
5.8 Conclusion	139

5.1 Introduction

Les propriétés magnétiques des poudres de fer dépendent fortement de la composition des matériaux employés (fer, isolant, liant, lubrifiant, . . .), de leurs propriétés physiques, de leur distribution dans le volume (tailles des particules, lois de distributions, . . .), mais également des paramètres opératoire d'élaboration (pression de compactage, température de recuit, . . .). Tous ces paramètres ont pour origine des phénomènes mécanique, thermique et magnétique. L'influence de ces différents paramètres sur les propriétés physiques résultantes est décrite sur le tableau 5.1 [Ska01].

La nature microscopique très complexe des poudres de fer interdit l'intégration du modèle réel de ces matériaux dans un code de calcul simulant par exemple le fonctionnement d'un moteur alternatif. Une telle tentative conduirait à une complexité numérique insurmontable. A l'inverse, ne pas prendre en considération la taille et la répartition aléatoire des poudres de fer conduirait à masquer des phénomènes physiques prépondérants dans l'évaluation des propriétés magnétiques. Dans ce cadre, l'objectif principal de ce chapitre est de poser les bases d'un modèle numérique permettant de rendre compte du comportement microscopique des matériaux en poudres de fer. Ce modèle, transposable à l'échelle globale, devra conduire à une complexité numérique acceptable tout en assurant une évaluation efficace des champs et des pertes fer. Cette démarche s'appuiera principalement sur des techniques d'homogénéisation multi-échelles.

Dans la première partie de ce chapitre, la poudre de fer sera assimilée de façon simplifiée à une sphère isolée. Cette hypothèse très simplificatrice sera discutée par la suite. Une étude de l'influence du rayon et de la fréquence sur les pertes par courants induits et les pertes par hystérésis sera alors réalisée. Ensuite l'influence mutuelle que peut avoir une poudre sur ses voisines sera abordée. Par la suite, un modèle de génération de géométrie de poudre de fer sera développé. Ce dernier sera finalement utilisé pour déduire les propriétés magnétiques équivalentes des matériaux en poudre de fer.

	I	II	III	IV	V
Perméabilité	↑	↓	↓	↑	↑
Induction maximale	↑	↓	↓	↑	↑
Champ coercitif	↓	→	→	↑	↓
La résistivité	↓	↑	↑	↓	↓
Conductivité thermique	↑	↓	↓	↑	↑
La dureté	↓	↓	↑	[*] ↑↓	↑

I : augmentation de la taille des particules

II : addition de lubrifiant

III : addition d'un liant

IV : augmentation de la compression de compactage

V : traitement thermique

* D'après [Ska01], une augmentation de la compression avec un liant renforce le matériau et dans le cas contraire, c'est à dire une augmentation de la compression sans liant produit un effet inverse.

TABLE 5.1: Influence de différents paramètres sur les caractéristique des SMC

5.2 Fréquence d'utilisation et la taille des particules

5.2.1 Les pertes par hystérésis

La théorie du magnétisme présentée au chapitre 1 montre que les pertes par hystérésis sont liées à la formation des domaines de Weiss et de leur comportement sous influence du champ magnétique. Les dimensions caractéristiques de ces domaines pour le cas du fer pur par exemple sont de l'ordre du micron [Cyr07]. Un exemple d'observation des domaines magnétiques dans un matériau fer-résine est illustré sur la figure 5.1. La poudre d'une taille voisine de 50 microns y est délimitée par le contour noir foncé. Les domaines magnétiques donnant une texture striée à la poudre de fer. Dans le cas où les particules ont des tailles inférieures ou égales à la taille des domaines, il faut alors faire une étude microscopique pour déterminer les pertes par hystérésis. Dans notre cas, les poudres étudiées ont des tailles comprises entre quelques dizaines et quelques centaines de microns. Chaque particule de fer comporte alors un nombre élevé de domaines magnétiques et nous permet d'assimiler son comportement à celui d'un matériau massif. Dans ce cas, la taille des particules n'intervient pas directement dans le calcul des pertes par hystérésis. Cette hypothèse est vérifiée par expérimentation (cf. figure 1.19b) et sera démontrée ensuite par une simulation 3D.

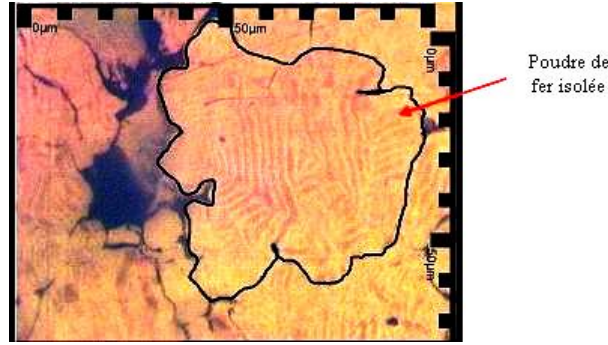


FIGURE 5.1: Observation de domaines magnétique dans une poudre fer avec mise en évidence du contour de la poudre

5.2.2 Les pertes par courants de Foucault

Contrairement aux pertes par hystérésis, les pertes par courants induits dépendent directement des tailles des particules. Pour déterminer cette dépendance, nous avons assimilé le comportement des particules de fer dans les matériaux en poudres à une sphère idéale[HPE05]. Nous avons alors étudié le cas d'une sphère soumise à un champ d'induction magnétique uniforme.

En coordonnées sphérique (e_r, e_θ, e_ϕ) , le potentiel vecteur magnétique A à l'intérieur de la sphère pleine de rayon R est donné par la formule suivante [Dul96] :

$$\mathbf{A}(r, \theta) = \frac{3.R}{2.D} j_1(\gamma.r) B_0 \sin(\theta) e_\phi \quad (5.1)$$

Où r est la distance entre le point de calcul et le centre de la sphère. B_0 est la valeur de l'induction source. D est donné par l'équation suivante :

$$D = j_1(\gamma.R) \left(1 - \frac{1}{\mu_r}\right) + \frac{\gamma R}{\mu_r} j_0(\gamma.R) \quad (5.2)$$

Avec :

$$\gamma = \frac{(i-1)}{\delta}$$

Où δ est l'épaisseur de peau, i le nombre imaginaire, μ_r la perméabilité relative de la sphère et $j_n(z)$ est la fonction de Bessel à l'ordre n .

L'expression de l'induction magnétique est donnée par (utile pour le calcul des pertes par hystérésis) :

$$\mathbf{B}(r, \theta) = \frac{2a}{r} j_1(\gamma.r) \cos(\theta) \mathbf{e}_r - \frac{2a}{r} [j_1(\gamma.r) + (\gamma.r j_0(\gamma.r) - j_2(\gamma.r))] \sin(\theta) \mathbf{e}_\theta \quad (5.3)$$

avec

$$a = \frac{3R}{2D}$$

Ainsi la densité volumique des pertes par courants de Foucault se calcule avec l'équation suivante :

$$p_{cf} = 2\pi^2 \sigma f^2 |A|^2 \quad (5.4)$$

Les pertes par courants induits par unité de volume sont alors données par :

$$P_{cf} = \frac{3}{4\pi R^3} \int_v p_{cf} dv \quad (5.5)$$

La figure 5.2a présente l'évolution des pertes par courants induits en fonction du rayon des sphère pour des fréquences égales à [50 ; 100 ; 200 ; 300 ; 400 ; 500 ; 600 ; 700 ; 800 ; 900 ; 1000] Hz. La figure 5.2b montre quand à elle la variation de cette densité en fonction de la fréquence pour un rayon de sphère égal à 80 microns.

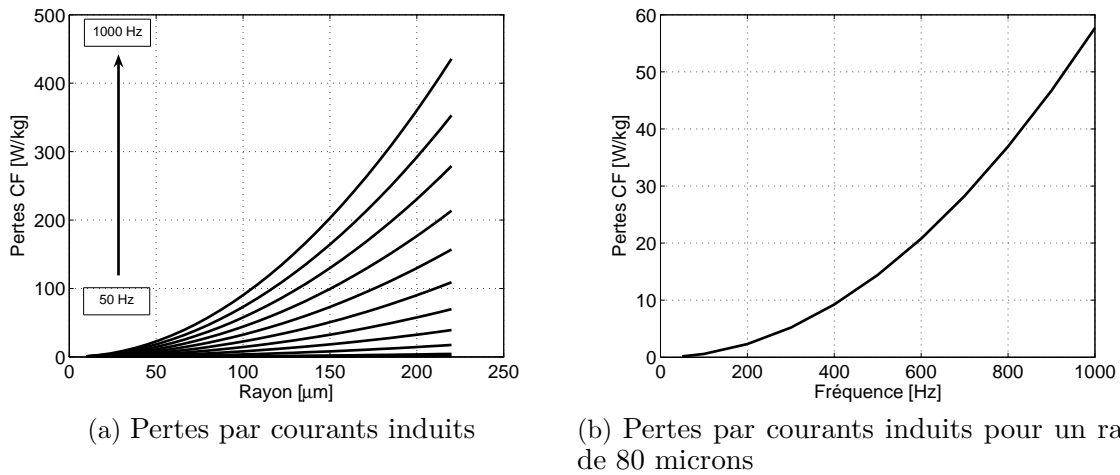


FIGURE 5.2: Les différentes pertes en fonction de la taille des particules et de la fréquence

Les pertes par courants induits sont amplifiées à la fois avec l'augmentation de la taille de la sphère et avec l'augmentation de la fréquence. On peut alors conclure qu'à haute fréquence, il faut réduire le rayon des sphères pour garder les pertes par courants induits à un niveau "raisonnable".

On peut définir ce niveau "raisonnable" comme une valeur constante quelque soit la fréquence. L'intersection de cette valeur avec les courbes de la figure 5.2a donne alors les rayons correspondants. Cette définition du niveau "raisonnable" est néanmoins une exigence assez forte, d'autant plus que les pertes par hystérésis sont au moins proportionnelles à la fréquence. On définit alors ce niveau des pertes par courants induits en fonction des pertes par hystérésis.

La densité des pertes par hystérésis est donnée par la formule empirique suivante :

$$P_h = k.f^\alpha B^\eta \quad (5.6)$$

Pour le matériau choisi dans cette étude, nous avons supposé les caractéristiques suivantes :

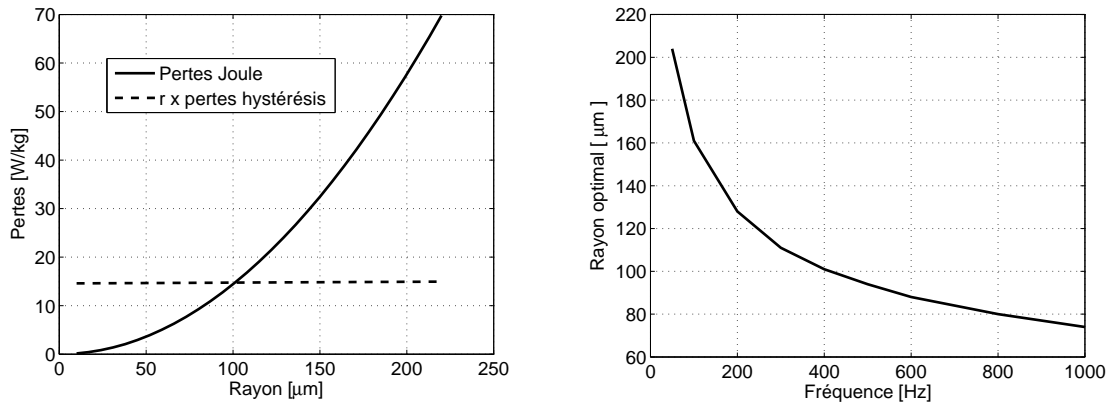
$$\sigma = 2.5 \cdot 10^6 \text{ } \Omega^{-1} \cdot \text{m}^{-1}, \mu_r = 1000, k = 0.0085, \alpha = 1.325 \text{ et } \eta = 2$$

Nous avons ensuite supposé que le rapport des pertes par courants induits sur les pertes par hystérésis ne dépassent pas une valeur $r < 1$

Dans le cas d'une sphère isolée, nous pouvons déterminer à partir de la relation 5.6 et les courbes de la figure 5.2a le rayon de la sphère pour lequel le rapport des pertes par courants induits sur les pertes par hystérésis est égale à r .

La figure 5.3a montre une méthode de calcul du rayon optimal à une fréquence f_0 pour un rapport de perte r .

La figure 5.3b montre le rayon maximum des sphères en fonction de la fréquence pour un rapport des pertes $r = 0.1$



(a) Rayon optimal pour $r = 0.1$ $f_0 = 400$ Hz (b) Rayon optimal pour $r = 0.1$ en fonction de la fréquence

FIGURE 5.3: Détermination du rayon optimal

5.2.3 Influence mutuelle des particules

L'étude analytique précédente permet d'avoir une évaluation des pertes fer dans le cas d'une sphère seule. Cet outil efficace donne la balance entre pertes par courants induits et pertes par hystérésis en fonction du rayon et de la fréquence. Cependant, si on considère en première hypothèse qu'un matériau en poudres de fer est assimilable à un assemblage de sphères. L'influence mutuelle d'une sphère sur ces voisines doit alors être analysée vis-à-vis de la répartition des pertes.

Pour cela, nous avons réalisé une modélisation magnétodynamique 3D non linéaire où nous avons simulé le comportement d'un ensemble de sphères identiques soumis à un champ magnétique d'amplitude et de fréquence variable dirigé suivant l'axe oz . La géométrie retenue, composée de 27 sphères, est définie en figure 5.4 et conduit à un maillage qui contient 78423 tétraèdres, 13631 noeuds et 92509 arêtes. La distance entre les sphères est maintenue constante et égale à 10 microns et le rayon des sphères évoluera entre 50 et 200 microns. La fréquence quand à elle sera prise entre 50 Hz et 1kHz pour une induction de 0.1 Tesla et de 1 Tesla.

La figure 5.5 montre une distribution des courants induits suivant le plan (xoy) et une cartographie des lignes de l'induction magnétique sur un plan (xoz)

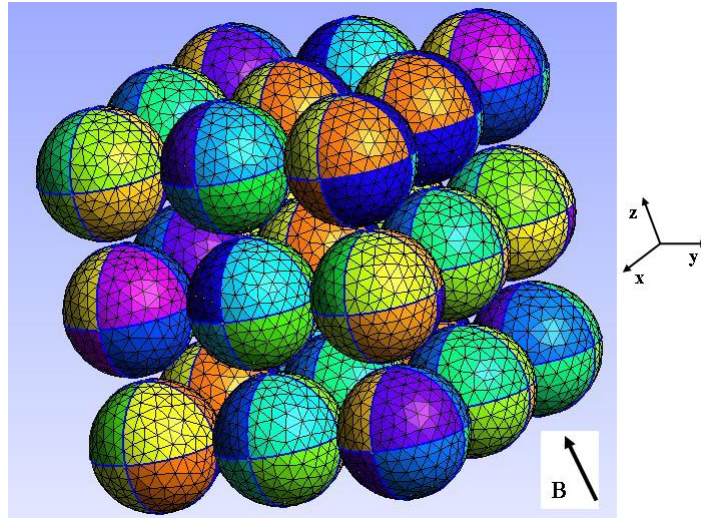


FIGURE 5.4: Maillage de l'exemple de 27 sphères

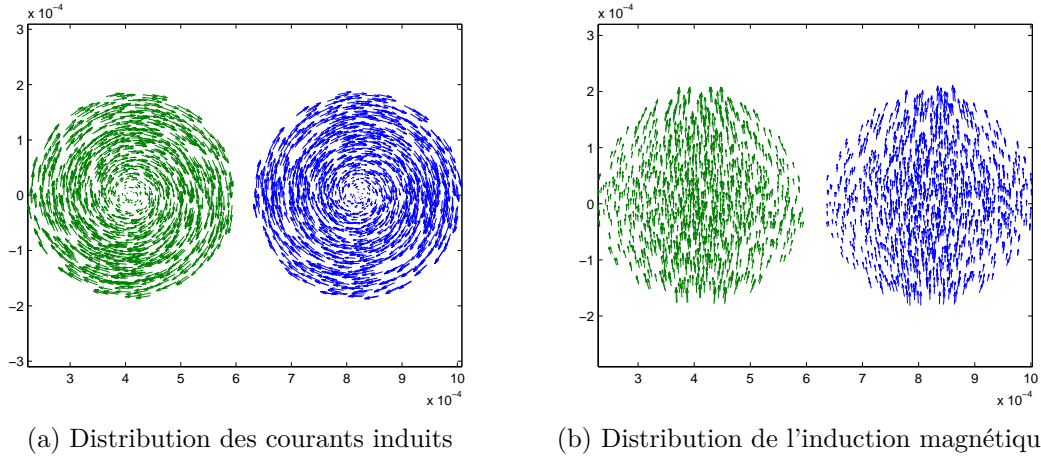
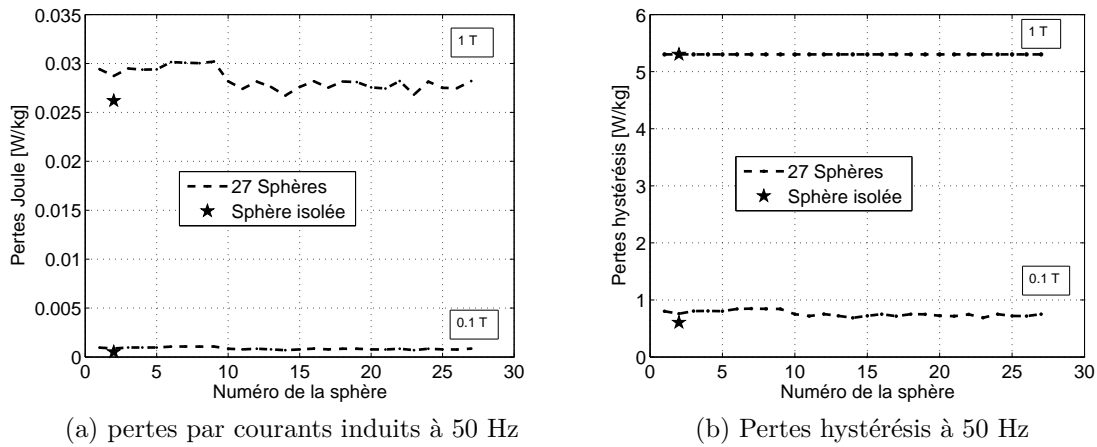
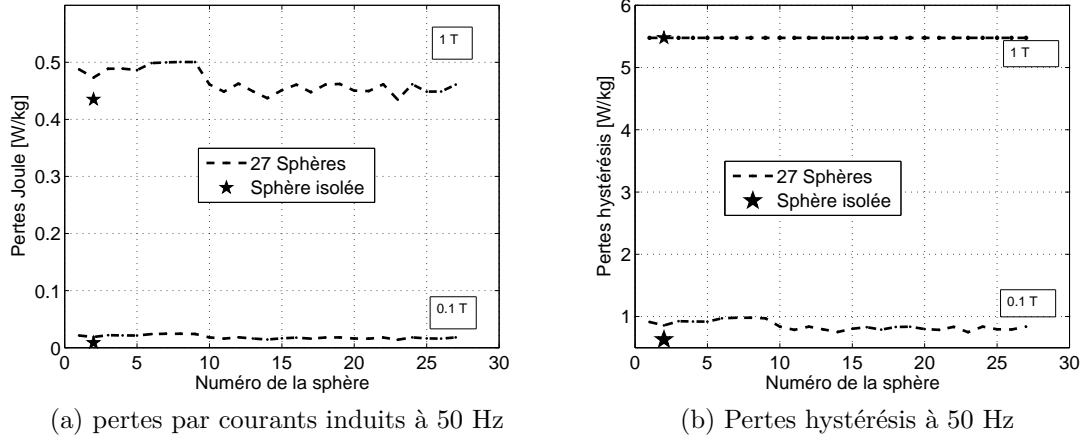
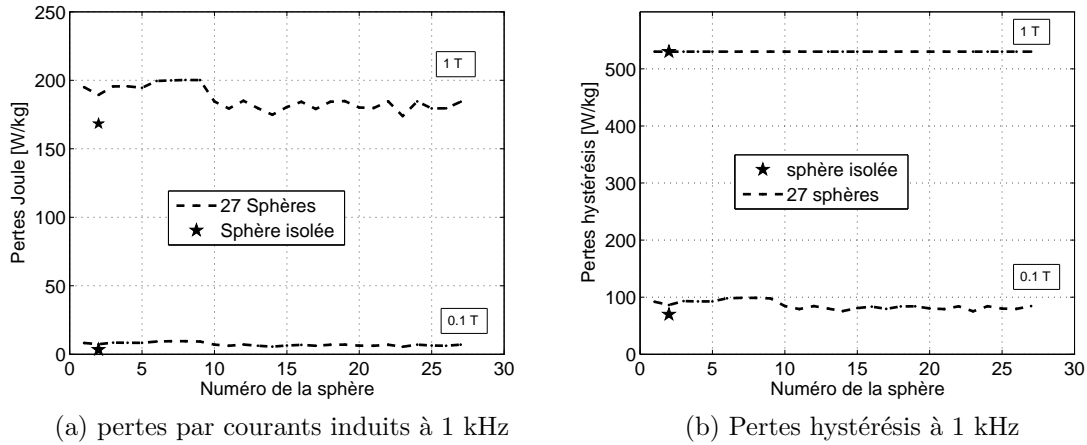


FIGURE 5.5: Distribution d'induction et de courant dans deux sphères adjacentes

Les sphères sont immergées dans un champ d'induction uniforme suivant l'axe (oz) égale à 0.1 puis à 1 T. Nous calculons pour une sphère de rayon de 200 microns et une autre sphère de rayon de 50 microns la valeur des pertes par hystérésis et la valeur des pertes par courants induits.

La figure 5.6 montre le calcul des deux types de pertes pour le cas d'une sphère de 50 microns à 50 Hz. Les figures 5.7 et 5.8 montre le cas de sphères de rayon de 200 microns pour deux fréquences différentes.

FIGURE 5.6: Sphère de 50 μm

FIGURE 5.7: Sphère de 200 μm FIGURE 5.8: Sphère de 200 μm

La même tendance est aperçue dans les différents exemples, les pertes par hystérésis sont légèrement variables entre les sphères pour les faibles inductions et quasiment constantes pour l'induction source de 1T. L'induction moyenne induite à l'intérieur des sphères est constante et de l'ordre de 1.6 T. A cette valeur de l'induction, le matériau étudié est saturé et l'aire des cycles d'hystérésis ne varie pas ce qui donne des pertes par hystérésis constantes. La sphère étudiée seule donne des pertes par hystérésis identiques à 1T et légèrement variable aux faibles inductions. La variation relative des pertes pour les sphères de 50 microns à 0.1 T est de l'ordre de 7%.

La variation des pertes par courants induits entre les sphères est plus importante que le cas des pertes par hystérésis. Il peut varier jusqu'à 12 % pour les sphères de 200 microns de rayon à 1kHz. Cependant, cette légère influence mutuelle entre les sphères ne met pas en cause l'analyse faite pour déterminer grossièrement la relation entre la fréquence et la taille

des poudres. Cette analyse est d'autant plus valable que la taille des particules étudiées dans notre travail est inférieure à 400 microns.

Cet exemple donne une idée générale sur le rapport entre les pertes par hystérésis et les pertes par courants induits en fonctions de la fréquence et de la taille des particules. Pour les faibles fréquences, il n'est pas nécessaire d'utiliser des particules très fines qui accroîtront inutilement les pertes par hystérésis (dus au processus de fabrication de particules fines). En revanche lorsque la fréquence est élevée, les particules doivent être de plus en plus petites. Dans notre cas, les particules de fer que nous étudions ne dépassent pas les 200 micromètres et lorsque l'étude se résume à de faibles fréquences (inférieures à 1 kHz) les courants induits n'ont pas une grande influence et peuvent être négligés. L'étude pourra alors se faire alors dans l'hypothèse de la magnétostatique.

5.3 Modélisation des matériaux en poudres de fer

Bien que des matériaux magnétiques doux soient largement documentés, il y a en revanche, moins d'informations ou d'études concernant les matériaux en poudres de fer. Ces composites sont destinés à remplacer les matériaux "conventionnels" dans diverses applications, notamment en hautes fréquences. Nous présentons dans cette partie, les principaux modèles trouvés dans la littérature, dédiés à la modélisation de ces matériaux.

1. L'un des premiers modèles fut celui de M. T. Johnson et E. G. Visser [JV90]. Ce modèle a été utilisé par ces auteurs pour prédire la perméabilité des ferrites et la dépendance de cette perméabilité vis-à-vis des dimensions des particules. Une géométrie simple de formes de carrés de dimension D entourée d'un isolant d'épaisseur δ comme le montre la figure 5.9 avec l'hypothèse $\delta \ll D$

La valeur de la perméabilité relative équivalente du matériau μ_{eq} est liée à la valeur de la perméabilité relative intrinsèque μ_i de la particule de ferrite, à la taille des particules D et à l'épaisseur du revêtement δ selon l'équation suivante :

$$\mu_{eq} = \frac{\mu_i \cdot D}{\mu_i \cdot \delta + D} \quad (5.7)$$

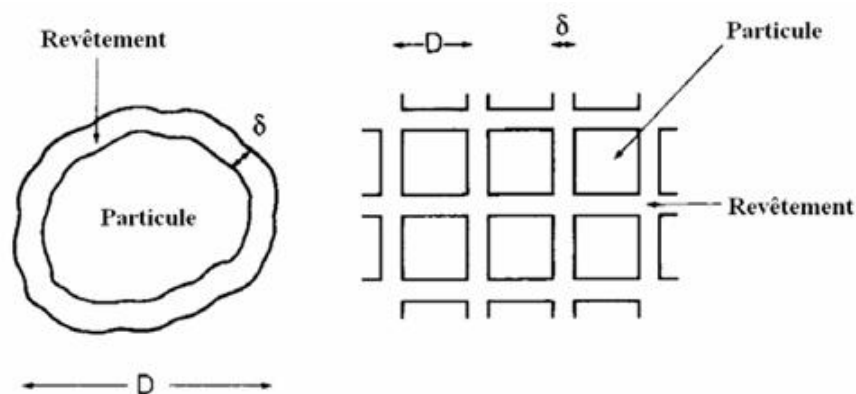


FIGURE 5.9: Géométrie du modèle utilisé par Johnson et Al

Ce modèle ne prend pas en compte la variation de l'entrefer et la taille variable des particules qui ont une influence importante sur le comportement magnétique du matériau.

2. Dans le modèle de Yanhong Cui et G. B. Kliman [YK04], les propriétés électromagnétiques des composites magnétiques doux ont été étudiées sur la base d'un modèle éléments finis. Dans cette approche, le matériau est considéré comme étant des cylindres hexagonaux infinis ce qui permet de ramener l'étude à deux dimensions. La saturation du fer est également prise en compte dans ce modèle. Chaque cylindre est enrobé d'une fine couche de liant ou d'isolant (figure 5.10a). Les effets de l'épaisseur d'isolation, de la taille des particules, de matériaux de base, des contacts dus à l'imperfection des isolants et de la porosité ont été évalués pour différents paramètres géométriques.

D'après les auteurs, l'effet des contacts électriques est inévitable. Pour des particule de 100 microns de côté, une isolation de 0.1 micron, la perméabilité augmente de 10% si on met des contacts électriques de 10 microns dans tous les côtés de l'hexagone.

Une observation minutieuse des matériaux composites permet de constater que les porosités se trouvent à l'interface de plusieurs particules. Pour simuler cet effet, on arrondit les pointes des hexagones comme illustrés sur la figure 5.10b. L'effet de la taille des porosités peut être également caractérisé par le taux de remplissage.

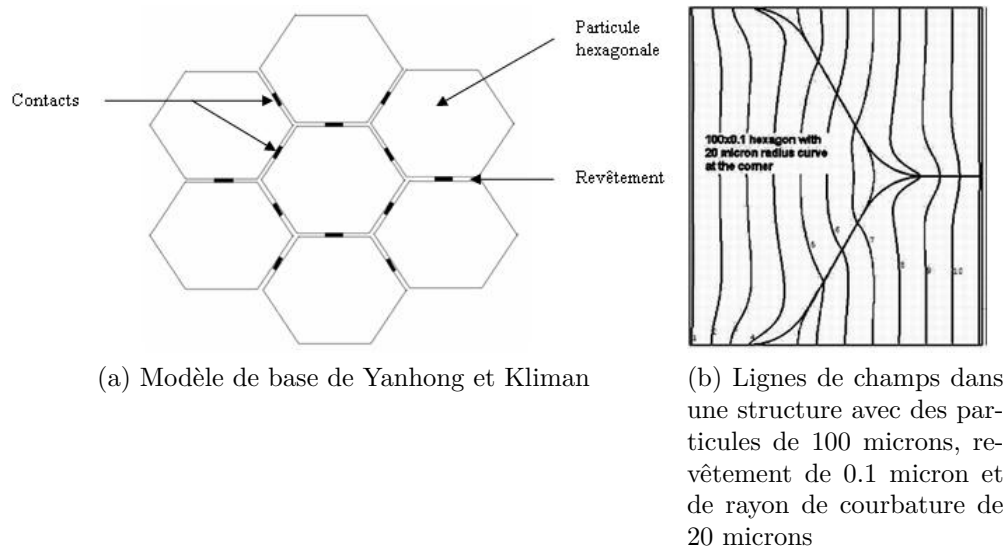


FIGURE 5.10: Modèle de Yanhong et Kliman

Ce modèle 2D ne prend pas en compte la variation de la réluctance dans le sens perpendiculaire aux hexagones. De plus, la forme régulière des particules ne correspond pas à la réalité.

- Un modèle de matériau basé sur la reproduction de la structure microscopique à été étudié dans le cadre de travaux de thèse [Cyr07] pour prédire leur caractéristique d'aimantation. C'est une méthode directe qui consiste à obtenir la caractéristique d'aimantation à partir de la structure bidimensionnelle observée au microscope électronique à balayage puis à la simulation en deux dimensions de l'écoulement du flux magnétique. La figure 5.11 montre une structure réelle observée au microscope et son modèle équivalent utilisé par les auteurs pour la simulation, les particules de fer sont en rouge, le revêtement en bleu clair et les porosités entre les particules sont en jaune.

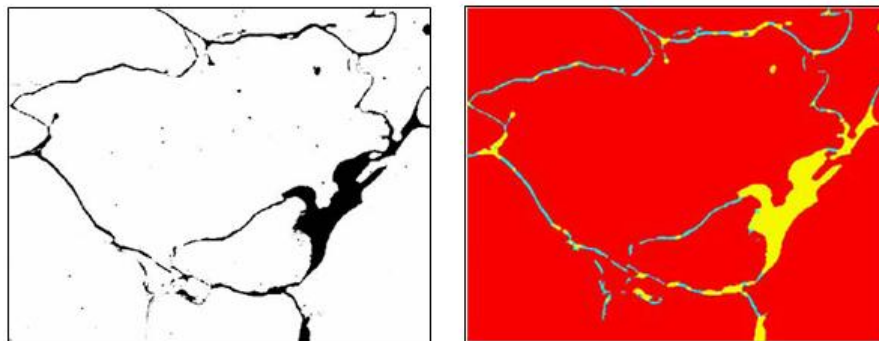


FIGURE 5.11: Micrographie d'un matériau en poudres de fer et son modèle reproduit après traitement d'image

Ce modèle 2D souffre de la même insuffisance que le modèle précédent en ce qui concerne la variation 3D de la réluctance ainsi que la forte influence du choix du motif sur les propriétés finales.

4. Un modèle tridimensionnel basé sur la technique d'homogénéisation des structures périodique a été présenté par Bottauscio et al [BCM08]. La structure stochastique des matériaux en poudre de fer a été remplacée par une structure périodique régulière. Chaque structure de base, appelée cellule, est composée d'une particule de fer cubique entourée par un isolant. Chaque cellule possède une inclusion entourée par une couche isolante représentant les impuretés. Une illustration de la géométrie du modèle est représentée sur la figure 5.12

Ce modèle prend en compte la saturation des particules du fer et calcule séparément la perméabilité et la conductivité équivalentes.

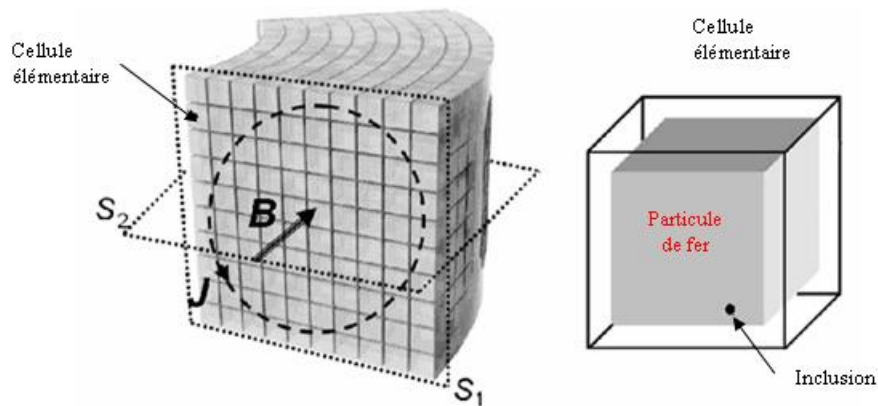


FIGURE 5.12: Représentation géométrique du modèle de Bottauscio et al

Les modèles bidimensionnels présentés supposent que les particules de fer sont infinies suivant un axe ce qui n'est pas le cas. Ces modèles donnent un aperçu de l'influence de quelques paramètres sans toutefois tenir compte de toutes les caractéristiques des matériaux en poudres de fer. Le modèle 3D est également incomplet car il suppose que les particules sont régulières et uniformément distribuées dans le volume.

En réalité dans les matériaux en poudres de fer, les particules ont une géométrie irrégulière et une distribution aléatoire dans le volume. Comme on l'a déjà vu précédemment, la taille des particules joue un rôle primordial dans les caractéristiques finales des composants. A cet effet, il faut un autre modèle capable de tenir compte des caractéristiques géométriques de ces matériaux.

5.4 Position du problème

Rappelons d'abord la nature complexe des pièces en poudres de fer : irrégularité des particules, taille variable d'une particule à l'autre, distribution aléatoire dans le volume. Ces caractéristiques géométriques rendent la cellule élémentaire inexistante, mais si le matériau est divisé statistiquement en éléments cubiques ayant ou comportent suffisamment de particules, l'étude peut-être ramenée à cette structure élémentaire. La construction géométrique de la cellule élémentaire doit, bien évidemment, tenir compte des complexités sus-citées.

Pour trouver les propriétés équivalentes du matériau, on divise le volume global en un grand nombre "n" de cellules cubiques régulières comme le montre la figure 5.13. Les pertes fer totales dans le matériau sont alors la somme des pertes dans chaque cellule élémentaire. Si le nombre de particules de fer dans une cellule est assez important, les cellules sont statistiquement équivalentes. On peut alors choisir une cellule élémentaire et distribuer à l'intérieur de façon aléatoire les particules de fer. Lorsque cette procédure est répétée "P" fois, on peut générer les autres cellules avec une forte probabilité de pouvoir reconstituer le matériau initial. La densité de pertes fer et la perméabilité magnétique équivalentes sont alors les valeurs moyennes obtenues à partir de ces générations de géométrie aléatoire et du calcul de champ dans la cellule élémentaire.

Pour un problème de taille N (N étant l'image du nombre d'inconnues du système global), la complexité du calcul de champ est sommairement proportionnelle à N^3 . Si le problème est divisé en n sous-domaines, la taille de chaque sous-domaine est alors de N/n , la complexité devient alors de l'ordre de $(P.(N/n)^3)$. La complexité est divisée par n^2 dans le cas le plus défavorable où le nombre de tirages P est égal à n (le nombre total de cellules). Toutefois, on ne peut choisir n très grand sinon les cellules seront petites et elles ne pourront plus être représentative de l'ensemble du matériau. On définit ainsi une taille de cellule optimale qui est la plus petite dans laquelle la perméabilité équivalente et/ou les pertes de fer ont des variations négligeables pour les différentes distributions aléatoires des particules de fer.

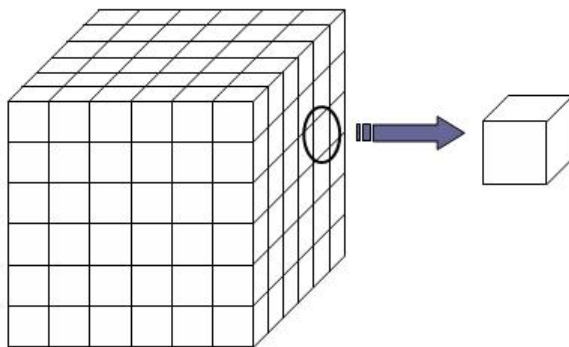


FIGURE 5.13: Le domaine global et la cellule

5.5 Construction géométrique de la cellule élémentaire

Nous proposons une géométrie qui prend en compte les caractéristiques des matériaux suivantes : le taux de remplissage, les particules de fer de formes et de positions différentes tout en veillant à ce que la taille des particules soient comprises entre une taille minimale et une taille maximale suivant une loi définie au préalable (loi normale, log-normal ou loi uniforme) [Bou02]. Du point de vue électromagnétique, l'isolant, le liant ou le lubrifiant sont tous considérés comme de l'air de perméabilité magnétique égale à celle du vide et de conductivité électrique nulle.

Le taux de remplissage est obtenu à partir de la densité du matériau et la probabilité de distribution des tailles des particules qui est une donnée du constructeur. Les tailles des particules peuvent varier de quelques dizaines à plusieurs centaines de microns. Pour la loi de distribution nous avons choisi dans un premier temps la loi de distribution uniforme entre la taille minimale d_1 et la taille maximale d_2 .

5.5.1 Algorithme de base de la génération des cellules

Pour générer le maillage d'une cellule élémentaire en poudre de fer, la première approche qui paraît évidente est celle de la description de la géométrie réelle 3D puis du maillage de cette dernière. Cette approche séduisante permettrait de générer une géométrie strictement fidèle à la réalité. Cependant, cette approche souffre de deux défauts qui sont la connaissance de la géométrie réelle d'une fraction (cellule) élémentaire 3D et le maillage de cette dernière qui va conduire à un nombre excessif d'inconnues. De plus, il ne faut pas oublier que nous devons générer P cellules élémentaires afin de reconstruire fidèlement le comportement du matériau global, ce qui conduirait à une complexité numérique insurmontable. Pour contourner cette difficulté nous proposons une nouvelle approche pour générer une géométrie image d'une cellule élémentaire réelle de poudres de fer. La démarche consiste à mailler très finement, à l'aide de tétraèdres, un cube de côté α conduisant à une complexité numérique acceptable. Ensuite, on choisira aléatoirement un centre et un rayon de particule élémentaire situé dans la plage de distribution retenue. Les tétraèdres contenus dans ce volume fictif seront affectés de la propriété physique de la poudre s'ils n'ont pas été préalablement affectés. Dans le cas où des éléments ont été pré-affectés, le volume de la particule sera étendu sur les zones libres. Ensuite une isolation de cette poudre sera effectuée et le processus sera reproduit jusqu'à obtention du taux de remplissage désiré. Le grand avantage de cette approche est de travailler à complexité numérique constante. La description exacte du processus de génération de la cellule élémentaire est donnée par l'algorithme suivant :

Début

- Sélection des tailles minimale et maximale des particules de fer d_1 et d_2 respectivement.
- Sélection d'un cube de côté α supérieur à d_2 .
- Définir le taux de remplissage τ tel que ($0 < \tau < 1$)
- Maillage tétraédrique du cube et attribution à tous les tétraèdres le numéro de région 1 (vide)
- Initialiser le volume du fer V_{fer} à 0
- Tant que ($V_{fer} < \tau \cdot \alpha^3$)
 - Sélectionner aléatoirement un tétraèdre t ayant un numéro de région appartenant à la région 1.
 - Sélectionner aléatoirement un rayon R compris entre $d_1/2$ et $d_2/2$.
 - Sélectionnez les tétraèdres inutilisés (numéro de région 1) dont les centres de gravité sont à l'intérieur d'une sphère de rayon R centrée sur le centre de gravité du tétraèdre t . Si il y a déjà des tétraèdres utilisés dans cette zone, le volume des particules n'atteindra pas le volume désiré $V_p = \frac{4}{3}\pi R^3$.
 - Dans ce cas, étendre la frontière des particules dans la direction des tétraèdres non utilisés jusqu'à atteindre le volume V_p . Par ce type de génération, les particules peuvent avoir une géométrie irrégulière.
 - Attribuer le numéro 2 (propriétés du fer) aux régions des tétraèdres sollicités.
 - Trouver les tétraèdres à la surface externe de la particule de fer et leur attribuer le numéro de région 3 (propriétés de l'isolant).
 - Ajouter le volume de la particule V_p au volume du fer total V_{fer} .
- Fin tant que
- S'il reste des tétraèdres inutilisés après que le taux de remplissage du fer soit atteint, les attribuer à l'isolant de telle sorte que tous les tétraèdres appartiennent soit au fer soit à l'isolant.

Fin**5.5.2 Exemple de construction d'une cellule élémentaire**

La figure 5.14 représente les différentes étapes de la construction d'une cellule élémentaire. On a choisi comme exemple un cube de 200 micromètres de côté. La taille des particules est tirée aléatoirement entre 60 et 100 microns. Sur la figure 5.14, le processus de remplissage est illustré en montrant à chaque étape de nouvelles particules de fer (couleur gris clair) isolées entre elles, les traits noirs représentant les arêtes des tétraèdres.

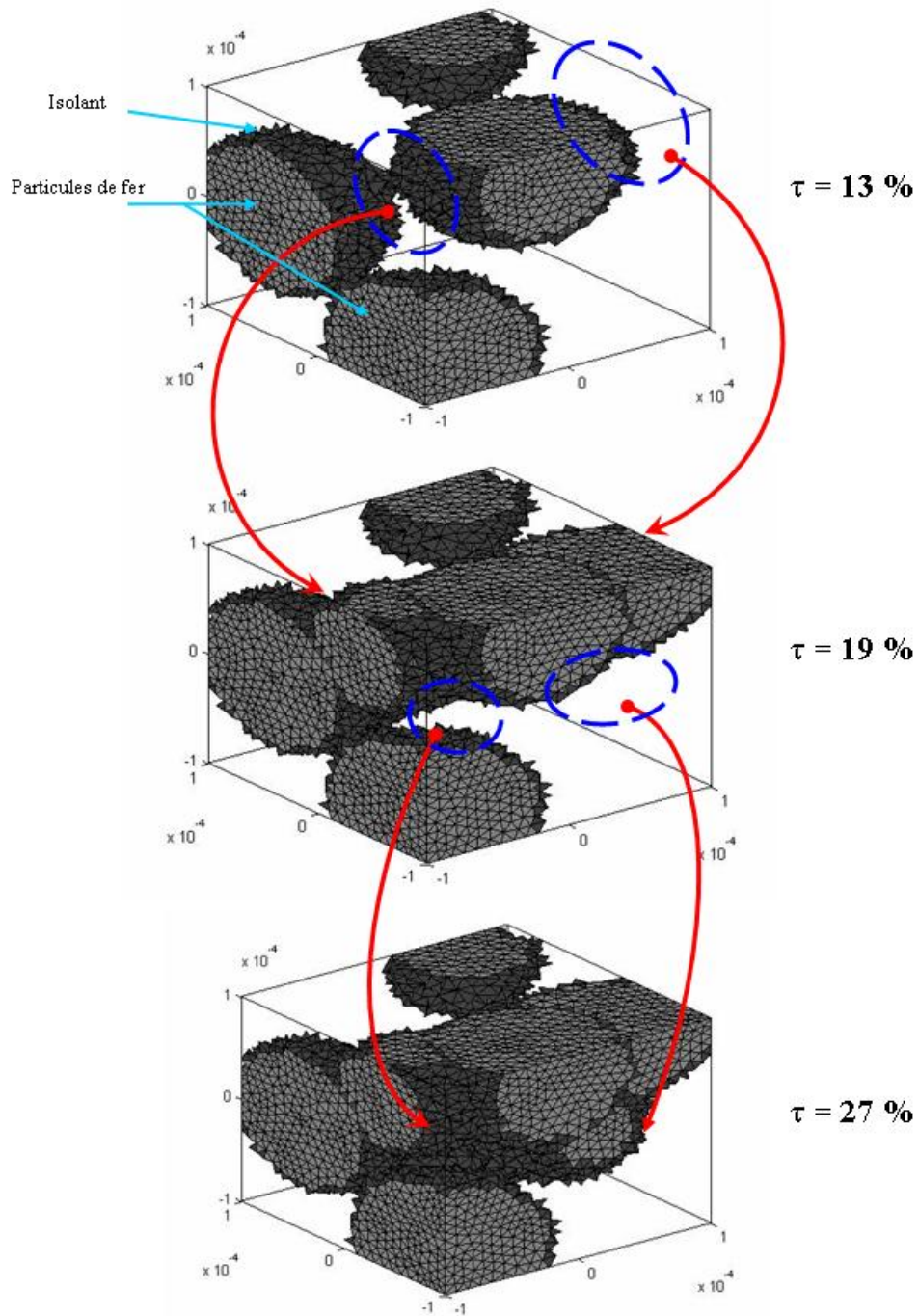
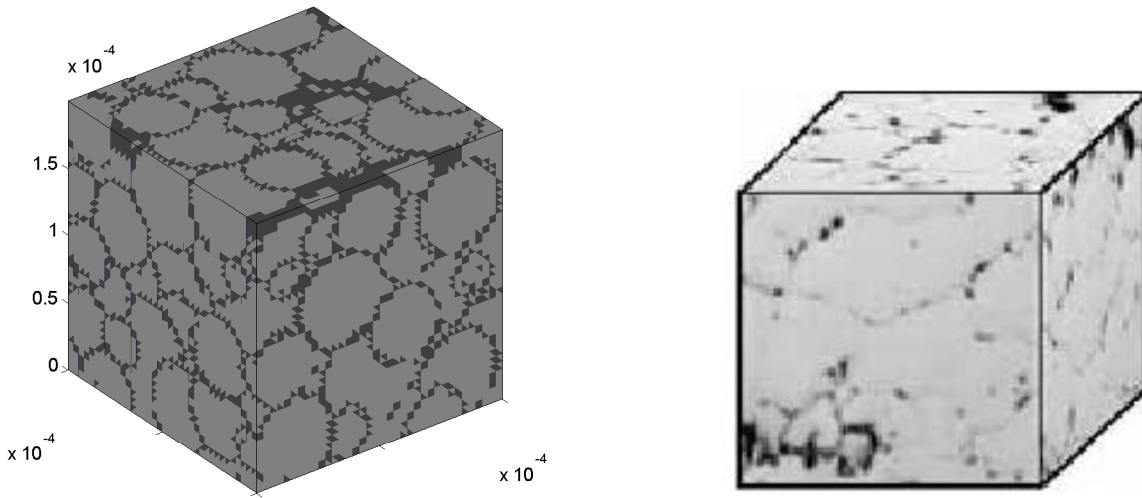


FIGURE 5.14: Processus de remplissage de la cellule élémentaire

La figure 5.15a montre la cellule finale obtenue pour un cube de 200 micromètres de côté et une distribution de rayons uniformément répartis entre 50 et 60 microns. Elle conduit à un maillage régulier de 75000 tétraèdres, 132651 noeuds et 897650 arêtes.



(a) Modèle géométrique de la cellule élémentaire

(b) Bloc de matériau réel en poudre de fer

FIGURE 5.15: Modèle et matériau réel en poudres de fer

5.5.3 Réduction de l'épaisseur de l'isolant

Pour un maillage d'environ 250 000 tétraèdres, l'algorithme de génération des cellules conduit à des taux de remplissage inférieurs à 80%. Cette limitation est due à l'épaisseur de l'isolant dont la dimension est de l'ordre de celle des tétraèdres (maillage quasi régulier).

Pour obtenir des taux de remplissage supérieur, nous avons apporté une modification à notre algorithme décrit précédemment. La démarche consiste à repérer et diminuer la taille des tétraèdres situés dans la zone de l'isolant. L'algorithme précédent est alors modifié de la façon suivante :

On ajoute un point O à l'intérieur du tétraèdre $ABCD$ appartenant à l'isolant, le triangle BCD est l'interface de l'air et du fer. A partir du tétraèdre $ABCD$ on obtient quatre tétraèdres $OABC$, $OABD$, $OACD$ et $OBCD$. On attribue au fer le tétraèdre avec qui il partage l'interface au départ, c'est-à-dire le tétraèdre $OBCD$ et les autres appartiennent toujours à l'air (figure 5.16).

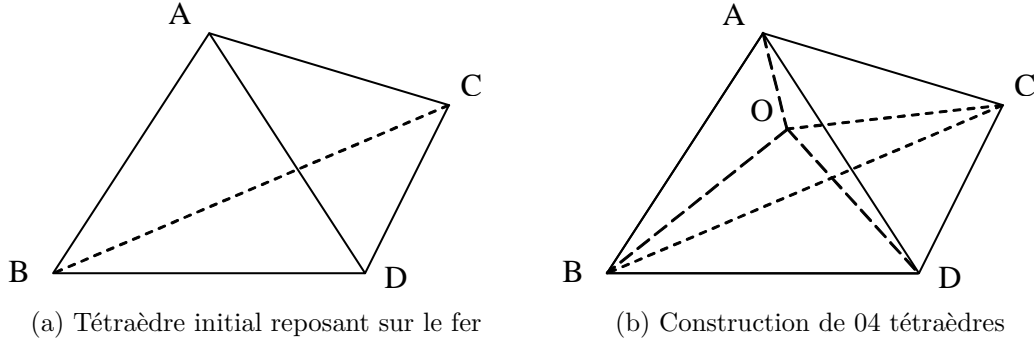


FIGURE 5.16: Recombinaison des tétraèdres de l'air en vue d'augmenter le volume du fer

On voit bien que plus la distance OA est réduite, plus le volume ajouté au fer est grand. Pour choisir convenablement les coordonnées (x_O, y_O, z_O) du point O, on introduit un paramètre β qui vérifie la relation barycentrique suivante :

$$\begin{cases} x_O = \frac{\beta \cdot x_A + x_B + x_C + x_D}{\beta + 3} \\ y_O = \frac{\beta \cdot y_A + y_B + y_C + y_D}{\beta + 3} \\ z_O = \frac{\beta \cdot z_A + z_B + z_C + z_D}{\beta + 3} \end{cases} \quad (5.8)$$

Plus β est grand plus le point O se rapproche du point A. On a alors une couche d'isolant plus fine et par conséquent un volume de fer plus grand.

La figure 5.17 montre un exemple de réduction de l'épaisseur de l'isolant, la partie coloriée en marron est la particule à l'état initial, la partie en gris représente le volume du fer pris à partir de l'isolant. Il est clair qu'on ne peut pas réduire infiniment cette épaisseur. Une diminution très importante de OA, conduit à une déformation notable des tétraèdres et aboutit à un système matriciel mal conditionné. Cette modification nous a permis d'atteindre des taux de remplissage allant jusqu'à 96%. Le problème est que dans certaines poudres la couche d'isolant peut atteindre des épaisseurs de l'ordre de quelques nanomètres voir moins [Pat06]. Pour résoudre ce problème nous remplaçons le volume d'entrefer par un matériau fictif de réluctance équivalente à l'entrefer réel. Nous présentons ici la procédure pour évaluer la perméabilité de ce matériau fictif.

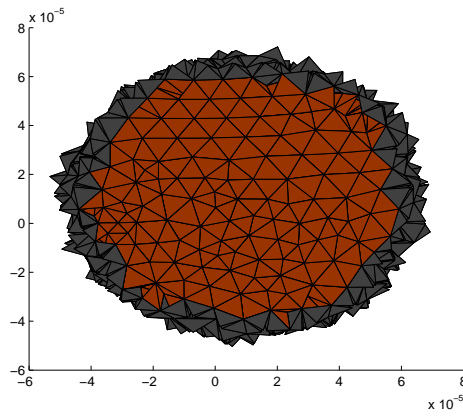


FIGURE 5.17: Augmentation du volume des particules de fer par réduction de l'épaisseur de l'isolant

5.5.4 Prise en compte du comportement réel de l'isolant

La figure 5.18 montre de façon schématisque l'interface isolante entre deux particules de fer obtenue après ajustement du taux de remplissage. Cette génération conduit à une épaisseur quasi uniforme de l'isolant dans toute la cellule.

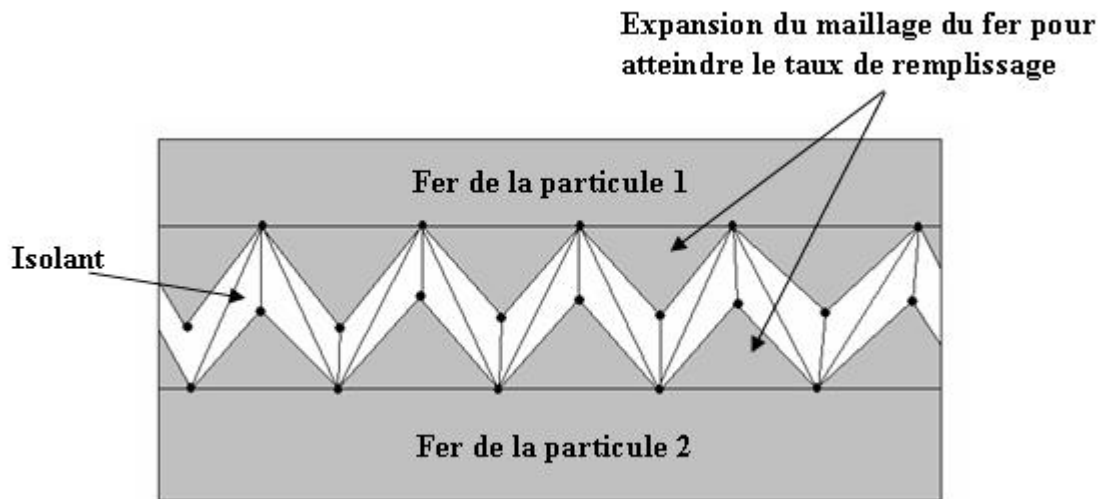


FIGURE 5.18: Maillage obtenu après augmentation du maillage dans l'isolant

Dans la réalité, l'épaisseur de l'interface isolante entre les particules est très variable. La présence de distance très faible entre deux particules de fer a pour effet la création de “ponts magnétiques” entre deux particules. Cet effet n'est pas pris en compte par notre modèle. Ces ponts augmentent de façon significative la perméabilité magnétique du matériau. La figure 5.19 illustre ce phénomène en considérant des volumes d'isolants identiques.

Pour valider cette hypothèse, nous avons fait une simulation pour deux géométries, l'une avec un entrefer variable et l'autre avec un entrefer constant.

La figure 5.20 montre une comparaison du parcours des lignes de champ magnétique dans le cas où l'entrefer est variable et dans le cas où l'entrefer est constant. Dans les deux cas le volume de l'isolant est maintenu identique et nous avons calculé la perméabilité magnétique équivalente. On constate une augmentation de 40% de la perméabilité équivalente dans le cas où l'entrefer est variable.

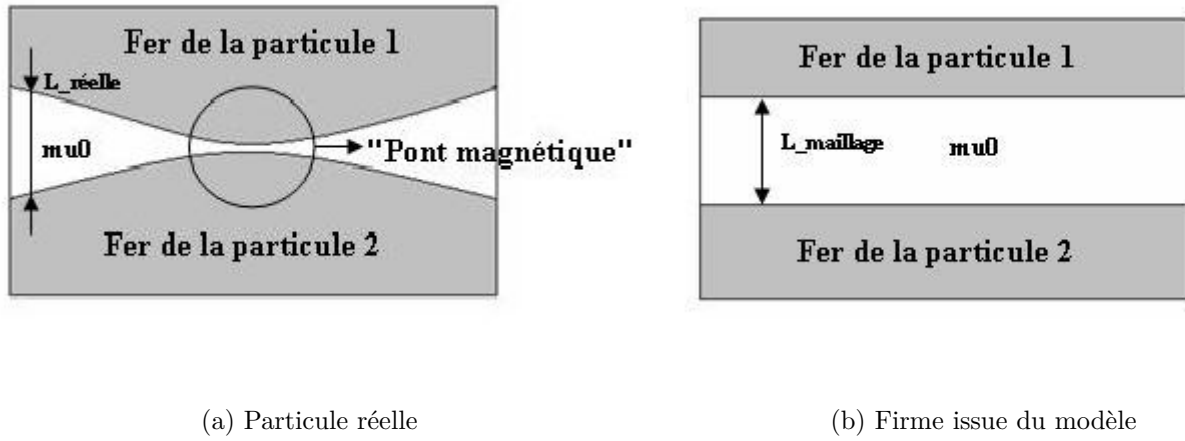


FIGURE 5.19: Distribution de l'isolant dans les matériaux en poudres

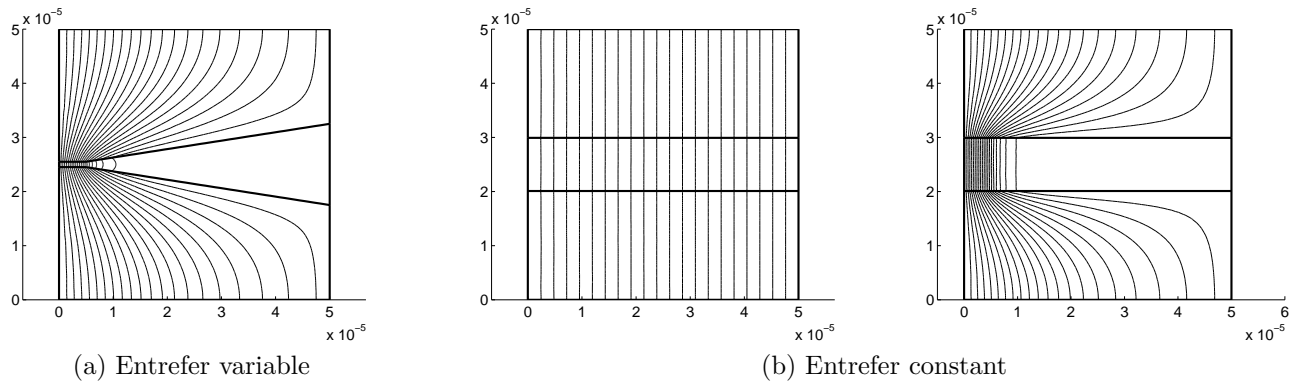


FIGURE 5.20: Lignes du champ magnétique entre deux particules

Dans notre modèle la réluctance entre deux particules de fer peut être considérée comme constante et proportionnelle à $l_{\text{maillage}}/\mu_0$. Dans la réalité la réluctance est variable et proportionnelle à $l_{\text{réelle}}/\mu_0$. Il y a alors une probable apparition de contacts magnétique non pris en compte par notre modèle. L'imposition de cette propriété nécessite alors une connaissance de la loi de distribution statistique de $l_{\text{réelle}}$. Plusieurs lois peuvent être imaginées et développées pour rendre compte de cette variation de distance entre les particules de fer (loi uniforme, loi normale, ...) corrélées par une connaissance précise du matériau. Une fois

cette loi identifiée, au lieu de re-modifier le maillage nous modifierons la réluctance de l'entrefer. Pour cela, nous avons choisi de garder un entrefer constant en modifiant localement la perméabilité magnétique de l'isolant par la valeur $\mu_{\text{modèle isolant}} = \mu_0 (l_{\text{maillage}}/l_{\text{réelle}})$. Cette opération rend le modèle magnétiquement équivalent au matériau réel sans une détérioration excessive du maillage.

Dans le cas où la distribution de l'entrefer n'est pas accessible, il est possible de "calibrer" notre modélisation par l'utilisation de la méthode du problème inverse sur un matériau global de propriété connue. C'est cette démarche que nous avons retenu pour la suite de notre travail.

5.5.5 Vérification de la géométrie

Afin de vérifier si la géométrie générée est correcte, nous avons tracé le volume de chaque particule en fonction de son numéro de tirage. La figure 5.21 présente la distribution obtenue. On remarque que les valeurs des volumes sont bien incluses dans la loi de distribution. Les deux lignes représentent la valeur maximale et minimale des volumes. De plus, on constate qu'en fin de génération des volumes plus petits sont utilisés pour combler les derniers espaces disponibles.

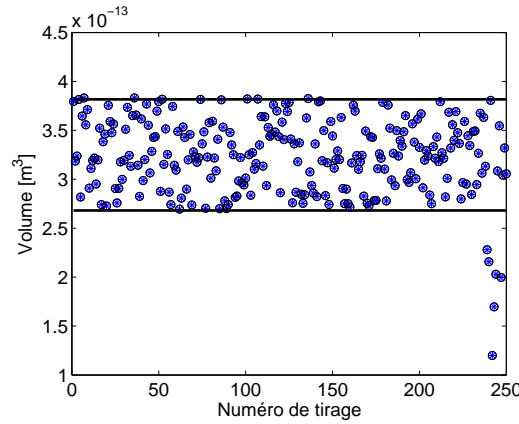


FIGURE 5.21: Volume des particules

5.5.6 Détermination de la taille optimale de la cellule élémentaire

La taille de la cellule élémentaire est déterminée par un compromis entre la complexité du maillage et sa représentativité du matériau global. La cellule doit ainsi contenir un nombre "suffisant" de particules, de la plus petite à la plus grande pour bien représenter le matériau global. Pour déterminer ce nombre suffisant, il faut définir des critères d'évaluation de telle sorte que les propriétés de la cellule aient une variation faible d'une distribution à l'autre. Pour déterminer ce critère, nous nous sommes inspirés des techniques du problème inverse. Nous considérons qu'une cellule est représentative du matériau si les pertes par hystérésis

ou la perméabilité magnétique équivalente ont des variations négligeables avec une limite de confiance élevée. Nous avons alors généré des géométries aléatoires de poudres pour les tailles de cellules allant de 350 à 700 microns. Pour chaque taille nous avons généré 100 géométries et nous avons résolu l'équation électromagnétique pour déterminer les pertes par hystérésis et la perméabilité équivalente de la cellule. Nous avons ensuite utilisé la loi de Student pour calculer les limites de confiances des résultats obtenus. Les figures 5.22 et 5.23 montrent les limites de confiance à 99% des pertes par hystérésis et de la perméabilité équivalente. Pour généraliser le résultat nous avons normalisé la taille de la cellule par rapport à la taille moyenne des particules de fer. On peut remarquer qu'à partir des tailles supérieures à 5 fois la taille moyenne des particules, l'erreur sur les pertes par hystérésis ne dépasse pas 1%. Nous avons donc choisi cette taille là pour la cellule élémentaire.

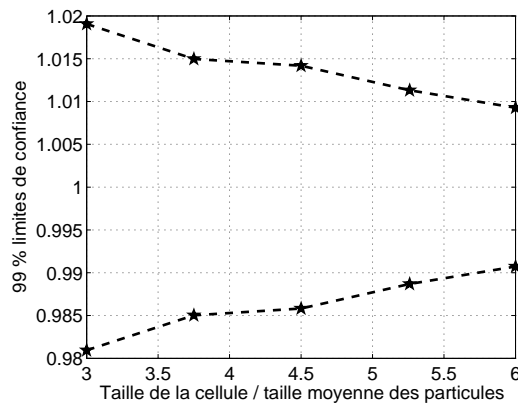


FIGURE 5.22: Limites de confiance des pertes par hystérésis

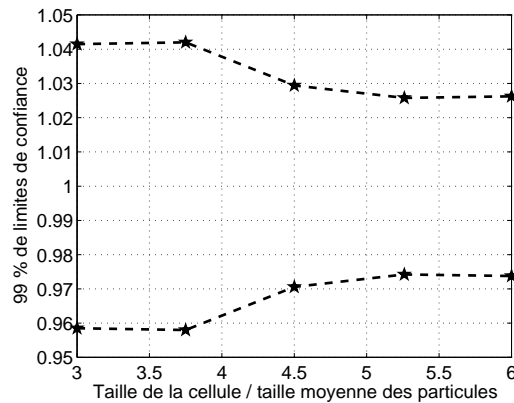


FIGURE 5.23: Limites de confiance de la perméabilité équivalente

5.6 Homogénéisation des poudres de fer

5.6.1 Homogénéisation dynamique

Les expressions des champs \mathbf{h} et \mathbf{e} du système d'équation 2.50 s'écrivent :

$$\begin{cases} \mathbf{h} = \mathbf{h}_c - \frac{1}{2}\mathbf{J} \wedge \mathbf{x} \\ \mathbf{e} = \mathbf{e}_c + \frac{1}{2}\mathbf{B} \wedge \mathbf{x} \end{cases} \quad (5.9)$$

Avec :

$$\begin{cases} \mathbf{h}_c = \mathbf{H} + \mathbf{H}_c \\ \mathbf{e}_c = \mathbf{E} + \mathbf{E}_c \end{cases} \quad (5.10)$$

Les équations de Maxwell pour les champs \mathbf{h} et \mathbf{e} sont :

$$\begin{cases} \nabla \wedge \mathbf{e} = -j\omega\mu\mathbf{h} \\ \nabla \wedge \mathbf{h} = \sigma\mathbf{e} \end{cases} \quad (5.11)$$

En combinant les systèmes d'équations C.3 et C.5 on obtient deux formulations équivalentes en \mathbf{h}_c et en \mathbf{e}_c décritent par :

$$\begin{cases} \nabla \wedge (\sigma^{-1}\nabla \wedge \mathbf{h}_c) + j\omega\mu\mathbf{h}_c = \nabla \wedge \sigma^{-1}\mathbf{J} + \frac{1}{2}j\omega\mu\mathbf{J} \wedge \mathbf{x} \\ \nabla \wedge \left(\frac{1}{j\omega}\mu^{-1}\nabla \wedge \mathbf{e}_c\right) + \sigma\mathbf{e}_c = -\frac{1}{2}j\omega\sigma\mathbf{B} \wedge \mathbf{x} - \nabla \wedge \mu^{-1}\mathbf{B} \end{cases} \quad (5.12)$$

La valeur de la perméabilité équivalente dans la cellule C est calculée comme suit :

$$\mu_{eq} = \frac{\mathbf{B}}{\mathbf{H}_{\text{moy}}} \quad (5.13)$$

Et

$$\mathbf{H}_{\text{moy}} = \frac{1}{\text{vol}(C)} \int_C \mathbf{h}_c d\mathbf{c} \quad (5.14)$$

Les résultats obtenus par cette méthode appliquée au Somaloy 500 [HJ03] ayant une densité de 6.69g/cm^3 sont illustrés sur la figure ci-dessous :

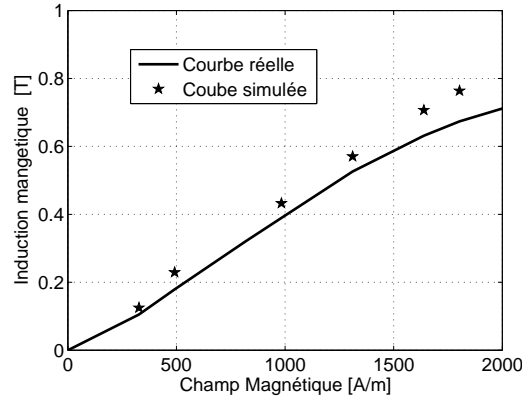


FIGURE 5.24: Courbe de première aimantation du Somaloy 500

L'erreur relative à 0.8 T est de l'ordre de 15% ce qui est dû au fait qu'à cette valeur de l'induction le matériau n'est plus dans la partie linéaire et que la méthode d'homogénéisation dynamique est basée sur l'hypothèse de la linéarité.

5.6.2 Homogénéisation non linéaire

La démarche de cette méthode est identique à celle de la modélisation dynamique par linéarisation successive de la courbe de première aimantation des particules de fer. Nous utilisons dans ce cas la formulation magnétodynamique A-V développée au cours de notre travail. La taille de la cellule étudiée est de 900 microns pour des particules de poudres de taille comprise entre 140 et 160 microns. Le rapport de la cellule sur la taille moyenne des particules est de l'ordre de 6 ce qui est suffisant pour faire des simulations avec moins de tirages. Nous avons effectué 40 tirages différent puis calculé la moyenne de la perméabilité relative.

Résultats et Validation

Le modèle est appliqué au Somaloy 700 0.4 kenolube fabriqués par Höganäs avec une densité de $7,50\text{g/cm}^3$ constitué de poudres de fer avec une grande pureté. Les propriétés électromagnétiques du matériau sont décrites dans le tableau 5.2.

B à 4000 A/m [T]	1.31
B at 10000 A/m [T]	1.5
La densité [g/mm^3]	7.5
La résistivité [$\mu\Omega \cdot m$]	400
Le champ coercitif [A/m]	210

TABLE 5.2: Caractéristiques du Somaloy 700 0.4 kenolube

La perméabilité équivalente est calculée pour différentes valeurs d'induction, Les résultats de simulations sont comparés avec ceux expérimentaux [BRTF09]. Il y a une bonne concordance entre les mesures et les données calculées comme le montre la figure 5.25.

Dans l'absence des données sur la taille et la distribution de l'entrefer, nous avons calibré notre modèle avec un point de la courbe de première aimantation fournie par le constructeur. Pour cela, nous avons distribué d'une façon aléatoire des « ponts magnétiques » pour obtenir la perméabilité de ce point. Nous avons ensuite calculé les autres points de la courbe à partir de la distribution ainsi obtenue :

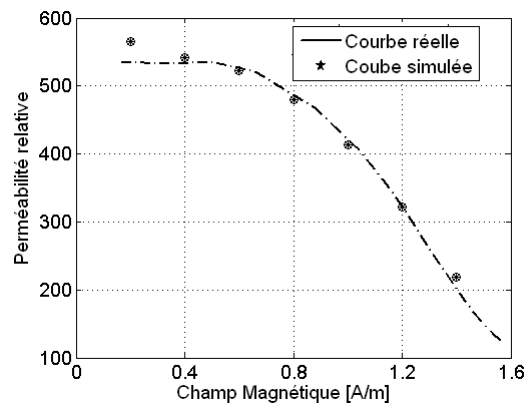


FIGURE 5.25: Perméabilité magnétiques relative du Somaloy 700

5.7 Etude de l'influence de la taille des particules sur les caractéristiques électromagnétiques des poudres de fer

Dans cette partie nous choisissons un matériau en poudre de fer de densité égale à 0.95%. La cellule élémentaire est gardée constante et égale à 500 microns.

Le tableau 5.3 montre les différentes tailles générés et leur nombre de particules correspondant à chaque taille.

Taille moyenne des particules [μm]	110	90	72	54
Nombre moyen de particules	163	294	568	1367

TABLE 5.3: Le nombre de particules dans la cellule

Pour différentes tailles de particules, nous calculons pour \mathbf{B}_0 allant de 0.1 T à 1.6 T les pertes par hystérésis ainsi que la perméabilité équivalente.

Résultats et discussion

La perméabilité

La figure 5.26 montre la variation de la perméabilité en fonction de la taille moyenne des particules. Nous avons calculé la perméabilité sur deux point de la courbe de première aimantation à 0.1 et 1 Tesla. Dans les deux cas, la perméabilité augmente avec la taille des particules. Ce résultat montre la même tendance que les résultats expérimentaux présentés au chapitre 1 (voir figure 1.19a).

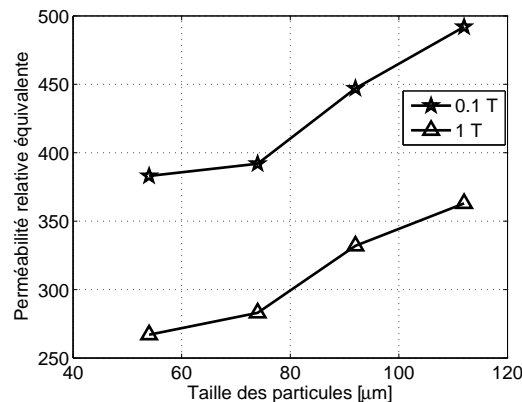


FIGURE 5.26: Perméabilité magnétiques en fonction de la taille des particules

Les pertes par hystérésis

la figure 5.27 montre la variation des pertes par hystérésis en fonction de la taille moyenne des particules. Ces pertes sont relativement constantes pour les différentes tailles. Il est à noter que pour obtenir ces résultats, nous avons fait des simulations avec les mêmes caractéristiques du fer pour les tailles différentes. Cette hypothèse n'est pas toujours valable. En effet avec les particules de taille plus fine ont des valeurs de champ coercitif plus grande et lors de la phase de compression du matériau il faut plus d'effort que les grande taille pour atteindre la même densité. Tous ces paramètres doivent être pris en considération pour déterminer avec exactitude les caractéristiques électromagnétiques des poudres de fer. les résultats de la figure 5.27 sont alors assez approximatif et doivent être interprétés avec une certaine précaution.

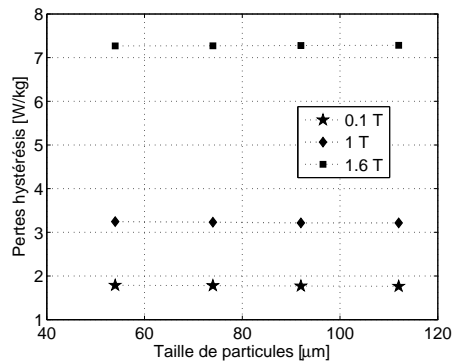


FIGURE 5.27: Pertes hystérésis en fonction de la taille des particules

5.8 Conclusion

Nous avons introduit dans ce chapitre, la modélisation des matériaux en poudres de fer. Nous avons étudié par une modélisation analytique, l'influence de la taille des particules sur les pertes par hystérésis et les pertes par courants de Foucault. Cette méthode a permis de déterminer d'une façon approximative la taille des particules en fonction de la fréquence pour limiter les pertes par courants induits par rapport aux pertes par hystérésis. Nous avons ensuite introduit une technique originale de génération des géométries des poudres qui tient compte de la distribution aléatoire de la taille et de la position des particules de fer et de l'entrefer. Partant de cette géométrie, nous avons estimé la taille minimale d'une cellule représentative du matériau global. La résolution des équations de l'électromagnétisme dans cette cellule nous a permis de calculer la courbe de première aimantation d'un matériau réel. Nous avons enfin utilisé la méthode développée pour une étude paramétrique des poudres. Nous avons notamment étudié l'influence de la taille des particules sur la perméabilité magnétique et les pertes par hystérésis. Les résultats obtenus montrent la même tendance que les résultats expérimentaux.

Conclusion générale

Dans le cadre de notre travail, nous avons eu comme objectif le développement et la mise en oeuvre d'un code de calcul pour la modélisation des matériaux magnétiques notamment les poudres de fer.

Pour se faire, nous avons alors réalisé une recherche bibliographique sur la nature et la fabrication de ces matériaux. Nous avons également étudié les formulations et les modèles comportementaux des matériaux magnétiques pour choisir les formulations et les modèles les plus adaptés aux besoins de notre travail. Nous nous sommes ainsi orienté vers les formulations en champ magnétique en \mathbf{H} qui s'adapte bien au cas des tôles magnétiques et la formulation $\mathbf{A} - V$ qui convient mieux aux poudres de fer. Nous avons également porté notre choix sur le modèle de Preisach associé à la fonction de distribution de Lorentz. Le modèle a été amélioré par l'introduction d'un paramètre de pente qui prend en compte d'une façon précise la saturation des matériaux magnétiques.

Une partie de notre travail a été consacrée à la réalisation et à la mise en oeuvre d'un outil de calcul basé sur la méthode des éléments finis. Ces modèles utilisent les éléments de Whitney ont été validés sur des problèmes proposés par la communauté scientifique internationale. Les modèles développés sont utilisés dans le cadre de notre travail mais ils sont également intégrés dans le code du calcul du laboratoire pour enrichir ses capacités de calcul.

Nous avons utilisé les modèles développés pour l'homogénéisation des tôles et obtenus des modèles linéaires et non linéaires des propriétés homogénéisées de ces matériaux. Ces modèles sont également intégrés dans le code de calcul du laboratoire.

Pour prendre en compte la spécificité géométrique des matériaux en poudres de fer, nous avons introduit une technique originale pour la génération d'une géométrie globalement fidèle à la structure irrégulière et aléatoire de ces matériaux.

Cette géométrie prend en compte la taille, la forme et la position des particules de fer mais également de l'entrefer. Ces paramètres sont générés d'une façon aléatoire sur la base de données fournies par les fabricants de poudres.

Pour minimiser le temps et le volume de calcul, une cellule élémentaire représentative de la

structure globale a été définie et optimisée. Il a été démontré que la taille de cette cellule est entre 5 et 6 fois la taille moyenne des particules. Une technique d'homogénéisation non linéaire a ensuite été appliquée à cette cellule pour déterminer la perméabilité magnétique équivalente des poudres ainsi que ses pertes par hystérésis. Les résultats du calcul sont assez proches des spécifications fournies des fabricants des poudres.

Les perspectives de ces travaux sont nombreuses. Tout d'abord il faut améliorer la génération de la géométrie pour prendre en compte la déformation de l'ensemble des particules sous l'influence de la pression. Il faut également créer une base de données sur les lois de distributions des tailles mais également de l'entrefer.

Une collaboration plus étroite avec les fabricants de poudres est nécessaire pour compléter cette base de données avec la nature et les comportements électromagnétiques des poudres. La pression joue un rôle déterminant dans la densification des poudres mais elle a également une influence sur le comportement magnétiques des particules, notamment sur leurs cycles d'hystérésis. La modélisation de l'influence de la pression sur le comportement magnétique des poudres de fer est donc un pas important à franchir.

La métallurgie des poudres, le recuit, les isolants et les lubrifiants sont des paramètres importants à prendre en compte dans l'étude des poudres de fer. Une collaboration avec des laboratoires étudiant ces phénomènes et un couplage entre les modèles développés dans notre travail et les modèles comportementaux développés dans ces laboratoires est également une piste de recherche nécessaire.

La métallurgie des poudres

La métallurgie des poudres est utilisée pour diverses applications telles que l’automobile, l’aéronautique ou encore les moteurs électriques. Des progrès ont été réalisés non seulement dans les poudres elles-mêmes, mais aussi dans les liants et les lubrifiants qui les entourent. Aujourd’hui, grâce aux progrès sur les processus d’élaboration, les produits pressés ont des densités qui s’approchent de celles qui les constituent. Il est très important de souligner que dans le cas de l’utilisation des machines compactes, plus la densité est élevée plus les performances électromagnétiques des machines sont importantes.

Le processus de fabrication est brièvement décrit sur la figure A.1 [Hög].

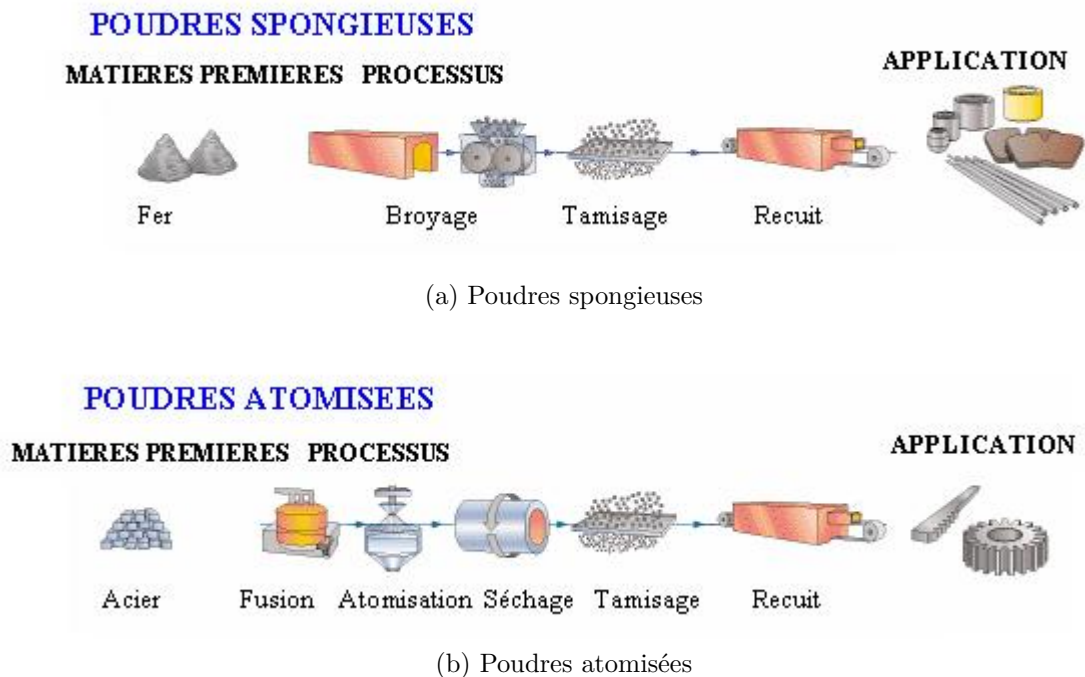


FIGURE A.1: Processus de fabrication des poudres atomisée ou éponge

Les méthodes de fabrication des poudres de fer sont réalisées par un procédé mécanique (le broyage) ou un procédé physique (l'atomisation) [Bou02].

Le broyage

Le broyage mécanique a une grande importance dans l'industrie des poudres, il est principalement utilisé pour la fabrication de particules plus fines. Le broyage permet également de réaliser le mélange entre plusieurs matériaux à une échelle très fine.

Les poudres obtenues par broyage peuvent présenter des morphologies et des granulométries extrêmement variées.

L'atomisation

L'atomisation est la principale méthode de fabrication de poudres pures. Elle consiste en la fracturation de matériaux en fusion en fines gouttelettes. La solidification de ces gouttelettes donne naissance aux particules de poudres. L'atomisation peut être réalisée par un fluide (gaz, eau, huile) sous haute pression pour laquelle le métal liquide est fracturé par l'impact des jets. Dans le cas d'atomisation par centrifugation, le bain de métal fondu est éjecté sous forme de gouttelettes sous l'influence d'une rotation à grande vitesse. Les tailles moyennes peuvent varier de $10\text{ }\mu\text{m}$ ou moins dans le cas d'une atomisation à l'eau sous très forte pression et jusqu'à 1 mm pour la granulation sous faible pression

Les poudres, lubrifiants et liants

Des poudres de différentes tailles donnent des contraintes de pression différentes. La considération de la taille des particules est alors très importante. Aussi, les poudres peuvent être de formes différentes : des formes spongieuses à des formes proches des sphères selon l'usage auquel elles sont destinées (figure A.2)

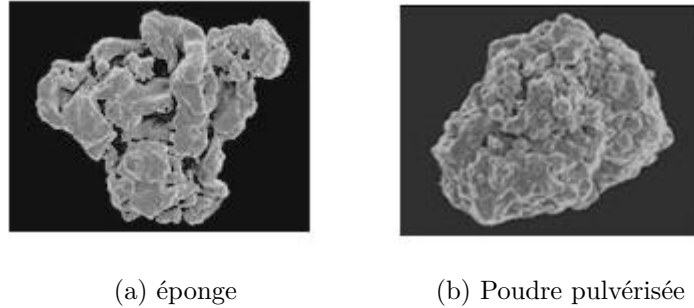


FIGURE A.2: Différentes morphologie de poudres

Les additifs sont tous les ajouts aux poudres ferromagnétiques tels les lubrifiants ou les liants utilisés dans le traitement des matériaux. L'utilisation des alliages peut aussi aider à améliorer les propriétés finales de la poudre et aider à rendre l'opération de pressage plus facile. D'autres additifs sont également ajoutés pour faciliter les produits finis à s'extraire des moules ainsi que pour augmenter leur résistance mécanique. Toutefois, même dans la phase finale, il y a des variables comme la variation de densité qui peut considérablement affecter les propriétés de l'objet fini. Bien que les poudres puissent facilement contenir la forme requise, l'ajout de liant et de lubrifiant est généralement nécessaire.

Le rôle du lubrifiant est d'abord de limiter les frottements, principalement ceux entre les poudres et l'outillage lors de la phase d'éjection. La lubrification peut être intégrée directement à l'outillage ou par l'utilisation de poudres prélubrifiées. Le lubrifiant peut aussi avoir l'inconvénient de limiter la densification. Il sera donc utilisé en de faibles proportions en obtenant un compromis entre le fonctionnement correct des équipements et de bonnes caractéristiques des pièces comprimées. Les lubrifiants typiques utilisés sont l'éthylène-bis-stéaramide (nom commercial Acrawax C) et le fluoropolymers. Ils fondent à 150 °C et se décomposent à 600 °C environs [GMG98].

Le liant est le revêtement de l'ordre de 0.5–1% du poids, qui donne une résistance mécanique au produit compacté. Les matériaux peuvent être très fragiles dans cet état et doivent être manipulés avec beaucoup de soin. Le liant fournit également l'isolation entre les particules pressées ce qui est essentiel pour que les courants de Foucault soient minimisés. Une bonne isolation et des particules de fer fines sont généralement nécessaires pour réduire les pertes par courants de Foucault.

En général, le liant est classé en deux catégories, le revêtement organique et le revêtement inorganique. Les revêtements inorganiques peuvent être subdivisés en plusieurs catégories, les revêtements d'oxyde métallique (comme Fe_2O_3), les revêtements de phosphate (phosphate de zinc, phosphate de fer et manganèse de phosphate) et les revêtements de sulfate. Revêtements organiques peuvent être divisés en deux catégories, les revêtements thermoplastiques et les revêtements thermodurcissables.

La taille des particules affecte significativement les caractéristiques du matériau. La diminution de la taille de particule augmentera l'espace amagnétique distribué, conduisant à des perméabilités plus faibles. Les courants induits seront toutefois diminués en raison de la taille des particules plus petite. Des courants de Foucault plus petits signifient des pertes inférieures à des fréquences élevées. Ces faits sont illustrés dans les figures (A.3a et A.3b) dans lesquelles deux matériaux avec des tailles différentes sont comparés, Permite55K (< 45 microns) et Permite75™K (< 150 microns).

Dans le cas des applications magnétiques, les particules de taille plus petites sont utilisées pour la hautes fréquences et celle de tailles plus grandes sont utilisées pour des applications basse fréquence. Les poudres magnétiques sont disponibles avec des tailles allant de la nano particules à environ 500 μm . Ces différences se traduisent aussi par des conditions différentes au cours des étapes de fabrication.

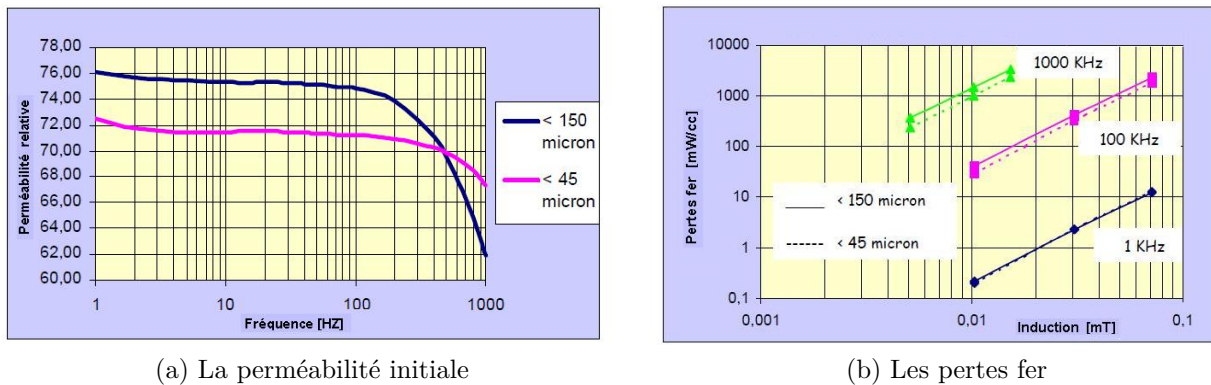


FIGURE A.3: Efet de la tailles des particules

La compaction et le recuit

La phase de compression est l'étape qui suit la fabrication de la poudre, elle vise essentiellement la densification par rapprochement des particules de poudres et l'obtention de la forme suivant des dimensions précises (le moulage). Ce processus se réalise par la mise sous pression du mélange (poudre, lubrifiant et liant) qui conserve après relâchement des forces de compression la forme du moule. Les caractéristiques finales du produit dépendent essentiellement de sa densité. Dans le contexte industriel, une densité élevée est toujours recherchée. L'utilisation d'un mélange à répartition granulométrique large laisse la liberté aux particules de petites tailles de remplir les porosités laissées par les particules de tailles plus importantes. Lorsque les contraintes appliquées deviennent importantes, les grains dont le déplacement est bloqué subissent des déformations qui permettent une densification plus élevée.

La figure A.4 illustre la densification d'un matériau en poudres de fer au fur et à mesure que

la pression augmente [Hög]. Les parties noires représentent les porosités entre les particules qui sont pour les faibles pressions (< 200 MPa) de l'ordre de la taille des particules. Lorsque la pression augmente, les particules deviennent bloquées ainsi intervient la phase de déformation et les espaces deviennent plus petits.

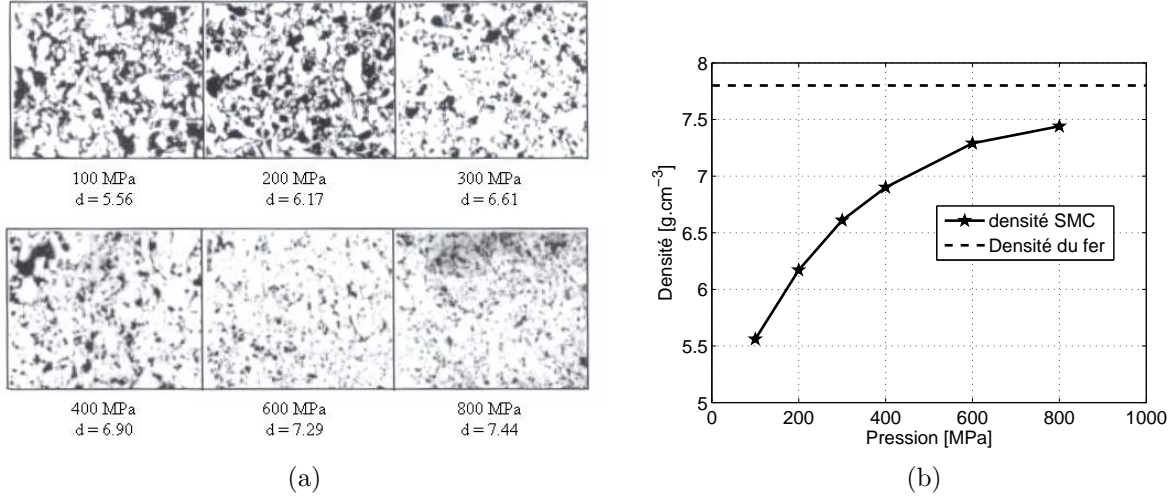


FIGURE A.4: Evolution de la densité des matériaux en poudre de fer en fonction de la pression de compactage

Le processus de compactage ne peut pas atteindre la pleine densité et, par conséquent, la perméabilité est loin d'être aussi élevée que dans le cas des tôles. Une valeur de 500 pour la perméabilité relative est bonne. Cela rend le matériel relativement meilleur pour les machines à faible perméabilité comme pour les cas des machines à aimants permanents. En revanche, il est plus difficile d'obtenir de bons résultats pour les machines à une forte demande sur la perméabilité telle que les machines à induction et les moteurs pas à pas [Jac98a].

Les propriétés électromagnétiques et mécaniques du composant fini dépendent non seulement des constituants (poudres, isolant) mais également du processus de fabrication comme la pression de compression. Des études ont été réalisées sur l'effet de la pression sur les matériaux ferromagnétiques. Makar et Tanner [MT00] ont étudié l'influence de la force de pression sur la perméabilité et l'induction à saturation. Nous reprenons le cas de fer à 0.003% de carbone à l'état initial puis lorsqu'il subit une force de pression de 160 MPa, le résultat des deux courbes de première aimantation est illustré sur la figure A.5

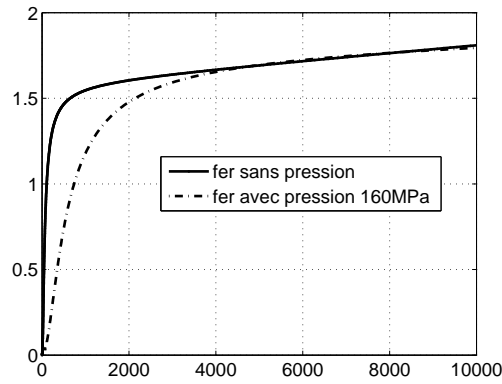


FIGURE A.5: Courbe de première aimantation du fer 0.003% C

Malgré la diminution de la perméabilité magnétique du fer lors de l'augmentation de la pression, il est évident que pour atteindre une haute densité dans les matériaux en poudres de fer il faut augmenter la pression qui grâce à elle fait augmenter la densité du matériaux et donc la perméabilité dans le matériau fini. La figure A.6 montre l'effet de la pression sur la caractéristique magnétique des matériaux en poudres de fer[HPE05]

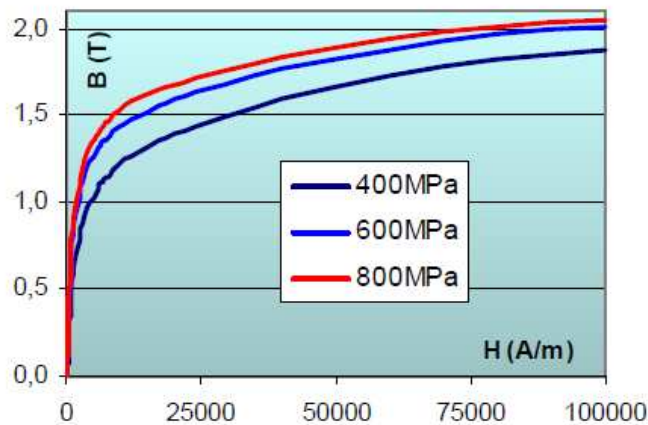


FIGURE A.6: Effet de la pression sur les matériaux en poudres de fer

Le recuit qui est un traitement thermique qui sans mener à la température de fusion amorce une cohésion des pièces. Les pertes par hystérésis, comme vu précédemment sont dues à la nature cristalline du fer. Le recuit ne permet pas une recristallisation complète après écrouissage ce qui gêne le mouvement des parois des domaines magnétiques. Une comparaison entre différentes poudres soumises à des pressions et de durée de traitement thermique illustre bien l'influence de ces paramètres dans le produit fini. Les tableaux A.1 et A.2 résument une étude des propriétés magnétiques telles que la valeur du champ coercitif et les pertes par hystérésis évaluées en fonction de l'effet de la pression de compactage et de la durée du traitement thermique [HHK06].

Pression de compactage (MPa)	Champ coercitif (A/m ²)	Pertes par hystérésis (J/m ³)
493	476	1800
980	591	2300
1220	705	2500

TABLE A.1: Effet de la pression sur le champ coercitif et les pertes par hystérésis (Durée de recuit 12 heures)

La durée du traitement thermique (h)	Champ coercitif (A/m ²)	Pertes par hystérésis (J/m ³)
0	643	2400
12	591	2300
24	705	2200

TABLE A.2: Effet de la durée du traitement thermique sur le champ coercitif et les pertes par hystérésis (Pression de compactage 980 MPa)

Une haute pression de compactage et une durée élevée de traitement thermique ont des effets inverses sur les propriétés magnétiques des matériaux en poudres de fer. D'après les résultats des tableaux ci-dessus, en moyenne, la pression fait augmenter les pertes par hystérésis de 40% et le traitement thermique les diminue d'environ 10%.

Pour réduire l'effet de la pression, il faut augmenter la température de recuit et donc utiliser des isolants ayant une haute résistance thermique.

Le modèle de Preisach

Le modèle classique, connu sous le nom de Preisach a été développé dans les années 30 par l'ingénieur hongrois Ferenc Preisach [Pre]. Le modèle est considéré comme un modèle phénoménologique alors que sa conception est basée sur une approche intuitive de l'aimantation.

Ce modèle n'a pas eu une attention particulière jusqu'à partir des années 70 lorsque le mathématicien russe Krasnoselski (1920 -1997) qui procédait à une application correcte du modèle. David Jiles, considère ce modèle comme un système sophistiqué d'ajustement de courbes [Jil98]. Le modèle de Preisach est considéré et reconnu comme la plus importante contribution dans la modélisation de l'hystérésis.

Description mathématique du modèle

D'un point de vue mathématique, le modèle de Preisach décrit le phénomène d'hystérésis comme un l'ensemble d'opérateurs bistables dénommés opérateurs d'hystérésis ou hystérons. Chaque opérateur a deux états possibles, +1 et -1. La transition de l'état -1 à l'état +1 se réalise lorsque la fonction d'entrée, le champ H , est supérieure à une valeur α . De la même manière, la transition inverse est réalisée quand le champ est inférieur à une valeur β . Ces valeurs du champ α et β sont connues sous le nom de champs de commutation. Les valeurs des champs de commutations sont spécifiques pour chaque opérateur $\gamma(\alpha, \beta)$.

La figure 3.2 montre un exemple du comportement d'un hystéron en fonction du champ H .

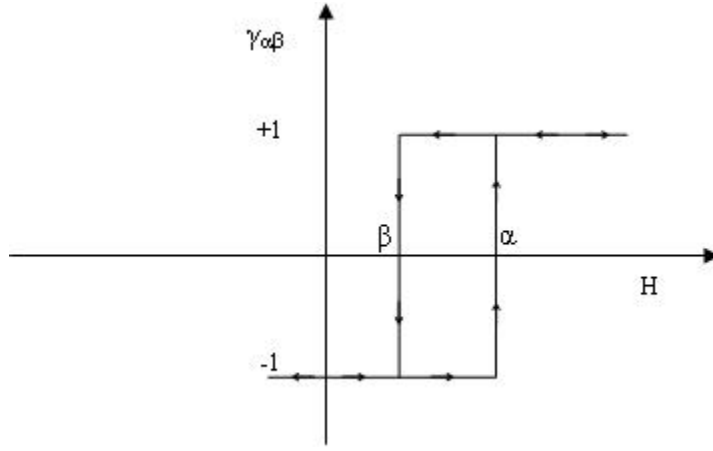


FIGURE B.1: Hystéron élémentaire

Pour l'ensemble d'opérateurs $\gamma(\alpha, \beta)$ on définit une fonction $\rho(\alpha, \beta)$ appelée fonction de densité de Preisach. Cette fonction est la probabilité de trouver un opérateur d'hystérésis $\gamma(\alpha, \beta)$ pour des valeurs de champs de commutation α et β [Bro89].

En définitive, le modèle de Preisach peut être représenté sous l'expression algébrique suivante :

$$\mathbf{M} = \mathbf{M}_{\text{sat}} \iint_{\alpha > \beta} \rho(\alpha, \beta) \cdot \gamma(\alpha, \beta) \cdot d\alpha d\beta \quad (\text{B.1})$$

Le modèle de Preisach peut être appliqué, en général, à tout système avec hystérésis. De plus les opérateurs de Preisach ne sont pas reliés à un mécanisme physique.

Interprétation géométrique - Le plan de Preisach

Pour chaque couple de champs de commutation (α, β) lui est associé un opérateur unique d'hystérésis $\gamma(\alpha, \beta)$. Par conséquent, l'ensemble des opérateurs forment un plan dans lequel chaque point (α, β) est un opérateur d'hystérésis. Ce plan est appelé le plan de Preisach.

Le plan de Preisach est défini par le demi plan défini par la droite $(\alpha > \beta)$, donc pour les couples où $(\alpha < \beta)$ ont un opérateur $\rho(\alpha, \beta)$ nul. Le plan de Preisach est également limité par le champ à saturation H_s au delà duquel les opérateurs sont également nuls. Avec ces considérations, le plan de Preisach est délimité par les droites d'équations suivantes :

$$\begin{cases} \alpha = \beta \\ \alpha = \mathbf{H}_s \\ \beta = -\mathbf{H}_s \end{cases} \quad (\text{B.2})$$

Le plan de Preisach est alors représenté par un triangle comme l'illustre la figure B.2

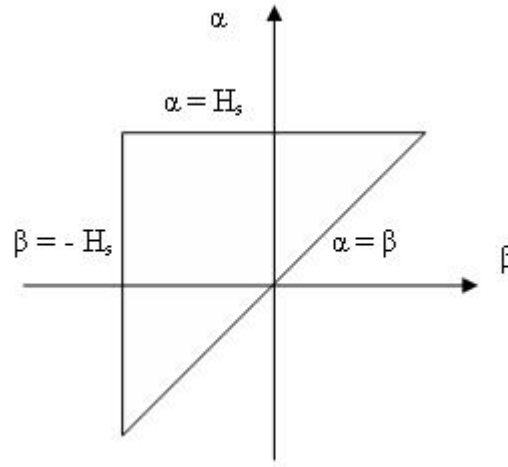


FIGURE B.2: Plan de Preisach

Pour mieux comprendre le fonctionnement du modèle de Preisach, nous analyserons l'évolution des l'opérateurs à travers un exemple à l'aide du plan de Preisach.

Supposons que le matériau magnétique soit porté à saturation négative $-H_s$. Dans cette situation initiale, tous les opérateurs du triangle sont dans l'état -1. Cet état est représenté sur la figure B.3a.

On augmente graduellement le champ jusqu'à une valeur $H_1 < H_{sat}$, devant cette variation de l'excitation, tous les opérateurs $\rho(\alpha, \beta)$ ayant la valeur du champ basculent (commutent) de l'état -1 à l'état +1 tandis que les autres opérateurs ayant demeurent dans état -1, de sorte que le triangle est divisé en deux zones. Une zones « S+ » regroupant les opérateurs $\rho(\alpha, \beta)$ à l'état positif et une zone « S- » avec des opérateur à l'état négatif. Ces deux zones sont séparées par une ligne $L(t)$ qui coïncide dans ce cas à la ligne horizontale . On appelle cette ligne, la ligne d'état. La figure B.3b représente le triangle de Preisach après l'excitation H_1 .

Depuis la valeur de l'excitation H_1 , on diminue graduellement le champ à la valeur H_2 . La nouvelle configuration du plan de Preisach est illustrée sur la figure B.3c. Les figures qui suivent enregistrent l'évolution du plan de Preisach en fonction de la variation arbitraire du champ d'excitation.

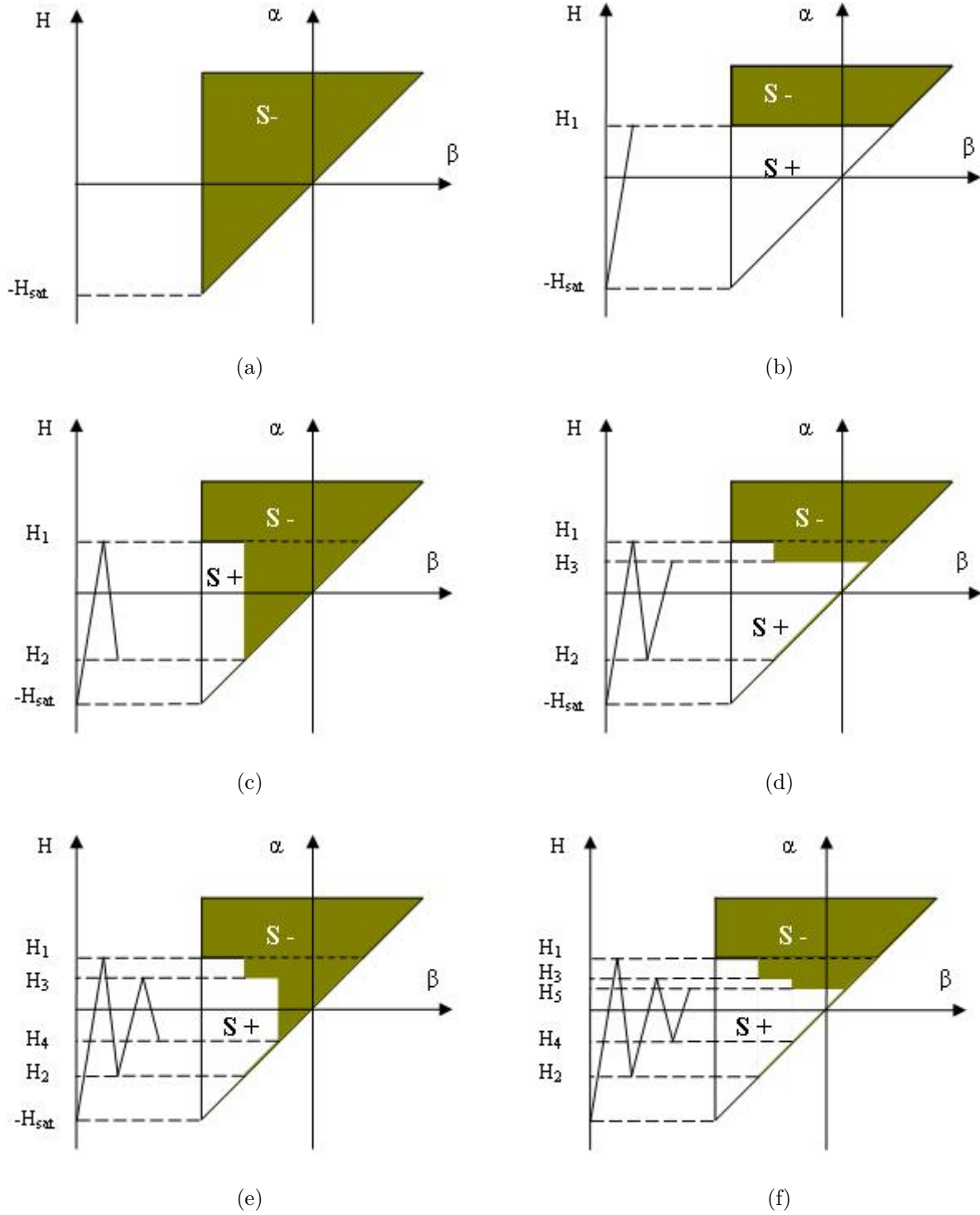


FIGURE B.3: Evolution des opérateurs de Preisach en fonction de l'excitation

Cette analyse peut se généraliser de la façon suivante :

En un instant t donné, le triangle de Preisach est divisé en deux régions, une région $S+(t)$ formée par les opérateurs à l'état positif et $S-(t)$ formée par les opérateurs à l'état négatif. La frontière entre les deux régions $L(t)$ est une ligne composée de sections droites horizontales

et de sections verticales alternées dont les sommets coïncident avec les maximums et les minimums locaux de l'historique du champ d'excitation.

La généralisation de l'analyse du plan de Preisach permet de vérifier que la double intégrale de l'équation (B.1) peut se décomposer en deux intégrales doubles, une intégrale pour chaque zone :

$$\mathbf{M} = \mathbf{M}_{\text{sat}} \iint_{S^+} \rho(\alpha, \beta) \cdot \gamma(\alpha, \beta) \cdot d\alpha d\beta + \mathbf{M}_{\text{sat}} \iint_{S^-} \rho(\alpha, \beta) \cdot \gamma(\alpha, \beta) \cdot d\alpha d\beta \quad (\text{B.3})$$

Avec :

$$\gamma(\alpha, \beta) = \begin{cases} +1 & \forall (\alpha, \beta) \in S^+ \\ -1 & \forall (\alpha, \beta) \in S^- \end{cases} \quad (\text{B.4})$$

En substituant l'opérateur d'hystérésis par sa valeur correspondante pour chaque zone, l'équation peut finalement s'exprimer :

$$\mathbf{M} = \mathbf{M}_{\text{sat}} \left(\iint_{S^+} \rho(\alpha, \beta) \cdot d\alpha d\beta - \iint_{S^-} \rho(\alpha, \beta) \cdot d\alpha d\beta \right) \quad (\text{B.5})$$

Le modèle de Preisach nous permet de formuler cette expression en fonction de l'évolution du plan et la ligne d'état $L(t)$. Une fois la ligne d'état $L(t)$ connue, il suffit de définir la fonction de densité de Preisach et la magnétisation à saturation pour avoir un modèle d'hystérésis d'un matériaux donné.

Homogénéisation de la perméabilité magnétiques des poudres de fer par la méthode dynamique

Les champs électromagnétiques \mathbf{h} et \mathbf{e} dans une cellule élémentaire peuvent être décomposés en trois termes :

- Champs filtrés ou de grande échelle $\widetilde{\mathbf{H}}$ et $\widetilde{\mathbf{E}}$.
- Champs à l'échelle de la cellule \mathbf{H}_c et \mathbf{E}_c .
- Champs résiduels \mathbf{H}_r et \mathbf{E}_r .

\mathbf{h} et \mathbf{e} peuvent s'exprimer alors comme suit :

$$\left\{ \begin{array}{l} \mathbf{h} = \widetilde{\mathbf{H}} + \mathbf{H}_c + \mathbf{H}_r \\ \mathbf{e} = \widetilde{\mathbf{E}} + \mathbf{E}_c + \mathbf{E}_r \end{array} \right. \quad (\text{C.1})$$

\mathbf{H}_r et \mathbf{E}_r sont des champs que l'on négligera.

Les champs $\widetilde{\mathbf{H}}$ et $\widetilde{\mathbf{E}}$ ont de lentes variations spatiales qui possèdent respectivement au niveau de la cellule une valeur moyenne de \mathbf{H} et \mathbf{E} . En revanche, les champs locaux \mathbf{H}_c et \mathbf{E}_c possèdent des variations rapides.

La méthode d'homogénéisation dynamique consiste à filtrer la composante locale rapide et ne conserver que le champ à grande échelle. Si \mathbf{J} et \mathbf{B} sont respectivement les valeurs moyennes de la densité de courant et de l'induction magnétique dans la cellule, $\widetilde{\mathbf{H}}$ et $\widetilde{\mathbf{E}}$ sont donnés par :

$$\left\{ \begin{array}{l} \widetilde{H} = H - \frac{1}{2} \mathbf{J} \wedge \mathbf{x} \\ \widetilde{\mathbf{E}} = \mathbf{E} + \frac{1}{2} \mathbf{B} \wedge \mathbf{x} \end{array} \right. \quad (\text{C.2})$$

Avec \mathbf{H} et \mathbf{E} sont respectivement la valeur moyenne du champ magnétique et la valeur moyenne du champ électrique dans la cellule.

En introduisant la valeur de $\widetilde{\mathbf{H}}$ et $\widetilde{\mathbf{E}}$ dans C.1 on écrit :

$$\begin{cases} \mathbf{h} = \mathbf{h}_c - \frac{1}{2}\mathbf{J} \wedge \mathbf{x} \\ \mathbf{e} = \mathbf{e}_c + \frac{1}{2}\mathbf{B} \wedge \mathbf{x} \end{cases} \quad (\text{C.3})$$

Avec

$$\begin{cases} \mathbf{h}_c = \mathbf{H} + \mathbf{H}_c \\ \mathbf{e}_c = \mathbf{E} + \mathbf{E}_c \end{cases} \quad (\text{C.4})$$

Formulation électromagnétique

Les équations de Maxwell pour les champs \mathbf{h} et \mathbf{e} sont :

$$\begin{cases} \nabla \wedge \mathbf{e} = -j\omega\mu\mathbf{h} \\ \nabla \wedge \mathbf{h} = \sigma\mathbf{e} \end{cases} \quad (\text{C.5})$$

En combinant les systèmes d'équations C.3 et C.5 on obtient deux formulations équivalentes en \mathbf{h}_c et en \mathbf{e}_c décritent par :

$$\begin{cases} \nabla \wedge (\sigma^{-1}\nabla \wedge \mathbf{h}_c) + j\omega\mu\mathbf{h}_c = \nabla \wedge \sigma^{-1}\mathbf{J} + \frac{1}{2}j\omega\mu\mathbf{J} \wedge \mathbf{x} \\ \nabla \wedge \left(\frac{1}{j\omega}\mu^{-1}\nabla \wedge \mathbf{e}_c\right) + \sigma\mathbf{e}_c = -\frac{1}{2}j\omega\sigma\mathbf{B} \wedge \mathbf{x} - \nabla \wedge \mu^{-1}\mathbf{B} \end{cases} \quad (\text{C.6})$$

– La résolution du problème en \mathbf{h}_c donne la valeur de la perméabilité équivalente dans la cellule C :

$$\mathbf{B} = \mu_{eq}\mathbf{H}_{\text{moy}} \quad (\text{C.7})$$

avec :

$$\mathbf{H}_{\text{moy}} = \frac{1}{\text{vol}(C)} \int_C \mathbf{h}_c d\mathbf{c} \quad (\text{C.8})$$

Le champ électrique \mathbf{e}_c et sa valeur moyenne \mathbf{E} seront alors donnés par :

$$\mathbf{e}_c = \sigma^{-1}\nabla \wedge \mathbf{h}_c + \sigma^{-1}\mathbf{J} + \frac{1}{2}j\omega\mathbf{B} \wedge \mathbf{x} \quad (\text{C.9})$$

$$\mathbf{E} = \frac{1}{\text{vol}(C)} \int_C \sigma^{-1} \nabla \wedge \mathbf{h}_c \, dc + \int_C \sigma^{-1} \mathbf{J} \, dc \quad (\text{C.10})$$

– La résolution du problème en \mathbf{e}_c donne la valeur de la conductivité équivalente dans la cellule C :

$$\mathbf{J} = \sigma_{eq} \mathbf{E}_{\text{moy}} \quad (\text{C.11})$$

avec :

$$\mathbf{E}_{\text{moy}} = \frac{1}{\text{vol}(C)} \int_C \mathbf{e}_c \, dc \quad (\text{C.12})$$

Le champ magnétique et sa valeur moyenne \mathbf{H} seront alors donnés par :

$$\mathbf{h}_c = j\omega \nabla \wedge \mathbf{e}_c - \mu_{-1} \mathbf{B} + \frac{1}{2} \mathbf{J} \wedge \mathbf{x} \quad (\text{C.13})$$

$$\mathbf{H} = \frac{1}{\text{vol}(C)} \int_C (j\omega \mu)^{-1} \nabla \wedge \mathbf{e}_c \, dc - \int_C \mu^{-1} \mathbf{B} \, dc$$

Bibliographie

- [AMW02] H. M. Amreiz, B. C. Mecrow, and C. Weiner. Switched reluctance machines with simple hoop windings. *IEE International Conference on Power Electronics, Machines and Drives*, pages 522–525, 2002.
- [AR90] A. Albanese and G. Rubinacci. Magnetostatic field computations in terms of two component vector potentials. *International Journal of Numerical Methods in Engineering*, 29 :515–532, 1990.
- [Azz00] F. Azzouz. *Contribution à la modélisation de tôles ferromagnétiques par impédance de surface et éléments finis*. Thèse de doctorat, Ecole Doctorale Sciences et Technologies de l’Information et des Matériaux, Université de Nantes - France, 2000.
- [BCM08] O. Bottauscio, M. Chiampi, and A. Manzin. Nonlinear homogenization technique for saturable soft magnetic composites. *IEEE Transactions on Magnetics*, 44(11) :2955–2958, 2008.
- [Ber92] B. Bertotti. Dynamic generalization of scalar preisach model of hysteresis. *IEEE Transactions on Magnetics*, 28(5) :2599–2601, 1992.
- [Ber98] G. Bertotti. *Hysteresis in magnetism*. Academic Press, San Diego, 1998.
- [Bos88a] A. Bossavit. A rationale for edge elements in 3-d fields computation. *IEEE Transactions on Magnetics*, 24(1) :74–79, 1988.
- [Bos88b] A. Bossavit. Whitney forms : a class of finite elements for three-dimensional computations in electromagnetism. *IEE Proceedings*, 135(8) :493–499, 1988.
- [Bos98] A. Bossavit. *Computational Electromagnetism*. Academic Press, Boston, 1998.
- [Bou02] D. Bouavrd. *La Métallurgie des Poudres*. édition Hermes Sciences Publications, 2002.
- [BP58] G. Biocri and D. Pescetti. Analytical theory of the behaviour of ferromagnetic materials. *Il Nuovo Cimento*, 7(6) :829–842, 1958.

- [BP89] O. Biro and K. Pries. On the use of the magnetic vector potential in the finite element analysis of 3-d eddy current. *IEEE Transactions on Magnetics*, 25(4) :3145–3159, 1989.
- [BPR⁺93] O. Biro, K. Preis, W. Renhart, G. Vrisk, and K. R. Richter. Computation of 3-d current driven skin effect problems using a current vector potential. *IEEE Transactions on Magnetics*, 29(2) :1325–1328, 1993.
- [Bri97a] P. Brissonneau. *Magnétisme et Matériaux Magnétiques pour l'Electrotechnique*. Edition Hermes, 1997.
- [Bri97b] P. Brissonneau. *Magnétisme et matériaux magnétiques pour l'électrotechnique*. Hermes Sciences, 1997.
- [Bro89] M. Brokate. Some mathematical properties of the preisach model for hysteresis. *IEEE Transactions on Magnetics*, 25(4) :2922–2924, 1989.
- [BRTF09] M. Belkadi, B. Ramdane, D. Trichet, and J. Fouladgar. Non linear homogenization for calculation of electromagnetic properties of soft magnetic composite materials. *IEEE Transactions on Magnetics*, 45(10) :4317–4320, 2009.
- [BV82] A. Bossavit and J. C. Verité. A mixed fem-biem method to solve 3-d eddy-current problems. *IEEE Transactions on Magnetics*, 18(2) :431–435, 1982.
- [BV92] J. C. Bavay and J. Verdun. Les aciers électriques pour transformateurs et machines tournantes. situation actuelle et perspectives. *Journal de physique*, IV(2) :37–46, 1992.
- [Che86] Chih. Wen. Chen. *Magnetism and Metallurgy of Soft Magnetic Materials*. Over Publications, 1986.
- [Chi64] S. Chizazumi. *Physics of Magnetism*. Wiley and Sons, New York, 1964.
- [Cou81] J. L. Coulomb. *Analyse Tridimensionnelle des Champs Electriques et Magnétiques par la Méthode des Eléments Finis*. Thèse de doctorat, Institut National Polytechnique de Grenoble - INPG, France, 1981.
- [Cou98] G. Couderchon. *Alliages Magnétiques Doux*. Technique de l'ingénieur, TI-m350, Sept. 1998.
- [CP00] S. Clenet and F. Piriou. Identification de la fonction d'everett pour le modèle de preisach. In *MGE*, Lille, France, 2000.
- [CS71] M. V. K. Chari and P. Silvester. Analysis of turboalternator magnetic fields by finite elements. *IEEE Transactions on Magnetics*, 90(2) :454–464, 1971.
- [CTHF02] Z. Cheng, N. Takahashi, Q. Hu, and C. Fan. Team-based benchmark family : Problem 21 /21a /21b /21c. In *Fourth International Conference on Computation in Electromagnetics (CEM 2002)*, Bournemouth, UK, 2002.

- [Cyr07] C. Cyr. *Modélisation et caractérisation des matériaux magnétiques composites doux utilisé dans les machines électriques*. Thèse de doctorat, Université Laval, Québec, 2007.
- [Dev00] G. Develey. *Chauffage par induction électromagnétique : principes*. Technique de l'ingénieur, TI-D5935, Aout. 2000.
- [dLc00] E. Du Trémolet de Lacheisserie and co. *Magnétisme, I . Fondements II . Matériaux et Applications*. EDP Sciences, Collection Grenoble Science, 2000.
- [DT98] E. Della-Torre. *Magnetic Hysteresis*. IEEE Press, 1998.
- [DTL05] G. Dhatt, G. Touzot, and E. Lefrançois. *Méthode des éléments finis*. Lavoisier, Paris, 2005.
- [Dul96] P. Dular. *Modélisation du champ magnétique et des courants induits dans des systèmes tridimensionnels non linéaires*. Thèse de doctorat, Faculté des Sciences appliquées, Université Liège - Belgique, 1996.
- [Dur68] E. Durant. *Electrostatique*. ED MASSON, 1968.
- [Ems88] C. R. I. Emson. Methods for the solution of open-boundary electromagnetic-field problems. *IEE Proceedings*, 135(8) :151–158, 1988.
- [Eur98] Brevêt Européen. *Procédés d'isolement d'une tôle magnétique*. EP 0701 007 B1, Office Européen des Brevets, 1998.
- [Fou97] J. Fouladgar. The inverse problem methodology for measurement of permeability of the ferromagnetic materials. *IEEE Transactions on Magnetics*, 33(2) :2139–2142, 1997.
- [FRRB97] M. El Feddi, Z. Ren, A. Razek, and A. Bossavit. Homogenization technique for maxwell equations in periodic structures. *IEEE Transactions on Magnetics*, 33(2) :1382–1385, 1997.
- [GMG98] A. Griffo, A. Marszalek, and R. M. German. Statistical analysis of lubricant particle size effects on ferrous p/m alloys. *International Journal of Powder Metallurgy*, 34(5) :55–65, 1998.
- [GZLZ06] Y.G. Guo, J.G. Zhu, Z.W. Lin, and J.J. Zhong. 3d vector magnetic properties of soft magnetic composite material. *Journal of Magnetism and Magnetic Materials*, 302 :511–516, 2006.
- [Hög] Höganäs. site internet : www.hoganas.com.
- [HGSS06] A. Hamlera, V. Goricanana, B. Sustarsicb, and A. Sirc. The use of soft magnetic composite materials in synchronous electric motor. *Journal of Magnetism and Magnetic Materials*, 304 :816–829, 2006.

- [HHK06] I. Hemmati, H. R. Hosseinia, and A. Kianvashb. The correlations between processing parameters and magnetic properties of an iron-resin soft magnetic composite. *Journal of Magnetism and Magnetic Materials*, 305 :147–151, 2006.
- [HJ03] L. Hultman and A. G. Jack. Soft magnetic composites - material and applications. pages 516–522, IEMDC'03, 2003.
- [HPE05] L. Hultman, M. Persson, and P. Engdahl. Soft magnetic composites for advanced machine design. Shanghai, 2005.
- [JA83] D. C. Jiles and D. L. Atherton. Ferromagnetic hysteresis. *IEEE Transactions on Magnetism*, 19(5) :2183–2185, 1983.
- [JA86] D. C. Jiles and D. L. Atherton. Theory of ferromagnetic hysteresis. *Journal of Magnetism and Magnetic Materials*, 61(1-2) :48–60, 1986.
- [Jac98a] A. Jack. Experience with the use of soft magnetic composites in electrical machines. *Proceedings of the International Conference on Electrical Machines (ICEM '98)*, pages 1441–1448, 1998.
- [Jac98b] A. G. Jack. Experience with using soft magnetic composites for electrical machines. London, 1998.
- [Jia93] J. Jianming. *The Finite Element Method in Electromagnetics*. Wiley-Interscience, New York, 1993.
- [Jil92] D. C. Jiles. A self consistent generalized model for the calculation of minor loop excursions in the theory of hysteresis. *IEEE Transactions on Magnetism*, 28(5) :2602–2604, 1992.
- [Jil98] D. C. Jiles. *Introduction to Magnetism and Magnetic Materials 2nd Edition*. Chapman and Hall, London, 1998.
- [JRP81] J. M. ZAMARRO J. RIVAS and C. PEREIRA. Simple approximation for magnetization curves and hysteresis loops. *IEEE Transactions on Magnetism*, 17(4) :1498–1502, July 1981.
- [JT93] D. C. Jiles and J. B. Thoeke. Theory of ferromagnetic hysteresis : Determination of model parameters from experimental hysteresis loops. *IEEE Transactions on Magnetism*, 25(5) :3928–3930, 1993.
- [Juf98] M. Jufer. *Electromécanique. Traité d'électricité Volume 9*. Presses Polytechniques et Universitaires Romandes, EPFL, 1998.
- [JV90] M. T. Johnson and E. G. Visser. A coherent model for the complex permeability in polycrystalline ferrites. *IEEE Transactions on Magnetism*, 26(5) :1987–1989, 1990.

- [LM99] Y. Le-Menach. *Contribution à la modélisation numérique tridimensionnelle des systèmes électrotechniques : Prise en compte des inducteurs*. Thèse de doctorat, Université des sciences et technologies de Lille1 - France, 1999.
- [MA92] I. D Mayergoyz and A. A. Adly. Numerical implementation of the feedback preisach model. *IEEE Transactions on Magnetics*, 28(5) :2605–2607, 1992.
- [Mas83] P. Massé. *Analyse méthodologique de la modélisation numérique des équations de la physique des milieux continus à l'aide de la méthode des éléments finis ? : flux-expert, un système d'aide à la construction de logiciels*. Thèse de doctorat, Institut National Polytechnique de Grenoble - INPG, France, 1983.
- [May85] I.-D Mayergoyz. Hysteresis models from the mathematical and control theory points of view. *Journal of Applied Physics*, 57(1) :3803–3805, 1985.
- [May91] I. D. Mayergoyz. *Mathematical Models of Hysteresis*. Springer, New York, 1991.
- [May92] I. D Mayergoyz. Mathematical models of hysteresis. *IEEE Transactions on Magnetics*, 22(5) :603–608, 1992.
- [Meu02] G. Meunier. *Modèles et Formulation en Electromagnétisme, Electromagnétisme et Eléments finis 2*. édition Hermes Sciences Publications, 2002.
- [MF88] I. D Mayergoyz and G. Freidman. Generalized preisach model of hysteresis. *IEEE Transactions on Magnetics*, 24(1) :212–217, 1988.
- [MJAD02] B. C. Mecrow, A. G. Jack, D. J. Atkinson, and P. G. Dickinson. High torque machines for power hand tool applications. *IEE International Conference on Power Electronics, Machines and Drives*, pages 644–649, 2002.
- [MM05] K. W. Morton and D. F. Mayers. *Numerical Solution of Partial Differential Equations*. Cambridge University Press, 2005.
- [MT00] J. M. Makar and B. K. Tanner. The effect of plastic deformation and residual stress on the permeability and magnetostriction of steels. *Journal of Magnetism and Magnetic Materials*, 222 :291–304, 2000.
- [Nai90] S. R. Naidu. Simulation of the hysteresis phenomenon using preisach theory. *IEE Proceedings*, 137(2) :73–79, 1990.
- [OA00] Y. Ouled-Amor. *Contribution à la modélisation de l'Hystérésis magnétique en vue de l'analyse par éléments finis des systèmes de chauffage par induction*. Thèse de doctorat, Ecole Doctorale Sciences et Technologies de l'Information et des Matériaux, Université de Nantes - France, 2000.
- [Pat96] European Patent. *Process for manufacturing grain non oriented magnetic steel sheet and sheet obtained thereby*. EP 0469 980 A1, European Patent Office, 1996.

- [Pat06] European Patent. *Soft Magnetic Material And Dust Core*. EP 0469 980 A1, European Patent Office, 2006.
- [PL85] S. S. Prusty and W. Lord. A fourier descriptor model of hysteresis loop phenomena. *IEEE Transactions on Magnetism*, 21(6) :2370–2373, 1985.
- [PR84] S. Prusty and M. V. S. Rao. A novel approach for predetermination of magnetization characteristics of transformers inducing hysteresis. *IEEE Transactions on Magnetism*, 20(4) :607–612, 1984.
- [Pre] F. Preisach. *Über die magnetische nachwirkung*, volume 94. zeitschrift für physik.
- [PS71] R. I. Potter and R. J. Schmulian. Self-consistently computed magnetization patterns in thin magnetic recording media. *IEEE Transactions on Magnetism*, 7(1) :873–880, 1971.
- [RBR⁺97] Z. Ren, F. Bouillault, A. Razek, A. Bossavit, and J.C Verite. A new hybrid model using electric field formulation for 3-d eddycurrent problems. *IEEE Transactions on Magnetism*, 26(2) :470–473, 1997.
- [Ren96] Z. Ren. Influence of the r.h.s. on the convergence behaviour of the curl-curl equation. *IEEE Transactions on Magnetism*, 32(3) :6555–6558, 1996.
- [Ren97] Z. Ren. *Contribution à la modélisation des systèmes électromagnétiques tridimensionnels*. Habilitation à diriger des recherches, Université Paris sud - France, 1997.
- [RLCB03] V. Rudnev, D. Loveless, R. Cook, and M. Black. *Handbook of Induction Heating*. Marcel Dekker Inc, New York, 2003.
- [Rob89] P. Robert. *Traité d'Electricité, Les Matériaux de l'Electrotechnique, Volume II*. Presses Polytechniques et Universitaires Romandes, EPFL, 1989.
- [RWKLC96] L. L. Rouvre, T. Waeckerle, A. Kedous-Lebouc, and J.-L. Coulomb. Determination of the parameter k of the generalized dynamic preisach model. *IEEE Transactions on Magnetism*, 32(3) :1124–1127, 1996.
- [RWL95] L. L. Rouvre, T. Waeckerle, and A. Kedous Lebouc. Application of preisach model to grain oriented steels : Comparison of different characterizations for the preisach function p(a,b). *IEEE Transactions on Magnetism*, 31(6) :3557–3559, 1995.
- [SJ06] H. Shokrollahi and K. Janghorban. The effect of compaction parameters and particle size on magnetic properties of iron based alloys used in soft magnetic composites. *Materials Science and Engineering*, 134 :41–43, 2006.
- [SJ07] H. Shokrollahi and K. Janghorban. Soft magnetic composite materials (smcs). *Journal of Materials Processing Technology*, 189 :1–12, 2007.

- [Ska01] H. Skarrie. *Design of Powder Core Inductors*. Thèse de doctorat, Université de LUND, Suede, 2001.
- [TCF00] D. Trichet, E. Chauveau, and J. Fouladgar. Asymptotic calculation of equivalent electromagnetic and thermal properties for composite materials. *IEEE Transactions on Magnetics*, 36(4) :1193–1196, 2000.
- [TFD98] D. Trichet, J. Fouladgar, and G. Develey. An estimator for equivalent properties of a bundle of conductors using the inverse problem method. *IEEE Transactions on Magnetics*, 35(5) :2889–2892, 1998.
- [Tri00] D. Trichet. *Contribution à la modélisation, à la conception et au développement du chauffage par induction des matériaux composites*. Thèse de doctorat, Ecole Doctorale Sciences et Technologies de l’Information et des Matériaux, Université de Nantes - France, 2000.
- [TTIN01] H. Tsuboi, M. Tanaka, K. Ikeda, and K. Nishimura. Computation results of the team workshop problem 7 by finite element methods using tetrahedral and hexahedral elements. *Journal of Materials Processing Technology*, 108 :237–240, 2001.
- [Wei06] P. Weiss. La variation du ferromagnétisme avec la température. *Comptes Rendus des Scéances de l’Académie des Sciences*, 143 :1136–1139, 1906.
- [Wei07] P. Weiss. L’hypothèse du champ moléculaire et la propriété ferromagnétique. *Journal de Physique*, 6 :661, 1907.
- [Whi57] H. Whitney. *Geometric integration Theory*. Princeton University Press, 1957.
- [WIH05] H. Waki, H. Igarashi, and T. Honma. Estimation of effective permeability of magnetic composite materials. *IEEE Transactions on Magnetics*, 41(5) :1520–1523, 2005.
- [WIH06] H. Waki, H. Igarashi, and T. Honma. Estimation of non linear effective permeability of magnetic materials with fine structure. *Physica B*, 372(1-2) :383–387, 2006.
- [YK04] C. Yanhong and G. B. Kliman. Modeling of soft magnetic composites. In *IEEE Industry Applications Conference*, Clearwater Beach, Florida, USA, 2004.
- [ZW89] O. C Zienkiewicz and W. L. Wood. *The Finite Element Method*. Mc Graw Hill, New York, 1989.

Résumé

L'utilisation en électrotechnique et en électronique des matériaux en poudres de fer est en plein essor. Ces matériaux sont formés de particules de fer isolées entre elles par une couche diélectrique mince. La performance de ce type de matériaux dépend d'une utilisation optimale de ces constituants. Cette optimisation nécessite une bonne compréhension de leur comportement à l'échelle macroscopique mais également à l'échelle des particules elles-mêmes.

Le rapport important entre les dimensions à l'échelle des poudres et à l'échelle macroscopique ne permet pas une étude globale tout en considérant les phénomènes locaux au niveau des poudres. A cet effet, il est impératif de simplifier la géométrie du dispositif et par conséquent appliquer des méthodes d'homogénéisation.

Dans notre travail, une nouvelle approche d'homogénéisation est développée pour l'étude des matériaux en poudres de fer. La démarche consiste en la génération de cellules élémentaires qui tiennent compte de la densité du matériau et de la nature aléatoire de la distribution des particules dans le volume. Cette géométrie tient également compte de la forme irrégulière des poudres et de la variation de leurs tailles. La géométrie sert par la suite à calculer la perméabilité équivalente du matériau et à estimer ses pertes. La résolution des équations électromagnétiques a été effectuée par une modélisation 3D basée sur les éléments de Whitney développée sous l'environnement Matlab.

Le modèle et la méthode de travail proposés contribuent à une bonne compréhension du comportement des matériaux en poudres de fer.

Mots clefs : Poudres de fer, Homogénéisation, Hystérésis, Cellule Élémentaire, Distribution Aléatoire, Éléments Finis d'Arêtes 3D, Calcul Non Linéaire.

Title : Contribution to multi-scale homogenization of electromagnetic properties of Soft Magnetic Composites

Summary

The use of the iron powders material in electrical and electronic devices is growing rapidly. These materials are composed by iron particles coated by a thin dielectric layer. The performance of this type of material depends on an optimal use of its components. This optimization requires a good understanding of their behaviour at the macroscopic scale as well as at the particle scale.

The important ratio between the global material dimensions and the size of the particles does not allow a global study considering, at the same time, the local phenomena at the powders level. For that purpose, it is imperative to simplify the geometry of the device and therefore apply the homogenization methods.

In our work, a new non linear homogenization approach is developed for the study of iron powder materials. This approach consists of new generations of elementary cells which take into account the density of the material and the randomized distribution nature of the particles in a volume. This new geometry reflects the irregular shape of the powders and the variation of their sizes. This elementary geometry serves to calculate the equivalent permeability of the material and to evaluate its losses. Solving the electromagnetic equations has been done by a 3D model based on Whitney elements developed under the Matlab environment.

The proposed work contributes to a good comprehension of the soft magnetic composite behaviour

Key words : Soft Magnetic Composite, Homogenization, Elementary cell, Randomized distribution, 3D edge finite element method, Non linear calculation

Discipline : Electronique et Génie Electrique

