

Université de Nantes

Unité de Formation et de Recherche – « Médecine et Techniques Médicales »

Année universitaire 2014-2015

Mémoire pour l'obtention du **Diplôme de Capacité d'Orthophonie**

**Observation des procédures de calcul
chez les enfants de 8-10 ans**

Présenté par :

Marion Cosson (25/02/1991)

Directrice de mémoire : Mme Patricia Gabriel (orthophoniste chargée de cours au centre de formation d'orthophonie de Nantes)

Présidente du jury : Mme Suzanne Calvarin (orthophoniste chargée de cours au centre de formation d'orthophonie de Nantes)

Membre du jury : Mme Béatrice Boulonne (orthophoniste)

« Par délibération du Conseil en date du 7 mars 1962, la Faculté a arrêté que les opinions émises dans les dissertations qui lui seront présentées doivent être considérées comme propres à leurs auteurs et qu'elle n'entend leur donner aucune approbation ni improbation »

REMERCIEMENTS

Je tiens à remercier très sincèrement :

Madame Patricia Gabriel, orthophoniste et directrice de ce mémoire, d'avoir accepté de vous impliquer dans ce travail, d'avoir répondu à mes interrogations tout au long de l'année. Vos conseils ont été les bienvenus lors des moments clés de mon travail.

Madame Suzanne Calvarin, orthophoniste chargée de cours au centre de formation de Nantes, d'avoir accepté de présider ce mémoire, de m'avoir guidée lorsque les objectifs ont été revus et de me conforter dans mon travail tout au long de l'année. Merci d'avoir éveillé ma curiosité pour ce domaine de l'orthophonie.

Madame Béatrice Boulonne, orthophoniste membre du jury et maître de stage, pour vos conseils et encouragement. Merci d'avoir accepté ce rôle de troisième membre. Merci également d'avoir généreusement partagé vos connaissances, vos savoir-faire et savoir-être tout au long de cette belle année.

Madame **Anne Lafay**, orthophoniste, pour vos conseils avisés et encouragements.

Tous **mes maîtres de stage**, merci de m'avoir accueillie dans vos cabinets afin de me transmettre vos connaissances et votre intérêt pour ce beau métier.

Les **intervenants** du Centre de Formation de Nantes, et les **secrétaires**, pour vos enseignements et conseils au cours de ces quatre années de formation.

Mesdames **Boulonne B., Calvarin S., Cyprien M., Dean A., Debouvry M., Laudren E. et Molon-Noblot A.**, orthophonistes, d'avoir accepté de participer à cette étude en me présentant des patients et en acceptant que je les rencontre au sein de vos cabinets. Merci aux enfants pour leur participation.

Les directeurs des **Ecoles Marie-Anne du Boccage de Nantes, Sainte-Anne de Plélo et Sainte-Thérèse de Plouagat**, ainsi que l'ensemble des enfants pour leur participation.

Je remercie également très chaleureusement :

Mes parents et mes frères, de m'avoir toujours soutenue dans mes choix, d'avoir permis que j'atteigne mes objectifs. Merci d'avoir cru en moi, de m'avoir soutenue tout au long de mes études et depuis toujours.

Elodie, pour ton soutien, tes conseils et nos nombreuses discussions qui m'ont conforté dans l'idée d'exercer ce beau métier.

Mes **amies et futures collègues**, pour votre soutien et votre écoute pendant ces quatre années et j'espère après. Merci pour les bons moments partagés et à venir.

Elodie, Glenn, Jean-Yves et Nicolas pour vos relectures et aides statistiques. Ce travail n'aurait pas été aussi abouti sans vous.

Et enfin merci à **mon cher et tendre**, d'avoir cru en moi et de m'avoir soutenue toutes ces années. Merci d'avoir vécu tous ces moments à mes côtés.

TABLE DES MATIERES

LISTE DES FIGURES	7
INTRODUCTION.....	8
PARTIE THÉORIQUE	10
I- Les différentes approches du nombre	10
I.1. L'approche constructiviste	10
I.1.1. La théorie piagétienne du nombre.....	10
I.1.2. Les structures logiques sous-jacentes à la construction du nombre	11
I.1.3. Critiques de la théorie piagétienne : les compétences précoces.....	12
I.2. La neuropsychologie du nombre	13
I.2.1. Les débuts de la neuropsychologie	13
I.2.2. Les connaissances mathématiques de l'individu.....	15
I.2.3. Le modèle de triple codage	16
I.2.4. Le rôle de la mémoire.....	18
I.3. L'aspect linguistique du nombre	20
I.3.1. L'acquisition de la numération verbale	20
I.3.2. Le comptage : apprentissage de la chaîne numérique.....	21
I.3.3. Compréhension des situations et résolution d'opération	23
II- Le calcul chez l'enfant	24
II.1. Les prémices de la cognition numérique.....	24
II.1.1. Les compétences précoces : compréhension de certains problèmes arithmétiques	24
II.1.2. Les systèmes numériques de base impliqués dans le développement numérique	25
II.2. Les premiers apprentissages	26
II.2.1. Le dénombrement.....	26
II.2.2. Code verbal, code arabe.....	27
II.2.3. Transcodage et représentation du nombre en base dix.	28
II.3. La résolution d'opérations arithmétiques avec l'âge.....	29
II.3.1. Etude des procédures de résolution des additions.....	30
II.3.2. Les opérations de soustractions, multiplications et divisions.....	32
II.3.3. Les profils d'enfants calculateurs	34

II.4.4. Le calcul complexe.....	36
II.4.5. Les enfants avec troubles d'apprentissage en arithmétique	37
III- Problème de recherche	38
PARTIE PRATIQUE	39
I- Méthodologie	39
I.1. Choix de la stratégie de recherche et de la méthode	39
I.2. Sélection des participants	41
I.2.1. Critères d'inclusion et d'exclusion.....	41
I.2.2. Les enfants retenus	41
I.2.3. Déroulement des passations	41
II- Matériel et méthodes	43
II.1. Epreuve de calcul mental oral	43
II.1.1. Présentation du matériel.....	43
II.1.2. Présentation des consignes et de la cotation.....	43
II.2. Epreuve de décomposition additive.....	46
II.2.1. Présentation du matériel.....	46
II.2.2. Présentation des consignes et de la cotation.....	46
II.3. Epreuve de mémoire de travail auditivo-verbale.....	47
II.3.1. Présentation du matériel.....	47
II.3.2. Présentation des consignes et de la cotation.....	47
II.4. Epreuve de mémoire de travail visuo-spatiale.....	49
II.4.1. Présentation du matériel.....	49
II.4.2. Présentation des consignes et de la cotation.....	49
II.5. Epreuves complémentaires	50
II.5.1. Présentation de l'épreuve de mémoire à long terme	50
II.5.2. Présentation de l'épreuve de connaissance de faits arithmétiques	50
II.6. Outils d'analyse de nos résultats.....	51
III- Résultats	53
III.1. Résultats de toute la population expérimentale.....	53
III.2. Résultats en fonction de groupes d'enfants	56
III.2.1. Distinction selon la présence d'un trouble en arithmétique	56
III.2.2. Distinction selon l'âge des enfants.....	57
III.2.3. Note complémentaire sur l'axe 2	58

IV- Analyse des résultats et recherche de corrélation	59
IV. 1. Recherche de corrélation entre les épreuves	59
IV.1.1. L'épreuve de calcul.....	60
IV.1.2. L'épreuve de décomposition additive.....	61
IV.1.3. Les épreuves de mémoire de travail	62
IV.2. Comparaison des deux groupes d'enfants sur chaque épreuve.....	64
IV.2.1. L'épreuve de calcul.....	64
IV.2.2. L'épreuve de décomposition additive.....	68
IV.2.3. L'épreuve de mémoire de travail auditivo-verbale.....	71
IV.2.4. L'épreuve de mémoire de travail visuo-spatiale.....	73
IV.2.5. Les épreuves complémentaires	76
DISCUSSION	80
CONCLUSION	88
BIBLIOGRAPHIE	90
LISTE DES ANNEXES	94

LISTE DES FIGURES

Figure 1 : Modèle de Mc Closkey (1985)	14
Figure 2 : Modèle du triple code, Dehaene et Cohen (1992).....	16
Figure 3 : Modèle de la mémoire de travail de Baddeley (2000)	19
Figure 4 : Valeurs propres des axes de l'ACP.....	53
Figure 5 : Carte factorielle des variables (a) et des individus (b)	54
Figure 6 : Carte factorielle des individus groupés selon la présence d'un trouble arithmétique.....	56
Figure 7 : Carte factorielle des individus groupés selon l'âge	57
Figure 8 : Résultats des épreuves de calcul chez les enfants de 8 ans	64
Figure 9 : résultats des épreuves de calcul chez les enfants de 9 et 10 ans	66
Figure 10 : Résultats de l'épreuve de décomposition additive chez les enfants de 8 ans	68
Figure 11 : Résultats de l'épreuve de décomposition additive chez les enfants de 9 et 10 ans.....	69
Figure 12 : Résultats de l'épreuve de mémoire de travail chez les enfants de 8 ans	71
Figure 13 : Résultats de l'épreuve de mémoire de travail chez les enfants de 9 et 10 ans	72
Figure 14 : Résultats de l'épreuve de mémoire à long terme chez les enfants de 8 ans	76
Figure 15 : Résultats de l'épreuve de mémoire à long terme chez les enfants de 9 et 10 ans.....	76
Figure 16 : Résultats de l'épreuve de connaissance de faits arithmétiques chez les enfants de 8 ans.....	78
Figure 17 : Résultats de l'épreuve de connaissance de faits arithmétiques chez les enfants de 9 et 10 ans.....	78

INTRODUCTION

Le recours au calcul est nécessaire dans de nombreuses situations de la vie quotidienne. : « De combien de joueurs sera formée mon équipe à la récréation ? », « Ai-je assez de monnaie pour acheter du pain ? », « Combien de personnes seront présentes à la réception de ce soir ? »... L'apprentissage formel de techniques opératoires à l'école élémentaire permet aux individus de résoudre facilement ces situations problèmes.

Lorsqu'une étape de la résolution est inopérante, le patient peut consulter un orthophoniste. A partir de sa nomenclature, ce professionnel est en mesure de mener une rééducation du calcul et du raisonnement logico-mathématique. L'orthophoniste est sensible aux difficultés pouvant survenir dans l'apprentissage et la maîtrise des opérations arithmétiques. Il repère les difficultés, leurs éventuelles causes et, dans la mesure du possible, y apporte des solutions. Les rééducateurs peuvent toutefois être en questionnement face à des patients mettant en place des stratégies inhabituelles de résolution d'opérations. Avec cette étude, nous proposons de donner des pistes de réflexion à ces professionnels rééducateurs.

La notion de nombre et le développement du calcul chez l'enfant seront nos deux pistes de réflexion pour faire un état des lieux des connaissances actuelles. Cette revue de la littérature est adaptée à notre problématique.

Trois approches principales nous permettront de cerner la notion de nombre. Selon la théorie constructiviste, l'enfant doit disposer d'une pensée opératoire et maîtriser les opérations logiques pour réaliser des activités numériques complexes comme le calcul. Les découvertes de la neuropsychologie ont ensuite permis la modélisation d'un système de calcul, et suggéré des explications (anatomo-fonctionnelles) à certaines difficultés. Enfin, le calcul ne peut être dissocié de la linguistique, et c'est la troisième approche que nous allons présenter. Ces trois regards sur le calcul diffèrent sans s'exclure les uns les autres.

Concernant le développement du calcul chez l'enfant, nous évoquerons les prémices de la cognition mathématique chez le tout-petit, puis les premiers apprentissages comme prérequis à la résolution d'opérations, et enfin nous nous attarderons sur la résolution d'opérations arithmétique. Nous nous arrêterons plus particulièrement sur les stratégies utilisées par les enfants pour résoudre efficacement un calcul mental oral.

A l'issue de cet état des lieux, le cadre de notre étude sera défini, notamment la méthodologie employée. Nous proposerons ici une recherche qui portera sur l'immaturation des procédures de résolution d'opérations arithmétiques. Plus précisément, nous étudierons les raisons d'une immaturité ces procédures de résolution chez certains enfants, notamment chez ceux bénéficiant d'une rééducation orthophonique. Pourquoi les enfants avec troubles du calcul sont-ils moins performants ? Est-ce uniquement un déficit d'apprentissage des procédures ? D'autres processus cognitifs sont-ils mis en cause lors du calcul mental ? Peut-on faire du lien entre le calcul et d'autres performances ?

Pour répondre à ces questions, nous étudierons le fonctionnement de plusieurs enfants, avec trouble en arithmétique et sans difficulté, à travers différentes épreuves : le calcul mental oral, la décomposition additive, la mémoire de travail auditivo-verbale, la mémoire de travail visuo-spatiale, la mémoire à long terme. Cette étude portera sur des enfants de cycle 3, ayant déjà appris les techniques opératoires lors de leur cursus scolaire.

Après avoir présenté les résultats obtenus par notre échantillon d'enfants, les données seront analysées pour tenter de répondre aux questions que nous nous sommes posées. Nous chercherons des liens entre les différentes épreuves pour l'ensemble des enfants, et nous nous attacherons à percevoir les différences entre les enfants sur chacune des épreuves proposées. Cette étude nous permettra d'expliquer les raisons de l'immaturation des stratégies de résolution d'opérations arithmétiques chez les enfants de notre population. Nous proposerons ensuite une discussion de l'ensemble de notre étude pour répondre à nos différentes hypothèses et exposer les limites de notre travail.

PARTIE THÉORIQUE

I- Les différentes approches du nombre

I.1. L'approche constructiviste

I.1.1. La théorie piagétienne du nombre

Il est difficile de parler de la genèse du nombre et des habiletés numériques chez l'enfant sans faire référence à Jean Piaget. Ce chercheur est le chef de file du constructivisme. « *Cette théorie tente d'expliquer les relations entre le sujet et les objets. Toute connaissance est toujours relative aux activités du sujet. Il est impossible d'atteindre les objets sans un cadre de référence interne.* » (Piaget, 1967, in Chalon-Blanc, 2005). Seules les actions du sujet importent, elles sont l'origine de toute déduction. Ainsi, le nombre, la classe, l'inclusion, ou encore l'équivalence, ne sont pas dans la nature des objets.

Les travaux empiriques du début du XX^{ème} siècle se sont davantage souciés d'explorer les manifestations du nombre que de le comprendre et le définir. Dans les années 1960, les travaux de Jean Piaget modifient cette situation. Cet auteur perçoit le nombre comme « *un invariant abstrait, indépendant des configurations sous lesquelles il se manifeste* » (in Fayol, 2012, p.8). Pour lui, le nombre n'est intelligible que parce qu'il demeure identique à lui-même quelle que soit la configuration de ses éléments. C'est pourquoi il a étudié le nombre à travers des tâches de conservation. Piaget a mené plusieurs expériences concernant la conservation des quantités discontinues. Selon lui, il existe trois stades dans l'évolution de cette conservation, et ce n'est que vers 7 ans que l'enfant est conservant : il a acquis l'invariance du nombre (Fayol, 2012). Il comprend donc que, peu importe la disposition des éléments qui le composent, le nombre reste identique à lui-même. **L'abstraction du nombre** est le fait de percevoir un nombre indépendamment de la façon dont il se concrétise (matériellement). Cette abstraction est permise par la coordination mentale de deux opérations logiques, la **classification** et la **sériation**, résultats d'actions intériorisées et réversibles. L'enfant comprend le nombre s'il affirme que la cardinalité est identique lorsque rien n'a été enlevé ou ajouté à une collection. Pour Piaget, c'est donc la logique qui fonde la notion de nombre.

Les structures logiques de classification et de sériation sont selon Piaget indispensables à la construction du nombre.

I.1.2. Les structures logiques sous-jacentes à la construction du nombre

I.1.2.1. La relation asymétrique

« *La logique des relations asymétriques consiste à additionner des différences en séries ou à coordonner deux ou plusieurs sériations* » (Piaget, 1941, p.220).

L'opération de sériation consiste à grouper les objets selon leurs inégalités qualitatives. Un ordre est établi en fonction d'un critère grâce aux différences entre les objets. La sériation opératoire implique la transitivité : si $a < b$ et $b < c$, alors $a < c$.

Piaget a proposé une expérience où l'enfant doit sérier 10 baguettes de longueur croissante. Trois stades sont observés : lors du premier stade, l'enfant échoue à la sériation, il ne peut coordonner toutes ses séries de quelques réglettes. Durant le stade II, l'enfant réussit sa sériation par tâtonnement. Ce n'est que vers 7-8 ans, lors du troisième stade, que l'enfant procède avec méthode, en cherchant à chaque fois le plus petit élément des baguettes restantes. Cette méthode est opératoire : « *elle témoigne du fait qu'un élément quelconque E est à la fois plus grand que les précédents ($E > D, C, etc.$) et plus petit que les suivants ($E < F, G, etc.$)* » (Piaget, 1959, p.251). Pour réussir, l'enfant doit en effet coordonner ses points de vue, et avoir acquis la réversibilité de pensée : elle lui permet de voir un élément à la fois plus petit et plus grand que d'autres.

I.1.2.2. La classification

Activité logico-mathématique décrite par Piaget, elle consiste à grouper des objets selon leur critère commun, leur équivalence. C'est une opération mentale : afin de réunir des objets, la pensée doit extraire et coordonner leurs propriétés. Pour classer des éléments, mentalement ou non, il faut admettre que chaque objet est particulier (le rond jaune est différent du triangle jaune), mais qu'il appartient à un tout (les jaunes). Les éléments d'une classe sont donc substituables entre eux car ils sont équivalents (tous les éléments de la classe 'jaune' sont jaunes).

Pour cela, un équilibre entre deux processus mentaux est nécessaire : la compréhension et l'extension.

- La **compréhension** d'une classe est la réunion des caractères communs aux éléments de cet ensemble.
- L'**extension** d'une classe concerne l'ensemble des éléments auxquels s'appliquent les propriétés communes.

Ainsi, une classe est toujours définie en compréhension (ex : la classe des jaunes) et en extension (le rond jaune, le carré jaune, etc.). Lorsque le sujet est capable de les coordonner, il possède alors la notion de classe. Cela implique un respect du rapport **d'inclusion**, et donc une maîtrise des quantificateurs « tous », « quelques », « un » et « aucun », obtenue vers 11-12 ans. Piaget appelle « *l'inclusion de la classe A dans la classe B la relation qui vérifie l'expression 'tous les A sont quelques B' et $A \subset B$* » (1959, p.16).

La construction des opérations logiques de classification est indispensable à la construction du nombre et des opérations mathématiques (Brin-Henry, Courrier, Lederle & Masy, 2004)

Deux types de classifications se construisent en interaction chez l'enfant. D'une part, les **classes additives** sont « *le résultat d'une activité de réunion des sous-classes afin de former un tout* » (Brin et al, 2004). C'est le système le plus simple des classifications : l'emboîtement hiérarchique ($A \subset B \subset C$ avec lapins \subset mammifères \subset êtres vivants). Alors, à chaque classe A (les lapins) correspond une classe complémentaire A' (les non-lapins). D'autre part, les **classifications multiplicatives** sont « *le résultat d'une opération de classification consistant [...] à envisager plusieurs classifications possibles* » (Brin et al, 2004). Elles font appel à des croisements de critères, à des rapports d'intersection et aboutissent à des tables à entrées multiples. Elles ne peuvent pas toutes exister en même temps dans la réalité, et sont donc envisageables uniquement par manipulation mentale. Ainsi, le petit rond rouge appartient à la fois à la classe des petits, des ronds et des rouges.

I.1.3. Critiques de la théorie piagétienne : les compétences précoces

Selon Piaget, l'enfant n'a accès au nombre que tardivement. En effet, avant ses 6 ans, il ne disposerait pas des structures logiques nécessaires pour comprendre et utiliser le nombre comme invariant. Ces recherches ont été très influentes, et la conception piagétienne a guidé l'enseignement des mathématiques ; intervenir sur les compétences logiques des enfants, notamment sur la classification et la sériation, améliore leurs compétences en mathématiques.

Mais la thèse de Piaget a subi de nombreuses objections. En effet, que ce soit chez les adultes ou les enfants, les difficultés en mathématiques ont des origines très diverses : difficultés à mémoriser des tables ou des faits arithmétiques, erreurs de transcoding, ... Tous ces déficits ne peuvent être expliqués par l'unique capacité sous-jacente selon Piaget, la logique. De plus, cette hypothèse ne rend pas compte des capacités numériques précoces des très jeunes enfants, que certains chercheurs ont mis en évidence depuis (Starkey et Cooper en 1980, Wynn en 1992). Bien qu'influente sur les pratiques pédagogiques, la conception de Piaget est insuffisante pour expliquer les troubles observés, et rendre compte des savoirs arithmétiques précoces (Fayol, 2012).

I.2. La neuropsychologie du nombre

I.2.1. Les débuts de la neuropsychologie

Selon Fayol (2012), un postulat intuitif considère que les mathématiques sont un ensemble indissociable. En effet, l'idée est répandue que l'on serait 'bon ou mauvais en maths'. La conception de Piaget va dans ce sens, à savoir que les compétences arithmétiques dépendent des capacités logiques.

Or, dès 1980, un ensemble de recherches en neuropsychologie portant sur l'acalculie changent les perspectives. Deloche et Seron en France développent une approche relativement similaire à celle de Caramazza et McCloskey aux Etats-Unis. Ces recherches reposent sur trois idées principales :

- Les capacités arithmétiques se décomposent en des modules de traitement autonomes. Chacun de ces modules peut être atteint isolément. La conception de l'esprit est « modulaire ».
- Les recherches sur des cas particuliers permettent de comprendre le fonctionnement cognitif sain et l'architecture de ce système.
- L'étude de cas pathologiques est la méthode d'approche des troubles du traitement numérique privilégiée. La recherche de cas purs est plébiscitée, car elle permet de voir l'atteinte d'un module unique dans le fonctionnement cognitif sain.

McCloskey et Caramazza ont proposé un modèle neuropsychologique dont l'architecture globale comprend le traitement des nombres et l'arithmétique élémentaire. La construction de ce modèle s'articule autour de trois modules cognitifs distincts : un système

de production des nombres, un système de compréhension des nombres et un système de calcul (McCloskey & Caramazza, 1985).

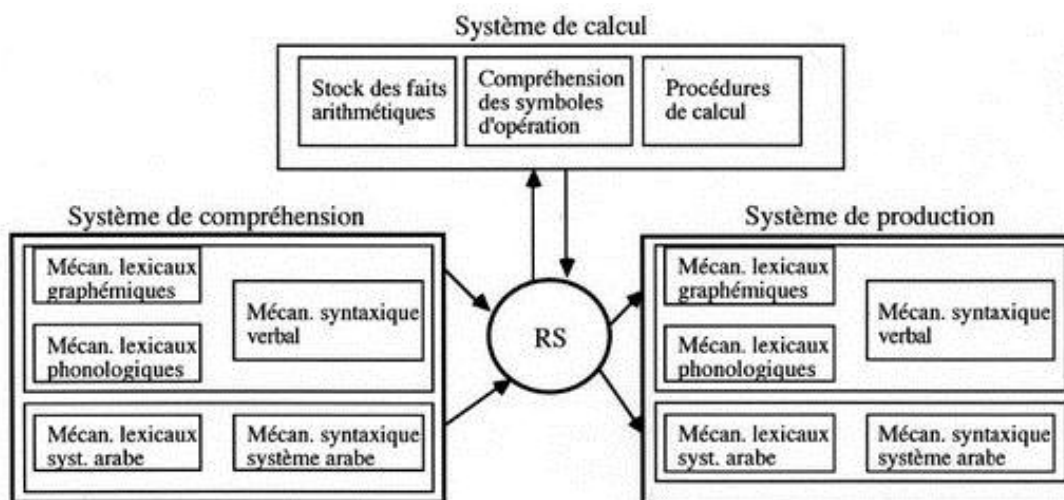


Figure 1 : Modèle de McCloskey (1985)

Les **systèmes de production et compréhension** des nombres sont agencés de façon semblable : ils sont constitués d'un sous-système verbal (avec forme phonologique et forme alphabétique) et d'un sous-système numérique arabe. Ces sous-systèmes sont eux-mêmes divisés en deux modules de traitement lexical et syntaxique. Le **système de calcul** se décompose en trois sous-systèmes : interpréteur des opérateurs, recherche des faits arithmétiques et activation des procédures de calcul.

La représentation sémantique abstraite des nombres (RS) relie ces trois modules (calcul, compréhension des nombres, production des nombres). Elle correspond à la quantité véhiculée par le nombre. Ce modèle implique que toute opération mentale de manipulation de nombres se fasse sur un mode abstrait. Ce traitement sémantique serait donc obligatoire pour toute tâche de calcul, après un premier traitement des nombres par les différents modules (Noël, 2000 et Seron & Pesenti, 2000).

Ce modèle de l'arithmétique cognitive de l'adulte a été une découverte majeure. Il a ainsi permis d'analyser les composants déficitaires chez des patients acalculiques de manière très précise. Des études de cas ont mis en évidence des **dissociations**. L'écriture, la lecture, la compréhension auditive et la production des nombres peuvent ainsi être atteints

sélectivement. Certains patients peuvent comprendre des nombres tout en étant incapables de les produire, et inversement. Plus précisément, l'atteinte de la production des nombres peut affecter le niveau syntaxique ou lexical, et les composants verbaux ou arabes. Concernant le module calcul, la compréhension des symboles arithmétiques (+ - x :), ou l'accès aux faits arithmétiques peuvent être touchés sélectivement. De même, des études de cas ont montré qu'une des opérations de base pouvait être affectée isolément. (Seron et Pesenti, 1999). Suite à ces travaux chez l'adulte, le traitement du nombre chez les enfants et adolescents en difficulté intéresse certains auteurs, comme l'alexie pour les numéraux arabes (Temple, 1989, in Seron et Pesenti 1999). Cet auteur décrit lui aussi des atteintes sélectives chez les enfants ou jeunes adultes.

I.2.2. Les connaissances mathématiques de l'individu

Cette approche neuropsychologique a permis de démontrer la **complexité du système cognitif** en œuvre dans les traitements numériques. Grâce aux études de cas, il a été démontré que différents types de connaissances sont impliqués dans les traitements numériques. Ces derniers peuvent être atteints spécifiquement, et leur fonctionnement est autonome et indépendant des autres. Les **connaissances mathématiques** qu'a un individu sont de trois ordres (Fayol, 2012) :

- **Déclaratives** : information stockée en mémoire (exemple : savoir que $3 \times 2 = 6$, sans compter)
- **Procédurales** : savoir-faire ou séquence d'étapes menant à la résolution d'un problème (exemple : pouvoir réaliser une multiplication avec retenue(s))
- **Conceptuelles** : compréhension du sens (exemple : avoir conscience que l'addition et la soustraction sont deux opérations inverses).

Des études ont démontré l'existence de dissociations entre ces connaissances : l'une peut être atteinte mais pas l'autre. De même, une dissociation s'opère entre le calcul exact et le calcul approximatif. Le modèle de McCloskey tend à montrer une « *indépendance fonctionnelle entre déroulement de procédures et récupérations de faits arithmétiques* » (Ménissier, 2003, p.20). Il va dans le sens d'une dissociation entre les connaissances déclaratives et les connaissances procédurales. Or, dans une perspective développementale, l'étude de la résolution d'additions et soustractions élémentaires auprès d'enfants montre des **liens dans l'utilisation des connaissances déclaratives et des connaissances procédurales**

(Ménissier, 2003). Bien que représentées séparément dans le cerveau, ces connaissances sont donc liées : les connaissances déclaratives ne prennent sens qu'en lien avec les connaissances conceptuelles, et les connaissances procédurales peuvent parfois les suppléer (Fayol, 2012).

Bien qu'ayant joué un rôle prépondérant, tant dans la théorie que les recherches, le modèle de McCloskey a subi de nombreuses critiques. La plus importante concerne la présence du système de représentation sémantique des nombres, et ses relations avec les autres modules.

I.2.3. Le modèle de triple codage

Dehaene propose en 1992 le modèle du Triple-code, une « *architecture du traitement numérique purement fonctionnelle* » (Dehaene et Cohen, 2000, p.192). Il postule l'existence de liens entre certaines représentations et certaines tâches numériques. Il propose une architecture cognitive composée de trois représentations des nombres. Elles disposent chacune de mécanismes de compréhension et de production, et sont reliées par des voies de communication (Seron et Pesenti, 2000). Selon le code dans lequel est présenté un énoncé arithmétique, un traitement spécifique est appliqué. Les représentations des nombres ont des traitements indépendants et des localisations cérébrales distinctes, et chaque traitement peut être atteint spécifiquement :

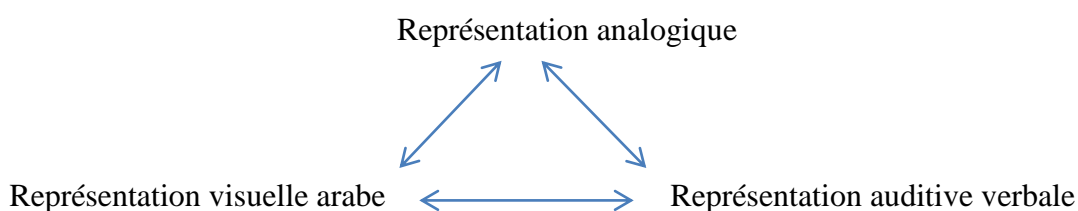


Figure 2 : Modèle du triple code, Dehaene et Cohen (1992)

La **représentation analogique** correspond à la sémantique des nombres. Elle est utile pour les comparaisons numériques et les approximations.

La **représentation auditive verbale** est activée lors de la dénomination auditive ou verbale de quantités, et lors de la lecture ou l'écriture des noms de nombres (en lettres). Elle est utile pour le calcul mental simple et la récupération en mémoire de faits arithmétiques.

La **représentation arabe** a « *un système logographique visuo-spatial indépendant du langage* » (Fayol, 2012, p.17), utilisé pour la résolution des opérations complexes. Ce code visuel arabe est aussi utilisé pour les calculs écrits et les jugements de parité (Seron et Pesenti, 2000).

Chaque représentation est reliée aux deux autres par des liaisons fonctionnelles. L'interprétation sémantique n'est donc pas obligatoire pour passer d'une représentation (arabe : « 12 ») à une autre (verbale : « douze »). Le transcodage peut se faire de façon asémantique.

La grande avancée et la nouveauté dans les recherches neuropsychologiques viennent ici de **l'importance accordée à la représentation modale analogique**. Jusqu'alors, la neuropsychologie s'était intéressée aux tâches arithmétiques et numériques reposant sur les manipulations des notations verbales et arabes. Dehaene suggère que dans les tâches numériques et arithmétiques, deux systèmes de natures différentes interviennent : le premier traite symboliquement les nombres, le deuxième les transforme en représentations analogiques approximatives. Des études chez l'adulte argumentent cette hypothèse : la **comparaison de nombres** est réalisée davantage sur une **représentation analogique** que sur des représentations discrètes selon la position des notations arabes. Sur cette représentation analogique, des quantités figurent globalement sur une ligne horizontale mentale (les petits nombres espacés vers la gauche, les grands nombres comprimés vers la droite). Deux études de cas en neuropsychologie viennent étayer cette hypothèse d'un double système de quantification. Le patient DRC ne peut réaliser des opérations arithmétiques correctes, mais les réponses proposées sont toujours proches de la cible (Warrington, 1992, in Seron et Pesenti, 2000). De même, le patient aphasique NAU ne peut donner de réponse à un calcul simple mais rejette une réponse numériquement trop éloignée (Dehaene et Cohen, 1991, in Seron et Pesenti, 2000).

Dès 1990, les techniques d'imagerie cérébrale s'améliorant, la neuropsychologie a évolué vers une **perspective anatomofonctionnelle** : les fonctionnements cognitifs sont mis en lien avec l'anatomie cérébrale. Les résultats obtenus sont en relation avec le modèle de Dehaene. Son modèle anatomofonctionnel vise à projeter le modèle fonctionnel du triple codage sur les substrats cérébraux correspondants. Les représentations **analogique** et **visuelle arabe** seraient représentées dans les deux hémisphères, respectivement à proximité des jonctions pariéto-temporo-occipitales, et dans les aires occipito-temporales. La représentation

auditive verbale ne serait représentée que dans l'hémisphère dominant pour le langage, le gauche le plus fréquemment, plus précisément dans les aires du langage : Broca et la partie supérieure du lobe temporal. Selon ces auteurs, dans chaque hémisphère, les représentations sont connectées entre elles. Des connexions sont également présentes pour relier les représentations analogiques et visuelles gauches et droites. Cependant, il n'y a pas de lien entre la représentation verbale gauche et les représentations visuelle et analogique à droite. En conséquence, **les deux hémisphères sont capables de reconnaître des nombres arabes et de les traiter, mais seul l'hémisphère gauche peut traiter les numéraux verbaux en modalité auditive** (Dehaene et Cohen, 1995, in Seron et Pesenti, 2000).

Cependant, ces propositions de localisations restent imprécises à bien des égards. Les données neuropsychologiques et d'imagerie fonctionnelle ont bien montré le rôle des aires pariétales dans la cognition arithmétique ; il est pourtant à ce jour prématuré d'énoncer les fonctions précises des aires cognitives. Les résultats de la fin du XXème siècle « *n'ont pas permis de faire réellement progresser la connaissance des structures cérébrales sous-tendant la cognition arithmétique* » (Seron et Pesenti, 2000, p.110). Plus récemment, des études neuroanatomiques ont mis en évidence chez l'enfant dyscalculique une réduction de la matière grise dans les régions impliquées dans les tâches de mémoire de travail et une réduction de matière blanche dans les régions impliquées dans la mémoire (Rotzer, Kucian, Martin, Von Aster, Klaver & Loenneker, 2007, in Noël, 2011).

I.2.4. Le rôle de la mémoire

La mémoire de travail correspond à la capacité de maintenir temporairement des informations tout en effectuant un traitement sur ces mêmes informations. Selon le modèle de Baddeley, elle est composée d'un administrateur central, d'une boucle phonologique, d'un calepin visuo-spatial et d'un buffer épisodique.

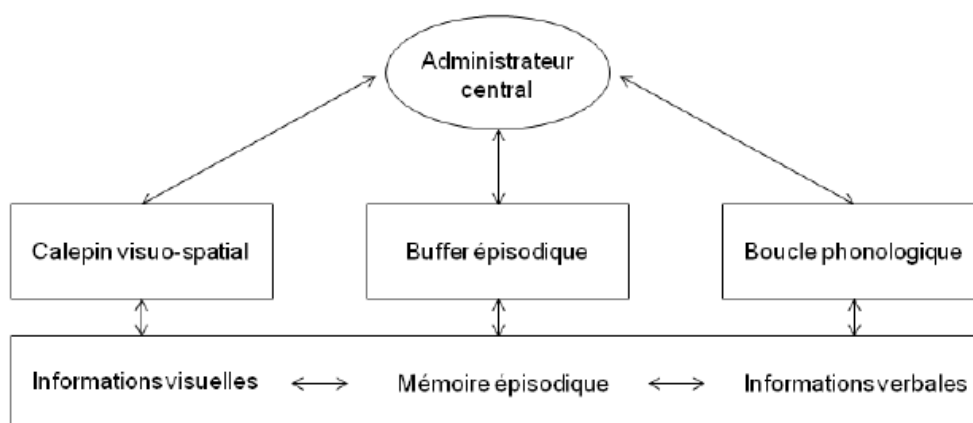


Figure 3 : Modèle de la mémoire de travail de Baddeley (2000)

Dans les activités de calcul, la boucle phonologique et l'administrateur central sont mis en jeu. En effet, le calcul sans support écrit nécessite de retenir en mémoire des nombres, et d'appliquer mentalement différentes procédures : la mémoire de travail est sollicitée (Geary, 2005). Elle est cependant impliquée différemment selon les caractéristiques de l'opération : taille des opérands, présence de retenues (Fayol, 2012). Grâce au développement des stratégies de résolution, l'individu se sert de plus en plus de sa mémoire à long terme pour stocker des faits arithmétiques. Ainsi, **plus l'enfant utilise les procédures de récupération directe en mémoire, et moins la mémoire de travail est sollicitée.**

Des liens entre les troubles du calcul et une mémoire de travail faible ont été démontrés dans plusieurs études. Les différences de capacités mnésiques entre des sujets dyscalculiques et sujets contrôles sont une des causes de différences dans les tâches numériques. Une faiblesse de la mémoire de travail est associée à un retard du développement de la chaîne numérique et à l'utilisation de stratégies de calcul immatures et lentes (Noël, 2011). Cette lenteur favorise les erreurs et l'oubli des opérands (Fayol, 2014). La mémoire de travail est également **impliquée dans le déficit relatif à la récupération de faits en mémoire à long terme.** Seule l'activation simultanée en mémoire de travail des représentations des termes du problème et de la réponse permet la constitution d'un fait arithmétique. De ce fait, une faiblesse de la mémoire de travail ou une utilisation de stratégies immatures augmentent le risque que le sujet ne garde pas la trace active des termes du problème quand il accède à la solution. Il est donc en difficulté pour associer le problème et sa réponse, et créer des faits arithmétiques en mémoire à long terme (Geary, 2005). De manière générale, **une faiblesse de la mémoire de travail retentit sur les procédures de calcul, le transcodage, la résolution de problèmes et les apprentissages** (Noël, 2009, in Fayol, 2014).

I.3. L'aspect linguistique du nombre

Dans la vie quotidienne, les activités numériques sont tellement associées au langage qu'elles en paraissent indissociables. Or des études en psychologie du développement montrent que ce lien n'est pas si étendu qu'on le croit. Si le langage intervient dans certaines activités numériques, son rôle est à reconsidérer.

Les recherches neuropsychologiques ont mis en évidence des **dissociations entre les capacités numériques et langagières** : elles peuvent être atteintes spécifiquement, sans que l'autre le soit (Fayol et Camos, 2006). Ces données s'accordent avec le modèle anatomo-fonctionnel de Dehaene et Cohen. Les trois types de représentations, analogique, verbale et arabe, sont susceptibles de donner lieu à une atteinte particulière. Le passage d'une représentation à une autre n'impliquant pas de passer par une interprétation sémantique, des transformations asémantiques sont possibles. Néanmoins, le langage est présent dans l'acquisition de certains concepts numériques. Au cours du développement, l'apparition des capacités de représentations des nombres se fait simultanément à l'apparition du comptage verbal. De plus, la capacité à articuler les mots-nombres est liée à l'efficacité dans le calcul arithmétique (Fayol et Camos, 2006). Donc, les activités langagières et arithmétiques, bien que dissociées, sont tout de même **en relation lors de la période d'acquisition** du système de traitement numérique.

I.3.1. L'acquisition de la numération verbale

L'acquisition des premiers nombres consiste à associer des énoncés verbaux à des quantités, petites tout d'abord. Très tôt (entre 3 et 4 ans), le jeune enfant sait qu'un mot-nombre correspond à une cardinalité, mais sans savoir laquelle. Il doit comprendre le principe d'encodage par le langage de la cardinalité d'une collection pour utiliser la numération verbale (Fayol et al, 2006). Un numéral verbal exprime la cardinalité par son rang dans la chaîne numérique. Ainsi, « cinq » est plus grand que « quatre » parce qu'il est plus loin dans la chaîne numérique verbale. Les premiers apprentissages numériques sont donc en lien avec le système verbal. La numération orale mobilise un système verbal qui repose sur deux grands principes : un lexique et une syntaxe.

- La **lexicalisation** est l'association entre une cardinalité et une dénomination ('douze', 'vingt'). Ces mots-nombres se regroupent en différentes catégories : les unités (de « un » à « neuf »), les dizaines (« dix, vingt, trente, quarante, cinquante, soixante »),

les particuliers (« zéro » puis de « onze » à « seize ») et enfin les multiplicateurs (« cent, mille, millions »). Ces éléments du lexique s'agencent entre eux pour créer toutes les cardinalités.

- La **syntaxe** est constituée de règles combinatoires permettant d'évoquer toutes les quantités par des formulations complexes. La dénomination verbale des quantités fait donc intervenir des règles syntaxiques dont les relations sont **additives** (vingt-quatre : $20+4$) et **multiplicatives** (quatre-vingts : 4×20).

Le système numérique oral français repose donc sur une lexicalisation et sur une syntaxe codant des relations additives jusque 79, et associant des relations additives et multiplicatives ensuite (Fayol, Camos & Roussel, 2000). Le passage de l'approximation du code analogique à la précision du code verbal est une étape difficile : les enfants doivent d'une part pouvoir évoquer mentalement des quantités à partir d'une dénomination orale, et d'autre part comprendre que l'ordre des mots-nombres code l'accroissement des quantités de manière conventionnelle. L'association entre la dénomination et la cardinalité est indispensable à la construction de la numération verbale, et le langage intervient au cours de cette étape pour faciliter l'acquisition de la cardinalité.

I.3.2. Le comptage : apprentissage de la chaîne numérique

L'accroissement des quantités est codé de manière conventionnelle par une suite ordonnée de mots-nombres. La suite numérique verbale se construit progressivement. Durant une phase d'acquisition, l'enfant rencontre les mots-nombres et les répète pour les apprendre. Il existe alors plusieurs parties dans la chaîne numérique (Fuson, Richards & Briars, 1982, in Van Nieuwenhoven, Grégoire & Noël, 2001) :

- La **portion stable et conventionnelle** : une suite correcte de plusieurs mots-nombres est énoncée, identique pendant plusieurs essais
- La **portion stable non conventionnelle** : suite de mots-nombres ne respectant pas l'ordre conventionnel, mais identique d'un essai à l'autre
- La **portion non stable et non conventionnelle** : la suite de mots-nombres est incorrecte, mais elle varie également d'un essai à l'autre.

Vers 6 ans, l'enfant maîtrise la chaîne numérique jusque 20 environ. La partie stable et conventionnelle augmente ensuite avec l'âge.

Durant la phase d'élaboration, l'enfant continue d'acquérir cette suite numérique. Plusieurs niveaux d'élaboration de la chaîne numérique ont été relevés (Fuson, 1988, in Ménissier, 2003) :

- Le **niveau chapelet** : l'enfant récite une suite de sons sans signification (*undeuxtroisquatre...*). Il ne donne pas de signification arithmétique aux éléments prononcés (ex : « trois »).
- La **chaîne insécable** : les mots-nombres sont différenciés, mais la récitation de la chaîne commence forcément au début (*un, deux, trois, quatre, ...*). Il peut cependant s'arrêter à une borne supérieure. La tâche 'donner le nombre qui vient après...' sera réussie.
- La **chaîne sécable** : le point d'entrée dans la récitation peut être arbitraire. L'enfant est en mesure de compter « à partir de... » (borne inférieure), « jusqu'à... » (borne supérieure), « de... à ... » (borne inférieure et supérieure) et à rebours. Ce dernier n'est que peu automatisé, surtout pour des nombres supérieurs à 10. La flexibilité dans l'emploi de la chaîne numérique augmente, et le nombre a maintenant valeur de symbole : l'enfant détermine davantage les relations ordinales entre les éléments de la série.
- La **chaîne terminale, ou formelle** : les mots-nombres sont totalement individualisés : ils sont énumérés et peuvent être dénombrés (*combien de nombres entre ... et ... ?*). Cela implique d'énumérer la chaîne numérique verbale tout en retenant les nombres prononcés en mémoire à court terme. A ce niveau, l'enfant peut résoudre des tâches impliquant des additions et soustractions. Le nombre acquiert un sens mathématique. La chaîne numérique a un caractère bidirectionnel : le comptage vers l'avant bénéficie davantage d'automatisation de l'accès et de la récupération. Le point d'entrée est arbitraire, et la chaîne possède donc maintenant « *les propriétés d'emboîtement, de sériation, de cardinalité et d'unicité* » (Ménissier, 2003, p.21). Ce système cohérent permet à l'enfant de quantifier, ordonner des ensembles, opérer sur les transformations possibles (ajout, retrait).

La maîtrise de cette chaîne numérique est nécessaire pour le dénombrement car les stratégies de comptage et le dénombrement se développent en parallèle. Avec le comptage, l'enfant peut résoudre de simples problèmes arithmétiques (additions et soustractions).

Après 20, les enfants doivent maîtriser les **particularités sémantiques** de leur langue maternelle, et découvrir les lois de compositions linguistiques de la séquence de mots-

nombre. Ainsi, les particularités linguistiques du système français rendent plus difficile l'apprentissage de la chaîne verbale : certains auteurs ont ainsi démontré que les enfants chinois étaient meilleurs que leurs homologues américains, grâce à leur termes numériques réguliers et à l'apprentissage rapide des systèmes en base dix (Miller, Smith, Zhu et Zhang, 1995, in Fayol et al, 2000). Dans ces langues au système régulier, les nombres sont en effet élaborés en énonçant successivement le nombre de dizaines (ex : trois dix) et le nombre d'unités (sept), soit « trois dix sept » pour 37. L'acquisition et l'utilisation du système verbal sont ici facilitées. Dans les pays occidentaux, le système irrégulier oblige à un apprentissage par cœur, ce qui crée un retard par rapport aux enfants asiatiques. Plus spécifiquement en France, la présence des irrégularités de construction de soixante-dix, quatre-vingts et quatre-vingt-dix est une nouvelle difficulté, qui entraîne des erreurs et des retards supplémentaires (Fayol et al, 2000).

I.3.3. Compréhension des situations et résolution d'opération

Effectuer une opération arithmétique consiste à **manipuler des symboles** en respectant des règles, plutôt qu'en manipulant des éléments concrets. Manipuler des symboles ou des objets donne le même résultat. L'enfant doit parvenir à la compréhension de cette équivalence, et admettre que la manipulation symbolique est plus rapide et plus efficace. Avant de parvenir à une résolution rapide et efficace d'opérations, l'enfant passe par l'équivalence physique.

Ainsi, l'opération proposée et la procédure mobilisée ne sont pas dissociées du contexte de présentation. L'enfant **se représente la situation évoquée**, et choisit sa procédure de résolution parmi celles dont il dispose. Selon que l'enfant doit résoudre une soustraction-retrait (*Jean a 10 billes, il en perd 3. Combien lui en reste-t-il ?*) ou une soustraction-comparaison (*ma sœur a 10 billes, j'en ai 7 : combien a-t-elle de plus que moi ?*), le choix de stratégie sera différent. De même, selon les situations, les divisions sont partitives (*J'aimerais répartir équitablement mes 12 billes dans 4 sacs. Combien aurais-je de billes par sac ?*) ou quotitives (*J'aimerais ranger mes 12 billes dans des sacs de 4 billes. Combien aurais-je de sacs ?*). Pour une situation, les deux types de divisions peuvent être pensés. Des aspects linguistiques sont donc présents pour la compréhension des situations et des procédures mises en œuvre (Fayol, 2012).

II- Le calcul chez l'enfant

Le calcul est « *une phase mécanique succédant à la phase de décision qu'est une opération* » (Baruk, 1992). Il peut donc être confié à une machine. Pour calculer, l'individu doit connaître les mécanismes et algorithmes correspondant à chaque opération. Le calcul mental est une activité cognitive qui se caractérise par la mise en œuvre de processus cognitifs généraux (mémoire, planification, coordination d'opérations) et des processus spécifiques (analyse du lexique et de la syntaxe du système numérique, procédures de transcodage). Cette activité quotidienne a fait l'objet de nombreuses études (Gandini & Lemaire, 2005).

II.1. Les prémices de la cognition numérique

II.1.1. Les compétences précoces : compréhension de certains problèmes arithmétiques

Alors que pour Piaget, ce n'est qu'à partir du stade des opérations concrètes que les enfants comprennent les concepts élémentaires de l'arithmétique, la découverte d'une intelligence préverbale a ouvert la voie aux recherches sur les compétences précoces du nourrisson.

Les études sur les animaux montrent qu'ils ont la capacité d'estimer des quantités (Dehaene, 2010). Les animaux, les nourrissons et les adultes de toutes les cultures ont en commun une représentation analogique des quantités : le système numérique approximatif (Fayol, 2012). Les études sur les compétences numériques de base utilisent avec les nourrissons la méthode du paradigme d'habituation. Elles ont montré que le très jeune enfant a des capacités préverbales de **traitement précis de petites quantités** et d'**évaluation approximative des grandes quantités** (Lafay, 2013)

Par exemple, dès quelques semaines, les bébés sont sensibles à la discrimination de petites collections jusqu'à trois items (Starkey et Copper, 1980 in Dehaene, 2010). De même, l'enfant de trois ans est capable de répondre à une question telle « combien font 3 gâteaux et 2 gâteaux ? » grâce à la matérialisation de ces nombres en une collection d'objets et leur dénombrement (Fuson, 1982, in Barrouillet, 2006a). Plus tard, Wynn (1992) a montré que dès cinq mois, le bébé est capable d'anticiper le résultat d'une opération arithmétique simple (in Dehaene, 2010). De plus, le bébé de 9 mois est capable de calcul approximatif, et repère un

résultat erroné lorsque « $10-5=10$ ou 5 » et « $5+5=10$ ou 5 » lui sont proposées en manipulation d'objets (McCrink, Wynn, 2004 in Lafay, 2013).

L'homme aurait donc des compétences numériques spécifiques impliquant que les additions et soustractions simples soient comprises intuitivement (Barrouillet, 2006a). Les problèmes arithmétiques simples sont donc résolus par les enfants avant tout apprentissage formel. En effet, l'enfant dispose de **compétences informelles en mathématiques** lui permettant de résoudre des petits problèmes additifs. Puis l'enfant développe d'autres stratégies : comptage, automatisation des procédures de comptage, récupération en mémoire de faits arithmétiques (Lafay, 2013).

II.1.2. Les systèmes numériques de base impliqués dans le développement numérique

Au-delà de ces compétences précoces observées, il est utile de comprendre les processus qui sous-tendent le développement numérique, autrement dit les systèmes numériques de base. Selon le modèle Triple Code de Dehaene (1992) qui explique des traitements numériques cognitifs de l'adulte, il existe trois systèmes de représentation mobilisés pour le traitement des nombres : analogique, auditive verbale et visuelle arabe.

La représentation analogique est dite non symbolique : elle correspond aux représentations numériques mentales. Deux systèmes numériques de base, considérés comme innés, la composent :

- Le **Système Numérique Approximatif** (SNA) : il permet la perception et le traitement approximatif des quantités
- Le **Système Numérique Précis** (SNP) : il permet la perception rapide et le traitement précis des petites quantités.

D'après les études, les enfants disposent bien d'habiletés numériques précoces, mais elles évoluent avec l'âge, s'améliorant jusqu'à l'âge adulte où elles deviennent efficaces. Concernant le SNP, l'enfant dès 5 ans est capable de percevoir intuitivement et rapidement des petites quantités sans recourir au comptage (**subitizing**), et sa rapidité s'accroît avec l'âge. Quant au SNA, l'enfant peut comparer des collections, **estimer** le résultat d'opérations présentées analogiquement, placer des nombres sur une ligne numérique. Mais, entre le très jeune enfant, l'enfant et l'adulte, les habiletés sont différentes : les représentations mentales numériques se précisent avec l'âge (Lafay, 2013).

Les enfants possèdent donc des habiletés numériques précoces, qui augmentent et se précisent avec l'âge. Ces deux systèmes sont impliqués « *dans la construction des représentations numériques précises, dans le développement des habiletés numériques et le développement mathématique plus général* » (Lafay, 2013, p.13). Cependant, des études manquent encore dans ce domaine, pour déterminer notamment leur rôle respectif dans les performances arithmétiques futures.

Le comptage reste toutefois la solution la plus précise pour déterminer le nombre d'éléments dans une collection plus grande.

II.2. Les premiers apprentissages

II.2.1. Le dénombrement

Pour compter le nombre d'éléments dans une collection plus grande, l'enfant associe le pointage des objets à la récitation des mots-nombres : il dénombre. Le **dénombrement** est l'une des stratégies utilisées par le sujet de plus de 3-4 ans pour déterminer le cardinal d'une collection plus grande. Gelman et Gallistel pour justifier cet apprentissage rapide, estiment que le dénombrement repose sur la maîtrise de cinq principes (1978, in Van Nieuwenhoven et al, 2001) :

- le principe **d'ordre stable** : les mots-nombres constituent une séquence stable
- le principe de **correspondance terme à terme** : à chaque élément correspond une seule étiquette verbale
- la **cardinalité** : le dernier mot-nombre prononcé est le cardinal de la collection
- l'**abstraction** : l'hétérogénéité des éléments n'a pas d'impact sur le dénombrement
- le principe de **non pertinence de l'ordre** : l'ordre d'énumération des éléments n'affecte pas le résultat du dénombrement.

L'activité complexe de dénombrement repose sur la **maîtrise de la chaîne verbale** (énonciation des mots-nombres sans erreur) et sur le **contrôle du pointage** des éléments à dénombrer, tout en coordonnant ces deux activités (Fayol et al, 2000).

En donnant à l'enfant des connaissances sur le nombre, le sens et les propriétés des opérations, le dénombrement permet un passage direct à l'arithmétique proprement dite. L'enfant s'adapte alors aux situations nécessitant un calcul d'opérations simples (additions et soustractions) (Barrouillet, 2006a). Quand les procédures calculatoires ne sont pas

automatisées, ces connaissances permettent à l'enfant de comprendre tout de même les relations entre les opérations (Delazer, in Pesenti et Seron 2000).

Concernant l'acquisition du dénombrement, certains auteurs suggèrent que l'enfant dispose très précocement des règles sous-jacentes au dénombrement, et que seule la nécessité de coordonner les habiletés ralentit le processus ; d'autres thèses considèrent que c'est par la pratique que l'enfant acquiert peu à peu la procédure de dénombrement (Fayol et al, 2000).

II.2.2. Code verbal, code arabe

Lorsque l'enfant découvre le système numérique, c'est d'abord au code verbal oral qu'il est confronté. Le lexique du **code verbal** est riche, puisqu'il contient des unités, des particuliers, des dizaines et des multiplicateurs. L'association du lexique et de la syntaxe permet d'énoncer toutes les cardinalités. Les erreurs peuvent être **lexicales** (quinze devient 13, trois cent neuf devient 609) ou **syntaxiques** (vingt-sept devient 207, trois cents devient 3100). L'apprentissage du **code verbal** se fait en plusieurs étapes chez l'enfant. Il doit apprendre le vocabulaire, l'aspect séquentiel des mots-nombres par la récitation de la chaîne numérique, et la cardinalisation du mot-nombre. Ce système verbal, contrairement au système analogique, est conceptuel et indépendant de toute représentation concrète (Van Nieuwenhoven, 2001). Le système arabe intervient ensuite, pour lui permettre de calculer.

Le **code arabe** ne comporte qu'un **lexique** réduit de dix chiffres, de 0 à 9 et recourt à la **syntaxe** de position pour coder les puissances de dix. La **notation positionnelle** signifie que c'est la position du chiffre dans le nombre qui lui donne sa valeur (Fayol et al, 2000). Ainsi le 2 n'a pas la même signification dans 32 ou dans 23 : dans le premier, il signifie « deux » alors qu'il signifie « vingt » dans le deuxième. L'enfant accède à ce code arabe bien après avoir acquis les premiers mots-nombres. Ce code écrit fait l'objet d'un enseignement systématique. La forme des nombres, leur tracé, est moins difficile pour les enfants que le principe de notation positionnelle. La seule connaissance de la dénomination verbale ne suffit pas à l'écriture de nombre à plusieurs chiffres. L'enfant doit comprendre que la valeur du chiffre change en fonction de sa place dans le nombre, et qu'elle croît de droite à gauche. Elle est obtenue en multipliant le chiffre par la puissance de la base correspondant à sa position (1, 10, 100, 1000) : ainsi, 2 vaut « deux », « vingt » ou « deux-cents » selon sa position. La valeur du nombre entier équivaut à la somme des valeurs représentées par chaque chiffre (pour 243, $200+40+3$) (Fayol, 2012).

II.2.3. Transcodage et représentation du nombre en base dix.

Si passer d'un code à l'autre (du code verbal au code arabe, et inversement) peut se faire facilement pour les petits chiffres par mémorisation de liens, ceci n'est pas suffisant pour les grands nombres. Le **transcodage** demande de comprendre la quantité exprimée par le premier numéral et de la traduire dans un autre code (dictée, lecture). Les systèmes de compréhension et de production sont mis en jeu, et les deux peuvent être impliqués en cas de difficultés de transcodage. De même, la non-maîtrise du code arabe est davantage impliquée dans ces difficultés, que celle du code verbal introduite plus précocement.

L'utilisation des systèmes numériques décimaux rend indispensable la compréhension et l'acquisition de la **base dix**. Le nombre bénéficie d'une représentation en base dix : quand l'enfant est face à un nombre à deux chiffres, il ne peut pas faire une simple association nombre arabe-numéral verbal. Il doit concevoir des **séquences dizaines-unités**, où la dizaine est, selon les besoins de la situation, soit un groupe de dix unités, soit une unité d'ordre supérieur. L'enfant comprend alors qu'éléments et groupes peuvent être comptés, qu'une dizaine équivaut à dix unités et qu'il peut raisonner selon différents points de vue (Koppel, 1999, in Van Nieuwenhoven, 2001). Pour réaliser des calculs mentaux avec des nombres complexes, la maîtrise du système positionnel en base dix est essentielle. En effet, en comprenant la conception décimale du nombre, l'enfant peut décomposer le nombre en dizaines et unités afin de faciliter d'opération ($58+14= 58+10+4$ ou $58+14 = (50+10) + (8+4)$). Le calcul des nombres à plusieurs chiffres exige des décompositions, et en comprendre le sens diminue le risque d'erreur. Sans cette conception décimale du nombre, l'enfant ne peut que compter unité par unité. Il ne fait alors qu'appliquer les procédures fournies par l'école, et le risque d'erreur procédurale augmente (Van Nieuwenhoven, 2001). Les particularités du système numérique français rendent cette représentation en base dix difficile à acquérir. En effet, dès la première dizaine, la base dix n'apparaît pas immédiatement. Cette particularité est valable pour les langues occidentales, contrairement au chinois par exemple. L'enfant doit donc apprendre par cœur les dénominations des nombres jusque 16, avant que le système verbal devienne plus régulier, et réellement en base dix (dix-sept, vingt-cinq, ...) (Fayol et all, 2000).

Les problèmes de transcodage et de compréhension de la notation positionnelle chez les élèves français semblent liés aux spécificités linguistiques du français. Plus généralement,

l'apprentissage de la numération écrite chez les élèves occidentaux serait freiné par la faible transparence de la base dix dans ces langues occidentales. En fonction de ces règles de lexique et syntaxe positionnelle, plus la correspondance oral/écrit est régulière, plus l'acquisition de la numération écrite est rapide et facile (Miura et coll, 1994, in Fayol et al, 2000). La structure de la dénomination verbale dans la langue maternelle serait donc liée à la difficulté d'apprentissage du code indo-arabe. Néanmoins, les problèmes deviennent négligeables lorsque les associations entre cardinalité et dénomination s'automatisent ; en France cependant, les difficultés avec les dizaines complexes 70, 80 et 90 restent source de retards supplémentaires (Fayol et al, 2006).

II.3. La résolution d'opérations arithmétiques avec l'âge

« Une opération est une action qui répond à une intention telle que, à partir de deux nombres, on voudrait en trouver un troisième » (Baruk, 1992)

Trois dimensions sont à prendre en compte dans la mise en œuvre des opérations arithmétiques. Tout d'abord, des **connaissances conceptuelles** sont nécessaires pour choisir la stratégie et sa mise en œuvre. Ensuite, l'exécution des stratégies s'appuie sur la connaissance de **faits arithmétiques** pour des opérations simples, et la connaissance d'**algorithmes**, application ordonnée d'étapes, pour les opérations plus complexes (Fayol, 2012). Plusieurs études portant sur la résolution d'opérations arithmétiques ont permis d'en savoir davantage sur son évolution et sur les procédures mises en jeu par les enfants. Avec l'âge, différentes stratégies sont utilisées pour résoudre des opérations simples. Siegler a étudié la manière de penser, de réfléchir et d'élaborer de nouvelles stratégies des enfants (Siegler, 2010). A un moment T, l'enfant dispose de plusieurs stratégies, et seule la plus efficace sera utilisée. Celles-ci sont définies comme *« l'ensemble des processus qu'un individu met en œuvre pour accomplir une tâche cognitive »* (Gandini & Lemaire, 2005, p.140). Siegler a défini en 1987 les stratégies de comptage employées par les enfants.

II.3.1. Etude des procédures de résolution des additions

Les enfants utilisent cinq stratégies pour résoudre les additions simples : l'utilisation d'objets, le comptage sur les doigts, le comptage verbal, la décomposition et la récupération directe en mémoire (Barrouillet, 2006a).

Dès 3 ans l'enfant peut résoudre une addition simple en dénombrant une **collection d'objets**. Certains enfants plus âgés utilisent également cette stratégie en fonction de la difficulté de l'énoncé. L'enfant matérialise et mime l'opération à effectuer. Puis, la présence des objets n'est plus nécessaire. Ce sont alors ses **doigts** que l'enfant utilise pour garder une trace du comptage. Cette stratégie n'est le plus souvent utilisée que pour des sommes inférieures à 10. Avec ces collections d'objets ou ces collections de doigts, l'enfant utilise la correspondance terme à terme pour résoudre l'addition. La matérialisation des opérands permet à l'enfant de garder une trace de ses opérations de comptage, et ne l'oblige pas à recourir à un codage verbal ou une symbolisation numérique.

La stratégie de **comptage verbal** peut être associée à un support : objets ou doigts. Lorsque le comptage verbal opère de manière isolée, l'enfant doit maintenir en mémoire la trace de ses opérations de comptage : la mémoire de travail est sollicitée (Van Nieuwenhoven et al, 2001). Il existe plusieurs formes au comptage verbal, qui apparaissent progressivement (in Barrouillet, 2006a) :

- **Le comptage du tout** (counting all) : l'enfant compte par pas de un les éléments des deux ensembles (exemple : $3+4$: « un deux trois... quatre cinq six sept »)
- **Le comptage à partir du premier nombre** (counting on) : l'enfant part du cardinal du premier terme, et ajoute le nombre de pas correspondant au second opérande ($3+4$: l'enfant énonce « trois » puis « quatre cinq six sept »)
- **Le comptage à partir du plus grand des deux termes** (counting min) : l'enfant choisit le plus grand des nombres pour débiter son comptage. ($3+4 = 4+3 =$ (quatre) « cinq six sept »). Il a donc le minimum à ajouter, c'est la stratégie la plus économique.

Pour passer d'une stratégie à une autre, l'enfant doit maîtriser certains principes. Cela est permis par l'évolution de sa compréhension du système numérique. Le passage à la stratégie « counting on » ne peut se faire que si l'enfant se situe au niveau de la **chaîne sécable** : il peut alors débiter son comptage à n'importe quel nombre. L'enfant doit également maîtriser le

principe de **cardinalité**, pour reconnaître comme résultat de l'opération le dernier mot nombre prononcé (Fayol et al, 2000). Pour accéder à la stratégie « counting min », l'enfant doit être en mesure de **comparer les numérosités** pour sélectionner le plus grand des deux termes. De la même manière, il doit avoir acquis la **commutativité**, à savoir que « *l'ordre dans lequel sont additionnés les deux nombres n'a pas d'incidence sur le résultat* » (Barrouillet, 2006a, p.90). Les enfants de l'école maternelle utilisent plus fréquemment les stratégies « counting all » et « counting on », alors que les élèves de CP et CE1 privilégient la stratégie « counting min » (Ashcraft, 1982, in Barrouillet, 2006a).

La répétition des expériences de comptage, associée aux connaissances conceptuelles sur l'arithmétique, conduit à la création de **connaissances déclaratives**. L'opération et le résultat sont associés et stockés en mémoire à long terme. Plus l'association est forte, plus le résultat est activé rapidement et récupéré dès la présentation des opérands (Ashcraft, 1992, in Barrouillet 2006a). Les petits opérands et les doubles sont mémorisés les premiers. Ces derniers permettent la mise en place des stratégies de **décomposition** : grâce à ses connaissances déclaratives, l'enfant décompose un ou deux termes de l'opération par analogie avec des faits arithmétiques qu'il connaît (Ménissier, 2003). Ainsi, pour résoudre un problème difficile comme $7+6$, l'enfant récupère en mémoire le résultat connu $6+6$ et ajoute 1. Il effectue un calcul intermédiaire qui lui simplifie la tâche. En effet, ce calcul intermédiaire est résolu très rapidement car la réponse est stockée en mémoire. Puis l'enfant accède au résultat final en effectuant un second calcul, intégrant le résultat du calcul intermédiaire. Cette stratégie est plus efficace que la stratégie de comptage, car une partie du calcul est basée sur les connaissances en mémoire.

Lors de la décomposition, les connaissances déclaratives sont sollicitées, et leur volume augmente peu à peu. En effet, l'enfant stocke en mémoire à long terme des associations opération-résultat. Avec l'évolution, ce ne sont plus simplement les petits opérands et les doubles, mais aussi des faits arithmétiques plus complexes qui sont stockés. Plus le calcul est élaboré et plus l'enfant va se servir d'une nouvelle stratégie : **la récupération directe du résultat en mémoire**. Elle est la plus rapide et la plus sûre : l'enfant répond immédiatement, sans calculer. De plus, ce recours à ces connaissances déclaratives est coercitif : il ne peut se réprimer (Ménissier, 2003). Il semblerait que cette stratégie de récupération en mémoire ne fonctionne que pour des sommes inférieures à 20. Ainsi, même les adultes utiliseraient certaines stratégies de comptage décrites précédemment pour résoudre des additions difficiles (Barrouillet, 2006a). De plus, l'existence de règles de calcul permet à

l'enfant de résoudre rapidement certains problèmes spécifiques. Ainsi, les faits (5+0) ou (0+8) ne sont pas stockés en mémoire, mais le problème est résolu par la règle « $n + 0 = n$ » (Van Nieuwenhoven et al, 2001).

Concernant le format de stockage et de récupération, le débat reste ouvert : pour certains, ces faits arithmétiques sont stockés indépendamment de la modalité (McCloskey, 1992) alors que d'autres privilégient l'idée de l'unique format verbal de stockage et récupération de quelques additions et des tables de multiplications, sous forme d'associations verbales (Dehaene et Cohen, 2000)

Dans l'acquisition des faits arithmétiques, Siegler et Jenkins (1989, in Noël, 2000) notent que l'évolution des stratégies n'est pas linéaire : elles ne se succèdent pas les unes après les autres, mais existent toutes en même temps. Siegler propose en 1995 **le modèle de développement par vagues superposées**. Selon le contexte proposé au sujet, l'une ou l'autre des stratégies sera utilisée. Cette variété de stratégies à disposition du sujet lui permet de s'adapter à toute situation (Gandini & Lemaire, 2005). Ces stratégies de comptage précèdent l'enseignement formel de l'arithmétique, et les enfants les découvrent au cours de leurs activités de comptage et/ou à partir de leurs connaissances conceptuelles (Fuson, 1982, Gallistel et Gelman, 1992, in Seron et Pesenti, 1999). **C'est au CE2 que les stratégies procédurales diminuent, au profit de la stratégie de récupération en mémoire** (Ménissier, 2003). La sélection d'une procédure repose sur la vitesse des procédures disponibles, sur les antécédents de cette procédure (réussite antérieure, contexte d'utilisation, ...) et sur son coût de mise en œuvre (Fayol, 2012).

II.3.2. Les opérations de soustractions, multiplications et divisions

II. 3.2.1. Les soustractions

L'évolution des performances en soustraction est assez similaire à celle des additions. Tout comme l'addition, l'enfant utilise au début des **collections d'objets**, ou les doigts. Il existe, pour résoudre 5-3, trois principales stratégies utilisant ces collections (Barrouillet, 2006a) :

- La stratégie 'separate from' consiste à ôter d'un grand ensemble (5) le nombre d'objets correspondant au petit opérande (3) et à dénombrer le résidu.

- La stratégie 'adding on' : l'enfant débute par le petit opérande (3), puis ajoute des objets jusqu'à l'obtention du grand ensemble (5). Le nombre d'objets ajoutés correspond au résultat.
- La troisième stratégie correspond à la mise en correspondance terme à terme des deux ensembles de 3 et 5 objets, puis au dénombrement des objets isolés.

Ces trois stratégies sont présentes simultanément et choisies par le sujet en fonction du problème posé. Pour le **comptage verbal**, Siegler a défini différentes stratégies utilisées par les enfants (Siegler, 1989, in Grandini et Lemaire, 2005) :

- **Stratégie de retrait** (counting down) : l'enfant compte à rebours, à partir du premier opérande, et du nombre de pas désigné par le second terme. Le dernier mot-nombre prononcé est la réponse ($7-3 = \ll 7, 6, 5, 4 \gg$, la réponse est « 4 »)
- **Stratégie d'ajout** (counting up) : il s'agit de compter en avant, du second opérande vers le premier. La réponse est le nombre de pas nécessaire pour passer de l'un à l'autre. ($7-3 =$ l'enfant commence à 3, puis « 4,5,6,7 », le résultat est « 4 »)
- **Référence à l'addition** analogue: l'enfant récupère l'opération inverse pour trouver le résultat du problème soustractif ($7-3=4$ car $4+3=7$).
- **Suppression d'un 10** : l'enfant enlève 10 à un ou deux des termes pour faciliter l'opération (pour $17-5$, l'enfant résout $7-5=2$ puis rajoute 10, $17-5=12$)

Les enfants utilisent rarement la récupération en mémoire des faits additifs pour résoudre les soustractions. La récupération directe en mémoire de faits soustractifs serait la dernière stratégie, mais cette procédure fait débat au sein de la communauté scientifique (Barrouillet, 2006a).

II. 3.2.2. Les multiplications

La multiplication est d'apprentissage plus tardif, et son développement n'est pas spontané à un âge préscolaire. Les enfants apprennent les multiplications en CE1 et CE2, et dès lors ils utilisent diverses stratégies (Grandini et Lemaire, 2005). Parmi elles, les **additions répétées** ($4 \times 3 = 4+4+4$), le **comptage en base n** ($5 \times 4 = 5, 10, 15, 20$), le **comptage d'objets** (dessiner 3 paquets de 4 bâtons pour 3×4 , et compter les objets) et **l'écriture du problème**. La répétition fréquente des tables de multiplication et leur apprentissage par cœur facilite leur mémorisation et la **récupération** des faits multiplicatifs. Tout comme l'addition, les petits produits et les doubles sont plus facilement acquis. De plus, certains produits sont acquis par des règles telles « $n \times 1 = n$ » et « $n \times 0 = 0$ » (Seron et Pesenti, 1999).

Il existe cependant des interférences entre l'addition et la multiplication, allant dans le sens d'une récupération en mémoire des faits multiplicatifs. En effet en présentant à l'enfant deux opérandes, les résultats des deux opérations, addition et multiplication, seraient activés en mémoire. Ainsi, pour 4×3 , l'enfant active « 7 » et « 12 ». Cette double activation est la source d'erreurs retrouvées dans les productions des enfants (Barrouillet, 2006a). Ces derniers peuvent faire des confusions associatives, à cause d'inférences entre faits additifs et multiplicatifs (Fayol et al, 2000). En effet, il existe un réseau de faits, dans lequel les opérandes sont reliés au résultat par des associations. La force d'association varie en fonction des opérandes : ainsi, les erreurs sur les doubles sont rares. Quand les opérandes sont liés à plusieurs opérations, les interférences sont plus fréquentes.

II. 3.2.3. Les divisions

Cette dernière opération est la moins étudiée des quatre. Tout comme la multiplication, elle n'est pas disponible intuitivement par les enfants d'âge préscolaire. Les enfants semblent la résoudre par deux stratégies principales. Tout d'abord, la récupération des faits multiplicatifs associés permet de résoudre la division proposée. Ensuite, les enfants additionnent le diviseur à lui-même jusqu'à atteindre le dividende. Les dernières études à ce sujet (Campbell, 1997, in Barrouillet 2006a) privilégient la stratégie du recours à la multiplication pour résoudre les divisions. Ainsi, la connaissance des tables de multiplications est indispensable pour la résolution de ces deux dernières opérations.

II.3.3. Les profils d'enfants calculateurs

Un protocole visant à classer les stratégies des enfants sur des résolutions d'additions et de soustractions élémentaires a été proposé à 406 enfants (Ménissier et Dessane, 2002, in Ménissier, 2003). Il en ressort plusieurs types de calculateurs :

Le **calculateur digital** compte avec ses doigts. Il peut ainsi garder une trace de ce qui est déjà compté et de ce qui reste à compter. Les enfants utilisent véritablement leurs doigts pour représenter les termes de l'opération. Cette stratégie de comptage sur les doigts peut également être utilisée par les enfants en vérification de leur comptage verbal.

Le **calculateur basique** passe par une base pour récupérer des faits arithmétiques connus : la dizaine (« *calcule $3+6$... « 9... $6+4$ ça fait 10, moins 1* »), la base 5 (« *calcule $6+8$... « 14... $5+5$ du 8, ça fait 10, et j'ajoute 4, $3+1$ »*) ou la règle du 9+1 (« *calcule $9+7$... « 16, vu*

que c'est pas 10, on peut mettre 17, j'enlève 1, ça fait 16 »). Cependant, cette stratégie utilisant certaines bases constitue un cadre strict, et les décompositions effectuées ne peuvent être généralisées.

Le **calculateur compte-tour** utilise le surcomptage (« calcule $4+8$... « j'ai compté dans ma tête 8, 9, 10, 11, 12 »), le « pas de deux » (« calcule $13-7$... « 7, j'mets tout le temps -2, -2, -2 ») ou la fragmentation de la quantité (« calcule $15-9$... « 8 j'enlève 1 ça fait 14, pis 4 ça fait 12, pis encore 4 ça fait 8 », malgré ici une erreur d'exécution de la tâche due à une mémorisation insuffisante).

Le **calculateur analogique** se sert de ses connaissances déclaratives pour décomposer un ou deux termes de l'opération par analogie avec des faits arithmétiques connus. L'enfant fait donc un calcul intermédiaire, mais celui-ci est rapide car intégré en mémoire à long terme. Cette stratégie fait appel au double le plus proche (« calcule $6+7$... « 13, $7+7$ ça fait 14, moins 1 ») ou aux faits arithmétiques connus (« calcule $14-5$... « 9, tu fais $14-10$, ça fait 4, pis tu rajoutes 5 »).

Le **calculateur expert** dispose de plusieurs stratégies et choisit la plus efficace. Il sait qu'il y a plusieurs façons d'arriver aux résultats, et il peut en proposer au moins deux. (« calcule $8+7$... « 15, j'ai fait $8+2+5$, avant j'faisais 8 et 8, $16-1$, quelque fois j'fais les deux ») (Ménissier, 2003).

Mais certains enfants ne rentrent pas dans ces profils. Ménissier distingue donc d'autres types de calculateurs, dont les types de calculs conduisent à des résultats incertains.

Le **calculateur incertain** n'est pas sûr de ces procédures. Il commence à utiliser ses doigts, puis abandonne par manque de coordination ; il donne un résultat tout en rajoutant qu'il n'est pas sûr ; ou il préfère dire qu'il n'a pas appris. Les procédures de ces enfants sont encore instables : il leur est difficile de coordonner leurs habiletés numériques tout en les maintenant en mémoire de travail. Les procédures ne sont pas encore automatisées.

Le **calculateur distrait** mobilise plus rapidement ses connaissances déclaratives, à la place de ses connaissances procédurales plus rigides. Il fait alors des erreurs de deux types :

- erreurs intra-opérations : confusion de deux résultats dans un même tableau arithmétique ($6+6=14$)
- erreurs inter-opérations : déclenchement automatique de la récupération du résultat de la multiplication ($6+8=48$)

L'enfant calculateur distrait choisit parmi ses procédures disponibles la plus rapide. Ainsi, selon Ménissier, une enfant peut répondre « *17 à l'addition 6+7 car elle a compris 10+7. Ce calcul est surtout plus facile pour elle car sa seconde réponse (après reformulation de l'addition 6+7) sera 12 (surcomptage erroné)* » (2003, p.27).

Le **calculateur magique** regroupe différents comportements : l'enfant donne un résultat sans faire de calcul, au hasard ; l'enfant commence une procédure instable, s'arrête en cours de résolution mais tient à donner un résultat.

L'énumération de ces types de calculateurs complète les travaux de Siegler sur les procédures de comptage. L'analyse des justifications des enfants permet de situer l'enfant dans l'évolution de ses procédures de résolution d'opérations. Il est aussi intéressant d'observer la façon dont l'enfant parvient à un résultat correct que la façon dont il obtient un résultat erroné. Selon le modèle à vagues superposées de Siegler (1995), un enfant peut se retrouver dans différents profils. En effet, il dispose de plusieurs stratégies en même temps, qu'il utilise selon le contexte et ses besoins.

II.4.4. Le calcul complexe

Les recherches dans le domaine du calcul complexe sont rares. Un calcul est dit complexe lorsqu'il implique des nombres à plusieurs chiffres (Barrouillet, 2006a). Ces opérations impliquant des grands nombres sont difficiles pour trois raisons principales. Tout d'abord, les nombres sont manipulés mentalement, entraînant une charge importante en mémoire de travail, et donc la possibilité d'erreurs. Ensuite, des connaissances conceptuelles sont nécessaires, notamment sur la notation positionnelle et l'organisation des nombres en base 10. Enfin, il est parfois nécessaire de décomposer l'opération complexe en opérations simples, ce qui allonge le temps de résolution.

La manière de résoudre des calculs complexes reste cependant assez méconnue aujourd'hui. Chez les sujets tout-venant, le résultat marquant est l'augmentation du temps de latence lorsque le sujet résout un calcul complexe. Cette latence est moins élevée lorsqu'il s'agit de fait arithmétiques simples. Cela laisse penser que **les calculs complexes ne sont pas résolus par la récupération directe d'informations en mémoire**. Cependant, les quelques études réalisées à ce sujet décrivent peu les processus mis en jeu lors de ces résolutions, axant leurs résultats sur l'amélioration des performances par l'apprentissage d'algorithmes de

résolution et l'entraînement (Seron et Pesenti, 2000). C'est pourquoi le calcul complexe ne fera pas partie du cadre de notre étude.

II.4.5. Les enfants avec troubles d'apprentissage en arithmétique :

Les troubles de l'arithmétique affectent les aspects procéduraux et conceptuels du calcul et du comptage, mais surtout la mémorisation des faits arithmétiques. Les enfants présentant des difficultés d'apprentissage en arithmétique utilisent les mêmes types de stratégies que les enfants sans difficultés. Cependant, ils commettent plus d'erreurs dans la mise en œuvre des procédures que leurs pairs. Plusieurs études ont montré que les enfants avec troubles du calcul diffèrent de leurs pairs par la **difficulté d'accéder à la stratégie de récupération en mémoire** pour résoudre des problèmes arithmétiques simples. La capacité de récupération directe ne semble pas s'améliorer chez ces enfants au cours de l'école élémentaire, ce qui les contraint à utiliser des stratégies immatures de comptage (Barrouillet, 2006b). Lorsque la récupération directe est néanmoins utilisée, ces enfants commettent plus d'erreurs, et leur temps de réponse est plus long. Les différents résultats suggèrent que les déficits de récupération en mémoire des enfants avec difficultés d'apprentissage en arithmétique relèveraient d'un déficit cognitif (Geary, 2005). La difficulté viendrait donc des connaissances, et non de la mise en sens des opérations.

III- Problème de recherche

A travers nos assises théoriques, nous avons eu un éclairage de ce qu'implique la notion de nombre. A travers différentes approches, nous avons fait un tour d'horizon des connaissances actuelles sur le nombre. L'étude du développement du calcul chez l'enfant a mis en exergue les premières compétences des enfants, leurs premiers apprentissages fondamentaux et leurs procédures de résolutions d'opérations arithmétiques. Ces stratégies diffèrent par leur nombre et leur qualité au cours du développement.

Nous nous sommes aperçus que les recherches jusqu'à ce jour avaient bien défini les différentes procédures dont l'enfant dispose durant son développement. Cependant, elles ont mal défini les raisons pour lesquelles les procédures des enfants avec trouble d'apprentissage en arithmétique restent immatures.

Ce qui nous a amenés à dresser la problématique suivante : *quelles sont les raisons d'une immaturité des procédures de résolution d'opérations chez les enfants avec troubles d'apprentissage en arithmétique de 8 à 10 ans ?*

La réponse à cette question pourrait permettre de mieux comprendre les raisons de l'immaturité des procédures de résolution chez les enfants avec troubles d'apprentissage en arithmétique, et permettre d'énoncer des propositions de remédiation à destination des orthophonistes.

Hypothèse générale :

Nous nous proposons de vérifier l'hypothèse suivante : plus les capacités de mémoire et de décomposition additive sont faibles, moins l'enfant procède par récupération directe en mémoire pour résoudre les opérations.

PARTIE PRATIQUE

I- Méthodologie

I.1. Choix de la stratégie de recherche et de la méthode

Afin de répondre à la question posée, nous proposons un protocole qui teste différentes capacités, à l'aide d'épreuves ciblées pour lesquelles les performances de l'enfant sont relevées et cotées individuellement. **Les épreuves proposées ne sont pas exhaustives** et ne constituent en aucun cas un bilan orthophonique complet. D'autres épreuves non retenues pour ce travail existent et sont nécessaires dans la perspective d'établir un projet thérapeutique.

Dans un premier temps, nous allons mesurer la force du lien entre des variables quantitatives **pour tous les participants** : il s'agit ici d'une stratégie descriptive par méthode corrélationnelle. Par cette méthode, nous pourrions déterminer la relation entre deux ou plusieurs variables, c'est-à-dire la prédiction de la valeur de l'une à partir de la valeur de l'autre. Cette méthode est riche, dans la mesure où elle permet de déterminer la présence d'une relation entre deux domaines de performances. Elle fournit des données quantitatives, et indique le degré de dépendance entre deux variables (exemple : entre le calcul et la décomposition additive) : elle établit un lien de covariance.

Cette méthode comporte néanmoins certains défauts. L'intervention d'une **troisième variable** concomitante responsable des changements manifestés par les deux variables peut rendre difficile l'interprétation. Une autre difficulté peut venir de la **direction de l'interprétation** : rien n'indique si l'une des variables est responsable des variations manifestées par l'autre, ou inversement. Malgré une corrélation forte, cette méthode ne permet pas de conclure à une **relation de cause à effet**. Enfin, la **validité interne est faible**.

Néanmoins, cette méthode est la **meilleure approche pour prédire un lien entre deux capacités** chez tous les participants. De même, si les résultats montrent un lien fort, une **recherche future avec une méthode explicative sera intéressante** à mettre en œuvre. Enfin, cette recherche a une **bonne validité externe**.

Dans un deuxième temps, **nous allons assigner les participants de façon non aléatoire dans deux groupes**. Ces groupes sont préexistants : d'une part la présence d'un trouble en arithmétique et d'autre part l'absence de trouble en arithmétique. Il s'agit cette fois d'une étude invoquée, incluse dans la stratégie explicative. Le but d'une telle étude est de déterminer si les scores d'un groupe diffèrent significativement des scores d'un autre groupe, pour une même épreuve. La variable dépendante correspond au score à une des épreuves, et la variable indépendante est dite invoquée puisque la comparaison se fait sur la base de groupes préexistants (absence ou présence d'un trouble arithmétique).

Cette étude comporte certaines difficultés : les différences observées ne peuvent être attribuées sans ambiguïté aux caractéristiques des participants. D'autres causes potentielles existent.

Néanmoins, cette étude est complémentaire de la méthode corrélationnelle pour établir l'existence d'une relation et décrire des relations entre des variables, lorsque les participants sont assignés dans deux groupes.

Nous nous proposons de vérifier les hypothèses opérationnelles suivantes :

- L'empan mnésique auditivo-verbal est corrélé positivement au score en calcul.
- L'empan mnésique visuo-spatial est corrélé positivement au score en calcul.
- Le score de décomposition additive est corrélé positivement au score en calcul.
- Les enfants ont un empan mnésique auditivo-verbal de chiffres **équivalent** à l'empan mnésique auditivo-verbal de mots.
- Les enfants avec trouble en arithmétique ont un **empan mnésique auditivo-verbal significativement inférieur** aux enfants tout-venant.
- Les enfants avec trouble en arithmétique ont un **empan mnésique visuo-spatial significativement inférieur** aux enfants tout-venant.
- Les enfants avec trouble en arithmétique utilisent des procédures de décomposition additive moins automatisées que les enfants tout-venant.

I.2. Sélection des participants

I.2.1. Critères d'inclusion et d'exclusion

Les enfants tout-venant de notre population sont âgés de 8ans 6 mois à 10ans 10 mois. Ils ne bénéficient pas d'un suivi orthophonique actuel, et n'ont pas de dossier MDPH.

Les enfants du groupe « trouble en arithmétique » sont âgés de 8 ans 2 mois à 11 ans 1 mois. Ils sont suivis en orthophonie pour des troubles du raisonnement logique, du calcul ou du langage écrit, l'enfant présentant par ailleurs un calcul lent, non automatisé.

Les critères d'exclusion sont :

- Un handicap sensoriel
- Une déficience intellectuelle avérée
- Des troubles psychologiques importants

I.2.2. Les enfants retenus

Pour les enfants tout-venant, nous en avons rencontré 20 : 7 enfants de CE2, 8 enfants de CM1 et 5 enfants de CM2.

Les orthophonistes contactées nous ont présenté des enfants répondant aux critères d'inclusion et d'exclusion de notre protocole. Parmi ces enfants suivis en cabinet libéral, nous avons retenu 12 enfants. Parmi eux, 2 sont nés en 2004, 3 sont nés en 2005, 7 sont nés en 2006.

Les 32 enfants de l'étude sont tous scolarisés en CE2, CM1 ou CM2. C'est en CE2, selon Ménissier (2003), que les stratégies procédurales diminuent, au profit de la stratégie de récupération en mémoire. C'est pourquoi une population de 8 à 10 ans nous semble pertinente pour notre étude.

I.2.3. Déroulement des passations

Nous avons proposé notre protocole entre janvier 2015 et février 2015 au sein de 3 écoles élémentaires : Ecole Elémentaire publique Marie-Anne du Boccage à Nantes (département 44), Ecole privée Sainte Anne de Plélo (22), Ecole privée Sainte Thérèse de

Plouagat (22). Une autorisation a été demandée à l'Inspecteur de circonscription et, pour chaque enfant, une autorisation parentale a été signée au préalable. Nous expliquions notre démarche à tous les enfants au début du protocole. Les passations étaient individuelles, et se déroulaient sur le temps scolaire pour les enfants tout-venant, lors de la séance d'orthophonie pour les enfants bénéficiant d'une rééducation.

Nous avons rencontré tous les enfants une fois, durant un entretien dont la durée n'excédait pas 35 minutes. Un appareil photo numérique (pour la vidéo) et un dictaphone nous ont permis d'enregistrer les propositions des enfants. Ainsi, nous évitions de perturber l'enfant par une prise de notes importante. Ces enregistrements ont été ensuite écoutés plusieurs fois afin de coter au mieux les épreuves.

Nous avons essayé de réduire les biais du chercheur, en rédigeant un protocole précis que nous avons ensuite suivi. Tous les participants ont rencontré la même personne lors de la passation du protocole. L'âge indiqué dans cet écrit correspond à l'âge des enfants lors de la passation du protocole. Les prénoms ont été modifiés pour garantir l'anonymat.

II- Matériel et méthodes

II.1. Epreuve de calcul mental oral

Les épreuves de calcul permettent d'évaluer le niveau des enfants de CE2 à CM2 dans la résolution d'additions, de soustractions et de multiplications. Seule la modalité orale est testée dans notre étude.

II.1.1. Présentation du matériel

Cette épreuve est créée à partir d'opérations tirées du protocole d'Alain Ménissier (Glossa, 2003), de la batterie ZAREKI-R (Von Aster & Dellatolas, 2006) et de quelques items de notre conception. Nous proposons 24 opérations (9 additions, 8 soustractions, 7 multiplications). Nous étudions la capacité des enfants à résoudre des opérations « de tête ». En plus du résultat, le temps de réponse et la procédure utilisée par l'enfant sont notés pour chaque item (comptage sur les doigts, décomposition, ...). Après quelques items, une justification de la procédure de résolution est demandée.

Les quelques études effectuées sur la division jusqu'à ce jour ont montré que la stratégie principale pour sa résolution était le recours à la multiplication associée. Pour cette raison, nous avons choisi de ne pas proposer de divisions à ces enfants de 8 à 10 ans. De plus, il est possible que certains des plus jeunes participants n'aient pas eu accès à l'apprentissage scolaire de la division.

II.1.2. Présentation des consignes et de la cotation

La première partie de la consigne provient du ZAREKI-R. Nous expliquons : « *Je vais te demander de faire des calculs dans ta tête. Tu me réponds comme tu penses que c'est juste* ». Nous avons ensuite rajouté une deuxième partie à la consigne : « *Comme ça m'intéresse de savoir comment tu réfléchis, je vais te demander parfois comment tu as fait pour calculer* ». Après quelques passations, nous avons décidé d'enlever « *dans ta tête* » de la consigne. En effet, nous avons pensé que cette formulation pouvait pénaliser l'enfant : certains enfants ont pu penser qu'ils ne pouvaient pas utiliser leurs doigts. Or, il est possible qu'ils en aient encore besoin.

Nous débutons par les additions. Une répétition de l'item est possible, cela apparaîtra dans l'interprétation des résultats. Après certains items cibles, où plusieurs procédures ont pu

être utilisées sans que nous puissions savoir laquelle a été préférée, nous lui demandons : « *Comment as-tu fait pour calculer ?* » Les réponses de l'enfant sont intégralement enregistrées. Ce procédé sera répété pour les soustractions, puis pour les multiplications.

Dans la cotation de l'épreuve de calcul mental oral seront pris en compte pour chaque item le résultat, et la procédure utilisée. Le temps de réponse, relevé pour chaque item, est un indice supplémentaire pour déterminer la procédure utilisée par l'enfant. Nous attribuons un certain nombre de points en fonction de la stratégie utilisée par l'enfant. Si le résultat est correct, nous ajoutons 1 point à cet item. Ainsi, un enfant ayant mis en œuvre une des procédures malgré une réponse fautive obtient tout de même des points.

Le tableau ci-après présente les différentes stratégies possibles, et le nombre de points accordés pour chacune d'elle. Si l'enfant résout l'opération « $5+8 = 13$ » en récupération directe, il obtient 4 points pour sa stratégie, et un point supplémentaire pour la justesse de sa réponse. S'il résout cette même opération « $5+8=13$ » en comptage digital, et qu'il commence par 8 (le plus grand opérande), nous lui attribuons 1,5 point de stratégie + 1 point de bonne réponse. En revanche, s'il annonce que « $5+8 = 12$ », nous ne lui attribuons pas le point de bonne réponse, mais il obtient tout de même un nombre de point défini par sa stratégie (1,5 si comptage digital à partir du plus grand opérande). La même procédure est répétée pour les soustractions et multiplications.

- **Les additions : score sur 45**

STRATEGIES POSSIBLES	POINTS ACCORDES
Récupération directe en mémoire	4
Décomposition additive	
- De faits arithmétiques connus, de doubles	3
- Passe par une base : 5, 10	2,5
Comptage verbal	2
Comptage digital	
- Comptage à partir du plus grand	1,5
- Comptage à partir du plus petit / du premier opérande	1

- **Les soustractions : score sur 40**

STRATEGIES POSSIBLES	POINTS ACCORDES
Récupération directe	4
Comptage verbal : <ul style="list-style-type: none"> - Référence à l'addition - Suppression d'un 10 - Décomposition - Suppression d'un chiffre en commun 	2,5 2,5 2,5 2,5
Comptage digital : <ul style="list-style-type: none"> - Enlever une main d'un coup, soit 5 doigts - Separate from : grand opérande - petit opérande = ... - Adding on : petit + ... = grand - Mise en correspondance terme à terme 	2 1,5 2 1

- **Les multiplications : score sur 35**

STRATEGIES POSSIBLES	POINTS ACCORDES
Récupération directe	4
Comptage en base n	3
Additions répétées	2
Juxtaposition de 1	1

II.2. Epreuve de décomposition additive

II.2.1. Présentation du matériel

Cette épreuve est tirée de la batterie Tedi-Maths (Van Nieuwenhoven, Grégoire & Noël, 2001) Par cette épreuve nous questionnons la capacité de l'enfant à décomposer un calcul compliqué en plusieurs calculs simples. La décomposition/recomposition consiste à décomposer une opération puis de la recomposer en utilisant des faits arithmétiques connus.

II.2.2. Présentation des consignes et de la cotation

Les consignes sont celles du Tedi-Maths. Nous présentons à l'enfant 2 prairies et annonçons : « *Un berger a 6 moutons. Il en a mis 4 dans une prairie et 2 dans l'autre prairie. Comment peut-il faire autrement pour ranger les moutons ?* ». Nous attendons une deuxième décomposition additive de 6 en lui demandant une autre façon de ranger : « *j'aimerais que tu trouves encore une autre façon de ranger les moutons dans les deux prairies. Vas-y.* »

Puis, nous demandons quatre décompositions additives de 8 : « *Maintenant le berger a 8 moutons. Comment pourrait-il placer ses moutons dans les deux prairies ?* ». S'il ne donne pas tout de suite quatre possibilités de décompositions de 8, nous lui demandons après chaque réponse « *peux-tu proposer encore une autre manière de placer les moutons ?* ».

La cotation diffère de celle du Tedi-Maths. Nous n'évaluons pas seulement l'exactitude des réponses, mais également la stratégie employée pour donner le résultat : 0,5 point par bonne réponse, auquel s'ajoutent

- 1,5 point si l'enfant donne une réponse quasi-immédiate (peu de temps de réflexion)
- 1 point si l'enfant donne une réponse correcte après un temps de réflexion
- 0,5 point si l'enfant se sert de ses doigts, se trompe, revient sur sa décision.

La note maximale pouvant être obtenue est 12.

Lorsque l'enfant ne comprend pas ce qui lui est demandé, nous lui reformulons la consigne en l'accompagnant de gestes : « *un berger a 6 moutons dans sa bergerie. Le premier jour il en met 4 dans une prairie et 2 dans l'autre. Mais le lendemain, il veut changer, il ne veut plus faire 4 ici et 2 là* ». Dans ce cas, nous enlevons 0,5 points de la note finale.

II.3. Epreuve de mémoire de travail auditivo-verbale

La mémoire de travail est sollicitée dans les activités de calcul, il nous semblait donc important de la tester. Le rôle important de la boucle phonologique étant reconnu dans les activités de calcul, cette première épreuve teste la mémoire de travail auditivo-verbale des sujets de l'étude.

II.3.1. Présentation du matériel

Deux parties composent cette épreuve. La première concerne la répétition de chiffres en ordre direct (empan de chiffres endroit), et répétition de chiffres en ordre inverse (empan de chiffres envers). Ces items sont composés de deux à sept chiffres pour les ordres direct et indirect. Les listes de chiffres sélectionnées sont issues de la Batterie Analytique du Langage Ecrit (BALE, 2010).

La deuxième partie de l'épreuve que nous avons créée est inspirée par le travail de Majerus (2012) sur la mémoire à court terme. Afin de vérifier si la nature du matériel proposé influence les résultats, la même procédure sera mise en œuvre pour tester la mémoire auditivo-verbale sur du matériel non chiffré : répétition de mots unisyllabiques en ordre direct et en ordre indirect. Nous nous sommes inspirés d'un test de mémoire à court terme proposé par Majerus pour choisir les mots. Un déficit langagier ou une appréhension du matériel chiffré peuvent expliquer des résultats différents à ces deux parties (chiffres et mots) d'épreuve.

II.3.2. Présentation des consignes et de la cotation

Pour la première partie de l'épreuve, nous avons utilisé les consignes du manuel de la BALE (Batterie Analytique du Langage Ecrit, 2010). Pour la répétition de chiffres endroit, nous expliquons : « *Tu écoutes bien les chiffres que je vais te dire, puis tu les répètes exactement dans le même ordre* ». Pour la répétition en ordre inverse, on énonce « *Maintenant tu me les répètes exactement en ordre inverse* ». Une correction et un deuxième énoncé de la consigne sont proposés si l'enfant se trompe à la première liste de deux chiffres. Deux essais sont possibles par item, le deuxième étant présenté en cas d'échec au premier. Si l'enfant réussit le premier item de la répétition de n chiffres, nous passons à la répétition de $n+1$

chiffres. En cas d'échec à n chiffres, nous proposons le deuxième item de répétition de n chiffres. Nous arrêtons l'épreuve après deux échecs aux deux essais d'un même item.

Pour la deuxième partie de l'épreuve, la consigne est une adaptation de la consigne précédente au matériel proposé : « *Tu écoutes bien les mots que je vais te dire, puis tu les répètes exactement dans le même ordre* ». De même pour la répétition en ordre inverse : « *Maintenant tu me les répètes exactement en ordre inverse* ». L'arrêt de l'épreuve se fait après deux échecs aux deux essais d'un même item.

Une demande de répétition d'item est considérée comme un échec, et le deuxième item est alors proposé. Les ajouts, omissions ou inversions de phonème(s) dans cette épreuve avec les mots sont acceptés pour la mesure de l'empan, mais cette particularité sera notée qualitativement comme un déficit phonologique.

A chaque item, nous notons l'exactitude ou non de la répétition de l'enfant. L'empan de chiffres correspond au nombre de chiffres de la plus longue suite donnée correctement. L'empan verbal correspond au nombre de mots dans la plus grande liste correctement répétée.

II.4. Epreuve de mémoire de travail visuo-spatiale

Selon Baddeley, la mémoire de travail est constituée d'un administrateur central, d'une boucle phonologique et d'un calepin visuo-spatial. Si le rôle de la boucle phonologique est reconnu, il est aussi nécessaire de vérifier l'importance du calepin visuo-spatial dans les activités de calcul. L'épreuve proposée teste donc la mémoire de travail visuo-spatiale des sujets de l'étude.

II.4.1. Présentation du matériel

Notre épreuve est inspirée du test des cubes de Corsi. On présente au participant un outil tridimensionnel, comprenant une planche blanche (dimension : 37cm x 40cm) sur laquelle sont disposés aléatoirement dix cubes bleus identiques de 3cm de côté. Côté examinateur, les cubes sont numérotés de 1 à 10. Cette épreuve fait appel à la mémoire à court terme et à la mémoire de travail à partir de stimuli visuo-spatiaux. Les séquences sont montrées successivement par l'examineur. Nous pointons avec notre doigt des séries de cubes différentes, à une fréquence d'environ un cube par seconde. Puis on demande au participant de remonter la séquence en pointant lui-même les cubes dans le même ordre que celui de l'examineur, puis dans l'ordre inverse.

II.4.2. Présentation des consignes et de la cotation

Les consignes de l'épreuve des cubes de Corsi (WNV, Wechsler & Naglieri, 2009) étant explicites et garanties, nous les avons reprises pour notre épreuve de mémoire de travail visuo-spatiale. Nous expliquons : « *Je vais te montrer une série de cubes. Une fois que j'ai terminé, tu dois les montrer dans le même ordre que moi. ...c'est à ton tour.* » Si l'enfant n'a pas de réaction, nous précisons « *touche ceux que j'ai touchés* ». Deux items d'essai précèdent l'épreuve cotée afin d'assurer une bonne compréhension de la consigne. Une demande de répétition d'item est considérée comme un échec, et le deuxième item est alors proposé.

A chaque item, nous notons l'exactitude ou non de la répétition de l'enfant. L'empan visuo-spatial correspond au nombre de cubes de la plus longue suite donnée correctement. Nous ne nous servons pas des normes du WNV.

II.5. Epreuves complémentaires

II.5.1. Présentation de l'épreuve de mémoire à long terme

Une information stockée en mémoire à court terme est récupérable durant quelques secondes. Si l'on veut mémoriser une information sur une durée plus longue, c'est la mémoire à long terme qui est sollicitée, et l'information y est entreposée. Durant les 30 minutes que dure approximativement notre protocole, nous demandons au participant d'encoder une information à son début, puis de la récupérer à la fin. Nous observons ainsi la capacité du patient à mémoriser des informations en mémoire à long terme. Une impossibilité de stocker des faits arithmétiques peut être liée à un déficit de cette mémoire à long terme.

Nous annonçons au participant : « *Je vais te donner des mots à retenir, et je te les redemanderai à la fin des exercices. Les mots sont : gilet, poisson, musique. Tu peux les répéter ?* » Cette consigne a été créée pour les besoins du protocole. Nous prévenons l'enfant qu'il aura à récupérer les mots à la fin de notre rencontre, et nous vérifions l'encodage par un rappel immédiat. Nous notons ensuite si l'enfant a récupéré 1, 2 ou 3 mots. Nous relevons si une perturbation du stockage par les mots uni-syllabiques de l'épreuve de mémoire de travail auditivo-verbale est effective.

II.5.2. Présentation de l'épreuve de connaissance de faits arithmétiques

Ces opérations sont pertinentes dans ce qu'elles mettent en jeu : règles de calcul ($n \times 0 = 0$, $n \times 1 = n$...), faits arithmétiques simples (les petits doubles), l'utilisation de retenues... Nous calculons le temps total mis par l'enfant à répondre à ces dix opérations. Cette épreuve nous donne des indications sur la capacité de l'enfant à mémoriser certains faits arithmétiques. S'il dispose de peu de faits en mémoire, il résoudra ses opérations non par récupération directe en mémoire mais par une des autres procédures. La durée totale en sera allongée. Une réponse erronée entraîne une pénalité de 5 secondes. Ces données étant plus subjectives (appréciation de durée), elles serviront d'indices, d'arguments supplémentaires, et ne seront pas considérées comme variable dépendante lors de l'analyse des résultats.

II.6. Outils d'analyse de nos résultats

Après avoir réalisé les passations, nous avons visionné les films afin de coter les protocoles selon une grille que nous avons établie. Nous avons ensuite relevé les résultats de certaines épreuves afin de les analyser plus en détails. Ainsi, seules les épreuves suivantes voient leurs résultats analysés par le logiciel de statistique décrit ci-après.

- Additions
- Soustractions
- Multiplications
- Décomposition additive (nommée DA)
- Mémoire de travail auditivo-verbale de chiffres (nommée empan.chiffres)
- Mémoire de travail auditivo-verbale de mots (nommée empan.mots)
- Mémoire de travail visuo-spatiale (nommée empan.VS)

Pour faciliter la comparaison de ces 7 variables, les notes obtenues ont toutes été centrées et réduites : nous pouvons ainsi plus facilement comparer les variables et observer les différences entre les enfants (annexe 3). A l'aide des logiciels microsoft Excel 2010 et R (logiciel de traitement des données et d'analyse statistique), nous avons analysé nos données, et recherché des corrélations entre les épreuves.

Nous avons utilisé la méthode d'analyse statistique appelée « **analyse des composantes principales** » (ACP), avec le logiciel R. Elle consiste à représenter l'ensemble des variables par des variables synthétiques, sous forme d'axes, appelées « composantes principales ». Cette méthode permet de décrire un jeu de données, de le résumer et d'en réduire la dimensionnalité (c'est-à-dire de réduire le nombre de variables pour en faire ressortir les plus importantes).

Cette approche est à la fois **géométrique** et **statistique** : les variables sont représentées dans l'espace, et les nouveaux axes indépendants expliquent mieux la variabilité des données. L'ACP permet de faire ressortir les informations importantes contenues dans l'ensemble des données, notamment par l'influence des variables sur les axes principaux. Il est alors nécessaire d'interpréter ces nouvelles variables (axes factoriels) en tenant compte de la règle suivante : si une variable a une forte contribution positive à l'axe, les individus ayant une forte contribution positive à l'axe sont caractérisés par une valeur élevée de la variable.

L'ACP est représentée en deux parties indissociables :

- la carte factorielle nous permet d'établir l'importance de chaque variable sur un axe par sa projection sur celui-ci, elle est accompagnée de son tableau de corrélation.
- la carte des individus est constituée des mêmes axes, et cette fois le nuage de points y est représenté.

Pour comparer deux échantillons indépendants constitués de variables quantitatives continues, nous utilisons le test-t de Student. Pour chaque épreuve, le test permettra de déterminer statistiquement si la moyenne des deux jeux de données présente une différence significative. Pour cela, on émet l'hypothèse nulle qu'il n'y a pas de différence significative entre les moyennes des deux groupes. Puis nous mesurons la p-value, valeur qui permet de confirmer ou d'infirmer l'hypothèse nulle. Par convention, lorsque la p-value est supérieure à 0,05, l'hypothèse nulle est acceptée et aucune différence significative n'est alors enregistrée.

III- Résultats

III.1. Résultats de toute la population expérimentale

Dans un premier temps, la détermination de variables synthétiques est réalisée en fonction de leur représentativité des différentes variables. L'analyse des données sous R donne l'histogramme suivant :

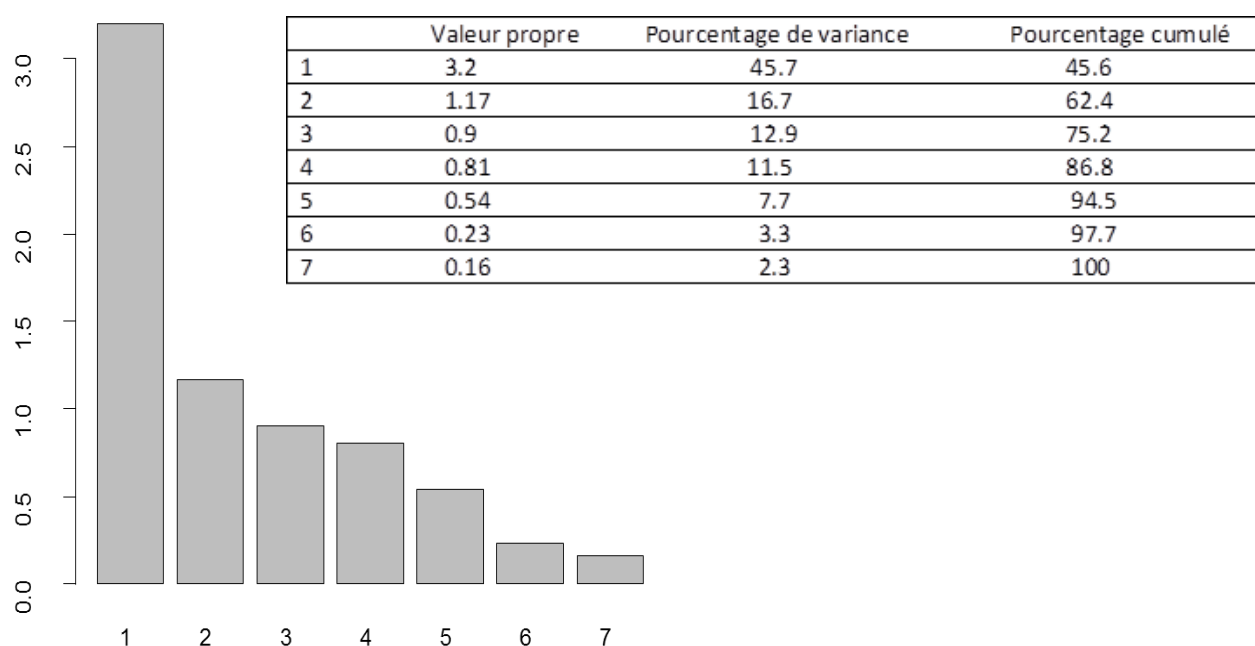


Figure 4 : Valeurs propres des axes de l'ACP

Cet histogramme des valeurs propres nous indique une forte influence du premier axe par rapport aux suivants, qui se différencient mal. Nous conservons les meilleurs axes factoriels pour l'ACP : axe 1 (axe horizontal) et axe 2 (axe vertical). Ces axes sont exprimés en pourcentage de la représentation totale des variations enregistrées entre chaque enfant testé. Cela représente l'étendue du nuage de points. En choisissant deux axes, nous arrivons à une bonne représentativité (plus de 60% de variance cumulée). Au vu de la faible valeur des autres axes, en ajouter n'apporterait pas de réelle modification sur notre ACP et son interprétation.

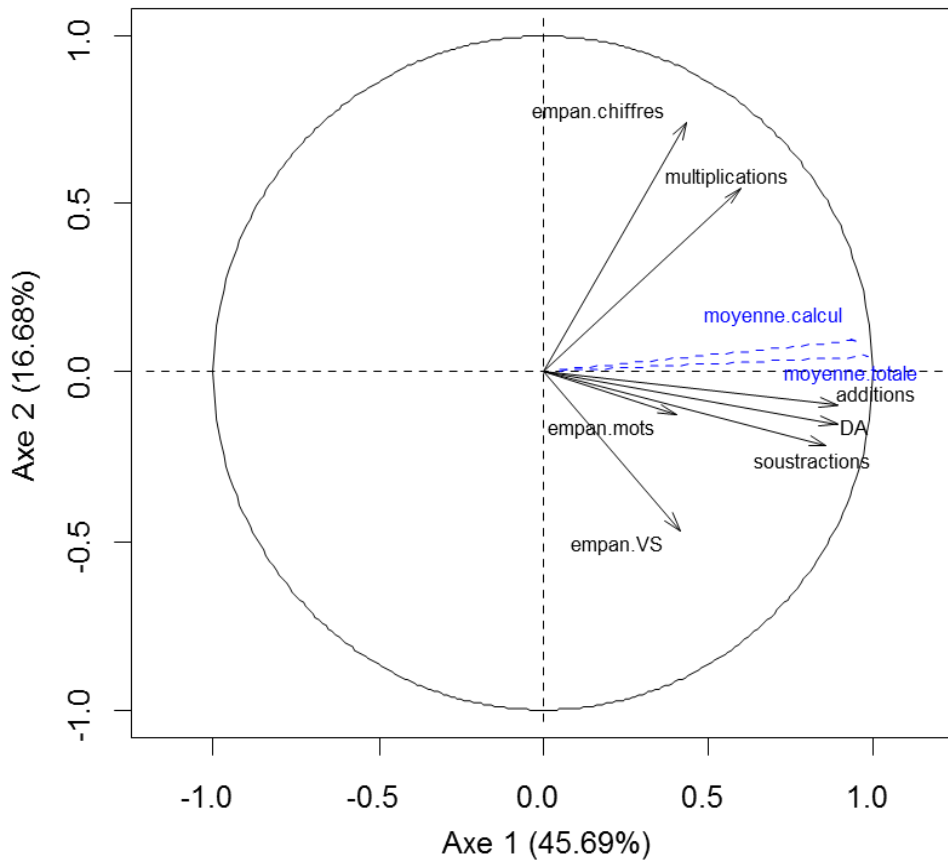


Tableau de corrélation des variables avec les composantes principales

Axe 1	corrélation
moyenne totale	0.98589
moyenne calcul	0.94889
DA	0.89035
additions	0.88876
soustractions	0.85790
multiplications	0.59876
empan chiffres	0.43286
empan VS	0.41544
empan mots	0.40174

Axe 2	corrélation
empan chiffres	0.74548
multiplications	0.54682
empan VS	-0.46776

Carte factorielle des individus (ACP)

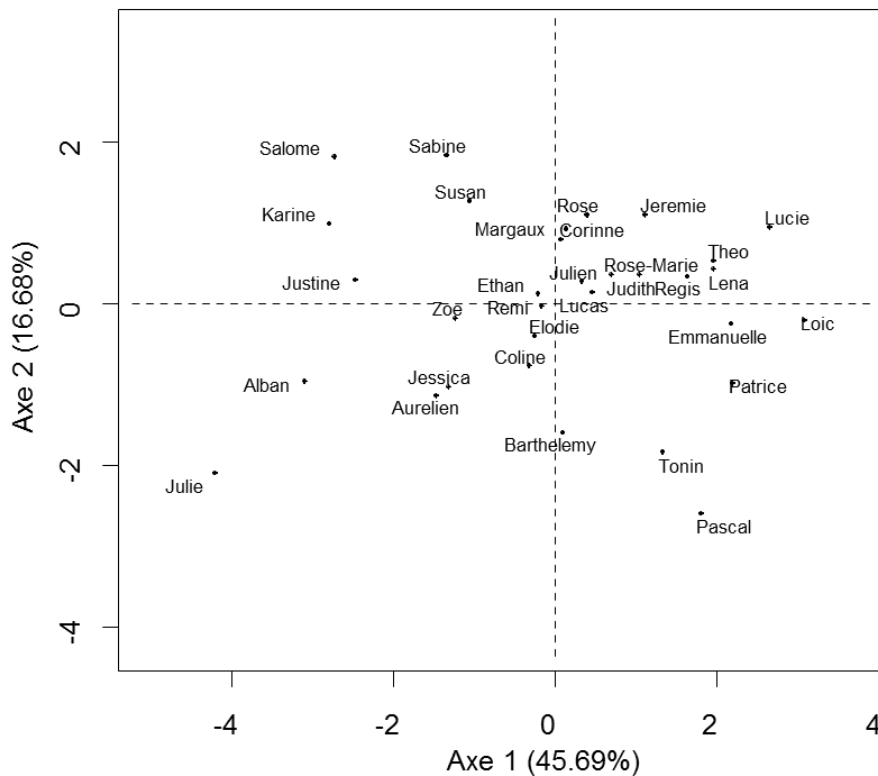


Figure 5: Carte factorielle des variables (a) et des individus (b)

L'axe horizontal est celui qui représente le plus les différences entre les enfants. En le comparant à nos valeurs, nous constatons que les enfants disposant d'une moyenne élevée de tous leurs résultats (aux 7 épreuves citées) sont disposés à l'opposé des enfants avec une faible moyenne sur cet axe. Sur l'ensemble des épreuves, Loïc et Lucie ont une bonne moyenne, alors que Julie et Alban ont une moyenne faible. De plus, la corrélation extrêmement forte (0,98) entre l'axe horizontal et une variable illustrative « *moyenne totale* », non prise en compte dans le calcul de l'ACP, illustre ce propos et permet de confirmer notre interprétation (figure 5a). **Cet axe discrimine donc les moyennes des résultats obtenus aux différentes épreuves.**

Le deuxième axe (vertical) semble opposer les variables empan.chiffres et empan.VS sur le cercle de corrélation des variables. En le comparant à nos résultats, nous constatons que les enfants représentés à l'extrême négatif de cet axe ont obtenus de bons résultats à l'épreuve de mémoire de travail (MDT) visuo-spatiale, et de faibles résultats à l'épreuve de MDT auditivo-verbale de chiffres. Inversement, sur l'extrême positif de l'axe vertical, les enfants présentent de bonnes performances en MDT auditivo-verbale de chiffres, et un faible score en MDT visuo-spatiale. Nous pouvons donc interpréter cet axe comme **opposant les enfants performants dans l'une ou l'autre des modalités mnésiques.**

Sur le cercle des corrélations (figure 5a), nous savons que plus une variable a une projection lointaine sur l'axe, plus elle sera liée à celui-ci. Nous constatons alors que la première dimension (axe horizontal) est particulièrement liée aux épreuves « additions », « soustractions » et « décomposition additive ». Il apparaît donc que la répartition des enfants, est majoritairement associée à leur différence dans ces 3 épreuves. L'ajout d'une variable illustrative nommée « *moyenne calcul* » (figure 5a) représentant la moyenne aux épreuves d'additions, soustractions et multiplications confirme, par sa forte corrélation avec l'axe (0,95), l'influence de l'arithmétique dans la répartition des enfants évalués sur cette dimension. Nous pouvons donc tisser **un lien fort entre les performances en calcul et la moyenne générale** de l'enfant.

pouvons également affirmer que notre épreuve d'opérations arithmétiques, créée pour les besoins du protocole, est pertinente. En effet, les enfants de notre population suivis en orthophonie sont moins performants que les enfants témoins.

III.2.2. Distinction selon l'âge des enfants

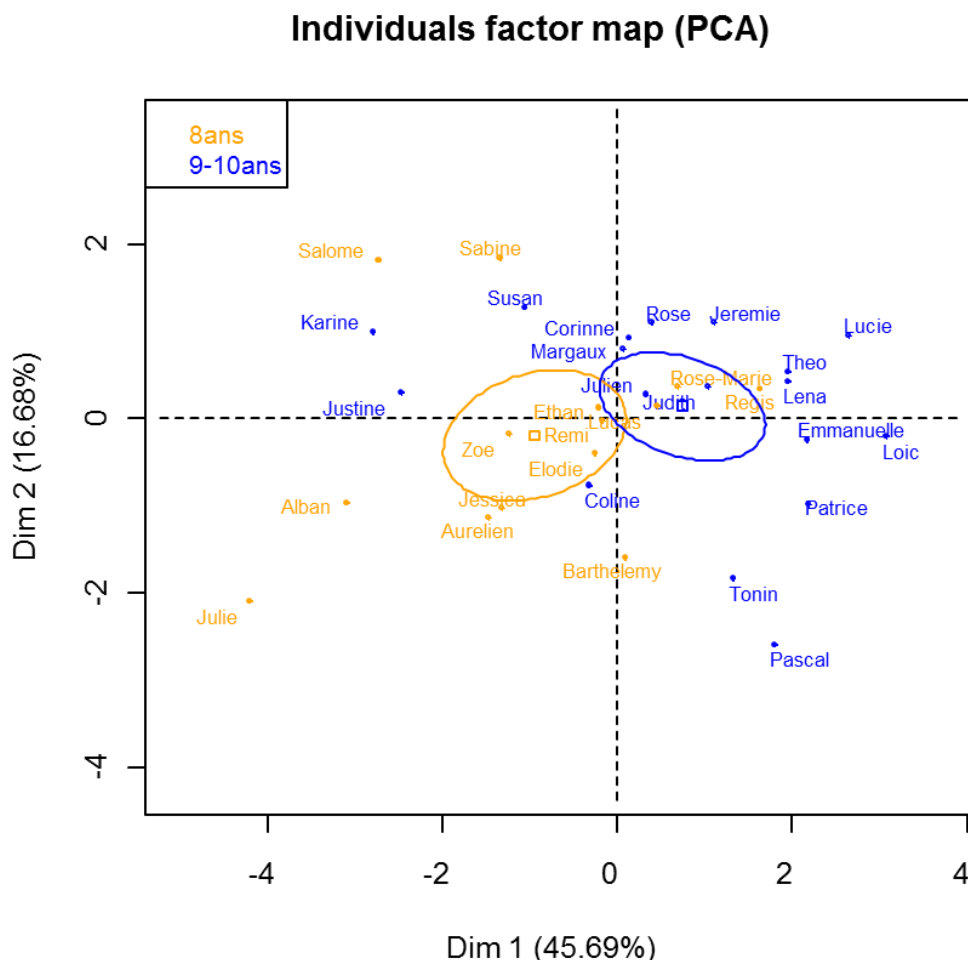


Figure 7 : Carte factorielle des individus groupés selon l'âge

Notre population comprend 32 enfants âgés de 8 ans 1 mois à 11 ans 1 mois. Les performances arithmétiques varient beaucoup dans cette période riche en apprentissages. Afin d'interpréter au mieux nos résultats, nous avons aussi affiché notre population selon l'âge des individus. Nous avons ainsi ciblé d'une part 14 enfants de 8 ans 1 mois à 8 ans 11 mois, d'autre part 11 enfants de 9 ans à 9 ans 11 mois et enfin 7 enfants de plus de 10 ans. Les barycentres des individus des groupes « 9 ans » et « 10 ans » étant très proches, nous avons choisi de les regrouper en un seul groupe « 9-10 ans » afin de le comparer plus facilement au groupe « 8 ans ».

Il est intéressant de noter que les barycentres des individus des deux groupes d'âge, ainsi que les ellipses de confiance, sont répartis de façon claire sur l'axe horizontal signifiant la moyenne des épreuves globales (et de calcul). Leur distinction est significative d'une opposition entre ces deux groupes. Il est donc notable qu'à 8 ans, les performances en calcul sont moindres qu'à 9 ans, et ce pour une population comprenant des enfants avec et sans troubles en arithmétique. En comparant ces barycentres avec ceux des groupes « *suivi.orthophonique* » et « *tout-venant* », nous observons qu'ils sont représentés sensiblement au même endroit sur l'axe horizontal. Dans notre population, la moyenne des épreuves chez les enfants suivis en orthophonie approche celle des enfants de 8 ans. De même, la moyenne des épreuves chez les enfants tout-venant est comparable à celle des enfants de 9-10 ans. L'âge joue un rôle essentiel dans la réussite des épreuves et doit donc être pris en compte pour les comparaisons statistiques supplémentaires.

III.2.3. Note complémentaire sur l'axe 2

Nous pouvons noter que l'axe 2 ne permet pas de caractériser les différents groupes d'individus que nous souhaitons opposer. En effet, certains enfants suivis en orthophonie sont représentés dans la partie positive de l'axe, d'autres dans la partie négative. Les enfants tout-venant présentent la même répartition aléatoire. De même pour les enfants de 8 ans ou les enfants de 9-10 ans.

De plus, l'axe 2 ayant un pouvoir largement moins discriminant que l'axe 1 sur l'ensemble de notre population (16,7% contre 45,7%), il n'est pas étonnant que **les différents profils mnésiques ne soient caractéristiques ni d'une différence d'âge, ni d'une présence de trouble en arithmétique**, mais se rapportent plutôt à d'autres critères non étudiés ici. Nous ne pouvons pas interpréter les différents profils mnésiques dans cette étude.

IV- Analyse des résultats et recherche de corrélation

Nous avons démontré que nos deux groupes différaient significativement. Nous voulons maintenant savoir s'il existe un lien entre les habiletés numériques des enfants et leurs habiletés mnésiques et de décomposition additive.

IV. 1. Recherche de corrélation entre les épreuves

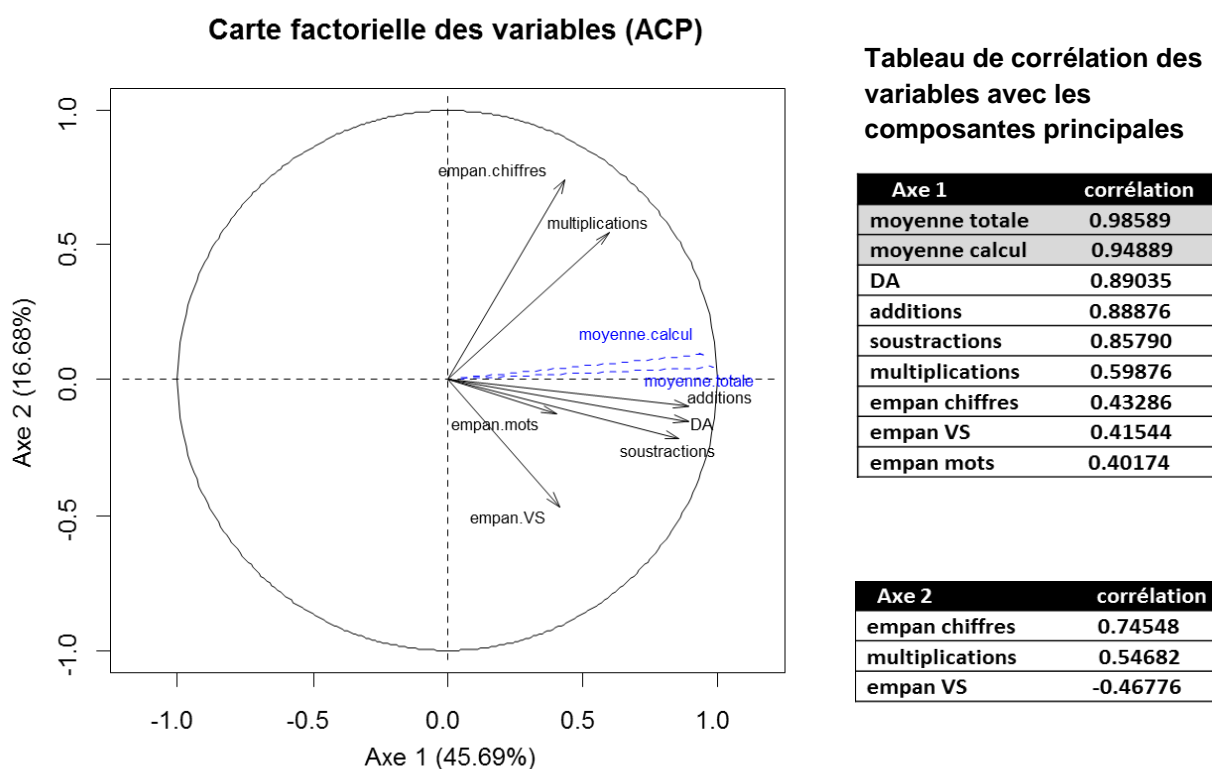


Figure 5a : carte factorielle des variables de l'ACP

IV.1.1. L'épreuve de calcul

- Les multiplications

A partir de la littérature, nous savons que les multiplications sont en général répétées fréquemment, et apprises par cœur. Leur mémorisation facilite ainsi la stratégie de récupération des faits multiplicatifs.

Lors de l'épreuve de résolution d'opérations arithmétiques, nous avons observé que les multiplications étaient très fréquemment résolues par la stratégie de récupération directe en mémoire. Les justifications obtenues telles « *j'en connais par cœur* », « *j'ai appris* » et le temps de réponse vont dans ce sens. Les enfants avec troubles en arithmétique ont utilisé cette stratégie presque aussi souvent que les enfants tout-venant. Leurs scores étaient donc, pour certains, équivalents.

La projection de l'épreuve de multiplications sur le cercle des corrélations corrobore cette observation : l'ACP nous indique **que les multiplications sont autant corrélées à la MDT auditivo-verbale de chiffres (axe 2) qu'aux performances en arithmétique (additions et soustractions) (axe 1)**. Résoudre des multiplications implique la MDT auditivo-verbale, et les enfants avec troubles en arithmétique obtiennent en moyenne de bons résultats à notre épreuve. Ce n'est cependant pas le cas pour les additions et soustractions, qui ne semblent pas liées à cette mémoire.

- Les additions et les soustractions

La projection des deux épreuves d'additions et soustractions sur l'axe horizontal est facilement interprétable. Selon la cotation de tout notre protocole, les enfants les plus performants sont ceux qui obtiennent les meilleurs résultats aux épreuves d'additions et de soustractions.

De plus, l'ACP nous indique que ces deux épreuves sont très liées entre elles : **les performances en additions d'une part, en soustractions d'autre part, évoluent conjointement**. Les stratégies utilisées par les enfants pour résoudre les deux types d'opérations sont du même ordre : comptage digital, comptage verbal, décomposition de l'opération en calculs plus simples. Lors de notre passation, nous avons pu observer que la référence à l'addition était assez fréquente dans la résolution des soustractions (par exemple,

pour 10-5... « *je sais que 5 et 5 ça fait 10* »). L'analyse statistique des résultats confirme cette observation qualitative.

IV.1.2. L'épreuve de décomposition additive

L'épreuve de décomposition additive est fortement représentée sur l'ACP. Elle a une influence importante sur l'axe 1 (0,89), sur la moyenne globale des individus, et par conséquent sur la moyenne des trois épreuves de calcul. Sur la carte factorielle des variables, les épreuves d'additions et soustractions se superposent quasiment: ces deux épreuves sont très liées aux performances de décomposition additive. En effet, pour tous les enfants, les résultats à l'épreuve de décomposition additive augmentent conjointement aux résultats des épreuves d'additions et soustractions.

Dans la littérature, la représentation du nombre en base dix a été largement explicitée. L'enfant acquiert cette représentation du nombre au cours de son développement. Elle lui permet de résoudre facilement un calcul comprenant un nombre à deux chiffres en concevant des séquences dizaines-unités. Au cours de nos passations, nous avons également pu observer des décompositions additives en base 5, et une référence aux doubles ($6+7$ était résolu en passant par $(6+6)+1$ ou $(7+7)-1$) ou aux faits arithmétiques connus (pour $5+8$... « *5 et 7 je sais que ça fait 12, +1 égale 13* »).

Nous pouvons affirmer que, pour les enfants que nous avons rencontrés, **les performances en décomposition additive sont fortement corrélées aux additions et soustractions**. Ce n'est le cas ni pour l'épreuve de multiplication ni pour aucune autre épreuve. Ces données sont validées par l'ACP.

IV.1.3. Les épreuves de mémoire de travail

- Empan envers de mots et calcul

L'épreuve de MDT auditivo-verbale sur du matériel non chiffré (empan.mots) est sous-représentée sur l'ACP. Nous en déduisons donc une incompatibilité entre cette épreuve et l'ensemble des autres variables formant les dimensions du graphique. Les enfants ne sont pas caractérisés par cette épreuve : elle influe très peu la moyenne globale des individus. **Les performances des individus en MDT auditivo-verbale de mots n'influencent pas leurs performances en arithmétique.**

- Empan envers de chiffres et empan envers de mots

En analysant conjointement les résultats des deux épreuves de MDT auditivo-verbale, chiffres et mots, nous observons que les projections de ces deux variables sont très différentes sur l'axe 2. Les enfants présentent des performances différentes lors de ces deux épreuves. L'influence du langage dans l'épreuve d'empan de mots n'est sûrement pas à négliger, mais l'absence de test langagier dans notre protocole ne nous permet pas de statuer sur ce lien. En revanche, nous avons pu noter plusieurs erreurs dans la répétition des listes de mots chez certains enfants, soulevant la question d'une fragilité phonologique (par exemple /fy/ pour flux, /sã/ pour sol, /klã/ pour clan). Cette observation n'est pas retrouvée dans l'épreuve d'empan de chiffres. Nous pouvons toutefois conclure que, dans notre population, **les enfants ont un empan mnésique auditivo-verbal de chiffres non équivalent à l'empan mnésique auditivo-verbal de mots.**

- Empan envers de chiffres et empan envers visuo-spatial

L'interprétation des résultats aux épreuves de MDT auditivo-verbale de chiffres et de MDT visuo-spatiale est à faire conjointement. Les deux modalités, autant l'une que l'autre, **ont un faible impact sur la moyenne globale**, et donc par transitivité sur la moyenne des calculs. En effet elles ont la même projection sur l'axe horizontal. Certains enfants de notre population présentent un déficit dans la modalité auditivo-verbale mais compensent par de bonnes performances visuo-spatiales. Inversement, certains enfants faibles en MDT visuo-spatiale compensent par de bonnes performances en MDT auditivo-verbale. Grâce aux résultats présentés, nous pouvons montrer que dans notre population, **les enfants présentant une difficulté dans l'une des modalités mnésiques ont tendance à compenser par l'autre.**

Cependant, la performance majoritaire dans l'une des modalités mnésique n'est pas liée à la présence ou non d'un trouble en arithmétique. En effet, parmi les enfants suivis en orthophonie, certains privilégient la mémoire auditive, d'autre la visuelle. De même pour les enfants tout-venant. Cependant, la plupart des enfants que nous avons rencontrés présentent des résultats similaires dans les deux modalités mnésiques : cela se traduit par la faible représentativité de notre nuage de points par l'axe 2.

Concernant notre population, **l'empan mnésique auditivo-verbal et l'empan mnésique visuo-spatial sont faiblement corrélés au score en calcul**, comme l'indique le tableau des corrélations. Les projections de ces deux variables sont identiques sur l'axe 1 mais négligeables.

IV.2. Comparaison des deux groupes d'enfants sur chaque épreuve.

Après avoir recherché les liens entre les épreuves, nous allons maintenant nous intéresser aux performances des deux groupes d'enfants, épreuve après épreuve. Cette analyse nous permettra de préciser l'ACP et d'envisager des différences significatives entre les individus des deux groupes, avec ou sans troubles en arithmétique.

Les résultats sont analysés et organisés sous forme d'histogrammes. Dans notre analyse, les résultats des deux groupes d'individus sont significativement différents si le test-t de Student indique une p-value $< 0,05$ (annexe 5).

Nous avons vu précédemment que l'âge joue un rôle dans la réussite de ces épreuves. Pour la suite des comparaisons statistiques, cette donnée sera prise en compte. Les analyses seront faites d'une part sur les enfants de 8 ans, d'autre part sur les enfants de 9-10 ans. Cette distinction permet de pallier l'éventuel biais expérimental lié à l'âge.

IV.2.1. L'épreuve de calcul

- Les enfants de 8 ans

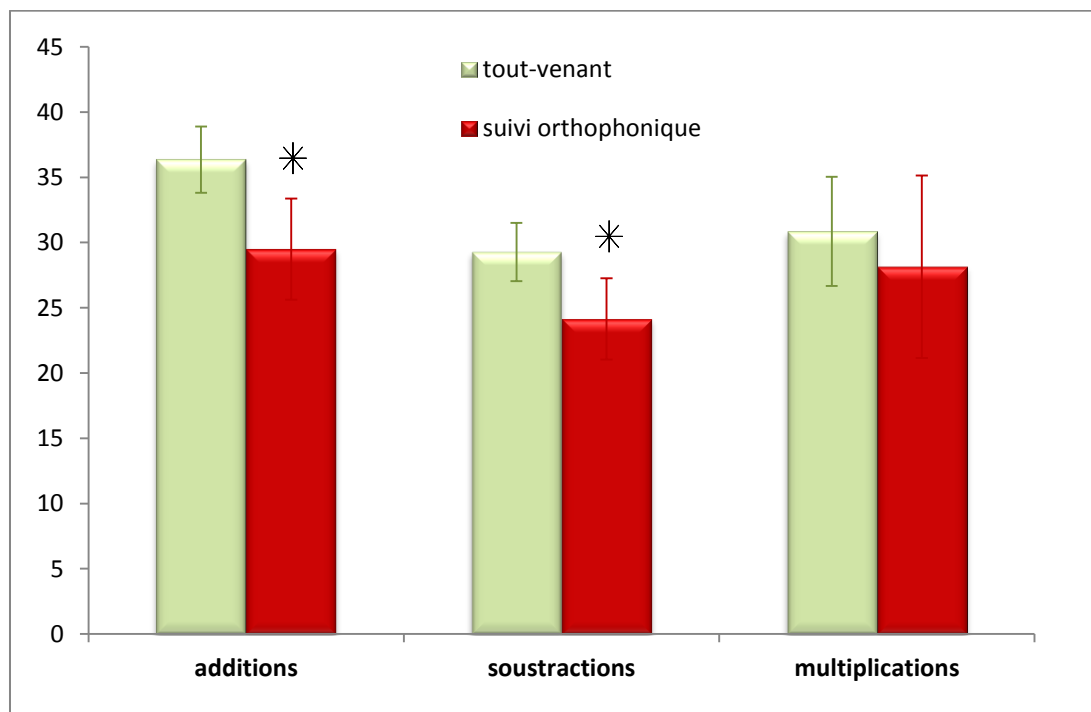


Figure 8 : Résultats des épreuves de calcul chez les enfants de 8 ans.

* Différence significative (test-T de student $P < 0,05$)

L'épreuve de calcul se compose de trois sous-épreuves : les additions, les soustractions et les multiplications. Pour chacune de ces composantes, nous avons comparé les résultats des enfants de nos deux groupes (présence d'un trouble en arithmétique, absence de trouble en arithmétique).

Les enfants tout-venant ont, en moyenne, des résultats supérieurs aux enfants suivis en orthophonie dans les trois sous-épreuves de calcul. Cependant, le test de comparaison de moyennes indique que seules les additions et soustractions présentent des différences significatives entre les deux groupes d'individus. En effet, pour les multiplications, la p-value est supérieure à 0,05 (annexe 5).

Nous pouvons conclure que pour notre population, **les enfants de 8 ans avec troubles en arithmétique ont des performances en additions et soustractions significativement inférieures aux enfants tout-venant**. Ce n'est pas le cas pour les multiplications.

L'analyse plus précise de l'histogramme nous renseigne de la même façon : bien que les enfants tout-venant aient tendance à être plus performants sur les trois épreuves, c'est seulement sur les additions et soustractions que les différences deviennent significatives, et la lecture des écarts-types le montre.

Sur les épreuves d'additions et de soustractions, les écarts-types ne se recoupent pas. L'enfant avec troubles en arithmétique le plus performant aura une note juste inférieure à celle de l'enfant tout-venant le moins performant (33/45, contre 33,5/45 pour les additions, 27/40 contre 26 /40 pour les soustractions).

Julie (8 ans 8 mois, suivie en orthophonie) résout les additions et soustractions avec des procédures très peu automatisées. Pour les additions, elle utilise la stratégie « counting on » : elle part du cardinal du premier nombre et ajoute le nombre de pas correspondant au second opérande. Ainsi, pour résoudre $5 + 8$, elle maintient 5 en mémoire, puis ajoute 8 doigts. Pour les soustractions, elle utilise la procédure de comptage digital « separate from » : pour résoudre $9-4$, elle lève 9 doigts, baisse 4 doigts un à un, regarde sa main dont les 5 doigts sont levés et annonce 5. Les soustractions dont le résultat est supérieur ou égal à 10 sont échouées.

Pour ce qui est de l'épreuve de multiplications, les différences entre les deux groupes d'enfants ne sont pas significatives. En effet, pour cette épreuve, p-value > 0,05 et les écarts-

types se chevauchent. L'écart des notes chez les enfants tout-venant est compris dans l'écart des notes des enfants avec troubles en arithmétique. Autrement dit, les enfants les plus performants dans chacun des deux groupes obtiennent des notes égales (35/35). Concernant les notes les plus basses, c'est un enfant du groupe « suivi orthophonique » qui obtient la note la plus basse (17/35) alors que le moins performant des enfants tout-venant obtient 22/35.

- Les enfants de 9 et 10 ans

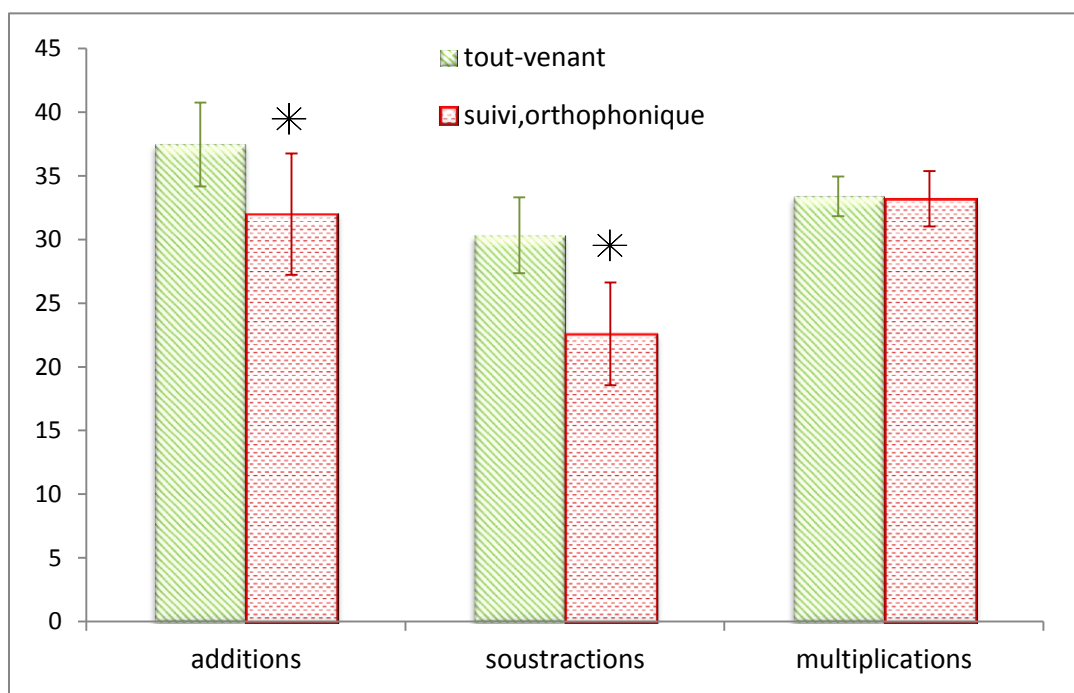


Figure 9 : Résultats des épreuves de calcul chez les enfants de 9 et 10 ans.

* Différence significative (test-T de student $P < 0,05$)

Les enfants de 9 et 10 ans tout-venant ont, en moyenne, des résultats supérieurs aux enfants suivis en orthophonie dans deux épreuves. Le test de comparaison de moyennes indique ici aussi que seules les additions et soustractions présentent des différences significatives entre les deux groupes d'individus. ($P > 0,05$ pour les multiplications).

Nous observons que pour notre population, **les enfants avec trouble en arithmétique de 9 et 10 ans ont des performances en additions et soustractions significativement inférieures aux enfants tout-venant.** Ce qui n'est pas le cas pour les multiplications.

Les résultats des enfants sur les épreuves d'additions et soustractions sont hétérogènes : le plus performant des enfants avec troubles en arithmétique obtient une meilleure note que le moins performant des enfants tout-venant (38/45 contre 31,5/45). Pour les soustractions, la note de l'enfant suivi en orthophonie le plus performant (27/40) est à peine supérieure à la note de l'enfant tout-venant le moins performant (25,5/40).

Contrairement à Julie (8 ans 8 mois) qui utilise le comptage digital de façon visible, Karine (9 ans 7 mois, suivie en orthophonie) n'a pas bougé ses doigts durant toute l'épreuve. Pour autant, elle n'utilise pas les stratégies plus matures de manière efficiente. Ses temps de réponse, ainsi que ses justifications, nous indiquent qu'elle utilise toujours le comptage digital. Lors de l'une de ses justifications, elle annonce « *je vois mes doigts dans ma tête* ». Cependant, elle possède un grand nombre de faits arithmétiques en mémoire et la stratégie de récupération directe est souvent utilisée. Elle obtient d'ailleurs 35/35 à l'épreuve de multiplications. Pour trois soustractions, lorsque l'un des opérandes –ou les deux- est supérieur à 10, Karine dit « *je sais pas* », et n'essaie pas d'utiliser ses doigts.

Concernant les multiplications, les écarts-types des notes des deux groupes sont quasi-identiques du fait des bons résultats obtenus sur cette épreuve. Les notes des enfants varient entre 30/35 et 35/35 chez les enfants avec troubles en arithmétique d'une part, entre 31/35 et 35/35 chez les enfants tout-venant d'autre part. Entre 9 et 10 ans, il n'existe pas de différence significative entre les enfants avec ou sans troubles en arithmétique lors de l'épreuve de multiplications. Leurs résultats sur cette épreuve sont homogènes.

IV.2.2. L'épreuve de décomposition additive

- Les enfants de 8 ans

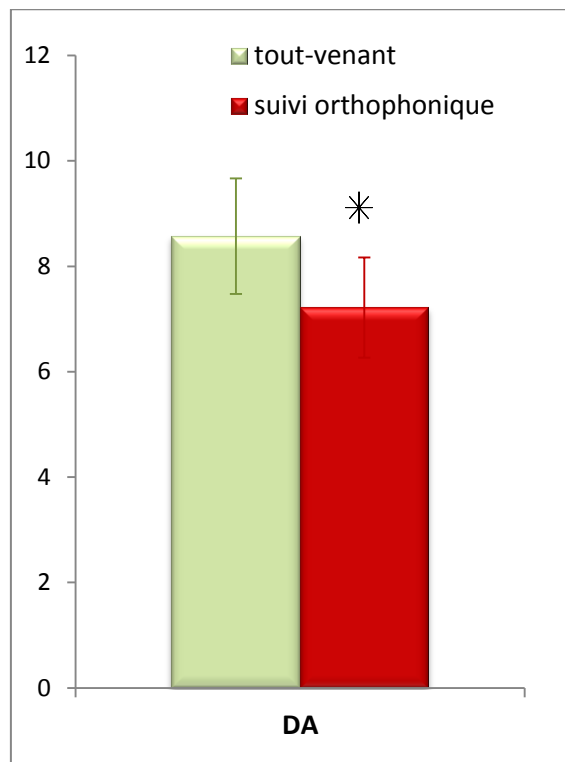


Figure 10 : Résultats de l'épreuve de décomposition additive chez les enfants de 8 ans.

* Différence significative (test-T de student $P < 0,05$)

L'épreuve de décomposition additive est analysée individuellement. Nous comparons les résultats des deux populations sur cette épreuve. Le test-t de Student nous indique que $P < 0,05$ (annexe 5).

Nous pouvons observer une différence significative entre les deux groupes d'individus sur cette épreuve de décomposition additive. **Les enfants avec troubles en arithmétique de 8 ans utilisent des procédures de décomposition additive moins automatisées que les enfants tout-venant du même âge.** En effet, les enfants suivis en orthophonie obtiennent des notes comprises entre 6/12 et 9,5/12, alors que les notes des enfants tout-venant varient de 7,5/12 à 10,5/12.

Julie est celle qui, parmi les enfants de 8 ans, a le moins réussi cette épreuve de décomposition additive. Elle compte systématiquement sur ses doigts pour trouver les deux décompositions de 6 et les quatre décompositions de 8, ce qui lui fait obtenir le plus petit score.

- Les enfants de 9 et 10 ans

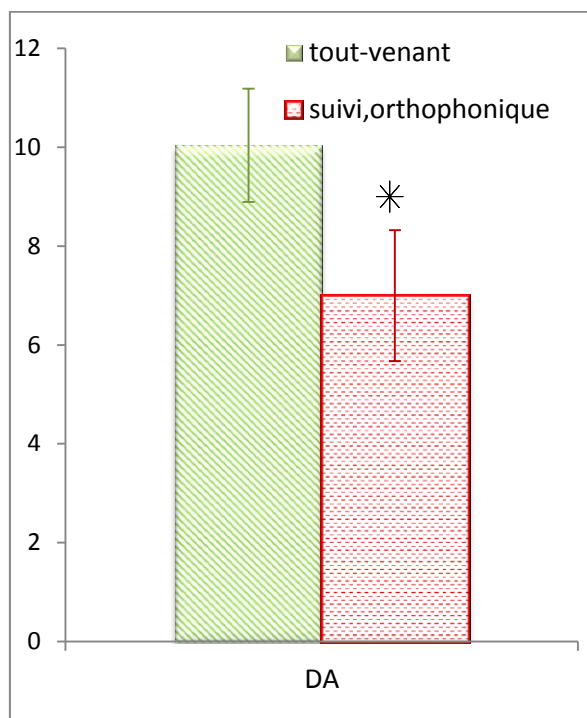


Figure 11 : Résultats de l'épreuve de décomposition additive chez les enfants de 9 et 10 ans.

* Différence significative (test-T de student $P < 0,05$)

Pour les enfants de 9 et 10 ans, le test-t de Student nous indique que la p-value est bien inférieure à 0,05 (annexe 5). La différence entre les enfants avec troubles en arithmétique et les enfants tout-venant est beaucoup plus significative que celle enregistrée pour les enfants de 8 ans.

A cet âge également, et dans une plus forte mesure, **les enfants avec troubles en arithmétique utilisent des procédures de décomposition additive moins automatisées que les enfants tout-venant**. Les notes varient entre 5,5/12 et 9/12 chez les enfants suivis en orthophonie, et entre 8,5/12 et 11/12 chez les enfants tout-venant. La différence entre les deux groupes est donc très marquée.

Karine est l'enfant qui a obtenu la moins bonne note. Elle a eu beaucoup de mal à comprendre l'énoncé de la consigne. La décomposition de 6 n'est pas automatique puisqu'elle répond « *on pourrait les ranger par ligne* » à ma demande d'un autre rangement des 6 moutons. Avec plusieurs explications et reformulations, nous nous sommes assurés de la compréhension de la consigne. Cependant, sa première proposition de décomposition additive de 6 est « *5 et7* ». Elle ne réussit pas à trouver quatre décompositions de 8. Elle obtient donc le score le plus bas.

La décomposition additive marque une réelle différence de performance entre les enfants. Les sujets faisant partie du groupe « suivi orthophonique » ont de moins bons résultats que les enfants tout-venant. Cette épreuve est donc très importante. Elle signe une différence de niveaux liée aux épreuves de calcul : des enfants peu performants en calcul sont également faibles en décomposition additive. Ces données rejoignent les résultats de l'ACP. Les variables « DA » et l'axe horizontal de la moyenne globale sont fortement corrélés (0,89) : la décomposition additive est donc fortement corrélée, par transitivité, à la moyenne en calcul. Cette donnée est importante à mettre en exergue pour expliquer les faibles résultats en calcul de certains enfants.

IV.2.3. L'épreuve de mémoire de travail auditivo-verbale

- Les enfants de 8 ans

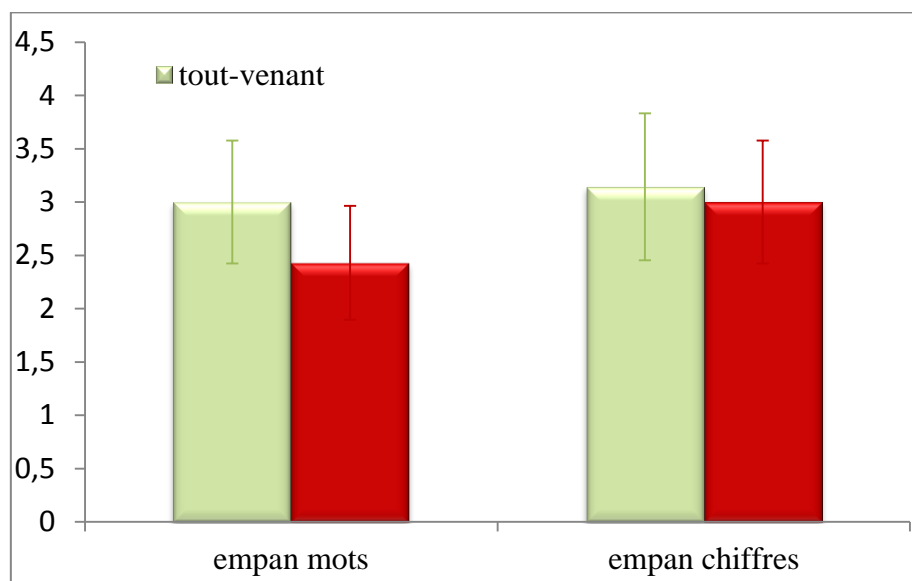


Figure 12 : Résultats de l'épreuve de mémoire de travail chez les enfants de 8 ans.

* Différence significative (test-T de student $P < 0,05$)

Pour les enfants de 8 ans, les épreuves de mémoire de travail auditivo-verbale passées dans notre protocole ne permettent pas de statuer sur une différence significative entre nos deux groupes d'enfants. Le test-t de Student apporte une p-value supérieure à 5%. Même si l'observation de l'histogramme fait apparaître une moyenne légèrement supérieure chez les enfants tout-venant, cela ne signifie en aucun cas une différence entre les deux groupes.

Pour les enfants que nous avons rencontrés, **nous ne pouvons pas valider l'hypothèse** selon laquelle les enfants de 8 ans avec troubles en arithmétique ont un empan mnésique auditivo-verbal significativement inférieur aux enfants tout-venant du même âge.

Ce résultat est corroboré par la lecture des scores d'empans. L'empan envers de mots varie entre 2 et 5 pour les enfants tout-venant d'une part, entre 2 et 4 pour les enfants suivis en orthophonie d'autre part. Les deux groupes d'enfants ont un empan envers de chiffres compris entre 2 et 5.

- Les enfants de 9 et 10 ans.

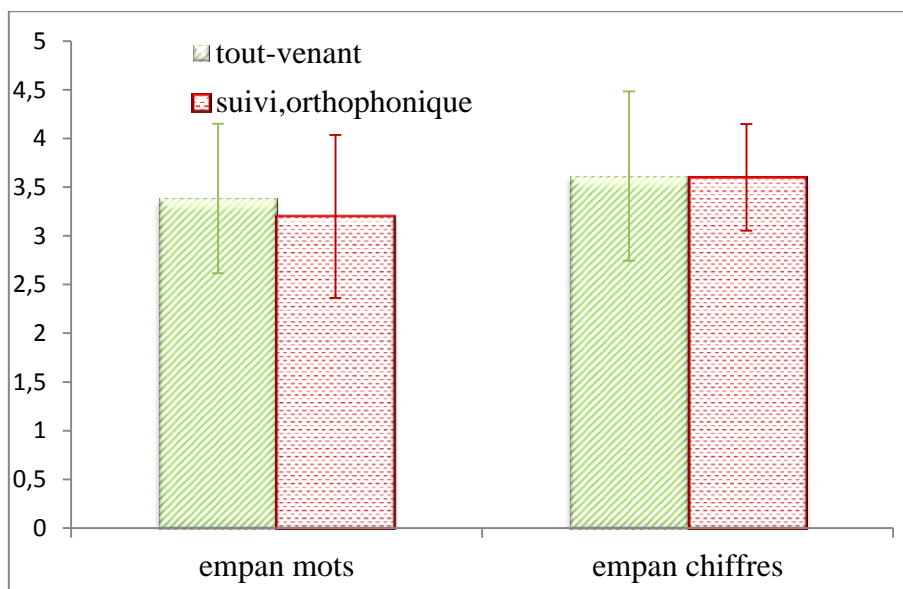


Figure 13 : Résultats de l'épreuve de mémoire de travail chez les enfants de 9 et 10 ans.

* Différence significative (test-T de student $P < 0,05$)

Pour les enfants de 9 à 10 ans, le test-t de Student indique, pour les deux modalités de cette épreuve de mémoire de travail auditivo-verbale, une p-value bien supérieure aux 5% (annexe 5) de significativité référence. Nous ne pouvons pas conclure à une différence significative de performances mnésiques selon la présence ou non d'un trouble en arithmétique.

L'observation des histogrammes corrobore cette analyse statistique. Concernant l'empan envers de chiffres, les enfants des deux groupes ont, en moyenne, des résultats similaires. En pratique, nous avons relevé des empan à 3 et 4 chez les enfants suivis en orthophonie. Les enfants tout-venant de CM1 et CM2 ont en majorité un empan envers de 4. Un seul enfant a un empan de 5, et 3 enfants ont un empan inférieur (2 et 3). Ceci est notifié par les écarts-types : la différence des notes d'empan des enfants suivis en orthophonie est moins importante.

Nous observons une absence de différence entre les deux groupes sur l'histogramme de l'empan envers de mots. Les enfants suivis en orthophonie ont des empan de 2, 3 ou 4.

Les enfants tout-venant ont des scores d'empan compris entre 2 et 5. Les écarts-types sont presque équivalents.

Pour notre population expérimentale de 32 enfants, **nous ne pouvons pas valider l'hypothèse** selon laquelle les enfants avec trouble en arithmétique ont un empan mnésique auditivo-verbal significativement inférieur aux enfants tout-venant.

IV.2.4. L'épreuve de mémoire de travail visuo-spatiale

- Les enfants de 8 ans

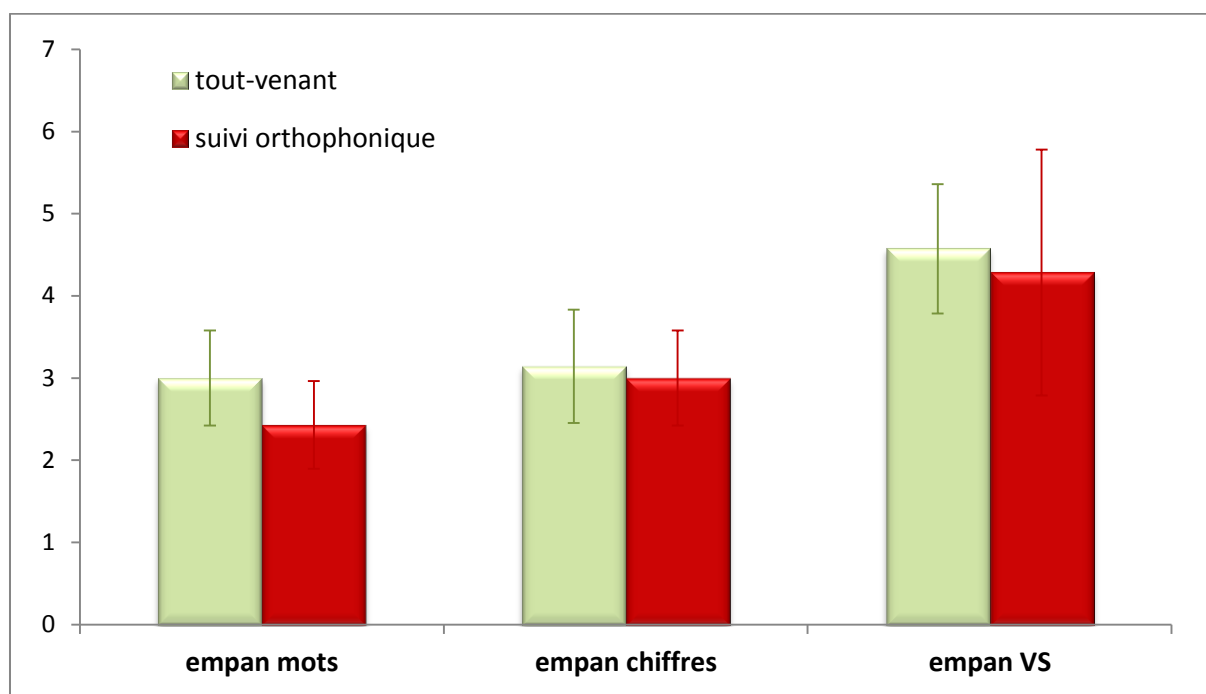


Figure 12 : Résultats de l'épreuve de mémoire de travail chez les enfants de 8 ans.

* Différence significative (test-T de student $P < 0,05$)

Le test-t de Student conclut à une p-value bien supérieure à 5% (annexe 5) pour l'épreuve « empan VS ».

L'épreuve de mémoire de travail visuo-spatiale de notre protocole indique qu'il n'existe pas de différence significative entre les deux groupes d'enfants sur cette épreuve. Notre hypothèse selon laquelle les enfants avec troubles en arithmétique ont un empan mnésique visuo-spatial significativement inférieur aux enfants tout-venant est donc **invalidée** pour notre population d'enfants de 8 ans.

L'analyse des écarts-types des enfants à cette épreuve de MDT visuo-spatiale démontre que les empan envers des enfants tout-venant sont compris dans l'écart-type des enfants avec déficit en arithmétique. Deux enfants de 8 ans suivis en orthophonie ont un empan de 6 (Julie et Aurélien) alors qu'un seul obtient le même score parmi les tout-venants (Rose-Marie). Pour les empan les plus faibles, Salomé, suivie en orthophonie, a seulement un empan de 2, alors que les moins performants des enfants tout-venant ont un empan envers de 4. Les enfants de 8 ans suivis en orthophonie ont donc **des compétences en mémoire de travail visuo-spatiale très hétérogènes**.

Selon les histogrammes des épreuves de mémoire de travail, les enfants de 8 ans, quel que soit leur groupe, sont en moyenne plus performants en modalité visuo-spatiale qu'en modalité auditivo-verbale.

- Les enfants de 9 et 10 ans

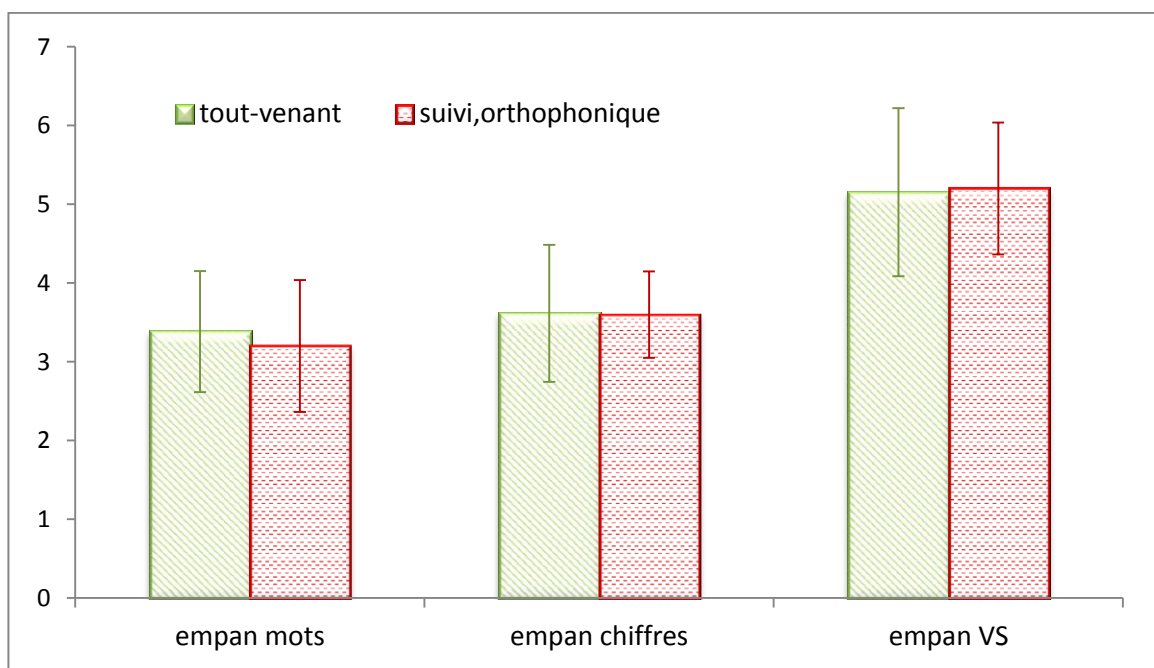


Figure 13 : Résultats de l'épreuve de mémoire de travail chez les enfants de 9 et 10 ans.

* Différence significative (test-T de student $P < 0,05$)

Concernant les enfants de 9 et 10 ans, le test-t de Student conclut également à une p-value fortement supérieure à 5%.

Pour notre population, l'épreuve de mémoire de travail visuo-spatiale ne met pas en évidence de différence significative entre les deux groupes d'individus. L'hypothèse de travail selon laquelle les enfants avec trouble en arithmétique ont un empan mnésique visuo-spatial significativement inférieur aux enfants tout-venant est donc **invalidée** pour notre population.

Les écarts-types des empan mnésiques ne sont pas semblables à ceux des enfants de 8 ans. Ici, les enfants suivis en orthophonie de 9-10 ans ont des empan très rapprochés : souvent 6 ou 5, et un seul enfant a un empan de 4. Les enfants tout-venant obtiennent fréquemment des empan de 4, 5 ou 6, et un seul enfant peut désigner 7 cubes à l'envers.

Dans cette tranche d'âge, les performances en modalité visuo-spatiale sont, en moyenne, également supérieures à celles de la modalité auditivo-verbale.

Pour conclure sur ces épreuves de mémoire, **les différences entre les deux groupes – présence ou absence de déficit en arithmétique - ne sont pas significatives**, et nous ne pouvons pas conclure à une supériorité des performances mnésiques d'un groupe ou d'un autre. Nous ne pouvons donc pas affirmer que les enfants suivis en orthophonie ont des performances moindres en mémoire de travail.

IV.2.5. Les épreuves complémentaires

- La mémoire à long terme

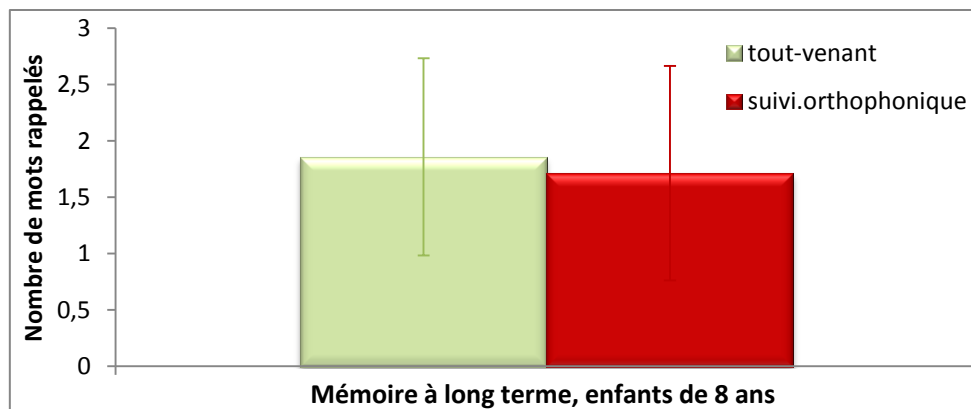


Figure 14 : Résultats de l'épreuve de mémoire à long terme chez les enfants de 8 ans

* Différence significative (test-T de student $P < 0,05$)

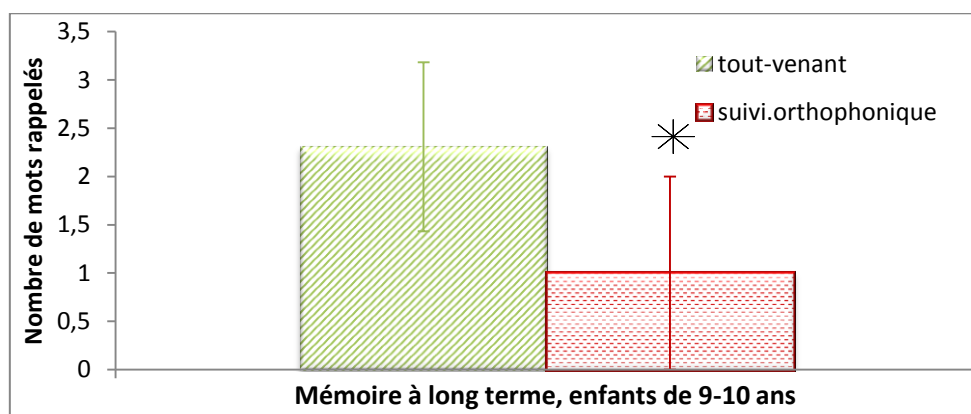


Figure 15 : Résultats de l'épreuve de mémoire à long terme chez les enfants de 9-10 ans

* Différence significative (test-T de student $P < 0,05$)

Pour notre population d'enfants de 8 ans, le test-Student conclut à une p-value supérieure à 5% (annexe 5). Les enfants suivis en orthophonie peuvent récupérer un nombre de mots équivalents à celui des enfants tout-venant. En effet, à cet âge, il n'y a pas de différence significative entre les deux groupes.

Pour notre population d'enfants de 9-10 ans, le test-t de Student conclut à une p-value inférieure à 5% (annexe 5). Nous observons donc une différence significative entre les deux groupes : à partir de 9 ans, **les enfants suivis en orthophonie peuvent récupérer un nombre de mots significativement inférieur à celui des enfants tout-venant.** Les enfants avec déficit en arithmétique sont donc moins performants en mémoire à long terme. L'encodage étant vérifié au début d'entretien par un rappel immédiat, ce sont vraiment les compétences de mémoire à long terme qui sont déficitaires. Ces enfants ont plus de difficultés à stocker et de récupérer les trois mots proposés que les enfants témoins. Nous pouvons supposer qu'ils ont également des difficultés à stocker et récupérer rapidement des faits arithmétiques.

- L'épreuve de connaissance de faits arithmétiques

Lors de cette épreuve, les enfants devaient répondre à dix énoncés arithmétiques simples (des petits opérands, des règles (« $n \times 1 = n$ »), des doubles). Nous mesurons le temps mis par l'enfant pour répondre oralement à ces 10 énoncés.

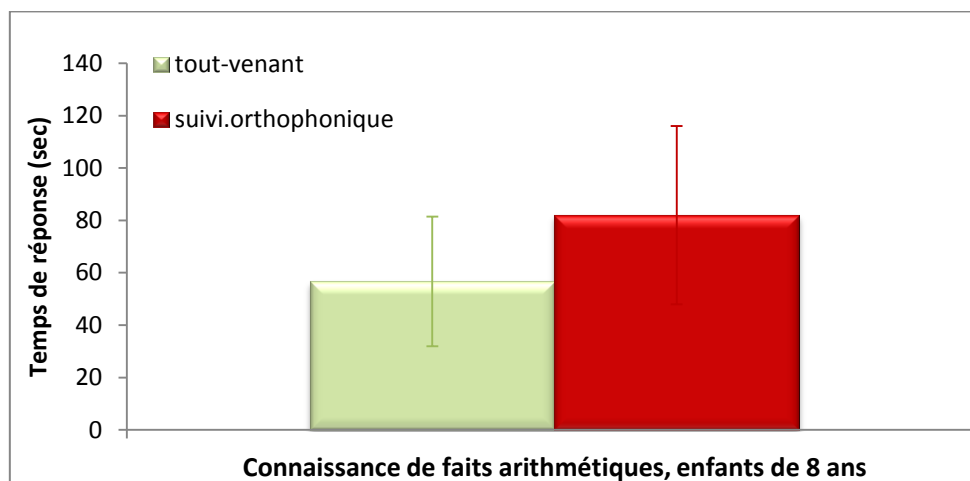


Figure 16 : Résultats de l'épreuve de connaissance de faits arithmétiques chez les enfants de 8 ans

* Différence significative (test-T de student $P < 0,05$)

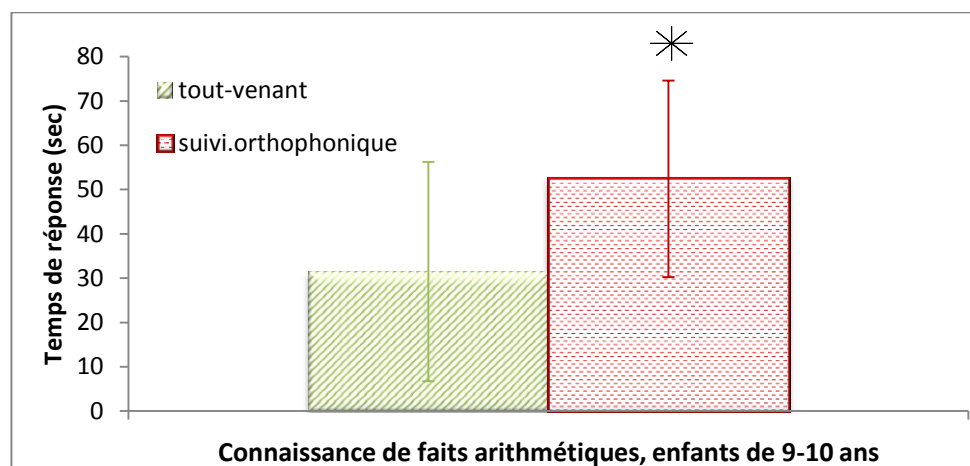


Figure 17 : Résultats de l'épreuve de connaissance de faits arithmétiques chez les enfants de 9 et 10 ans

* Différence significative (test-T de student $P < 0,05$)

Pour notre population d'enfants de 8 ans, le test-Student conclut à une p-value supérieure à 5% (annexe 5). Les enfants suivis en orthophonie mettent un temps équivalent à celui des enfants tout-venant pour résoudre les faits arithmétiques. En effet, à cet âge, il n'y a pas de différence significative entre les deux groupes.

Concernant les enfants de 9 et 10 ans, Le t-test conclut à une p-value bien inférieure à 5%. Les différences de performances entre les deux groupes sont significatives. Les enfants suivis en orthophonie mettent beaucoup plus de temps à résoudre les dix faits arithmétiques simples. **Pour récupérer des faits en mémoire, les enfants de 9-10 ans avec déficit arithmétique sont moins performants que les enfants témoins.**

- Lien entre les épreuves complémentaires

Alors qu'à 8 ans, il n'y a pas de différences significatives entre les enfants sur les deux épreuves complémentaires, à partir de 9 ans un écart se crée. Il est utile de rappeler que c'est à 8 ans que les enfants apprennent les tables de multiplications, type d'opérations présent dans l'épreuve de faits arithmétiques.

Nous pouvons lier les deux épreuves complémentaires : les enfants de 9-10 ans avec déficit en arithmétique sont moins performants en mémoire à long terme, et mettent plus de temps à résoudre des faits arithmétiques simples. Si la mémoire à long terme est insuffisante, il est difficile d'encoder des faits arithmétiques en mémoire. Lors de cette épreuve, certains enfants ont pu répondre aux items proposés par une stratégie moins rapide : le comptage. Nous pouvons également supposer que des stratégies moins rapides sont utilisées par les enfants avec déficit arithmétique par peur de l'erreur, par sécurité. Au contraire, la rapidité des enfants tout-venant pour répondre aux dix items signe une confiance en soi préservée : lorsqu'ils sont sûrs d'eux, ils répondent rapidement.

Ces deux données, faiblesse de la mémoire à long terme et lenteur de réponse, sont intéressantes à évoquer pour une explication de l'immaturation des procédures de résolution d'opérations arithmétiques. La différence significative entre les deux groupes d'enfants sur ces deux épreuves montre le rôle important de la mémoire à long terme dans l'encodage des faits arithmétiques en mémoire. Cette mémorisation (des faits arithmétiques) permet aux enfants de se libérer du comptage et d'accéder à des stratégies de résolution d'opérations plus matures.

DISCUSSION

1- Validité de la méthodologie :

La composition de l'échantillon de population :

Notre échantillon de population provient de trois écoles pour les enfants tout-venant, et de différents cabinets d'orthophonie pour les enfants avec déficit en arithmétique. Nous avons rencontré mi-janvier des élèves d'une école publique du centre-ville de Nantes. Afin que notre échantillon soit le plus représentatif possible, nous avons rencontré début février des élèves de deux écoles privées des Côtes d'Armor (22). De même, les enfants suivis en orthophonie ont été rencontrés au sein des cabinets implantés dans la région nantaise et l'agglomération lannionaise (22). Toutes les rencontres se sont déroulées entre le 15 janvier et le 27 février 2015. Durant ce laps de temps, les enfants ont évolué dans leurs apprentissages scolaires : ce léger décalage temporel dans nos passations a pu légèrement influencer nos résultats.

Suite à nos rencontres, trois enfants n'ont pas été intégrés dans notre étude :

- Ella : Suivie en orthophonie pour des troubles du calcul, elle n'a pas pu réaliser l'épreuve de multiplications, ne les ayant pas apprises à l'école. Cette épreuve, et celle de connaissances de faits arithmétiques n'ont pas été passées.
- Maxime : Suivi en orthophonie pour un trouble du raisonnement logico-mathématique, ses difficultés ne portent que sur le domaine logique. Il est très performant dans les épreuves, son calcul n'est pas « lent, non automatisé ». De ce fait, il ne rentre pas dans nos critères d'inclusion.
- Nolwenn : Suivie en orthophonie pour des troubles du langage écrit, elle présente par ailleurs de bonnes performances lors de nos épreuves de calcul. Elle ne rentre pas dans nos critères d'inclusion.

Nous avons finalement intégré trente-deux enfants à l'étude : vingt enfants tout-venant, douze enfants suivis en orthophonie. Ils venaient de milieux socio-culturels variés. Il aurait été intéressant de contrôler cette variable car la théorie met en évidence l'influence du niveau socio-économique et du langage dans le développement et la réussite mathématiques.

Nos analyses statistiques sont basées sur un échantillon de population réduit et hétérogène. Elles constituent une représentation d'une population plus vaste mais doivent être relativisées.

Nos résultats ne peuvent prétendre être généralisés à une population globale, mais ils sont valables pour l'échantillon testé.

Les conditions de passation

Nous avons essayé de limiter les biais de passation en respectant plusieurs critères :

- Tous les enfants ont été testés par la même personne.
- L'ordre des épreuves a été identique pour tous, nous suivions rigoureusement l'ordre du protocole.
- Les passations se sont déroulées lors d'une unique rencontre, dont la durée variait entre 25 et 35 minutes.

Le protocole a été rédigé consciencieusement, et nous disposions du même support lors de chaque passation. Nous avons fait en sorte de respecter les consignes du protocole établi. Cependant, nous avons modifié la consigne de l'épreuve de calcul au cours du mois de janvier, en ôtant « *dans ta tête* ». Tous les enfants n'ont donc pas entendu la même consigne. De plus, ce respect des consignes n'a pu se faire que dans les limites des réactions des enfants : ils ne nous connaissaient pas, et nous avons choisi de privilégier la qualité relationnelle à la rigidité du protocole. La consigne de l'épreuve de décomposition additive a été plusieurs fois incomprise. Nous l'avons donc reformulé, expliqué avec d'autres mots et gestes, afin de nous assurer que l'enfant avait compris notre demande. Nous avons cependant tenté de rester neutres et d'influencer le moins possible les résultats.

Le matériel utilisé

L'épreuve de calcul a été créée entièrement pour les besoins de l'étude. Nous nous sommes servis de tests étalonnés et d'épreuves complémentaires proposés par différents auteurs et orthophonistes. Les opérations sélectionnées nous ont semblé pertinentes dans les stratégies qu'elles permettaient de mobiliser. Des opérations simples faisaient fréquemment appel à la récupération directe du résultat en mémoire, alors que d'autres plus complexes étaient résolues par comptage digital ou décomposition additive. Cependant, cette sélection aurait été plus étoffée si nous avions fixé une durée plus longue pour les rencontres. La volonté de restreindre notre protocole pour une passation de 30 minutes nous a contraints à sélectionner seulement 9 additions, 8 soustractions et 7 multiplications. Ce nombre d'item

faible nécessite de relativiser nos résultats. En effet, il aurait fallu un nombre d'item nettement plus élevé pour étudier plus précisément les stratégies de résolution des enfants.

La cotation de cette épreuve de calcul a également été créée pour les besoins de l'étude. Nous avons donc attribué un certain nombre de points en fonction de la stratégie utilisée par l'enfant. Cette attribution s'est faite en fonction des données théoriques concernant le déroulé des acquisitions stratégiques. Néanmoins, cette cotation reste subjective. Elle ne correspond à aucune cotation de test étalonné.

Les items de l'épreuve de connaissances de faits arithmétiques ont été créés à partir de faits simples (doubles, règles de calcul, petits opérandes). Nous voulions savoir si les enfants étaient en mesure de récupérer rapidement des faits simples en mémoire. C'est le temps total mis pour répondre aux 10 items qui est relevé. Cependant, nous nous sommes aperçus que certains enfants ont résolu ces opérations, dites simples, par la stratégie de comptage digital. Les items sélectionnés ont peut-être été trop difficiles, ne correspondant pas vraiment à des faits mémorisés. De plus, le temps de réponse obtenu est nécessairement lié au mode de déclenchement du chronomètre. Celui-ci étant manuel, les temps relevés peuvent varier légèrement des temps réels.

L'épreuve de mémoire à long terme consistait à encoder trois noms communs en début de protocole et à les restituer en fin. Nous nous sommes aperçus que certains enfants ont récupéré des mots de l'épreuve de mémoire auditivo-verbale. Certains d'entre eux ont donc récupéré trois mots, dont un erroné. Nous comptabilisions alors seulement deux mots récupérés. L'évaluation de la mémoire à long terme par cette épreuve pourrait donc avoir fait entrer en jeu d'autres capacités, dont le langage.

Pour élaborer une épreuve de mémoire de travail auditivo-verbale sur du matériel non chiffré, nous nous sommes inspirés du travail de Majerus (2012). Les items choisis pour notre protocole ne correspondent pas à une épreuve de mémoire de travail existant initialement. En effet, en l'absence de test étalonné, nous avons entièrement créé cette épreuve. L'empan de mots relevé pour chaque enfant de notre population ne vaut pas un empan relevé via des tests étalonnés sur une vaste population. C'est toutefois le mieux que nous puissions faire.

L'épreuve de mémoire de travail auditivo-verbale de chiffres est tirée d'un test édité par le groupe Cogni-Sciences : la BALE. L'étalonnage du test n'a pas été utilisé volontairement

dans cette étude, seules les séries de chiffres ont été reprises. Deux enfants, lors de cette épreuve, ont échoué rapidement à la restitution de chiffres envers : pour une restitution de « 1 2 3 » en ordre inverse, ils ont énoncé 3 1 2 au lieu de 3 2 1. Cette erreur peut être expliquée par une mémoire de travail faible ou une incompréhension de la consigne.

Plus généralement, nous avons fait le choix de ne pas utiliser d'étalonnage lors de l'analyse des résultats, et de comparer les réponses des enfants entre elles. Cela nous a permis de créer notre cotation des épreuves de calcul et de décomposition additive, et ainsi d'observer dans une plus grande mesure les stratégies de résolution d'opérations utilisées par les enfants. Néanmoins, les tests étalonnés étant validés sur une plus large population, se référer à l'étalonnage lors de la passation d'un bilan dans un but de diagnostic ou d'élaboration d'un projet thérapeutique est essentiel. Ainsi, les résultats obtenus lors de cette étude ne sont valables que pour notre échantillon.

Analyse des données

L'analyse en composantes principales (ACP) permet de réduire le nombre de variables. Elle permet de faire ressortir les informations importantes. Toutefois, l'ACP n'a pas été effectuée sur les épreuves de connaissances de faits arithmétiques, et de mémoire à long terme. Elles ont été proposées en supplément du protocole initial ; nous les trouvons courtes et peu discriminantes à cause de la subjectivité de la cotation (déclenchement du chronomètre) et des processus autres mis en jeu (le langage dans la mémoire à long terme). Ces deux épreuves ont été analysées indépendamment, mais pourront toutefois être associées ultérieurement aux principaux éléments émergents de l'analyse.

Nous avons essayé d'être les plus rigoureux possible dans les analyses statistiques. La taille de l'échantillon de notre étude limite leur validité ; cependant, ces données ne sont pas négligeables. Les compléter et les approfondir pourraient être l'objet d'une nouvelle étude pour laquelle elles constitueraient une base solide.

2- Réponses à nos hypothèses de travail et confrontation des résultats à la littérature

Après une revue de la littérature dans notre domaine, nous avons établi plusieurs hypothèses opérationnelles. Certaines ont été validées, d'autres pas.

L'influence de la décomposition additive

Les analyses statistiques montrent que la décomposition additive est fortement corrélée (0,89) à l'axe horizontal de l'ACP (correspondant à la moyenne globale aux épreuves). La moyenne des calculs étant elle aussi corrélée (0,94) à l'axe horizontal, nous en déduisons que la décomposition additive est corrélée à la moyenne en calcul. **Plus un enfant est performant en décomposition additive, plus ses résultats aux épreuves d'additions et de soustractions sont bons.** Nous voyons ici l'importance de cette compétence dans la résolution d'opérations arithmétiques. En revanche, la décomposition additive ne semble pas liée aux résultats de l'épreuve de multiplications.

Les enfants avec déficit en arithmétique obtiennent des performances significativement inférieures aux enfants tout-venant. Ils utilisent donc des procédures de décomposition additive moins automatisées. Ces enfants sont capables de décomposer un nombre mais ils sont plus lents, plus hésitants et produisent davantage d'erreurs. Nous rejoignons donc l'idée de Ménissier (2003) selon laquelle le recours à la décomposition additive facilite la résolution d'opérations. Rappelons que la sélection d'une procédure repose sur la vitesse des procédures disponibles, sur ses antécédents (réussite antérieure, ...) et son coût de mise en œuvre (Fayol, 2012). Il convient donc de s'attarder sur la procédure de décomposition additive lors d'un déficit en arithmétique.

L'influence de la mémoire de travail auditivo-verbale

Concernant la mémoire de travail auditivo-verbale, la théorie souligne son importance dans la résolution d'opérations arithmétiques. L'enfant doit associer en mémoire de travail les opérandes de l'opération au résultat pour mémoriser des faits arithmétiques. Une faiblesse de la mémoire de travail serait associée à l'utilisation de stratégies de calcul immatures et lentes. Cette lenteur serait source d'erreur (Fayol, 2014).

Cependant, nos analyses statistiques montrent que, pour notre population, **la mémoire auditivo-verbale n'est pas corrélée aux résultats en calcul.** Des enfants non performants en mémoire de travail auditivo-verbale peuvent obtenir de bons résultats aux épreuves de calcul. De plus, les deux groupes d'enfants ne présentent pas de différences significatives dans leurs performances à cette épreuve. **Les enfants avec déficit en arithmétique ont les mêmes performances que les enfants tout-venant.** Notre population de 32 enfants est insuffisante

pour prétendre pouvoir généraliser cette donnée à toute la population. Cependant, cette information n'est pas négligeable.

Notre protocole est basé exclusivement sur la comparaison des deux groupes prédéfinis. Les étalonnages de tests de mémoire de travail existants n'ont pas été utilisés. Ceux-ci étant validés sur une plus large population, se référer à cet étalonnage lors de la passation d'un bilan dans le but de diagnostic ou d'élaboration d'un projet thérapeutique est toutefois essentiel.

L'influence de la mémoire de travail visuo-spatiale

Tout comme pour la modalité auditivo-verbale, la modalité visuo-spatiale de la mémoire de travail influence peu les résultats en calcul. **La mémoire de travail visuo-spatiale n'est pas corrélée aux épreuves de résolution d'opérations arithmétiques.** Des enfants ayant de faibles performances en mémoire de travail visuo-spatiale peuvent être performants en calcul.

Lors de cette épreuve, il n'y a pas de différences significatives entre les deux groupes d'enfants : **les enfants avec déficit en arithmétique ont les mêmes performances que les enfants tout-venant.**

Cependant, en comparant les deux modalités de mémoire de travail, nous pouvons relever les meilleurs résultats en modalité visuo-spatiale des enfants. Tous les sujets de notre étude sont en moyenne plus performants en mémoire de travail visuo-spatiale qu'en mémoire de travail auditivo-verbale. Il est important d'évaluer la modalité visuelle de la mémoire de travail dans un cadre de diagnostic et d'élaboration d'un projet thérapeutique, en se référant à un test étalonné, validé sur une large population.

Notre étude nous indique que **l'empan mnésique auditivo-verbal et l'empan mnésique visuo-spatial sont faiblement corrélés au score en calcul.** Les assises théoriques affirmant au contraire que les performances en mémoire de travail sont importantes pour la résolution d'opérations arithmétiques, nous nous sommes interrogés sur nos résultats. L'analyse statistique ne peut pas être mise en doute. Cependant, les épreuves d'arithmétique, créées pour les besoins du protocole, ont bénéficié d'une cotation rigoureuse et précise. La cotation des épreuves d'empan, quant à elle, a été inspirée de tests préexistants sans modification ni précision. Par comparaison, ces épreuves d'empan sont moins précises que les

épreuves d'arithmétique, et ne permettraient pas de discriminer autant les groupes d'enfants par leurs difficultés. Ceci pourrait expliquer la corrélation faible entre les épreuves mnésiques et les épreuves de calcul pour les enfants de notre population. Néanmoins, nos résultats sont clairs : parmi les enfants rencontrés, certains ne sont pas performants en mémoire de travail, et obtiennent pourtant de bons résultats aux épreuves de calcul. Ces données questionnent l'influence de la mémoire de travail dans le calcul.

L'influence de la mémoire à long terme

L'épreuve de mémoire à long terme nous a permis d'observer les capacités de stockage et de récupération d'une information en mémoire par les enfants. Nous avons choisi de ne pas l'inclure dans l'ACP car nous souhaitons en tirer des analyses qualitatives. Cependant, la comparaison des deux groupes d'enfants « *suivi.orthophonique* » et « *tout-venant* » ne montre une différence significative des performances qu'à partir de 9 ans. **Les enfants suivis en orthophonie de 9-10 ans ont des compétences en mémoire à long terme significativement inférieures** : ils récupèrent moins d'informations que les enfants tout-venant à la fin du protocole. Ce n'est pas le cas pour les enfants de 8 ans. Inclure ces données dans l'ACP nous aurait permis d'observer les liens entre cette épreuve et les autres (mémoire de travail visuo-spatiale, auditivo-verbale, décomposition additive, calcul...).

L'épreuve de connaissances de faits arithmétiques n'a pas été incluse dans l'ACP volontairement. En effet, lors de cette épreuve, nous déclenchons le chronomètre au début du premier item, et l'arrêtons lors de la réponse de l'enfant au dernier item : le rôle de l'examineur entre en jeu dans l'obtention des résultats. Ce n'est pas le cas des autres épreuves. La précision du temps de réponse ne peut pas être assurée dans ces conditions. Toutefois, les données sont telles qu'une différence très significative est observée entre les deux groupes d'enfants de 9-10 ans. Ce n'est pas le cas pour les enfants de 8 ans. Nous constatons alors que **pour récupérer des faits arithmétiques en mémoire, les enfants de 9-10 ans suivis en orthophonie sont moins performants**. Nous pouvons donc supposer que ces enfants disposent de moins de faits en mémoire. Ceci peut être dû à leur faiblesse de mémoire à long terme ou un manque de confiance en soi. Cette épreuve aurait mérité une analyse plus précise.

3- Limites et perspective de recherches

Au cours de notre étude, nous avons pris soin d'être le plus précis possible lors des passations, de la cotation, de l'analyse des résultats et de leur interprétation. Néanmoins, certaines caractéristiques influençant la résolution des opérations arithmétiques n'ont pas été prises en compte. Aucune épreuve de notre protocole ne s'est intéressée au langage oral. Or, le calcul et la linguistique sont liés, essentiellement lors des premiers apprentissages. De plus, les enfants que nous avons rencontrés ont été comparés uniquement selon la présence ou non d'un déficit en arithmétique. Le sexe des enfants, et le niveau socio-culturel dans lequel ils évoluent n'ont pas été pris en compte dans l'analyse des résultats. L'influence du niveau socio-économique et du langage dans le développement et la réussite mathématiques ne sont pourtant pas à négliger. Enfin, les enfants avec trouble ou déficit en arithmétique rencontrés bénéficiaient tous d'une rééducation orthophonique. Nous nous sommes préalablement assuré que moins de 30 séances avaient été consacrées au calcul avec ces enfants. Néanmoins, il est possible et normal que certains enfants aient tiré profit de la rééducation et que cela se répercute sur les résultats obtenus. Nos données auraient été indubitablement différentes si nous avions rencontré des enfants n'ayant peu ou pas bénéficié de rééducation orthophonique.

Cette étude apporte des informations qui peuvent être utiles dans le cadre d'une rééducation orthophonique des troubles du calcul. En effet, une plainte sur le calcul nécessite d'aller investiguer différents domaines. Connaissant l'influence de certaines compétences sur les résultats en calcul, le thérapeute sera en mesure d'apporter l'aide nécessaire au patient, notamment la décomposition additive.

CONCLUSION

Notre étude avait pour objectif d'étudier les raisons de l'immaturation des procédures de résolution d'opérations arithmétiques chez des enfants avec déficit en arithmétique. Les enfants suivis en orthophonie pour des troubles du calcul utilisent des procédures de résolution d'opérations correspondant à celles d'enfants plus jeunes. Leur calcul est donc lent, non automatisé. Nous nous sommes demandés pourquoi ces enfants étaient moins performants que leurs pairs tout-venant.

Pour répondre à notre problématique, nous avons rencontré trente-deux enfants, parmi lesquels vingt enfants tout-venant et douze enfants suivis en orthophonie. Nous avons étudié leur fonctionnement à travers différentes épreuves : le calcul mental oral, la décomposition additive, la mémoire de travail auditivo-verbale, la mémoire de travail visuo-spatiale et la mémoire à long terme.

Les résultats obtenus nous ont permis de mettre en évidence l'existence de liens entre différentes épreuves, et une absence de corrélations entre d'autres. Ainsi, nous avons conforté la théorie dans l'idée d'une corrélation entre la décomposition additive d'une part et les additions et soustractions d'autre part. Plus l'enfant utilise des procédures de décomposition additive automatisées, plus il est performant en additions et soustractions.

Il est admis que les mémoires de travail visuo-spatiale et auditivo-verbale (l'empan envers de chiffres) contribuent autant l'une que l'autre aux performances en calcul. Notre étude a cependant révélé que les performances en calcul ne dépendent pas de la mémoire de travail. Il n'est ainsi pas indispensable d'être performant en mémoire de travail pour obtenir de bons résultats en calcul mental. Cette donnée contredit plusieurs auteurs défendant l'importance de la mémoire de travail pour la résolution d'opérations.

Nous avons également montré des différences significatives de performances entre les deux groupes d'enfants. Les sujets tout-venant sont plus performants lors de certaines épreuves (additions, soustractions, décomposition additive), mais nous n'observons pas de différences lors des épreuves de mémoire de travail et de multiplications. Les enfants avec déficit en arithmétique ont donc des résultats comparables aux enfants tout-venant pour certaines tâches. Nous notons que, dès 9 ans, les enfants suivis en orthophonie ont une mémoire à long terme moins efficace et qu'ils ont du mal à encoder et à récupérer des faits arithmétiques. Cette faiblesse mnésique, associée à une décomposition additive non automatisée limite la mémorisation de nouveaux faits arithmétiques en mémoire. Lors

d'épreuves de calcul, ils recourent alors à des stratégies plus immatures, dont le comptage. Elles sont plus lentes, moins sûres : les enfants se trompent plus fréquemment.

Les épreuves proposées dans cette étude ne sont pas exhaustives et ne permettent pas à elles seules de réaliser un diagnostic orthophonique et un projet thérapeutique. Cependant, les données offertes par notre étude peuvent être appliquées à la pratique orthophonique. Nous avons essayé de questionner les raisons d'une immaturité des procédures de résolution d'opérations arithmétique. D'autres compétences que cette étude n'a pas prises en compte sont toutefois en jeu lors d'une tâche de calcul. Des recherches complémentaires seront à mener pour approfondir les connaissances des troubles en arithmétique, et permettre une rééducation plus ajustée.

BIBLIOGRAPHIE

Barrouillet, P. (2006a) L'émergence des outils arithmétiques. In P. Barrouillet & V. Camos (Eds), *La cognition mathématique chez l'enfant* (pp. 87-115). Marseille : Solal

Barrouillet, P. (2006b) Les troubles de l'arithmétique et la dyscalculie. In P. Barrouillet & V. Camos (Eds), *La cognition mathématique chez l'enfant* (pp. 181-215). Marseille : Solal

Baruk, S. (1992). *Dictionnaire de mathématiques élémentaires*. Paris : Seuil

Brin-Henry, F., Courrier, C., Lederle, E., Masy, V. (2004). *Dictionnaire d'orthophonie*. Isbergues : Orthoéditions

Chalon-Blanc, A. (2005). *Inventer, compter et classer : de Piaget aux débats actuels*. Paris : Armand Colin

Dehaene, S., Cohen, L. (2000) Un modèle anatomique et fonctionnel de l'arithmétique mentale. In M. Pesenti & X. Seron (Eds), *Neuropsychologie des troubles du calcul et du traitement des nombres* (pp.191-232). Marseille : Solal

Dehaene, S. (2010). *La bosse des maths, 15 ans après*. Paris : Odile Jacob

Dolle, J.M. (1974). *Pour comprendre Jean Piaget*. Paris : Dunod, 3^{ème} ré-éd., 1999

Fayol, M.(2012) *Que sais-je ? L'acquisition du nombre*. Paris : Presses Universitaires de France (PUF)

Fayol, M., Camos, V., Roussel, J.L. (2000). Acquisition et mise en œuvre de la numération par les enfants de 2 à 9 ans. In M.Pesenti & X.Seron (Eds), *Neuropsychologie des troubles du calcul et du traitement des nombres* (pp.33-58). Marseille : Solal

Fayol, M., Camos, V. (2006). Langage et mathématiques. In P. Barrouillet & V. Camos (Eds), *La cognition mathématique chez l'enfant* (pp.117-144). Marseille : Solal

Fayol, M. (2014). De la difficulté aux troubles en mathématiques. *Les entretiens de Bichat*. 1-10.

Gandini, D., Lemaire, P. (2005) La résolution d'opérations arithmétiques au cours du développement. In M.P Noël (Eds), *La dyscalculie* (pp. 139-165). Marseille : Solal.

Geary, D-C. (2005) Les troubles d'apprentissage en arithmétique : rôle de la mémoire de travail et des connaissances conceptuelles. In M.P Noël (Eds), *La dyscalculie* (pp. 169-187). Marseille : Solal.

Geary, D-C (2013). Early Foundations for Mathematics Learning and Their Relations to Learning Disabilities. *Current Directions in Psychological Science* , 22 (1), 23-27.

Lafay, A. (2013). Développement des systèmes numériques non symboliques et prédicteurs de réussite mathématique. *Glossa n°112*, 1-17

Majerus, S. (2012). L'évaluation de la mémoire à court terme. In X. Seron & M. Van der Linden (Eds.), *Traité de neuropsychologie clinique – 2ème édition*. Marseille : Solal

McCloskey, M., Caramazza, A. Basili, A. (1985). Cognitive mechanisms in number processing and calculation : evidence from dyscalculia. *Brain and cognition*, 4, 171-196

Ménissier, A. (2003). Les variations stratégiques chez l'enfant dans le calcul d'additions et de soustractions élémentaires. *Glossa n°83*, 20-33

Noël, M.P. (2000). La dyscalculie développementale : un état de la question. In M. Pesenti & X. Seron (Eds), *Neuropsychologie des troubles du calcul et du traitement des nombres* (pp.191-232). Marseille : Solal

Noël, M.P. (2005). Rôle de la mémoire de travail dans l'apprentissage du calcul. In A. Van Hout, C. Meljac & J-P. Fischer (Eds), *Troubles du calcul et dyscalculies chez l'enfant* (pp.186-194). Paris : Elsevier Masson

Noël, M.P. (2011). La dyscalculie développementale : déficits cognitifs sous-jacents et bases neurofonctionnelles. In M. Habib (Eds), *Calcul et dyscalculies : des modèles à la rééducation* (pp.29-44). Paris : Elsevier Masson

Noël, M.P. (2007). Chapitre 9 : L'évaluation des compétences numériques de l'enfant. In Noël M.P. (Eds), *Bilan neuropsychologique de l'enfant* (pp. 211-235). Wavre, Mardaga , «PSY-Évaluation, mesure, diagnostic»,

Piaget, J. (1938). La réversibilité des opérations et l'importance de la notion de « groupe » pour la psychologie de la pensée. In H. Piéron & I. Meyerson (Eds) *Onzième congrès international de psychologie, rapports et comptes rendus, Paris, 1937* (pp.433-434). Version électronique téléchargée sur le site de la Fondation Jean Piaget.

Piaget, J. (1941, 1991, 7ème édition). *La genèse du nombre chez l'enfant*. Neuchâtel, Paris: Delachaux et Niestlé

Piaget, J., Inhelder, B. (1941). *Le développement des quantités physiques chez l'enfant: conservation et atomisme*. Neuchâtel, Paris: Delachaux et Niestlé.

Piaget, J., Inhelder, B. (1959, ré-ed 1991). *La genèse des structures logiques élémentaires, classifications et sériations*. Lausanne et Paris: Delachaux et Niestlé

Seron, X., Pesenti, M. (1999) Le calcul et ses troubles chez l'enfant. In J.A.Rondal et X.Seron (Eds) *Troubles du langage, Bases théoriques, diagnostic et rééducation* (pp.797-820). Liège : Editions Mardaga

Seron, X., Pesenti, M. (2000) Neuropsychologie des troubles du calcul : une introduction. In M. Pesenti & X. Seron (Eds), *Neuropsychologie des troubles du calcul et du traitement des nombres* (pp.85-125). Marseille : Solal

Siegler, R.S. (2010). *Enfant et raisonnement : le développement cognitif de l'enfant*. Bruxelles : De Boeck Université (3^{ème} édition, œuvre originale publiée en 1997)

Van Nieuwenhoven, C., Grégoire, J., Noël, M-P. (2001). *TEDI-MATH : test Diagnostique des compétences de base en mathématiques*. Paris : Editions du Centre de Psychologie Appliquée.

Von Aster, M., Dellatolas, G. (2006). *ZAREKI-R : Batterie pour l'évaluation du traitement des nombres et du calcul chez l'enfant*. Paris : ECPA

Von Aster, M. & Dellatolas, G. (2006). *ZAREKI-R : Batterie pour l'évaluation du traitement des nombres et du calcul chez l'enfant* [Manuel et cahier de passation]. ECPA

Wechsler, D. & Naglieri, J. (2009). *WNV : Echelle non verbale d'intelligence de Wechsler*. Paris : ECPA

LISTE DES ANNEXES

Annexe 1 : la demande d'accord parental.....	95
Annexe 2 : le protocole de passation.....	96
Annexe 3 : le relevé des notes.....	102
Annexe 4 : les notes centrées réduites.....	104
Annexe 5 : les p-values.....	105

ANNEXE 1 : LA DEMANDE D'ACCORD



A Nantes, le 1^{er} décembre 2014

COSSON Marion

Etudiante orthophoniste
Ecole d'Orthophonie de l'Université de Nantes –
Faculté de Médecine
E-mail :

Formulaire de consentement pour l'enfant

Recherche dans le cadre du Mémoire pour l'obtention
du Certificat de Capacité en Orthophonie

Madame, Monsieur,

Je suis une étudiante orthophoniste en dernière année d'études. Dans ce cadre, je réalise un mémoire sur les procédures de résolution d'opérations. Je souhaite faire participer votre enfant à mon étude qui se déroulera entre décembre 2014 et janvier 2015. Cette recherche porte sur les performances mathématiques chez des enfants de 8 à 10 ans, et comporte des épreuves dont la durée n'excède pas 40 minutes. Elles ne constituent en aucun cas une évaluation intellectuelle. Les enfants que nous allons rencontrer dans ce cadre vont nous permettre de mieux rendre compte des capacités des enfants à cet âge scolaire. Les réponses des enfants seront enregistrées pour m'assurer de ne rien omettre. Cependant les supports audio serviront uniquement à cette étude, et ne seront pas diffusés.

Cette étude ne comporte aucun risque et respecte en tout point les règles d'éthique scientifique, notamment en ce qui concerne la confidentialité des résultats et le respect des participants, conformément au Code de la Santé Publique auquel je suis tenue. Ainsi, le nom de votre enfant ne paraîtra sur aucun support. De même, si vous acceptez que votre enfant participe à cette étude, ce dernier peut malgré tout refuser d'y prendre part ou interrompre sa participation à n'importe quel moment. Par ailleurs, afin d'éviter toute incidence sur les parcours scolaire et personnel des enfants, je ne transmettrai aucun résultat individuel, que ce soit aux enseignants, aux parents ou à l'administration de l'Education Nationale. Un résumé présentant le déroulement de la recherche et faisant état des principaux résultats vous sera remis en fin d'année scolaire.

Si vous acceptez, il vous suffit de remplir cette feuille et de la remettre à l'enseignant de votre enfant le plus rapidement possible.

Je vous remercie de votre collaboration et reste à votre entière disposition pour tout complément d'information.

Marion COSSON

Après lecture, je reconnais avoir pris connaissance des éléments mentionnés ci-dessus et

refuse que mon enfant participe à cette étude.

accepte que mon enfant participe à cette étude

Nom et Prénom du (des) parent(s) ou du (des) titulaire(s) de l'autorité parentale :

Nom et prénom de l'enfant : _____

Date de naissance de l'enfant : _____

Le _____ à _____

Signature(s) du (des) parent(s) ou du(des) titulaire(s) de l'autorité parentale :

ANNEXE 2 : LE PROTOCOLE DE PASSATION

Prénom :

Date de naissance :

Suivi orthophonique : oui – non

depuis :

Nombre de séances consacrées aux troubles du calcul :

Mémoire à long terme :

Je vais te donner des mots à retenir, et je te les redemanderai à la fin des exercices.

Les mots sont : gilet, poisson, musique. Tu peux les répéter ? ...

Calcul mental oral :

Maintenant, je vais te demander de faire des calculs dans ta tête. Tu me réponds comme tu penses que c'est juste. Comme ça m'intéresse de savoir comment tu réfléchis, je vais te demander parfois comment tu as fait pour calculer.

Répétition possible de l'item, mais alors cocher « R » et point en moins.

Item		R	Réponse	Procédure	Temps
1	$0 + 5 = 5$				
2	$4 + 4 = 8$				
3	$5 + 8 = 13$				
<i>Comment as-tu fait pr calculer dans ta tête ?</i>					
4	$9 + 9 = 18$				
5	$4 + 6 = 10$				
6	$6 + 7 = 13$				
<i>Comment as-tu fait pr calculer dans ta tête ?</i>					
7	$27 + 6 = 33$				
8	$30+10 = 40$				

9	$13 + 19 = 32$				
---	----------------	--	--	--	--

Item		R	Réponse	Procédure	Temps
1	$3 - 0 = 3$				
2	$6 - 6 = 0$				
3	$10 - 5 = 5$				
<i>Comment as-tu fait pr calculer dans ta tête ?</i>					
4	$9 - 4 = 5$				
5	$19 - 10 = 9$				
6	$17 - 7 = 10$				
<i>Comment as-tu fait pr calculer dans ta tête ?</i>					
7	$18 - 6 = 12$				
8	$32 - 17 = 15$				

Item		R	Réponse	Procédure	Temps
1	$3 \times 2 = 6$				
2	$2 \times 6 = 12$				
3	$5 \times 3 = 15$				
<i>Comment as-tu fait pr calculer dans ta tête ?</i>					
4	$4 \times 5 = 20$				
5	$4 \times 4 = 16$				
<i>Comment as-tu fait pr calculer dans ta tête ?</i>					
6	$4 \times 1 = 4$				
7	$5 \times 0 = 0$				

Mémoire à court terme/mémoire de travail auditivo-verbale :

Les mots :

1) Endroit :

Tu écoutes bien les mots que je vais te dire, puis tu les répètes exactement dans le même ordre.

Essai 1	Réponse	Essai 2	Réponse
Mur chef		Flux pied	
Camp mur clou		Nerf sol flux	
Sol clou camp nerf		Chef nerf mur flux	
Pied flux mur chef clou		Sol camp chef nerf flux	
Pied chef flux clou mur nerf		Mur clou nerf sol chef camp	
Nerf flux pied sol chef camp clou		Pied sol nerf flux camp chef mur	

2) Envers :

Maintenant tu me les répètes exactement en ordre inverse

Essai 1	Réponse	Essai 2	Réponse
Sol clou		Nerf camp	
Pied camp nerf		Chef sol mur	
Pied mur clou flux		Camp sol pied chef	
Clou nerf pied flux camp		Camp mur chef pied sol	
Flux camp pied mur nerf sol		Sol chef pied clou flux camp	
Flux camp pied sol nerf mur chef		Clou chef nerf pied mur camp flux	

Camp flux chef pied mur sol nerf clou		Nerf mur camp chef flux clou pied sol	
--	--	--	--

Décomposition additive :

Un berger a 6 moutons. Il en a mis 4 dans une prairie et 2 dans l'autre prairie. Comment peut-il faire autrement pour ranger les moutons ? ([feuille 4-2](#))

Montre-moi comment tu ferais avec ces prairies-ci ? ([prairies vierges](#))

([Prairies vierges](#)) : j'aimerais que tu trouves encore une autre façon de ranger les moutons dans les deux prairies. Vas-y.

[Ramasser les feuilles](#)

Maintenant le berger a 8 moutons. Comment pourrait-il placer ses moutons dans les deux prairies ? ... peux-tu proposer encore une autre manière de placer les moutons ? ... et encore une autre ? ... et encore une autre ? ...

Item	Nb de moutons	Décomp. choisie		Observation	Notation
1	6				
2	6				
3	8				
4	8				
5	8				
6	8				

Mémoire à court terme/de travail visuo-spatiale :

Endroit :

Je vais te montrer une série de cubes. Une fois que j'ai terminé, tu dois les montrer dans le même ordre que moi. ...c'est à ton tour.

Si pas de réaction : *touche ceux que j'ai touchés.*

Si erreur aux premiers items d'essai : *regarde ce que je fais. Je touche celui-ci, puis celui-là. Maintenant, c'est à toi de le faire.*

Essai 1	+ ou -	Essai 2	+ ou -
Essai : 1 6		Essai : 5 8	
3-10		7-4	
1-9-3		8-2-7	
4-9-1-6		10-6-2-7	
6-5-1-4-8		5-7-9-8-2	
4-1-9-3-8-10		9-2-6-7-3-5	
10-1-6-4-8-5-7		2-6-3-8-2-10-1	

Envers :

Maintenant une fois que j'ai terminé, tu dois les montrer exactement en ordre inverse. ...c'est à ton tour.

Essai 1	+ ou -	Essai 2	+ ou -
3-10		4-7	
1-9-3		7-2-8	
4-9-1-6		7-2-6-10	
6-5-1-4-8		2-8-9-7-5	
4-1-9-3-8-10		5-3-7-6-2-9	
10-1-6-4-8-5-7		1-10-2-8-3-6-2	

Connaissances de faits arithmétiques :

Maintenant je vais te demander de faire des petits calculs dans ta tête. Tu me réponds comme tu penses que c'est juste.

$2+2 = 4$		$10+20 = 30$	
$7+7 = 14$		$6 \times 2 = 12$	
$8 \times 0 = 0$		$20+30 = 50$	
$3 \times 10 = 30$		$6 \times 1 = 6$	
$6+6 = 12$		$2 \times 4 = 8$	

Temps total =

Mémoire à court terme/mémoire de travail auditivo-verbale :

Chiffres de la BALE :

Empan endroit :

Tu écoutes bien les chiffres que je vais te dire puis tu les répètes exactement dans le même ordre.

Essai 1	Réponse	Essai 2	Réponse
2-9			
1-5-3		7 2 4	
2 6 7 1		3 9 4 6	
4 7 2 9 5		8 3 6 2 4	
6 3 2 1 4 8		7 4 2 9 5 3	
3 5 1 8 7 9 2		2 8 9 4 6 1 7	

Maintenant tu me les répètes exactement en ordre inverse. **Empan envers :**

Essai 1	Réponse	Essai 2	Réponse
2-9			
1-5-3		7 2 4	
2 6 7 1		3 9 4 6	
4 7 2 9 5		8 3 6 2 4	
6 3 2 1 4 8		7 4 2 9 5 3	
3 5 1 8 7 9 2		2 8 9 4 6 1 7	

Mémoire à long terme :

Est-ce que tu te souviens des trois mots que je t'ai donnés au tout début ?

ANNEXE 3 : LE RELEVÉ DES NOTES

• **Tableau des notes de calcul, décomposition additive et mémoire à long terme**

Prénom	Age	Addition / 45	Soustraction / 40	Multiplication / 35	Décomposition Additive /12	Connaissances de faits Arithmétiques <i>Temps en sc</i>	Mémoire à long terme /3
ALBAN	8 ans 2	28	24	17	7,5	115,5	2
AURELIEN	8 ans 8	30,5	27	26	7,5	33,7	1
BARTHELEMY	8 ans 5	38	31	31	8	42,7	2
COLINE	9 ans 7	33,5	25,5	31	8,5	47,3	3
CORINNE	9 ans 10	31,5	25,5	33	8,5	35,2	2
ELODIE	8 ans 6	33	31	30	7,5	63,4	2
EMMANUELLE	9 ans 3	40,5	31,5	32	11	26,3	3
ETHAN	8 ans 5	33	28	33	9	45,3	2
JEREMIE	9 ans 9	38,5	33	35	9	23,3	2
JESSICA	8 ans 6	37	26	22	7,5	110,9	2
JUDITH	9 ans 3	34,5	27	35	9	38,0	2
JULIE	8 ans 8	21,5	21,5	21	6	114,1	2
JULIEN	11 ans 1	38	26	32	7,5	45,0	0
JUSTINE	10 ans 1	25,5	21	30	6,5	85,5	2
KARINE	9 ans 7	29,5	17	35	5,5	30,2	0
LENA	10 ans 1	38,5	30,5	35	10	32,3	3
LOIC	9 ans 7	40,5	35,5	35	11,5	26,9	3
LUCAS	8 ans 4	38,5	32	34	8,5	31,6	1
LUCIE	10 ans 10	38	32,5	35	11	31,2	3
MARGAUX	9 ans 5	35	28,5	31	8,5	27,1	1
PASCAL	9 ans 10	40,5	31,5	32	11	42,3	0
PATRICE	10 ans 2	40	31	35	10,5	28,9	3
REGIS	8 ans 5	39,5	29,5	33	10,5	37,0	3
REMI	8 ans 10	35	28,5	32	8,5	73,3	1
ROSE	10 ans 10	32	28	34	10	25,5	2
ROSE-MARIE	8 ans 8	33,5	27	34	9,5	37,5	2
SABINE	8 ans 4	30,5	24	35	7	84	0
SALOME	8 ans 9	30,5	19	34	7	112,8	3
SUSAN	9 ans 8	32,5	22	34	6,5	63,4	1
THEO	9 ans 6	40	32,5	33	11	26,9	3
TONIN	9 ans 11	39	28,5	32	11,5	36,6	2
ZOE	8 ans 5	33	28	33	9	45,3	2

• **Tableau des notes de mémoire à court terme et mémoire de travail**

Prénom	Age	Empan Endroit De mots	Empan Envers De mots	Empan Endroit De chiffres	Empan Envers De chiffres	Empan Endroit Visuo- spatial	Empan envers Visuo- spatial
ALBAN	8 ans 2	5	3	6	3	5	3
AURELIEN	8 ans 8	4	2	5	3	6	6
BARTHELEMY	8 ans 5	4	3	6	2	6	5
COLINE	9 ans 7	3	3	4	3	6	6
CORINNE	9 ans 10	4	5	5	4	5	4
ELODIE	8 ans 6	3	4	5	3	4	4
EMMANUELLE	9 ans 3	5	4	7	4	7	6
ETHAN	8 ans 5	3	3	4	3	6	4
JEREMIE	9 ans 9	4	2	4	4	6	4
JESSICA	8 ans 6	4	3	6	3	4	4
JUDITH	9 ans 3	4	4	4	4	5	6
JULIE	8 ans 8	7	2	6	2	4	6
JULIEN	11 ans 1	5	3	5	4	5	6
JUSTINE	10 ans 1	3	4	4	3	6	4
KARINE	9 ans 7	3	2	4	3	5	5
LENA	10 ans 1	5	4	5	4	6	5
LOIC	9 ans 7	5	3	4	4	7	6
LUCAS	8 ans 4	4	2	5	3	5	4
LUCIE	10 ans 10	4	3	6	5	7	6
MARGAUX	9 ans 5	5	3	7	4	4	4
PASCAL	9 ans 10	6	3	6	2	6	7
PATRICE	10 ans 2	5	4	6	3	6	6
REGIS	8 ans 5	5	3	6	4	6	5
REMI	8 ans 10	3	3	3	3	5	4
ROSE	10 ans 10	5	3	5	4	4	4
ROSE-MARIE	8 ans 8	4	3	6	4	6	6
SABINE	8 ans 4	4	2	5	4	4	4
SALOME	8 ans 9	4	2	4	3	5	2
SUSAN	9 ans 8	4	3	6	4	6	5
THEO	9 ans 6	5	3	6	4	6	4
TONIN	9 ans 11	4	4	6	2	6	5
ZOE	8 ans 5	5	3	5	3	6	5

ANNEXE 4 : NOTES CENTREES REDUITES

	pathologie	Age	additions	soustractions	multiplications	empan.mots	empan.chiffres	DA	empan.Vs	moyenne.calcul	moyenne.total
Julie	suivi,orthophonique	8ans	-2,79	-1,38	-2,44	-1,46	-1,87	-1,51	1,06	-2,20	-1,48
Karine	suivi,orthophonique	9-10ans	-1,08	-2,41	0,78	-1,46	-0,59	-1,80	0,18	-0,90	-0,91
Susan	suivi,orthophonique	9-10ans	-0,44	-1,26	0,55	-0,12	0,70	-1,22	0,18	-0,38	-0,23
Judith	suivi,orthophonique	9-10ans	-0,01	-0,11	0,78	1,23	0,70	0,22	1,06	0,22	0,55
Sabine	suivi,orthophonique	8ans	-0,86	-0,80	0,78	-1,46	0,70	-0,93	-0,71	-0,30	-0,47
Alban	suivi,orthophonique	8ans	-1,40	-0,80	-3,36	-0,12	-0,59	-0,64	-1,59	-1,85	-1,21
Salome	suivi,orthophonique	8ans	-0,86	-1,95	0,55	-1,46	-0,59	-0,93	-2,47	-0,76	-1,10
Aurelien	suivi,orthophonique	8ans	-0,86	-0,11	-1,29	-1,46	-0,59	-0,64	1,06	-0,76	-0,56
Justine	suivi,orthophonique	9-10ans	-1,93	-1,49	-0,37	1,23	-0,59	-1,22	-0,71	-1,26	-0,73
Julien	suivi,orthophonique	9-10ans	0,74	-0,34	0,09	-0,12	0,70	-0,64	1,06	0,16	0,21
Ethan	suivi,orthophonique	8ans	-0,33	0,11	0,32	-0,12	-0,59	0,22	-0,71	0,04	-0,15
Zoe	suivi,orthophonique	8ans	-0,44	-0,46	-0,14	-0,12	-0,59	-1,22	0,18	-0,34	-0,40
Jessica	tout-venant	8ans	0,52	-0,34	-2,21	-0,12	-0,59	-0,64	-0,71	-0,68	-0,58
Barthelemy	tout-venant	8ans	0,74	0,80	-0,14	-0,12	-1,87	-0,35	0,18	0,47	-0,11
Regis	tout-venant	8ans	1,06	0,46	0,32	-0,12	0,70	1,09	0,18	0,61	0,53
Rose-Marie	tout-venant	8ans	-0,22	-0,11	0,55	-0,12	0,70	0,51	1,06	0,07	0,34
Elodie	tout-venant	8ans	-0,33	0,80	-0,37	1,23	-0,59	-0,64	-0,71	0,04	-0,09
Lucas	tout-venant	8ans	0,85	1,03	0,55	-1,46	-0,59	-0,07	-0,71	0,81	-0,06
Remi	tout-venant	8ans	0,10	0,23	0,09	-0,12	-0,59	-0,07	-0,71	0,14	-0,15
Pascal	tout-venant	9-10ans	1,27	0,92	0,09	-0,12	-1,87	1,38	1,94	0,76	0,52
Emmanuelle	tout-venant	9-10ans	1,17	1,03	0,32	1,23	0,70	0,51	1,06	0,84	0,86
Loic	tout-venant	9-10ans	1,27	1,84	0,78	-0,12	0,70	1,67	1,06	1,30	1,03
Coline	tout-venant	9-10ans	-0,22	-0,46	-0,14	-0,12	-0,59	-0,07	1,06	-0,27	-0,08
Margaux	tout-venant	9-10ans	0,10	0,23	-0,14	-0,12	0,70	-0,07	-0,71	0,06	0,00
Corinne	tout-venant	9-10ans	-0,65	-0,46	0,32	2,58	0,70	-0,07	-0,71	-0,26	0,24
Jeremie	tout-venant	9-10ans	0,85	1,26	0,78	-1,46	0,70	0,22	-0,71	0,96	0,23
Theo	tout-venant	9-10ans	1,17	1,15	0,32	-0,12	0,70	1,38	-0,71	0,88	0,56
Torin	tout-venant	9-10ans	0,95	0,23	0,09	-0,12	-1,87	1,67	0,18	0,42	0,35
Lucile	tout-venant	9-10ans	0,74	1,15	0,78	-0,12	1,98	1,38	1,06	0,89	1,00
Lena	tout-venant	9-10ans	0,85	0,69	0,78	1,23	0,70	0,80	0,18	0,77	0,75
Patrice	tout-venant	9-10ans	1,17	0,80	0,78	1,23	-0,59	1,09	1,06	0,92	0,79
Rose	tout-venant	9-10ans	-0,54	0,11	0,55	-0,12	0,70	0,80	-0,71	0,04	0,11

ANNEXE 5 : LES P-VALUES

	8 Ans	9-10 Ans
Additions	0,0027	0,013
Soustractions	0,0047	0,0004
Multiplications	0,3988	0,8418
DA	0,0297	0,0002
Empan mots	0,0789	0,6612
Empan chiffres	0,6821	0,9714
Empan VS	0,6652	0,9322
Mémoire à long terme	0,7532	0,0198
Connaissances de faits arithmétiques	0,1563	0,0064

Résumé : Le développement du calcul chez l'enfant a fait l'objet de nombreuses études. Ces dernières ont mis en exergue les compétences précoces de l'enfant et les apprentissages fondamentaux, nécessaires au calcul mental. Les travaux menés jusqu'à présent ont bien décrit les procédures de résolution d'opérations arithmétiques chez l'enfant tout-venant. Nous avons souhaité compléter ces travaux en étudiant les raisons de l'immaturité de ces procédures chez les enfants présentant un déficit en arithmétique. Nous avons rencontré trente-deux enfants âgés de 8 à 10 ans, parmi lesquels des enfants tout-venant et des enfants bénéficiant d'une rééducation orthophonique. Un protocole leur a été proposé. L'évaluation du calcul a porté sur les additions, les soustractions et les multiplications. Nous avons également proposé une épreuve de décomposition additive, deux épreuves de mémoire de travail auditivo-verbale et une épreuve de mémoire de travail visuo-spatiale. Les performances en mémoire à long terme et les connaissances de faits arithmétiques ont également été vérifiées. Les résultats obtenus ont permis de mettre en évidence des liens entre certaines épreuves. Selon notre étude, le calcul serait fortement corrélé aux performances en décomposition additive, mais non lié aux performances en mémoire de travail. De plus, des différences significatives entre les deux groupes d'enfants ont été mises en évidence sur certaines des tâches proposées. Il nous semble donc qu'une décomposition additive non automatisée pourrait expliquer l'immaturité des procédures de résolution d'opérations arithmétiques chez certains enfants. Notre étude apporte donc de nouvelles pistes quant à la prise en charge orthophonique des patients présentant des troubles du calcul.

Mots-clés : Troubles du calcul – résolution d'opérations arithmétiques – stratégies de calcul - immaturité des procédures - décomposition additive

Summary: The development of the calculation in children has been the subject of numerous studies. They have highlighted children's early skills and fundamental learnings that are necessary for the mental arithmetic. The work carried out so far have well described the procedures used by any children in order to solve arithmetic operations. We wanted to complete those works by studying the reasons of the immaturity of these procedures in children deficient in arithmetic. We met thirty-two children aged 8 to 10, among whom were ordinary children and children doing speech therapy. A protocol was offered. The evaluation of calculation focused on the additions, the subtractions and the multiplications. We also proposed one test of additive decomposition, two of auditory-verbal working memory and one of visual-spatial working memory. The performances for long-term memory and the knowledge of arithmetic facts were also checked. The results obtained enabled to highlight the links between some tests. According to our study, the calculation would be greatly correlated with performances in additive decomposition, but not related to the performances in working memory. Moreover, significant differences between the two groups of children were highlighted on some of the proposed tasks. Therefore, it seems that a non-automated additive decomposition could explain, for some children, the immaturity of the procedures used to solve arithmetic operations. Our study consequently provides new leads for speech therapy treatments for patients who have problems with calculation.

Keywords: problems with calculation - resolution of arithmetic operations - calculation strategies - immaturity of the procedures - additive decomposition