Université de Nantes

Unité de Formation et de Recherche – « Médecine et Techniques Médicales »

Année Universitaire 2014/2015

Mémoire pour l'obtention du Diplôme de Capacité d'Orthophoniste

Présenté par

Audrey LE PARC (née le 13/06/1990)

Situations de résolutions de problèmes arithmétiques du domaine de la proportionnalité chez les collégiens

Présidente du Jury : **Madame TOUX Betty**, formatrice ESPE

Directrice du Mémoire : **Madame CALVARIN Suzanne**, orthophoniste

Membre du jury : **Madame ERHEL Caroline**, orthophoniste

« Par délibération du Conseil en date du 7 mars 1962, la Faculté a arrêté que les opinions émises dans les dissertations que lui seront présentées doivent être considérées comme propres à leurs auteurs et qu'elle n'entend leur donner aucune approbation ni improbation. »

REMERCIEMENTS

Je tiens tout d'abord à remercier l’ensemble des membres du jury d’avoir soutenu mon projet et de m’avoir permis de le mener à bien. Je remercie les structures et les professionnels qui m’ont accueillie, en particulier mes maîtres de stage pour leurs apports « orthophoniques » tout au long de l’année, ce fut une année très enrichissante qui forgera ma pratique professionnelle future. Merci à mes professeurs pour la formation qui m’a été donnée durant ces quatre années.

Je tiens également à remercier les enfants et leurs parents qui m’ont permis de réaliser les passations d’exercices.

Enfin, mille mercis à ma famille et mes amis pour leur soutien et leur présence.

SOMMAIRE

INTRODUCTION

Selon le rapport de la Direction de l'Evaluation, de la Prospective et de la Performance (DEPP) du Ministère de l'Education Nationale de 2009 [1], « 37,7 % des élèves qui entrent en sixième […] ne maîtrisent pas suffisamment les notions mathématiques attendues en fin d'école primaire pour réussir de façon autonome au collège. »

Dans le programme mathématique du collège, la proportionnalité est un domaine demandant de nombreuses années d'apprentissage tant sa compréhension est complexe et sa maîtrise progressive. Dans cette acquisition de la proportionnalité, la résolution de problèmes va occuper une place importante. En effet, l'enseignant a à sa disposition un large panel d'exercices qui vont permettre de mettre en pratique la notion qu'il souhaite transmettre à ses élèves.

Pour l'élève, l'accès à la notion de proportionnalité passera donc par la résolution des exercices qui lui seront proposés. Pour cela il devra entre autres lire et comprendre l'énoncé, trouver une méthode de résolution, effectuer un ou plusieurs calculs, mener un raisonnement jusqu'à obtenir une réponse, vérifier sa solution… Selon Van Nieuwenhoven et De Vriendt (2010, p. 43), « faire des mathématiques […] c'est rechercher l'unique bonne réponse par la bonne méthode pour y arriver ». L'enseignant cherche donc à inculquer à ses élèves la méthode de résolution qu'il juge la plus efficace. Ceux qui présenteraient des difficultés à appliquer cette méthode pourraient alors se retrouver en situation d'échec face aux problèmes.

Il ne semble donc pas étonnant que certains de ces élèves arrivent dans les cabinets d'orthophonie afin de faire face à leurs difficultés. Il est alors primordial que les orthophonistes soient à même d'aider ces jeunes dans les différents domaines mathématiques rencontrés au collège. Selon Morel (2013, p. 119), nous rencontrons de plus en plus d' « enfants et adolescents pour lesquels savoir revient à voir ; comprendre revient à se souvenir ; se mettre en recherche est impossible tant ils sont persuadés que la réponse doit s'imposer immédiatement ».

[1] Consultable sur : http://media.education.gouv.fr/file/2010/23/5/NIMEN1017_158235.pdf

L’orthophoniste, dans sa pratique, doit accompagner l’enfant de façon différente de l’enseignement scolaire. Pour cela, il construit des situations à partir desquelles l’enfant pourra réfléchir, expérimenter et construire du sens. Il faut donc amener l’enfant à réfléchir sur des situations différentes de celles rencontrées à l’école, situations qui lui permettront d’automatiser des schèmes de raisonnement qu’il pourra ensuite transposer dans les problèmes scolaires et dans les problèmes de sa vie quotidienne. Pour le bon déroulement d’une rééducation logico-mathématique, l’orthophoniste doit susciter l’intérêt de l’enfant, enfant qui peut être « fâché » avec les mathématiques à force de se retrouver en situation d’échec face aux problèmes. Selon Van Nieuwenhoven et De Vriendt (2010, p. 43), « il faut que le problème posé soit un défi pour lui et qu’il décide de s’y engager ».

En rééducation, comment faire travailler l’enfant sur des problèmes tout en ne reproduisant pas la situation scolaire typique « papier-crayon » ? Après une présentation de la proportionnalité, du développement de la proportionnalité chez l’enfant, et de la résolution de problèmes, on proposera ici une approche par la manipulation afin de répondre à la question : **L’enfant en difficulté face à un problème arithmétique du domaine de la proportionnalité sera-t-il aidé par la manipulation d’objets permettant la simulation concrète de la situation ?**

PARTIE THEORIQUE

I. La proportionnalité

A. La situation de proportionnalité

Selon Boisnard, Houdebine, Julo, Kerboeuf et Merri (1994, p. 74), « une situation de proportionnalité est une situation dans laquelle deux ou plusieurs grandeurs sont liées par des relations linéaires ou multilinéaires ». On parle en effet de situation de proportionnalité car « la proportionnalité n'est pas à proprement parler un concept mathématique, mais plutôt une manière de modéliser la réalité en se servant de concepts mathématiques […] et des langages qui servent à exprimer ces concepts. » (Boisnard et al., 1994, p. 74).

C'est donc en mettant l'enfant face à des situations de proportionnalité qu'il pourra, par sa réflexion, mettre en relation ses connaissances avec ce qu'il déduit de ses expérimentations et donc construire du sens. Il acquerra ainsi progressivement les notions nécessaires à la compréhension de ce domaine mathématique.

B. Les différentes classes de problèmes du domaine de la proportionnalité

1. Typologie des problèmes multiplicatifs selon Ménissier

Ménissier (2011, p. 98) classe les problèmes multiplicatifs en quatre catégories : « proportionnalité simple et directe, comparaison multiplicative des grandeurs, proportionnalité simple composée, proportionnalité double ».

a) Les problèmes de proportionnalité simple et directe

Selon Ménissier (2011, p. 99), les problèmes de proportionnalité simple et directe se caractérisent par :

- « deux domaines de grandeurs ;
- une relation multiplicative définie entre ces deux domaines de grandeurs. »

Dans ce type de problèmes, on est en présence de quatre données qui appartiennent à deux types de grandeurs différentes. On connaît trois de ces données et on cherche à trouver la quatrième. C'est le problème dit de règle de trois ou encore de « quatrième proportionnelle » (Ménissier, 2011, p. 99).

La règle de trois peut paraître rapide et simple à comprendre et à réaliser, cependant la résolution de ce type de problème n'est pas forcément évidente. En effet, il faut savoir trouver les données utiles et éliminer les données inutiles à la résolution de la règle de trois. Selon Ménissier (2011, p. 99), « la première difficulté sera donc bien de reconnaître et de traduire la relation multiplicative ».

L'un des exemples donnés par Ménissier (2011, p. 99) pour illustrer les problèmes de proportionnalité simple et directe est le suivant : « Si le maraîcher a rempli 50 cageots de 18 melons, combien y a-t-il de melons à expédier ? ». Ici, l'inconnu à trouver est le nombre total de melons sachant qu'il y a 50 cageots contenant chacun 18 melons. Il faut alors multiplier 50 par 18 afin d'obtenir la solution : il y a 900 melons à expédier.

Ménissier (2011, p. 100) illustre également les problèmes de proportionnalité simple et directe par l'énoncé suivant : « 4 livres coûtent 12€. Combien coûtent 10 livres ? ». Dans ce problème la valeur unitaire du livre n'est pas connue et devra donc être recherchée avant d'aboutir à la solution.

b) Les problèmes de comparaison multiplicative des grandeurs

Selon Ménissier (2011, p. 102), les problèmes de comparaison multiplicative des grandeurs se définissent par :

- « un seul domaine de grandeur en jeu ;
- et un rapport scalaire entre les deux grandeurs qui est explicitement défini (*x* fois plus ou *x* fois moins) ».

Dans ce type de problèmes, si le rapport scalaire s'exprime en « x fois plus », cela se traduira par une multiplication et si le rapport scalaire s'exprime en « x fois moins », on effectuera une division. Ici, c'est en particulier le lexique qui peut poser problème, en effet les énoncés comportent un « lexique spécifique tel que *fois plus*, *fois moins*, *double*, *triple*, *moitié* ou encore *le quart* ou *le tiers*. » (Ménissier, 2011, p. 102).

L'enfant ne devra donc pas se laisser happer par les mots « plus » ou « moins » et être tenté d'effectuer une addition ou une multiplication, il devra « reconnaître ce vocabulaire nouveau afin de l'intégrer dans une représentation qui exprime un rapport de grandeurs en lieu et place d'une relation additive induite par les termes *plus* et *moins*. » (Ménissier, 2011, p. 102).

Ménissier (2011, p. 103) donne pour exemple des problèmes de comparaison multiplicative des grandeurs l'énoncé suivant : « Léa a 7 billes. Vivien a 3 fois plus de billes que Léa. Combien Vivien a-t-il de billes ? ». Ici il faudra donc traduire le « 3 fois plus » par une multiplication par 3 du nombre de billes de Léa pour trouver le nombre de billes de Vivien.

c) Les problèmes de proportionnalité simple composée

La troisième catégorie de problèmes multiplicatifs est celle des problèmes de proportionnalité simple composée. Dans ce type de problèmes on rencontre :

- « trois domaines de grandeurs ;
- deux relations de proportionnalité simple […] ;
- une composition simple de ces deux relations à laquelle s'ajoute une relation de proportionnalité obtenue par déduction entre la première et la troisième grandeur » (Ménissier, 2011, p. 104).

Dans les problèmes de proportionnalité simple composée il y a donc une relation de proportionnalité simple entre la première et la seconde grandeur, une autre relation de proportionnalité simple entre la seconde et la troisième grandeur ce qui aboutit à une relation de proportionnalité entre la première et la troisième grandeur.

Ménissier (2011, p. 104) illustre ce type de problèmes de proportionnalité par l'énoncé suivant : « Clément achète 2 packs de coca-calo. Il y a 4 bouteilles dans un pack de coca-calo et une bouteille coûte 3€. Quel est le prix payé par Clément pour son achat ? ». Les trois grandeurs en jeu dans ce problème sont donc les euros, la quantité de bouteilles et la quantité de packs. Il y a donc relation de proportionnalité entre les packs et les bouteilles puisqu'il y a 4 bouteilles par pack et qu'on cherche à savoir combien il y a de bouteilles en tout. Il y a également relation de proportionnalité entre les euros et les bouteilles puisqu'une bouteille vaut 3 euros et qu'on cherche à savoir le prix total pour toutes les bouteilles. On induira ainsi une relation entre les packs et les euros en donnant le prix pour les 2 packs.

d) Les problèmes de proportionnalité multiple

Ménissier (2011, p. 105) donne pour exemple des problèmes de proportionnalité multiple l'énoncé suivant : « une écurie possède 4 chevaux de course et emploie 3 jockeys. Combien peut-on constituer de couples différents, formés d'un jockey et d'un cheval ? ». Ici, nous sommes face à deux grandeurs indépendantes : les chevaux et les jockeys. Cependant on peut multiplier le nombre de jockeys et le nombre de chevaux pour créer une relation entre les jockeys et les chevaux et on obtient une troisième grandeur qui correspond aux couples chevaux-jockeys. Cette troisième grandeur « délimite alors le domaine des grandeurs-produit des deux premiers domaines » (Ménissier, 2011, p. 105). Ce sont les unités de ces trois grandeurs qui vont déterminer le type de problèmes.

Les problèmes de proportion multiple se scindent en deux types de structures selon l'unité des grandeurs :

- structure du produit de mesure : dans ce cas « l'unité des grandeurs-produits correspond aux unités des deux domaines de grandeurs indépendants » (Ménissier, 2011, p. 105).

  Ménissier (2011, p. 106) donne pour exemple le problème suivant : « Une piscine rectangulaire mesure 8m de longueur et 5m de large. Quelle est son aire ? ». Ici on constate bien que l'unité des grandeurs-produits (le mètre carré) correspond bien aux unités des deux domaines de grandeurs (le mètre).

• structure de proportion double : dans ce type de problèmes l'unité des grandeurs-produits et l'unité des deux grandeurs indépendantes ne sont pas les mêmes.

Ménissier (2011, p. 106) illustre ce type de problème par l'énoncé : « Le prix d'un camping est de 2€ par personne et par jour. Une famille de 5 personnes y a séjourné durant 7 jours. Quelle a été la dépense de cette famille ? ». Ici les grandeurs à associer sont différentes puisqu'il s'agit des euros, des personnes et des jours. Il va donc falloir combiner ces 3 grandeurs pour aboutir au prix total (l'unité des grandeurs produits sera donc l'euro) pour 5 personnes et 7 jours.

2. Classification des problèmes multiplicatifs selon Vergnaud

Thévenot, Coquin et Verschaffel (2006), rapportent la classification des problèmes multiplicatifs de Vergnaud, ce-dernier les classant selon trois formes de relations différentes.

a) Isomorphe de structure

Ce type de problèmes multiplicatifs correspond à une relation de proportionnalité « simple et directe entre deux mesures ou quantités » (Thévenot et al., 2006, p. 160). Les auteurs présentent ici des énoncés exemples illustrant les situations apparentées à la proportion simple et directe :

• *partage égal* : « Connie veut partager ses gâteaux avec ses 2 amies. Sa mère lui a donné 12 gâteaux. Combien de gâteaux vont posséder chacune des trois petites filles ? » (Thévenot et al., 2006, p. 160). On a donc bien ici une relation simple et directe entre le nombre de gâteaux et le nombre de fillettes : on peut connaître le nombre de gâteaux par fillette en divisant le nombre de gâteaux par le nombre de fillettes. Ainsi la division « 12 : 3 » permet d'obtenir la solution du problème.

• *vitesse constante* : « Alain conduit à 120 km à l'heure sur l'autoroute. Combien de temps va-t-il mettre pour rejoindre sa maison qui se situe à 360 km ? » (Thévenot et al., 2006, p. 160).

• *densité constante sur une ligne, une surface ou un volume* : « Sur la route, il y a un arbre tous les 5 km. La route fait 55 km de long. Combien y a-t-il d'arbres sur cette route ? » (Thévenot et al., 2006, p. 160).

b) Produit de mesures

Selon Thévenot et al. (2006, p. 160), lorsqu'il y a produit de mesures, il s'agit de la « composition de deux mesures (M1 et M2) dans une troisième (M3)». On se retrouve face à ce type de relation lorsqu'on résout par exemple des problèmes d'aire ou de volume.

Les auteurs donnent pour exemple le problème d'aire suivant : « Quelle est l'aire (M3) d'une pièce rectangulaire qui mesure 7 mètres de long (M1) et 4,4 mètres de large (M2) ? » (Thévenot et al., 2006, p. 160). La longueur M1 et la largeur M2 s'associent ici pour former l'aire M3.

c) Proportion multiple

Dans ce type de problèmes, il s'agit de situations semblables au produit de mesures vu précédemment à la différence que M1 et M2 sont des « mesures différentes ou quantités indépendantes » (Thévenot et al., 2006, p. 160). Voici la situation donnée par les auteurs pour illustrer le problèmes de proportion multiple : « Une famille de 4 personnes veut passer 13 jours dans une auberge en pension complète. Le prix par personne est de 350F. A combien va s'élever la dépense ? » (Thévenot et al., 2006, p. 160). Ici, les personnes, les jours et les francs sont bien des grandeurs différentes cependant on pourra effectuer des calculs sur ces grandeurs et créer ainsi des relations entre elles pour trouver le prix pour 4 personnes durant 13 jours.

3. Classification de Boisnard et al. : version simplifiée de la classification de Vergnaud

Boisnard et al. (1994), présentent une version synthétique de la classification des problèmes de proportionnalité, en s'inspirant de la classification de Vergnaud. Cette classification s'établit en fonction du nombre de grandeurs présentes dans le problème.

a) Problèmes impliquant deux grandeurs

Dans les problèmes impliquant deux grandeurs on se retrouve dans la situation que Vergnaud, cité par Boisnard et al. (1994, p. 64), nomme « l'isomorphisme[2] de structure ». Ici les auteurs distinguent les problèmes où les deux grandeurs sont de même nature de ceux où les grandeurs sont de natures différentes. Selon les auteurs, il est plus facile de résoudre des problèmes dont les grandeurs sont différentes car elles sont plus faciles à distinguer. En revanche lorsque les grandeurs sont de même nature « il est moins facile de distinguer les ensembles qui se correspondent » (Boisnard et al., 1994, p. 64).

b) Problèmes impliquant plus de deux grandeurs

Selon la classification de Boisnard et al. (1994), les problèmes impliquant plus de deux grandeurs se distinguent selon quatre structures :

- la structure **répartition** : les problèmes de type répartition « font intervenir plusieurs parties et le tout » (Boisnard et al., 1994, p. 65). Les auteurs donnent pour exemple le problème suivant : « Michel prépare un délicieux cocktail en mettant 6 verres de jus de tomate pour 10 verres d'eau de seltz. Combien doit-il mettre de jus de tomate s'il veut obtenir 24 verres de ce délicieux cocktail ? » (Boisnard et al., 1994, p. 65). Dans ce problème il faut prendre en compte le nombre de verres de jus de tomate, le nombre de verres d'eau de seltz mais également le cocktail en lui même qui correspond au tout et qui implique une répartition particulière des parties.

- la structure **augmentation/réduction** : les problèmes de type augmentation/réduction correspondent aux problèmes de pourcentage comme par exemple : « L'an dernier, j'ai

[2] « En algèbre, un isomorphisme est un morphisme admettant un inverse qui est lui-même un morphisme. »
http://fr.wikipedia.org/wiki/Isomorphisme

réglé une facture d'eau d'un montant de 1280F. On annonce pour cette année une augmentation de 3,5 %. Quelle somme dois-je prévoir de payer ? » (Boisnard et al., 1994, p. 66).

⇨ *Pour ces deux types de problèmes (répartition et augmentation/réduction), il y a « adjonction d'une relation additive à la relation multiplicative de proportionnalité »* (Boisnard et al., 1994, p. 65).

• la structure de **proportion multiple** : dans ce type de problèmes on rencontre soit des grandeurs de natures différentes comme dans les problèmes du type « production d'un atelier en fonction du temps et du nombre de machines » (Boisnard et al., 1994, p. 66); soit des grandeurs de même nature comme dans les problèmes impliquant par exemple les notions d'aire et de volume, pour lesquels les auteurs précisent que « la distinction des grandeurs en jeu est ici un obstacle important pour les élèves » (Boisnard et al., 1994, p. 67). En effet, comme on l'a vu précédemment pour les problèmes impliquant deux grandeurs, il est plus facile de mettre en relief les grandeurs de natures différentes.

• la structure **d'enchaînement d'isomorphismes** : pour résoudre ce type de problèmes, il faut s'intéresser à chaque isomorphisme en organisant les données, puis coordonner ces isomorphismes. On peut alors rencontrer des problèmes du type : « Une tonne d'eau de mer donne 32 kg de sel. Combien de mètres cubes d'eau de mer faut-il faire évaporer pour obtenir 50 kg de sel, sachant que le litre d'eau de mer a pour masse 1025 g ? » (Boisnard et al., 1994, p. 67). C'est ici le nombre d'éléments à prendre en compte qui donne toute sa complexité à la résolution d'un tel énoncé.

La proportionnalité n'est donc pas une notion simple, ses problèmes sont multiples et de complexité variable. Résoudre les problèmes de proportionnalité demande un apprentissage théorique de plusieurs années ainsi qu'un entrainement par des exercices variés.

On peut donc s'intéresser au développement de la proportionnalité, développement indispensable à l'enfant pour qu'il puisse accéder à la compréhension et à la résolution de problèmes.

II. Développement de la proportionnalité chez l’enfant

Selon Julo (1996, p. 153), l’acquisition de la proportionnalité représente « un enjeu pour l’enseignement des mathématiques […] car si on « rate » cet apprentissage, il est probable que l’on ait beaucoup de difficultés à comprendre les notions et les raisonnements qui seront présentés par la suite ». En effet l’apprentissage de la proportionnalité s’étalant sur plusieurs années, c’est une notion primordiale dans l’acquisition mathématique.

Cette acquisition est donc importante non seulement pour la réussite scolaire en mathématique mais également pour de multiples situations que l’enfant sera amené à rencontrer en dehors de l’école. Pour Julo (1996, p. 153), c’est « un enjeu aussi du point de vue pratique car la plupart des problèmes de la vie courante sont des problèmes impliquant d’une manière ou d’une autre un raisonnement proportionnel ».

A. Prérequis à l’apprentissage de la proportionnalité

Avec quelles connaissances mathématiques l’enfant arrive-t-il au collège et quelles sont celles qui lui seront nécessaires pour accéder à la compréhension de la proportionnalité ? En effet, selon Bertheleu, Julo, Lucas, Revault, Thomann et Thomas (1997, p. 15), « on ne peut penser sérieusement l’enseignement de la proportionnalité sans s’appuyer sur ce que sont les élèves et sans dégager les différentes étapes par lesquelles ils devront passer pour maîtriser cette notion ».

L’école primaire a eu pour mission, en ce qui concerne l’apprentissage mathématique, de transmettre aux élèves les quatre opérations fondamentales : addition, soustraction, multiplication et division permettant ainsi d’aborder en parallèle la résolution de problèmes arithmétiques.

Selon Bertheleu et al. (1997, p. 24), « l’élève a rencontré en primaire quelques situations simples de proportionnalité, il a fait fonctionner les propriétés de linéarité dans le cas des nombres entiers, il a utilisé implicitement des coefficients de proportionnalité dans le cas de grandeurs de même nature ». L’enfant a donc déjà été confronté à des situations de proportionnalité dès l'école primaire, la maîtrise de la multiplication et de la division lui a permis de résoudre des problèmes simples. Cependant selon Bertheleu et al. (1997, p. 19), « la maîtrise complète de la proportionnalité demande la connaissance de techniques particulières qui ne sont abordées qu'au collège : multiplications et divisions par un décimal, écritures fractionnaires, division par une fraction, équations ax = b ou x/a = b/c ». C'est donc pour cela que la proportionnalité est abordée dès l'école primaire puis s'enrichit chaque année avec les notions nouvellement vues au collège. Les connaissances des élèves augmentant au fil des années, les problèmes proposés se complexifient jusqu'à la fin du collège où l'ensemble de la notion aura ainsi été abordé.

Bertheleu et al. (1997, p. 19) confirment que les situations de proportionnalité « apparaissent dans l'enseignement pratiquement avec la multiplication et resteront un fil conducteur tout au long de la scolarité au collège ». L'enseignement de la proportionnalité ne peut donc pas démarrer avant l'acquisition de la loi multiplicative.

B. Apprentissage de la proportionnalité

Levain (1997) recense la succession de théories sur l'acquisition de la proportionnalité chez l'enfant, théories s'organisant en trois grandes périodes :

- Piaget et ses collaborateurs ;
- remise en cause du modèle à stades de Piaget ;
- auteurs contemporains qui ont travaillé particulièrement sur « les processus de conceptualisation construits par le sujet en référence aux différentes classes de problèmes à résoudre » (Levain, 1997, p. 19)

1. Théorie piagétienne

a) Introduction aux travaux de Piaget

Levain (1997, p. 19) rapporte que les travaux de Piaget ont abouti à la conclusion suivante : « la proportionnalité est une notion logico-mathématique qui relève de l'accès au stade formel ». L'enfant atteindrait donc un stade de développement permettant la maîtrise de la notion de proportionnalité vers 12 ans, ce qui correspond à un niveau scolaire 6ème.

Afin d'observer l'acquisition de la proportionnalité selon le modèle en stades de Piaget, penchons-nous particulièrement sur l'épreuve de la balance de Piaget et Inhelder en 1955.

b) Présentation de l'équilibre de la balance

Levain (1997, p. 19) rapporte l'expérience de Piaget et Inhelder réalisée en 1955 : on présente aux enfants une « balance dont chacun des bras comporte plusieurs points de fixation équidistants auxquels peuvent être suspendus des poids de valeur variable ». On demande alors à l'enfant de mettre en équilibre la balance penchant vers un des deux côtés et d'expliquer le phénomène observé. Selon Levain (1997, p. 19), « l'enfant doit d'abord découvrir qu'une certaine augmentation de poids dans un plateau peut être compensée par une diminution de la distance du plateau par rapport à l'axe central ».

Soit L la longueur du bras reliant l'axe au poids P, et L' la longueur du bras reliant l'axe au poids P', nous avons donc la relation de proportionnalité suivante :

$$\boxed{\mathbf{P/P' = L'/L}}$$

c) Sous-stade I A

Selon Inhelder et Piaget (1955, p. 144), entre 3 et 5 ans, il y a « indifférenciation entre l'action propre et le processus extérieur ». L'enfant agit sur la balance sans comprendre le phénomène de compensation poids/distance (plateau-axe centrale). Cependant les auteurs, en observant les enfants manipuler la balance, constatent que « ces sujets parviennent par régulations progressives, à reconnaître au poids une influence relative » (Inhelder et Piaget, 1955, p. 146).

L'enfant atteint donc une pensée intuitive de la situation. « En effet, il n'existe à ce niveau aucune forme d'opérations concrètes, mais seulement des régulations représentatives, c'est-à-dire des instruments de compensation globale, sans réversibilité systématique » (Inhelder et Piaget, 1955, p. 145).

d) Sous-stade I B

Au sous-stade I B, c'est-à-dire entre environ 5 et 8 ans, « on assiste par contre à une articulation progressive de ces représentations intuitives, s'orientant dans la direction de l'opération réversible » (Inhelder et Piaget, 1955, p. 146).

L'enfant commence à maîtriser le paramètre « poids », il agit sur l'équilibre de la balance en ajustant les poids de chaque côté de la balance mais ne peut parvenir directement à l'équilibration. Selon Inhelder et Piaget (1955, p. 147), l'enfant « parvient dorénavant à ajouter et à enlever, mais sans égalisations précises : ce sont des corrections successives, donc des régulations et non pas encore des opérations strictement réversibles ».

e) Sous-stade II A

Selon Piaget et Inhelder (1955, p. 147), vers 7-10 ans, l'enfant atteint un niveau où il fait des « opérations concrètes sur les poids ou les distances mais sans coordination systématique entre eux ».

L'enfant arrive à équilibrer la balance en agissant sur les poids et sur les distances. Cependant cette équilibration par association poids/distance s'obtient par toujours par des manipulations intuitives : « le sujet découvre par tâtonnements que l'équilibre est possible entre un poids plus petit à plus grande distance et un plus grand poids à plus petite distance, mais il n'en tire pas encore de correspondances générales » (Inhelder et Piaget, 1955, p. 147).

f) Sous-stade II B

Selon Levain (1997, p. 23), le stade II B, correspondant à des âges entre 9 et 12 ans, est « un stade de transition ». L'enfant glisse peu à peu vers le stade III et donc vers la compréhension de la relation de proportionnalité entre les poids et les distances plateau-axe central.

Pour Inhelder et Piaget (1955, p. 149) il y a durant ce stade « correspondance inverse des poids et des distances ». L'enfant manipule la balance en ayant conscience de l'effet du poids et de la distance sur son équilibre, il commence à faire l'hypothèse de la loi de proportionnalité, « il est donc engagé dans la direction de la loi, mais sans proportions métriques et par simples correspondances qualitatives » (Inhelder et Piaget, 1955, p.149).

g) Stade III

Au stade III, l'enfant découvre la loi de proportionnalité, il accède à la compréhension de la relation «P/P' = L'/L (où P et P' sont deux poids inégaux et L et L' les distances auxquelles ils sont placés) » (Inhelder et Piaget, 1955, p. 151).

h) Conclusion sur le modèle en stade et l'acquisition de la proportionnalité selon Piaget

Levain (1997, p. 23) a réalisé le tableau suivant afin de synthétiser le modèle Piagétien d'acquisition de la proportionnalité :

Stade	*Age*	*Observations*
IA	*3 à 5 ans*	*L'enfant est incapable d'intégrer les données du problème, et ne possède que des représentations intuitives des facteurs en jeu.*
IB	*5-6 à 7-8 ans*	*Mise en évidence de l'action du poids suivant la position sur le fléau. Régulations qui permettent déjà de résoudre les problèmes les plus simples où un seul facteur varie.*
IIA	*7-8 à 9-10 ans*	*Capacité à opérer l'équilibre par approximation ; pas de coordination générale poids-distance.*
IIB	*9-10 à 11-12 ans*	*La loi d'équilibre est quantifiée additivement (plus de poids donc moins de distance).*
IIIA	*12 à 13 ans*	*Explication de la loi : « un poids déterminé peut compenser une distance donnée multiplicativement ». La proportionnalité est découverte.*
IIIB	*13 à 14 ans*	*P1/P2 = D2/D1. Résolution de tous les cas (y compris les plus complexes).*

2. Remise en cause de la théorie Piagétienne

Durant les années 1970, les auteurs ont réalisé des expériences similaires à celles de Piaget afin d'infirmer ou de confirmer ses découvertes. Certains résultats vont à l'encontre des observations de Piaget et « mettent […] l'accent soit sur la réussite précoce (huit à dix ans), soit, au contraire, sur l'échec tardif (quinze ans) à différents problème de proportionnalité » (Levain, 1997, p. 26).

Parmi les auteurs remettant en cause les résultats de Piaget, Levain (1997, p. 27) cite Lovell et Butterworth (1966) qui présentent aux enfants des exercices de proportions et constatent « qu'un peu plus de la moitié des adolescents âgés de quinze ans échouent massivement à ce type d'épreuves ».

C. Apprentissage scolaire

L'objectif de l'apprentissage de la proportionnalité est double : « donner des compétences en matière de résolution de problème et donner une connaissance mathématique de l'objet proportionnalité » (Boisnard et al., 1994, p. 18).

1. Evolution de l'enseignement de la proportionnalité

a) 1945 : fin de la suprématie de la règle de trois

Selon Boisnard et al. (1994), dans les programmes de mathématiques, l'année 1945 marque une rupture dans la façon d'enseigner la proportionnalité. Avant 1945, l'apprentissage de ce domaine mathématique se concentre sur la maîtrise de la règle de trois. La règle de trois est enseignée comme une méthode de calcul permettant de résoudre tous les problèmes de proportionnalité. Plusieurs raisons vont expliquer l'évolution de l'enseignement de la proportionnalité : tout d'abord la scolarité se rallonge et les enseignements pratiques sont délaissés au profit de connaissances plus théoriques ; ensuite, le programme mathématique s'étoffe et la règle de trois ne constitue plus la seule méthode de calcul pour résoudre des problèmes de proportionnalité ; enfin, apprendre la règle de trois ne suffit pas aux enfants pour comprendre et résoudre les différents problèmes, en d'autres termes les enfants doivent apprendre à mener un raisonnement et non à appliquer une méthode de calcul toute faite.

b) 1960 : développement de la fonction linéaire

Durant les années soixante, c'est en particulier la fonction linéaire qui va faire évoluer l'enseignement de la proportionnalité. En effet, « c'est avec les mathématiques dites modernes et l'émergence du concept d'application linéaire que l'évolution des idées à propos de l'enseignement de la proportionnalité va devenir véritablement révolution et être marquée par une rupture décisive » (Boisnard et al., 1994, p. 14). L'apprentissage devient ainsi moins pratique et plus théorique : la résolution de problèmes ne sert pas à accéder à la notion mais l'apprentissage de la notion précède la résolution.

Cependant, cette approche par la fonction linéaire ne va pas s'imposer dans l'apprentissage de la proportionnalité. En effet, un des reproches qui est fait à ce modèle est que « les élèves ne savent plus résoudre les problèmes de proportionnalité dès que ceux-ci ne se présentent plus sous une forme mathématisée » (Boisnard et al., 1994, p. 16).

c) 1970 : les mathématiques concrètes

L'apprentissage de la proportionnalité continue alors son évolution, « les situations, les grandeurs, et les problèmes vont reprendre une place centrale dans l'enseignement et on va chercher à leur redonner un vrai statut dans la formation mathématique des élèves » (Boisnard et al., 1994, p.16).

Ainsi, selon Boisnard et al. (1994), dès les années soixante-dix, on s'intéresse particulièrement à la situation de proportionnalité. L'enfant devra alors reconnaître les situations qui relèvent de la proportionnalité de celles qui n'en relèvent pas, et on observera la façon dont l'enfant se comporte face aux situations de proportionnalité qu'il rencontre.

Désormais, les problèmes sont envisagés comme des « situations susceptibles de poser problème à l'élève c'est-à-dire de l'obliger à réfléchir, à remettre en cause ses connaissances» (Boisnard et al., 1994, p. 18).

d) La proportionnalité, « fil d'Ariane » des programmes de mathématiques au collège

Selon Crahay, Verschaffel, De Corte & Grégoire (2008, p. 22), « les raisonnements de proportionnalité et les notions et calculs de probabilité composent un autre secteur de la pensée formelle à laquelle l'école a pour mission de faire accéder un maximum de jeunes ». Cet accès à la notion de proportionnalité va demander de nombreuses années d'apprentissage.

Les manuels scolaires de mathématiques niveau 6ème tels que celui de Such, Gallicé & Gérald (2005) permettent d'avoir une vision de ce qu'est l'enseignement de la proportionnalité aujourd'hui. Dans cet ouvrage, les auteurs précisent que la proportionnalité est abordée dès l'école primaire, se limitant à la résolution d'exercices. Au collège, la proportionnalité fera chaque année partie du programme mathématique, « en effet, elle fait l'objet d'un apprentissage continu et progressif sur les quatre années du collège et permet de comprendre et de traiter de nombreuses notions » (Such et al., 2005, p. 69).

Bien que les élèves entrant en 6ème aient donc déjà rencontré des problèmes de proportionnalité durant leur CM2, les tâches en rapport avec les problèmes de niveau 6ème vont cependant être différentes : « les élèves doivent être capables de distinguer les problèmes qui relèvent de la proportionnalité de ceux qui n'en relèvent pas et de mettre en œuvre les raisonnements qui en permettent la résolution » (Such et al., 2005, p. 69).

2. Procédures et apprentissage

On appelle procédure l'ensemble des actions réalisées par l'enfant pour accéder à la résolution du problème. Cela comprend « non seulement les traitements effectués (les calculs, les tableaux, les dessins), mais aussi les idées sous-jacentes à ces traitements. » (Boisnard et al., 1994, p. 37).

Le rôle de l'enseignement est de s'adapter à la procédure de l'enfant et de l'aider à la rendre la plus adaptée au problème. Son rôle est également d'apporter à l'enfant d'autres procédures afin que l'enfant en ait un riche panel à sa disposition lorsqu'il se retrouve en situation de résolution de problème. L'enfant pourra ainsi choisir la procédure la plus efficace. (Boisnard et al., 1994).

Selon Boisnard et al. (1994), apprentissage théorique et enrichissement des procédures vont alors jouer un rôle concomitant dans la maîtrise du concept de proportionnalité. En effet ce sont les apports théoriques qui vont apporter à l'enfant de nouvelles procédures et c'est l'utilisation de ces procédures en résolution de problèmes qui va permettre à l'enfant d'accéder progressivement à la compréhension de la proportionnalité.

Le rôle de l'enseignant est donc de « prévoir des situations qui vont permettre à l'élève de proposer lui-même ses procédures » (Boisnard et al., 1994, p. 56). L'enseignant doit donc consacrer, dans son programme, des temps où l'enfant sera en situation de problème et pendant lesquels il pourra tester propres ses procédures. Ces mises en situations permettent de rendre l'enfant acteur de son apprentissage en le laissant tester ses hypothèses et en déduire les bonnes stratégies de résolution.

D. Acquisitions de connaissances par la résolution de problèmes

Selon Julo (1995, p. 17), « résoudre un problème, dans son sens psychologique le plus large, c'est toujours découvrir c'est-à-dire accéder à quelque chose de nouveau ». Le but de la résolution de problème est bien d'éclairer l'élève sur une ou plusieurs notions nouvelles, en trouvant la solution il acquiert ainsi de nouvelles connaissances. Julo (1995, p. 17) ajoute que « l'idée de la solution correspond bien à ceci : il y avait quelque chose qui m'était inaccessible et qui m'apparaît maintenant clairement, que je découvre ». C'est donc par la recherche et la découverte que l'enfant pourra accéder à de nouvelles connaissances, la seule solution ne suffit pas. En effet « ce n'est pas la solution en elle-même qui est le véritable but de la recherche, c'est le fait que je réussisse à trouver cette solution et donc que je réussisse à comprendre par moi-même » (Julo, 1994, p. 17).

1. La résolution de problèmes : un outil primordial dans l'apprentissage mathématique

Selon Boisnard et al. (1994, p. 106), « le moteur essentiel d'un apprentissage par la résolution de problèmes est le fait […] de devoir s'adapter à des situations très différentes en apparence mais qui relèvent des mêmes concepts, des mêmes propriétés et du même modèle opératoire ».

Boisnard et al. (1994) insistent sur l'importance de la résolution de problèmes dans l'acquisition de la proportionnalité. Selon ces auteurs, « on ne peut véritablement comprendre cette notion qu'en faisant des problèmes. » (Boisnard et al., 1994, p. 5). Mettre l'enfant face à un problème est donc primordial afin qu'il mette en place des stratégies de résolution. Il automatisera alors des schèmes de raisonnement lui permettant d'accéder à la résolution de différents types de problèmes du domaine de la proportionnalité. L'enfant développera ainsi ses connaissances en résolvant des problèmes.

2. Point de vue de l'école

Les professeurs s'accordent sur l'idée que c'est en mettant l'enfant en situation de résolution de problème qu'il pourra mener sa réflexion et accéder à la compréhension de la notion que l'on souhaite aborder. Il faut donc bien choisir les exercices que l'on va présenter à l'enfant. Selon Boisnard et al. (1994, p. 23), il faut des « connaissances précises sur les élèves, leurs conceptions, leurs difficultés, sur les problèmes eux-mêmes, sur les concepts qu'ils mettent en jeu, sur leurs ressemblances et leurs différences ».

« L'apprentissage par la résolution de problèmes [...] est surtout une démarche d'analyse et de prise en compte de la spécificité des situations et des problèmes pouvant conduire à un processus d'apprentissage et de compréhension » (Boisnard et al. 1994, p. 23).

Le professeur doit donc choisir avec parcimonie les exercices qu'il proposera à ses élèves pour travailler au mieux la notion qu'il souhaite aborder. Pour cela, il doit savoir où se situe l'enfant, jusqu'où il doit le faire progresser, et comment l'aider à remédier à ses difficultés. Cela demande de maîtriser la théorie et de savoir quels sont les problèmes qui vont permettre à l'enfant de développer ses connaissances.

3. Conditions à l'acquisition par la résolution de problèmes

Cauzinille-Marmèche (1996) défend également l'idée que la résolution de problèmes permet à l'enfant de modeler ses connaissances et même d'accéder à de nouvelles connaissances.

Cependant si l'on veut que la résolution de problèmes soit source d'apprentissage, l'auteur précise que les problèmes doivent respecter certains critères. En effet, selon Cauzinille-Marmèche (1996, p. 135), « la construction des connaissances dans un domaine conceptuel spécifique réside pour une bonne part dans l'élaboration de catégories de situations opérationnelles : des catégories utiles à la maîtrise des processus de solution ».

Cauzinille-Marmèche (1996) identifie ainsi trois critères que les problèmes doivent respecter afin qu'ils aient un impact sur les connaissances :

- respect de la zone proximal de développement : il faut accorder les problèmes avec le niveau actuel de l'enfant, en effet « il ne sert à rien de présenter aux sujets des problèmes trop difficiles (ou trop faciles), ou de leur présenter des corrigés qu'ils ne sont pas à même d'interpréter » (Cauzinille-Marmèche, 1996, p.135) ;
- le problème doit susciter une activité de recherche de la part de l'enfant : ce-dernier doit chercher à analyser le problème, à reconnaître les similarités et les différences avec d'autres problèmes rencontrés auparavant. Le problème présenté à l'enfant doit donc à la fois lui rappeler des problèmes précédemment rencontrés tout en questionnant l'enfant sur son raisonnement pour qu'il n'ait pas à appliquer une méthode toute-faite ;
- le problème doit amener l'enfant à analyser le raisonnement qu'il a adopté durant la résolution, à réfléchir sur « son propre fonctionnement métacognitif, en tentant d'expliquer pourquoi certaines procédures ont échoué, pourquoi d'autres ont réussi, bref en tentant de dégager les raisons des réussites et des échecs » (Cauzinille-Marmèche, 1996, p. 135).

4. Objectifs de la résolution de problèmes

Selon Boisnard et al. (1994), l'objectif de la résolution de problème est de rendre l'enfant autonome et qu'il découvre seul la façon de résoudre le problème. Il ne faut donc pas lui donner la « recette » permettant de résoudre le problème ou l'entraîner à résoudre des séries de problèmes identiques. « Ce qu'il faut obtenir, c'est que l'élève élabore lui-même une procédure de résolution adaptée au problème. Plus il sera actif et autonome dans cette recherche de la solution, plus la compréhension sera forte » (Boisnard et al., 1994, p. 26).

5. Limites

Pour conclure cette partie sur l'acquisition de connaissances par la résolution de problèmes, on peut toutefois préciser que la seule résolution de problèmes ne peut suffire à accéder à la maîtrise de la connaissance mathématique.

Certes résoudre des problèmes est important pour apprendre mais cela ne peut permettre de comprendre parfaitement la proportionnalité. Boisnard et al. (1994) précisent que l'enfant doit également avoir accès aux théories mathématiques de la proportionnalité afin de faire du lien entre les propriétés mathématiques et les situations de résolutions de problèmes.

Ainsi, selon Boisnard et al. (1994, p. 27), « la question pratique qui se pose alors, est celle de l'articulation entre ce que l'élève apprend en résolvant des problèmes, et ce qu'il faut qu'il apprenne en plus pour maîtriser véritablement la proportionnalité comme modèle mathématique ».

Au collège, l'enfant acquiert la proportionnalité au fil de l'apprentissage mathématique et accède ainsi à la résolution de problèmes. En résolvant des problèmes et en acquérant les notions théoriques relatives à la proportionnalité, il construira progressivement son apprentissage. On peut donc s'intéresser à la façon dont l'enfant résout les problèmes pour observer sa maîtrise de la proportionnalité.

III. L’enfant en situation de résolution de problème

A. La résolution de problème

1. Qu’est-ce-que résoudre un problème ?

Selon Cauzinille-Marmèche (1996, p. 131), « il y a problème dès qu’il existe un écart entre la situation présente et le but que l’on cherche à atteindre ».

Afin d’atteindre ce but, il faut faire appel à ses connaissances et à ses capacités à mener un raisonnement afin d’obtenir une solution au problème. Cela ne se fait pas automatiquement dès la lecture de l’énoncé, en effet les stratégies de résolution ne sont pas toujours immédiatement disponibles. De plus, lorsque l’on mène un raisonnement, les procédures mises en œuvre ne sont pas toujours utiles.

Notre capacité à réussir la résolution d’un problème va donc être fonction de notre rapidité à choisir les bonnes stratégies, qui dépend de notre faculté à faire des liens avec les problèmes précédemment rencontrés. En effet si un problème ressemble beaucoup à d’autres problèmes déjà résolus, par analogie nous allons savoir quelles stratégies utiliser pour le résoudre. « A l’autre extrême, un problème est très difficile s’il ne ressemble à rien de connu. Il s’agit alors d’inventer une solution nouvelle en combinant de façon originale différents éléments de connaissance » (Cauzinille-Marmèche, 1996, p. 131).

2. Fonctions impliquées dans la résolution de problèmes

Ménissier (2011) met en exergue les différentes fonctions impliquées dans la résolution de problèmes. Parmi elles on trouve « la perception, la mémoire, la compréhension ou le raisonnement » (Ménissier, 2011, p. 79).

En plus de mobiliser ces différentes fonctions, il faut également être capable de s'adapter aux difficultés et impossibilités causées par la résolution du problème et s'assurer de la plausibilité de la solution. La résolution de problème implique donc « aussi d'exercer une véritable fonction de contrôle, puisqu'elle nécessite des réorientations et de nouvelles représentations et interprétations selon les résultats des actions entreprises » (Ménissier, 2011, p. 79).

B. Les stratégies de l'enfant

Cauzinille-Marmèche (1996, p. 132) insiste sur l'importance de se poser la question « à quoi ressemble le problème posé ? ».

En effet, comme on l'a vu précédemment, pouvoir trouver des analogies entre le problème à résoudre et d'autres problèmes résolus auparavant permet d'accéder plus rapidement à la résolution du problème. Les stratégies étant accessibles plus rapidement, elles permettent d'être plus efficace dans la résolution du problème. Selon l'auteur, « un problème bien représenté est déjà à moitié résolu » (Cauzinille-Marmèche, 1996, p. 132).

Tous les enfants n'ont pas les capacités de faire émerger rapidement les analogies entre le problème à résoudre et les problèmes déjà résolus. Cauzinille-Marmèche (1996, p. 132) évoque le cas du « novice qui peut se laisser « porter » par des traits de surface non pertinents (eu égard à la stratégie de résolutions), en laissant de côté les traits de structures importants qui pourtant peuvent être disponibles dans d'autres contextes ».

1. Connaissances de l'enfant

Selon Cauzinille-Marmèche (1996), le novice dispose :

• de « connaissances très contextualisées » : ces connaissances sont en rapport avec l'énoncé lui-même et correspondent au contexte du problème. Ce sont les données pratiques accessibles à la lecture de l'énoncé, que Cauzinille-Marmèche (1996, p. 134) nomme les « traits de surface et traits de structure ».

• de « règles générales, principes ou théorèmes » : ces connaissances générales sont celles issues de l'apprentissage, le novice ne sait pas comment s'en saisir pour les transposer aux situations de résolution. « On parle alors de connaissances déclaratives, non opérationnelles, non procéduralisées (parce que ne permettant pas aux sujets de dérouler des procédures d'action ou de traitement) » (Cauzinille-Marmèche, 1996, p. 134).

2. Stratégies selon De Corte et Verschaffel

Selon De Corte et Verschaffel (2008, p. 28), « les étudiants doivent développer une démarche mentale qui requiert la maîtrise coordonnée de cinq catégories d'outils cognitifs » :

• des connaissances relatives aux différentes notions mathématiques, disponibles en mémoire, ces connaissances comprenant « les faits, les symboles, les algorithmes, les concepts, et les règles qui constituent la table des matières des mathématiques en tant que discipline » (De Corte et Verschaffel, 2008, p. 28) ;

• des exemples, des stratégies disponibles en mémoire permettant de résoudre des problèmes, assurant ainsi d'avoir plus de chances de trouver la solution du problème ;

• « des connaissances métacognitives, parmi lesquelles on peut distinguer les connaissances propres à son fonctionnement cognitif (connaissances métacognitives proprement dites) et les connaissances relatives à ses motivations et ses émotions (métacognition conative) » (De Corte et Verschaffel, 2008, p.28) ;

• des capacités à réguler son fonctionnement cognitif mais également son fonctionnement conatif que De Corte et Verschaffel (2008, p. 28) nomment les « stratégies d'autorégulation » ;

• des croyances à propos des mathématiques : non seulement sa relation à l'acquisition des mathématiques et son rapport aux problèmes mais également « les croyances à propos du contexte social dans lequel les activités mathématiques prennent place, et, enfin, les croyances au sujet des mathématiques elles-mêmes ainsi que celle relatives à la résolution de problèmes et à l'apprentissage mathématique » (De Corte et Verschaffel, 2008, p. 28).

3. Procédures de résolutions de problèmes

a) Les procédures de l'enfant en résolution de problèmes

Selon Boisnard et al. (1994), les procédures se retrouvent chez l'enfant sous forme de règles qu'il applique car elles lui semblent les plus adaptées au problème qu'il doit résoudre, sans véritablement les maîtriser. En effet il ne les maîtrise pas forcément car elles n'ont pas explicitement été vues en classe.

Le rôle du professeur est donc de mettre en lumière et d'exploiter les procédures utilisées par l'enfant. Ainsi il n'impose pas de procédures toutes faites mais s'adapte à celles de l'enfant, cela « permet de faire évoluer, de manière assez naturelle, l'idée que l'élève se fait de la proportionnalité » (Boisnard et al., 1994, p. 40).

Selon Boisnard et al. (1994), que l'enfant réussisse ou non à résoudre le problème, il est important de pouvoir décrypter les procédures qu'il utilise. L'enseignant peut ainsi savoir pourquoi et comment l'enfant réussit ou échoue le problème et lui apporter l'aide nécessaire. On peut ici faire le parallèle avec la pratique orthophonique où il semble primordial, dans une rééducation logico-mathématique, de savoir quelles stratégies sont utilisées par l'enfant et si elles sont utiles ou non. C'est par l'observation de l'enfant en situation de résolution de problème qu'on pourra comprendre les procédures utilisées, comme le confirment Boisnard et al. (1994, p. 40) : « une observation des démarches de recherche et un questionnement des élèves sont, la plupart du temps, nécessaires ».

Selon Boisnard et al. (1994, p. 46), l'étude des procédures de l'enfant « évite de s'enfermer dans une seule manière de concevoir la résolution du problème et de considérer que la compréhension de la notion se fait par tout ou rien ». On se place alors dans l'acceptation de la pluralité des démarches utilisées par les enfants sans privilégier une méthode toute-faite qu'on leur imposerait. En tant que pédagogue ou que praticien, il faut accepter le fonctionnement singulier de chacun, il y a en effet autant de procédures que d'enfants. L'accompagnement de chaque enfant demande donc un regard unique, une aide particulière et doit s'appuyer sur la connaissance de ses difficultés mais surtout de ses capacités.

b) Choix de la procédure

On a pu voir précédemment qu'il existe de nombreuses procédures utilisées par les enfants pour résoudre des problèmes. On a également constaté que ces procédures ne sont pas forcément présentées à l'école de façon explicite, on peut donc se demander comment l'enfant choisit la procédure qu'il va utiliser.

Selon Boisnard et al. (1994, p. 48), « le choix de la procédure est essentiellement lié aux grandeurs mises en jeu par le problème et aux relations qui existent entre ces grandeurs ». En effet, ce sont les grandeurs et les liens unissant ces grandeurs qui justifient en grande partie l'utilisation de telle ou telle procédure.

Cependant le choix de la procédure n'est pas uniquement déterminé par la grandeur présente dans le problème. Ce sont également « les connaissances de l'élève et ses conceptions profondes à propos de la proportionnalité qui déterminent la représentation qu'il va se donner du problème et la préférence qu'il aura pour telle procédure plutôt que telle autre » (Boisnard et al., 1994, p. 49).

Le choix de la procédure de résolution de problème dépend donc à la fois des connaissances de l'enfant et des caractéristiques du problème. C'est ainsi que chaque enfant aura son approche particulière du problème et qu'il y aura autant de façons d'aborder le problème que d'enfants.

C. Les difficultés de l'enfant

1. Troubles fonctionnels vs troubles structurels

a) Une distinction ancienne

Dès les années 70, Jaulin-Mannoni, citée par Morel (2013), ne veut pas réduire les troubles du calcul et du raisonnement au terme de dyscalculie. Jaulin-Mannoni s'est alors inspirée de la théorie constructiviste de Piaget pour mener des rééducations auprès d'enfants présentant des difficultés logico-mathématiques.

Selon Morel (2013, p. 119) il est important, grâce aux outils d'évaluation, de faire la distinction entre le « retard d'apprentissage auquel cas on ne peut le considérer comme un trouble » et le « dysfonctionnement, auquel cas il sera considéré comme trouble ».

b) Critères diagnostics

Van Hout (2005) met en évidence deux profils distincts d'enfants en difficulté selon la nature des erreurs et la sévérité des troubles :

- enfants ayant des troubles passagers : leurs difficultés sont peu massives, relativement globales et « leurs erreurs se rapprochent de celles d'enfants plus jeunes » (Van Hout, 2005, p. 143) ;
- enfants présentant des troubles persistants avec un retard notoire d'au moins deux ans : leurs erreurs sont hétérogènes et ne se rencontrent généralement pas chez des enfants plus jeunes.

Rourke et Finlayson (1978), cités par Van Hout (2005, p. 144) établissent les critères d'exclusion de la dyscalculie : « les enfants doivent :

- avoir bénéficié d'une scolarité régulière ;
- ne pas présenter de troubles émotionnels primaires sévères ;
- ne pas montrer d'altération de vision ou d'audition ;
- ne pas être issus d'un milieu socio-culturel défavorisé ».

Il est donc important, lorsque l'on rencontre l'enfant, de s'intéresser aux facteurs éducatif, affectif, sensoriel et socio-culturel qui pourront nous permettre d'établir notre diagnostic orthophonique.

Kosc (1974), cité par Van Hout (2005, p. 145), donne une définition de la dyscalculie comme une « déficience des aptitudes à réaliser les opération arithmétiques » et insiste sur :

- « l'intelligence normale des enfants qui en sont atteints ;
- certains critères d'exclusion (diagnostic négatif) ;
- l'origine structurale et constitutionnelle résultant d'une dysfonction des zones cérébrales impliquées dans le développement du calcul ».

Morel (2013, p. 120) définit la dyscalculie comme « une difficulté à utiliser les nombres dans des activités numériques diverses […] et dans les tâches quotidiennes, ce qui entraînerait des problèmes pour développer des apprentissages en mathématiques ». L'auteur retient également la notion de retard de deux ans pour confirmer l'existence d'un trouble.

Concernant cette distinction entre troubles fonctionnels et troubles structurels, Van Hout (2005, p. 174), conclut : « la durée des troubles et la nature qualitative et quantitative des erreurs sont sans doute fondamentale dans la distinction entre les « retards simples en calcul » et les « dyscalculies vraies » ».

c) Limites de cette distinction

Afin de situer l'enfant dans son développement, il semble important de pouvoir poser un diagnostic orthophonique, si difficultés il y a, et de classifier ses troubles en tant que fonctionnels ou structurels. Cependant Van Nieuwenhoven et De Vriendt (2010, p. 36) tiennent à préciser que quel que soit le type de trouble, fonctionnel ou structurel, cela « ne change pas fondamentalement les modalités de prise en charge ».

En effet ce n'est pas le type de trouble qui va orienter la prise en charge, « ce sont les besoins de chacun des enfants et le contexte spécifique de la demande qui vont particulièrement guider les stratégies des intervenants » (Van Nieuwenhoven et De Vriendt, 2010, p. 36).

2. Difficultés de l'enfant en résolution de problèmes

Quelles sont les raisons pour lesquelles un enfant échoue face à un problème et pourquoi, comme s'interroge Julo (1995, p. 112), « certains individus échouent plus souvent que d'autres dans les situations de résolution de problèmes ? ». Selon Julo (1995), ce sont des dysfonctionnements dans l'activité de représentation du problème qui expliqueraient ces échecs répétés.

On peut alors, selon Julo (1995, p. 113), parler « d'effet de contexte pour désigner l'influence que peut avoir une variation de ce contexte sémantique sur la résolution du problème ». En effet, si l'enfant se représente le problème de façon incorrecte, il ne pourra aboutir à sa résolution et il en tirera alors des connaissances erronées.

De plus, selon Julo (1995, p. 117), « plus l'élève est en situation d'échec, plus il a de difficultés à interpréter les différents éléments du contexte et à sélectionner les informations pertinentes par rapport à la tâche à réaliser ». Face à un enfant en difficulté, il sera donc pertinent de s'intéresser à la façon dont il s'est représenté le problème et de chercher à l'aider à mieux se représenter le problème afin qu'il parvienne seul à le résoudre.

Selon Julo (1995, p. 118), les « défauts de l'activité de représentation et ces dysfonctionnements trop fréquents qu'ils engendrent ont des répercussion importantes sur tout le fonctionnement cognitif de ceux qui sont en situation d'échec. Ils conduisent, en particulier, à une sorte de sous-utilisation des connaissances opératoires ». On voit bien ici que l'enfant peut alors s'enfermer dans une sorte de « spirale de l'échec » puisque non seulement les représentations qu'il se fera des problèmes seront incorrectes mais en plus ses connaissances opératoires seront insuffisantes et l'empêcheront d'aboutir à la résolution du problème. Julo (1995, p. 118) constate ainsi que « la maîtrise insuffisante de certaines connaissances opératoires conduisant à augmenter la probabilité d'un nouvel échec et donc à perturber un peu plus l'activité de représentation ». Une action d'aide au niveau de la représentation du problème pourrait donc permettre de rompre cette spirale.

Pour pallier ces difficultés de représentation, Julo (1995, p. 131) propose l'idée de la multireprésentation consistant à « enrichir le contexte qui caractérise un problème donné en proposant simultanément plusieurs énoncés de ce problème ».

3. Prise en charge de l'enfant en difficulté

a) Appuis théoriques

Pour pouvoir aider l'enfant en difficulté en mathématiques, il faut avant tout maîtriser le domaine touché par les difficultés. Les assises théoriques sont en effet essentielles dans la pratique orthophonique afin de comprendre le raisonnement de l'enfant et permettre une remédiation à ses troubles. Selon Van Nieuwehoven et De Vriendt (2010, p. 9), la prise en charge des enfants en difficulté « amène le praticien à s'interroger au quotidien quant aux chemins, aux moyens disponibles et au choix des outils ». Cette démarche d'interrogation dans les méandres du raisonnement mathématique de l'enfant demande donc une compréhension avancée des notions mathématiques. Il faut également être capable de remettre en cause son propre fonctionnement pour pouvoir envisager tous les raisonnements possibles.

b) Comprendre le raisonnement de l'enfant

Comme on l'a vu précédemment, pour accompagner l'enfant en difficulté il est indispensable de maîtriser les situations problèmes que l'on propose. Selon Ménissier (2011, p. 79) « la démarche d'aide doit s'appuyer non seulement sur une analyse qui référence chaque classe et chaque type de problème, mais aussi sur la nature et les caractéristiques propres à chaque problème particulier ».

Celui qui veut aider l'enfant doit donc savoir quels problèmes proposer à l'enfant en prenant en compte son fonctionnement cognitif afin de cibler au mieux ses difficultés. Il faut donc interroger et observer l'enfant pour savoir comment il fonctionne en situation de résolution de problème. Le praticien devra alors se poser les questions suivantes : « comment se représente-t-il le problème ? Quelles sont les informations auxquelles il peut accéder ? Dispose-t-il de moyens de traitement efficaces tels que planification, procédures, stratégies lui permettant de trouver une solution ? » (Ménissier, 2011, p. 79).

Le praticien, s'il veut aider l'enfant en mathématiques, doit donc lui proposer des problèmes qui permettront à l'enfant d'adopter une démarche de réflexion et de mettre en pratique ses connaissances. Il doit également choisir avec parcimonie les problèmes et « savoir quel rôle joue le contexte de la situation dans le processus d'interprétation : aider l'autre à accéder à la représentation, c'est avant tout connaître ce qui, dans un contexte donné, facilite ou perturbe la mise en place de cette représentation » (Ménissier, 2011, p. 79).

c) Remédiations orthophoniques

Après avoir mis en exergue les troubles du calcul et du raisonnement logico-mathématique par son bilan, l'orthophoniste propose à l'enfant une approche rééducative. Les approches sont diverses et variées et propres à chaque praticien. En effet les rééducations peuvent se faire à partir « de jeux, de supports informatisés ou sous la forme d'ateliers avec des objets et du matériel spécifique » (Morel, 2013, p. 123).

Selon Van Nieuwenhoven et De Vriendt (2010, p. 41), « le moteur des démarches logico-mathématiques est la mobilité de pensée ». Il s'agit pour le praticien aussi bien que pour l'enfant, à terme, de pouvoir envisager les différentes façons de résoudre un problème mais également d'accepter de se retrouver en échec. Pour aboutir à cette finalité, lors de la prise en charge, « il s'agira de travailler le parcours de tous les possibles, de respecter les différents cheminements des enfants face à un problème, d'accepter toute pensée comme digne d'intérêt et de proposer des problèmes impossibles » (Van Nieuwenhoven et De Vriendt, 2010, p. 41).

4. Aider l'enfant en résolution de problèmes

Comme on l'a vu précédemment, la résolution de problèmes est un outil promordial dans l'apprentissage de la proportionnalité. Il est donc important de pouvoir aider l'enfant en échec face à un problème car ses difficultés peuvent compromettre la compréhension de la notion mathématique que l'on vise à transmettre. Selon Boisnard et al. (1994, p. 115), « la résolution de problèmes ne peut en effet être le moteur de l'acquisition de connaissances qu'à deux conditions : l'activité doit poser problème à l'élève, cette difficulté doit être gérée pour éviter l'échec ».

a) Vision de la psychologie cognitive

Julo (1995, p. 1) affirme, à l'instar des autres auteurs dont nous avons pu développer les idées, l'importance de la résolution de problème dans l'acquisition des notions mathématiques : « on sait maintenant que cette activité particulière qui consiste à résoudre des problèmes est un passage obligé ». Il serait cependant réducteur de penser qu'il suffit de résoudre un problème pour accéder à la maîtrise du concept. En effet selon Julo (1995, p. 1), « si l'idée est tout simple, sa mise en œuvre pratique, en revanche, ne l'est pas car c'est toute la question de l'aide à la résolution de problèmes qui se trouve ainsi posée ».

Il est donc important de pouvoir aider l'enfant en difficulté afin qu'il parvienne à la résolution du problème. Il doit, avec ou sans notre aide, pouvoir accéder à la réussite du problème et pouvoir mener avec succès un raisonnement. En effet, selon Julo (1995, p. 111), « les connaissances mathématiques trouvent leur source dans l'activité de résolution de problèmes mais une activité qui ne conduit jamais à la réussite ne peut engendrer de savoir véritable ».

Julo (1995, p. 2) cherche alors à définir le comportement que doit adopter le professeur avec son élève dans la relation d'aide : « le professeur doit l'aider, ni trop, ni trop peu, de façon à lui laisser assumer une part raisonnable du travail ». L'enseignant doit donc pouvoir s'interroger sur le dosage et la nature de l'aide qu'il apporte à ses élèves.

Quelle aide faut-il donc choisir ? Selon Julo (1995, p. 12), « il faut privilégier l'intervention au niveau de la représentation lorsque l'on veut aider quelqu'un à résoudre un problème donné ». Ce serait donc au niveau de la représentation que se fait l'enfant du problème que nous pourrions apporter notre aide. Il s'agit là d'une tâche complexe car la représentation du problème ne se résume pas seulement à la façon dont l'enfant perçoit l'énoncé. Selon Julo (1995, p. 11), la représentation « est le résultat d'une véritable activité mentale mettant en œuvre tout un ensemble de processus chargés de traiter les informations issues de cet environnement ». La représentation d'un problème ne dépend donc pas seulement des données de l'énoncé, elle dépend également des connaissances que nous allons appliquer à la compréhension du problème. C'est ce qui explique que chaque enfant aura sa propre représentation face à un énoncé et que l'aide que nous apporterons devra être singulière et adaptée à chacun.

Pour aider l'enfant, comprendre son fonctionnement est essentiel. C'est par l'observation de l'enfant en situation de résolution de problème que nous pourrons au mieux définir l'aide à lui apporter. Selon Julo (1995, p. 120), « centrer l'analyse sur l'activité c'est partir de ce qui est observable (les comportements) mais en essayant d'appréhender ce qu'il y a entre les observables c'est-à-dire de reconstituer la logique fonctionnelle de la démarche ». Par nos observations on va donc s'intéresser aux comportements visibles de l'enfant mais on va également s'interroger sur ce qui n'est pas observable : quelles sont les processus mentaux mis en œuvre par l'enfant lors de la résolution ?

b) Position de l'enseignant dans la relation d'aide

Non seulement l'enseignement doit être précis dans le choix du problème qu'il propose mais il doit également savoir doser l'aide qu'il apporte à l'enfant. Les aides du professeur sont diverses : il peut pointer une information non repérée par l'enfant, rappeler à l'enfant un problème similaire résolu antérieurement, faire adopter une autre technique de résolution, expliciter le problème… Lorsqu'il choisit un problème, l'enseignant doit donc anticiper quelles seront les potentielles difficultés de l'enfant et quelles seront les aides qu'il pourra lui apporter. (Boisnard et al., 1994).

Face à l'enfant en difficulté, l'enseignant a à sa disposition un panel d'aides à proposer à l'enfant. Selon Boisnard et al. (1994), l'enseignant peut se constituer une palette d'aides mais cela nécessite un temps important pour s'interroger sur différents paramètres et en particulier :

- quelles sont les difficultés que peuvent engendrer ce problème ?
- quand et comment apporter l'aide à l'enfant ?

C'est par ce travail de réflexion que l'enseignant pourra au mieux aider l'enfant en difficulté. Cependant l'enfant peut également être la source d'aides, en effet « leurs productions ne permettent pas seulement de cerner les aspects de la tâche qu'ils mettent en avant, elles sont également l'une des sources d'inspiration des aides que l'enseignant proposera » (Boisnard et al., p. 115).

c) Position de l'orthophoniste dans la relation d'aide

Avec la notion d'aide vient celle du dosage : comment doser l'aide que l'on apporte à l'enfant ? En effet, un enfant que l'on n'aiderait pas assez perdrait vite confiance en lui face à l'accumulation de situations d'échecs, un enfant que l'on aiderait trop subirait sa rééducation de façon passive.

Selon Van Nieuwenhoven et De Vriendt (2010, p. 57), « il est essentiel d'aider tout en permettant aux enfants en difficulté de garder la place centrale, de rester les acteurs principaux de leurs apprentissages ». L'orthophoniste doit donc, à chacune de ses interventions, trouver l'équilibre entre ce qu'elle apporte et ce que l'enfant est capable de réaliser seul.

En plus de savoir doser l'aide que l'on apporte, il est important de savoir cibler cette aide. Contrairement à ce que l'on pourrait penser l'aide ne doit pas s'appuyer sur les difficultés mais elle doit se baser sur les capacités de l'enfant. Van Nieuwenhoven et De Vriendt (2010, p. 57) affirment qu' « une aide efficace s'appuie les forces comme leviers d'apprentissage ». En mettant en pratique l'affirmation de ces auteurs, on met en exergue les capacités de l'enfant afin de le faire parvenir à la réussite plutôt que de lui apporter des « aides compensatoires qui ont souvent pour effet de renforcer encore la définition du problème en termes de déficit individuel et surtout de confirmer l'enfant dans son sentiment d'incapacité » (Van Nieuwenhoven et De Vriendt, 2010, p. 57).

D. Une aide possible : travailler les problèmes de façon concrète

Selon les travaux de Jaspers et Van Lieshout (1994), cités par Thévenot et al. (2006, p. 165), « fournir aux jeunes enfants des objets qu'ils peuvent manipuler leur permet de simuler concrètement la situation décrite par le texte et entraîne une amélioration des performances ».

1. Une approche dans le domaine scolaire

Dans le domaine scolaire, l'apprentissage des mathématiques ne se résume plus à des séries de théories et de procédures toutes-faites à appliquer en fonction des problèmes. Selon De Corte et Verschaffel (2008, p. 26), les enseignants transmettent désormais les notions mathématiques en les concevant « comme une série d'activités de création « de cohérence » et de résolution de problèmes basées sur une modélisation mathématique de la réalité ».

Non seulement la façon d'enseigner les mathématiques se transforme, mais c'est l'objectif même de l'apprentissage mathématique qui se modifie : on cherche désormais « le développement d'une disposition à mathématiser le réel plutôt que l'acquisition de concepts et de compétences isolés » (De Corte et Verschaffel, 2008, p. 26).

La modification de l'apprentissage des mathématiques découle d'un processus global d'évolution de l'enseignement : la transmission des notions aux enfants ne se veut plus comme un « gavage » de connaissances où l'enfant est un acteur passif de son apprentissage, désormais « on considère l'apprentissage comme la construction active, opérée dans une communauté d'étudiants, de significations et de compréhensions basées sur la modélisation de la réalité » (De Corte & Verschaffel, 2008, p. 26).

2. Problèmes scolaires et problèmes de la vie

a) Différences entre problèmes scolaires et problèmes de la réalité

Thévenot et al. (2006) rapportent les observations de Nescher (1980) sur les problèmes donnés à l'école. Nescher (1980), cité par Thévenot et al. (2006), donne l'exemple d'un problème de la vie réelle et ce qu'il devient en situation scolaire, ainsi le problème « Combien va payer M. Smith pour entourer sa piscine pour entourer sa piscine d'une clôture ? » va devenir en situation scolaire :

« M. Smith a une piscine de 12 mètres de long et de 8 mètres de large. Il veut l'entourer d'une clôture posée tout autour à 2 mètres du bord. Combien va-t-il payer sachant qu'un mètre de clôture coûte 10$ (le prix comprend les matériaux et la main d'œuvre) » (Nescher (1980), cité par Thévenot et al. (2006), p. 174).

Nesher (1980), cité par Thévenot et al. (2006), observe ici deux transformations nettes entre le problème de la vie réelle et le problème de l'école : la première est que toutes les informations dont l'enfant a besoin pour résoudre le problème se trouvent dans l'énoncé, la seconde est que la difficulté scientifique que pourrait induire le problème est réduite, ainsi on donne un prix « tout compris » sans distinguer matériel et main d'œuvre, le matériel est englobé dans « matériaux » sans distinguer grillage et piquets… Ainsi l'enfant va directement à l'essentiel : le calcul. Ainsi selon Nesher (1980), cité par Thévenot et al. (2006, p. 174), « cette simplification à outrance, contrainte par les conditions de l'apprentissage scolaire, aboutit à la création d'énoncés stéréotypés qui ont sérieusement pris leurs distances avec la réalité ».

Il est primordial pour les enfants de pouvoir transposer les apprentissages dans la vie réelle. Or si les problèmes sont trop éloignés de ce qu'ils vivent ils ne pourront pas faire de lien entre ce qu'ils ont vu à l'école et ce qu'ils voient au quotidien. On peut donc se demander : comment faire pour rendre les problèmes de l'école plus proches de la vie réelle ?

b) Transformer les problèmes de l'école

Si l'on veut que l'enfant puisse faire plus de lien entre les problèmes de l'école et les problèmes de la vie quotidienne, on peut envisager de rendre le problème de l'école plus proche de la réalité, de « l'habiller » afin qu'il ressemble à une situation que l'enfant est à même de rencontrer. Ainsi Thévenot et al. (2006, p. 174) proposent de « plonger un problème stéréotypé dans une situation réelle, de l'immerger dans une histoire faite d'actions de la vie courante». Mais selon ces auteurs « même ainsi travesti, un problème de l'école reste un problème de l'école. Il peut être plus motivant, plus concret, plus familier, mais le déguisement ne modifie pas les caractéristiques du problème » (Thévenot et al., 2006, p. 175).

De plus, Roth (1996), cité par Thévenot et al. (2006, p. 175), observe que l'habillage des problèmes scolaires afin de les rendre plus proches de la réalité est reconnu par les élèves, il ajoute que « le simple emboîtement d'un problème dans une histoire ne suffit pas à le contextualiser, même si cela permet parfois de motiver certains enfants ou de déculpabiliser certains maîtres ».

3. L'importance de la manipulation

Berdonneau (2007), cité par Van Nieuwenhoven et De Vriendt (2010, p. 61), met en exergue trois avantages à la manipulation en tant que cadre d'apprentissage scolaire :

- « fournir un outil d'aide à l'élaboration des représentations mentales […] ;
- permettre de centrer l'apprentissage sur ce qui est spécifique […] ;
- fournir à l'enseignant un indicateur de l'activité intellectuelle de l'enfant ».

Selon Julo (1995, p. 143), manipuler et agir sur les situations problèmes est essentiel pour construire des savoirs, il affirme que « l'action est au point de départ de la connaissance et l'activité est plus que le moteur de l'apprentissage : elle est le matériau même à partir duquel se forme la connaissance ». Il est donc important de pouvoir donner à l'enfant des situations sur lesquelles il peut agir et ainsi être acteur de son apprentissage. Pour cela il faudra choisir des problèmes transposables dans la réalité, c'est-à-dire qui intègrent des objets concrets que l'on va pouvoir manipuler et sur lesquels on va pouvoir agir. Le but sera donc d'aider l'enfant à mieux se représenter le problème et de lui permettre d'agir sur les objets afin de construire de nouvelles connaissances.

Ainsi, en manipulant, l'enfant prend le temps de faire les choses, cela lui permet de construire mentalement les représentations liées à ses manipulations, il agit sur ses productions et se concentre sur ses actions. La façon dont l'enfant agit sera donc révélatrice de la façon dont il pense. A nous de savoir observer l'enfant dans ses manipulations afin de comprendre son raisonnement.

Il s’agit donc de savoir si l’enfant en échec face à un problème arithmétique du domaine de la proportionnalité écrit sera aidé par la manipulation d’objets concrets lui permettant de simuler la situation ?

PARTIE PRATIQUE

I. Problématique et hypothèses

Comme on l'a vu à la fin de la partie précédente, cette étude aura pour but de savoir si l'enfant en échec face à un problème arithmétique du domaine de la proportionnalité écrit sera aidé par la manipulation d'objets concrets lui permettant de simuler la situation.

Pour ce faire, l'expérience consiste en la passation de quatre exercices du domaine de la proportionnalité chez des élèves scolarisés en 6ème. Voici les deux hypothèses relatives à l'expérience :

- hypothèse 1 : les enfants n'accèderont pas tous à la compréhension et à la réussite des quatre problèmes ;
- hypothèse 2 : la manipulation d'objets concrets permettra de réussir le problème échoué initialement.

L'objectif de cette expérimentation est donc de proposer à des élèves de 6ème quatre problèmes du domaine de la proportionnalité afin d'observer dans un premier temps le raisonnement qu'ils adoptent face à un problème présenté de façon écrite. On prêtera attention aux stratégies de résolution qu'ils mettent en place ainsi qu'à leurs éventuelles difficultés.

En cas d'échec, on proposera à l'enfant de retravailler le problème en utilisant des objets permettant de mettre en situation l'énoncé. On observera alors la façon dont l'enfant manipule les objets qu'il a sa disposition et l'impact que cela aura dans la résolution du problème.

On s'interrogera ainsi sur l'efficacité d'une aide par la manipulation d'objets lors de la résolution d'un problème.

II. Matériel

A. Exercices

1. Choix des exercices

Il a été choisi de faire passer quatre exercices extraits de l'ouvrage « Maths Bordas 6ème ». Les problèmes ont été sélectionnés de façon à être transposables en situations concrètes, pour lesquelles on pourra utiliser des objets du quotidien.

On présentera successivement à l'enfant les quatre problèmes suivants :

- 1er exercice : « Un œuf moyen pèse 60 g. Quelle est la masse d'une demi-douzaine d'œufs ? »
- 2ème exercice : « Catherine a acheté une tablette de chocolat pour 1,38 €. Elle décide d'acheter trois tablettes. Combien paiera-t-elle ? »
- 3ème exercice : « Pour 4 personnes, on fait cuire 250 g de riz. Combien faut-il de riz pour 6 personnes ? »
- 4ème exercice : « Six cartes postales coûtent 5,10 €. Combien coûtent 13 cartes postales ? »

Ces quatre exercices se répartissent en deux groupes :

- les problèmes 1 et 2 d'une part, pour lesquels la valeur unitaire est connue : on sait le poids d'un œuf et le prix d'une tablette de chocolat. Il faut alors utiliser un coefficient multiplicateur qui correspond aux quantités d'œufs et de tablettes de chocolat ;
- les problèmes 3 et 4 d'autre part, pour lesquels la valeur unitaire n'est pas connue : on ne sait pas combien il faut de riz pour une personne ni combien coûte une carte postale. Il sera donc nécessaire de faire un calcul intermédiaire (calcul de la valeur unitaire ou calcul d'une valeur intermédiaire) avant de pouvoir faire le calcul permettant de trouver le résultat.

2. Création du matériel

Pour permettre une manipulation au plus près de la situation réelle, voici le matériel utilisé pour la manipulation de la situation *(cf. annexe 1)* :

- 1er exercice : 10 œufs en plastique rangés dans une boîte de 10 œufs ainsi que des étiquettes plastifiées sur lesquelles sont inscrits différents poids : 10, 50 et 100 grammes ;
- 2ème exercice : tablettes de chocolat, pièces de monnaie imprimées et plastifiées ;
- 3ème exercice : sachets de riz de différentes quantités sur lesquels sont inscrits les poids 5, 10, 50 et 100 grammes ;
- 4ème exercice : cartes postales et pièces de monnaie imprimées et plastifiées.

B. Passation

1. Temps de passation

Afin de tester l'impact de la manipulation sur la compréhension des exercices de proportionnalité, les enfants sont d'abord soumis pendant 5 minutes au problème rédigé sur une feuille de papier, sur laquelle ils peuvent rédiger leur réponse. Si au bout de 5 minutes l'enfant n'a pas accédé à la réponse on lui propose de retravailler le problème sous une forme différente. On lui apporte alors les objets pour qu'il puisse manipuler la situation problème de façon concrète. On laisse également 5 minutes à l'enfant pour la manipulation des objets. L'enfant peut nous solliciter dès qu'il pense avoir trouvé la réponse.

2. Déroulement de la passation

La passation se déroule selon les étapes suivantes :

- avant de commencer on précise à l'enfant qu'on regardera notre montre pour mesurer le temps que nous passerons ensemble mais que le but n'est pas d'aller le plus vite possible et qu'il ne doit donc pas se presser ;

- on précise également à l'enfant qu'il peut nous solliciter quand il a trouvé la réponse ou s'il a la moindre question ;
- on donne à l'enfant une feuille avec le problème écrit sur laquelle il pourra rédiger sa réponse, on lui demande de lire l'énoncé à haute voix afin de vérifier si des difficultés en lecture ne l'empêcheront pas de résoudre le problème ;
- on le laisse résoudre seul le problème pendant 5 minutes avec la feuille et un crayon feutre (choix de ne pas utiliser de stylo à encre effaçable ou de crayon de bois que l'on peut gommer) et on observe la façon dont il organise son raisonnement ;
- l'enfant peut nous solliciter lorsqu'il a trouvé la réponse mais si après 5 minutes l'enfant ne nous a pas donné sa réponse on lui demande : « As-tu trouvé ? » ;
- on note si l'enfant a résolu le problème, et on note dans les remarques la méthode qu'il a utilisée et les difficultés éventuellement rencontrées ;
- on ne précise pas à l'enfant s'il a échoué ou réussi le problème ;
- si l'enfant a réussi, on passe au problème suivant ;
- si l'enfant a échoué on lui propose de l'aider en lui apportant le matériel ;
- on lui présente le matériel et on lui demande « d'essayer en utilisant les objets » ;
- on lui précise qu'il peut relire la consigne et utiliser le matériel à sa disposition (objets, feuille, crayon feutre) ;
- l'enfant peut nous solliciter lorsqu'il a trouvé la réponse mais si après 5 minutes l'enfant ne nous a pas donné sa réponse on lui demande : « As-tu trouvé ? » ;
- on note si l'enfant a résolu le problème, et on note dans les remarques la méthode utilisée et les difficultés éventuellement rencontrées.

3. Grille d'observation

Pendant la passation, l'observateur aura à sa disposition pour chaque problème la grille d'analyse suivante à remplir par écrit :

EN SITUATION DE RESOLUTION DE PROBLEME ECRIT	Oui	Non	Remarques
Lecture de l'énoncé (« *Peux-tu lire l'énoncé ?* »)			
Se met en réflexion pendant quelques secondes ou minutes			
Avec ou sans temps de réflexion, utilise le matériel papier/crayon			
Résout le problème			
SI ECHEC : RESOLUTION DE PROBLEME A L'AIDE D'OBJETS PERMETTANT DE SIMULER LA SITUATION	Oui	Non	Remarques
Manipule les objets			
Utilise le matériel papier/crayon			
Résout le problème			

III. Méthode

A. Population

1. Recrutement des participants

Via le réseau des parents d'élèves d'un collège public, on a contacté au hasard par téléphone des parents d'élèves de 6ème de classes différentes. On a alors présenté aux parents le principe de l'expérimentation de la manière suivante : « Il s'agit d'observer le raisonnement de l'enfant face à quatre problèmes mathématiques et de proposer une façon de l'aider en cas de difficulté ». On a répondu aux différentes questions des parents concernant principalement le lieu, la durée de l'expérimentation et l'intérêt d'une telle démarche dans la pratique orthophonique. Sur les douze familles contactées, onze parents ont répondu favorablement après accord de leur enfant et une famille n'a pas rappelé ni répondu après avoir demandé quelques jours de réflexion. Avant la passation des exercices, on a remis aux parents une autorisation parentale à remplir *(cf. annexe 2)*.

2. Composition de la population

La population de cette étude est composée de 11 enfants scolarisés en classe de 6ème : 6 filles âgées en moyenne de 11 ans et 11 mois et 5 garçons âgés en moyenne de 11 ans et 8 mois. Ils sont scolarisés dans des classes différentes d'un collège public situé dans un quartier résidentiel d'une grande ville. Ces élèves de sixième suivent une scolarité normale.

Par soucis d'anonymat les prénoms des enfants ont été modifiés.
Les âges donnés correspondent à ceux des enfants au mois de mai 2015.

Sujet	**Sexe**	**Age (au mois de mai 2015)**	**Classe**	**Groupe socio-professionnel du père**	**Groupe socio-professionnel de la mère**
Marie	Féminin	11 ans 9 mois	6ème D	Cadres et professions intellectuelles supérieures	Cadres et professions intellectuelles supérieures
Jeanne	Féminin	11 ans 11 mois	6ème C	Professions intermédiaires	Cadres et professions intellectuelles supérieures
Julien	Masculin	11 ans 10 mois	6ème B	Employés	Professions intermédiaires
Mathilde	Féminin	12 ans	6ème D	Cadres et professions intellectuelles supérieures	Professions intermédiaires
Chloé	Féminin	11 ans 5 mois	6ème C	Cadres et professions intellectuelles supérieures	Cadres et professions intellectuelles supérieures
Juliette	Féminin	12 ans 3 mois	6ème D	Professions intermédiaires	Employés
Martin	Masculin	12 ans 1 mois	6ème B	Professions intermédiaires	Cadres et professions intellectuelles supérieures

Léa	Féminin	12 ans 1 mois	6ème D	Retraités	Employés
Yann	Masculin	11 ans 11 mois	6ème C	Professions intermédiaires	Cadres et professions intellectuelles supérieures
Paul	Masculin	11 ans 5 mois	6ème D	Cadres et professions intellectuelles supérieures	Cadres et professions intellectuelles supérieures
Valentin	Masculin	10 ans 11 mois	6ème D	Employés	Sans profession

B. Conditions d'expérimentation

Tous les enfants passent les exercices dans la même pièce : une petite cuisine comportant une table carrée et deux chaises l'une en face de l'autre. L'observateur se place donc face à l'enfant. Il donne au fur et à mesure les feuilles contenant les énoncés sur lesquelles l'enfant rédige sa réponse. A ses pieds, l'observateur a placé un carton contenant le matériel nécessaire à la manipulation des exercices qu'il donnera à l'enfant si ce-dernier échoue à un problème. L'observateur prendra alors seulement les objets relatifs au problème et les présentera à l'enfant. A la fin de chaque exercice, l'observateur range la feuille de l'enfant, la grille d'observation remplie et éventuellement le matériel sorti.

IV. Résultats

A. Résultats par enfant

1. Marie *(cf. annexe 3)*

a) Problème 1

Face au problème « Un œuf moyen pèse 60g. Quelle est la masse d'une demi-douzaine d'œufs ? », Marie lit l'énoncé, se met rapidement en rédaction et représente un œuf dans lequel elle inscrit le poids « 60g ». Elle semble donc avoir compris le problème et modélise correctement l'énoncé.

Au bout de quelques secondes, face à sa question: « C'est quoi une demi-douzaine ? », on répond « Essaye de trouver toute seule ». Marie déduit de sa réflexion qu'une demi-douzaine correspond à 5 œufs.

Elle multiplie alors le poids d'un œuf par 5, trouve le résultat de 300g et donne sa réponse. Il est décidé de ne pas lui proposer la manipulation des objets puisqu'il s'agit d'une erreur concernant la notion de « demi-douzaine », Marie n'a pas eu de difficulté concernant la compréhension de l'énoncé ni la façon dont il fallait le résoudre.

b) Problème 2

Marie lit et comprend rapidement l'énoncé « Catherine a acheté une tablette de chocolat pour 1,38€. Elle décide d'acheter trois tablettes. Combien paiera-t-elle ? ». Elle pose sur sa feuille l'opération 1,38 X 3, trouve la solution « 4,14 » et annonce qu'elle a fini.

c) Problème 3

On présente ensuite à Marie l'énoncé « Pour 4 personnes, on fait cuire 250g de riz. Combien faut-il de riz pour 6 personnes ? ». Elle lit rapidement et semble comprendre l'énoncé.

Pour modéliser le problème elle effectue le dessin d'un bonhomme « X 4 = 250 g de riz », et en dessous le dessin d'un bonhomme « X 6 = ? ». Elle représente ainsi la 4ème proportionnelle, l'inconnue à trouver sans effectuer de véritable tableau de proportionnalité. Pour passer de 4 à 6 personnes Marie ne calcule pas la valeur unitaire mais passe par le poids pour 2 personnes qu'elle multiplie ensuite par 3. Elle trouve donc le poids pour 2 personnes (« 250 : 2 = 125 »), puis multiplie ce résultat par 3, (« 125 X 3 = 375 ») et trouve ainsi le poids de riz pour 6 personnes.

d) Problème 4

Face au problème « six cartes postales coûtent 5,10 €. Combien coûtent 13 cartes postales ? », Marie effectue une modélisation semblable à celle du problème 3 :

X 6 = 5,10 €

X 13 = ?

Après quelques secondes de réflexion (qu'on peut interpréter comme le questionnement « comment faire pour passer de 6 à 13 ? »), Marie commence par multiplier par 2 le montant 5,10 pour connaître le prix de 12 cartes postales. Elle pose ensuite la division « 5,10 : 6 » pour obtenir le prix d'une carte postale. La division est un peu difficile à réaliser pour Marie, elle fait quelques petites erreurs mais s'en rend compte et se corrige. Elle parvient à mener sa division jusqu'au bout et aboutit au bon résultat (« 6 : 5,10 = 0,85 »).

Elle additionne enfin le prix de 12 cartes et le prix d'une carte et trouve ainsi le résultat.

e) Résumé des résultats de Marie

Marie a donc réussi les problèmes 2, 3 et 4. Seul le problème 1 a été échoué, dû à une mauvaise analyse du terme « demi-douzaine ». Marie a adopté de bonnes stratégies afin de modéliser les situations de proportionnalité en s'aidant de dessins. Elle a également maîtrisé l'exécution des opérations nécessaires et n'a pas rencontré de difficulté majeure dans ses calculs.

Marie a donc rencontré une difficulté dans la compréhension de l'énoncé du problème 1. Bien qu'elle ait compris le schéma de résolution à adopter, sa déduction erronée du terme « demi-douzaine » (confusion possible avec « demi-dizaine ») l'a empêchée de résoudre correctement le problème. Son erreur porte donc sur le contexte et non sur l'aspect purement opératoire du problème. La manipulation ne permettant pas de pallier les difficultés langagières engendrées par l'énoncé, il a été choisi de ne pas lui proposer la simulation de la situation par les objets.

2. Jeanne *(cf. annexe 4)*

a) Problème 1

On présente tout d'abord à Jeanne l'énoncé « Un œuf moyen pèse 60 g. Quelle est la masse d'une demi-douzaine d'œufs ? ». Elle lit correctement l'énoncé et demande directement après la lecture : « C'est quoi une demi-douzaine ? ». Après la réponse « Essaye de trouver toute seule », elle réfléchit une dizaine de secondes et semble donc s'interroger sur le terme.

Jeanne calcule d'abord le poids d'une douzaine d'œufs, elle pose l'opération et obtient le bon résultat : une douzaine d'œufs pèse 720 g. Puis pour trouver le prix de la demi-douzaine elle écrit « 720 : 2 » mais ne pose pas la division et calcule en ligne, elle se trompe dans son calcul et obtient le résultat de 66 g.

Elle donne donc sa réponse : « une demi-douzaine d'œufs pèse 66 g. » Face à cette erreur de calcul, on décide donc de proposer les objets afin que Jeanne manipule les œufs et les étiquettes.

Sans lui pointer sans erreur on propose à Jeanne de réessayer le problème en utilisant les œufs et les étiquettes. On lui présente alors le matériel et la laisse manipuler les objets.

Jeanne commence par associer 1 œuf et 2 étiquettes 50 g et 10 g. Elle associe donc l'œuf à son poids. Elle prend plusieurs secondes pour relire l'énoncé et sa réponse écrite. Elle réalise ensuite 1 paquet de 6 étiquettes de 50 g et 1 paquet de 6 étiquettes de 10 g. Elle compte le tout à l'oral en pointant les étiquettes et donne sa réponse « 360 g ». La manipulation des objets a donc été efficace pour rendre la situation concrète, Jeanne s'est rendu compte que sa première réponse « 66 g » était aberrante et la manipulation de la situation lui a permis de trouver la réponse sans effectuer de calcul.

b) Problème 2

Après la lecture de l'énoncé « Catherine a acheté une tablette de chocolat pour 1,38 €. Elle décide d'acheter trois tablettes. Combien paiera-t-elle ? », Jeanne se met en réflexion quelques secondes et se lance rapidement dans la rédaction. Elle pose l'opération « 1,38 X 3 » et obtient le résultat 4,14 €.

c) Problème 3

On présente ensuite à Jeanne l'énoncé « Pour 4 personnes, on fait cuire 250 g de riz. Combien faut-il de riz pour 6 personnes ? ». Elle lit l'énoncé à haute voix, puis prend quelques secondes de réflexion et relit l'énoncé à voix basse.

Jeanne modélise ensuite le problème de la façon suivante :

« 4 p ➔ 250 g de riz
6 p ➔ de riz »

L'espace laissé vide représente l'inconnue de la 4$^{\text{ème}}$ proportionnelle à trouver. Jeanne calcule alors le poids pour une personne en posant la division « 250 : 4 » et obtient le poids de 62,5 g qu'elle multiplie par 6 afin d'obtenir le poids pour 6 personnes. Après avoir posé la multiplication elle trouve la solution : « 6 p ➔ 375 g de riz ».

d) Problème 4

On propose enfin à Jeanne de résoudre le problème « Six cartes postales coûtent 5,10 €. Combien coûtent 13 cartes postales ? ». Après avoir correctement lu l'énoncé, elle réfléchit pendant plusieurs secondes et le relit à voix basse.

Afin de trouver le prix d'une carte postale elle pose la division « 5,10 : 6 » mais rencontre des difficultés dans l'exécution de l'opération, elle recompte chaque partie de la division mais ne semble pas trouver ses erreurs. Elle reste bloquée sur le résultat qu'elle a obtenu « 1,1 ». On l'arrête après 5 minutes de résolution.

On propose donc à Jeanne de retravailler le problème avec les cartes postales et les pièces de monnaie. Après avoir relu l'énoncé, Jeanne commence à manipuler les objets à sa disposition : elle fait 2 tas de 6 cartes postales auxquels elle fait correspondre 2 tas de 5,10 € avec des pièces de 2, 1 et 0,10 €. Elle met également une 13ème carte postale à côté des 12 autres. Elle remplace ensuite les pièces de 2€ par des pièces de 1€ puis toutes les pièces de 1€ par des pièces de 0,50 €. Il ne lui reste plus que des pièces de 0,50 et 0,10 € mais elle ne trouve pas par quoi remplacer les pièces de 0,50 € et 0,10 € pour pouvoir avoir assez de pièces afin de les séparer en 12 et trouver ainsi le prix d'une carte. On l'arrête après 5 minutes de manipulation.

e) Résumé des résultats de Jeanne

Jeanne a correctement lu et compris l'ensemble des quatre énoncés. Au problème 1, à l'instar de Marie, Jeanne a également été gênée par le terme « demi-douzaine ». Cependant, après un temps de réflexion, elle en a déduit qu'une demi-douzaine correspondait à six œufs mais elle a échoué ce problème à cause d'une erreur de calcul. Elle a également échoué le problème 4 car elle n'a pu réalisé la division « 5,10 : 6 ».

Pour la première partie de la résolution, Jeanne a donc réussi 2 exercices sur les 4 présentés. Ses échecs aux problèmes 1 et 4 sont dus à des erreurs de calcul.

On a donc proposé à Jeanne de retravailler les problèmes 1 et 4 en utilisant la manipulation des objets qui a été bénéfique pour la résolution du problème 1 puisqu'elle lui a permis de se défaire de son résultat erroné de calculer directement avec les objets. Pour le problème 4, la manipulation a été efficace mais lui a demandé trop de temps pour pouvoir trouver un résultat en 5 minutes. Jeanne aurait peut-être pu aboutir à la réussite du problème 4 avec plus de temps car elle avait compris les actions nécessaires à la résolution du problème : remplacer suffisamment de pièces pour pouvoir attribuer à chaque carte son montant. Elle a manqué de temps pour trouver comment remplacer les pièces qui lui restaient et semblait un peu perdue face à la quantité de matériel à manipuler.

3. Julien *(cf. annexe 5)*

a) Problème 1

On présente tout d'abord à Julien l'énoncé : « Un œuf moyen pèse 60 g. Quelle est la masse d'une demi-douzaine d'œufs ? ». Julien lit correctement l'énoncé et se lance rapidement dans la rédaction après quelques secondes de réflexion. Il inscrit en ligne « 30 X 6 », pose la multiplication et trouve le résultat de 360 g.

b) Problème 2

Après avoir lu l'énoncé « Catherine a acheté une tablette de chocolat pour 1,38 €. Elle décide d'acheter trois tablettes. Combien paiera-t-elle ? », Julien prend quelques secondes de réflexion, note rapidement sur sa feuille « 1,38 X 3 » puis pose la multiplication. Il trouve très rapidement le résultat « 4,14 € ».

c) Problème 3

On propose ensuite à Julien de résoudre l'énoncé « Pour 4 personnes, on fait cuire 250 g de riz. Combien faut-il de riz pour 6 personnes ? ». Après l'avoir lu à haute voix il le relit une fois à voix basse puis prend une vingtaine de secondes de réflexion.

Il note d'abord « 250 X 3 » puis inscrit à côté le résultat sans poser l'opération. En dessous il écrit « 750 : 2 », pose la division et trouve ainsi le résultat « 375 g ».

d) Problème 4

Après avoir lu à voix haute l'énoncé « Six cartes postales coûtent 5,10 €. Combien coûtent 13 cartes postales ? », Julien prend le temps de relire trois fois l'énoncé à voix basse.

Julien note tout d'abord « 5,10 X 2 » et calcule de tête sans poser l'opération. Il obtient ainsi le prix de la douzaine de cartes postales : « 10,20 € ». Puis il cherche le prix d'une carte postale en posant l'opération « 5,10 : 6 ». Il se trompe dans sa division et obtient le résultat de 0,73 € au lieu de 0,85 € (mauvais calcul dans la table de 6 => 6 X 7 = 53 et non 42).

Ainsi, en additionnant le prix de 12 et le prix d'une carte postale il obtient le montant de 10, 93 € au lieu de 11,05 €. Face à cette erreur de calcul il est donc proposé à Julien d'essayer de retravailler le problème en utilisant les cartes postales et les pièces.

Julien répartit 13 cartes postales en 2 tas de 6 et rajoute une carte seule à côté. A chaque tas de 6 cartes il y associe le montant correspondant : 5,10 € (2 X 2 € + 1 X 1 € + 1 X 0,10 €). Il prend ensuite un tas de pièces formant 5,10 €, remplace les pièces de 2 € par des pièces de 1 €, toutes les pièces de 1 € par des pièces de 0,50 € puis les pièces de 0,10 € par des pièces de 0,05 €. Il forme 6 petits tas de 0,55 € (il reste quelques pièces de 0,50 € et 0,05€ qu'il ne peut répartir dans les 6 petits tas) et jette quelques coups à sa feuille. Après 5 minutes de résolution il n'a pas réussi à trouver le prix d'une carte postale qu'il cherchait avec la manipulation des pièces.

e) Résumé des résultats de Julien

Julien a répondu efficacement et de façon rapide aux trois premiers exercices. C'est un garçon qui manipule aisément les chiffres et calcule facilement de tête. Dans le 4ème exercice il échoue à cause d'une erreur de calcul dont il ne s'est pas rendu compte à la division « 5,10 : 6 ». Plutôt assuré, il n'a pas cherché à vérifier sa solution. La manipulation ne l'a pas spécialement aidé à résoudre le problème, peut-être n'avait-il pas compris où se situait son erreur et semblait finalement plus à l'aise dans la situation papier/crayon. Il a cependant réussi à manipuler les objets en remplaçant les pièces de monnaie afin de les répartir et de les attribuer aux cartes postales mais a manqué de temps pour remplacer les quelques pièces qui lui restaient.

4. Mathilde *(cf. annexe 6)*

a) Problème 1

Après avoir lu à voix haute l'énoncé « Un œuf moyen pèse 60 g. Quelle est la masse d'une demi-douzaine d'œufs ? », Mathilde relit lentement l'énoncé à voix basse puis se lance dans la rédaction. Mathilde pose les bases de son raisonnement « une demi-douzaine d'œufs = 6 œuf ». Elle calcule ensuite en ligne « 6 X 60 » et trouve rapidement le résultat.

b) Problème 2

On propose ensuite à Mathilde de résoudre l'énoncé « Catherine a acheté une tablette de chocolat pour 1,38€. Elle décide d'acheter trois tablettes. Combien paiera-t-elle ? ». Après avoir lu l'énoncé à voix haute, elle relit l'énoncé une fois à voix basse et se lance dans la rédaction. Elle calcule rapidement en ligne « 1,38 X 3 », obtient le bon résultat et donne sa réponse.

c) Problème 3

On présente ensuite à Mathilde le problème « Pour 4 personnes, on fait cuire 250 g de riz. Combien faut-il de riz pour 6 personnes ? ». Après avoir correctement lu l'énoncé à voix haute, elle le relit trois fois à voix basse et semble moins en confiance que lors des deux premiers exercices.

Elle modélise ensuite le problème :

« 4 p = 250 g
6 p = ? ».

Mathilde passe par le poids pour 24 personnes en utilisant le coefficient multiplicateur 6 :

« 4p = 250 g

X 6 X 6

24 p = 1500 g »

Mathilde pose ensuite la division « 1500 : 4 » et obtient ainsi le poids de riz pour 6 personnes.

d) Problème 4

Après avoir lu à voix haute l'énoncé « Six cartes postales coûtent 5,10 €. Combien coûtent 13 cartes postales ? », Mathilde relit une fois l'énoncé à voix basse. Elle pose d'abord la division « 5,10 : 6 » et trouve ainsi le prix d'une carte postale : « 1 carte postale coute 0,85€ ». Puis Mathilde multiplie ce résultat par 13, pose la multiplication et obtient le résultat : « 13 cartes postales coûtent 11,05 € ».

e) Résumé des résultats de Mathilde

Mathilde a réussi les quatre exercices qui lui ont été proposés. Elle a été performante et n'a rencontré aucune difficulté dans la réalisation des quatre exercices. Elle a maîtrisé aussi bien la modélisation de la situation problème que l'exécution des opérations.

5. Chloé *(cf. annexe 7)*

a) Problème 1

On propose tout d'abord à Chloé le problème « Un œuf moyen pèse 60 g. Quelle est la masse d'une demi-douzaine d'œufs ? ». Après avoir correctement lu l'énoncé à vois haute, Chloé relit l'énoncé à voix basse et s'interroge sur le terme « demi-douzaine ». Puis elle demande : « C'est quoi une demi-douzaine ? ». A la réponse : « Essaye de trouver toute seule », elle réagit par de petits rires gênés. Après quelques secondes de réflexion elle pose l'opération « 60 X 12 » et donne alors sa réponse : « Une demi-douzaine d'œufs pèse 720 g ».

Malgré cette erreur, on décide de ne pas poursuivre le problème 1 par la manipulation des objets malgré son échec puisque cela ne pourrait pas aider Chloé à comprendre qu'une demi-douzaine correspond à 6 œufs et non à 12.

b) Problème 2

On présente ensuite à Chloé le problème « Catherine a acheté une tablette de chocolat pour 1,38 €. Elle décide d'acheter trois tablettes. Combien paiera-t-elle ? ». La lecture à voix haute n'ayant pas posé problème, Chloé se lance rapidement dans la résolution de l'énoncé après quelques secondes de réflexion. Elle pose l'opération « 1,38 X 3 », trouve le bon résultat et donne sa réponse.

c) Problème 3

Après avoir correctement lu l'énoncé à voix haute, Chloé se lance rapidement dans la résolution du problème « Pour 4 personnes, on fait cuire 250 g de riz. Combien faut-il de riz pour 6 personnes ? ».

Chloé note tout d'abord « 2X4 = 8 » et « 8-2 ». Elle semble donc choisir comme stratégie de résolution de multiplier par 2 le poids pour 4 personnes afin d'obtenir le poids pour 8 personnes. Elle souhaite ensuite diviser par 2 le poids pour 4 personnes afin de connaître le poids pour 2 personnes. En soustrayant le poids pour 2 personnes au poids pour 8 personnes elle obtiendrait ainsi le poids pour 6 personnes.

Chloé trouve donc le poids pour 8 personnes (« 250 X 2 = 500 ») mais échoue lors de la division qui lui permettrait de trouver le poids pour 2 personnes (« 250 : 2 = 66,5 »). En effectuant la soustraction « 500 – 66,5 » elle note donc son résultat : « Il faut 433 g de riz pour 6 personnes ».

On propose donc à Chloé de retravailler le problème en utilisant les sachets de riz. Elle semble tout d'abord vouloir vérifier son résultat mais elle se rend compte qu'elle ne peut pas matérialiser 433 g avec les sachets présents sur la table. Elle dit alors « je vais recommencer mon calcul », elle repose alors au dos de la feuille l'opération « 250 : 2 » et obtient le bon résultat : « 125 g » pour 2 personnes. Au lieu d'effectuer la soustraction « poids pour 8 personnes – poids pour 2 personnes » comme elle souhaitait le faire au début, elle se trompe et effectue une addition. Elle obtient alors un poids de riz de 625 g et veut revérifier son résultat avec les sachets de riz. Elle regarde les sachets et constate « Y'aura pas assez… » puis regarde sa feuille et s'exclame « Ah je viens de comprendre ! ». Elle effectue alors en ligne la soustraction « 500 – 125 » mais obtient le résultat de 475 g au lieu de 375 g. La manipulation lui aura donc permis de se rendre compte de ses erreurs de calcul mais l'erreur de la soustraction finale ne lui aura pas permis d'obtenir la bonne réponse.

d) Problème 4

On présente enfin à Chloé l'énoncé « Six cartes postales coûtent 5,10 €. Combien coûtent 13 cartes postales ? » qu'elle lit correctement. Chloé se lance ensuite rapidement dans la rédaction. Elle note en ligne « 5,10 : 6 », pose la division et trouve ainsi le prix d'une carte postale « 0, 85 ». Chloé écrit ensuite « 0,85 X 13 » et pose la multiplication afin d'obtenir le prix de 13 cartes postales. Elle obtient le résultat « 11,05 € » dont elle semble douter. Elle s'interroge « C'est pas possible, qu'est-ce-que j'ai fait ? », réfléchit une trentaine de secondes puis dit « Ah si ! ». Elle note alors sa réponse « 13 cartes postales coûtent 11, 05 € ».

e) Résumé des résultats de Chloé

Chloé n'a pas eu de difficulté pour modéliser les problèmes qui lui étaient proposés. Elle a réussi 2 problèmes sur les 4 présentés.

Le problème 1 a été échoué puisqu'elle n'a pas su déduire du terme « demi-douzaine » le bon nombre d'œufs. Il a donc été choisi de ne pas lui proposer la manipulation des œufs et des étiquettes poids car cela ne l'aurait pas aidé à comprendre son erreur.

Au problème 3, Chloé a réalisé une erreur de calcul à la division « 250 : 2 ». La manipulation des objets au problème 3 l'a aidée à se rendre compte de son erreur de calcul, elle a donc recommencé ses opérations mais une erreur à la dernière soustraction ne lui a pas permis de résoudre le problème.

Chloé a été parfois distraite, ce qui peut expliquer ses erreurs de calcul.

6. Juliette *(cf. annexe 8)*

a) Problème 1

Après avoir correctement lu à voix haute l'énoncé « Un œuf moyen pèse 60 g. Quelle est la masse d'une demi-douzaine d'œufs ? », Juliette prend quelques secondes pour relire l'énoncé en silence puis se lance dans la rédaction. Elle calcule en ligne « 60 X 6 » et obtient d'abord 120. Elle demande « C'est pas grave si j'ai pas mis tous mes calculs car y'en a que j'ai fait dans ma tête ? ». On lui répond que non. Elle se relit et dit « Ah mince je me rends compte que je me suis trompée ». Elle se corrige et note alors le bon résultat « Une demi-douzaine d'œufs pèse 360 g.

b) Problème 2

On présente à Juliette l'énoncé « Catherine a acheté une tablette de chocolat pour 1,38 €. Elle décide d'acheter trois tablettes. Combien paiera-t-elle ? » qu'elle lit à haute voix sans difficulté. Sans relire l'énoncé elle se lance rapidement dans la rédaction. Elle écrit en ligne « 1,38 X 3 = », prend quelques secondes pour réfléchir puis demande « On peut faire un calcul en colonne ? ». On lui répond que c'est bien sûr possible. Elle pose alors la multiplication et obtient le bon résultat : « Catherine a payé 4,14 € ».

c) Problème 3

On présente ensuite à Juliette le problème suivant : « Pour 4 personnes, on fait cuire 250 g de riz. Combien faut-il de riz pour 6 personnes ? ». Après l'avoir correctement lu à haute voix elle relit rapidement l'énoncé à voix basse. Elle note « 250 : 4 = » puis elle réfléchit, relit l'énoncé et prend encore quelques secondes de réflexion. Elle pose la division « 250 : 4 » et obtient ainsi le poids pour 1 personne : « 250 : 4 = 62,5 ». Elle calcule ensuite en ligne « 62,5 X 2 = 125 » afin de trouver le poids pour 2 personnes. Elle additionne enfin le poids pour 4 personnes (donné dans l'énoncé) et le poids pour 2 personnes qu'elle vient d'obtenir. Elle trouve ainsi le résultat « Il faut 375 g de riz pour 6 personnes ».

d) Problème 4

Enfin, Juliette lit à haute voix le dernier énoncé « Six cartes postales coûtent 5,10 €. Combien coûtent 13 cartes postales ? ». Elle prend quelques secondes de réflexion puis se lance rapidement dans la rédaction. Elle note « 5,10 : 6 = », pose la division « 510 : 6 » et trouve le résultat de 85. Elle en déduit le prix d'une carte postale : « 5,10 : 6 = 0,85 ». Elle note ensuite « (5,10 X 2) + 0,85 » et calcule de tête le prix de 12 cartes postales auquel elle ajoute le prix d'une carte postale. Elle trouve ainsi le résultat : « Elles coûtent 11,05 € ».

e) Résumé des résultats de Juliette

Juliette a réussi les 4 problèmes sans rencontrer de difficulté particulière, que ce soit dans la compréhension des énoncés ou dans la réalisation des calculs nécessaires. Elle a été très rapide dans la résolution des 4 énoncés, notamment grâce à des capacités performantes en calcul mental.

7. Martin *(cf. annexe 9)*

a) Problème 1

Sans difficulté, Martin à haute voix le premier énoncé « Un œuf moyen pèse 60 g. Quelle est la masse d'une demi-douzaine d'œufs ? » puis le relit en silence. Il pose directement l'opération « 60 X 6 », obtient le résultat de 360 auquel il rajoute un petit « g » à côté. Il se relit et dit « C'est bon ».

b) Problème 2

On propose ensuite à Martin l'énoncé suivant : « Catherine a acheté une tablette de chocolat pour 1, 38 €. Elle décide d'acheter trois tablettes. Combien paiera-t-elle ? ». Après avoir correctement lu l'énoncé à voix haute, Martin réfléchit quelques secondes et commence à poser la multiplication « 1,38 X 3 » tout en jetant quelques coups d'œil à l'énoncé. Il trouve le résultat de 4,14 auquel il rajoute le mot « euros » à coté. Il se relit rapidement avant de dire « C'est bon ».

c) Problème 3

Martin lit ensuite l'énoncé du problème 3 : « Pour 4 personnes, on fait cuire 250 g de riz. Combien faut-il de riz pour 6 personnes ? ». Il prend une dizaine de secondes pour relire l'énoncé à voix basse et modélise alors le problème en notant « 4 p = 250 ». Martin calcule ensuite en ligne le poids pour 2 personnes : « 250 : 2 = 125 = 2 p ». Il avait commencé par poser la division mais il s'est rendu compte qu'elle était assez simple pour être calculée sans la poser. Il note ensuite « 2 X 3 = 60 ». Ce résultat erroné correspond à sa réflexion sur le passage du poids de riz pour 2 personnes qu'il vient de calculer à celui pour 6 personnes grâce au coefficient multiplicateur 3. Cette erreur de calcul ne l'empêche pas de poursuivre son raisonnement. Il pose ensuite la multiplication « 125 X 3 » et note sa réponse « Il faut 375 g de riz pour 6 personnes ».

d) Problème 4

On propose enfin à Martin le problème « Six cartes postales coûtent 5,10 €. Combien coûtent 13 cartes postales ? ». Après avoir lu l'énoncé à voix haute, il prend une vingtaine de secondes pour le relire et réfléchir.

Il commence par poser la division « 5,10 : 6 », se rend compte qu'il se trompe dans son calcul et barre l'opération. Il relit alors l'énoncé et réfléchit pendant plusieurs secondes. Il note « 5,10 X 2 = 10,20 ». Après avoir trouvé ce prix pour 12 cartes postales il réfléchit pendant près d'une minute et semble ainsi chercher le moyen de trouver le prix d'une carte postale.

Il procède alors par essais successifs afin de trouver le prix d'une carte postale. Puisqu'il n'a pas réussi à poser la division nécessaire, il effectue des multiplications : « 6 X 80 », « 6 X 90 », « 6 X 81 », « 6 X 82 », « 6 X 83 », « 6X 84 », puis « 6 X 85 » ce qui lui permet d'obtenir le résultat « 510 » auquel il rajoute il virgule : il passe ainsi de « 6 X 85 = 510 » à « 6 X 0,85 = 5,10 ».

Il pose enfin l'addition « 10,20 + 0, 85 » et note son résultat « 13 cartes postales coûtent 11,05 € ».

e) Résumé des résultats de Martin

Martin a réussi les quatre problèmes qui lui étaient proposés. Il a été rapide en se lançant très rapidement dans les calculs, ce qui permet de penser qu'il a facilement compris les problèmes et la façon dont il pouvait les résoudre. Pour les problèmes 3 et 4, plus complexes car la valeur unitaire n'est pas connue (poids de riz pour une personne et prix d'une carte postale), il a eu besoin de plus de temps pour modéliser le problème. Parfois impulsif, il s'est lancé dans la rédaction avant de se reporter à l'énoncé et de réfléchir, ce qui explique ses ratures pour les exercices 3 et 4.

8. Léa *(cf. annexe 10)*

a) Problème 1

On propose tout d'abord à Léa le problème « Un œuf moyen pèse 60 g. Quelle est la masse d'une demi-douzaine d'œufs ? ». Après avoir correctement lu l'énoncé à haute voix, Léa prend quelques secondes de réflexion. Elle écrit « 6 X 60 », semble calculer dans sa tête mais ne trouvant pas elle pose la multiplication. Elle fait une erreur dans son calcul et trouve « 6 X 60 = 68 ». Se rendant compte que ce n'est pas possible et qu'elle a dû oublier de prendre en compte le « 0 » de « 60 ». Elle en déduit « Une demi-douzaine pèse 680 g ».

Face à cette erreur de calcul on propose donc à Léa de retravailler le problème en utilisant les œufs et les étiquettes poids. Léa commence par relire l'énoncé, puis prend un œuf et y associe les étiquettes « 50 g » et « 10 g ». Sans reprendre d'œufs elle aligne 6 étiquettes « 50 g » et 6 étiquettes « 10 g ». Elle compte toutes les étiquettes, prend sa feuille et note « 6 X 60 = 360 ». Elle réécrit ainsi le calcul sans reposer la multiplication mais en utilisant le résultat qu'elle a obtenu en comptant les étiquettes. Elle note ensuite sa réponse « Une demi-douzaine pèse 360 g ».

b) Problème 2

Après avoir correctement lu à voix haute l'énoncé « Catherine a acheté une tablette de chocolat pour 1,38 €. Elle décide d'acheter trois tablettes. Combien paiera-t-elle ? », Léa réfléchit pendant quelques secondes et se lance rapidement dans la rédaction. Elle écrit « 1,38 X 3 » puis pose l'opération et trouve le bon résultat : « Elle paiera 4,14 € ».

c) Problème 3

On présente ensuite à Léa le problème « Pour 4 personnes, on fait cuire 250 g de riz. Combien faut-il de riz pour 6 personnes ? ». Après avoir l'énoncé à voix haute, elle le relit à voix basse et réfléchit quelques secondes.

Elle note « 250 : 4 » puis pose l'opération. Elle s'applique beaucoup dans sa division qui lui prend beaucoup de temps. Elle trouve « 620,5 », se rend compte qu'elle s'est trompée, relit l'énoncé et cherche où se situe son erreur dans la réalisation de sa division. Elle barre l'opération, la recommence à côté mais réitère son erreur et aboutit donc au même résultat qu'elle sait impossible. Elle cherche toujours son erreur quand on l'arrête car les 5 minutes se sont écoulées.

On propose donc à Léa de retravailler le problème en utilisant les sachets de riz. Elle observe les sachets de riz pendant 1 minute environ. Elle semble chercher une façon différente de résoudre le problème en évitant de passer par la recherche du poids pour 1 personne qui lui a posé problème précédemment. Elle prend sa feuille et note « 250 : 2 », pose l'opération et trouve ainsi le poids pour 2 personnes : « 250 : 2 = 125 ». Elle fait alors 3 tas de 125 g avec les sachets de riz et compte le tout. Elle note alors sans poser l'opération le résultat qu'elle a trouvé en comptant les sachets de riz « 125 X 3 = 375 g ». Elle trouve ainsi la réponse : « pour 6 personnes il faut 375 g de riz ».

d) Problème 4

Après avoir lu l'énoncé « Six cartes postales coûtent 5,10 €. Combien coûtent 13 cartes postales ? », Léa se lance rapidement dans la rédaction après quelques secondes de réflexion.

Elle note « 6 : 5,10 » puis se rend compte que c'est l'inverse, ce qu'elle signale par une flèche. Elle pose ensuite la division « 5,10 : 6 » et trouve le prix d'une carte postale : « 1 carte postale coûte 0,85 € ». Après avoir trouver la valeur unitaire de la carte postale, elle écrit « 0,85 X 13 = », pose la multiplication qu'elle effectue correctement et trouve ainsi le résultat « 13 cartes postales coûtent 11,05€ ».

e) Résumé des résultats de Léa

Léa a réussi deux des quatre exercices qui lui ont été proposés de façon écrite. La manipulation lui a permis de réussir les deux exercices qui avaient été échoués dans un premier temps. Léa a été appliquée et a pris plus de temps que la plupart des autres enfants pour réaliser les opérations, elle a pu paraître peu sûre d'elle ce qui a expliqué son attention soutenue sur les opérations qu'elle réalisait. La manipulation a été très aidante pour qu'elle puisse se défaire des calculs qui lui étaient difficiles, elle a su tirer parti des objets pour manipuler la situation et pallier ses difficultés.

9. Yann *(cf. annexe 11)*

a) Problème 1

On propose tout d'abord à Yann le problème « Un œuf moyen pèse 60 g. Quelle est la masse d'une demi-douzaine d'œufs ? ». Après avoir correctement lu l'énoncé à voix haute, il réfléchit quelques secondes et commence rapidement à rédiger. Yann calcule en ligne le poids d'une douzaine d'œufs « 12 X 60 = 720 g » puis il divise ce résultat par 2 : « 720 : 2 ». Il se trompe dans son calcul et obtient d'abord « 3,10 ». Il semble se rendre de compte de l'impossibilité de ce résultat car il le barre et réfléchit pendant une minute environ. Ce temps de réflexion lui permet de faire le calcul de tête puisqu'il note ensuite « 360 ». Il écrit son résultat « une demi-douzaine d'eouf pèze 360 g » et manifeste oralement qu'il a fini : « Ca y est ».

b) Problème 2

On propose ensuite à Yann le problème « Catherine a acheté une tablette de chocolat pour 1,38 €. Elle décide d'acheter trois tablettes. Combien paiera-t-elle ? ». Il lit l'énoncé à voix haute puis le relit en silence. Après quelques secondes, il note « 3 X 1,38 ». Yann commence ensuite à poser la multiplication en marquant un temps d'arrêt avant de commencer son opération. Il fait une erreur de calcul et obtient le résultat de 4,13 € au lieu de 4,14 €.

Face à cette erreur de calcul, on explique à Yann que l'on va essayer de retravailler le problème en utilisant les tablettes de chocolat et les pièces de monnaie. On dispose alors les objets devant lui et le laisse les manipuler. Yann n'utilise pas les tablettes de chocolat et manipule seulement les pièces. Il commence par faire une ligne de pièces correspondant à un montant de 1,38 € : 1 pièces d'1€, 1 pièce de 0,20 €, 1 pièces de 0,10 €, 1 pièces de 0,05 €, 1 pièce de 0,02 € et 1 pièces de 0,01 €. Il réitère cette manipulation jusqu'à obtenir 3 lignes de pièces soit 3 X 1,38 €. Il compte alors toutes les pièces et dit « j'ai pas trouvé la même chose ». Il note sur sa feuille le résultat qu'il a obtenu en comptant les pièces « Catherine payra 4,14 € ».

c) Problème 3

Après avoir correctement lu à voix haute l'énoncé « Pour 4 personnes, on fait cuire 250 g de riz. Combien faut-il de riz pour 6 personnes ? », Yann relit l'énoncé en silence et prend quelques secondes de réflexion. Lentement, il construit le tableau suivant :

nombre de perssone	poids (g)
4	250
2	135
6	385

Yann calcule de tête le poids pour 2 personnes mais se trompe et trouve 135 g au lieu de 125 g. Ainsi lorsqu'il fait l'addition du poids de riz pour 4 personnes et du poids de riz pour 2 personnes, il obtient un résultat erroné : « pour 6 perssone il faudra 385 g de riz ».

On propose donc à Yann de recommencer la résolution du problème en utilisant les sachets de riz. Certain de son résultat « 135g » correspondant selon lui au poids pour 2 personnes, il associe plusieurs poids de sachets pour faire 3 tas pesant chacun 135 g. Il compte alors les 3 tas, pensant ainsi trouver le poids pour 6 personnes. Il dit avoir obtenu le même résultat et réécrit sa réponse sur la feuille : « pour 6 perssone il faudra 385 g de riz ».

d) Problème 4

On propose enfin à Jean le problème « Six cartes postales coûtent 5,10 €. Combien coûtent 13 cartes postales ? ». Il lit l'énoncé à voix haute puis le relit en silence et réfléchit durant une trentaine de secondes. Il calcule d'abord de tête le prix de 12 cartes postales : « 5,10 X 2 = 10,20 ». Il écrit ensuite « 6 : 5,10 » et commence à poser la division afin de trouver le prix d'1 carte postale. Il ne parvient pas à effectuer la division malgré deux essais et dit : « j'arrive pas à faire 5,10 divisé par 6 ».

Face à cette remarque de Yann, on lui propose donc d'essayer de résoudre le problème en utilisant les cartes postales et les pièces de monnaie. Il fait 2 tas de 6 cartes et attribue à chaque tas 5,10 € en pièces. A côté de ces 2 tas, il met une carte seule et pose dessus plusieurs pièces correspondant à un montant de 2,55 €. Il prend son crayon, hésite, regarde les cartes postales et les pièces posées devant lui puis écrit « 13 cartes postales coûtent 12,75 € ». Ne comprenant pas comment il a obtenu le montant de 2,55 €, on lui demande ce qu'il a fait pour trouver le prix d'une carte. Il répond qu'il a divisé par 2 « 5,10 € ». Yann a donc cru obtenir le prix d'une carte en divisant le prix de 6 cartes par 2. Il a ensuite additionné le prix de 12 cartes auquel il a rajouté les 2,55€ soit le prix d'une carte selon lui.

e) Résumé des résultats de Yann

Yann a donc réussi 1 problème sur les 4 qui lui étaient proposés de façon écrite. Ses échecs aux problèmes 2, 3 et 4 sont principalement dus à des erreurs de calcul. La manipulation lui a permis de réussir le problème 2 puisqu'il a su tirer parti des objets en recommençant son calcul en utilisant les pièces de monnaie. Cependant, Yann n'a pas réussi à résoudre les problèmes 3 et 4 en utilisant les objets : au problème 3 il a utilisé un calcul erroné dans la manipulation et n'a pas remis en cause ce résultat, au problème 4 il a effectué une mauvaise déduction aboutissant donc à un résultat faux.

10. Paul *(cf. annexe 12)*

a) Problème 1

On propose tout d'abord à Paul le problème « Un œuf moyen pèse 60 g. Quelle est la masse d'une demi-douzaine d'œufs ? ». Après avoir correctement lu l'énoncé à voix haute, Paul réfléchit en jouant nerveusement avec son crayon et demande « on a le droit de faire des dessins ? ». Après que l'on a répondu positivement à sa question, Paul commence par dessiner un œuf dans lequel il inscrit « 60 g ». Il prend 3 minutes pour relire l'énoncé et réfléchir. Paul semble s'interroger sur le terme « demi-douzaine » puisqu'il le prononce plusieurs fois à voix basse mais n'ose pas nous interpeller. Il inscrit ensuite dans des œufs : « demi-douzaine = 12 : 2 ». Paul matérialise ainsi qu'il a bien compris qu'une demi-douzaine correspondait à 6 œufs. Cependant il ne multiplie pas ce nombre d'œufs obtenu par le poids mais effectue une addition : « 6 + 60 = 66 g » et note ensuite son résultat « La masse d'une demi-douzaine d'œufs est 66 g ».

On propose donc à Paul de retravailler le problème en utilisant les œufs et les étiquettes poids. Paul ne manipule pas les objets mais se contente de les observer avec attention. Sur sa feuille, il réitère son raisonnement précédent et aboutit à l'addition « 6 + 60 = 66 g ». Il prend plusieurs secondes de réflexion, regarde alternativement les œufs et sa feuille. Il réalise son erreur, mets un « X » à la place du « + », pose la multiplication et trouve le résultat : « La masse d'une demi-douzaine d'œufs est 360 g ».

b) Problème 2

Paul lit ensuite l'énoncé « Catherine a acheté une tablette de chocolat pour 1,38 €. Elle décide d'acheter trois tablettes ? Combien paiera-t-elle ? ». Il prend une vingtaine de secondes pour réfléchir en fixant sa feuille. Il écrit « 3 X 1,38 », pose rapidement la multiplication et trouve le résultat « Elle paiera 4,14 € ».

c) Problème 3

Après avoir correctement lu à voix haute l'énoncé « Pour 4 personnes, on fait cuire 250 g de riz. Combien faut-il de riz pour 6 personnes ? », Paul le relit en silence et réfléchit durant une dizaine de secondes. Il note « 250 : 4 », pose très rapidement la division et trouve ainsi le poids de riz pour 1 personne : « pour une personne il faut 62,5 g de riz ». Il écrit ensuite « 62,5 X 6 », pose l'opération de nouveau très rapidement et écrit sa réponse : « Pour 6 personnes il faut 375 g de riz ».

d) Problème 4

On propose enfin à Paul le problème « Six cartes postales coûtent 5,10 €. Combien coûtent 13 cartes postales ? ». Après avoir correctement lu l'énoncé à voix haute, il le relit en silence et réfléchit quelques secondes. Il commence par écrire « 5,10 : 6 » et poser la division. La division lui pose problème car malgré un résultat correct il se trompe sur l'emplacement de la virgule (8,5 au lieu de 0,85). Conscient de l'impossibilité de ce résultat il fait une multiplication pour vérifier, recommence la division et refait une multiplication de vérification. Aboutissant toujours au résultat de 8,5 en effectuant la division, il note donc « Une carte postale coûte 8,5 € ». Il multiplie alors ce résultat par 13 et écrit sa réponse : « 13 cartes coûtent 110,5 € ».

On présente alors à Paul les cartes postales et les pièces de monnaie en lui proposant de recommencer le problème en utilisant les objets. Il rassemble plusieurs pièces afin d'obtenir « 5,10 € » et met d'autres pièces dispersées à côté. Il est difficile de comprendre ce qu'il souhaite faire avec les pièces qu'il a mises sur le côté. Il semble conscient que sa division est fausse et prend sa feuille pour recommencer à rédiger. Il dessine 6 cartes postales entre lesquelles il met le signe « + » et il signifie que l'addition de ces 6 cartes postales correspond au prix de 5,10 € en écrivant « = 5,10 € ». Ne sachant pas quoi faire de plus, il nous interpelle : « j'ai pas réussi ». On décide donc de ne pas le mettre plus en difficulté et d'arrêter l'exercice.

e) Résumé des résultats de Paul

Paul n'a pas rencontré de difficulté pour lire et comprendre les problèmes qui lui étaient proposés. Il a été empêché par des erreurs dans la réalisation des opérations : au problème 1 il a effectué une addition alors qu'il fallait réaliser une multiplication et au problème 4 il a mal placé la virgule dans le résultat de sa division. Malgré de bonnes capacités opératoires, ces erreurs de calcul ont entraîné l'échec à deux problèmes sur les quatre.

La manipulation a été aidante pour le problème 1 car elle lui a permis de réaliser son erreur mais il n'a pas eu besoin de manipuler les objets. La visualisation des œufs a permis à Paul de comprendre qu'il fallait effectuer une multiplication et non une addition. La manipulation n'a par contre pas été efficace pour le problème 4 puisque Paul n'a pas su comment faire pour trouver le prix d'une carte postale. Il savait que le résultat de sa division était incorrect et il n'a pas su utiliser les objets à bon escient pour obtenir le prix d'une carte postale.

11. Valentin *(cf. annexe 13)*

a) Problème 1

On propose tout d'abord à Valentin le problème « Un œuf moyen pèse 60 g. Quelle est la masse d'une demi-douzaine d'œufs ? ». Il lit correctement l'énoncé à voix haute puis prend une quinzaine de secondes de réflexion. Il note « demi-douzaine = 6 ». On peut donc penser que Valentin a compris qu'une demi-douzaine correspondait à 6 œufs. Cependant au lieu de multiplier le poids d'un œuf par 6, il effectue une division « 60 : 6 = 10 » et écrit sa réponse « La masse d'une demi-douzaine d'œufs est de 10 g ».

On propose donc à Valentin de retravailler le problème en utilisant les œufs et les étiquettes poids. Il prend un œuf dans la boîte et le pose devant lui puis il prend 1 étiquette 50 g, 1 étiquette 10 g et les pose devant l'œuf. Il semble en difficulté et dit « je ne sais pas comment signifier que 6 ça fait 10 g ». On lui demande « 6 quoi ? » et il répond « 6 g ». Valentin avait en fait compris qu'une demi-douzaine correspondait à 6 grammes et non à 6 œufs. Il dit ne pas y arriver et on décide donc d'arrêter l'exercice.

b) Problème 2

Valentin lit ensuite l'énoncé « Catherine a acheté une tablette de chocolat pour 1,38 €. Elle décide d'acheter trois tablettes. Combien paiera-t-elle ? ». Très rapidement, il se lance dans la rédaction de sa réponse : il pose la multiplication « 1,38 X 3 », obtient le bon résultat et dit « ça fait 4,14 € ».

c) Problème 3

Après avoir correctement lu à voix haute l'énoncé « Pour 4 personnes, on fait cuire 250 g de riz. Combien faut-il de riz pour 6 personnes ? », Valentin ouvre la bouche de surprise comme s'il trouvait ce problème difficile. Il relit l'énoncé en silence et dit : « ah non c'est facile ». Valentin calcule de tête le poids de riz pour 2 personnes : « 250 : 2 = 125 ». Il additionne ensuite rapidement le poids pour 4 personnes et le poids pour 2 personnes : « 250 g + 125 = 375 g de riz pour 6 personnes ».

d) Problème 4

On propose enfin à Valentin le problème « Six cartes postales coûtent 5,10 €. Combien coûtent 13 cartes postales ? ». Il lit correctement l'énoncé à voix haute puis le relit en silence et se lance rapidement dans la réalisation de la division « 5,10 : 6 ». Il effectue rapidement cette division et obtient ainsi le prix d'1 carte postale. Il additionne ensuite « 5,10 + 5,10 = 10,20 + 0,85 = 11,05 € » et trouve ainsi le résultat.

e) Résumé des résultats de Valentin

Valentin a réussi trois problèmes sur les quatre qui lui étaient proposés. Valentin est un garçon qui a sauté une classe au primaire et qui possède de bonnes capacités de compréhension et de raisonnement, cela explique sa grande rapidité dans la réalisation des exercices. Il a cependant échoué au problème 1 à cause d'une mauvaise compréhension du terme demi-douzaine qu'il avait interprété comme 6 grammes et non 6 œufs. Cependant il semble s'agir d'une faute d'inattention car il avait bien compris qu'à un œuf correspondait 60 g et que son résultat de 10 g n'était pas cohérent. Il a d'ailleurs manifesté son incapacité à matérialiser le problème lors de la manipulation. La manipulation n'a donc pas été efficace car Valentin n'a pas pu réaliser que le 6 qu'il avait trouvé dans la première partie de la résolution correspondait au nombre d'œufs et non à un poids.

B) Résultats par exercice

1. Problème 1

Le problème 1 « Un œuf moyen pèse 60 g. Quelle est la masse d'une demi-douzaine d'œufs ? » présenté de façon écrite a été réussi par 5 enfants sur 11. Tous les enfants ont choisi de multiplier le nombre d'œufs par son poids.

Deux enfants ont échoué à cause d'une mauvaise analyse du terme demi-douzaine : Marie a traduit le terme de demi-douzaine par 5 œufs et Chloé par 12 œufs. Quatre enfants ont échoué dans le calcul à réaliser : deux ont réalisé des erreurs de calcul durant la multiplication « 60 X 6 », un a effectué une division au lieu d'une multiplication et le dernier a réalisé une addition au lieu d'une multiplication.

Le problème 1 a donc été retravaillé de façon concrète par les quatre enfants qui avaient fait des erreurs de calcul. Jeanne, Léa et Paul ont tous les trois réussi le problème grâce à la manipulation. Seul Valentin n'a pas réussi à résoudre le problème par la manipulation des objets puisqu'il a confondu le nombre d'œufs et le nombre de grammes (il a trouvé qu'une demi-douzaine était égale à 6 grammes et non à 6 œufs).

2. Problème 2

Le problème 2 « Catherine a acheté une tablette de chocolat pour 1,38 €. Elle décide d'acheter trois tablettes. Combien paiera-t-elle ? » a été réussi par 10 enfants sur 11. Au vu des erreurs de calcul à la multiplication « 60 X 6 » au problème 1, on aurait également pu s'attendre à des erreurs de calcul à la multiplication «1,38 X 3 » mais tous les enfants l'ont réalisée sans problème sauf Yann qui a trouvé 4,13 € au lieu de 4,14 €. Les enfants ont sûrement augmenté leur attention sur la réalisation de cette multiplication qui semblait plus compliquée du fait de la virgule. Tous les enfants ont donc posé la multiplication « 1,38 X 3 » sauf Mathilde qui l'a calculée en ligne.

La manipulation des tablettes de chocolat et des pièces de monnaie a été efficace pour le problème 2 puisqu'elle a permis à Yann de se défaire de son calcul erroné et ainsi de trouver la bonne réponse.

3. Problème 3

Le problème 3 « Pour 4 personnes, on fait cuire 250 g de riz. Combien faut-il de riz pour 6 personnes ? » a été réussi par 8 enfants sur 11. Ce problème a permis de mettre en évidence différentes stratégies de résolution :

- Marie et Martin ont calculé le poids de riz pour 2 personnes puis l'ont multiplié par 3 ;
- Jeanne et Paul ont calculé le poids de riz pour 1 personne puis l'ont multiplié par 6 ;
- Julien a calculé le poids de riz pour 12 personnes puis l'a divisé par 2 ;
- Mathilde a calculé le poids pour 24 personnes puis l'a divisé par 4 ;
- Juliette a calculé le poids de riz pour 1 personne, le poids pour 2 personnes puis a additionné le poids pour 4 personnes et le poids pour 2 personnes.
- Valentin a calculé le poids de riz pour 2 personnes puis a additionné le poids pour 4 personnes et le poids pour 2 personnes.

Chloé, Léa et Yann ont tous trois échoué le problème 3 à cause d'erreurs de calcul :

- Chloé a calculé le poids de riz pour 8 personnes auquel elle voulait soustraire le poids pour 2 personnes mais a échoué dans la division « 250 : 2 » ;
- Léa a échoué dans la division « 250 : 4 » afin d'obtenir le poids de riz pour 1 personne ;

- Yann s'est trompé lorsqu'il a calculé de tête « 250 : 2 », et a donc obtenu un résultat erroné lorsqu'il a additionné le poids de riz pour deux personnes et le poids pour 4 personnes.

Chloé, Léa et Yann ont donc retravaillé le problème 3 en utilisant les objets permettant de simuler concrètement la situation :

- Chloé a compris son erreur grâce à la manipulation des sachets et s'est corrigée mais elle a effectué une autre erreur de calcul à la fin de la résolution lorsqu'elle a soustrait le poids pour 2 personnes du poids pour 8 personnes.
- Léa a réussi à résoudre le problème en utilisant les sachets de riz et en adoptant une autre stratégie de résolution lui permettant d'éviter la division « 250 : 4 » qui lui posait problème ;
- Yann n'a pas compris son erreur de calcul grâce à la manipulation des sachets. Sûr de son calcul du poids de riz pour 2 personnes, il ne l'a pas remis en cause et a donc trouvé le même résultat pour 6 personnes lorsqu'il a additionné les 3 tas de sachets de riz de 135 g et non de 125 g.

4. Problème 4

Le problème 4 « Six cartes postales coûtent 5,10 €. Combien coûtent 13 cartes postales ? » a été réussi par 7 enfants sur 11. Les enfants ayant réussi le problème ont adopté différentes stratégies de résolution :

- Marie, Juliette, Martin et Valentin ont calculé le prix d'une carte postale, le prix de douze cartes postales et ont additionné ces deux prix afin d'obtenir le prix de 13 cartes postales ;
- Mathilde, Chloé et Léa ont calculé le prix d'une carte postale puis l'ont multiplié par 13 afin d'obtenir le prix de 13 cartes postales.

Jeanne, Julien, Yann et Paul ont échoué le problème de façon écrite :

- Jeanne, Yann et Paul cherchaient à calculer le prix d'une carte postale en effectuant la division « 5,10 : 6 » mais se sont rendu compte que leur division est incorrecte et n'ont pas su comment se corriger ;

- Julien a calculé le prix pour 12 cartes postales, a échoué dans le calcul du prix d'une carte postale ce qui a donc abouti à un résultat erroné lorsqu'il a additionné le prix de 12 et le prix d'une carte postale.

Jeanne, Julien, Yann et Paul ont donc retravaillé le problème en utilisant les cartes postales et les pièces de monnaie. Jeanne et Julien ont adopté la même stratégie dans la manipulation des objets : ils ont fait correspondre aux 6 cartes postales le montant de 5,10€, ils ont remplacé les pièces afin d'attribuer le même montant à chaque carte mais ils n'ont pas eu assez de temps pour trouver le prix d'une carte postale.

Yann a également adopté la stratégie de Jeanne et Julien mais il a déduit le prix d'une carte postale en effectuant un calcul de tête : en divisant par 2 le prix de 6 cartes postales il a pensé obtenir le prix d'1 carte postale. Il a donc additionné le prix de 12 et le prix d'1 carte postale ce qui a abouti à un résultat incorrect.

Enfin, Paul n'a pas réussi à trouver le prix d'une carte postale, il n'a pas été à l'aise dans la manipulation des objets. Il a fait correspondre aux 6 cartes leur montant mais a été bloqué après cette étape.

5. Synthèse des résultats par exercice

a) Tableau de la réussite des élèves de 6ème aux exercices du domaine de la proportionnalité

	Problème écrit	Problème travaillé de façon concrète par la manipulation d'objets
Problème 1	**5/11**	**3/4**
Problème 2	**10/11**	**1/1**
Problème 3	**8/11**	**1/3**
Problème 4	**7/11**	**0/4**

b) Efficacité de la manipulation

La manipulation des objets permettant de simuler concrètement la situation problème a donc été efficace pour les problèmes 1 et 2.

En effet pour le problème 1 la manipulation des œufs et des étiquettes a permis aux trois enfants ayant fait des erreurs de calcul de se défaire de la multiplication et d'obtenir le poids de 6 œufs en additionnant les étiquettes qu'elles avaient associées aux œufs. Seul un enfant n'a pas été aidé par la manipulation à cause d'une confusion entre le nombre d'œufs et le poids.

Pour le problème 2, seulement échoué par un enfant, la manipulation a permis au garçon d'associer à chaque tablette son prix et ainsi de trouver ainsi le prix des trois tablettes sans passer par la pose de l'opération qui avait abouti à un résultat erroné.

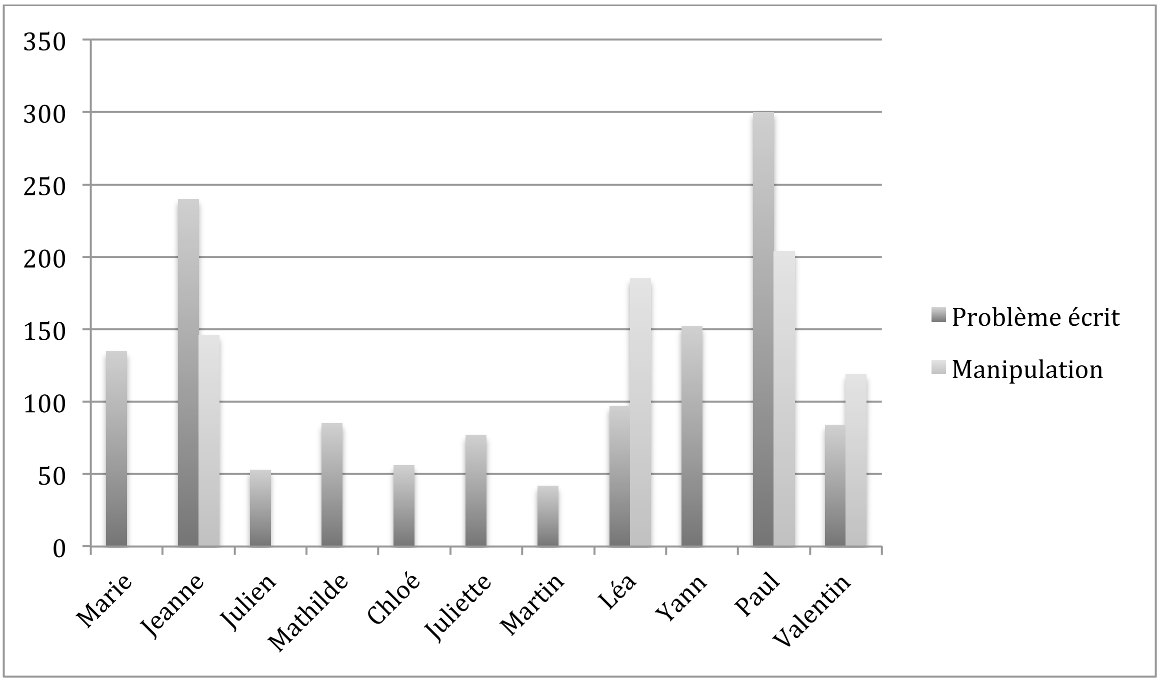
Pour le problème 3, la manipulation des sachets de riz a permis à deux enfants de trouver une autre stratégie de résolution efficace, l'une a réussi à résoudre le problème et l'autre a échoué à cause d'une erreur de calcul à la soustraction finale. Le troisième enfant a échoué car il a pris en compte ses calculs erronés de la première partie de la résolution pour manipuler les sachets de riz et n'a pas remis en cause ses résultats.

La manipulation n'a cependant pas été efficace pour le problème 4 puisqu'elle n'a pas permis aux enfants d'aboutir à la réponse. Ils ont adopté la même stratégie, c'est-à-dire essayer de trouver le prix d'une carte en remplaçant les pièces afin de les répartir équitablement à chaque pièce. Ils ont manqué de temps et ont été un peu perdus entre toutes les pièces à répartir.

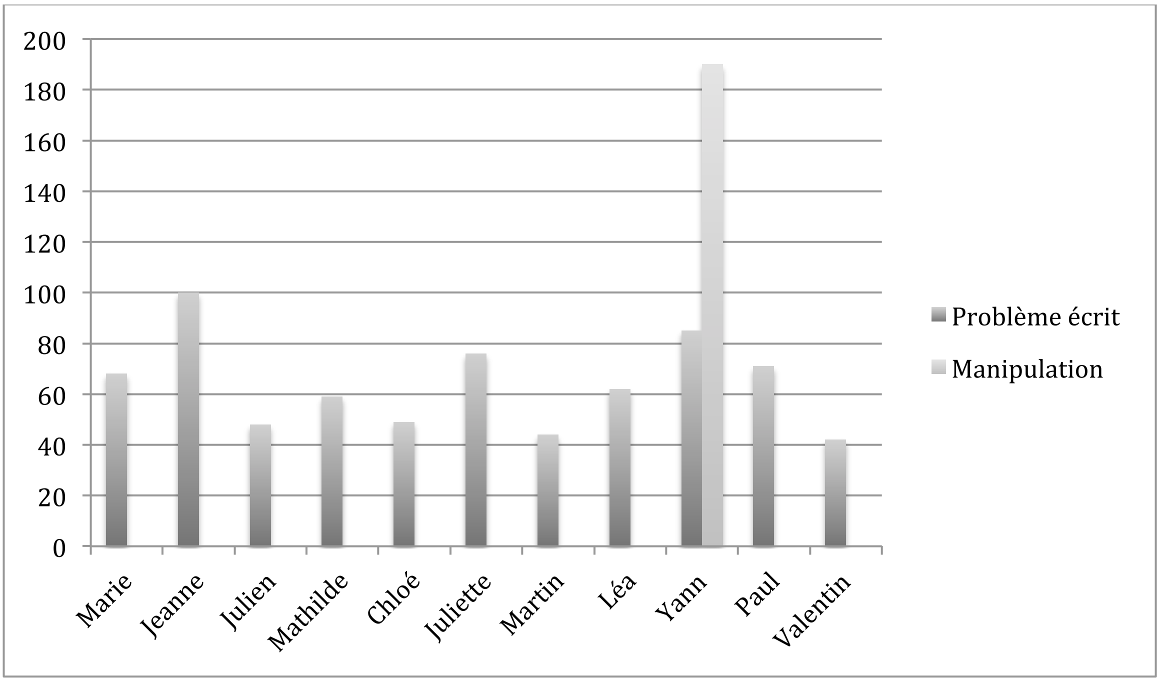
C) Résultats par temps de passation

1. Temps de passation par exercice (exprimés en secondes)

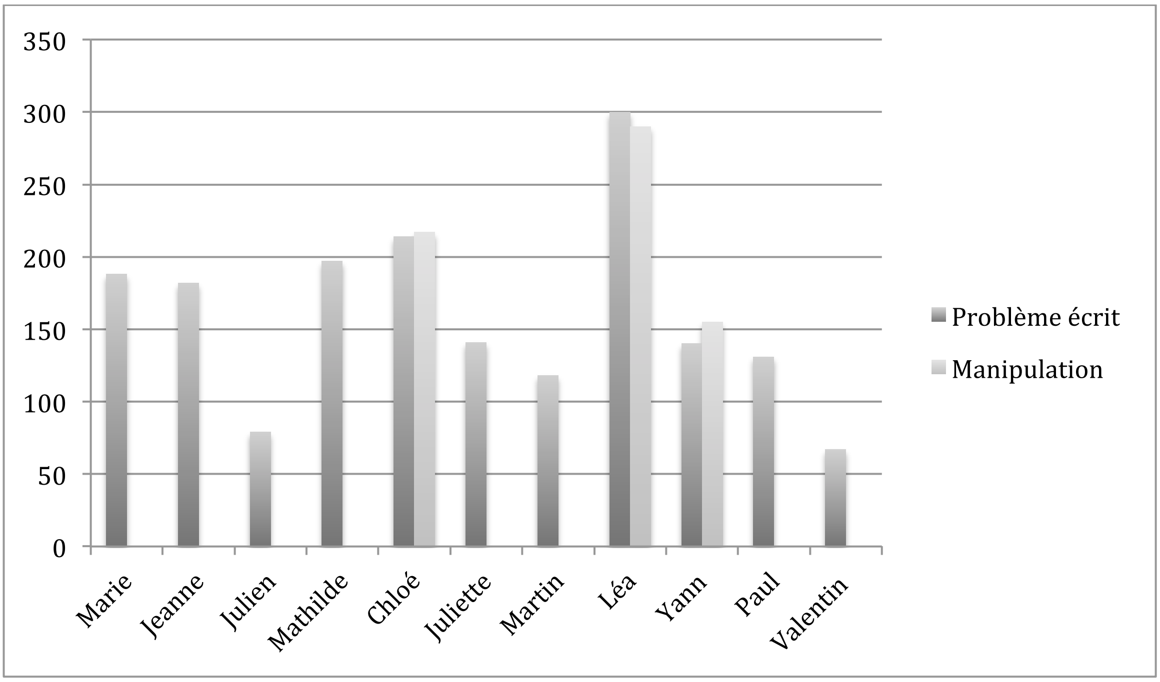
a) Problème 1



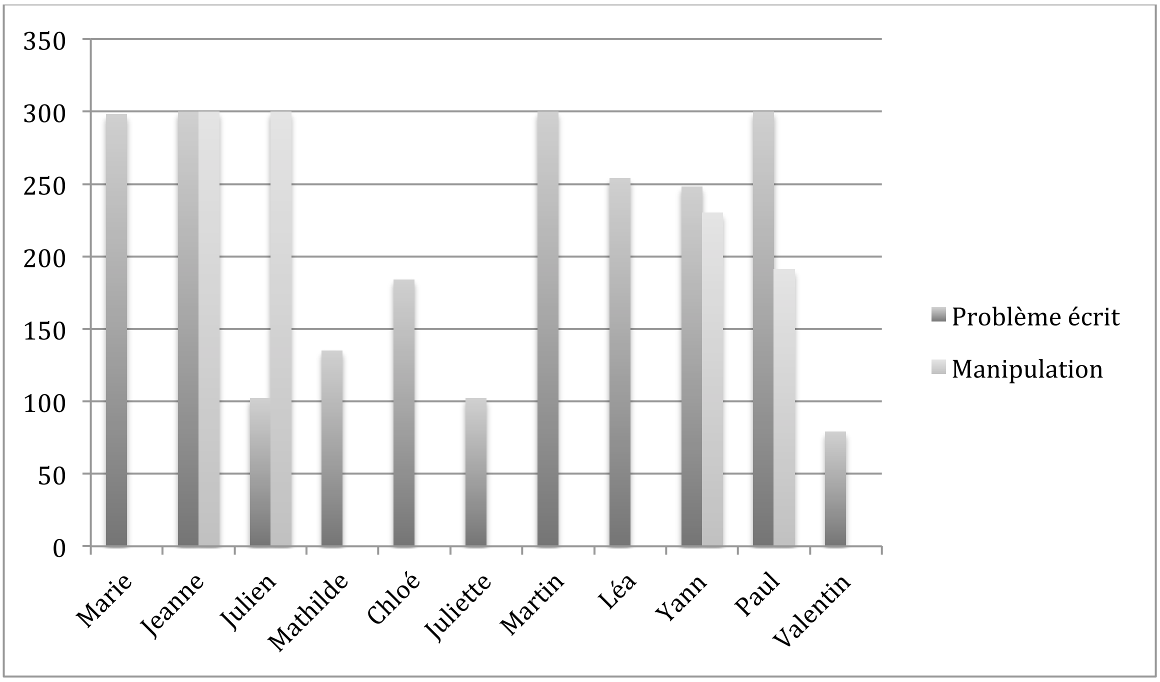
b) Problème 2



c) Problème 3



d) Problème 4



2. Synthèse des temps de passation

a) Problème écrit

Temps en minute(s)	[0-1[	[1-2[	[2-3[	[3-4[	[4-5]
Problème 1	**3/11**	**3/11**	**2/11**	**1/11**	**2/11**
Problème 2	**5/11**	**6/11**	**0/11**	**0/11**	**0/11**
Problème 3	**0/11**	**3/11**	**3/11**	**4/11**	**1/11**
Problème 4	**0/11**	**3/11**	**1/11**	**1/11**	**6/11**

b) Manipulation des objets

Temps en minute(s)	[0-1[	[1-2[	[2-3[	[3-4[	[4-5]
Problème 1	**0/4**	**1/4**	**1/4**	**2/4**	**0/4**
Problème 2	**0/1**	**0/1**	**0/1**	**1/1**	**0/1**
Problème 3	**0/3**	**0/3**	**1/3**	**1/3**	**1/3**
Problème 4	**0/4**	**0/4**	**0/4**	**2/4**	**2/4**

En observant ces tableaux, on peut constater la nette différenciation entre les problèmes 1-2 et 3-4 :

- aux problèmes 1 et 2, pour lesquels la valeur unitaire est connue, il fallait multiplier cette valeur unitaire par la quantité d'objets afin de trouver l'inconnue, ainsi une seule opération suffisait pour résoudre le problème. La majorité des enfants (7/11 pour le problème 1 et 11/11 pour le problème 2) ont donc résolu les problèmes en moins de 2 minutes.

- aux problèmes 3 et 4, pour lesquels la valeur unitaire n'est pas connue, il était donc nécessaire d'effectuer au moins deux opérations pour aboutir à la solution. Les temps de résolution ont donc été supérieurs à ceux des problèmes 1 et 2 : 4 enfants sur 11 ont résolu le problème 3 en 3-4 minutes et 6 enfants sur 11 ont résolu le problème 4 en 4-5 minutes.

V. Discussion

A. Réponses aux hypothèses

La passation des exercices a permis de répondre aux deux hypothèses avancées avant le début de l'expérience :

- la première hypothèse était que l'ensemble les enfants n'accèderaient pas tous à la compréhension et à la réussite des quatre problèmes. Cette hypothèse a été vérifiée puisque l'on a pu observer que seul trois enfants sur onze ont réussi les quatre problèmes.

- la seconde hypothèse était que la manipulation d'objets concrets permettrait de réussir le problème échoué dans un premier temps. Cette hypothèse s'est vérifiée pour les problèmes 1 et 2 mais pas pour les problèmes 3 et 4. Au problème 3, la manipulation n'a permis qu'à un enfant sur trois de réussir le problème. Au problème 4, aucun enfant sur quatre n'a trouvé la solution du problème par la manipulation des objets.

On peut avancer plusieurs raisons aux échecs des enfants lors de la manipulation des problèmes 3 et 4 :

- le temps n'a pas été suffisant pour permettre aux enfants de parvenir à la réponse par la manipulation des objets ;
- les enfants ont utilisé dans la partie manipulation des résultats de calculs erronés issus de la première partie de la résolution et ne les ont pas remis en cause ;
- la structure du problème était trop complexe pour qu'il soit résolu en cinq minutes par la manipulation ;
- l'enfant n'a pas compris comment résoudre le problème par la manipulation, n'a pas su comment agir sur les objets pour obtenir la solution ;
- l'enfant a été déstabilisé par le nombre important d'objets à manipuler.

B. Retour sur les exercices

1. Problème 1

Concernant le problème 1, il a été correctement lu par l'ensemble des enfants. Les élèves ont compris la démarche de résolution à adopter : multiplier le poids unitaire de l'œuf par le nombre d'œufs. Le terme « demi-douzaine » a cependant questionné plusieurs d'entre eux. Il a été intéressant de voir leur analyse du terme quand on répondait aux enfants nous questionnant qu'ils devaient essayer de trouver la réponse par eux-mêmes. Avant les passations, il n'avait pas été envisagé que le terme « demi-douzaine » poserait problème. Il nous avait été fait la remarque que le terme « œuf moyen » pourrait être mal compris, on avait donc préparé une réponse à une éventuelle question. Il a donc été surprenant que trois enfants sur onze se soient plutôt interrogés sur le terme de demi-douzaine. Certes c'est en partie dû à l'époque où les œufs s'achètent en boites toutes faites et où on ne demande plus d'œufs à son crémier, mais il a surtout été intéressant d'observer que les trois enfants n'ayant pas compris le terme l'ont analysé de façon différente : l'une a déduit 5 (demi-dizaine), l'autre 6 et la dernière 12. Un autre enfant avait bien déduit « 6 » mais s'est trompé dans l'unité : il a confondu nombre d'œufs et grammes.

2. Problème 2

Le problème 2 a été lu et compris par l'ensemble des enfants. Ils ont tous adopté le même schéma de résolution : multiplier le prix d'une tablette de chocolat par la quantité de tablettes achetées. A posteriori ce problème était peut-être trop simple pour des élèves de sixième arrivés au début de leur troisième trimestre. Le but de cet exercice était également d'observer leurs capacités opératoires puisqu'il fallait effectuer une multiplication avec un nombre à virgule mais les enfants ont été plus attentifs que pour la multiplication du problème 1 et seul un enfant a fait une erreur de calcul.

3. Problème 3

Le problème 3, lu correctement par l'ensemble des élèves, est celui qui a permis d'observer le plus de stratégies de résolutions différentes. Il a été intéressant d'observer les différentes façons d'aborder le problème ainsi que les façons dont les trois enfants en échec ont manipulé les sachets de riz. Deux se sont plutôt servis des sachets pour vérifier les résultats de leurs calculs (que les calculs soient bons ou erronés) alors que la troisième s'est détachée de ses calculs écrits et a utilisé les sachets pour compter. C'est ce problème en particulier qui a donc permis de mettre en avant la singularité de la démarche de résolution de chaque enfant.

4. Problème 4

Le problème 4 a été lu et compris par l'ensemble des enfants. Deux façons de résoudre le problème se sont dégagées :

- le calcul du prix de 12 cartes postales, le calcul du prix d'1 carte postale et l'addition de ces deux prix afin d'obtenir le prix de 13 cartes postales ;
- le calcul du prix d'une carte postale puis la multiplication de ce prix par le nombre de cartes postales (13).

Les quatre enfants ayant échoué à la résolution du problème l'ont retravaillé en utilisant les pièces et les cartes postales mais la manipulation n'a pas permis de les faire aboutir à la réussite du problème.

On peut émettre différentes hypothèses quant à l'inefficacité de la manipulation pour cet exercice :

- temps dévolu à la manipulation insuffisant ;
- importance de la quantité de matériel à manipuler : nombreuses pièces à remplacer et grande quantité de pièces à répartir à chaque carte pour obtenir le prix d'une carte postale ;
- complexité du problème ;
- difficultés de représentation face aux cartes postales et aux pièces et difficultés à savoir comment procéder pour résoudre l'énoncé.

Au vu du temps insuffisant pour la manipulation au problème 4, il aurait peut être fallu conserver le temps de résolution à la partie écrite (cinq minutes) et augmenter le temps dévolu à la manipulation, en effet dans le problème 4 il y a avait beaucoup de pièces à manipuler et il aurait fallu plus de cinq minutes. Pour un des enfants, on peut penser qu'il aurait sûrement pu aboutir à la réponse si on lui avait laissé dix minutes plutôt que cinq.

C. Stratégies des enfants en résolution de problèmes

On peut tout d'abord noter que le niveau de lecture des enfants a été celui attendu pour des élèves de 6ème. En effet, les problèmes étant tirés d'un ouvrage de 6ème, les énoncés ne devaient pas présenter de difficultés en ce qui concerne la lecture. On a donc pu constater que tous les enfants ont réussi à lire les quatre énoncés proposés.

En observant les productions écrites des enfants, on constate qu'aucun n'a réalisé la règle de trois en faisant un tableau en croix. Cette pratique ne semble donc plus être la règle absolue enseignée par les professeurs de mathématiques. Comme on a pu le voir précédemment, depuis 1945 la règle de trois ne constitue plus la seule méthode de calcul enseignée. Désormais on s'intéresse à la situation de proportionnalité pour laquelle différentes méthodes peuvent être appliquées. Ainsi, lors de la passation des exercices, on a pu observer différentes façons de modéliser les problèmes ainsi que différentes techniques opératoires.

Les enfants ont utilisé différentes stratégies afin de se représenter le problème à résoudre, on peut mettre en exergue les principales méthodes utilisées pour modéliser la situation problème :

- dessin comme Marie et Paul qui ont dessiné un œuf afin d'y inscrire son poids ;
- représentation du coefficient multiplicateur par des flèches comme Mathilde qui a représenté le passage du poids de riz pour 4 personnes au poids de riz pour 24 personnes par les flèches « X 6 » ;
- tableau comme Yann qui s'est représenté les différents poids de riz dans un tableau, lui permettant ainsi d'additionner les poids utiles à la réponse.

Plusieurs enfants n'ont cependant utilisé aucune stratégie de modélisation et ont directement effectué leurs calculs. C'est le cas de Julien, Juliette, Martin, Léa et Valentin qui après avoir pris quelques secondes de réflexion se sont lancés dans la pose des opérations nécessaires à l'obtention de la réponse. Cela montre la capacité des enfants à se représenter mentalement le problème et à se mettre en réflexion pour trouver un schéma de résolution.

D. Difficultés des enfants en résolution de problèmes

La passation des exercices écrits a permis de mettre en exergue les différentes difficultés rencontrées par les enfants.

Une des premières difficultés a été la compréhension du terme « demi-douzaine ». Ce terme a en effet empêché trois enfants de résoudre le problème et a donc été intéressant pour observer la résolution du problème dans sa dimension langagière. On a ainsi pu observer la déduction des enfants du terme qui leur était inconnu. Ce que Julo (1995, p. 13) a nommé « l'effet de contexte » s'est appliqué ici au problème 1. En effet, les enfants n'ayant pas compris la notion de l'énoncé « demi-douzaine » n'ont pu se représenter correctement le problème et n'ont donc pu le résoudre. Julo (1995) propose alors pour contrer ce type de difficultés le principe de multireprésentation qui consiste à proposer plusieurs énoncés pour un même problème. On peut en effet imaginer que si l'énoncé avait été « Quelle est la masse de 6 œufs ? », les élèves n'ayant pas compris le terme « demi-douzaine » auraient réussi le problème.

On a également pu remarquer lors de la passation des exercices que certains enfants ont rencontré des difficultés dans la pose des opérations. Ainsi, les divisions ont pu poser problème à plusieurs enfants en particulier la division « 5,10 : 6 » qui a été échouée par quatre enfants au problème 4. Il a été difficile pour ces enfants de savoir comment procéder avec un dividende qui était un chiffre à virgule. Ces capacités opératoires censées être acquises à la fin du cycle élémentaire ne semblent donc pas être maîtrisées par l'ensemble des enfants.

En ce qui concerne la réalisation des opérations, on a aussi pu constater quelques confusions dans les calculs à réaliser comme une addition à la place d'une multiplication, une addition à la place d'une soustraction, une division à la place d'une multiplication… Il est plus difficile d'interpréter ces erreurs cependant l'observation des enfants laisse penser qu'il s'agit plutôt de fautes d'inattention qu'une mauvaise compréhension du problème.

E. Retour sur la manipulation

La manipulation a donc permis aux enfants de mieux se représenter les problèmes à résoudre : par la simulation concrète de la situation problème les enfants ont pu modéliser le problème différemment en essayant de contourner les difficultés rencontrées lors de la résolution du problème écrit. La manipulation a été particulièrement aidante pour pallier les erreurs de calcul car les enfants ont pu se défaire des opérations et compter directement à partir des objets.

Au problème 4 particulièrement, les enfants ont semblé manquer de temps pour manipuler les objets. Manipuler les pièces et les cartes postales a demandé du temps pour compter, agir sur les pièces, réfléchir sur les actions réalisées… Il faut donc veiller à ce que la manipulation des objets reste simple pour ne pas mettre l'enfant plus en difficulté. Faire avec l'enfant peut être un bon moyen de l'aider tout en ne le mettant pas en difficulté. On aurait également pu aider l'enfant en mettant en scène la situation problème, en jouant par exemple le jeu de la marchande de cartes postales. La manipulation permet de simuler le problème mais également de le rendre plus vivant. L'enfant peut ainsi faire du lien avec sa vie quotidienne, il peut construire du sens à partir des situations qu'il rencontre et transposer cela à la fois dans les problèmes mathématiques qu'il rencontre à l'école et dans les situations réelles qu'il rencontre au quotidien. Comme on l'a vu précédemment, Julo (1995, p. 143) affirme que l'action « est le matériau même à partir duquel se forme la connaissance ». On a ici voulu montrer qu'en agissant sur les objets, les enfants pouvaient adopter un raisonnement différent, trouver une autre façon de résoudre le problème. En étant en réussite face ces problèmes, les enfants peuvent ainsi déduire de nouvelles connaissances de leurs résolutions.

On peut également penser que l'efficacité de la manipulation ne dépend pas seulement du problème, du nombre d'objets ou du temps dévolu à la manipulation… Elle dépend également de l'enfant. En effet certains enfants, comme Julien par exemple, ont semblé plus à l'aise dans la situation papier/crayon, situation scolaire familière et moins à l'aise avec la manipulation des objets. Casser la routine de résolution en proposant des objets peut donc être plus déstabilisant qu'aidant. Contrairement à Julien, Léa a été très aidée par la manipulation, elle a bien compris l'intérêt des objets et a su en tirer profit.

La manipulation est donc une aide efficace pour modéliser différemment le problème. Elle apporte également aux enfants en difficulté face aux opérations une manière différente de faire des calculs. Il faut connaître les capacités et les difficultés de l'enfant pour savoir si cette méthode peut lui convenir car comme on l'a vu précédemment, l'aide que l'on apporte aux enfants doit être adaptée à chacun et ne peut s'appliquer comme une méthode toute faite qui conviendrait à tous. Dans le panel d'aides à la disposition de l'enseignant et de l'orthophoniste, la manipulation d'objets peut donc être une méthode efficace pour les enfants en difficulté.

CONCLUSION

Comme nous avons pu le voir dans ce mémoire, la proportionnalité est une notion mathématique importante puisqu'elle fait partie chaque année du programme du collège. De la fin du primaire, dès la maîtrise de la loi multiplicative, jusqu'à la fin du collège, la proportionnalité sera abordée et enrichie par les nouvelles connaissances de l'élève. Les notions théoriques et les problèmes permettant de mettre en pratique ces notions se complexifient ainsi au fil de la scolarité. Bien plus qu'une simple application de la leçon, les problèmes permettent à l'enfant d'exercer et d'ajuster ses connaissances mais également d'en acquérir de nouvelles à partir des situations auxquelles il se confronte. Les problèmes ayant un rôle primordial dans l'apprentissage mathématique, il est donc important de permettre aux enfants d'accéder à la compréhension et à la résolution des exercices proposés. Les enseignants doivent alors s'interroger sur les problèmes et sur l'aide qu'ils peuvent apporter aux enfants en difficulté. Savoir doser l'aide à apporter à l'enfant est important car il faut pouvoir mener l'enfant à la réussite tout en le laissant acteur de son apprentissage. Comment choisir les exercices qui permettront à l'enfant de construire du sens à partir des situations ? Comment aider l'enfant en difficulté face à un problème ? Comment cibler l'aide que l'on apporte à l'enfant ? Voici les questions que peut se poser le professeur mais également l'orthophoniste qui accueillerait l'enfant en difficulté en mathématique.

Le but de ce mémoire était donc de proposer une façon d'aider les élèves en difficulté face à un problème du domaine de la proportionnalité. Pour cela nous avons fait passer à des élèves de 6ème une série de quatre exercices. Chaque exercice était d'abord proposé sous la forme scolaire « papier / crayon » puis retravaillé en utilisant la manipulation d'objets concrets permettant de simuler la situation. Les exercices ont permis de mettre en exergue les capacités des enfants à mener des raisonnements mais également la diversité de leurs schémas de résolution. Les exercices ont également révélé les difficultés principales rencontrées par les enfants que ce soit au niveau de la surface du problème avec l'incompréhension du terme « demi-douzaine » pour plusieurs enfants, mais également au niveau de la réalisation d'opérations arithmétiques comme la division.

Les passations ont révélé que la manipulation permet aux enfants de repenser le problème différemment, de pallier les difficultés liées aux réalisations des opérations et de construire une autre représentation du problème. La manipulation a donc permis à plusieurs enfants en échec d'aboutir à la réussite du problème. Cependant la manipulation demande aux enfants plus de temps que la situation classique du problème écrit, en effet lorsqu'on manipule il faut prendre le temps d'observer, d'exercer des actions sur les objets, de compter… Résoudre des problèmes en utilisant des objets du quotidien permet aux enfants de faire du lien entre les problèmes de l'école et les situations de la vie quotidienne qu'ils sont à même de rencontrer.

A travers ce mémoire et la passation d'exercices du domaine de la proportionnalité, nous avons donc voulu montrer l'intérêt de la manipulation dans la réalisation de problèmes arithmétiques. Si la manipulation trouve peu sa place dans les classes du collège, elle peut être mise en place par les orthophonistes lors des rééducations logico-mathématiques. En effet la manipulation de la situation problème permet aux enfants en difficulté de repenser le problème différemment en apportant une nouvelle modélisation, de raisonner sur les actions réalisées et ainsi de construire du sens à partir d'une situation problème. C'est donc une aide que l'enseignant et l'orthophoniste peuvent avoir à leur disposition pour aider l'enfant en difficulté.

BIBLIOGRAPHIE

Bertheleu, R., Julo, J., Lucas, J.-Y., Revault, D., Thomann, G. & Thomas, J.-M. (1997). Les élèves face à l'apprentissage de la proportionnalité. Dans *La proportionnalité au collège* (p. 15-24). Rennes : IREM.
Disponible sur : www.irem.univ-rennes1.fr/brochures/pdf/IRN97001.pdf.

Boisnard, D., Houdebine, J., Julo, J., Kerboeuf, M.-P. & Merri, M. (1994). *La proportionnalité et ses problèmes*. Paris: Hachette éducation.

Cauzinille-Marmèche, E. (1996). Résolutions de problèmes et acquisition de connaissances. Dans Lieury, A. et coll. (éd.) *Manuel de psychologie de l'éducation et de la formation* (p. 129-149). Paris : Dunod.

Crahay, M., Verschaffel, L., De Corte, E. & Grégoire, J. (2008). *Enseignement et apprentissage des mathématiques: Que disent les recherches psychopédagogiques ?* (2e édition). Bruxelles: De Boeck université.

De Corte, E. & Verschaffel, L. (2008). Apprendre et enseigner les mathématiques : un cadre conceptuel pour concevoir des environnements d'enseignement-apprentissage stimulants. Dans Crahay, M., Verschaffel, L., De Corte, E. & Grégoire, J. *Enseignement et apprentissage des mathématiques : Que disent les recherches psychopédagogiques ?* (2ème édition) (p. 25-54). Bruxelles : De Boeck université.

Fayol, M. (2013). *L'acquisition du nombre* (2e éd. mise à jour.). Paris: Presses universitaires de France.

Inhelder, B., & Piaget, J. (1955). *De la logique de l'enfant à la logique de l'adolescent: Essai sur la construction des structures opératoires formelles*. Paris: Presses Universitaires de France.

Julo, J. (1995). *Représentation des problèmes et réussite en mathématiques: Un apport de la psychologie cognitive à l'enseignement*. Rennes: Presses universitaires de Rennes.

Julo, J. (1996). Concepts et raisonnements en mathématiques. Dans Lieury, A. et coll. (éd.) *Manuel de psychologie de l'éducation et de la formation* (p. 151-175). Paris : Dunod.

Levain, J.-P. (1997). *Faire des maths autrement: Développement cognitif et proportionnalité*. Paris Montréal : Éd. L'Harmattan.

Ménissier, A. (2011). Analyser, comprendre et travailler les problèmes arithmétiques. Dans Habib, M., Noël, M.P., Georges-Poracchia, F. & Brun, V. *Calcul et dyscalculies : Des modèles à la rééducation* (p. 79-129). Issy-les-Moulineaux : Elsevier Masson.

Morel, L. (2013). Rééducation des troubles du calcul et du raisonnement logico-mathématique. Dans Rousseau, T., Gatignol, P., Topouzkhanian, S. (2013). *Les Approches Thérapeutiques en Orthophonie. Tome 2 : Prise en charge orthophonique des troubles du langage écrit (3ème édition)* (p. 115- 151). Isbergues : Ortho Edition.

Such, S., Gallicé, A. & Gérald, N. (2005). *Maths Bordas Sixième*. Paris : Bordas.

Thévenot, C., Coquin, D. & Verschaffel, L. (2006). La résolution de problèmes. Dans Barouillet, P. et Camos, V. *La cognition mathématique chez l'enfant* (p. 155-180). Marseille : Solal.

Van Hout, A. (2005). Dyscalculies développementales. Dans Van Hout, A., Meljac, C., Fischer, J.-P. *Troubles du calcul et dyscalculies chez l'enfant* (2ème édition) (p. 143-174). Paris : Masson.

Van Nieuwenhoven, C. & De Vriendt, S. (2010). *L'enfant en difficulté d'apprentissage en mathématiques : Pistes de diagnostic et supports d'intervention*. Marseille: Solal.

ANNEXES

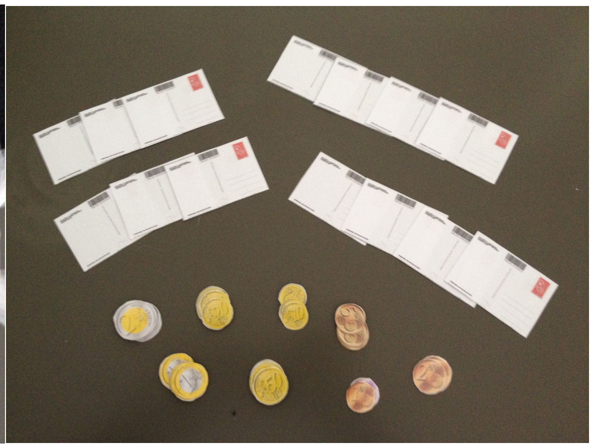
Annexe 1 : photos du matériel nécessaire à la manipulation des exercices

Exercice 1 :

Exercice 2 :

Exercice 3 :

Exercice 4 :



Annexe 2 :
AUTORISATION PARENTALE

UNIVERSITÉ DE NANTES

Je soussigné(e) ……………………………, père/mère [3] de l'enfant ……………………………….. scolarisé en classe de 6ème, accepte que mon enfant participe à la réalisation d'exercices du domaine mathématique auprès de Melle Audrey LE PARC, étudiante en 4ème année d'orthophonie, dans le cadre de son mémoire pour l'obtention du diplôme de Capacité d'Orthophoniste.

J'ai pris connaissance que mon enfant réalisera quatre exercices, pour une durée totale d'environ 40 minutes et que ses écrits pourront être intégrés dans le mémoire de façon anonyme.

Renseignements divers :

- date de naissance de l'enfant : ……………………
- classe fréquentée : ……………………
- profession du père : ……………………………………
- profession de la mère : …………………………………

Fait à …………………,

le ………………

Signature :

[3] Rayer la mention inutile

Annexe 3 : productions de Marie

PROBLEME 1 :

Un œuf moyen pèse 60 g. Quelle est la masse d'une demi-douzaine d'œufs ?

oeuf moyen 60g

60 × 5 = 300

Une demi-douzaine d'oeufs fait 300g.

PROBLEME 2 :

Catherine a acheté une tablette de chocolat pour 1,38 €. Elle décide d'acheter trois tablettes. Combien paiera-t-elle ?

1,38 × 3 = 4,14

3 tablettes coûtes 4,14 €.

$$\begin{array}{r} {}^{1}\ {}^{2}\ \\ 1,38 \\ \times\quad 3 \\ \hline 4,14 \end{array}$$

PROBLEME 3 :

Pour 4 personnes, on fait cuire 250 g de riz. Combien faut-il de riz pour 6 personnes ?

× 4 = 250g de riz

× 6 = ?

250 : 2 = 125

pour 2 personnes il faut 125g de riz

125 × 3 = 375

Il faut 375 g de riz pour 6 personnes.

$$\begin{array}{r|l} 250 & 2 \\ -\ 2 & 125 \\ 05 & \\ -\ 4 & \\ 10 & \\ -\ 10 & \\ 0 & \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 125 \\ \times\ 3 \\ \hline 375 \end{array}$$

PROBLEME 4 :

Six cartes postales coûtent 5,10 €. Combien coûtent 13 cartes postales ?

~~×~~ 6 = 5, 10€

× 13 = ?

5,10 × 2 = 10,20

pour 12 ~~personnes il f~~ cartes postales il faut payer 10,20€

6 : 5,10 = 0,85

Une carte postale coûte 0,85€

10,20 + 0,85 = 11,05

13 cartes postales coutes 11,05€.

$$\begin{array}{r|l} 5{,}10 & 6 \\ -\ 0 & 0{,}85 \\ 51 & \\ -\ 48 & \\ 030 & \\ -\ 30 & \\ 0 & \end{array}$$

Annexe 4 : productions de Jeanne

PROBLEME 1 :

Un œuf moyen pèse 60 g. Quelle est la masse d'une demi-douzaine d'œufs ?

60 g → un œuf

60 x 12 = 720 → une douzaine d'œufs pèse 720 g.

$$\begin{array}{r} 60 \\ \times\ 12 \\ \hline 120 \\ 600 \\ \hline 720 \end{array}$$

720 : 2 = 66 → une demi-douzaine d'œufs pèse 66 g

PROBLEME 2 :

Catherine a acheté une tablette de chocolat pour 1,38 €. Elle décide d'acheter trois tablettes. Combien paiera-t-elle ?

1,38 x 3 = 4,14

$$\begin{array}{r} 1,38 \\ 3 \\ \hline 4,14 \end{array}$$

Catherine paiera 4,14 €.

PROBLEME 3 :

Pour 4 personnes, on fait cuire 250 g de riz. Combien faut-il de riz pour 6 personnes ?

4 p → 250 g de riz

6 p → 375 g de riz

250 : 4 = 62,5 → pour une personne

$$\begin{array}{l|l} 250{,}0 & 4 \\ \hline \ \ 10 & 62{,}5 \\ \ \ \ \ 20 & \end{array}$$

62,5 × 6 = 375

$$\begin{array}{r} 62{,}5 \\ \times\quad 6 \\ \hline 375{,}0 \end{array}$$

~~3~~ ~~1~~

PROBLEME 4 :

Six cartes postales coûtent 5,10 €. Combien coûtent 13 cartes postales ?

On sait que :

6 cartes postales coûtent 5,10 €

Or

~~6~~ 5,10 : 6

$$\begin{array}{l|l} 5{,}10 & 6 \\ \hline 1\ 1 & 1{,}1 \\ \ \ 50 & \end{array}$$

Annexe 5 : productions de Julien

PROBLEME 1 :

Un œuf moyen pèse 60 g. Quelle est la masse d'une demi-douzaine d'œufs ?

60 x 6 = 360

La masse d'une demi-douzaine d'œufs est 360 g.

$$\begin{array}{r} 60 \\ \times \quad 6 \\ \hline 360 \end{array}$$

PROBLEME 2 :

Catherine a acheté une tablette de chocolat pour 1,38 €. Elle décide d'acheter trois tablettes. Combien paiera-t-elle ?

1,38 x 3 = 4,14

Elle paiera 4,14 €.

$$\begin{array}{r} 1,38 \\ \times \quad 3 \\ \hline 4,14 \end{array}$$

PROBLEME 3 :

Pour 4 personnes, on fait cuire 250 g de riz. Combien faut-il de riz pour 6 personnes ?

250 x 3 = 750

750 ÷ 2 = 375

Il faut 375 g de riz.

750	2
15	375
10	

PROBLEME 4 :

Six cartes postales coûtent 5,10 €. Combien coûtent 13 cartes postales ?

5,10 x 2 = 10,20

5,10 ÷ 6 = 0,73

10,20 + 0,73 = 10,93

13 cartes postales coutent 10,93 €

5,100	6
20	0,733
20	
2	

Annexe 6 : productions de Mathilde

PROBLEME 1 :

Un œuf moyen pèse 60 g. Quelle est la masse d'une demi-douzaine d'œufs ?

une demi douzaine d'oeufs = 6 oeuf

6 × 60 = 360

Une demi douzaine d'oeufs pèsent 360g.

PROBLEME 2 :

Catherine a acheté une tablette de chocolat pour 1,38 €. Elle décide d'acheter trois tablettes. Combien paiera-t-elle ?

1,38 × 3 = 4,14   3 tablettes coûtent 4,14 €

PROBLEME 3 :

Pour 4 personnes, on fait cuire 250 g de riz. Combien faut-il de riz pour 6 personnes ?

$\times 6$ 4p = 250g $\times 6$

6p = ?

24p = 1500g

1500 ÷ 4 =

Pour 6 personnes il faut 375g de riz.

$$\begin{array}{r|l} 1500 & 4 \\ \cline{2-2} 12 & 375 \\ \hline 30 & \\ 28 & \\ \hline 20 & \\ 20 & \\ \hline 00 & \end{array}$$

PROBLEME 4 :

Six cartes postales coûtent 5,10 €. Combien coûtent 13 cartes postales ?

5,10 ÷ 6 = ~~1~~ 0,85 1 carte postale coute 0,85 €

0,85 x 13 = 11,05 13 cartes postales coûtent 11,05 €

$$\begin{array}{r|l} 5,10 & 6 \\ \cline{2-2} 51 & 0,85 \\ 48 & \\ \hline 30 & \\ 30 & \\ \hline 00 & \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 0,85 \\ \times \quad 13 \\ \hline 2\,55 \\ 0\,850 \\ \hline 11,05 \end{array}$$

Annexe 7 : productions de Chloé

PROBLEME 1 :

Un œuf moyen pèse 60 g. Quelle est la masse d'une demi-douzaine d'œufs ?

Une demi-douzaine d'œufs pèse 720g.

$$\begin{array}{r} 60 \\ \times\ 12 \\ \hline 120 \\ +\ 600 \\ \hline 720 \end{array}$$

PROBLEME 2 :

Catherine a acheté une tablette de chocolat pour 1,38 €. Elle décide d'acheter trois tablettes. Combien paiera-t-elle ?

3 tablettes de chocolats coûte 4,14€.

$$\begin{array}{r} 1,38 \\ \times\ \ 3 \\ \hline 4,14 \end{array}$$

PROBLEME 3 :

Pour 4 personnes, on fait cuire 250 g de riz. Combien faut-il de riz pour 6 personnes ?

2x4=8   8-2

Ie faut 433 g de riz pour 6 personnes.

250x2=500

500-66,5=

250÷2=66,5

$$\begin{array}{r} 500,0 \\ -\ 66,5 \\ \hline 433,5 \end{array}$$

$$\begin{array}{r|l} 250,0 & 2 \\ -12 & 66,5 \\ \hline 13 & \\ -12 & \\ \hline 010 & \\ -10 & \\ \hline \end{array}$$

250 x 2=500

250÷2=125

$$\begin{array}{r|l} 250 & 2 \\ -24 & 125 \\ \hline 010 & \\ -10 & \\ \hline \end{array}$$

500 − 125 = ~~625~~ 475

PROBLEME 4 :

Six cartes postales coûtent 5,10 €. Combien coûtent 13 cartes postales ?

$5,10 \div 6 = 0,85$

$$
\begin{array}{r|l}
5,10 & 6 \\
\hline
-0 & 0,85 \\
51 & \\
-48 & \\
030 & \\
-30 & \\
00 &
\end{array}
$$

13 cartes postales coûtent 11,05€

$0,85 \times 13 =$

$$
\begin{array}{r}
0,85 \\
\times 13 \\
\hline
255 \\
+\,0850 \\
\hline
11,05
\end{array}
$$

Annexe 8 : productions de Juliette

PROBLEME 1 :

Un œuf moyen pèse 60 g. Quelle est la masse d'une demi-douzaine d'œufs ?

60 x 6 = 360

Une demi douzaine d'œufs pèse 360g.

PROBLEME 2 :

Catherine a acheté une tablette de chocolat pour 1,38 €. Elle décide d'acheter trois tablettes. Combien paiera-t-elle ?

1,38 x 3 =

Catherine a ~~acheté~~ payé 4,14€.

$$\begin{array}{r} 1,38 \\ \times \quad 3 \\ \hline 4,14 \end{array}$$

PROBLEME 3 :

Pour 4 personnes, on fait cuire 250 g de riz. Combien faut-il de riz pour 6 personnes ?

$250 \div 4 = 62,5$

$62,5 \times 2 = 125$

$250 + 125 = 375$ Il faut 375 g de riz pour 6 personnes.

250 | 4
24 | 62,5
10
10
0

PROBLEME 4 :

Six cartes postales coûtent 5,10 €. Combien coûtent 13 cartes postales ?

$5,10 \div 6 = 0,85$

$(5,10 \times 2) + 0,85 = 11,05$ Elles coûtent 11,05 €

510 | 6
48 | 85
30

Annexe 9 : productions de Martin

PROBLEME 1 :

Un œuf moyen pèse 60 g. Quelle est la masse d'une demi-douzaine d'œufs ?

6 60
x 6
360g.

PROBLEME 2 :

Catherine a acheté une tablette de chocolat pour 1,38 €. Elle décide d'acheter trois tablettes. Combien paiera-t-elle ?

1,38 41
x 3
4,14 euros

PROBLEME 3 :

Pour 4 personnes, on fait cuire 250 g de riz. Combien faut-il de riz pour 6 personnes ?

4 p = ~~2050~~ 250

~~250~~ | ~~2~~

250 : 2 = 125 = 2 p

2 × 3 = 60

$$\begin{array}{r} 125 \\ \times \quad 3 \\ \hline 375\text{ g} \end{array}$$

Il faut 375 g de riz pour 6 personnes.

PROBLEME 4 :

Six cartes postales coûtent 5,10 €. Combien coûtent 13 cartes postales ?

5,10 × 2 = ~~10,20 + 0,85 = 10~~ 11

$$\begin{array}{r} 10.20 \\ + \ 0.85 \\ \hline 11,05 \end{array}$$

~~6 × 10 = 6 × 90 = 5,40~~

6 × 81 = 486

6 × 82 = 492

6 × 83 = 498

6 × 84 = 45.04

6 × 85 = 5,10

13 cartes postales coûtent 11,05 euros

Annexe 10 : productions de Léa

PROBLEME 1 :

Un œuf moyen pèse 60 g. Quelle est la masse d'une demi-douzaine d'œufs ?

6 x 60 = 680

$$\begin{array}{r} \times\ 6 \\ 60 \\ \hline 68. \end{array}$$

Une demi-douzaine pèse 680g.

6 x 60 = 360

Une demi-douzaine pèse ~~680~~g. 360g.

PROBLEME 2 :

Catherine a acheté une tablette de chocolat pour 1,38 €. Elle décide d'acheter trois tablettes. Combien paiera-t-elle ?

1,38 x 3 = 4,14 €

$$\begin{array}{r} 1,38 \\ \times\ \ 3 \\ \hline 4,14 \end{array} \quad 2\ 1$$

Elle paiera 4,14 €.

PROBLEME 3 :

Pour 4 personnes, on fait cuire 250 g de riz. Combien faut-il de riz pour 6 personnes ?

250 : 4 = 620,5

pour 1 il faut 620,5 g de riz

$$\begin{array}{r|l} 250{,}0 & 4 \\ \hline -24 & 620{,}5 \\ 10 & \\ -8 & \\ 2 & \\ -0 & \\ 20 & \end{array}$$

250 : 2 = 125

$$\begin{array}{r|l} 250 & 2 \\ \hline -2 & 125 \\ 05 & \\ -4 & \\ 10 & \end{array}$$

125 × 3 = 375

pour 6 personnes il faut 375 g de riz.

PROBLEME 4 :

Six cartes postales coûtent 5,10 €. Combien coûtent 13 cartes postales ?

6 : 5,10 = 0,85

1 carte postale coûte 0,85€

$$\begin{array}{r|l} 5{,}10 & 6 \\ \hline -0 & 0{,}85 \\ 51 & \\ -48 & \\ 030 & \\ 30 & \\ 0 & \end{array}$$

0,85 × 13 = 11,05

$$\begin{array}{r} 0{,}85 \\ \times\ 13 \\ \hline 255 \\ +\ 085\cdot \\ \hline 11{,}05 \end{array}$$

13 cartes postale coûtent 11,05€

Annexe 11 : productions de Yann

PROBLEME 1 :

Un œuf moyen pèse 60 g. Quelle est la masse d'une demi-douzaine d'œufs ?

$12 \times 60 = 720$ g

$720 \div 2 = \cancel{3x10}\ 360$

une demi-douzaine d'œuf pèse 360g

PROBLEME 2 :

Catherine a acheté une tablette de chocolat pour 1,38 €. Elle décide d'acheter trois tablettes. Combien paiera-t-elle ?

$3 \times 1{,}38$

$$\begin{array}{r} 1\ 2\ 3 \\ \times\ 1{,}38 \\ \hline 4{,}13 \end{array}$$

Catherine payera 4,13€

Catherine payera 4,14€

PROBLEME 3 :

Pour 4 personnes, on fait cuire 250 g de riz. Combien faut-il de riz pour 6 personnes ?

nombre de personne	poids (g)
4	250
2	135
6	385

pour 6 personne il faudra 385 g de riz

pour 6 personne il faudra 385 g de riz

PROBLEME 4 :

Six cartes postales coûtent 5,10 €. Combien coûtent 13 cartes postales ?

5,10 X 2 = 10,20

6 ÷ 5,10 =

13 cartes postales coutes 12,75€

Annexe 12 : productions de Paul

PROBLEME 1 :

Un œuf moyen pèse 60 g. Quelle est la masse d'une demi-douzaine d'œufs ?

60g → Demi douzaine = 12 : 2 → 6 + 60 = 66g.

moyen

La masse d'une demi-douzaine d'œufs est 66g.

60g → Demi douzaine = 12 : 2 = 6 × 60 = 360g.

$$\begin{array}{r} 60 \\ \times\ 6 \\ \hline 360\,g \end{array}$$

La masse d'une demi-douzaine d'œufs est 360g.

PROBLEME 2 :

Catherine a acheté une tablette de chocolat pour 1,38 €. Elle décide d'acheter trois tablettes. Combien paiera-t-elle ?

3 × 1,38 = 4,14 €

Elle paiera 4,14 €

$$\begin{array}{r} {}^{1}\ {}^{2}\ \ \\ 1,38 \\ \times\ \ 3 \\ \hline 4,14 \end{array}$$

PROBLEME 3 :

Pour 4 personnes, on fait cuire 250 g de riz. Combien faut-il de riz pour 6 personnes ?

250 : 4 = 62,5 g

pour une personne il faut 62,5 g de riz.

62,5 × 6 = 375 g

Pour 6 personnes il faut 375 g de riz.

250 | 4
10 | 62,5
20

62,5
× 6
375,0

PROBLEME 4 :

8 × 5 = 40
6 = 48
7 = 56

8,5
× 6
59,0

Six cartes postales coûtent 5,10 €. Combien coûtent 13 cartes postales ?

5,10 : 6 = 8,5

Une carte coûte 8,5€.

8,5 × 13 = 110,5

13 cartes coûtent 110,5€.

8,5
× 13
255
85 .
110,5

5,10 | 6
30 | 8,5

5,10 | 6
− 48 | 8,5
030
0

□ + □ + □ + □ + □ + □ = 5,10€.

6

Annexe 13 : productions de Valentin

PROBLEME 1 :

Un œuf moyen pèse 60 g. Quelle est la masse d'une demi-douzaine d'œufs ?

demi douzaime = 6

60 ÷ 6 = 10 La masse d'une demi-douzaine d'œufs est de 10 g.

PROBLEME 2 :

Catherine a acheté une tablette de chocolat pour 1,38 €. Elle décide d'acheter trois tablettes. Combien paiera-t-elle ?

$$\begin{array}{r} 1,\overset{2}{3}8 \\ \times \quad 3 \\ \hline 4,14 \end{array}$$

PROBLEME 3 :

Pour 4 personnes, on fait cuire 250 g de riz. Combien faut-il de riz pour 6 personnes ?

250 ÷ 2 = 125

250 g + 125 = 375 g de riz pour 6 personnes.

PROBLEME 4 :

Six cartes postales coûtent 5,10 €. Combien coûtent 13 cartes postales ?

$$\begin{array}{l|l} 5,10 & 6 \\ \cline{2-2} 5\ 1 & 0,85. \\ \ \ 30 & \end{array}$$

5,10 + 5,10 = 10,20 + 0,85 = 11,05 €

Résumé : La proportionnalité constitue le fil d'Ariane du programme de mathématiques au collège. Abordée dès la fin de l'école primaire, elle sera reprise au collège, enrichie chaque année par les nouvelles connaissances de l'élève. Afin de transmettre à l'enfant cette notion mathématique, l'enseignant doit lui proposer des problèmes qui permettront à l'enfant de mettre en pratique ses connaissances théoriques et de construire de nouveaux apprentissages. L'enseignant doit donc adapter les problèmes au niveau de l'enfant et lui apporter l'aide nécessaire pour lui permettre de réussir et de développer de nouvelles connaissances. Ce mémoire cherche à savoir si la manipulation d'objets permettant de simuler concrètement la situation facilite la résolution de problèmes. Pour ce faire, on a proposé à plusieurs enfants scolarisés en 6ème une série de quatre problèmes du domaine de la proportionnalité, présentés tout d'abord de façon papier puis de façon concrète en utilisant des objets du quotidien en cas d'échec à la première partie de la résolution. La manipulation n'a pas toujours permis aux collégiens d'accéder à la réussite d'un problème échoué mais elle leur a cependant permis de repenser le problème en le modélisant différemment.

Mots-clés : mathématiques, collège, proportionnalité, problèmes, manipulation.

Abstract : Proportionality is a recurrent theme in the secondary mathematics curriculum. Encountered for the first time at the end of primary school, this notion is revisited and enriched by newly acquired knowledge every year at secondary school. In order to teach this notion, teachers have to provide students with mathematical problems which allow them to put the theories in practise but to also further their knowledge. Teachers must therefore adapt the mathematical problems to the level of their students and offer them the necessary support which will allow them to complete the activities and develop new knowledge. This aim of this dissertation is to try and find out whether manipulating objects in order to simulate real life situations makes resolving mathematical problems easier. To do this we offered a group of Year 7 students a series of 4 problems. We first presented them with the problems on paper and then using every day life objects if they had failed to resolve the problem on paper. Manipulation has not always allowed students to solve a problem however modelising it made them think about it in a different way.

Keywords : mathematics, secondary school, proportionality, problems, manipulation.