



Thèse de Doctorat

Moaine JEBARA

Mémoire présenté en vue de l'obtention du **grade de Docteur de l'Université de Nantes** sous le sceau de l'Université Bretagne Loire

École doctorale : SPI

Discipline : Sciences de l'ingénieur Spécialité : Thermique / Automatique Unité de recherche : Laboratoire GEPEA, UMR 6144

Soutenue le 19/12/2017 Thèse N° :

Optimisation et contrôle thermique des outillages dans la mise en œuvre des polymères

JURY

| Président du jury | LARAQI Najib, Professeur d'université, Université Paris Nanterre |
|-------------------------|--|
| Rapporteurs : | SHEIBAT - OTHMAN Nida, Chargée de recherche titulaire de l'HDR, Université Claude Bernard Lyon 1 LARAQI Najib, Professeur d'université, Université Paris Nanterre |
| Examinateurs : | CADET Catherine, Maître de conférences titulaire de l'HDR, IUT 1 Université Grenoble |
| Directeur de Thèse : | BOILLEREAUX Lionel, Professeur, ONIRIS |
| Co-directeur de Thèse : | HAVET Michel, Professeur, ONIRIS |
| Encadrant de Thèse : | BELHABIB Sofiane, Maître de conférences, Université de Nantes |
| | |

« Ce qui se conçoit bien, s'énonce clairement »

Nicolas Boileau

Table des matières

| Remerciements IX | | | IX |
|------------------|--------------------------------------|---|-------------------------|
| 1. | Intro 1.1. 1.2. 1.3. | oduction générale Contexte industriel Contexte scientifique Organisation du mémoire | 1 2 3 5 |
| 2. | Rev | ue bibliographique | 7 |
| | 2.1. | Une brève introduction | 7 |
| | 2.2. | Caractérisation de la matière plastique | 7 |
| | 2.3. | Plateaux de chauffage / refroidissement | 9 |
| | 2.4. | Asservissement | 15 |
| | | 2.4.1. Régulateur PID | 15 |
| | | 2.4.2. Quelle stratégie de contrôle choisir : spécifications et contraintes | 18 |
| | | 2.4.3. Conclusion | 20 |
| | 2.5. | La commande prédictive | 20 |
| | | 2.5.1. Quelques éléments sur la commande des procédés | 20 |
| | | 2.5.2. Fondements et principe de la commande prédictive | 22 |
| | | 2.5.3. Les différentes approches | 25 |
| | | 2.5.4. Synthèse de l'évolution de la commande prédictive | 26 |
| | | 2.5.5. Le modèle de prédiction | 27 |
| | | 2.5.6. Calcul de la commande optimale | 35 |
| | | 2.5.7. Méthodes d'optimisation de fonctions coûts | 36 |
| | | 2.5.8. Conclusion sur la commande prédictive | 38 |
| 3. | Opt | imisation de la position des sources thermiques | 41 |
| • | 3.1. | Introduction | 41 |
| | 3.2. | Description de la géométrie des plaques chauffantes | 41 |
| | 3.3. | Méthode d'optimisation | 43 |
| | 3.4. | Choix de la forme de la courbe paramétrique | 43 |
| | | 3.4.1. Étape 1 : normalisation de la courbe de la consigne | 44 |
| | | 3.4.2. Étape 2 : Définition de la courbe de localisation des sources . | 44 |
| | | 3.4.3. Procédure d'optimisation des paramètres α et β | 46 |
| | 3.5. | Modélisation des échanges de chaleur dans le plateau chauffant | 48 |
| | 3.6. | Validation de la procédure | 49 |
| | 3.7. | Application à la réduction de la consommation d'énergie | 53 |

| | 3.8. | Conclusion | 54 |
|----|--|--|--|
| 4. | 3.8. Corr 4.1. 4.2. 4.3. | Conclusion Conclusion mande du procédé Synthèse du simulateur Identification du modèle ARMAX 4.2.1. Choix des entrées : Séquences Binaires Pseudo-Aléatoires (SBPA) 4.2.2. Choix du modèle de prédiction 4.2.3. Boucle d'optimisation : identification des paramètres du mo- dèle de prédiction 4.2.4. Choix et validation des ordres des polynômes 4.2.5. Modèle ARMAX retenu Commande prédictive appliquée au simulateur 4.3.1. Analyse des résultats obtenus avec une consigne homogène à | 54 57 58 59 60 62 63 63 67 68 |
| | 4.4. 4.5. | la surface du plateau | 69 78 84 86 |
| 5. | Арр | lication expérimentale | 87 |
| | 5.1. | Matériel et méthodes5.1.1.Le plateau chauffant5.1.2.Position des thermocouples5.1.3.Éléments chauffants5.1.4.Variateur de puissance 1 5.1.5.Cartes de contrôle5.1.6.Conditions aux limites5.1.7.Le moule 2 5.1.8.Centrale d'acquisition des champs de températures | 88 89 90 90 92 92 93 95 |
| | 5.2. 5.3. | Création du modèle de prédiction | 95 97 97 08 |
| | 5.4. | Application industrielle : cuisson d'un aileron 1 5.4.1. Caractérisation de la résine 1 5.4.2. Configuration de la cuisson 1 5.4.3. Comparaison entre la commande avec résine non réticulée et réticulée 1 | .05 .05 .07 |
| 6. | 5.5. | Conclusion | .18 . 19 |
| | 6.1. | Positionnement des sources | .20 |

1. Développé par C. Plot du service technique de l'IUT de Nantes

2. Mis à disposition par A. Sarda du département SGM de l'IUT de Nantes

| | $6.2. \\ 6.3.$ | Commande de la cinétique thermique | 121 122 |
|-----|----------------------------|---|--------------------------|
| Bil | oliogi | raphie | 125 |
| Α. | Ann A.1. A.2. | exes Caractéristiques de la résine RESOLTECH 1400 | 131 131 134 |

Table des figures

| 1.1. | Évolution de la consommation nationale d'électricité entre 1970 et 2015 (Ministere 2016) | 1 |
|---------------|--|----------------|
| 1.2. | Représentation schématique des procédés de moulage par (a) com- | 1 |
| | pression et (b) injection | 2 |
| 2.1. | Mise en évidence des différents éléments à étudier afin d'améliorer l'efficacité énergétique des procédés de mise en œuvre | 7 |
| 2.2. | Étude réalisée par [Le <i>et al.</i> , 2011] concernant la piezo-dépendance des propriétés du polypropylène dans des conditions réelles de mise en œuvre : (a) cavité moulante instrumentée et (b) comparaison des courbes expérimentales et celles obtenues par calculs Elements | |
| | Finis. | 8 |
| 2.3. | Les paramètres importants dans le procédé de mise en oeuvre des | |
| | pièces en plastique (Lin et Chou, 2002) | 10 |
| 2.4. | Modélisation proposée par Castro et Lee, 1987 du transfert thermique \hfill | |
| | opérant dans le procédé de moulage de composés à mouler en feuille | |
| | (SMC) | 11 |
| 2.5. | Diagramme d'Ishikawa établi par Abdalrahman <i>et al.</i> , 2014 montrant | |
| | les facteurs influant sur la performance des plateaux chauffants | 12 |
| 2.6. | Démarche proposée par Xiao et Huang, 2014 afin de positionner des | |
| | canaux chauffants de manière à minimiser l'hétérogénéité du champ | |
| | de température à la surface de la cavité moulante : (a) paramétrage | |
| | des positions, (b) maillage et conditions aux limites utilisés pour le | |
| | calcul elements finis, (c) champ de temperature initial et (d) champ | 19 |
| 0.7 | de temperature optimise | 13 |
| 2.1. | (a) sustème de chaufferre à le represent (b) sustème de chaufferre élec | |
| | (a) systeme de chaunage à la vapeur, (b) systeme de chaunage élec- | 1/ |
| 28 | Poprécentation schématique d'une cartouche chauffante. | 14 |
| 2.0. | schéme elessique d'un contrôleur PID | 16 |
| 2.9. 2 10 | Configuration industrialle de contrôlours PID | 10 |
| 2.10. 2.11 | illustration du rotard entre la réponse et l'excitation du système | 10 |
| 2.11. 2.12 | Schéma de principe de la méthode MPC | 13 24 |
| 2.12. 2.13 | Dates clés du développement qui ont accompagné la commande MPC | $24 \\ 27$ |
| 2.14 | Classement des différents modèles de prédiction | $\frac{2}{32}$ |
| | | |

| 3.1. | Représentation schématique de la plaque chauffante contenant des sources de chauffage et du moule avec la pièce en polymère à l'inté- riour : (a) vuo isométrique et (b) vuo de face | 49 |
|-------------|--|------------|
| 30 | Paramètres définissant la position des sources de chauffage | . 42 13 |
| 3.3. | (a) profil de température désiré à la surface, (b) courbe de tempéra- ture normalisée, (c) courbe paramétrique définissant la position des sources dans la plaque, (d) modèle de calcul par éléments finis avec sources de chauffage et (e) champ de température simulé dans la pla- | . 40 |
| | teau | . 45 |
| 3.4. | Exemple de courbes de positionnement obtenues en faisant varier les paramètres α et β (Sans optimisation). | . 46 |
| 3.5. | Représentation schématique de l'algorithme de calcul. | . 47 |
| 3.6. | Géométrie et conditions limites pour le modèle 2D de la plaque chauf- fante étudiée | 48 |
| 3.7. | Convergence de la fonction objectif pour les profils testés (a) profil | - 10 F0 |
| 3.8. | Comparaison des températures simulée et consigne (test $\#1$, test $\#3$ et test $\#5$) pour les deux profils testés : (a) profil linéaire et (b) profil | . 50 |
| | en forme de « double cloche » | . 51 |
| 3.9. | Comparaison entre les écarts absolus de température $ \Delta T(\hat{\alpha},\beta) $ ob- tenus pour les profils testés : (a) profil linéaire et (b) profil en forme | F 1 |
| 3.10. | de « double cloche » | . 51 |
| २ 11 | forme de « double cloche » | . 52 |
| 0.11. | testés : (a) profil linéaire et (b) profil en forme de « double cloche ». | . 52 |
| 3.12. | (a) les profils de température et (b) les positions de sources ther- | |
| | miques | . 54 |
| 4.1. | Paramétrages géométrique du plateau chauffant numérique | 58 |
| 4.2. | Conditions aux limites utilisées pour le calcul Élements Finis | 59 |
| 4.3. | Schéma synoptique résumant la création du Modèle ARMAX | . 60 |
| 4.4. | Exemple d'un signal pseudo-aléatoire | . 61 |
| 4.5. | Exemple de calcul de l'erreur, l'auto et l'inter corrélations sur un cas numérique. | . 64 |
| 4.6. | Résultats obtenus avec un modèle ARMAX de faible ordre : (a) $[n, n, n, n] = [1, 1, 1, 2]$ et (b) $[n, n, n, n] = [1, 1, 1, 5]$ | 66 |
| 4.7. | (a) Écarts de température et (b) autocorrélations par point de contrôle (D) $\{n_a, n_b, n_c, n_k\} = \{1, 1, 1, 5\}$ | . 00 |
| 10 | (Resultat pour la source i en ligne i) | . 67 |
| 4.8. | ments finis | . 68 |

| 4.9. Profil de la consigne : (a) au cours du temps (b) en surface à l'instant initial et (c) en surface à l'instant final | 70 |
|--|----------------|
| 4.10. Résultats pour une consigne homogène : (a) température mesurée et consigne en fonction du temps (b) puissance des 8 sources (c) écart | 71 |
| 4.11. La phase de démarrage pour une consigne homogène : (a) température mesurée et consigne en fonction du temps (b) puissance des 8 sources | (1 |
| (c) écart moyen de température | 72 |
| (c) écart moyen de température | 73 |
| des 8 sources (c) écart moyen de température | 74 |
| (c) écart moyen de température | 75 |
| sances | 76 |
| le même système). 4.17. Résultats pour une consigne hétérogène (Pente) : (a) température mesurée et consigne en fonction du temps (b) puissance des 8 sources (c) écart moyen de température (d) écart de température pour chaque | 78 |
| source | 79 80 |
| 4.19. Écart à la consigne aux deux points externes du plateau 4.20. Profil des températures à l'instant initial dans le cas d'une consigne | 80 80 |
| hétérogène : Parabole | 81 |
| pour chaque source \dots | 82 |
| (b) l'instant $t = 25,5 min$ | 83 84 85 |
| 5.1. Différentes vues du bloc en acier qui a servi pour le plateau chauffant 5.2. Position des thermocouples à la surface supérieure de bloc en acier 5.3. Cannes chauffantes : | 88 89 90 |

| 5.4. Variateur Opto-isolé | 1 |
|--|--------|
| 5.5. Loi de conversion P en fonction de V | 1 |
| 5.6. Cartes de commande : (a) NI-6229 et (b) NI-9264 | 2 |
| 5.7. Disposition de l'isolant autour du bloc en acier | 3 |
| 5.8. Moule pédagogique ayant servi pour les tests expérimentaux 9 | 3 |
| 5.9. Aileron en pré-imprégné | 4 |
| 5.10. Positionnement des thermocouples sur les 4 empreintes du moule 94 | 4 |
| 5.11. La centrale d'acquisition : AGILENT-34970A | 5 |
| 5.12. Disposition des cartouches chauffantes dans le plateau (8 entrées du | |
| procédé) | 6 |
| 5.13. Définition des sorties du système de contrôle | 6 |
| 5.14. Configuration du banc expérimental | 7 |
| 5.15. Rampe de température consigne | 8 |
| 5.16. Représentation graphique (a) Évolution des champs de températures | |
| consigne et mesurée à la surface du moule en fonction du temps, | |
| (b) Écart entre les champs de température consigne et mesurée, (c) | |
| Évolution des puissances des sources en fonction du temps et (d) | |
| des temps de calcul CPU de la commande optimal (Temps MPC), | |
| le temps CPU de l'application de la commande et d'obtention de la | |
| commande optimale (Temps Total) et de la période d'échantillonnage | |
| $(Intervalle de contrôle) \dots \dots$ | 9 |
| 5.17. Phase de démarrage de la chauffe : a) Evolution de la température | |
| en fonction du temps, b) Ecart des températures et c) Evolution des | _ |
| puissances $\dots \dots \dots$ | 0 |
| 5.18. Phase de chauffe : (a) Evolution de la température en fonction du | - |
| temps, (b) Ecart des températures et (c) Evolution des puissances 10. | T |
| 5.19. Phase de changement de pente de la consigne : a) Evolution de la | |
| température en fonction du temps, b) Ecart des températures et c) | 0 |
| Evolution des puissances \dots | Z |
| 5.20. Phase de maintien (isotherme) : a) Evolution de la temperature en | |
| puissances | 2 |
| 5 21 (a) Évolution des puissances sur les sources outérieures (b) Évolution | J |
| dos puissancos sur los sources 2 ot 7 ot (c) Évolution dos puissancos | |
| sur les sources $3-6$ et $4-5$ | Λ |
| 5.22 Test DSC · Profil de température appliqué à un échantillon de résine 100 | т 6 |
| 5.22. Test DBC : l'foin de temperature apprique à un conantinon de resine 100 | 6 |
| 5.24 Placement d'un thermocouple dans l'ensemble fibres avec résine | 7 |
| 5.25 Disposition expérimentale de la cuisson des ailerons | 8 |
| 5.26 Placement des coques de maintien de pression | 8 |
| 5 27 Placement de la masse sur le dispositif expérimental | 9 |
| 5.28 Désignation des empreintes du moule | 9 |
| 5 29 Consigne de cuisson de la pièce en composite | 0 |
| 5.25. Compigne de cuisson de la piece en composite | U |

| 5.30. | Résultats du test avec de la résine non réticulée : (a) Evolution des | |
|----------|--|---|
| | températures en fonction du temps, (b) écart des températures me- | |
| | surée et consigne et (c) puissances injectées | L |
| 5.31. | Évolution des températures mesurées dans chacune des pièces moulées | |
| | $T_R^{Emp(i)}$, des températures à la surface du moule T^{exp} et de la consigne | |
| | T^{cons} | 2 |
| 5.32. | Interpolation linéaire de la distribution spatiale des températures me- | |
| | surées à la surface du plateau à l'instant final de la cuisson des pièces | |
| | composites | 2 |
| 5.33. | Distribution des températures mesurées à la surface des empreintes à | |
| | l'instant finale de la cuisson des pièces composites | 3 |
| 5.34. | Fermeture du moule lors des essais expérimentaux | ł |
| 5.35. | Résultats du test avec de la résine réticulée : (a) Evolution des tem- | |
| | pérature en fonction du temps, (b) écart des températures mesurée | |
| | et consigne et (c) puissances injectées |) |
| 5.36. | Evolution des températures mesurées à la surface des empreintes et | |
| | dans les pièces moulées | 3 |
| 5.37. | Tracés de la température moyenne par empreinte et sa dérivée pour | _ |
| - | le test 1 (chauffe avec réaction) | 7 |
| 5.38. | Tracés de la températures moyenne par empreinte et sa dérivée pour | _ |
| | le test 2 (chauffe sans réaction) | 7 |
| 6.1. | Représentation schématique des blocs constitutifs d'un procédé de | |
| | thermoformage $\ldots \ldots \ldots$ |) |

Liste des tableaux

| 3.1. | Valeurs minimales et maximales testées pour les profils de tempéra- |
|------|--|
| | ture de consigne sélectionnés |
| 3.2. | Valeurs identifiées de $\tilde{\alpha}$ et $\tilde{\beta}$ de la fonction paramétrique $y(x, \tilde{\alpha}, \tilde{\beta})$ |
| | avec la fonction objectif minimale correspondante pour les différents |
| | profils de consigne testés |
| 3.3. | Évolution de l'écart quadratique moyen $\Delta T(\tilde{\alpha}, \tilde{\beta})$ en fonction du co- |
| | efficient μ de réduction de l'énergie consommée |
| 11 | Résumé des résultats obtonus pour $\{n, n, n, n, n\} \in \{1, 1, 10\}^4$ 65 |
| 4.1. | Result des resultats obtenus pour $\{n_a, n_b, n_c, n_k\} \in \{1, 1, 10\}$ 05 |
| A.1. | Différentes configurations d'utilisation |
| A.2. | Caractéristiques de la résine RESOLTECH 1400 : Temps de gel en |
| | film sur plaque chauffante |
| A.3. | Test de dispersion thermique avec 6 températures de référence et 12 |
| | thermocouples |
| A.4. | Résumé des valeurs de la moyenne, de l'écart type, de la valeur maxi- |
| | male et minimale et des écarts observés entre la valeur mesurée et de |
| | référence avec 6 valeurs de températures de référence |

Remerciements :

Après ces trois années de recherche, je suis convaincue que la thèse est loin d'être un travail solitaire. Ce travail n'aurait jamais pu voir le jour sans l'aide et le soutien actif d'un grand nombre de personnes qui ont su me donner à la fois le soutien moral et scientifique pour mener à bien ce travail de longue haleine et que je tien à les remercier vivement.

Je voudrais tout d'abord commencer par remercier grandement mes deux directeurs de thèse, Lionel Boillereaux et Michel Havet, pour tous leurs savoirs scientifiques (surtout dans le domaine de l'automatisme), pour leurs disponibilités et leurs bonnes humeurs. Ils ont su à la fois m'aiguiller et me conseiller et leurs remarques m'ont permis d'envisager les problématiques rencontrées sous différents angles.

Je tiens aussi à remercier Sofiane Belhabib, mon encadrant de thèse, pour ces trois années car outre son appui scientifique, il a toujours été là pour me soutenir et me conseiller au cours de l'élaboration de ses travaux de thèse sans oublier sa générosité, sa bonne humeur et son intérêt manifeste à l'égard de ma recherche qui m'ont permis de progresser dans cette phase délicate de « l'apprenti-chercheur ».

Je remercie également Monsieur Najib Laraqi, Madame Nida Othman et Madame Catherine Cadet m'ont fait l'honneur d'être le jury de ma thèse, ils ont pris le temps de m'écouter et de discuter avec moi. Leurs remarques m'ont permis d'envisager d'autres aspects mon travail. Pour tout cela je les remercie.

Je tiens à remercier Monsieur François Chaniot pour avoir accepté de consacrer un créneau mensuel pour suivre les avancer des travaux et d'avoir gardé un lien étroit avec nos partenaires industriels ainsi que pour sa gentillesse et son sourire indéfectible.

Un grand merci à l'ensemble de l'équipe OPERP du GEPEA et l'IUT de Nantes et tout particulièrement Yannick Madec et Christophe Plot sans qui le banc expérimental n'aurait jamais vu le jour à temps sans oublier bien sûr Alain Sarda, que je remercie singulièrement pour toutes nos discussions et ses conseils précieux qui m'ont accompagné tout au long de cette thèse. Les discussions que j'ai pu avoir durant les réunions d'équipe (et dieu sait qu'il en y a eu) ou en dehors avec Remi Deterre, Pierre Mousseau, Gael Colomine et Christine Bouthet m'ont beaucoup apporté scientifiquement mais surtout socialement. Je remercie donc toutes ces personnes.

Il m'est impossible d'oublier l'ensemble du département SGM de l'IUT de Nantes de m'avoir donné la possibilité de m'apprêter à l'exercice de l'enseignement et ceux

de façon continue durant les trois années tout en ayant fait en sorte de me laisser du temps libre afin de terminer la rédaction.

Il faut aussi que je remercie l'ensemble des collègues de bureau, Nasser (pour tes perles mémorables), Rodrigo (pour les cours d'espagnol), Ghinwa (pour les discussions de cuisine), David (notre expert Matlab), Elodie (pour la balle de babyfoot), Artem (M. Apple), Dimitri (pour les explications géopolitiques), Steve (pour ton sens d'humour), Antoine (pour tes photos snap) et bien sur le « meilleur » doctorant qui vient de la « meilleure » ville du monde, Gwench (d'être juste toi-même et pour toutes les soirées « à la bibliothèque » et tes expressions remaniées). Grâce à vous, le temps est passé très vite.

Et pour finir, je tiens à remercier Sarra, entre autres, pour ses petits plats qui m'ont rappelé la cuisine de Maman qui restera pour toujours indétrônable.

A mes parents (Ibtissem et Messaoud) sans qui rien n'aurait vu le jour

1. Introduction générale

Depuis la révolution industrielle, la consommation mondiale en énergie n'a cessé de croître. A titre d'exemple, la consommation totale d'électricité en France a quasiment quadruplé ces 45 dernières années (cf. figure 1.1). Le tiers de la production électrique nationale est destinée au secteur industriel (Ministere, 2016).



¹1 TWh = 1 milliard de kWh.



Figure 1.1. – Évolution de la consommation nationale d'électricité entre 1970 et 2015 (Ministere, 2016)

L'augmentation du prix de l'énergie et les contraintes écologiques ont fait de l'efficacité énergétique une question centrale. Par ailleurs, l'accès à un marché mondial globalisé pousse l'industrie européenne et française en particulier à une réduction permanente des coûts de fabrication afin de rester compétitive. Dans un secteur énergivore comme l'industrie de la plasturgie et du caoutchouc, une chasse au gaspillage de l'énergie par une optimisation des apports énergétiques fait partie des leviers à actionner afin d'améliorer la compétitivité des entreprises nationales.

1.1. Contexte industriel

Dans ce travail, on s'intéresse au procédé de mise en œuvre des matières thermoformables et notamment des thermoplastiques à grande ou très grande série. Les procédés visés par la présente étude sont le moulage par injection et le moulage par compression dont le principe est illustré dans la figure 1.2.



Figure 1.2. – Représentation schématique des procédés de moulage par (a) compression et (b) injection.

Le mode opératoire pour les deux méthodes de moulage est similaire et comporte plusieurs étapes à savoir :

- Mise en chauffage du moule (préchauffage) : Dans les deux méthodes, le moule doit être chauffé. Ce chauffage du moule est nécessaire afin de maintenir la matière plastique dans un état fluide ou malléable qui lui permet de prendre la forme des empreintes.
- Remplissage : Cette étape diffère entre les deux procédés : (i) pour les moules à compression, un opérateur ouvre le moule pour placer la matière première qui est souvent sous forme de poudres, de granulés, de semi-solides ou de préformés au niveau des empreintes. Ensuite, il ferme le moule avec une force et une vitesse qui sont paramétrées en fonction de la nature de la matière utilisée. Le pressage est essentiel pour contraindre la matière à prendre la forme de l'empreinte. L'excès de matière est évacuée par des canalisations prévues à cet effet. (ii) Pour les moules à injection, la matière première est directement injectée sous pression dans le moule avec une buse d'injection. Des canaux situés dans le moule dirigent la matière vers les empreintes.

- Maintien : Cette étape est cruciale car la maîtrise de la température de la surface de l'empreinte conditionne la qualité de la pièce finale. Ainsi, cette étape consiste à maintenir la température du moule au-dessus de la température de transition vitreuse de la pièce à mouler. Dans le cas des matières thermodurcissables, on maintient à la fois le chauffage et la pression jusqu'à la fin de la cuisson (réticulation).
- Refroidissement : Un refroidissement trop rapide peut entraîner, dans certain cas, un rétrécissement des pièces, des fissures ou des pièces incomplètes. Il est donc essentiel d'avoir un refroidissement contrôlé qui répond à un compromis entre la productivité (temps de cycle) et la qualité des pièces produites.
- L'éjection : Durant cette étape qui peut-être automatisée, un opérateur ouvre le moule et récupère la pièce.

Ainsi, les principaux paramètres qui déterminent le coût et la qualité du moulage sont donc la quantité de matière première, les vitesses de fermeture du moule et la pression sur la matière, la température du moule, la durée et la technique de chauffage et la durée et la technique de refroidissement.

Ce travail s'inscrit dans le cadre du projet de recherche ECOTHER dont le financement public est assuré par la Banque Publique d'Investissements (BPI). Ce projet porte sur l'optimisation énergétique des procédés de mise en œuvre des matériaux et repose sur un partenariat entre 19 industriels et 14 laboratoires académiques. Il a pour ambition de fournir aux partenaires de la filière industrielle de la transformation des polymères (caoutchouc, plastiques et composites) des solutions techniques afin d'optimiser les coûts énergétiques des procédés. Outre les aspects environnementaux, les gains économiques espérés doivent permettre de renforcer la compétitivité des partenaires industriels par rapport à la concurrence internationale. Le projet ECOTHER est divisé en trois lots. Le lot 1 concerne le procédé de dévulcanisation des caoutchoucs et le lot 3 a pour objectif le développement d'outils de logistique intégrant des contraintes énergétiques en vue de proposer un modèle d'usine virtuelle. Ce travail de thèse s'inscrit dans le lot 2 dont la finalité est de développer un ensemble d'outils scientifiques en vue d'améliorer la maîtrise des champs de températures lors des cycles de transformations des matériaux polymères. L'efficacité énergétique de ces procédés de transformation constitue une exigence forte dans la démarche. L'objectif de la thèse porte donc sur le développement d'une approche globale de la commande des procédés de mise en œuvre des matières thermo-formables afin d'assurer la maîtrise d'un champ de température en surface.

1.2. Contexte scientifique

Plusieurs travaux se sont concentrés sur l'optimisation de la quantité de matière moulée et des paramètres de fermeture et de pression dans le moule. Le contrôle de la température des moules est donc de la plus haute importance dans la mise en forme des pièces. Ceci est dû au fait que non seulement il agit directement sur le temps de cycle mais qu'il affecte aussi grandement la qualité des pièces moulées.

La méthode conventionnelle utilisée dans les presses à injection consiste à contrôler la température avec un refroidissement continu grâce un fluide caloporteur qui circule dans des canaux de refroidissement pendant tout le cycle d'injection. En conséquence, le moule garde une température assez constante pendant tout le long du cycle de mise en forme. Dans cette configuration, pour minimiser le temps de cycle, la température du moule doit être maintenue à une température bien plus faible que la température de solidification de la pièce moulée. Par conséquent, le polymère fondu se solidifie quasiment instantanément au contact du moule, ce qui peut avoir des conséquences négatives sur la phase de remplissage. Cette solidification rapide peut occasionner l'apparition de traces des lignes d'écoulement ou d'injection ou dans les cas extrêmes l'obturation des têtes d'injection. Ces problèmes sont de plus en plus récurrents dans la mise en forme des polymères compte tenu du nombre croissant des pièces de moins en moins épaisses et de plus en plus légères, avec des contraintes plus exigeantes tant au niveau de la solidité et de la précision des pièces qu'au niveau de la qualité.

Plusieurs méthodes sont utilisées afin de pallier à ces problèmes. En effet, afin de mouler des pièces avec une forme fine, les industriels agissent sur deux leviers : (i) soit ils augmentent la pression d'injection lors de la phase de remplissage, (ii) soit ils optent pour un plastique avec une viscosité plus faible. Cependant, l'augmentation de la pression d'injection nécessite une augmentation du tonnage des presses à injection ce qui aggrave le coût de fabrication. Cette solution entraine souvent un accroissement de la contrainte résiduelle de l'écoulement ce qui engendre à son tour des déformations sévères. Diminuer la viscosité de la matière à mouler peut, quant à elle, donner lieu à une diminution des propriétés mécaniques de la pièce finale. Ces défauts font, en règle générale, l'objet de traitements post-fabrication comme le sablage ou la finition de peinture. Ces techniques sont majoritairement nocives pour l'environnement et pour la santé des opérateurs et entrainent un surcoût important au procédé. Ainsi, pour éviter ces problèmes et garantir une bonne qualité des pièces moulées, la méthode la plus efficace est d'élever la température du moule lors de la phase d'injection.

Dans ce travail de thèse, nous avons retenu comme objet d'application les plateaux d'une presse destinée à élaborer des pièces composites. L'objectif étant de proposer des solutions pour assurer une maîtrise et un contrôle des températures à $\pm 5^{\circ}C$ à la surface de ces plateaux sur une plage de fonctionnement $80 - 450^{\circ}C$. Ainsi, il est question de proposer des solutions techniques innovantes mais aussi de développer des algorithmes de contrôle thermique pour assurer les cinétiques de chauffage et de refroidissement attendues avec une homogénéité la plus fine possible en surface des plateaux, ou bien au contraire lorsque la forme du moule qui sera placé sur le plateau l'exige, des zones de chauffage différentes et bien maitrisées.

1.3. Organisation du mémoire

Le chapitre 2 de ce manuscrit dresse un état de l'art de travaux antérieurs appliqués aux procédés de mise en œuvre des polymères dont les objectifs étaient plus ou moins proches de ceux énumérés en introduction. On y trouve notamment une revue bibliographique sur les méthodes de positionnement des sources, ainsi qu'un descriptif des techniques de régulation actuellement utilisées dans l'industrie pour la maitrise de la température de surface des plateaux. Notre objectif étant d'apporter une contribution dans ce domaine également, la troisième partie de l'état de l'art fait un focus sur les approches de commandes optimales, et plus spécifiquement sur la commande prédictive.

Le chapitre 3 présente un outil de dimensionnement des plateaux chauffants. Ce dernier est basé sur une méthode rapide qui permet le positionnement des sources thermiques tout en respectant un écart de température maximal à la surface de l'outillage et en minimisant l'énergie consommée durant le processus. Cet outil est testé numériquement afin de valider son efficacité.

Le chapitre 4 décrit l'ensemble de la procédure qui a permis de mettre au point et de tester la commande prédictive sur un simulateur du procédé. Ce chapitre s'articule autour de trois axes principaux :

(i) Le choix du modèle de prédiction et son identification paramétrique à partir de données simulées.

(ii) L'intégration du modèle de prédiction dans la commande prédictive.

(iii) La validation numérique de la commande dans différents cas de figure.

La validation de la méthodologie de commande est ensuite effectuée sur un banc expérimental représentatif de la problématique industrielle, et est décrite dans le chapitre 5.

Nous terminons ce manuscrit par des conclusions générales et les perspectives qu'offre cette étude.

2. Revue bibliographique

2.1. Une brève introduction

Une analyse des éléments constitutifs des procédés de mise en œuvre des matériaux plastiques est nécessaire afin de repérer les divers leviers sur lesquels il est possible d'agir pour les rendre énergétiquement efficaces. Nous avons mis en évidence sur la figure 2.1 l'interaction de diverses sous-entités qu'on retrouve dans les procédés classiques à savoir : la matière plastique, le moule, le système de chauffage/refroidissement et le système de contrôle. Le but de la présente revue bibliographique est de donner un aperçu sur quelques travaux dédiés à ces quatre entités.



Figure 2.1. – Mise en évidence des différents éléments à étudier afin d'améliorer l'efficacité énergétique des procédés de mise en œuvre.

2.2. Caractérisation de la matière plastique

Une bonne connaissance des propriétés thermophysiques des matériaux plastiques et de leurs évolutions durant le processus de mise en forme est très importante. En effet, une caractérisation fine des matériaux est une étape indispensable en vue de prédire correctement les échanges de chaleur lors du moulage. Dans leur travail, Likozar et Krajnc, 2008 ont étudié le transfert de chaleur dans plusieurs élastomères en utilisant un moule instrumenté. Ils ont montré qu'une prise en compte de la thermodépendance des propriétés thermophysiques de plusieurs polymères, conduit à un bon accord entre les températures mesurées et prédites sur une plage de température comprise entre 20 et $200^{\circ}C$.



Figure 2.2. – Étude réalisée par [Le et al., 2011] concernant la piezo-dépendance des propriétés du polypropylène dans dans des conditions réelles de mise en œuvre : (a) cavité moulante instrumentée et (b) comparaison des courbes expérimentales et celles obtenues par calculs Elements Finis.

Le travail réalisé au sein de notre laboratoire dans le cadre de la thèse de Z. Cheheb (Cheheb *et al.*, 2012) a été consacré à l'étude de l'évolution de la conductivité thermique du caoutchouc. Pour ce faire, un moule permettant de contrôler le taux de vulcanisation de pièces épaisses a été utilisé. Les résultats obtenus montrent qu'il est possible d'obtenir une meilleure prédiction du processus de cuisson du caoutchouc en intégrant l'évolution de la conductivité thermique en fonction du taux de réticulation. On peut citer à titre d'exemple l'étude menée par Kim *et al.*, 2003 dans laquelle il est montré qu'il est possible de réaliser avec succès une prédiction de la température en fonction de la conductivité thermique et de la capacité calorifique volumique en combinant la température mesurée sur les bords d'un pré-imprégné thermoplastique. Le travail de thèse de LE Minh Cuong (Le *et al.*, 2011) a permis de mettre en évidence l'intérêt d'une mesure en ligne utilisant un thermocouple noyé dans la cavité (cf. figure 2.2 a) afin de caractériser la cinétique de cristallisation. Le moule a été directement monté sur une presse à injecter et les résultats obtenus ont montré qu'une prise en compte de la piézoélectrique du polypropylène injecté dans les conditions de moulage réelles conduit à une meilleure prédiction du refroidissement de la pièce moulée (cf. figure 2.2 b).

Les références citées ci-dessus sont des exemples de la démarche qui s'est développée ces dernières années à savoir la mise en place de moyens de caractérisation des propriétés thermophysiques par méthodes inverses. L'avantage de ces techniques qui combinent des mesures avec des calculs numériques réside dans le fait de pouvoir caractériser la matière dans des conditions proches de celles des procédés réels.

2.3. Plateaux de chauffage / refroidissement

L'apport d'énergie dont a besoin la matière passe d'abord par le moule (cf. figure 2.1). Cette énergie est générée par un système de chauffage qui consiste en des éléments chauffants incorporés directement dans le moule ou dans des plateaux chauffants. Il est évident que l'optimisation des éléments chauffants est d'une grande importance à bien des égards. En effet, ces derniers doivent être dimensionnés de manière à fournir l'énergie nécessaire au bon moment et en quantité suffisante. La complexité de cette optimisation est liée au nombre de paramètres élevés qui rentrent en jeu dans le procédé et qui peuvent affecter directement le système de chauffage comme illustré sur la figure 2.3. Nous pensons qu'un découplage entre les différents sous-systèmes est néanmoins possible dans la mesure où une bonne connaissance de l'évolution des propriétés de la matière donnera lieu à une bonne connaissance a*priori* de la cinétique de chauffage et de refroidissement. Il ne reste par la suite que la mise en place d'un système de commande performant qui lui-même repose sur des éléments de chauffage et de refroidissement réactifs et capables.

Il faut par contre garder en tête que les solutions envisagées doivent être pensées dans une perspective industrielle. Elles ne doivent en aucun cas compromettre le temps de production, la reproductibilité et la qualité finale des produits transformés.



Figure 2.3. – Les paramètres importants dans le procédé de mise en oeuvre des pièces en plastique (Lin et Chou, 2002)

Concernant les éléments chauffants/refroidissants, plusieurs travaux montrent qu'il est possible dans le cas de certains processus existants de minimiser la consommation d'énergie tout en améliorant la qualité des pièces moulées. Une bonne qualité de pièces nécessite souvent une uniformité de la température sur la surface des cavités des moules dans des matières thermodurcissables chargées a été étudiée par *Barone et Caulk*, 1985. Ils ont combiné un modèle de conduction thermique quasi-stable avec un algorithme d'optimisation afin de déterminer les positions des lignes de chauffage et la températures de fonctionnement qui réduisent au maximum la variation spatiale des températures dans la surface des cavités. Ils ont montré que le modèle optimal utilise beaucoup moins de lignes de chauffage en comparaison avec les systèmes de chauffage conventionnel.

Dans leur contribution, Castro et Lee, 1987 ont étudié, en utilisant un modèle de calcul par éléments finis, la conception thermique d'un moule représentatif utilisé dans les composés à moulage en feuille (SMC : sheet molding compound). Ils ont montré que le temps de cuisson, en régime stationnaire pour un matériau SMC donné,

dépend des paramètres suivants : l'épaisseur de la pièce, la température du canal de chauffage, la température initiale du SMC, la distance entre les canaux de chauffage, la distance entre le centre du tube de chauffage ainsi que la surface du moule. La figure 2.4 donne une représentation schématique de la géométrie du problème, le modèle simplifié pour le calcul numérique ainsi que les résultats obtenus. Ces auteurs ont montré, entre autres, que l'hypothèse de transfert thermique 1D dimension dans le moules vers des pièce SMC minces valide lorsque les canaux de chauffage ne sont pas trop éloignés les uns des autres.



Horizontal Distance From Mold Center (in)

Figure 2.4. – Modélisation proposée par Castro et Lee, 1987 du transfert thermique opérant dans le procédé de moulage de composés à mouler en feuille (SMC)

En restant toujours dans le cadre du moulage des SMC, les travaux de Castro et Lee, 1987 ont été prolongés par Abrams et Castro, 2000qui ont établi des corrélations permettant d'estimer le temps de cuisson en fonction de l'épaisseur des pièces et leur température initiale. Ces résultats sont très utiles pour estimer a priori le coût de fabrication de nouvelles pièces.

La conception des éléments de chauffage efficaces qui permettent d'atteindre rapidement les températures de cuisson est un autre sujet qui a attiré l'attention de certaines équipes de recherche. En effet, Abdalrahman *et al.*, 2014 ont étudié l'effet de la longueur, les profils et la disposition des canaux chauffants sur l'efficacité du système de chauffage en analysant le temps de chauffage et l'homogénéité des températures à la surface. Parmi les différents facteurs recensés dans le diagramme de la figure 2.5, ils ont conclu que la forme de la section d'un canal de chauffage a peu d'influence sur l'efficacité thermique des plaques chauffantes et que le paramètre le plus important est leur répartition spatiale dans les plaques : les canaux en arrangement parallèle offrent la meilleure efficacité thermique.



Figure 2.5. – Diagramme d'Ishikawa établi par Abdalrahman *et al.*, 2014 montrant les facteurs influant sur la performance des plateaux chauffants.

Jeng *et al.*, 2010 ont montré que, pour obtenir un contrôle de température dans le cas des moulages rapides, un système de chauffage à la vapeur combinée avec un refroidissement à eau était plus efficace qu'un système de refroidissement chauffage eau/eau et contribue à améliorer la qualité des pièces. Dans leur étude, Xiao et Huang, 2014 ont cherché une méthode qui réduise le temps de chauffage nécessaire pour que la surface de la cavité du moule atteigne la température de réglage tout en minimisant l'hétérogénéité du champ de température à la surface de la cavité (cf. figure 2.6). Pour ce faire, ils ont développé un outil d'optimisation en combinant un algorithme PSO (Particles Swarm Optimisation) avec une analyse éléments finis pour concevoir le système de chauffage d'un moule à cycle thermique rapide.



Figure 2.6. – Démarche proposée par Xiao et Huang, 2014 afin de positionner des canaux chauffants de manière à minimiser l'hétérogénéité du champ de température à la surface de la cavité moulante : (a) paramétrage des positions, (b) maillage et conditions aux limites utilisés pour le calcul éléments finis, (c) champ de température initial et (d) champ de température optimisé.

Wang *et al.*, 2010 ont étudié le procédé de moulage rapide avec deux systèmes de chauffage différents : électrique et utilisant la vapeur d'eau (cf. figure 2.7 a, b). Les résultats obtenus ont été utilisés afin de concevoir un nouveau système comportant des canaux chauffants électriques au plus près de l'empreinte et une plaque adjacente contenant les canaux de refroidissement comme illustré sur la figure 2.7 c).



Figure 2.7. – Représentation schématique du moule étudiés par Wang *et al.*, 2010 (a) système de chauffage à la vapeur, (b) système de chauffage électrique et (c) système de chauffage électrique et refroidissement séparés.

Une grande partie des travaux rapportés dans la littérature se sont essentiellement

orientés vers des systèmes de chauffage et de refroidissement intégrés dans le moule et non placé dans les plateaux chauffants/refroidissants séparés. En effet, le problème dans le cas des plateaux séparés du moule est que celles-ci doivent être conçues pour être polyvalentes avec une grande capacités d'adaptation et de distribution de chaleur selon les besoins du moule qu'il est censé chauffer/refroidir.

Dans le chapitre 2, nous présenterons un procédure permettant de localiser efficacement les éléments chauffants dans l'épaisseur des plaques. Comme application, on a retenu la mise en forme des pièces osites thermodurcissable où, contrairement aux procédés classiques, la température de consigne nécessaire pour le thermoformage de ces matériaux peut être très élevée (comprise entre 180 et $400^{\circ}C$).

2.4. Asservissement

2.4.1. Régulateur PID

Plusieurs types d'éléments de chauffage/refroidissement (Wang *et al.*, 2010, 2014) sont utilisés dans l'industrie pour chauffer les plateaux, mais les plus courants sont les cartouches chauffantes qui sont des éléments de chauffage à effet Joule en forme de tube contenant une résistance filaire électrique (cf. figure 2.8). Les cartouches chauffantes, nommées également crayons chauffants ou résistances cylindriques blindées, se présentent sous une forme tubulaire de différents diamètres et de longueurs variées.



Figure 2.8. – Représentation schématique d'une cartouche chauffante

Ces éléments chauffants sont connectés à un contrôleur pour s'assurer que la cavité du moule est toujours à la température souhaitée (le point de consigne). Dans la plupart des cas, ce point de consigne dépend du temps en raison du fait que la température de durcissement du matériau est toujours supérieure à la température du moule au début du procédé. Le contrôleur doit s'assurer que l'écart entre les températures mesurées et de consigne de la cavité du moule est à son minimum pour obtenir pièces durcies de qualité optimale.

Le contrôleur le plus couramment utilisé dans l'industrie pour un tel processus est le contrôleur PID (proportionnel, intégrateur, dérivateur), bien-connu (Astrom et Hagglund, 1995). Il s'agit d'un régulateur à retour de sortie (boucle fermée) qui calcule la valeur de l'erreur (généralement noté e(t)) qui représente la différence entre la valeur mesurée et le point de consigne souhaité à chaque intervalle de temps (cf. figure 2.9). Le contrôleur PID fournit alors une correction sur les valeurs d'entrées du procédé (généralement la puissance électrique fournie aux cartouches chauffantes) en fonction des termes proportionnel, intégral et dérivé de la valeur d'erreur calculée (Astrom et Hagglund, 1995, 2006; Han-Xiong et Gatland, 1996). Le régulateur PID est une approche monovariable, dans le sens où il ne calcule qu'un seul écart consignesortie et qu'il ne fournit qu'une valeur d'action corrective. Cela signifie que dans le cas de plusieurs cannes chauffantes réparties dans le dispositif, celles-ci recevront le même ordre s'il n'y a qu'un régulateur et cet ordre sera calculé sur la base d'une erreur calculée par exemple en un seul point de mesure.



Figure 2.9. – schéma classique d'un contrôleur PID

On peut évidemment ajouter des points de mesures et coupler chaque point de mesure avec un PID et une canne chauffante, sans pour autant être sur une approche multivariable. L'approche sera monovariable mais multiple. Cela revient à considérer que chaque point de mesure ne dépend que de l'apport de la canne chauffante qui lui est associée, ce qui, bien entendu, est faux mais peut s'avérer suffisant dans les cas simples.

La définition des paramètres des régulateurs PID (cf. figure 2.9) consiste à déterminer les coefficients K_p , K_i et K_d afin d'obtenir une réponse « idéale » du procédé et donc de minimiser l'erreur entre la température souhaitée et la température mesurée. Le principal objectif de l'étape de réglage de ces coefficients est de construire une commande robuste (capable de gommer les faibles perturbations du procédé), rapide et précise (minimisant les écarts entre les valeurs mesurées et consignes). Cela nécessite de répondre au double objectif suivant :

- (i) maintenir la grandeur contrôlée à son point de consigne tout en rejetant les éventuelles perturbations dans un délai raisonnable
- (ii) poursuivre une consigne mobile ou suivre des changements de consigne avec un retard modéré et un dépassement ou des oscillations modérés.

Pour configurer les trois paramètres d'un contrôleur PID, la littérature sur le sujet fait état de nombreuses méthodologies (Flaus, 1994). Certaines s'appuient sur la connaissance d'un modèle du procédé sous forme de transmittance (placement de pôles, critère idéal, modèle interne), tandis que d'autres sont empiriques et ne nécessitent aucune aptitude mathématique dans le domaine (Ziegler-Nichols, Cohen-Coon, ...). Dans les méthodes de placement ou de compensation de pôles, l'utilisateur choisit lui-même la dynamique mais le résultat dépend fortement de la qualité du modèle. Les méthodes empiriques fournissent des résultats « standard », et l'utilisateur ne choisit pas le dépassement (overshoot) ni le temps de réponse.

Néanmoins, dans certains cas, la performance d'un PID peut devenir insuffisante, par exemple en raison de la présence d'un retard dans le système (temps mort entre l'instant d'application de la commande et la réaction du système). Ce cas de figure conduit inévitablement à des instabilités. Ceci peut donc arriver pour le procédé de thermoformage puisque les éléments chauffants sont situés dans les plateaux de la presse et donc loin de la cavité du moule ce qui amplifie l'inertie du système et donc le retard. En outre, dans des applications industrielles, plusieurs contrôleurs PID sont utilisés au sein même d'un seul plateau chauffant (cf. figure 2.10) ce qui complique un peu plus le réglage puisque l'approche est monovariable et donc forcément découplée.



Figure 2.10. – Configuration industrielle de contrôleurs PID

2.4.2. Quelle stratégie de contrôle choisir : spécifications et contraintes

Une stratégie de contrôle, pour un processus industriel, consiste à mettre en place une organisation du système de commande afin de maintenir une quantité physique dans une gamme de tolérance donnée (température cible par exemple). Le choix de la stratégie est très important dans les industries de transformation en raison de la variabilité d'un grand nombre de quantités physiques incidentes (connues sous le nom de «perturbations») qui y sont présentes. Les stratégies visent à maîtriser les grandeurs physiques les plus importantes impliquées dans le processus.

Dans un processus industriel, chaque boucle de commande a pour objectif de maintenir une quantité physique (appelée «variable contrôlée») égale à une valeur souhaitée (point de consigne), quelles que soient les variations des variables perturbatrices, au moyen d'un actionneur agissant sur une variable de contrôle.

Le régulateur détermine le signal de commande de l'actionneur en cherchant à annuler l'écart entre la variable contrôlée et la consigne. En fonction de la performance souhaitée, il peut être nécessaire d'opter pour des systèmes de contrôle simples ou complexes (également appelés stratégies ou topologies) en fonction des tolérances imposées par la spécification du processus.


Figure 2.11. – illustration du retard entre la réponse et l'excitation du système

Afin d'améliorer les performances d'un contrôleur, les spécifications et les contraintes de l'installation devraient être établies. L'objectif principal d'un tel dispositif dans les procédures de thermoformage est de contrôler le champ de température sur la cavité du moule en utilisant les sources de chauffage / refroidissement situées dans les plaques supérieure et inférieure de la presse. Par conséquent, le contrôleur doit tenir compte de l'aspect multi-sorties (champs de température mesuré de la cavité) du processus. La distance entre les sources thermiques (les entrées de notre système) et la cavité du moule (les sorties) provoque un délai important entre le moment où les sources sont activées et le moment où leur action est effective sur le champ de température de la cavité du moule (cf. figure 2.11). Ce retard est amplifié par le fait que, entre le moule et les plateaux chauffants, le contact est loin d'être parfait et évolue avec la dilatation thermique.

En raison de ce délai de réponse de l'installation, le contrôleur doit tenir compte du fait que chaque modification sur les entrées de l'installation ne sera détectée sur les sorties qu'après un intervalle de temps donné. Cette spécificité de ce procédé exclut à la fois le contrôleur PID mais aussi d'autres approches qui ne s'appuient que sur la mesure à l'instant courant, comme par exemple la commande linéaire quadratique (LQR) [Shafiei et Shenton, 1997; Silva *et al.*, 2007]. En effet, des deux approches n'ont pas la capacité de prédire le retard de l'installation, ce qui conduit alors à des actions brutales sur les actionneurs pouvant engendrer de fortes oscillations. Il est bien évidemment possible de réduire l'inertie en plaçant les sondes de températures au plus près des éléments chauffants (cf. figure 2.10). Cette procédure commune

permet d'éviter les problèmes mentionnés plus haut mais conduit à un résultat moins précis puisque ce n'est plus la température que l'on souhaite contrôler qui est mesurée.

Néanmoins, malgré ces inconvénients, il n'y a pas eu d'autres solutions de commande proposées dans la littérature pour remplacer le traditionnel PID dans le cas de la régulation des plateaux de presse.

2.4.3. Conclusion

Si l'objectif que nous nous fixons dans ce travail est d'une part l'efficacité énergétique et d'autre part une amélioration de la qualité des pièces thermoformées dans des moules de formes diverses et parfois complexes, il est important de pouvoir apporter la stricte énergie nécessaire à chaque point du plateau afin de garantir, de la manière la plus homogène possible, la même histoire thermique en chaque point du matériau. Pour cela, il est nécessaire d'optimiser la position des sources en fonction du profil de température de surface attendu, mais aussi de pouvoir contrôler chacun des points de surface indépendamment les uns des autres. Pour cela, il est impératif de positionner les points de contrôle au plus près de la surface du plateau, ce qui est nécessairement loin des sources, ce qui a pour effet de réduire l'efficacité des contrôleurs PID en raison de l'inertie croissante. Pour éviter les problèmes mentionnés plus haut, une approche permettant d'anticiper le comportement thermique serait pertinente. Qui plus est, si un objectif futur est de contrôler finement et indépendamment différentes zones de la surface, une approche multivariable est alors nécessaire. Ainsi, dans ce qui suit, nous dressons un état de l'art non exhaustif des méthodologies de commande et nous focalisons sur la commande prédictive qui nous semble particulièrement adaptée à notre problématique.

2.5. La commande prédictive

2.5.1. Quelques éléments sur la commande des procédés

Bien que l'Automatique ait connu de grandes avancées au cours du 20^{ime} siècle, notamment au moment de la seconde guerre mondiale et ensuite pour la conquête de l'espace, les méthodes modernes ont toujours eu des difficultés à s'imposer dans l'industrie et à remplacer le classique régulateur PID, très robuste, pour des raisons techniques ou de coûts (Flaus, 1994). Ainsi, comme nous avons pu le voir dans ce qui précède, plusieurs procédés de l'industrie continuent à être équipés de régulateurs PID, même si ceux-ci ne sont pas les mieux adaptés par exemple lorsque de nombreuses non-linéarités existent ou encore lorsque le système est multivariable. Les réglages du PID et les inconvénients ont été abordés précédemment et nous ne nous étendrons pas dessus dans cette partie. Rappelons néanmoins que le réglage de ce dernier peut-être empirique ou bien obtenu à partir de la connaissance d'une fonction de transfert décrivant la dynamique du procédé. Cette fonction de transfert est un modèle boite noire entrée/sortie. Dans le cas des systèmes à plusieurs entrées et plusieurs sorties, il est souvent plus commode de représenter la dynamique par une représentation dans l'espace d'état linéaire (Bourlès, 2010). On peut alors contrôler le système via un retour d'état (Anderson et Moore, 1971) La méthodologie de calcul du retour d'état consiste à choisir la dynamique du système régulé en plaçant les pôles où on le souhaite dans le plan complexe, la partie réelle négative assurant la stabilité. La dynamique de régulation sera d'autant plus rapide que les parties réelles sont négatives, tandis que la présence de parties imaginaires traduira l'apparition ou non d'oscillations.. Le calcul du retour d'état peut être synthétisé de diverses manières, mais une des plus connues est la méthode Linear Quadratic (LQ) dont le premier contributeur est Kalman (Kalman, 1964). Il s'agit d'une méthode de commande optimale puisqu'elle s'appuie sur l'optimisation d'un critère quadratique réalisant un compromis entre précision et sollicitation des entrées. En règle générale, le vecteur d'état n'est pas entièrement mesuré et on peut alors avoir recours à un retour de sortie (Mäkilä et al., 1984). En réalité, il s'agit d'une méthode LQ couplée avec un observateur type filtre de Kalman (Kalman et al., 1960).

Lorsque le comportement d'un système est non linéaire, et qu'il est donc modélisé sous forme d'une représentation d'état non linéaire, les automaticiens recourent alors à une linéarisation du système autour du point de fonctionnement (Mouyon, 1993) ce qui permet d'appliquer les approches dédiées aux systèmes linéaires. Lorsque cela n'est pas possible ou lorsque les résultats ne sont pas satisafaisants, des solutions spécifiques non linéaires sont développées, comme par exemple la commande plate (Fliess *et al.*, 1995), ou encore les commandes linéarisantes par retour d'état ou de sorties (Isidori et Krener, 1982). Cette dernière fait partie des commandes dites optimales, au même titre que la commande dite H_{∞} (Duc, 1999) où la commande prédictive que nous aborderons plus spécifiquement par la suite.

Les représentations d'état linéaires ou non sont le plus souvent issues des équations de bilan (énergie, matière, quantité de mouvement) et font partie de la classe des systèmes à paramètres localisés pour lesquels la littérature de la commande est riche. Dans le domaine des transferts de chaleur, ou de matière, l'application des lois de Fourier ou de Fick conduit à des modèles aux dérivées partielles que les automaticiens nomment systèmes à paramètres répartis ou distribués. Ces systèmes peuvent être linéaires ou non. Dans la plupart des cas, ces systèmes sont discrétisés spatialement, ce qui ramène le problème à un système à paramètres dits localisés qui peut donc être abordé avec les approches précédemment citées, mais des solutions de commande ont également été développées ou adaptées pour cette classe de systèmes (Dufour, 2000; Wang *et al.*, 2017). Néanmoins, leur application en pratique reste délicate, car les aptitudes mathématiques qu'elles requièrent ne sont pas à la portée de tous.

La liste des méthodologies de commande pourrait être largement allongée ici, tant les variantes existent, et l'on pourrait citer la commande floue dont une description est rappelée dans (Flaus, 1994).

Dans ce qui suit, la commande prédictive, que nous avons retenue dans cette thèse, est présentée. La justification de l'utilisation d'une telle approche est qu'elle peut être appliquée sur n'importe quel type de modèles (linéaires, non linéaires, à paramètres répartis ou localisés, empiriques, de connaissances, ...), qu'elle appartient à la classe des commandes optimales au sens ou un optimum prenant en compte un certain nombre de contraintes est recherché, et aussi parce que le caractère prédictif est particulièrement adapté à notre cas, industriel, à avoir que les variables d'action ou de commande que nous considérons (cannes chauffantes) permettent justement de chauffer et non de refroidir. Il est donc impossible de « refroidir » en cas de dépassement de la consigne et la seule solution est donc d'attendre le refroidissement « naturel » sans contrôle. On perçoit alors tout l'intérêt de l'anticipation d'un dépassement pour éviter d'être dans une telle configuration. Enfin, la commande prédictive peut être également appliquée dans un contexte multivariable.

2.5.2. Fondements et principe de la commande prédictive

La commande prédictive ou commande à horizon glissant est une technique de commande basée sur la notion de prédiction du comportement dynamique des systèmes (linéaires ou non). Elle est apparue en 1962 avec les travaux de Zadeh et Whalen, 1962, reportés notamment dans Garcia *et al.*, 1989. Cette approche fait partie de la famille des commandes optimales, au sens où elle cherche à optimiser un critère multi-objectifs, avec ou sans contraintes. Le lien entre contrôle optimal et programmation linéaire a été mis en exergue par Propoi, 1963, cité dans Garcia *et al.*, 1989, et c'est donc dès ces premiers travaux que l'on voit apparaître une approche à horizon glissant qui est le cœur de la méthode prédictive.

Quelques années plus tard, elle sera appliquée dans l'industrie, notamment grâce aux travaux de Richalet *et al.*, 1978; Cutler et Ramaker, 1979. S'appuyant sur une méthode d'optimisation coûteuse en temps de calcul, elle trouvera son terrain d'application initialement dans le secteur de la pétrochimie, où les dynamiques sont lentes, notamment avec une commande multivariable sans contrainte développée pour la compagnie Shell Oil (Cutler et Ramaker, 1979), et connue sous le nom de DMC (Dynamic Matrix Control). Dans leur tour d'horizon des applications industrielles de la commande prédictive Garcia *et al.*, 1989; Qin et Badgwell, 2003a mentionnent également les secteurs de l'aérospatial et de l'industrie du papier.

Largement utilisée dans le cadre des systèmes linéaires, et connue sous le nom de MPC (Model Predictive Control), sa version non linéaire (NPMPC) a aussi été développée par la suite ce qui fait de cette approche certainement l'une des plus puissantes voire incontournable pour bon nombre de problématiques, et les améliorations successives de Mayne et Michalska, 1990; Michalska et Mayne, 1993 ont permis d'en faire une approche capable de prendre en compte les contraintes, de contrôler des systèmes multivariables, d'utiliser une large gamme de structures de modèles prédictifs linéaires ou non (Alamir et Allgower, 2006), et d'être désormais capable de répondre à la problématique des systèmes rapides (Zavala *et al.*, 2006).

Le principe de la commande prédictive repose essentiellement sur la prédiction, sur un horizon glissant et fini, du vecteur de sorties que l'on souhaite contrôler. La prédiction est réalisée à partir d'un jeu d'entrées appliquées, tout au long de l'horizon, à un modèle prédictif. Dans un second temps, le comportement prédit est comparé à un comportement désiré et le jeu des entrées est modifié de manière itérative jusqu'à ce que le comportement prédit soit au plus près du comportement attendu. Une fois le jeu d'entrées optimal obtenu, la première entrée obtenue est appliquée et les étapes 2 et 3 sont répétées au pas d'échantillonnage suivant. La première étape est donc fortement liée à la qualité du modèle de prédiction, tandis que la seconde consiste en la résolution d'un problème d'optimisation dont le temps de calcul peut s'avérer rapidement prohibitif, puisqu'il doit rester évidemment inférieur au pas d'échantillonnage.

Cette méthodologie de commande se révèle généralement efficace là où le fameux régulateur PID (Proportionnel Intégral Dérivé) ou encore la méthode LQR ou LQG (Linear Quadratic Regulator/Gaussian), pourtant elle-même une approche basée sur une optimisation, trouvent leurs limites, à savoir lorsque le système est multivariable, lorsqu'il présente des inerties importantes, des dynamiques d'ordres élevés ou encore lorsque l'on souhaite respecter des contraintes sur les variables.

Ainsi, selon Qin et Badgwell, 2003a, les objectifs de la commande prédictive sont d'éviter les violations de contraintes d'entrée et de sortie, d'amener les variables manipulées et commandées vers leurs valeurs stationnaires optimales, et d'éviter les trop fortes variations des variables manipulées.

Sur les procédés de traitements thermiques, qui nous intéressent plus particulièrement dans cette thèse, Voicu *et al.*, 1996 ont démontré l'intérêt de la commande prédictive via une étude comparative avec le PID.



Figure 2.12. – Schéma de principe de la méthode MPC

La figure 2.12 résume le principe de la commande prédictive (dans le cas monovariable) à un instant quelconque noté n. La courbe rouge représente le comportement souhaité de la sortie sur un horizon fini noté Ny. La courbe verte représente la sortie prédite à partir d'un jeu d'entrées de commande futures appliquées aux instants n+1à n + Nu, avec $Nu \leq Ny$ l'horizon de commande. Des instants n + Nu + 1 à n + Ny, la commande est maintenue à sa valeur en n + Nu. La méthode d'optimisation va donc chercher le jeu optimal des commandes futures de n+1 à n + Nu qui minimise l'écart entre les courbes rouge et verte. Seule la première commande sera appliquée à l'instant n + 1 et l'horizon sera décalé d'un pas pour recommencer la procédure.

Dans ce qui suit, nous commencerons par dresser un état de l'art non exhaustif des diverses variantes que l'on peut rencontrer dans la littérature, qui diffèrent essentiellement par la structure choisie pour représenter le modèle du procédé. Ensuite, nous nous attarderons sur les modèles les plus utilisés, notamment linéaires, pour réaliser la prédiction sur un horizon fini et à l'identification de ces modèles. La méthode pour obtenir la commande optimale à appliquer sera ensuite décrite, ainsi que les approches d'optimisation les plus communément utilisées pour l'identification de paramètres ou encore le calcul de la commande.

2.5.3. Les différentes approches

2.5.3.1. La méthode LQG (Linear Quadratic Gaussian)

L'idée de commande optimale incluant la notion de prédiction (sur un horizon infini) a été proposée par Kalman, 1960; Kalman et Bertram, 1960. Le modèle considéré est une représentation d'état linéaire à temps discret. Une première étape consiste à estimer l'état du système à l'instant courant à partir de la mesure des sorties à ce même instant, à prédire ensuite l'état futur sur un horizon infini, puis à trouver la commande optimale (retour d'état) à appliquer pour optimiser le critère quadratique d'erreur de poursuite. Le terme Gaussien provient de l'approche stochastique qui consiste à considérer dans l'écriture même du modèle des bruits indépendants, gaussiens et de moyenne nulle, et que l'état initial du système est lui aussi gaussien de moyenne non nulle. La commande optimale est obtenue par la résolution d'une équation matricielle, l'équation de Riccati (Zwillinger, 1992).

Du fait qu'elle ne puisse prendre en compte les non linéarités ou les contraintes, elle est très peu utilisée dans le monde industriel mais a au final conduit au développement des approches qui sont présentées ci-dessous.

2.5.3.2. Les méthodes MHPC et DMC

Comme nous l'avons souligné auparavant, le véritable démarrage de la commande prédictive dans l'industrie a eu lieu à la fin des années 70. En 1978, une approche, linéaire et basée sur une prédiction à partir de la réponse impulsionnelle du système et un critère quadratique avec un horizon fini a été proposée par Richalet *et al.*, 1978 sous le nom de Model Heuristic Predictive Control (MHPC). Un an plus tard, Cutler et Ramaker, 1979 ont développé l'approche DMC (Dynamic Matrix Control) pour les systèmes multivariables sans contraintes. Cette approche s'appuie sur un modèle prédictif fondé sur la réponse indicielle du système. Comme il l'est reporté dans Qin et Badgwell, 2003a, Prett et Gillette, 1980 l'ont étendue aux systèmes linéaires à contraintes. Cette approche inclut dans une pénalité sur les variables de commande dans le critère, pour éviter de trop forts signaux.

Dans la décennie qui a suivi, de larges améliorations ont été apportées par les mêmes auteurs, tenant compte explicitement des contraintes sur les variables commandées et sur les variables de commande Qin et Badgwell, 2003a.

2.5.3.3. La méthode GPC

Clarke *et al.*, 1987 ont proposé d'utiliser le modèle CARIMA¹ (appelé aussi ARI-MAX) pour la prédiction, donnant alors lieu à la méthode GPC (Generalized Predictive Control). Nous verrons ultérieurement les différents modèles de prédiction.

^{1.} Que nous décrirons ultérieurement

Cette approche permet notamment de synthétiser le contrôleur sous la forme bien connue du régulateur RST, une forme polynomiale particulièrement intéressante (polynômes R, S et T qui peuvent d'ailleurs être obtenus aussi à partir de la méthode LQG) qui permet de choisir des dynamiques différentes pour la poursuite de trajectoire la réponse aux perturbations. Camacho, 1993 a amélioré cette approche en y incluant les contraintes.

2.5.3.4. La méthode NMPC

Même si de nombreux processus sont non linéaires, il est souvent plus commode de considérer soit une linéarisation du modèle, soit d'avoir identifié un modèle linéaire pour la résolution des deux étapes prédiction/optimisation. L'approche est en effet suffisamment robuste pour compenser les erreurs de prédiction liées aux erreurs de structure du modèle. Considérer un modèle linéaire permet une résolution rapide du problème quadratique, y compris lorsqu'il est multivariable et sous contrainte.

Lorsque la considération d'un modèle linéaire s'avère impossible tant les non linéarités sont importantes, l'extension de l'approche aux systèmes non linéaires est possible mais comporte deux inconvénients majeurs : la stabilité des systèmes contraints à horizon fini n'est pas garantie, et le temps de calcul de la phase d'optimisation conséquent peut devenir un frein pour les systèmes rapides. Ainsi, la NMPC (Nonlinear Model Predictive Control) a elle aussi été employée au niveau industriel, mais dans une bien moindre mesure que sa version linéaire (Qin et Badgwell, 2003b). Elle a permis cependant à Allgower *et al.*, 2004 d'utiliser directement des modèles non linéaires pour la prédiction et de tenir compte de manière explicite des contraintes sur l'état et les entrées.

2.5.4. Synthèse de l'évolution de la commande prédictive

La figure 2.13 résume les différentes étapes d'amélioration qu'a subi la méthode MPC avant de pouvoir intégrer les contraintes et le contrôle de procédé relativement rapides comme la mise en œuvre des polymères.



Figure 2.13. – Dates clés du développement qui ont accompagné la commande MPC

2.5.5. Le modèle de prédiction

Dans la présentation des approches de commande prédictive, nous avons vu que la première étape consiste à réaliser une prédiction sur un horizon fini des sorties. Il est donc nécessaire de s'appuyer sur un modèle dynamique du procédé que l'on souhaite contrôler. Etablir un modèle dynamique d'un procédé, c'est trouver une fonction mathématique qui relie entre eux les signaux d'entrées, de sorties et de perturbations éventuellement. On peut créer le modèle *a priori*, c'est-à-dire à partir d'équations de bilan où chaque paramètre aura une signification physique. On parle alors de modèle de connaissance ou encore de modèle « boite blanche », et suivant la complexité, cette approche donne naissance à des systèmes sous forme de représentation d'état, linéaire ou non, de dimension plus ou moins large. Les paramètres du modèle peuvent être déterminés expérimentalement, déjà connus, ou ajustés à l'aide de méthodes d'identification.

Dans des problèmes complexes mettant en jeu des transferts de chaleur ou de matière (comme le cas qui nous concerne), les équations de bilan obtenues à partir des lois de Fourier ou de Fick conduisent à des équations aux dérivées partielles, aussi appelés systèmes à dimension infinie ou systèmes à paramètres répartis, qui peuvent eux aussi être intégrés à la commande prédictive lorsqu'ils sont à paramètres constants (Tippett et Bao, 2015; Zhao et Ding, 2015). Mais manipuler les systèmes à paramètres répartis notamment dans une procédure de commande requiert des aptitudes mathématiques fortes et est difficile à mettre en œuvre dans un contexte industriel. Souvent, la solution la plus retenue consiste alors à réduire ces systèmes à paramètres répartis en systèmes à paramètres localisés via une procédure de discrétisation spatiale comme les volumes finis, les éléments finis ou encore la collocation orthogonale (Hernández-Calderón *et al.*, 2014). Ces approches conduisent alors à des représentations d'état linéaires ou non qui peuvent être implémentées dans les contrôleurs prédictifs MPC ou NMPC. Bien souvent, il est nécessaire de recourir à un très grand nombre de nœuds ou de mailles pour garantir la stabilité du modèle numérique et aussi converger vers une solution acceptable. La dimension alors très importante de ces modèles engendre des temps de calcul prohibitifs pour envisager de les utiliser en temps réel comme modèles de prédiction.

Une approche alternative consiste à développer des modèles dits « boite noire » construits a *posteriori*, c'est-à-dire via une procédure d'identification paramétrique appliquée aux données expérimentales. Leur complexité est donc par définition un choix de conception et doit dépendre de l'application souhaitée. Souvent, les modèles complexes sont efficaces pour l'analyse du comportement du procédé réel, alors que, pour des applications en commande, des modèles simples (moins précis, plus robustes) sont privilégiés. Le choix de la structure va donc dépendre de l'utilisation qui sera faite du modèle, mais aussi en fonction du nombre d'entrées et de sorties, de la présence de non linéarités dans le procédé réel, et du caractère déterministe ou stochastique des entrées ou perturbations.

Dans le cas d'une commande prédictive, le temps de calcul de la commande optimale à appliquer doit être nécessairement inferieur au pas de temps choisi pour la commande. Un modèle trop complexe peut requérir un temps de prédiction trop long nécessitant le recours à un modèle boite noire moins précis mais plus rapide. Par ailleurs, même si la prédiction prend moins de temps, le nombre d'itérations requis par la boucle d'optimisation peut engendrer un temps d'optimisation supérieur au pas de temps. Le recours à une approximation linéaire permet d'avoir un problème convexe et de réduire considérablement le temps d'optimisation. C'est cette option qui est généralement retenue dans les approches de commande prédictive relatées dans la littérature, et c'est pourquoi nous ciblons dans ce qui suit sur les principaux modèles boite noire linéaires.

2.5.5.1. Modèles linéaires à temps discret

Dans le cas général d'un modèle linéaire à temps discret, la sortie à l'instant courant peut s'exprimer comme la résultante d'une composante déterministe et d'une composante stochastique :

$$y(n) = q^{-n_k} \cdot G\left(q^{-1}\right) \cdot u(n) + H\left(q^{-1}\right) \cdot \zeta(n)$$

$$(2.1)$$

 n_k est un retard ou temps mort, n l'instant courant, q^{-1} l'opérateur retard (d'une période d'échantillonnage) tel que

$$q^{-1}u(n) = u(n-1)$$
(2.2)

 $G(q^{-1})$ et $H(q^{-1})$ sont des fonctions de transfert déterministes et stochastiques, y, u et ζ respectivement les sortie, entrée et un bruit blanc.

Les fonctions de transfert sont composées chacune de polynômes en q^{-1} au numérateur et au dénominateur. Les différentes approches qui suivent vont donc essentiellement différer par les numérateurs et dénominateurs retenus, donnant alors naissance aux modèles AR(X), ARMA(X), ARIMA(X) et Box-Jenkins qui sont les plus connus. Pour un problème particulier, le choix de la structure du modèle à utiliser dépendra de la dynamique et du bruit du système. L'utilisation d'un modèle avec plus de liberté ou de paramètres n'est pas toujours meilleure car elle peut entraîner la modélisation de caractéristiques de dynamique et de bruit inexistantes. Plus de détails sur les modèles et leur identification pourront être consultés dans Ljung, 1999; Landau, 1998.

Dans le modèle auto-régressif (AR), la sortie à l'instant courant dépend uniquement des sorties passées et d'un terme stochastique. Cette simplicité fait qu'il se limite à une classe très restreinte de problèmes. Dans l'équation générale linéaire donnée plus haut, cela revient à considérer que

$$G\left(q^{-1}\right) = 0\tag{2.3}$$

et que

$$H\left(q^{-1}\right) = \frac{1}{A\left(q^{-1}\right)}$$
(2.4)
où $A\left(q^{-1}\right) = 1 + \sum_{i=1}^{n_a} a_i q^{-i}$

Le modèle à moyenne mobile MA (moving average) consiste à prendre en compte une moyenne pondérée sur les valeurs passées du bruit. Dans ce cas, nous aurons alors

$$G\left(q^{-1}\right) = 0\tag{2.5}$$

et que

$$H(q^{-1}) = C(q^{-1}) = 1 + \sum_{i=1}^{n_c} c_i q^{-i}$$
(2.6)

Ces deux modèles sont généralement associés pour créer le modèle ARMA avec

$$G\left(q^{-1}\right) = 0\tag{2.7}$$

 et

$$H(q^{-1}) = \frac{C(q^{-1})}{A(q^{-1})}$$
(2.8)

Dans les cas où les données montrent une non-stationnarité, une intégration peut s'avérer utile comme dans le modèle ARIMA (auto-regressive integrated moving average), où la fonction de transfert stochastique va donc être modifiée comme suit :

$$H\left(q^{-1}\right) = \frac{C\left(q^{-1}\right)}{\left(1 - q^{-1}\right)A\left(q^{-1}\right)} \tag{2.9}$$

Dans les modèles précédents, on considère uniquement la réponse libre du système, c'est-à-dire qu'aucune entrée extérieure (ou exogène) ne vient l'exciter. Pour prendre en compte les entrées eXogènes, le modèle AR devient alors ARX pour prendre en compte les entrées passées avec

$$G(q^{-1}) = \frac{B(q^{-1})}{A(q^{-1})}$$
(2.10)

 et

$$H(q^{-1}) = \frac{1}{A(q^{-1})}$$
(2.11)

avec

$$B(q^{-1}) = \sum_{i=0}^{n_b} b_i q^{-i}$$
(2.12)

Ainsi, le modèle ARX est le modèle le plus simple qui soit pour intégrer le signal d'entrée du système. C'est aussi un modèle facile à identifier, puisque sa formulation fait que la solution est unique et sans minima locaux possibles. On remarque cependant que les deux fonctions de transfert G et H ont exactement le même dénominateur, donc les mêmes pôles. Cela signifie donc que les dynamiques de réponse

au bruit et à l'entrée sont considérées identiques, ce qui n'est pas forcément très réaliste. Néanmoins, si le rapport Signal/Bruit est grand, les conséquences de ce choix seront limitées.

Le modèle ARMAX est le pendant du modèle ARMA avec prise en compte des entrées, et il conduit donc à considérer les fonctions de transfert suivantes :

$$G(q^{-1}) = \frac{B(q^{-1})}{A(q^{-1})}$$
(2.13)

 et

$$H(q^{-1}) = \frac{C(q^{-1})}{A(q^{-1})}$$
(2.14)

Par un jeu de paramètres supplémentaires sur le bruit de perturbation, ce modèle donne plus de souplesse à l'utilisateur pour obtenir une précision supérieure. Notamment, dans le modèle ARX, le bruit agit directement sur la sortie sans pouvoir considérer que son effet peut être retardé. L'ajout du polynôme $C(q^{-1})$ permet de pallier à ce problème en choisissant les premiers coefficients égaux à 0. Enfin, le modèle ARIMAX, appelé aussi CARIMA (controlled Auto Regressive Integrated Moving Average) est utilisé si des non-stationnarités existent, prend donc la forme suivante :

$$G(q^{-1}) = \frac{B(q^{-1})}{A(q^{-1})}$$
(2.15)

 et

$$H\left(q^{-1}\right) = \frac{C\left(q^{-1}\right)}{\left(1 - q^{-1}\right)A\left(q^{-1}\right)}$$
(2.16)

Afin de maximiser le nombre de degrés de liberté en séparant les dynamiques stochastiques et déterministes, on peut faire appel au modèle de Box-Jenkins. Il est également conseillé lorsque les perturbations agissent avec beaucoup de retard. On va alors considérer les fonctions de transfert comme suit :

$$G(q^{-1}) = \frac{B(q^{-1})}{A(q^{-1})}$$
(2.17)

 et

$$H(q^{-1}) = \frac{C(q^{-1})}{D(q^{-1})}$$
(2.18)

Avec

$$D(q^{-1}) = 1 + \sum_{i=1}^{n_d} d_i q^{-i}$$
(2.19)

Notons enfin que le modèle ARMAX est de loin le plus utilisé parce qu'il permet de considérer à la fois une composante déterministe et une composante stochastique.



Figure 2.14. – Classement des différents modèles de prédiction

2.5.5.2. Identification paramétrique et validation des modèles

La littérature est riche concernant l'identification des systèmes linéaires, notamment dans le cas des systèmes ARMAX (Ma et Liu, 2016; Bin et Jie, 2012; Diversi *et al.*, 2011), en monovariable ou multivariable. Les grands principes de l'identification des systèmes linéaires peuvent être consultés dans Landau, 1998; Ljung, 1999 et c'est sur ces grands principes que sont fondées les approches que l'on utilisera dans cette thèse via la toolbox « Identification » de Matlab.

Identifier un système, c'est à la fois choisir sa structure (degré des polynômes des modèles cités auparavant) et trouver les coefficients des polynômes. La méthodologie générale est la suivante : des entrées sont appliquées au procédé à identifier et les sorties sont mesurées. Le modèle est ensuite utilisé pour générer des sorties prédites

en appliquant les mêmes entrées. Pour le choix de la structure, la parcimonie est aussi la règle, inutile de choisir des ordres trop élevés qui pourraient engendrer des problèmes de convergence durant la phase d'identification en raison du grand nombre de coefficients à déterminer. En outre, un modèle comportant trop de coefficients pourrait donner de très bons résultats sur les données expérimentales ayant servi à l'identification mais être un piètre prédicteur. Il est donc conseillé de démarrer avec des degrés faibles pour les polynômes $A(q^{-1})$ et $B(q^{-1})$. On commencera alors par ajuster le terme de retard ou temps mort. Ensuite, les degrés des polynômes seront augmentés (le degré de A, représentant les pôles donc la dynamique du système sera celui sur laquelle l'attention sera initialement portée). Une fois les coefficients identifiés, on peut aussi tracer dans le plan complexe les zéros et pôles obtenus pour la fonction de transfert $G(q^{-1})$, et vérifier que des simplifications ne peuvent être faites afin de réduire les ordres.

Pour la procédure de détermination des coefficients des polynômes, des données expérimentales ont donc été générées à partir d'entrées appliquées au procédé. Ces entrées doivent, dans la mesure du possible, être suffisamment riches pour exciter les différents modes du procédé. Par « modes », on entend les contributions temporelles élémentaires à la réponse temporelle partant des conditions initiales. Ces modes sont liés aux différents pôles (les racines du numérateur), et peuvent donc être apériodiques, ou périodiques amortis. Une entrée riche est une entrée dont le spectre en fréquences est large. Pour exciter les différents modes de la même manière, on préfèrera donc un signal d'entrée dont la densité spectrale de puissance (Miller et Childers, 2004) est constante sur tout le spectre, avec un spectre le plus large possible. La densité spectrale de puissance d'un signal est obtenue en calculant la transformée de Fourier de l'autocorrélation d'un signal.

En pratique, il n'existe aucun signal avec une densité spectrale constante pour toute fréquence. Par contre, en théorie, le bruit blanc (Kuo, 1989), dont l'autocorrélation est une impulsion de Dirac, et l'impulsion de Dirac elle-même (Bleistein, 1984) ont des densités spectrales constantes sur un spectre infini et d'amplitudes égales respectivement à la variance du bruit et à 1. On peut alors chercher dans la pratique à s'approcher de ces deux signaux soit par un créneau court et de forte amplitude, mais ce signal brutal n'est pas toujours recommandé pour les actionneurs, ou par une séquence binaire pseudo aléatoire (SBPA). Les SBPA, en anglais LFRS (Linear Feedback Register Sequences), sont généralement obtenues via des registres à décalage rebouclés (Peinado et Fúster-Sabater, 2013). Dans le cas multi-variables, des SBPA indépendantes seront appliquées sur toutes les entrées simultanément. Des bruits pourront aussi être introduits, mais avec un rapport signal/bruit faible.

Une fois les entrées choisies et appliquées au procédé, deux grandes approches sont alors possibles. L'approche des moindres carrés (Flaus, 1994) consiste à créer un vecteur de sorties prédites sur un pas, notées \hat{y} , comme suit :

$$\hat{y}(n) = -a_1 y(n-1) - a_2 y(n-2) + \dots + a_{n_a} y(n-n_a) + b_1 u(n-1) + b_2 u(n-2) + \dots + b_{n_b} u(n-n_b) \quad (2.20)$$

$$\hat{y}(n+1) = -a_1 y(n) - a_2 y(n-1) + \dots + a_{n_a} y(n-n_a+1) + b_1 u(n) + b_2 u(n-1) + \dots + b_{n_b} u(n-n_b+1) \quad (2.21)$$

On voit que les sorties prédites sont calculées à parties des sorties mesurées précédentes. Cette approche permet alors une écriture matricielle et le vecteur des paramètres peut être obtenu directement par le calcul (Flaus, 1994)

Une autre technique est la méthode dite « du modèle », ou prediction-error de sa dénomination anglo-saxonne. Elle diffère de la précédente dans la mesure où les sorties prédites le sont sur tout l'horizon, comme résumé par les équations suivantes :

$$\hat{y}(n) = -a_1 \hat{y}(n-1) - a_2 \hat{y}(n-2) + \dots + a_{n_a} \hat{y}(n-n_a) + b_1 u(n-1) + b_2 u(n-2) + \dots + b_{n_b} u(n-n_b) \quad (2.22)$$

$$\hat{y}(n+1) = -a_1 \hat{y}(n) - a_2 \hat{y}(n-1) + \dots + a_{n_a} \hat{y}(n-n_a+1) + b_1 u(n) + b_2 u(n-1) + \dots + b_{n_b} u(n-n_b+1) \quad (2.23)$$

Dans ce cas, le calcul de la solution n'est pas direct et on doit alors utiliser un algorithme d'optimisation pour obtenir le vecteur des paramètres. Différentes approches peuvent alors être utilisées comme la méthode du maximum de vraisemblance. On peut également appliquer des approches visant à minimiser une fonction coût que l'on peut définir comme suit, par exemple dans le cas multivariable avec p sorties et N échantillons :

$$J(\theta) = \frac{1}{N \times p} \times \sum_{i=1}^{N} \Re^{T}(t_{i},\theta) \cdot W(\theta) \cdot \Re(t_{i},\theta)$$
(2.24)

Le vecteur des résidus \Re , qui sont les écarts entre sorties prédites et sorties mesurées, est de dimension $(p \times 1)$ et θ est le vecteur des paramètres à identifier. $W(\theta)$ est une matrice de pondération, spécifiée comme matrice positive semi-définie. Si elle est choisie diagonale, elle représente un moyen de contrôler l'importance relative des sorties pendant les estimations multi-sorties. Lorsque W est une pondération fixe ou connue, elle ne dépend pas de θ .

Cette fonction (ou critère) de perte ou de coût a l'avantage d'être ainsi continue, strictement positive ce qui évite la compensation des résidus entre eux, et deux fois dérivables ce qui est important pour certaines méthodes d'optimisation basée sur un développement limités à l'ordre 2 de cette fonction.

Etant donné que le calcul de la commande optimale, que nous présentons ci-après, fait appel à des techniques similaires, nous les décrirons plus loin dans ce chapitre.

Comme précisé plus haut, il convient de valider le modèle obtenu. Pour comparer deux modèles entre eux, l'approche la plus communément retenue consiste à comparer les fonctions coût obtenues à l'optimum. Outre cela, on peut aussi évaluer les deux indicateurs suivants :

- L'intercorrélation entre les résidus et les entrées permet de voir s'il subsiste des modes qui n'ont pas été modélisés. En effet, cette intercorrélation, dans le cas idéal, se situera pour toute la courbe en dessous d'un seuil qui est généralement la variance du bruit. Si ce n'est pas le cas, c'est que le nombre de modes supposés est potentiellement trop faible.
- L'autocorrélation des résidus devrait également se rapprocher d'un pic de Dirac, ce qui signifierait que tous les résidus sont indépendants (comme un bruit blanc, où toutes les réalisations successives sont indépendantes entre elles.

Ces deux méthodes seront utilisées dans la partie 3 de ce manuscrit consacrée aux résultats, et seront donc plus détaillées.

2.5.6. Calcul de la commande optimale

Comme nous l'avons mentionné précédemment, la commande prédictive fait partie de la famille des commandes optimales dans le sens où l'on cherche les commandes qui minimisent une fonction coût et ce à chaque pas d'échantillonnage. Cette étape s'applique donc une fois que la prédiction a été exécutée. Nous allons utiliser dans ce qui suit les notations suivantes :

$$U = \begin{bmatrix} u^{(1)} \\ u^{(2)} \\ \vdots \\ u^{(m)} \end{bmatrix}$$
(2.25)

Vecteur des entrées ou variables manipulées (dimension m)

$$Y = \begin{bmatrix} y^{(1)} \\ y^{(2)} \\ \vdots \\ y^{(p)} \end{bmatrix}$$
(2.26)

Vecteur des entrées ou variables manipulées (dimension p)

 Y_{sp} : vecteur des sorties consignes (setpoint) Y_k , U_k : vecteurs des sorties et entrées à l'instant t_k .

$$Z_k = \begin{bmatrix} U_{k,opt} & U_{k+1,opt}, & \cdots & U_{k+Nu,opt} \end{bmatrix}$$
(2.27)

Prédiction des vecteurs d'entrées optimaux sur l'horizon de commande N_u .

Comme précisé précédemment, de nombreuses variantes de la méthode existent, permettant de prendre en compte bon nombre de contraintes. En général, la fonction coût ou objectif la plus communément utilisée vise à minimiser l'écart entre les sorties souhaitées et prédites, mais aussi à limiter les variations trop violentes des variables manipulées d'un instant à l'autre. Elle se traduit alors comme suit, dans le cas multi-entrées multi-sorties :

$$Z_{k} = \operatorname{argmin}\left\{\sum_{j=1}^{p}\sum_{i=N_{1}}^{N_{y}}\left(\alpha_{i,j}\left(y_{sp,k+i}^{(j)} - y_{k+i}^{(j)}\right)\right)^{2} + \sum_{j=1}^{m}\sum_{i=1}^{N_{u}}\left(\beta_{i,j}\left(u_{k+i}^{(j)} - u_{k+i-1}^{(j)}\right)\right)^{2}\right\}$$
(2.28)

 N_1 est un intervalle de sécurité, qui permet de s'affranchir des éventuels retards purs ou des problèmes liés aux systèmes à non minimum de phase le cas échéant. Ainsi, la zone située entre N_1 et N_y est appelée zone de coïncidence.

Les termes α et β sont des pondérations qui permettent de donner plus ou moins de poids aux diverses prédictions, de mettre à l'échelle les sorties et ou entrées qui auraient des ordres de grandeur très différents et aussi de privilégier soit l'erreur de prédiction, soit la limitation des fortes variations de commande.

On voit alors que, tout comme pour l'identification des paramètres du modèle prédictif, on a alors recours à des approches d'optimisation que nous allons présenter dans ce qui suit.

2.5.7. Méthodes d'optimisation de fonctions coûts

Il existe de nombreuses méthodologies pour déterminer le vecteur des paramètres optimaux, c'est-à-dire qui optimise (recherche d'une valeur, minimisation, maximisation) une fonction coût déterminée. Pour l'identification de paramètres, tout comme pour la commande prédictive, nous avons vu que la fonction coût est le plus communément une somme des carrés des résidus qu'il convient de minimiser, mais on trouve également une approche qui consiste à utiliser la densité de probabilité des paramètres qu'il s'agit alors de maximiser (méthode du « *maximum de vraisemblance* ») (Van Eeden, 1956, 1957)

Minimiser la somme des carrés des résidus est donc un problème d'optimisation quadratique dans laquelle on va chercher la solution d'une fonction non nécessairement convexe à l'intérieur d'un polyèdre convexe. La procédure va alors être itérative et va consister à faire une approximation linéaire de la fonction coût pour suivre une direction de descente vers l'optimum. Les algorithmes vont alors se heurter, lorsque la fonction à optimiser n'est pas convexe, au risque de prendre de temps à autre une direction de montée, de ne pas converger, ou de s'arrêter sur un minimum local.

Dans ce qui suit, nous citons quelque uns des algorithmes les plus utilisés pour ces procédures itératives.

2.5.7.1. La méthode du gradient conjugué

Cette approche s'appuie sur une linéarisation de la fonction coût à l'ordre 1, c'est-àdire en considérant un développement de limité de celle-ci à l'ordre 1. Dans ce cas, à chaque itération, le gradient de la fonction est calculé et le vecteur de paramètres au pas suivant est alors calculé ainsi :

$$\theta_{k+1} = \theta_k - \lambda_k g_k \tag{2.29}$$

Où g est le gradient de la fonction, et λ un pas qu'il convient d'ajuster. Cette approche est performante lorsque l'on est loin de la solution, mais lente lorsque l'on s'en rapproche. L'algorithme s'arrête lorsque le gradient est identiquement nul, ou en pratique inférieur à un seuil fixé. Il n'est alors pas exclu de s'arrêter sur un maximum ou sur des minima locaux (Saad et Van Der Vorst, 2000).

2.5.7.2. Les méthodes de Newton, Gauss Newton et Quasi-Newton

Lorsque l'on se rapproche de la solution, la fonction devient plus parabolique et utiliser un développement limité à l'ordre 2 plus pertinent. Il s'agit alors de la méthode de Newton detaillée par Broyden, 1971. Dans ce cas, le pas de descente précédemment noté λ est directement déterminé par la dérivée seconde de la fonction coût que l'on nomme Hessien :

$$\theta_{k+1} = \theta_k - H_k^{-1} g_k \tag{2.30}$$

où H est le hessien.

Si la fonction est une paraboloïde, dans ce cas, le minimum est trouvé en un pas. Le problème de cette approche est que si au point courant, la fonction est concave, le hessien est alors défini positif et on prend une direction de montée. L'algorithme stoppe une fois encore quand le gradient est identiquement nul, et si le hessien est défini positif. Par conséquent, on évite les potentiels arrêts sur un maximum mais pas les minima locaux. Pour éviter le Hessien défini négatif qui stoppe la descente, la méthode de Gauss-Newton fait une approximation du hessien qui permet de s'affranchir de la dérivée seconde de la fonction coût, en considérant que :

 $H_k \approx g_k^T g_k \tag{2.31}$

Qui est donc nécessairement définie positive, ce qui n'est vrai qu'au voisinage de l'optimum.

Les méthodes de Quasi-Newton presenté par Dennis et Moré, 1977 consistent à remplacer le calcul du hessien par une matrice toujours définie positive, initialisée souvent par la matrice Identité et itérativement calculée suivant différentes approches, comme par exemple les approches de Davidon-Fletcher-Powell (Davidon, 1959; Fletcher, 1970; Fletcher et Powell, 1963) ou de Levenberg-Marquardt (Levenberg, 1944; Marquardt, 1963). Cette matrice d'approximation peut ou non converger vers le hessien à l'optimum ou non, on parlera alors de propriété de consistance ou non.

2.5.7.3. Méthode du simplexe

La méthode du simplexe (Nelder et Mead, 1965) est une approche qui permet de résoudre un problème composé d'un ensemble d'inégalités ou contraintes linéaires et de trouver la combinaison de paramètres qui satisfait à l'ensemble des contraintes. Elle s'appuie également sur l'idée que l'ensemble solution est contenu à l'intérieur d'un polyèdre convexe et l'idée générale est alors de réduire la taille de ce polyèdre par une approche itérative assez simple à implémenter sous forme algorithmique.

2.5.7.4. Algorithme du recuit simulé, algorithmes génétiques, méthodes ensemblistes

D'autres approches méta-heuristiques permettent également de rechercher le minimum d'une fonction, comme la méthode du recuit simulé présentée par Ledesma et al., 2008 ou les algorithmes génétiques de Man et al., 1996 s'appuyant sur la sélection d'un ensemble de paramètres enclins à satisfaire un ensemble de contraintes.

Les méthodes ensemblistes, qui s'appuient sur la théorie des intervalles, permettent d'apporter des garanties sur la solution notamment en la présentant sous la forme d'un ensemble de solutions satisfaisant le critère (Didrit *et al.*, 1997).

2.5.8. Conclusion sur la commande prédictive

La commande prédictive est une approche qui a désormais plus de 40 ans d'existence et d'application dans l'industrie. Elle est utilisée là où le traditionnel régulateur PID trouve ses limites, à savoir les systèmes ayant des retards importants. Elle peut être appliquée aussi bien en considérant des modèles linéaires polynomiaux, des représentations d'état linéaires mais aussi des modèles non linéaires. Elle permet aussi de considérer des systèmes multivariables. Le temps de calcul requis pour les étapes de prédiction et d'optimisation n'est aujourd'hui plus un frein pour les systèmes rapides, ce temps étant désormais largement réduit par les progrès des processeurs.

Néanmoins, les performances de la commande dépendent fortement de la qualité du modèle de prédiction qui aura été identifié. Une fois le modèle choisi, son réglage consistera à choisir l'horizon de prédiction et l'horizon de contrôle, une étape pas forcément triviale. Un autre point à régler est aussi le choix des pondérations entre sollicitations des entrées et erreur de poursuite.

Nous verrons dans les chapitres 4 et 5 l'application de cette méthode sur un simulateur du procédé, permettant la mise au point de l'approche, et enfin sur un procédé réel développé au laboratoire.

3. Optimisation de la position des sources thermiques

3.1. Introduction

L'efficacité d'un système de chauffage peut être mesurée par sa capacité à réagir pour suivre au plus près une consigne donnée. Ces systèmes utilisent souvent des éléments qu'on appellera dans ce manuscrit sources thermiques ou éléments chauffants, incorporées dans l'épaisseur de plateaux métalliques. Le positionnement de ces sources répond à plusieurs contraintes. Tout d'abord, ces éléments ne doivent pas être éloignés de la surface à chauffer au risque d'accroître l'inertie thermique et donc affecter la réactivité du système d'asservissement. D'autre part, les sources ne doivent pas non plus être trop proches de la surface au risque d'engendrer des hétérogénéités dans le champ de température qui affecteraient à leur tour la qualité des pièces produites. Ainsi, un problème d'optimisation prenant en compte les contraintes auxquelles sont assujetties les sources thermiques peut être formulé. Dans ce chapitre nous décrivons une méthodologie développée dans le cadre de ce travail de thèse afin d'assurer un positionnement efficace d'un ensemble de sources thermiques. Dans cette étude, on ne traitera que la phase de chauffage.

3.2. Description de la géométrie des plaques chauffantes

Le système de chauffage incorporé dans les plateaux sert en général à chauffer un moule contenant un matériau de type polymère pris en sandwich entre les plaques de presse. La chaleur est transférée d'abord par conduction des éléments chauffants aux plateaux. Ces derniers, à leur tour, transfèrent une partie de la chaleur reçue par conduction au moule à travers leur surface de contact commune. Dans cette étude, nous nous concentrons sur un modèle 2D de la plaque chauffante équipée de sources équidistantes réparties le long de l'axe des abscisses comme illustré dans la figure 3.1.

Par souci de simplicité, chaque élément chauffant est considéré comme une boîte noire qui délivre la quantité d'énergie nécessaire indépendamment de la technologie utilisée. En effet, ces sources thermiques peuvent être soit des résistances électriques, soit des canaux dans lesquels circule un fluide caloporteur.

Afin de concevoir un tel système de chauffage capable de fournir la chaleur requise par le moule, il faut répondre à plusieurs problèmes d'ingénierie à savoir :

- (1) quelle est la quantité d'énergie optimale qui doit être transférée au moule?
- (2) quelles sont les caractéristiques des éléments chauffants (position, nombre, ...)?
- (3) quelle est la dynamique à mettre en place afin d'asservir ce système complexe?



Figure 3.1. – Représentation schématique de la plaque chauffante contenant des sources de chauffage et du moule avec la pièce en polymère à l'intérieur : (a) vue isométrique et (b) vue de face.

Afin d'apporter des réponses aux problèmes d'ingénierie ci-dessus concernant la conception du système de chauffage, on utilise souvent l'une des trois voies suivantes : (i) les techniques d'essais/erreurs basées sur des tests expérimentaux, (ii) les méthodes analytiques ou (iii) les méthodes numériques.

Dans la plupart des cas, l'optimisation d'un point de vue de l'ingénierie, repose sur l'utilisation de solutions analytiques simples de l'équation de chaleur en régime permanent. Bien que cette approche permette d'obtenir une solution très rapidement, elle n'est malheureusement pas adaptée aux systèmes complexes, en particulier dans des conditions d'état instationnaire. D'autre part, des outils puissants tels que les méthodes de calculs par éléments finis (EF) sont de plus en plust utilisés comme alternative aux méthodes analytiques simples.

Malgré une augmentation spectaculaire des capacités de calcul des ordinateurs ces dernières années, les calculs de type EF demeurent chronophages, en particulier lorsqu'ils sont intégrés dans des boucles d'optimisation. Par conséquent, il est très utile de développer des procédures de conception efficaces offrant un compromis entre les capacités prédictives des calculs de type EF et le temps de calcul.

3.3. Méthode d'optimisation

Chaque source de chauffage peut être caractérisée par trois paramètres dimensionnels principaux, à savoir ses coordonnées spatiales dans l'épaisseur des plateaux x_i et y_i et son diamètre D_i (cf. figure 3.2).



Figure 3.2. – Paramètres définissant la position des sources de chauffage.

Pour simplifier le problème, nous considérons dans ce qui suit que les éléments chauffants sont identiques délivrant ainsi la même quantité d'énergie. En outre, ces sources thermiques sont considérées équidistantes dans la direction de l'axe x, ce qui signifie que la distance $\Delta x = x_{i+1} - x_i$ est constante pour les configurations étudiées. Avec les hypothèses formulées, il ne reste comme inconnues à trouver que les positions verticales y_i pour chacune des sources. Ainsi, le nombre de paramètres à déterminer correspond au nombre n de sources de chauffage. Comme souligné précédemment, cette procédure nécessite un temps de calcul élevé lorsqu'elle est utilisée dans les boucles d'optimisation comportant des calculs de type EF. L'approche décrite dans les sections ci-dessous permet de contourner ce problème en définissant une courbe paramétrée avec m variables sur laquelle seront positionnées les n sources de chaleur. Par conséquent, on peut améliorer considérablement le temps nécessaire dans l'étape de positionnement des éléments chauffants en réduisant le rapport m/n.

3.4. Choix de la forme de la courbe paramétrique

Le point de départ pour définir la courbe paramétrique est de remarquer que le niveau de température souhaité est inversement proportionnel à la position en profondeur (distance à partir de la surface de la plaque) ainsi qu'à la puissance générée par l'élément chauffant. Ce raisonnement suppose évidemment que la chaleur est transférée principalement dans une seule direction (l'axe y dans notre cas). En ce qui concerne le problème étudié, le transfert de chaleur est proche d'un cas 1D lorsqu'on maintient des valeurs faibles pour les deux distances Δx et Δy par rapport aux dimensions du plateau L et H. Il faut garder à l'esprit que cette hypothèse cesse d'être valide dans le cas des deux sources voisines des bords droit et gauche du plateau. Afin de valider cette hypothèse, le modèle de validation présenté dans la suite est un modèle de discrétisation par éléments finis avec un problème de transfert de chaleurs 2D (cf figure 3.6).

Ainsi, un choix naturel est de considérer une courbe paramétrique qui est définie par une transformation homothétique de la forme de la température de consigne qu'on souhaite atteindre à la surface du plateau de la presse. A partir de cette transformation, on définit la position des sources le long de la direction y, sachant que x est déjà fixé par la relation $x_i = \Delta x \times (i - 1)$ où i représente le numéro de la source de chaleur. La distance introduite dans la figure 3.2 peut être facilement calculée par la relation simple $d_i = H - y_i$ où H désigne l'épaisseur des plaques.

3.4.1. Étape 1 : normalisation de la courbe de la consigne

L'idée retenue consiste à positionner les sources de chaleur de manière à reproduire des isothermes avec une forme semblable à celle de la température de consigne souhaitée. Cette forme peut être obtenue en appliquant d'abord une normalisation à $T^{con}(x)$, la courbe de température de consigne (cf. équation 3.1).

$$\tilde{T}^{con}(x) = \frac{T^{con}(x) - T^{con}_{min}}{T^{con}_{max} - T^{con}_{min}}$$
(3.1)

où T_{min}^{con} et T_{max}^{con} représentent respectivement les valeurs minimales et maximales de la température de consigne.

La courbe $\tilde{T}^{con}(x)$ obtenue a la même forme que la consigne $T^{con}(x)$ mais évolue entre 0 et 1. Une représentation graphique de cette mise à l'échelle est illustrée dans la figure 3.3 a et b.

3.4.2. Étape 2 : Définition de la courbe de localisation des sources

A partir de la courbe normalisée $\tilde{T}^{con}(x)$ une nouvelle courbe paramétrique qui évolue dans le plan (x,y) peut être introduite par l'équation 3.2.

$$y(x,\alpha,\beta) = \alpha \times \tilde{T}^{con}(x) + \beta$$
(3.2)

Chaque jeu de paramètres α et β définit une courbe de positionnement unique. Le résultat obtenu grâce à cette deuxième étape est illustré dans la figure 3.3 c. À ce stade, il suffit de répartir un nombre de sources de chaleur donné le long de la courbe de position $y(x,\alpha,\beta)$. Une fois la répartition faite, le modèle est prêt à être testé à l'aide de calculs EF (cf. figures 3.3 d et e).



Figure 3.3. – (a) profil de température désiré à la surface, (b) courbe de température normalisée, (c) courbe paramétrique définissant la position des sources dans la plaque, (d) modèle de calcul par éléments finis avec sources de chauffage et (e) champ de température simulé dans la plateau.

La force de cette technique réside dans le fait qu'en variant le jeu de paramètres α et β , il est possible de balayer une large gamme de courbes de positionnement susceptibles de générer des isothermes ayant une forme similaire à la température de consigne (cf. figure 3.4).

D'un point de vue pratique, une épaisseur minimale de sécurité doit être prise en compte dans la définition de la courbe $y(x,\alpha,\beta)$ de telle sorte que les sources ne

touchent pas les bords de la plaque. Cette épaisseur peut être déterminée en fonction de considérations telles que l'homogénéité de la température à la surface ou les contraintes et déformations maximales liées à la résistance du matériau constituant le moule.



Figure 3.4. – Exemple de courbes de positionnement obtenues en faisant varier les paramètres α et β (Sans optimisation).

3.4.3. Procédure d'optimisation des paramètres α et β

Il est à noter que la détermination de $\tilde{T}^{con}(x)$ est basée sur des critères de qualité de pièce à cuire et découle d'une procédure d'optimisation qui dépasse le cadre de ce travail. Par conséquent, nous supposons que la consigne $T^{con}(x)$ est déjà connue et l'objectif principal est de trouver les paramètres optimaux α et β de la courbe $y(x,\alpha,\beta)$ qui minimisent l'écart quadratique moyen $\Delta T(\alpha,\beta)$ entre la température simulée par éléments finis et la température de consigne cible à la surface de la plaque de la presse. Cette différence, connue aussi sous le nom de fonction objectif, est donnée par l'équation 3.3.

$$\Delta T(\alpha,\beta) = \sqrt{\frac{1}{n-2} \sum_{i=2}^{n-1} \left(T^{con}(x_i) - T^{sim}(x_i,\alpha,\beta) \right)^2}$$
(3.3)

où n est le nombre de points de contrôle pris ici égal au nombre de sources de chaleur intégrées dans la plaque chauffante. Les deux points extrêmes situés près des bords droit et gauche du plateau ne sont pas pris en compte dans le calcul de $\Delta T(\alpha,\beta)$ étant donné qu'ils ne répondent pas à l'hypothèse de transfert de chaleur 1D.

La procédure d'optimisation globale pour la détermination de la meilleure localisation des sources de chaleur est illustrée dans l'organigramme de la figure 3.5.



Figure 3.5. – Représentation schématique de l'algorithme de calcul.

La boucle commence par un jeu de paramètres initial qui définit la première courbe de position. La température simulée $T^{sim}(x_i,\alpha,\beta)$ est obtenue par des simulations éléments finis et comparée à la consigne $T^{con}(x_i)$. L'algorithme stochastique « Pattern Search » implémenté dans le logiciel Matlab[©] est utilisé dans la boucle d'optimisation pour déterminer les paramètres α et β qui minimisent l'écart quadratique $\Delta T(\alpha,\beta)$.

3.5. Modélisation des échanges de chaleur dans le plateau chauffant

Le transfert de la chaleur dans les plateaux de la de presse est régi par l'équation de chaleur avec un terme source (cf. équation 3.4).

$$\left(\rho C_p\right)\frac{\partial T}{\partial t} = \nabla\left(\lambda\nabla T\right) + Q \tag{3.4}$$

où ρ , C_p et λ représentent, respectivement, la densité, la capacité calorifique et la conductivité thermique de l'acier constituant les plateaux. Q représente la puissance volumique (W/m^3) générée par les sources de chaleur considérées ici comme des sources ponctuelles situées à la distance $y(x_i, \alpha, \beta)$ du bord inférieur du plateau.

Les conditions aux limites sont représentées schématiquement sur la figure 3.6. Sur le bord inférieur, une condition adiabatique est appliquée. Sur les côtés gauche et droit et l'arête supérieure, les conditions aux limites sont considérées comme convectives. Le coefficient de convection h_1 est égal à $5 W.m^{-2}.K^{-1}$ sur les faces latérales. Sur le bord supérieur où le moule doit être placé, on a un coefficient de convection plus élevé $h_2 = 100 W.m^{-2}.K^{-1}$. La température ambiante est fixée à $20^{\circ}C$.



Figure 3.6. – Géométrie et conditions limites pour le modèle 2D de la plaque chauffante étudiée

Dans le plan (x,y) le plateau de la presse a une forme rectangulaire $(0,15 \times 0,5 m^2)$

avec les caractéristiques thermo-physiques typiques des aciers utilisés pour les moules : $\rho = 7874 \, kg.m^{-3}, \, C_p = 475 \, J.kg^{-1}.K^{-1}$ et $\lambda = 45 \, W.m^{-1}.K^{-1}$.

Le logiciel de calcul par éléments finis COMSOL[©] a été utilisé pour résoudre les équations régissant le transfert de chaleur dans le plateau sur une période de chauffage fixée à 300 s. La valeur de la puissance Q a été fixée à 28,5 $kW.m^{-1}$ (le problème est 2D et les sources sont ponctuelles) afin d'atteindre des températures de l'ordre $(300 - 450^{\circ}C)$ à la surface du plateau. Le maillage retenu consiste en plusieurs milliers d'éléments triangulaires à 6 nœuds avec une densité élevée à proximité des sources de chaleur et des bords de la plaque comme indiqué sur la figure 3.6.

3.6. Validation de la procédure

Afin de valider l'approche proposée, on a défini deux profils de température de consigne (une fonction linéaire et une autre en forme de « double cloche ») définies par les expressions suivantes :

$$- \operatorname{Profil} n^{\circ} 1: T^{con}(x) = T^{con}_{min} + (T^{con}_{max} - T^{con}_{min}) \times \frac{x}{L}$$

$$(3.5)$$

- Profil
$$n^{\circ}2$$
:
 $T^{con}(x) = T^{con}_{min} + (T^{con}_{max} - T^{con}_{min}) \times e^{-70\left(x - \frac{L}{4}\right)^2} + (T^{con}_{max} - T^{con}_{min}) \times e^{-70\left(x - \frac{3L}{4}\right)^2}$ (3.6)

Alors que T_{min}^{con} a été maintenue constante, plusieurs valeurs de T_{max}^{con} ont été testées (cf. tableau 3.1). Ceci donne un total de cinq températures de consigne cible pour chaque profil.

| Test | #1 | #2 | #3 | #4 | #5 |
|---------------------------|-----|-----|-----|-----|-----|
| $T_{min}^{con\circ}C$ | 200 | 200 | 200 | 200 | 200 |
| $T^{con}_{max} ^{\circ}C$ | 300 | 350 | 400 | 450 | 500 |

Table 3.1. – Valeurs minimales et maximales testées pour les profils de température de consigne sélectionnés

Avec seulement deux paramètres à optimiser et un modèle de transfert de chaleur 2D, le calcul EF est assez rapide. En effet, le minimum de la fonction objectif est obtenu en seulement quelques minutes à l'aide d'un ordinateur HP-Zbook équipé d'un processeur Intel i7-4800 QM et de 24 GO de RAM. On peut voir à partir de la figure 3.7 que 40 à 50 itérations sont nécessaires pour converger vers la solution avec le paramétrage par défaut de la routine « Pattern Search » de Matlab. Pour des raisons de simplicité, nous introduisons les paramètres $\tilde{\alpha}$ et $\tilde{\beta}$ qui représentent les valeurs normalisées entre [0-1] des paramètres α et β introduits dans la relation 3.2.



Figure 3.7. – Convergence de la fonction objectif pour les profils testés (a) profil linéaire et (b) profil en forme de « double cloche ».

Le jeu de départ, fixé arbitrairement à ($\tilde{\alpha} = 0,1$ et $\tilde{\beta} = 0,1$), conduit à une différence $\Delta T(\tilde{\alpha}, \tilde{\beta})$ (cf l'équation 3.3) très élevée entre les températures simulées à la surface du plateau et la consigne. Bien que ce jeu initial soit inadéquat, la routine d'optimisation semble être assez robuste puisqu'elle est capable de trouver, plus ou moins rapidement, des valeurs qui minimisent la fonction objectif.

Les résultats obtenus sont donnés dans le tableau 3.2 et la comparaison des courbes de températures de consigne et simulée est représentée dans la figure 3.8. Pour une meilleure lisibilité des courbes, seuls les tests #1, #3 et #5 ont été tracés.

| | Profil $n^{\circ}1$ Profil $n^{\circ}2$ | | | | | |
|------|---|---------------|--|---------------|--------------|--|
| Test | $	ilde{lpha}$ | \tilde{eta} | $\Delta T(\tilde{\alpha}, \tilde{\beta})[^{\circ}C]$ | $	ilde{lpha}$ | $	ilde{eta}$ | $\Delta T(\tilde{\alpha}, \tilde{\beta})[^{\circ}C]$ |
| #1 | 0,280 | $0,\!476$ | $3,\!40$ | $0,\!358$ | $0,\!449$ | $3,\!64$ |
| #2 | $0,\!397$ | $0,\!482$ | 2,97 | $0,\!485$ | $0,\!447$ | 3,77 |
| #3 | 0,505 | $0,\!488$ | 2,61 | $0,\!590$ | $0,\!449$ | $4,\!91$ |
| #4 | $0,\!602$ | $0,\!495$ | 2,61 | $0,\!675$ | $0,\!455$ | $7,\!64$ |
| #5 | $0,\!692$ | 0,504 | $3,\!17$ | 0,746 | $0,\!467$ | 11,98 |

Table 3.2. – Valeurs identifiées de $\tilde{\alpha}$ et $\tilde{\beta}$ de la fonction paramétrique $y(x, \tilde{\alpha}, \tilde{\beta})$ avec la fonction objectif minimale correspondante pour les différents profils de consigne testés.



Figure 3.8. – Comparaison des températures simulée et consigne (test #1, test #3 et test #5) pour les deux profils testés : (a) profil linéaire et (b) profil en forme de « double cloche ».

On peut constater qu'un assez bon accord entre la température simulée et la consigne est obtenu dans le cas du profil linéaire avec un écart maximal compris entre 2,61°C et 3,40°C. Cependant, dans le cas du profil $n^{\circ}2$, l'écart commence à être non négligeable à partir du test $n^{\circ}3$ correspondant à $T_{max}^{con} \geq 350^{\circ}C$.



Figure 3.9. – Comparaison entre les écarts absolus de température $\left|\Delta T(\tilde{\alpha}, \tilde{\beta})\right|$ obtenus pour les profils testés : (a) profil linéaire et (b) profil en forme de « double cloche ».

La figure 3.9 montre que cet écart est localisé dans la région des températures maximale et minimale de consigne qui correspondent aux sommets et creux de la fonction en « double cloche ». De plus, un écart important est également observé aux points proches des bords droit et gauche où la différence de température peut être facilement supérieure à 5°C. Cet écart est directement lié à l'effet de bord clairement mis en évidence dans la figure 3.10.



Figure 3.10. – Exemple de champs de température simulée dans le plateau chauffant de la presse pour les profils testés : (a) profil linéaire et (b) profil en forme de « double cloche ».

L'emplacement obtenu des sources de chaleur pour les profils testés est représenté sur la figure 3.11. On peut noter que les positions obtenues sont cohérentes avec la stratégie adoptée. En effet, comme T_{min}^{con} est maintenue constante et on n'a fait qu'augmenter T_{max}^{con} (cf. tableau 3.1), l'évolution du paramètre $\tilde{\alpha}$ est suffisante pour minimiser $\Delta T(\tilde{\alpha}, \beta)$. Cette variation de forme de la courbe paramétrique $y(x, \tilde{\alpha}, \tilde{\beta})$ fonctionne très bien, en particulier pour les valeurs modérées de la différence $T_{min}^{con} - T_{max}^{con}$ qui renforce l'hypothèse de transfert de chaleur 1D.



Figure 3.11. – Exemple de positions des sources de chaleur obtenues pour les profils testés : (a) profil linéaire et (b) profil en forme de « double cloche ».

3.7. Application à la réduction de la consommation d'énergie

Après avoir validé la faisabilité de l'approche de positionnement des sources de chaleur proposée, il est intéressant d'analyser l'influence de la réduction de la consommation d'énergie sur l'évolution de l'écart de température entre la consigne et la simulation ainsi que sur la position des sources. Un coefficient μ variant entre 1 et 0.3 (cf. tableau 3.1) est utilisé afin de réduire la consommation énergétique sur le même plateau chauffant (cf la figure 3.6).

| Test | Coefficient μ | $\Delta T(\tilde{\alpha}, \tilde{\beta})[^{\circ}C]$ |
|---------------|-------------------|--|
| #4(référence) | 1 | 2,61 |
| #6 | 0,9 | $2,\!54$ |
| #7 | $0,\!8$ | $2,\!43$ |
| #8 | 0,7 | $2,\!40$ |
| #9 | $0,\!6$ | 2,96 |
| #10 | $0,\!5$ | $5,\!64$ |
| #11 | $0,\!4$ | $11,\!85$ |
| #12 | $0,\!3$ | $20,\!23$ |
| | | ~ |

Table 3.3. – Évolution de l'écart quadratique moyen $\Delta T(\tilde{\alpha},\beta)$ en fonction du coefficient μ de réduction de l'énergie consommée.

Pour ce faire, plusieurs calculs sont effectués en appliquant un coefficient $\mu < 1$ à la puissance des sources thermiques utilisées dans le test #4 du profil n°1 (cf. tableau 3.1) qui a été pris comme référence. Les résultats obtenus sont donnés dans le tableau 3.3. On peut constater une correspondance entre les champs de température simulée et de consigne est obtenue pour des valeurs $0.7 \le \mu \le 1$. La différence commence à augmenter en dessous d'un coefficient $\mu = 0,6$ pour atteindre jusqu'à $\Delta T = 20,23^{\circ}C$ d'écart pour $\mu = 0,3$. La figure 3.12 montre la superposition des profils de température obtenus par rapport à la consigne.



Figure 3.12. – Influence du coefficient μ de réduction de l'énergie consommée sur : (a) les profils de température et (b) les positions de sources thermiques.

La position des sources de chaleur représentées sur la figure 3.12 montre que la réduction de l'énergie délivrée par les sources de chaleur conduit à une translation verticale de celles-ci jusqu'à ce qu'elles soient trop proches de la surface de la plaque de chauffage. Ces derniers résultats montrent clairement qu'un critère supplémentaire basé sur l'énergie consommée peut être directement incorporé dans la procédure d'optimisation. Ainsi, il serait possible de trouver le meilleur emplacement des sources thermiques qui permet d'atteindre la température de consigne à la surface tout en minimisant la consommation d'énergie.

3.8. Conclusion

Dans ce chapitre, nous avons décrit la mise en place d'une méthode simple mais efficace pour le positionnement des sources de chaleur dans les plateaux chauffants utilisés dans le procédé de thermoformage à haute température. La position des sources de chauffage est définie par une fonction paramétrique générée par deux étapes en exploitant la courbe de température de consigne imposée. L'idée de base est de reproduire les isothermes dans l'épaisseur des plateaux ayant une forme similaire à celle de la consigne. Par la suite, une boucle d'optimisation est utilisée pour déterminer le jeu de paramètres optimaux de la courbe paramétrique qui permet d'obtenir la meilleure localisation des sources de chaleur.
Deux profils de température de consigne assez différents ont été testés chacun avec cinq jeux de valeurs de températures maximales et minimales. Les résultats montrent que la technique proposée est efficace tant que l'hypothèse de transfert de chaleur 1D est respectée. De plus, il a été démontré que cette technique peut être utilisée pour placer judicieusement les sources thermiques de manière à réduire la consommation d'énergie.

Comme illustré sur la figure 2.3, un système de chauffage comporte deux blocs à savoir : (i) des éléments de chauffage qui doivent être correctement positionnés dans le plateau et (ii) un contrôleur efficace capable d'envoyer les bons consignes aux éléments chauffants afin qu'ils délivrent la quantité d'énergie nécessaire au moment et endroit voulus. Après avoir proposé une méthodologie de positionnement des sources dans ce chapitre, nous développerons dans le chapitre suivant les étapes suivies pour la mise en place d'un contrôleur prédictif.

4. Commande du procédé

Comme nous l'avons évoqué dans le chapitre consacré à l'état de l'art, notre choix s'est porté sur la commande prédictive, qui permet de considérer différents types de modèles, linéaires ou non. La commande prédictive, rappelons-le, comporte une étape de prédiction des sorties futures sur un horizon fini, et une étape d'optimisation de la séquence des entrées appliquées au modèle prédictif pour réduire l'écart entre prédiction et consigne. On comprend alors que le caractère itératif des méthodes d'optimisation va engendrer potentiellement un grand nombre d'appels à la prédiction, et donc des temps de calculs qui peuvent être rapidement prohibitifs dans une procédure de type temps-réel. Ainsi, le modèle qui devra être utilisé pour la prédiction devra répondre à deux contraintes :

- (i) Ne pas engendrer un temps de prédiction trop long et
- (ii) ne pas conduire à un problème d'optimisation trop complexe.

Dans le cas qui nous concerne, nous sommes face à un problème de transfert de chaleur, et sa modélisation conduit nécessairement à un système d'équations aux dérivées partielles, qui peut même être non linéaire dans le cas où l'on considère des paramètres thermophysiques non constants. Pour cette classe de systèmes à paramètres répartis, une solution pour la simulation consiste à faire une discrétisation spatiale comme nous l'avons souligné dans le chapitre bibliographique. Pour obtenir des simulations proches de la réalité, les modèle de calcul de type éléments finis convergent pour peu que le maillage soit fin, avec pour conséquence de donner lieu à un système d'équations différentielles (représentation d'état) de très grande dimension, occasionnant alors des temps de calculs très longs. Afin de répondre à la double contrainte citée plus haut, notre choix s'est porté sur un modèle entrée-sortie polynomial multivariable pour décrire le comportement de la température en différents points de surface du plateau en fonction des sources de chaleur installées au cœur du plateau chauffant. Ainsi, nous avons opté pour le modèle ARMAX, largement répandu dans la littérature, mais nettement moins utilisé dans les problématiques de transfert de chaleur, à notre connaissance.

Le modèle ARMAX et l'identification de ses paramètres sont implantés dans la toolbox identification de Matlab[©]. C'est la méthode du modèle (ou prediction-error) qui est utilisée pour l'identification et l'algorithme de Levenberg-Marquardt pour optimiser la fonction coût.

L'identification du modèle ARMAX requiert donc la création de fichiers de données expérimentales couvrant le plus largement la plage de fonctionnement du procédé.

Dans ce chapitre, nos données expérimentales seront en réalité issues d'un simulateur du procédé réel qui sera construit à l'aide du logiciel Comsol Multiphysics[©] via une approche de type éléments finis, permettant alors de créer des données simulées très réalistes mais requérant un temps de calcul très important.

Dans ce qui suit, nous présentons successivement la synthèse de ce simulateur, la procédure d'identification du modèle ARMAX à partir des données du simulateur et la mise en place de l'algorithme de commande prédictive sur ce simulateur.

4.1. Synthèse du simulateur

Dans le but de tester le contrôleur dans une situation industrielle réelle, nous considérons un plateau chauffant dans la situation 2D présentée dans la figure 4.1 où H = 150 mm et L = 300 mm. Ce plateau est percé de manière homogène dans la longueur de la plaque chauffante ($\Delta x = \Delta y = 30 mm$ et $y_0 = x_0 = 10 mm$). 8 sources de chauffage sont placées pour chauffer la surface de la plaque (cf. figure 4.1). Dans la présentation des résultats, la source 1 désigne la source la plus à gauche et le point de contrôle numéro 1 est le point situé à sa verticale. Ainsi, la source numéro 8 est la source située le plus à droite (cf. figure 4.1).



Figure 4.1. – Paramétrages géométrique du plateau chauffant numérique

Ce choix de dimension a été fait en raison de la disponibilité d'un moule au sein du laboratoire, et le nombre de perçages a été choisi selon des contraintes mécaniques

et de faisabilité mais aussi afin de pouvoir envisager de positionner les sources plus ou moins loin de la surface, comme cela a été mis en évidence au précédent chapitre.

La plaque est en acier avec les propriétés suivantes : $\rho = 7850 \, kg.m^{-3}$, $C_p = 475 \, J.kg^{-1}.K^{-1}$ et $\lambda = 34 \, W.m^{-1}.K^{-1}$ deux conditions de convection sont appliquées sur les 4 frontières externes avec $h = 2 \, W.m^{-2}.K^{-1}$ sur les parois latérales et inférieure et $h = 10 \, W.m^{-2}.K^{-1}$ sur la paroi supérieure avec une température externe $T_{\infty} = 25^{\circ}C$. La puissance maximale, quant à elle, des sources de chauffage est de $P = 500 \, W$ (cf. figure 4.2).



Figure 4.2. – Conditions aux limites utilisées pour le calcul Élements Finis

4.2. Identification du modèle ARMAX

Pour identifier le modèle ARMAX, nous allons simuler les champs de température à partir du simulateur défini dans la section précédente et en extraire les températures aux points de contrôles qui nous intéressent. Pour ce faire, des entrées dont la nature sera expliquée ci-dessous seront appliquées à la fois sur le simulateur et sur le modèle ARMAX, qui sera alors ajusté comme indiqué schématiquement sur la figure 4.3.



Figure 4.3. – Schéma synoptique résumant la création du Modèle ARMAX

Dans ce qui suit, nous allons donc dans un premier temps expliciter le choix des entrées appliquées, détailler le modèle multivariable ARMAX retenu et la méthode employée pour l'identifier et le valider.

4.2.1. Choix des entrées : Séquences Binaires Pseudo-Aléatoires (SBPA)

Pour les raisons mentionnées dans le chapitre bibliographique, les SBPA sont particulièrement indiquées pour obtenir une bonne identification en raison de leur spectre fréquentiel très large. La SBPA est un signal composé généralement d'impulsions rectangulaires modulées de façon aléatoire en longueur, qui se rapproche donc d'un bruit blanc discret.

Afin de ne pas trop brusquer les actionneurs quand le procédé réel sera considéré, la SBPA choisie dans cette étude est un signal qui est une somme de sinusoïdes. Pour ce faire, la fonction Matlab[©] « IDINPUT » a été utilisée pour générer la SBPA. Cette fonctionne génère un signal constitué d'une somme de sinusoïdes qui ont une fréquence choisie parmi la grille de valeur :

$$f \in \left\{ 2 \times \pi \times \frac{\left[1 : S : \frac{P}{2}\right]}{p} \; ; \; \pi \times \left[Band_{min} Band_{max}\right] \right\}$$
(4.1)

Avec p la période, S le saut sur le maillage et $Band_{min}$, $Band_{max}$ sont respectivement les valeurs min et max de la bande passante.

Un exemple de signaux d'entrée (au nombre de 8) délivrés par cette fonction est présenté sur la figure 4.4.



Figure 4.4. – Exemple d'un signal pseudo-aléatoire

Étant donné que l'installation considérée est une configuration multi-entrée, il faut que les signaux appliqués aux différentes sources soient indépendants. Cette routine de Matlab permet de configurer le nombre de signaux indépendants que l'on souhaite.

Ces SBPA seront donc appliquées aux entrées de notre simulateur afin d'obtenir un jeu de données des sorties considérées.

Une fois que cette SBPA est appliquée à notre simulateur de plateau numérique défini précédemment, les températures aux points de contrôle 1 à 8 sont extraites pour créer la matrice Y suivante :

$$Y = \begin{pmatrix} T_1(1) & \dots & T_8(1) \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ T_1(N) & \dots & T_8(N) \end{pmatrix}$$
(4.2)

Où les indices 1 à 8 représentent les 8 positions en surface à la verticale des sources (les points de contrôle). N échantillons sont considérés sur la période de simulation.

4.2.2. Choix du modèle de prédiction

Le modèle qui a été sélectionné est le modèle ARMAX qui, dans sa version multivariable « carrée » avec 8 sorties et 8 entrées peut s'écrire comme suit :

$$A_{j}(q^{-1}) \times y_{j}(t) = \sum_{i=1}^{8} B_{j,i}(q^{-1}) \times u_{i}(t - n_{k_{i}}) + C_{j}(q^{-1}) \times e(t)$$
(4.3)

Avec j allant de 1 à 8.

 $y_j(t)$ est le $j^{i \grave{e}me}$ signal de sortie (dans notre cas la mesure de température de notre système), u_i le $i^{\grave{e}me}$ signal d'entrée (la puissance des sources dans notre cas) et e un bruit blanc.

Les coefficients des polynômes $A_j(q^{-1})$, $B_{j,i}(q^{-1})$ et $C_j(q^{-1})$ composent le vecteur de paramètres que l'on souhaite ajuster, avec

$$A_j(q^{-1}) = 1 + a_{j,1} \times q^{-1} + \ldots + a_{j,n_a} \times q^{-n_a}$$
(4.4)

$$B_{j,i}\left(q^{-1}\right) = b_{j,i,1} + b_{j,i,2} \times q^{-1} + \ldots + b_{j,i,n_b} \times q^{-n_b+1}$$
(4.5)

$$C_{j}(q) = 1 + c_{j,1} \times q^{-1} + \ldots + c_{j,n_{c}} \times q^{-n_{c}}$$
(4.6)

Où n_a , n_b et n_c sont les ordres des polynômes. Pour plus de simplicité, nous avons considéré que tous les polynômes similaires (A, B ou C) ont les mêmes ordres. Ainsi, on peut voir que la dimension du vecteur de paramètres à ajuster est égale à : $8 \times 8 \times n_a + 8 \times 8 \times n_b + 8 \times n_c$

Ce choix du modèle ARMAX est dû à la structure même du modèle qui permet une grande liberté et englobe ainsi à la fois AR, MA et ARX. En effet, ces modèles sont des cas particuliers du modèle ARMAX quand un de ses ordres est nul.

Lorsque les mêmes entrées SBPA sont appliquées au modèle ARMAX, pour une même période d'échantillonnage, on obtient alors la matrice des températures prédites, de même dimension $(8 \times N)$, que l'on note \hat{Y} .

4.2.3. Boucle d'optimisation : identification des paramètres du modèle de prédiction

La méthode d'identification que nous avons utilisée est la méthode du modèle ou prédiction-erreur dans laquelle la fonction coût est définie comme suit :

$$J(\theta) = \frac{1}{N \times 8} \sum_{i=1}^{8} \mathbf{R_i}^T(\theta) \cdot W_i(\theta) \cdot \mathbf{R_i}(\theta)$$
(4.7)

Avec R_i le vecteur des résidus de la $i^{\grave{e}me}$ sortie calculé comme suit :

$$R_{i} = Y(1:N,i) - \hat{Y}(1:N,i)$$
(4.8)

Dans notre cas, nous avons considéré des matrices de pondération W égales à la matrice identité. La méthode de Levenberg-Marquardt, implémentée dans Matlab[©] sous le nom « lsqnonlin » a été choisie pour sa robustesse. Le critère d'arrêt des itérations dans la suite de ce travail est défini lorsque l'une des conditions suivantes est satisfaite :

• Le nombre maximum d'itérations est atteint. Dans la suite, le nombre d'itérations est fixé à $Iter_{max} = 500$.

• L'amélioration prévue est inférieure à la tolérance renseignée à $Tol_{Func} = 10^{-3}$.

• Aucune amélioration sur la valeur du critère n'est trouvée au bout de 25 changement des valeurs des paramètres optimisés selon les directions de recherche : $Max_{pull} = 25$.

Afin d'effectuer cette optimisation, la fonction « lsqnonlin » de Matlab[©] a été utilisée avec les critères d'arrêt citées au-dessus et avec l'algorithme de Quasi-Newton.

4.2.4. Choix et validation des ordres des polynômes

Comparer les résultats obtenus avec différents modèles n'est pas toujours aisé. Outre la valeur de la fonction coût définie précédemment à l'optimum, nous avons vu que l'utilisation de fonctions d'intercorrélation peut permettre de les discriminer également.

Lorsque le système possède plusieurs entrées, il est important d'appliquer des signaux décorrélés pour ne pas introduire de biais d'identification. C'est donc pour cela qu'il était important que les 8 SBPA soient indépendantes entre elles. En traitement du signal, l'auto et l'intercorrélations sont des méthodes de mesure de la similarité de deux signaux en fonction du déplacement de l'un par rapport à l'autre. En traitement du signal, l'inter et l'auto-corrélation pour deux signaux que l
conques f et g sont définies respectivement comme :

$$(f^*g)[n] = \sum_{m=-\infty}^{\infty} f^*[m] \times g[m+n]$$
(4.9)

$$(f^*f)[n] = \sum_{m=-\infty}^{\infty} f^*[m] \times f[m+n]$$
(4.10)

où f^* est le signal conjugué de f et n est un decalage temporel par rapport à un instant donné m.

Dans l'idéal, il faut qu'il n'y ait aucune corrélation entre les résidus et les entrées, et que les résidus entre eux soient également décorrélés. Ainsi, l'autocorrélation des résidus doit conduire à un pic de Dirac, et l'intercorrélation entrées/résidus doit être aussi proche de 0 que possible en tout point. Pour le calcul de l'inter et de l'auto corrélation, les fonctions « xcorr » et « autocorr » de Matlab[©] ont été utilisées (cf. figure 4.5).



Figure 4.5. – Exemple de calcul de l'erreur, l'auto et l'inter corrélations sur un cas numérique.

Sur la figure 4.5, le nombre d'échantillons est de 180 (période d'échantillonnage de 10 secondes). L'intercorrélation comporte donc 180 retards. L'autocorrélation est présentée sur les 20 premiers retard significatifs. Les valeurs de ses horizons de retards sont fixés par rapports aux valeurs les plus utilisées dans le traitement du signal (valeurs par défaut dans Matlab[©]).

Une fois que le modèle ARMAX est généré pour un ordre $(n_a, n_b \text{ et } n_c)$ donné, nous proposons alors de définir l'indicateur Err qui est la valeur du critère d'erreur à l'optimum (Résidu), u le signal d'entrée (puissances des sources) de taille N et les valeurs $Corr_{inter}$ et $Corr_{auto}$ des corrélations définies comme suit :

$$Corr_{inter} = \frac{1}{8 \times 8 \times N} \sum_{i=1}^{N} |(u^* \text{Err})[i]|$$
(4.11)

$$Corr_{auto} = \frac{1}{N \times 8} \sum_{i=1}^{N} |(Err^* \text{Err})[i]|$$
(4.12)

Etant donné le caractère multivariable du problème, l'ensemble des inter-corrélations entrées / résidus (64 couplages) et l'autocorrélation de tous les résidus sont considérées dans le calcul.

| | $E_{rr}(n_a^i, n_b^j, n_c^p, n_k^l)$ | $Corr_{Inter}(n_a^i, n_b^j, n_c^p, n_k^l) +$ | n_a^i | n_b^j | n_c^p | n_k^l |
|-----|--------------------------------------|--|---------|---------|---------|---------|
| | | $Corr_{Auto}(n_a^i, n_b^j, n_c^p, n_k^l)$ | | | | |
| 1 | $2,27 \times 10^{-2}$ | $2,52 \times 10^{-1}$ | 5 | 5 | 1 | 1 |
| 2 | $3,44 \times 10^{-2}$ | $2,06 \times 10^{-1}$ | 5 | 5 | 1 | 5 |
| 3 | $5,38 \times 10^{-2}$ | $4,01 \times 10^{-1}$ | 2 | 5 | 1 | 1 |
| : | : | : | ÷ | : | : | : |
| i | Inf ¹ | NaN ² | 1 | 1 | 1 | 1 |
| i+1 | Inf | NaN | 1 | 1 | 1 | 2 |
| : | : | : | : | : | : | : |

Table 4.1. – Résumé des résultats obtenus pour $\{n_a, n_b, n_c, n_k\} \in \{1:1:10\}^4$

Le tableau 4.1 répertorie les résultats importants obtenus où pour déterminer les ordres du modèle ARMAX optimal, les résultats sont organisés de façon à donner

^{1.} Infini

^{2.} Not a Number

plus d'importance à la somme de l'écart quadratique moyen entre les résultats obtenus avec le modèle ARMAX et les valeurs mesurées sur le modèle éléments finis. Ainsi dans cette configuration, le modèle ARMAX avec les ordres 5,5,1,1 est privilégié par rapport au modèle d'ordre 5,5,1,5 même si le second présente une meilleure minimisation de la somme des inter et auto-corrélations.

En effet, plus les polynômes sont d'ordres élevés, plus le nombre de degrés de liberté pour l'optimisation est important. Une conséquence directe est que les chances de convergence vers un optimum sont de plus en plus réduites, et que les arrêts sur des minima locaux sont à craindre. Dans ce cas, on obtiendra des erreurs très importantes. Lorsque les ordres sont trop faibles, les valeurs d'intercorrélation et d'autocorrélation seront élevées, de même que les erreurs. Enfin, notons que l'on peut parfois converger vers des modèles ARMAX instables, comme illustré sur la figure 4.6.



Figure 4.6. – Résultats obtenus avec un modèle ARMAX de faible ordre : (a) $\{n_a, n_b, n_c, n_k\} = \{1, 1, 1, 3\}$ et (b) $\{n_a, n_b, n_c, n_k\} = \{1, 1, 1, 5\}$

4.2.5. Modèle ARMAX retenu

Dans cette expérience, 8 entrées (sources de chauffage) et 8 sorties (8 points de contrôle situés à la surface de la plaque chauffante) (cf. figure 4.1) ont été utilisées afin de créer un profil de température consigne à la surface du plateau chauffant. L'expérience est simulée à l'aide du module LiveLink[©] qui fait le couplage entre le logiciel Comsol Multi-Physics[©], pour simuler le transfert thermique dans le plateau, et Matlab[©] pour générer la SBPA et collecter les valeurs de température mesurées à la surface du plateau. Après avoir suivi la procédure décrite précédemment, les ordres du modèle ARMAX offrant la meilleure approximation de la température sont donc $\{n_a^i, n_b^j, n_c^p, n_k^l\} = \{5, 5, 0, 1\}$ (cf. figures 4.7 et 4.8).



Figure 4.7. - (a) Écarts de température et (b) autocorrélations par point de contrôle (Résultat pour la source *i* en ligne *i*)



Figure 4.8. – Températures prédites par le modèle ARMAX et simulées par éléments finis

Ce modèle sera utilisé comme modèle de prédiction dans le contrôleur MPC étant donné que c'est celui qui minimise au mieux à la fois l'écart quadratique moyen et la somme des corrélations ($\Delta T = 2,27.10^{-02}$ °C et $\sum Corr = 2,52.10^{-01}$)

4.3. Commande prédictive appliquée au simulateur

Dans le chapitre bibliographique, nous avons vu que la commande prédictive consiste à calculer une séquence de commandes (d'une longueur appelée horizon de contrôle) qui minimise une fonction coût. Seule la première commande (celle au pas de temps suivant) est appliquée et la procédure de minimisation est recommencée au pas de temps suivant. La fonction coût peut être la somme de plusieurs contributions. Dans le chapitre bibliographique, nous avons également vu qu'elle pouvait être la somme des erreurs quadratiques des sorties sur un horizon de prédiction et la somme des variations quadratiques des entrées. Il s'agit alors de faire un compromis entre précision de la poursuite de trajectoire et brutalité des variations imposées aux actionneurs. De la même manière, d'autres termes peuvent être ajoutés comme par exemple la prise en compte de la valeur de la commande elle-même, si par exemple on veut aussi tenir compte d'aspects énergétiques.

Le choix des horizons de contrôle et de prédiction n'est pas trivial. Allonger l'horizon de prédiction permet d'avoir des variations de commandes moins brutales mais au détriment du rejet des perturbations. En effet, la correction sera lissée et donc le rejet sera plus long. Le raccourcir engendre des variations brutales des commandes pour suivre au mieux la trajectoire attendue. L'horizon de contrôle est nécessairement de longueur inférieure ou égale à l'horizon de prédiction. Il représente le nombre de degrés de liberté que l'on souhaite laisser à la procédure d'optimisation. Plus il est important, plus on pourra espérer réduire la fonction coût mais plus on risque également de rencontrer les problèmes liés à l'optimisation, à savoir les minima locaux et plus généralement des singularités non convexes. Bien souvent, on recourt à une approche par essais-erreurs.

Dans ce qui suit, les nombreux essais menés ont conduit à retenir un horizon de prédiction de 20 pas et un horizon de contrôle de 19 pas. La période d'échantillonnage retenue pour la commande est de 30 secondes.

Le procédé de mise en forme des polymères requiert une consigne variant dans le temps puisque nous souhaitons amener la surface du plateau à une température finale en un temps imposé et avec des écarts de températures en surface maitrisés. Il faut ensuite maintenir la température jusqu'au déclenchement de la réaction. C'est donc dans cet objectif que nous avons testé la commande prédictive en simulation.

4.3.1. Analyse des résultats obtenus avec une consigne homogène à la surface du plateau

Lors de ce premier test, on cherche à avoir un profil de température qui reste homogène à la surface du plateau mais qui évolue dans le temps. Ce profil de consigne nous permet de tester la capacité de la commande à prendre en compte l'interaction des sources entre elles et à compenser l'effet de bord. Pour ce faire, la consigne évolue de $25^{\circ}C$ (~ température ambiante) à $100^{\circ}C$ à une vitesse fixée à $2,5^{\circ}C/min$ suivi d'une isotherme qui dure pendant $30 \min$ (cf. figure 4.9).



Figure 4.9. – Profil de la consigne : (a) au cours du temps (b) en surface à l'instant initial et (c) en surface à l'instant final

Le contrôleur est appliqué au modèle numérique présenté dans la Partie 4.1 constitué d'un plateau chauffant avec 8 sources de chaleurs et 8 points de contrôle situés à la surface supérieure de celui-ci, avec bien entendu le modèle ARMAX que nous avons retenu.

Etant donné que nous contrôlons 8 températures, nous avons choisi dans la figure suivante de représenter la moyenne des 8 températures à chaque instant avec des barres d'erreur représentant pour chaque point la valeur minimale et la valeur maximale. Les résultats sont présentés sur la figure 4.10. 4 phases sont à observer dans les résultats qui suivent : le démarrage de la commande, la phase de chauffage, le changement de pente et la phase de maintien.



Figure 4.10. – Résultats pour une consigne homogène : (a) température mesurée et consigne en fonction du temps (b) puissance des 8 sources (c) écart moyen de température (d) écart de température pour chaque source

La phase de démarrage est la phase la plus critique pour un contrôleur MPC. Ceci est dû au fait que le modèle prédictif ARMAX nécessite la connaissance d'un passé qui n'existe pas encore. Ainsi à l'instant t = 0, le contrôleur MPC n'a pas assez d'historique pour établir une commande qui soit optimale sur tout l'horizon de prédiction.



Figure 4.11. – La phase de démarrage pour une consigne homogène : (a) température mesurée et consigne en fonction du temps (b) puissance des 8 sources (c) écart moyen de température

Pour compenser ce manque d'historique, un historique fictif est intégré au contrôleur en supposant que le plateau est resté à la première température mesurée (dans ce cas, la température ambiante $25^{\circ}C$). C'est ce que l'on appelle un démarrage « à chaud », c'est-à-dire que l'on considère que le système était déjà en marche au moment de démarrer la commande, contrairement au démarrage « à froid » où l'on aurait forcé tous les termes inconnus à 0 [Flaus, 1994]. A ceci s'ajoute l'inertie du procédé et le temps du transfert thermique entre les sources thermiques et le point de contrôle des températures. Ainsi on peut constater que le contrôleur MPC peine à suivre la consigne pendant les 5 premières minutes mais qu'aucun dépassement de la consigne n'est constaté. On observe que la réponse des sources reste douce ce qui est satisfaisant, et que l'écart moyen entre les températures mesurées et consignes reste en dessous des $3^{\circ}C$ (cf. figure 4.11).



Figure 4.12. – La phase de chauffe pour une consigne homogène : (a) température mesurée et consigne en fonction du temps (b) puissance des 8 sources (c) écart moyen de température

Pendant la phase de chauffage, on constate que l'écart moyen entre les températures consigne et mesurée est en diminution constante et on reste sous la barre de 1°C. Durant cette phase, les puissances injectées dans le plateau restent constantes en dehors des sources externes où l'effet de bord est présent (cf. figure 4.12).



Figure 4.13. – La phase de changement de pente pour une consigne homogène : (a) température mesurée et consigne en fonction du temps (b) puissance des 8 sources (c) écart moyen de température.

La phase de changement de pente précédant le maintien est le moment où on peut constater clairement l'intérêt de l'approche prédictive. En effet, la spécificité de ce genre de contrôleur est sa capacité à prévoir les changements dynamiques de la consigne et d'agir en conséquence. Ainsi, on peut voir que les puissances des sources sont en diminution progressive avant même le changement effectif des champs de température consigne qui s'opère à la $30^{\grave{e}me}$ minute. Ceci ce confirme sur les valeurs de l'écart moyen où la température mesurée passe en dessous de la consigne en prévision du changement de dynamique et donc le contrôleur évite le dépassement. Cette action permet de rester en dessous des $2^{\circ}C$ d'écart maximal moyen (cf. figure 4.13).



Figure 4.14. – Phase de maintien pour une consigne homogène : (a) température mesurée et consigne en fonction du temps (b) puissance des 8 sources (c) écart moyen de température

Une fois que le changement de pente de la consigne s'opère, on atteint l'isotherme où l'objectif est de maintenir la température du plateau (correspondant à la phase de déclenchement de réaction de la matière à cuire). Ainsi, on peut constater que la valeur de l'écart moyen passe en dessous des $0,2^{\circ}C$ et est en continuelle diminution sur toute la durée du maintien, et surtout que le contrôleur maintient la valeur moyenne proche de la consigne (cf. figure 4.14)

En conclusion sur cette première application, nous avons pu constater que le contrôleur développé est capable de suivre un champ de température consigne dynamique tout en prenant en considération le changement de pente et en minimisant ainsi les écarts à la consigne.

Il est intéressant de constater que même si le modèle de prédiction, multivariable, a été construit sans tenir compte de la symétrie du procédé, les commandes appliquées sont symétriques pour une consigne de température symétrique en surface. Ceci est bien visible sur la figure 4.15 où on peut conclure que l'évolution de la puissance des sources 1 et 8 (les deux sources externes) et les sources 2 et 7. Les petites différences qui apparaissent proviennent du fait que les 8 SBPA appliquées pour l'identification du modèle, sont toutes indépendantes entre elles et ont donc excité le procédé de manière sensiblement différente, conduisant alors en des coefficients de polynômes différents entre les parties droite et gauche.



Figure 4.15. – Résultats pour une consigne homogène : Profil symétrique des puissances

D'autre part, on a un écart maximal de moins de $3^{\circ}C$. Cet écart est constaté sur les points de contrôle situés de part et d'autre du plateau chauffant et au début de la commande. Cet écart se justifie essentiellement en raison de l'effet de bord. Mais la commande reste assez efficace puisque cet écart est en dessous des $5^{\circ}C$ demandés par les industriels. Le dépassement de consigne reste assez faible tout le long de l'expérience avec un dépassement qui n'excède pas $1^{\circ}C$ et ce même lors du passage de la consigne d'une rampe à un plateau. On peut donc tester désormais la commande pour reproduire des champs de température hétérogènes à la surface du plateau mais qui évoluent en fonction du temps. Ce type de champs de température consigne est particulièrement nécessaire lorsque les moules sont de taille inférieure aux plateaux chauffants, où lorsque leurs formes ou épaisseurs varient.

Nous avions évoqué dans le chapitre bibliographique les régulateurs PID utilisés dans l'industrie pour contrôler la température en surface des plateaux. En général, un PID commande plusieurs cannes chauffantes (dans une même zone), et le contrôle de température est effectué dans la masse du plateau et non proche de la surface. Grâce aux outils numériques développés au laboratoire avant et pendant le projet ECOTHER, il nous a été possible de tester une commande par PID (avec des PID réglés par autotuning utilisant la méthode de Ziegler-Nichols en boucle ouverte), mais en considérant des conditions équivalentes à nos essais, à savoir 8 entrées et 8 sorties prises en surface du plateau.

Dans le cas des 8 régulateurs PID, chaque PID agit sur une sortie et l'effet sur les sorties voisines n'est pas prise en compte. Ainsi, pour une sortie donnée, la variable d'action est la puissance de la canne chauffante située à sa verticale, et les autres cannes chauffantes sont alors des entrées perturbatrices.

Nous n'illustrons pas l'évolution des températures contrôlées, les résultats étant en tout point semblables à ceux obtenus avec la commande prédictive, avec des écarts de température très faibles témoignant de la robustesse de l'approche PID.

Sur la figure 4.16, les résultats sont présentés de manière légèrement différente, puisque provenant d'un autre outil (OAD^3) , mais avec la même consigne sur 50 minutes. Seule le temps du plateau isotherme a été raccourci de 10 minutes.

Nous pouvons voir que la distribution des puissances sur les sources est différente et qu'il y a des appels à des variations de puissances plus importantes avec les PID qu'avec la commande prédictive et aussi des oscillations des puissances vers les instants 20- 22 minutes. Néanmoins, pour une consigne homogène, il est difficile de départager les deux approches, PID et prédictive, notamment de mettre en exergue l'intérêt de la prise en compte du caractère multivariable de la commande prédictive.

^{3.} Outil d'aide à la décision développé au sein de la cellule de valorisation de l'université de Nantes, Capacité, par D. Couedel et J. Launay



Figure 4.16. – Profil des puissances des sources dans le cas d'une commande PID avec la même configuration de précédemment (la même consigne et le même système).

4.3.2. Analyse des résultats avec une consigne hétérogène à la surface du plateau

Deux cas de figure sont proposés pour tester la robustesse du contrôleur ARMAX : (i) un profil de température présentant un gradient de 5°C entre le côté droit et le côté gauche du plateau mais qui évolue dans le temps avec la mêmes vitesse de chauffe qu'auparavant à savoir $2,5^{\circ}C/min$ suivi d'une phase de maintien et (ii) une consigne parabolique convexe à la surface du plateau qui suit une consigne en température rampe de $25^{\circ}C$ à $100^{\circ}C$ suivie d'un maintien à $100^{\circ}C$ pour le point central.

4.3.2.1. Profil avec gradient de température constant en surface

L'objectif avec une telle consigne est de tester le contrôleur MPC avec une configuration où contre-carrer l'effet de bord est la difficulté principale. Subséquemment, on se concentre principalement sur les résultats obtenus sur les points de contrôle situés sur les bords du plateau chauffant (cf. figure 4.17).



Figure 4.17. – Résultats pour une consigne hétérogène (Pente) : (a) température mesurée et consigne en fonction du temps (b) puissance des 8 sources (c) écart moyen de température (d) écart de température pour chaque source

Pour cette consigne, on constate que là aussi, l'écart moyen des températures est maintenu en dessous des $3^{\circ}C$ max. Mais l'écart maximal est constaté au point le



plus à droite du plateau (cf. figure 4.18) qui s'accentue pendant la phase de chauffe avec l'inertie du système.

Figure 4.18. – Profil de température mesurée et consigne (pente) aux points de contrôle : (a) à l'instant initial et (b) à l'instant final



Figure 4.19. – Écart à la consigne aux deux points externes du plateau

En ce qui concerne l'effet de bord, on voit qu'en dehors de la phase de démarrage où l'écart est dû à la définition même du champ de température consigne à l'instant zéro, la déviation à la consigne est maintenue en dessous des $2^{\circ}C$ max (cf. figure 4.19). Cette constatation nous permet d'affirmer que notre contrôleur est bien capable de compenser l'effet de bord tout en suivant le champ de consigne.

4.3.2.2. Consigne parabolique en surface

Dans cette partie, on a choisi un champ de température consigne parabolique qui évolue dans le temps. Cette consigne a la spécificité de créer un gradient de température maximal d'environ $4^{\circ}C$ entre les points de contrôle et donc de tester la capacité de la commande à compenser cet écart (cf. figure 4.20).



Figure 4.20. – Profil des températures à l'instant initial dans le cas d'une consigne hétérogène : Parabole

Les résultats obtenus avec cette consigne, représentés sur la figure 4.21, montrent que l'on obtient encore une fois un écart maximal pendant la phase de démarrage de la commande. Comme dans le cas précèdent, ceci est dû à la définition même de la consigne à l'instant $t = 0 \min$, accentuée par l'inertie du système.

On constate que le contrôleur MPC est capable de prendre en considération l'interaction entre sources et leurs effets sur les points de contrôle. On observe en effet sur la courbe des puissances injectées que la commande privilégie les sources externes (sources 1, 2, 3, 6, 7 et 8) aux sources situées au centre du plateau (sources 4 et 5) afin de créer la parabole. Ensuite c'est à ces dernières de prendre le relai (à partir de la $15^{\grave{e}me}$ min) pour suivre la dynamique de la consigne et maintenir la parabole (cf. figure 4.22). Avec des consignes non homogènes en surface, on peut alors mesurer tout l'intérêt du choix d'une commande multivariable.



Figure 4.21. – Résultats obtenus pour une consigne hétérogène (Parabole) : (a) température mesurée et consigne en fonction du temps (b) puissance des 8 sources (c) écart moyen de température (d) écart de température pour chaque source



Figure 4.22. – Évolution des températures, des écarts et des puissances obtenus pour une consigne hétérogène (Parabole) : (a) à l'instant $t = 2,5 \min$ et (b) l'instant $t = 25,5 \min$

4.4. Comparaison PID / MPC dans un cas discriminant

Nous avions vu que lorsque l'on considère la cuisson de pièces de forme simple (cas d'une montée en température homogène en surface du plateau), il était difficile de voir une différence entre une approche monovariable et une approche multivariable.

Nous avons alors dans le cas qui suit considéré des consignes différentes (mais avec une symétrie gauche droite). Ainsi, pour les points de contrôle (1, 2) et (7, 8), la consigne en température est une courbe du type $K \times (1 - exp(a \times t))$, où K et asont des constantes et a < 0, allant de 20°C à 120°C en 1 500s, suivie d'un plateau de 500s puis d'un refroidissement linéaire avec une pente de -3°C par minute. Pour les points de contrôle 3 et 6, la consigne est de même type mais allant de 20°C à 90°C, suivie d'un plateau puis d'un refroidissement linéaire de -1,2°C par minute. Enfin, pour les points 4 et 5, elle va de 20°C à 100°C, un plateau puis refroidissement linéaire de -1,8°C par minute.

Etant donné que nous n'avons pas inclus dans le procédé de systèmes de refroidissement, il est clair que le refroidissement sera donc uniquement dû à l'échange convectif avec l'ambiance. Nous souhaitons néanmoins voir comment cela pourra être anticipé par la commande prédictive.



Figure 4.23. – Évolution des températures aux points de contrôle

Sur la figure 4.23a, nous pouvons remarquer que la commande prédictive, ici avec une période d'échantillonnage de 30s, un horizon de 10 minutes (20 points) et un horizon de commande de 9min30s (19 points), anticipe la descente linéaire en température en coupant les cartouches chauffantes avant le changement de consigne. Nous pouvons remarquer également que même si les écarts en température sont importants, la commande prédictive multivariable a la faculté de maintenir un gradient de température entre les points de surface, d'environ 20°C à l'instant 25 minutes, à titre d'exemple.



Figure 4.24. – Évolution des puissances en fonction du temps

Les puissances des cannes chauffantes dans le cas de la commande MPC sont illustrées en figure 4.24a. Nous pouvons remarquer que malgré un appel de puissance important durant les 3 premières minutes, les évolutions de puissance sont assez douces et nous pouvons visualiser l'aspect anticipatif de la commande.

L'énergie qui a été fournie durant l'expérience est de 2,916 MJ pour un écart quadratique en température moyen de $11,0^{\circ}C$ (valeur RMS des résidus, « root mean square »).

Dans ce qui suit, nous illustrons les résultats obtenus avec les 8 PID. Avant de commenter les courbes, notons que nous avons relevé une énergie fournie égale à 3,211 MJ pour une erreur quadratique moyenne en température de 15,3°C, ce qui donne un léger avantage à la commande prédictive.

La figure 4.23b illustre la réponse du système avec les 8 PID. Nous constatons clairement que les gradients de températures souhaités sont moindres qu'avec la commande prédictive. Aucune anticipation, comme nous pouvions le prévoir, n'est constatée du fait de la descente linéaire attendue. Une remarque importante est que le système suit parfaitement les consignes imposées sur les bords, qui sont les points attendus les plus chauds. Par contre, tous les autres points sont largement surchauffés. On voit ici les limites des approches monovariables. En effet, les PID sur les bords demandent une puissance maximale aux cannes chauffantes pour suivre la consigne, ce qui a pour effet également de chauffer les autres points. Etant donné que les PID sont monovariables, ils ne peuvent tenir compte des points voisins. La seule solution est alors de couper la puissance des cannes chauffantes pour les points au dessus de la consigne, comme illustré sur la figure 4.24b.

On peut aussi remarquer que dans le cas des PID, les commandes sont nettement plus chahutées. D'autre part, l'appel de puissance est nettement plus important, obligeant à un dimensionnement en puissance plus important si l'on ne veut pas saturer.

4.5. Conclusion

L'approche en simulation est une étape de validation du concept qui s'est avérée ici très utile à la fois pour vérifier que le choix d'un modèle prédictif entrées/sorties polynomial permettait d'avoir une bonne approximation de la dynamique du procédé et aussi pour vérifier, en comparaison avec une approche PID classique, que l'approche multivariable pouvait s'avérer intéressante dans des cas de figure complexes.

Il est cependant important de noter que pour chaque combinaison possible des sources dans le plateau, il sera nécessaire de recommencer la procédure d'identification et que vraisemblablement, l'éloignement des sources de la surface s'accompagnera de retards voire d'ordres polynomiaux plus importants. En comparaison avec la commande PID, celle-ci ne requiert pas d'identification de modèle puisqu'un réglage empirique peut être effectué, mais une procédure d'autoréglage des PID sera nécessaire pour chaque cas.

Du point de vue de la commande, les résultats sont très encourageants dans la mesure où l'on a pu constater que les entrées calculées restent dans une gamme de puissance acceptable pour les sources, que les variations ne sont pas trop brutales, et que les erreurs de poursuite de trajectoire pour les sorties restent faibles, même lors de brusques changements de consignes comme le passage d'une rampe à un plateau.

Dans des approches non prédictives, comme l'utilisation de PID, ce changement brutal peut s'accompagner d'un dépassement et d'une demande en puissance, puisque non lissée sur un horizon, qui peut s'avérer très forte par moment. Bien évidemment, les réglages d'un PID peuvent être modifiés pour éviter cela, un compromis entre performance et sollicitation des actionneurs étant à faire quelle que soit la solution adoptée.

Les divers essais ont permis également de mettre en évidence tout l'intérêt d'avoir choisi une approche multi-entrées, puisque les effets de bords sont compensés par le nombre de cannes chauffantes contrôlées indépendamment.

En outre, pour les consignes non homogènes en surface, notamment le tout dernier cas traité, nous avons pu voir que la commande prédictive permet d'avoir une commande plus fine et plus douce. Avec ces tests numériques concluants, on peut alors tester la méthode sur le procédé réel dans le chapitre suivant.

5. Application expérimentale

Dans un premier temps, nous allons décrire dans une section « matériel et méthodes » les éléments du dispositif expérimental qui a été utilisé pour tester notre commande prédictive. Dans un second temps, nous suivrons la même démarche qu'en simulation pour l'établissement du modèle prédictif ARMAX et pour la mise au point et les tests de la commande.

Il aurait pu être envisagé d'utiliser le même modèle ARMAX que celui identifié précédemment, mais un certain nombre de paramètres peuvent différer comme par exemple les coefficients de convection sur les parois, les résistances de contact entre les sources et le plateau, la réponse dynamique des sources...

De plus, nous continuerons d'utiliser un modèle à 8 entrées mais les entrées externes sont constituées de deux sources chauffantes. Enfin, c'est finalement un plateau avec un moule déposé au dessus qui a été considéré. Une procédure d'identification spécifique a été relancée pour cette nouvelle configuration.

5.1. Matériel et méthodes

Le banc expérimental est composé de plusieurs éléments : le plateau chauffant, des thermocouples, les éléments chauffants, deux variateurs de puissance, deux cartes de contrôle, de l'isolant, un moule et une centrale d'acquisition.

5.1.1. Le plateau chauffant

Le plateau chauffant est constitué d'un bloc en acier LA2311 de dimension (300 × 200 × 150) mm^3 avec 5 × 10 perçages dans largeur de celui-ci (cf. figure 5.1). Ce bloc en acier est caractérisé par une densité $\rho = 7,85$ une conductibilité thermique à 20°C $\lambda = 34 W.(m.K)^{-1}$, un module d'Young $E = 205000 N/mm^2$, un coefficient de dilatation thermique de $12,8 \times 10^{-6}$ par °C de $+20^{\circ}C$ à 200°C et un coefficient de Poisson v = 0,3.





Figure 5.1. – Différentes vues du bloc en acier qui a servi pour le plateau chauffant

5.1.2. Position des thermocouples

Afin de mesurer les champs de température, plusieurs rainures ont été réalisées à la surface supérieure du bloc en acier comme indiqué sur la figure 5.2.



Figure 5.2. – Position des thermocouples à la surface supérieure de bloc en acier

Des thermocouples de type K semi-rigides ont été placés au sein de ces rainures et ont été colmatés à trois positions (cf. figure 5.2) afin d'assurer leur maintien et leur contact direct avec la surface supérieure du bloc en acier. Les données constructeurs précisent qu'un écart de $\pm 2,5^{\circ}C$ est observable entre $-40^{\circ}C$ à $+333^{\circ}C$ et 0,75% de la valeur mesurée à partir de $333^{\circ}C$ jusqu'à $1200^{\circ}C$. Un test de dispersion a été effectué et une valeur maximale observée de l'écart type est inférieure à $0,3^{\circ}C$ est observée (Voir annexe A.2).

5.1.3. Éléments chauffants

Les sources thermiques choisies pour chauffer le bloc en acier sont des cartouches électriques standards de puissance maximale 500W. Le choix de ces éléments chauffants s'est porté sur des cartouches chauffantes industrielles utilisées dans le domaine de la mise en forme des élastomères et ont pour spécificités d'avoir deux zones non chauffantes aux deux extrémités variables entre 5 à 10 mm (Zone NC sur la figure 5.3). Ces cartouches chauffantes sont reliées directement aux variateurs avec une tension constante de 230V et un ampérage variable.



Figure 5.3. – Cannes chauffantes :

Pour pallier aux zones non chauffantes des cartouches, le choix s'est porté sur des cannes de longueur $250\,mm$ pour avoir un chauffage le plus homogène possible dans le sens de la profondeur du plateau.

5.1.4. Variateur de puissance¹

Un variateur (appelé aussi un gradateur) est un appareil électronique ou un circuit qui modifie la tension V ou l'intensité I délivrée à un autre appareil utile. C'est donc une alimentation électronique qui incorpore un régulateur de commutation pour convertir efficacement l'énergie électrique. Comme d'autres alimentations électriques, un variateur transfère l'alimentation d'une source Courant Alternatif (CA), dans notre cas l'alimentation secteur, vers des appareils de Courant Continu (CC), les cartouches chauffantes dans notre cas, tout en apportant des modifications à la tension et/ou l'intensité.

^{1.} Développé par C. Plot du service technique de l'IUT de Nantes




Figure 5.4. – Variateur Opto-isolé

Dans notre cas, le variateur permet de varier l'intensité délivrée aux cartouches chauffantes et ainsi leurs puissances. Le contrôle des variations de la puissance des cannes chauffantes se fait soit manuellement avec des molettes ou avec un signal de tension variable entre 0-10V avec des prises BNC (cf. figure 5.4).

Un test de calibration des variateurs a été mené afin de déterminer la loi reliant la tension de contrôle (0-10V) à la puissance effective délivrée par les cannes chauffantes. Le résultat est présenté en figure 5.5.



Figure 5.5. – Loi de conversion P en fonction de V

5.1.5. Cartes de contrôle

Pour contrôler les cartouches chauffantes, il faut générer un signal de tension entre 0-10V. Pour ce faire, deux cartes de commande National Instruments ont été utilisées (NI-6229 et NI-9264 - cf. figure 5.6). Ces deux cartes ont été choisies pour 8 sorties analogiques capables de générer une tension entre 0-10V. Ces deux cartes ont été commandées par le logiciel Matlab avec la routine « Data Acquisition Toolbox » et reliées à un ordinateur Hp-Zbook avec un processeur i7 et 8Go de RAM avec une connexion USB et aux variateurs par des connectiques BNC.



Figure 5.6. – Cartes de commande : (a) NI-6229 et (b) NI-9264

5.1.6. Conditions aux limites

Afin de maitriser les échanges thermiques en convection sur les parois latérales et inférieures du plateau, deux types d'isolants sont utilisés (cf. figure 5.7) :

- La fibre de verre : Cet isolant est recommandé pour des températures allant jusqu'à $1300^{\circ}C$. Le choix de cet isolant est dû au fait qu'il est en contact direct avec les cannes chauffantes qui débordent du bloc en acier (cf. figure 5.7)
- De la fibre de bois : englobant tout le bloc, la fibre de bois a pour fonction d'homogénéiser le transfert convectif sur toutes les parois du bloc. Cette fibre peut tenir jusqu'à $180^{\circ}C$.



Figure 5.7. – Disposition de l'isolant autour du bloc en acier

5.1.7. Le moule 2

Le moule utilisé dans ce banc expérimental est un moule à usage « pédagogique », qui est composé de 4 empreintes, et est destiné à fabriquer des ailerons de planche de surf (cf. figure 5.8). Ce moule est fabriqué en alliage d'aluminium et déjà prérainuré avec les caractéristiques suivantes : $\rho = 2796 kg/m3$; k = 140,65 W/m/K; Cp = 982,5 J/kg/K et de dimensions totales $300 \times 180 \times 40 mm$.



Figure 5.8. – Moule pédagogique ayant servi pour les tests expérimentaux

Cette pièce a la spécificité d'avoir une épaisseur variable et est usuellement fabriquée avec du pré-imprégné (cf. figure 5.9).

^{2.} Mis à disposition par A. Sarda du département SGM de l'IUT de Nantes



Figure 5.9. – Aileron en pré-imprégné

Afin de mesurer les températures au plus près de l'empreinte, 18 thermocouples souples de type K ont été installés comme présenté dans la figure 5.10.



Figure 5.10. – Positionnement des thermocouples sur les 4 empreintes du moule

Cette disposition des thermocouples permet d'avoir une cartographie des champs de températures mesurés à la surface des empreintes sachant que les sources de chaleurs situées dans le plateau chauffant sont disposées selon la profondeur du moule.

5.1.8. Centrale d'acquisition des champs de températures

Pour acquérir les températures mesurées par les différents thermocouples, une centrale Agilent 34970A a été utilisée (cf. figure 5.11). Cet appareil bénéficie d'une compensation de soudure froide intégrée et a été relié à l'ordinateur de contrôle (Hp-ZBook i7 8Go RAM) avec une connexion RS-32. Afin d'obtenir les températures en temps réel, une routine en langage C a été développée pour permettre la liaison directe entre le logiciel Matlab et la centrale d'acquisition.



Figure 5.11. – La centrale d'acquisition : AGILENT-34970A

5.2. Création du modèle de prédiction

Nous allons dans cette partie suivre la même méthodologie que celle utilisée avec le simulateur pour identifier un modèle ARMAX (cf. la partie 4.1).

Dans cette configuration du banc expérimental et vu la disposition linéaire des cartouches chauffantes au sein du plateau chauffant, qui ne permet un contrôle que dans la direction de la longueur du plateau, le système est défini avec 8 entrées et 6 sorties :

— Les entrées sont toujours les puissances des cartouches chauffantes variant entre 0 et 500 W. Il est à noter qu'étant donné que les cartes de contrôle ne disposent que de 4 sorties 0-10V, les deux sources externes (situées de part et d'autre des bords du plateau) sont montées en parallèles et ainsi fournissent la même puissance (cf. figure 5.12).



- **Figure 5.12.** Disposition des cartouches chauffantes dans le plateau (8 entrées du procédé)
 - Les températures mesurées à la surface des empreintes du moule sont les sorties de notre procédé. Une sortie du système est définie comme étant la moyenne des températures des thermocouples situés sur la même ligne selon la largeur du moule (cf. figure 5.12). Cette définition se justifie par l'hypothèse que toutes les cartouches chauffantes fournissent une puissance linéique constante dans la largeur du plateau.



Figure 5.13. – Définition des sorties du système de contrôle

Le modèle de prédiction 8 entrées 6 sorties est donc construit par la procédure représentée sur la figure 4.3.

5.3. Résultats expérimentaux obtenus pour le système : Plateau / Moule

Les résultats qui vont être présentés dans cette partie concernent l'ensemble plateau avec le moule représenté sur la figure 5.14.



Figure 5.14. – Configuration du banc expérimental

5.3.1. Température de consigne

La rampe de température consigne utilisée est une rampe homogène sur la surface du moule qui évolue de la température ambiante à une température de $100^{\circ}C$ en 30 min environ à une vitesse de $2,5^{\circ}C/min$ suivie d'une phase de maintien avec une isotherme d'une trentaine de minutes. Cette consigne est donc semblable à ce qui avait été utilisé pour la partie simulation appliquée directement à la surface du moule. La seule spécificité est qu'il y a 6 min de maintien au départ afin de créer de l'historique pour le modèle de prédiction comme présenté en figure 5.15.



Figure 5.15. – Rampe de température consigne

5.3.2. Analyse des résultats obtenus

Les paramètres du contrôleur MPC sont en tout point semblables au cas du simulateur numérique avec un horizon de prédiction de 20 pas et un horizon de contrôle de 19 pas. Mais étant donné que l'absence de simulateur sous Comsol permet d'avoir un temps CPU largement réduit, la période de rafraîchissement de la commande est abaissée à 15 secondes au lieu de 30 dans le cas numérique. Les résultats obtenus avec un moule vide sont représentés sur la figure 5.16 et nous allons commenter les différentes phases de la réponse.



99

Comme dans le cas du simulateur numérique du procédé, lors de la phase de démarrage (entre 0 et 15 min), le contrôleur anticipe le changement de pente du champ de température consigne et injecte progressivement de la puissance aux sources (cf. figure 5.17 c) de façon à minimiser le décrochage de la température mesurée par rapport à la consigne (cf. figure 5.17 a). Ainsi l'écart entre les deux champs de température reste en dessous de $1,5^{\circ}C$ (cf. figure 5.17 b).



Figure 5.17. – Phase de démarrage de la chauffe : a) Évolution de la température en fonction du temps, b) Écart des températures et c) Évolution des puissances

Durant la phase de chauffe, on remarque que l'écart moyen entre les températures consigne et mesurée est contenu en dessous d'un écart maximal de 2°C avec une fluctuation par rapport à la consigne dûe à la phase de démarrage aux premiers instants (entre 7-17 min). Ensuite on constate une diminution constante de l'écart (cf. figure 5.18 b), ce qui montre la capacité du contrôleur à suivre une consigne dynamique. Durant cette phase, les puissances injectées dans le plateau restent relativement constantes (cf. figure 5.18 c) et le contrôleur arrive à suivre la pente de la consigne dynamique (cf. figure 5.18 a)



Figure 5.18. – Phase de chauffe : (a) Évolution de la température en fonction du temps, (b) Écart des températures et (c) Évolution des puissances

La phase de passage de la rampe au maintien permet de confirmer comme en simulation la pertinence de la commande prédictive. Ainsi, on peut voir que les puissances des sources sont ici aussi en diminution progressive avant même le changement effectif des champs de température consigne qui s'opère à la $44^{\grave{e}me}$ minute (cf. figure 5.19 c). Ceci ce confirme sur les valeurs de l'écart moyen où la température mesurée passe en dessous de la consigne en prévision du changement de dynamique et donc le contrôleur prévient d'un possible dépassement (cf. figure 5.19 b). Cette action permet de rester en dessous de $2^{\circ}C$ d'écart maximal moyen.



Figure 5.19. – Phase de changement de pente de la consigne : a) Évolution de la température en fonction du temps, b) Écart des températures et c) Évolution des puissances

Une fois que le changement de pente de la consigne s'opère, on atteint l'isotherme où l'objectif est de maintenir la température la surface des empreintes du moule (cf. figure 5.20 a). Ainsi, on peut constater que la valeur de l'écart moyen passe en dessous des 0,5°C et est en constante diminution (cf. figure 5.20 b). Après extinction totale des sources lors de la phase de changement de la pente de la consigne, le contrôleur remet de la puissance afin de maintenir les champs de température mesurés proches de ceux de la consigne (cf. figure 5.20 c).



Figure 5.20. – Phase de maintien (isotherme) : a) Évolution de la température en fonction du temps, b) Écart des températures et c) Évolution des puissances

Le contrôleur développé est donc capable de suivre un champ de température consigne dynamique tout en prenant en considération le changement de pente tout en minimisant les écarts à la consigne.



Figure 5.21. -(a) Évolution des puissances sur les sources extérieures (b) Évolution des puissances sur les sources 2 et 7 et (c) Évolution des puissances sur les sources 3-6 et 4-5

On peut également remarquer que, contrairement au cas du simulateur numérique, la symétrie de la réponse du contrôleur n'est pas toujours observée. Même si cette dernière reste assez flagrante sur les sources extérieures (cf. figure 5.21-a), sur les sources 2 et 7 la symétrie de leurs positions par rapport à l'axe central du plateau n'entraine ni une symétrie comme dans le cas des sources externes 1-8 (cf. figure 5.21b), ni une analogie de leurs réponses comme dans le cas les sources centrales 3-6 et 4-5 (cf. figure 5.21-c) comme on peut voir sur la figure 5.21. Cette constatation est assez répétable avec d'autres tests qui ont été effectués dans la même configuration et peut être expliquée par la résistance thermique de contact qui existe entre le moule et le plateau. Cette remarque nous permet de conclure que le modèle ARMAX construit permet de tenir compte des défauts de symétrie du plateau et que le fait d'être en multivariable permet d'en compenser les effets lors de la commande.

D'autre part, on a un écart maximal de moins de 3°C. Cet écart se justifie à la fois par le fait que l'inertie du système contrôlé plateau + moule est très importante (procédé lent) et à l'effet de bord. Mais la commande reste assez efficace vu que cet écart est en dessous des 5°C demandés par les industriels. Le dépassement de consigne reste assez faible tout au long de l'expérience puisque ce dépassement n'excède pas 1°C. On peut donc envisager sereinement de tester la commande dans un cas industriel de cuisson de pièces.

5.4. Application industrielle : cuisson d'un aileron

Dans cette partie, on teste la commande prédictive sur l'ensemble plateau avec moule pour la cuisson de quatre pièces en composite avec une matrice en fibre de verre de type E et une résine époxy renseignée sous la référence RESOLTECH 1400 qui se mélange avec un durcisseur et un accélérateur (référence en Annexe A.1). Ce composite est utilisé pour fabriquer des aillerons avec le moule présenté dans la partie 5.1.7.

L'objectif est de tester la robustesse de la commande lorsqu'un produit réactif et exothermique engendre un dégagement de chaleur lors de la réticulation de la résine.

5.4.1. Caractérisation de la résine

La première étape consiste à quantifier l'énergie produite par la réaction. Ainsi la résine est testée par la méthode de la calorimétrie différentielle à balayage (en anglais, Differential Scanning Calorimetry ou DSC) pour déterminer à la fois la température de transition vitreuse et l'enthalpie de réaction.



Figure 5.22. – Test DSC : Profil de température appliqué à un échantillon de résine



Figure 5.23. – Résultat DSC de la résine époxy

Afin de déterminer ces paramètres, le profil de température illustré sur la figure 5.22 a été appliqué à un échantillon de résine. En 4 étapes, la résine est tout d'abord rame-

née à une température de -60°C pour stabiliser l'échantillon et mesurer la première température de transition vitreuse. Puis à une vitesse de 2 °C/min, on augmente la température jusqu'à atteindre 220°C. C'est lors de cette phase que la réaction se produit et qu'on peut mesurer l'enthalpie de réaction. Les $3^{\grave{e}me}$ et $4^{\grave{e}me}$ étapes consistent à refroidir l'échantillon et à le réchauffer afin d'être certain que toute la résine a réagi à l'étape numéro 2.

En mesurant la différence de flux de chaleur entre l'échantillon et la référence, un calorimètre différentiel à balayage peut mesurer la quantité de chaleur absorbée ou libérée au cours d'une transition. C'est avec cette technique comparative des flux de chaleurs mesurés qu'on obtient deux températures de transition vitreuse de $-44,73^{\circ}C$ et de $123^{\circ}C$ et une enthalpie de réaction d'environ 343,87J/g (cf. figure 5.23).

5.4.2. Configuration de la cuisson

Afin de mesurer la température à la surface des empreintes, la même configuration est maintenue que dans le cas du moule vide (cf. figure 5.10). La spécificité de ce test est que 4 thermocouples sont rajoutés afin de mesurer la température au sein même de l'ensemble résine avec matrice (entre les couche des fibres de verre trempées de résine) comme présenté sur la figure 5.24.



Un thermocouple /Empreinte noyé dans la résine

Figure 5.24. – Placement d'un thermocouple dans l'ensemble fibres avec résine

Afin d'assurer l'étanchéité de l'ensemble, un film plastique est disposé à la fois sur la face inférieure et supérieure du moule pour protéger les thermocouples de surface et une pâte d'étanchéité pour assurer le maintien de la résine dans les empreintes (cf. figure 5.25).



Figure 5.25. – Disposition expérimentale de la cuisson des ailerons

Afin de maintenir la pression sur l'ensemble résine avec fibres, des coques sont placées au-dessus du film plastique d'étanchéité pour assurer le remplissage des empreintes (cf. figure 5.26).



Figure 5.26. – Placement des coques de maintien de pression

Pour maintenir le moule fermé lors de la phase de cuisson, une masse est rajoutée par-dessus comme présenté sur la figure 5.27. Un isolant est placé entre le moule et la masse afin d'éviter les dépenditions de chaleur avec cette dernière.



Figure 5.27. – Placement de la masse sur le dispositif expérimental

Dans ce qui suit, les différentes empreintes sont numérotées comme indiqué sur la figure 5.28



Figure 5.28. – Désignation des empreintes du moule

5.4.3. Comparaison entre la commande avec résine non réticulée et réticulée

Afin d'observer la réponse de la commande à la réticulation exothermique de la résine, deux tests sont mis en place. Le premier test est une expérience où notre

composite est placé dans les empreintes et une montée en température est effectuée de l'ambiante ($\sim 22^{\circ}C$) à $180^{\circ}C$ avec une vitesse de chauffe de $2^{\circ}C/min$ (cf. figure 5.29). Cette consigne a été choisie afin de permettre un déclanchement rapide de réticulation de la résine dans les empreintes et de permettre l'observation de l'exothermie de la réaction.



Figure 5.29. – Consigne de cuisson de la pièce en composite

Une fois que l'ensemble plateau + moule revient à la température ambiante, on recommence la procédure avec la même configuration mais avec une résine qui a déjà réticulé durant le premier test et on compare les puissances injectées lors des deux tests afin de comparer les énergies injectées dans les deux cas. Lors des deux tests, le modèle de prédiction utilisé dans le contrôleur MPC est un modèle construit à partir du cas plateau + moule vide avec toujours les mêmes horizons mais avec une période d'échantillonnage de 15 secondes.

5.4.3.1. Test avec de la résine non réticulée

Avec les fibres de verre et la résine placées dans les empreintes comme expliqué sur la figure 5.26, une première cuisson est effectuée avec des résultats présentés dans la figure 5.30. Comme constaté dans le cas d'un moule vide, le contrôleur arrive à suivre la consigne lors de la phase de chauffe avec un écart inférieur à $2^{\circ}C$. C'est lors de la phase de démarrage que le contrôleur peine à suivre la consigne avec un écart maximal constaté de $6^{\circ}C$. Cet écart est dû à la fois à l'inertie causée par le système et surtout à la masse des pièces moulées placée dans les empreintes et qui sont en contact direct avec les thermocouples de contrôle situés à la surface des empreintes.



Figure 5.30. – Résultats du test avec de la résine non réticulée : (a) Evolution des températures en fonction du temps, (b) écart des températures mesurée et consigne et (c) puissances injectées

L'inertie due aux pièces moulées est plus visible quand on compare les températures mesurées à la surface des empreintes et celles mesurées au sein de la résine avec les thermocouples noyés dans les plis du composite (cf. figure 5.31). L'écart moyen entre ces deux mesures est d'environ $13^{\circ}C$ en fin de chauffe. Cet écart est dû au temps de diffusion dans le composite.



Figure 5.31. – Évolution des températures mesurées dans chacune des pièces moulées $T_R^{Emp(i)}$, des températures à la surface du moule T^{exp} et de la consigne T^{cons} .

Une autre constatation est que le contrôleur n'applique pas une commande symétrique entre les cartouches chauffantes. Cette remarque est d'autant plus flagrante quand on trace la distribution spatiale des températures à la surface du plateau



Figure 5.32. – Interpolation linéaire de la distribution spatiale des températures mesurées à la surface du plateau à l'instant final de la cuisson des pièces composites

La figure 5.32 représente une interpolation linéaire des champs de températures

mesurés avec les thermocouples situés à la surface du plateau chauffant durant la cuisson des pièces composites à l'instant final t = 85 min. On distingue clairement un gradient d'environ $20^{\circ}C$ entre le côté gauche et droit de la surface du plateau.



Figure 5.33. – Distribution des températures mesurées à la surface des empreintes à l'instant finale de la cuisson des pièces composites

Cette distribution des températures mesurées à la surface du plateau ne se répercute pas sur les champs des températures mesurées à la surface des empreintes du moule comme on peut le constater sur la figure 5.33 où l'on a un écart maximal de 1°C sur l'ensemble des thermocouples de surface.

Ces écarts sont à relier avec la disposition physique du moule. En fait même avec la masse placée au-dessus du moule, la fermeture de celui-ci n'est pas parfaite comme on peut le constater sur la figure 5.34. En effet, le côté droit du moule présente un écartement entre la partie supérieure et inférieure du moule. Ainsi, la couche d'air qui s'infiltre entre les deux parties joue un rôle d'isolant qui empêche le transfert de la chaleur vers la partie supérieure. Ceci pousse la commande à moins chauffer ce côté par rapport à l'autre. Cet aléa expérimental montre la robustesse de la commande même si le modèle de prédiction est construit pour un cas ou les deux parties du moule sont bien fermées.



Figure 5.34. – Fermeture du moule lors des essais expérimentaux

5.4.3.2. Test avec de la résine réticulée

Après avoir attendu pendant 24h le retour à la température ambiante de tout le système considéré dans le test numéro 1, une $2^{\grave{e}me}$ chauffe est effectuée avec la même consigne et les mêmes paramètres de contrôle. La configuration de l'ensemble moule + plateau n'est pas changée entre ces deux tests et on récupère les champs de températures et les puissances injectées au cours du temps.



Figure 5.35. – Résultats du test avec de la résine réticulée : (a) Evolution des température en fonction du temps, (b) écart des températures mesurée et consigne et (c) puissances injectées

Même si l'inertie des pièces à cuire se fait toujours sentir avec un écart moyen d'environ $17^{\circ}C$ entre les températures mesurées à la surface des empreintes et celles mesurées dans les pièces (cf. figure 5.36), on constate que l'écart moyen entre la consigne et les températures mesurées est inférieur dans le cas de la chauffe avec des pièces déjà réticulées avec un écart maximal de $3^{\circ}C$ contre $7^{\circ}C$ dans le cas de la résine non réticulée (test numéro 1 de la partie 1.4.3.1). Certes un écart de $3^{\circ}C$



est constaté, mais il faut remarquer que la commande est saturée à 500W lors des deux tests. Avec des sources délivrant plus de puissance, cet écart diminuerait.

Figure 5.36. – Evolution des températures mesurées à la surface des empreintes et dans les pièces moulées

L'asymétrie de la réponse des sources subsiste évidemment puisque la configuration physique du procédé n'a pas changé entre les deux tests comme on peut le voir sur la figure 5.35 c.

5.4.3.3. Quantification de la différence des réponses entre les deux tests

Afin de comparer la commande des deux tests, la température moyenne par empreinte a été tracée ainsi que sa dérivée pour les des cas sur les figures 5.37 et 5.38.

Ces deux courbes ne permettent pas de voir clairement l'exothermie de la réaction de réticulation de la résine. Ainsi un bilan énergétique s'impose.

Ce bilan énergétique se concentre sur les puissances qui ont été injectées dans le système lors des deux tests. La différences entre les énergies consommées des deux cas doit principalement provenir de la réaction de réticulation. La puissance injectée par les sources lors du premier test (avec réaction de réticulation) et la puissance injectée par les sources lors du second test (sans réaction de réticulation), la différence de quantité d'énergie injectée entre les deux tests est de 16825,05 J. Sachant que 51,171 g de résine ont été utilisés pour la fabrication des quatre pièces du moule, et que l'enthalpie de réaction de cette matière est de 330 J/g, la quantité de chaleur dégagée par la réaction est donc theoriquement de 16886,43. Soit 99,64% de la résine a réticulé.



Figure 5.37. – Tracés de la température moyenne par empreinte et sa dérivée pour le test 1 (chauffe avec réaction)



Figure 5.38. – Tracés de la températures moyenne par empreinte et sa dérivée pour le test 2 (chauffe sans réaction)

5.5. Conclusion

Dans cette section, la commande a été appliquée à la cuisson de quatre pièces en composite. Lors du calcul du bilan énergétique entre le cas avec réaction et celui avec de la résine déjà réticulée, on a remarqué que la commande a bien géré la perturbation engendrée par l'exothermie de la réaction, et a injecté moins de puissance dans le second test de façon à compenser la réticulation de résine. Les bilans thermiques effectués ont permis de le vérifier par le calcul.

Dans les deux tests, le contrôleur MPC développé a permis de maintenir l'écart moyen à la consigne en dessous des $5^{\circ}C$ et donc de suivre une consigne dynamique même si les pièces moulées ont joué le rôle d'éléments perturbateurs en apportant de la chaleur (dans le premier test- avec réticulation) et une inertie supplémentaire au système par la masse à chauffer en plus.

6. Conclusion et perspectives

Ce travail, qui s'inscrivait dans le cadre du projet ECOTHER financé par la BPI, concernait le procédé de mise en œuvre des matières thermoformables et plus particulièrement des thermoplastiques. Il avait pour objectif de proposer des solutions pour assurer une maîtrise et un contrôle des températures à $\pm 5^{\circ}$ C à la surface des plateaux d'une presse, destinée à élaborer des pièces composites sur une plage de fonctionnement 80 - $450^{\circ}C$.



Figure 6.1. – Représentation schématique des blocs constitutifs d'un procédé de thermoformage

Comme l'illustre la figure 6.1, un procédé de mise en forme comporte plusieurs blocs qui interagissent ensemble. Une optimisation du procédé passe nécessairement dans un premier temps par une bonne maitrise de la modélisation des différents blocs.

Nous avons proposé deux stratégies pour répondre à cette attente des partenaires industriels du projet ECOTHER et nous nous sommes intéressés au bloc 3 qui est lui-même scindé en deux sous-blocs. Le premier sous-bloc repéré par la lettre (c) concerne le plateau chauffant comportant les sources thermiques où nous avons proposé une méthode de positionnement optimal des sources de chaleur dans le plateau. En ce qui concerne le second sous-bloc repéré par la lettre (e), nous avons mis en place une méthode de contrôle prédictif de la cinétique thermique à la surface du plateau.

6.1. Positionnement des sources

Il est tout à fait naturel de chercher à adapter le positionnement des sources dans le plateau chauffant en fonction de la température de consigne souhaitée à la surface du plateau. Nous avons développé un outil original permettant le dimensionnement rapide des plateaux chauffants, en réduisant considérablement le nombre de paramètres à identifier concernant la position optimale des sources thermiques. Cet outil est basé sur une méthode simple qui s'est avérée très efficace. Les positions recherchées sont définies par une courbe paramétrique issue de la température de consigne. Le principe de base consiste à reproduire des isothermes dans l'épaisseur des plaques de presse ayant une forme similaire à celle de la température de consigne en exploitant l'hypothèse d'un transfert de chaleur 1D.

La position des sources de chauffage est ainsi définie par une fonction paramétrique. Une boucle d'optimisation permet la détermination des paramètres optimaux de cette fonction et d'en déduire le meilleur emplacement des sources de chaleur. Notre critère d'optimisation est basé sur la minimisation de l'écart entre la température simulée par éléments finis et la température de consigne cible à la surface du plateau.

La méthode a été validée sur deux profils de température de consigne tout à fait différents (profils linéaire et en forme de double cloche). Des gradients de températures importants ont été imposés (jusqu'à plus de 200°C de différence entre le point chaud et le point froid). Dans les deux cas, l'emplacement des sources est très pertinent et l'objectif est atteint en termes d'écart à la consigne. L'écart quadratique moyen est inférieur à 3°C, excepté dans des zones localisées à fort gradients pour le profil 'extrême' en double cloche.

Nous avons également montré que l'efficacité énergétique pouvait être prise en compte pour déterminer l'emplacement des sources de chaleur. En intégrant ce point dans le critère d'optimisation, il est possible de réduire la consommation d'énergie tout en respectant de manière acceptable la consigne. Nous l'avons illustré dans le cas du profil linéaire où la consommation énergétique a été réduite de moitié avec un repositionnement des sources plus proches de la surface.

Ce travail, exclusivement numérique, peut être enrichi en intégrant davantage de critères liés à la productivité ou à d'autres contraintes industrielles.

6.2. Commande de la cinétique thermique

Contrôler l'évolution de la température pour les outillages de mise en forme des polymères est un enjeu crucial en termes de qualité de produit fini et d'efficacité énergétique. Pour y répondre, nous avons opté pour une stratégie de commande prédictive (MPC) que nous avons appliquée successivement :

- au contrôle du plateau chauffant dans lequel sont insérés les éléments chauffants,
- puis au moule placé sur le plateau,
- et enfin, à l'empreinte du moule remplie du polymère à cuire.

Pour mettre en œuvre cette commande prédictive, il fallait disposer d'un modèle entrées/sorties, suffisamment performant pour représenter correctement le comportement du système, et suffisamment rapide pour être implémenté dans une boucle de commande. Notre choix s'est porté sur le modèle ARMAX, qui nous permet de prédire la température en différents points de surface du plateau en fonction des sources de chaleur installées au cœur du plateau. Des entrées type SBPA couplées à une procédure d'optimisation type quasi-Newton ont été mises en œuvre pour déterminer les paramètres du modèle.

Il faut préciser que la méthodologie a été développée dans le cas multi-entrées / multi-sorties, c'est-à-dire en considérant l'effet de toutes les sources sur tous les points de contrôle envisagés.

Nous avons ensuite élaboré une loi de commande prédictive permettant de poursuivre différentes trajectoires pour les températures en surface

Toute cette stratégie a été mis au point à l'aide d'un simulateur basé sur la méthode des éléments finis. Que le profil de température désiré en surface du plateau soit plat ou linéaire voire même parabolique, la commande prédictive s'est avérée très performante dans toutes les phases du procédé :

- le démarrage, avec la mise en chauffe à partir de 25°C,
- la montée linéaire en température (2,5 °C/min),
- le maintien en température autour de 100°C.

Comme attendu, le démarrage est le plus délicat compte tenu de l'inertie thermique du système. Néanmoins, moins de 2°C d'écart à la consigne est observé pour un profil plat. La montée est parfaitement respectée au degré près et le plateau est parfaitement anticipé avec une moindre sollicitation des sources.

La commande a été efficace pour limiter les effets de bord et l'analyse de l'évolution de la puissance des sources au cours du temps a démontré l'intérêt de notre démarche.

Cette stratégie a également été appliquée sur un dispositif expérimental conçu spécifiquement dans ce but. Les paramètres du contrôleur MPC étaient semblables au cas du simulateur (horizons de prédiction de 20 pas et de contrôle de 19 pas). Les différents essais effectués ont permis d'éprouver la commande sur plusieurs configurations : sans ou avec un moule vide ou rempli d'une résine réticulée ou non.

Sur l'ensemble des essais réalisés, les écarts de températures mesurées par rapport à la consigne sont restés en dessous des 5°C demandés par les industriels avec un contrôle au plus près de la matière (la cavité du moule). L'analyse de l'évolution de la puissance des sources nous conforte dans la robustesse de la commande MPC qui arrive à compenser des perturbations liées au dispositif expérimental.

6.3. Perspectives

Nous avons mis en évidence l'intérêt de positionner au mieux les sources en fonction des températures de surface souhaitée. La méthodologie proposée peut être élargie en intégrant des canaux de refroidissement dans les emplacements prévus pour les cannes chauffantes. Dans le travail réalisé ici, l'optimisation de la position des sources n'a pris en compte que la précision thermique attendue en surface. Il serait intéressant d'y intégrer d'autres contraintes, mécaniques par exemple, liées à la déformation possible du plateau.

Positionner les capteurs de température au plus près de la surface du plateau apporte une plus grande précision pour le contrôle du champ de température. Malheureusement, dans le cas de plateaux à l'échelle industrielle à forte inertie, la mesure de température doit être située non loin de la source parce que le PID, solution utilisée actuellement, n'est pas adapté pour des systèmes avec retard. Utiliser la commande prédictive permet de s'affranchir de ce problème puisqu'elle anticipe le comportement du système.

Dans le cas de configuration très spécifique impliquant de forts gradients de température à la surface du plateau, la commande prédictive s'est montrée plus performante que la solution PID, notamment sur le plan énergétique. En effet, la commande prédictive est une commande « optimale » au sens où elle vise à minimiser un critère quadratique qui peut permettre de prendre en compte différentes contraintes et réaliser un compromis entre précision attendue de la commande et sollicitation des cannes chauffantes. On voit tout l'intérêt de coupler les deux stratégies mises en place, à savoir l'optimisation de la position des sources de chaleur et cette commande pour un pilotage fin des températures avec une consommation énergétique maitrisée.

Bien que les travaux n'aient été réalisés qu'en chauffage, il est envisageable d'étendre notre algorithme de commande prédictive au cas du refroidissement et solliciter si-

multanément les sources froides et les sources chaudes permettra d'obtenir une précision très fine des champs de température de surface. Néanmoins, il sera nécessaire, dans ce cas particulier, de prêter attention à la consommation énergétique qui sera forcément accrue.

A plus long terme, toute cette stratégie pourra être exploitée directement en conditions industrielles de production avec plusieurs cycles de cuisson. Cela permettra de chiffrer le gain économique mais aussi qualitatif sur les pièces produites par rapport aux stratégies actuelles.

Bibliographie

- ABDALRAHMAN, R., GROVE, S., KYTE, A. et RIZVI, M. J. (2014). Numerical simulation and design optimisation of an integrally-heated tool for composite manufacturing. *Materials and Design*, 64(0):477–489.
- ABRAMS, L. M. et CASTRO, J. M. (2000). Practical guidelines for predicting steady state cure time during sheet molding compound (smc) compression molding. *Polymer Composites*, 21(6):931–940.
- ALAMIR, M. et ALLGOWER, F. (2006). Proceedings of the first ifac workshop on nonlinear model predictive control for fast systems nmpc-fs06.
- ALLGOWER, F., FINDEISEN, R. et NAGY, Z. K. (2004). Nonlinear model predictive control : From theory to application. J. Chin. Inst. Chem. Engrs, 35(3):299–315.
- ANDERSON, B. D. et MOORE, J. B. (1971). *Linear optimal control*, volume 197. Prentice-Hall Englewood Cliffs, NJ.
- ASTROM, K. J. et HAGGLUND, T. (1995). Pid controllers : theory, design, and tuning.
- ASTROM, K. J. et HAGGLUND, T. (2006). *Advanced PID control*. ISA-The Instrumentation, Systems and Automation Society.
- BARONE, M. R. et CAULK, D. A. (1985). Optimal thermal design of injection molds for filled thermosets. *Polymer Engineering and Science*, 25(10):608–617.
- BIN, X. et JIE, C. (2012). A two-stage armax identification approach based on biaseliminated least squares and parameter relationship between ma process and its inverse. *Acta Automática Sinica*, 38(3):491–496.
- BLEISTEIN, N. (1984). Mathematical methods for wave propagation. Academic, San Diego, Calif.
- BOURLÈS, H. (2010). Linear systems. John Wiley & Sons, page 544 pages.
- BROYDEN, C. (1971). The convergence of an algorithm for solving sparse nonlinear systems. *Mathematics of Computation*, 25(114):285–294.
- CAMACHO, E. (1993). Constrained generalized predictive control. *IEEE transactions* on automatic control, 38(2):327–332.
- CASTRO, J. M. et LEE, C. C. (1987). Thermal and cure analysis in sheet molding compound compression molds. *Polymer Engineering and Science*, 27(3):218–224.

- CHEHEB, Z., MOUSSEAU, P., SARDA, A. et DETERRE, R. (2012). Thermal conductivity of rubber compounds versus the state of cure. *Macromolecular Materials* and Engineering, 297(3):228–236.
- CLARKE, D. W., MOHTADI, C. et TUFFS, P. (1987). Generalized predictive control—part i. the basic algorithm. *Automatica*, 23(2):137–148.
- CUTLER, C. et RAMAKER, B. (1979). Aiche national meeting. Houston, USA, WP5-B.
- DAVIDON, W. C. (1959). Variable metric method for minimization, aec res. *Dev. Rep. ANL*, 5990.
- DENNIS, Jr, J. E. et MORÉ, J. J. (1977). Quasi-newton methods, motivation and theory. *SIAM review*, 19(1):46–89.
- DIDRIT, O., JAULIN, L. et WALTER, E. (1997). Guaranteed analysis and optimisation of parametric systems with application to their stability degree. *European journal of control*, 3(1):68–80.
- DIVERSI, R., GUIDORZI, R. et SOVERINI, U. (2011). Identification of armax models with noisy input and output. *IFAC Proceedings Volumes*, 44(1):13121–13126.
- DUC, G. (1999). Commande h inf et mu analysis, des outils pour la robustesse. *Paris : Hermès*.
- DUFOUR, P. (2000). Contribution à la commande prédictive des systèmes à paramètres répartis non linéaires. Thèse de doctorat, Université Claude Bernard-Lyon I.
- FLAUS, J.-M. (1994). La régulation industrielle : régulateurs PID, prédictifs et flous. Hermes.
- FLETCHER, R. (1970). A new approach to variable metric algorithms. *The computer journal*, 13(3):317–322.
- FLETCHER, R. et POWELL, M. J. (1963). A rapidly convergent descent method for minimization. The computer journal, 6(2):163–168.
- FLIESS, M., LÉVINE, J., MARTIN, P. et ROUCHON, P. (1995). Flatness and defect of non-linear systems : introductory theory and examples. *International journal* of control, 61(6):1327–1361.
- GARCIA, C. E., PRETT, D. M. et MORARI, M. (1989). Model predictive control : Theory and practice - survey. *Automatica*, 25(3):335–348.
- HAN-XIONG, L. et GATLAND, H. B. (1996). Conventional fuzzy control and its enhancement. *IEEE Transactions on Systems, Man, and Cybernetics, Part B* (Cybernetics), 26(5):791–797.
- HERNÁNDEZ-CALDERÓN, O. M., RUBIO-CASTRO, E. et RIOS-IRIBE, E. Y. (2014). Solving the heat and mass transfer equations for an evaporative cooling tower through an orthogonal collocation method. *Computers & Chemical Engineering*, 71:24–38.
- ISIDORI, A. et KRENER, A. (1982). On feedback equivalence of nonlinear systems. Systems & Control Letters, 2(2):118–121.
- JENG, M.-C., CHEN, S.-C., MINH, P. S., CHANG, J.-A. et CHUNG, C.-s. (2010). Rapid mold temperature control in injection molding by using steam heating. *International Communications in Heat and Mass Transfer*, 37(9):1295–1304.
- KALMAN, R. E. (1960). Contributions to the theory of optimal control.
- KALMAN, R. E. (1964). When is a linear control system optimal. Journal of Basic Engineering, 86(1):51–60.
- KALMAN, R. E. et al. (1960). A new approach to linear filtering and prediction problems. Journal of basic Engineering, 82(1):35–45.
- KALMAN, R. E. et BERTRAM, J. E. (1960). Control system analysis and design via the "second method" of lyapunov : I—continuous-time systems. *Journal of Basic Engineering*, 82(2):371–393.
- KIM, S. K., SUNG JUNG, B., JUNE KIM, H. et IL LEE, W. (2003). Inverse estimation of thermophysical properties for anisotropic composite. *Experimental Thermal and Fluid Science*, 27(6):697–704.
- KUO, H.-H. (1989). The fourier transform in white noise calculus. *Journal of Multivariate Analysis*, 31(2):311–327.
- LANDAU, I. D. (1998). Identification des systèmes. Hermès.
- LE, M. C., BELHABIB, S., NICOLAZO, C., VACHOT, P., MOUSSEAU, P., SARDA, A. et DETERRE, R. (2011). Pressure influence on crystallization kinetics during injection molding. *Journal of Materials Processing Technology*, 211(11):1757– 1763.
- LEDESMA, S., AVIÑA, G. et SANCHEZ, R. (2008). Practical considerations for simulated annealing implementation. *In Simulated annealing*. InTech.
- LEVENBERG, K. (1944). A method for the solution of certain non-linear problems in least squares. Q. Appl. Math, 2(2):164–168.
- LIKOZAR, B. et KRAJNC, M. (2008). A study of heat transfer during molding of elastomers. *Chemical Engineering Science*, 63(12):3181–3192.
- LIN, Z.-C. et CHOU, M.-H. (2002). Design of the cooling channels in nonrectangular plastic flat injection mold. *Journal of Manufacturing Systems*, 21(3):167–186.
- LJUNG, L. (1999). System identification : Theory for the user, ptr prentice hall information and system sciences series. *ed* : *Prentice Hall, New Jersey.*
- MA, L. et LIU, X. (2016). Recursive maximum likelihood method for the identification of hammerstein armax system. Applied Mathematical Modelling, 40(13):6523– 6535.
- MÄKILÄ, P. M., WESTERLUND, T. et TOIVONEN, H. T. (1984). Constrained linear quadratic gaussian control with process applications. *Automatica*, 20(1):15–29.

- MAN, K.-F., TANG, K.-S. et KWONG, S. (1996). Genetic algorithms : concepts and applications [in engineering design]. *IEEE transactions on Industrial Electronics*, 43(5):519–534.
- MARQUARDT, D. W. (1963). An algorithm for least-squares estimation of nonlinear parameters. SIAM Journal on Applied Mathematics, 11(2):431-441.
- MAYNE, D. Q. et MICHALSKA, H. (1990). Receding horizon control of nonlinear systems. *IEEE Transactions on Automatic Control*, 35(7):814–824.
- MICHALSKA, H. et MAYNE, D. Q. (1993). Robust receding horizon control of constrained nonlinear systems. *IEEE Transactions on Automatic Control*, 38(11): 1623–1633.
- MILLER, S. L. et CHILDERS, D. (2004). 10 power spectral density. In MILLER, S. L. et CHILDERS, D., éditeurs : Probability and Random Processes, pages 369 – 411. Academic Press, Burlington.
- MINISTERE (2016). Chiffres cles de l'energie edition 2016. http: //www.statistiques.developpement-durable.gouv.fr/fileadmin/user_ upload/Datalab-13-CC-de_l-energie-edition-2016-fevrier2017.pdf. Accessed : 2010-09-30.
- MOUYON, P. (1993). Commande au premier ordre des systèmes non linéaire. Systèmes non linéaires, tome 3, Commande ,coordonné par A.J. Fossard et D. Normand-Cyrot, Editions Masson.
- NELDER, J. A. et MEAD, R. (1965). A simplex method for function minimization. The computer journal, 7(4):308–313.
- PEINADO, A. et FÚSTER-SABATER, A. (2013). Generation of pseudorandom binary sequences by means of linear feedback shift registers (lfsrs) with dynamic feedback. *Mathematical and Computer Modelling*, 57(11):2596–2604.
- PRETT, D. M. et GILLETTE, R. (1980). Optimization and constrained multivariable control of a catalytic cracking unit. *In Joint Automatic Control Conference*, page 73.
- QIN, S. J. et BADGWELL, T. A. (2003a). A survey of industrial model predictive control technology. *Control Engineering Practice*, 11(7):733–764.
- QIN, S. J. et BADGWELL, T. A. (2003b). A survey of industrial model predictive control technology. *Control engineering practice*, 11(7):733–764.
- RICHALET, J., RAULT, A., TESTUD, J. L. et PAPON, J. (1978). Model predictive heuristic control. *Automatica*, 14(5):413–428.
- SAAD, Y. et VAN DER VORST, H. A. (2000). Iterative solution of linear systems in the 20th century. Journal of Computational and Applied Mathematics, 123(1):1– 33.
- SHAFIEI, Z. et SHENTON, A. T. (1997). Frequency-domain design of pid controllers for stable and unstable systems with time delay. *Automatica*, 33(12):2223–2232.

- SILVA, G. J., DATTA, A. et BHATTACHARYYA, S. P. (2007). *PID controllers for time-delay systems*. Springer Science and Business Media.
- TIPPETT, M. J. et BAO, J. (2015). Reconfigurable distributed model predictive control. *Chemical Engineering Science*, 136:2–19.
- VAN EEDEN, C. (1956). Maximum likelihood estimation of ordered probabilities1. In Indagationes Mathematicae (Proceedings), volume 59, pages 444–455. Elsevier.
- VAN EEDEN, C. (1957). Maximum likelihood estimation of partially or completely ordered parameters 1) 1) report sp 52 of the statistical department of the mathematical centre, amsterdam.. i. In Indagationes Mathematicae (Proceedings), volume 60, pages 128–136. Elsevier.
- VOICU, M., LAZAR, C., SCHÖNBERGER, F., PASTRAVANU, O. et IFRIM, S. (1996). Predictive control vs. pid control of thermal treatment processes. *IEE control engineering series*, pages 163–174.
- WANG, G., ZHAO, G., LI, H. et GUAN, Y. (2010). Research of thermal response simulation and mold structure optimization for rapid heat cycle molding processes, respectively, with steam heating and electric heating. *Materials and Design*, 31(1): 382–395.
- WANG, G., ZHAO, G. et WANG, X. (2014). Development and evaluation of a new rapid mold heating and cooling method for rapid heat cycle molding. *International Journal of Heat and Mass Transfer*, 78(0):99–111.
- WANG, J.-W., WU, H.-N., YU, Y. et SUN, C.-Y. (2017). Mixed h 2/hâ^{*}ž fuzzy proportional-spatial integral control design for a class of nonlinear distributed parameter systems. *Fuzzy Sets and Systems*, 306:26–47.
- XIAO, C.-L. et HUANG, H.-X. (2014). Optimal design of heating system for rapid thermal cycling mold using particle swarm optimization and finite element method. *Applied Thermal Engineering*, 64(1):462–470.
- ZADEH, L. et WHALEN, B. (1962). On optimal control and linear programming. *IRE Transactions on Automatic Control*, 7(4):45–46.
- ZAVALA, V. M., LAIRD, C. D. et BIEGLER, L. T. (2006). Fast solvers and rigorous models : can both be accommodated in nmpc. In Proceedings of the IFAC Workshop on Nonlinear Model Predictive Control for Fast Systems.
- ZHAO, M. et DING, B. (2015). Distributed model predictive control for constrained nonlinear systems with decoupled local dynamics. *ISA Transactions*, 55:1–12.
- ZWILLINGER, D. (1992). 83 matrix riccati equations. In ZWILLINGER, D., éditeur : Handbook of Differential Equations (Second Edition), pages 335 – 338. Academic Press, second edition édition.

A. Annexes

A.1. Caractéristiques de la résine RESOLTECH 1400

Système époxy Resoltech (encadré en rouge) :

- Résine 1400 (100 parts)

•

- Durcisseur 1407 (90 parts)
- Accélérateur AC140 (1 part)

| Systèmes | Viscosité | Système 1 | Système 2 | Système 3 |
|--|-----------|----------------|--------------|--------------|
| Ratio de mélange 1400 / 1407 / AC140 (en part pondérale) | | 100 / 90 / 0.5 | 100 / 90 / 1 | 100 / 90 / 2 |
| | | | | |

 Table A.1. – Différentes configurations d'utilisation

| | | Tempe de gel en film e | etachicha eniocha inte | |
|-----------|-------------------|---------------------------|------------------------|-------------|
| | | cilibs de gel ell lilli s | our praque criauriance | |
| Systèmes | à 80°C | à 100°C | à 120°C | à 140°C |
| Système 1 | 3h50min à 4h30min | 1h05min à 1h15min | 21min à 25min | 7min à 9min |
| Système 2 | 2h20min à 2h40min | 35min à 45min | 10min à 12min | 3min à 5min |
| Système 3 | 1h05min à 1h15min | 18min à 22min | 5min à 7min | 1min à 3min |
| | | | | |

Table A.2. – Caractéristiques de la résine RESOLTECH 1400 : Temps de gel en film sur plaque chauffante

A.2. Test de dispersion des thermocouples

Afin de déterminer la précision de la valeur de mesure de température obtenue avec les thermocouples rigides et l'utilisation de la centrale d'acquisition, un test de sensibilité a été réalisé (cf. tableau A.3)

| T_{ref} | $60,\!6$ | 101,2 | $131,\!4$ | 161,3 | 191,0 | 220,5 |
|-----------|-----------|-------|-----------|--------|--------|------------|
| TC1 | 58,2 | 98,42 | 129,36 | 160,21 | 190,47 | 221,43 |
| TC2 | 57,99 | 98,12 | 128,93 | 159,73 | 190,02 | 220,88 |
| TC3 | $58,\!19$ | 98,5 | 129,45 | 160,32 | 190,7 | $221,\!45$ |
| TC4 | $58,\!15$ | 98,53 | 129,48 | 160,41 | 190,83 | 221,54 |
| TC5 | 58,14 | 98,51 | 129,45 | 160,4 | 190,84 | 221,49 |
| TC6 | $58,\!13$ | 98,51 | 129,49 | 160,43 | 190,95 | 221,59 |
| TC7 | 58,14 | 98,56 | 129,49 | 160,48 | 190,96 | 221,54 |
| TC8 | 58,06 | 98,4 | 129,32 | 160,28 | 190,8 | 221,3 |
| TC9 | $58,\!13$ | 98,52 | 129,47 | 160,47 | 191,03 | 221,54 |
| TC10 | $58,\!17$ | 98,59 | 129,54 | 160,55 | 191,16 | 221,51 |
| TC11 | 58,05 | 98,4 | 129,31 | 160,22 | 190,83 | 221,3 |
| TC12 | 58,03 | 98,35 | 129,23 | 160,25 | 190,87 | 221,5 |

Table A.3. – Test de dispersion thermique avec 6 températures de référence et 12 thermocouples

| T_{ref} | 60,6 | 101,2 | 131,4 | 161,3 | 191,0 | 220,5 |
|-----------------|-------|-------|--------|------------|--------|------------|
| Moyenne | 58,12 | 98,45 | 129,38 | 160,31 | 190,79 | 221,42 |
| Écart type | 0,06 | 0,12 | 0,16 | 0,20 | 0,28 | $0,\!19$ |
| Valeur maximale | 58,2 | 98,59 | 129,54 | $160,\!55$ | 191,16 | $221,\!59$ |
| Valeur minimale | 57,99 | 98,12 | 128,93 | 159,73 | 190,02 | 220,88 |
| Écart | 0,21 | 0,47 | 0,61 | 0,82 | 1,14 | 0,71 |

On constate un écart type maximale de moins de $0,3^\circ C$ lors des 6 tests (cf. tableau A.4).

Table A.4. – Résumé des valeurs de la moyenne, de l'écart type, de la valeur maximale et minimale et des écarts observés entre la valeur mesurée et de référence avec 6 valeurs de températures de référence

UNIVERSITE BRETAGNE LOIRE



Thèse de Doctorat

Moaine JEBARA

Optimisation et contrôle thermique des outillages dans la mise en œuvre des polymères

Résumé

L'optimisation énergétique des procédés de fabrication demeure un axe de recherche d'actualité. Dans ce travail, nous proposons deux pistes d'amélioration concernant le procédé de la mise en œuvre des matières plastiques. L'objectif recherché étant d'assurer la maîtrise du champ de température en tout point à la surface de l'outillage qui doit reproduire un champ consigne donné afin de chauffer un moule avant une forme complexe. Pour ce faire, nous avons mis en place une stratégie de dimensionnement des sources thermiques des outillages (plateaux chauffants) utilisés dans l'industrie de la transformation des polymères (caoutchouc, plastiques et composites). La démarche retenue s'appuie sur l'hypothèse d'un transfert thermique 1D entre les plateaux chauffants et le moule. Les résultats numériques obtenus illustrent clairement l'intérêt que présente la technique proposée qui réduit le nombre de paramètres à optimiser tout en profitant de la puissance des calculs de type éléments finis. Les résultats montrent que la technique proposée est efficace. De plus, il a été montré que cette technique peut être utilisée pour réduire la consommation d'énergie.

La seconde partie de ce travail, quant à elle, concerne l'implémentation d'un algorithme de commande afin de suivre au mieux une consigne de température donnée. Dans cette problématique, nous avons considéré successivement le plateau chauffant qui contient les éléments chauffants, puis le moule vide placé sur le plateau avant de compléter l'étude avec la prise en compte du cas d'un moule dont les empreintes sont remplies de polymère.

Basé sur un modèle fin des transferts thermiques dans le système étudié, à la fois multi-entrées multi-sorties, un contrôleur MPC a été développé pour asservir, en temps réel et en boucle fermée, le système considéré. L'asservissement a été d'abord validé sur un banc numérique puis sur le banc expérimental avec des champs de température consigne dynamique et un contrôle au plus près des empreintes.

Mots clés

Plateaux chauffants, thermoformage, composites, analyse par éléments finis, optimisation, commande prédictive, mise en forme des polymères.

Abstract

Energy optimization of manufacturing processes remains an up-to-day research topic. In this work, we propose two strategies of improvement concerning the process of plastic materials thermoforming. The aim underling this study is to ensure an effective control of the temperature field at any point on the surface of the heating tooling in order to deliver the needed energy amount by the mold. In order to do this, we have first implemented a strategy for designing the heating sources of tooling (heating plates) used in the polymer processing industry (rubber, plastics and composites). The approach adopted relies on the hypothesis of a 1D heat transfer between the heating plates and the mold. The numerical results obtained illustrate the advantage of the proposed technique which reduces the number of parameters to be optimized while taking advantage of the power of finite element calculations. The results show that the proposed technique is effective and can be furthermore used to reduce energy consumption.

The second part of this work concerns the implementation of a control algorithm in order to follow at best a given temperature setpoint. In this problem, we considered successively the heating plate which contains the heating elements. After that, the study was extended to take into account the presence of an empty mold placed on the plate before completing the investigation by considering the case of a mold whose cavity is filled with a polymer.

Based on a fine model of heat transfer in the studied system (heating plates, mold and polymer) and considering both multi-input multi-output, an MPC controller was developed for monitoring, in real time and in closed loop, the system under consideration. The control was validated on both digital and experimental setups with dynamic temperature setpoint fields.

Key Words

Press heating plates, composites, thermoforming, finite element analysis, parameters optimization, model predictive control, polymer processing