**Université de Nantes**
Unité de Formation et de Recherche
« Médecine et Techniques Médicales »

Année universitaire 2014/2015

**Mémoire**
pour l'obtention du
**Certificat de Capacité d'Orthophoniste**
présenté par

**Elodie Hervé**

Née le 21/03/1991

# Etude des difficultés rencontrées sur une épreuve de résolution de problèmes arithmétiques auprès d'élèves de CM1

Président du jury : Sandrine BORIE-PINEAU, orthophoniste

Directeur de mémoire : Suzanne CALVARIN, orthophoniste

Membre du jury : Carine GESLIN, orthophoniste

*« Par délibération du Conseil en date du 7 mars 1962, la Faculté a arrêté que les opinions émises dans les dissertations qui lui seront prentées doivent être considérées comme propres à leurs auteurs et qu'elle n'entend leur donner aucune approbation ni improbation ».*

## *Remerciements*

Je tiens à remercier toutes les personnes qui m'ont soutenue durant cette année si particulière.

Je remercie Mesdames Calvarin et Borie-Pineau pour leur lecture et leurs conseils avisés.

Je remercie spécialement Carine Geslin pour sa disponibilité, son regard et son partage d'expérience. Mon stage à ses côtés a été très riche.

Aux élèves de CM1 qui ont accepté avec bonne volonté de participer à cette recherche. Je remercie le directeur et les enseignants pour leur enthousiasme et leur intérêt.

Je tiens aussi à remercier particulièrement mes maîtres de stage de cette année. J'ai beaucoup appris à leurs côtés et je les remercie de leur confiance. Je remercie également les membres des équipes du SESSAD La Gagnerie et du service pédopsychiatrique Ouest- Roger Misès à Angers pour leur accueil chaleureux.

Je voudrais remercier aussi mes amies orthophonistes : Audrey, Constance, Hélène, Manon et Marion. Vous avez toujours été à l'écoute et avez toujours été présentes pour moi. A mes amies de longue date, merci de m'avoir soutenue et encouragée même à des centaines de kilomètres.

A mes parents à qui je dois beaucoup…

A la super famille Millet (Antoine, Marie-Sophie, Marianne, Björn, Clémence et Bénédicte) je leur adresse un IMMENSE merci ! Pour leur bienveillance, leurs suggestions, leur attention et plus encore.

A Jean-Denis, la personne la plus chère à mon cœur. Merci de m'avoir supportée et d'avoir été à mes côtés, dans tous les instants.  Merci pour la grande aventure que tu me fais vivre chaque jour !

# Introduction

Depuis plusieurs années, le système scolaire français signale une augmentation des élèves de faible niveau en mathématiques. Une note d'information parue en mai 2015 concernant le dispositif CEDRE (Cycle des Evaluations Disciplinaires Réalisées sur Echantillon, mesurant l'évolution des connaissances mathématiques chez les élèves en fin de collège) révèle que le nombre d'élèves en difficulté dans le domaine mathématique s'accroît (2015, Arzoumanian et Dalibard)

Alors que les mathématiques ont un impact direct dans le monde socio-économique actuel, elles restent, pour bon nombre d'élèves, source d'anxiété voire de phobie. Pourtant si on élimine la barrière du système de notation, 68% des élèves ayant participé au dispositif CEDRE estiment que les mathématiques sont essentielles pour leurs études futures.

A l'heure de l'ère numérique, les programmes scolaires évoluent en proposant de nouveaux supports supposés être plus ludiques et permettant une meilleure acquisition des connaissances. Dans le domaine des mathématiques, ceci se fait au détriment de la manipulation d'objets réels offrant l'accès à la compréhension et à l'acquisition du nombre. Il n'y a pourtant pas de meilleure solution pour s'emparer d'un savoir que de l'explorer, le vérifier et le manipuler dans différentes dimensions telles l'espace, le temps et le réel. Si on élude cette étape d'expérimentation, l'élève va être en difficulté pour utiliser le nombre en situation abstraite. Or la résolution de problèmes nécessite de raisonner et donc d'utiliser une pensée abstraite.

L'enseignement des problèmes arithmétiques se rencontre dans le cycle d'approfondissement (CE2/CM1/CM2). Il a pour but de construire le sens des opérations, de développer la réflexion et le raisonnement, de renforcer l'imagination et les capacités d'abstraction afin d'apporter à l'élève plus de solidité et de justesse dans sa pensée. Cet apprentissage ne peut s'envisager sans de bonnes capacités de compréhension, de lecture et de représentation mentale. En effet, les seules maîtrises du calcul mental et des procédures opératoires ne suffisent pas pour résoudre un problème. L'élève doit aussi savoir faire appel au schéma de résolution adéquat à la situation à laquelle il travaille.

Mialaret est un des pionniers dans les sciences de l'éducation en France au début des années 1970. Il a particulièrement insisté sur une pédagogie diversifiée, alternant travail individuel et travail en petit groupe mais aussi en réfléchissant sur les rôles respectifs de l'enseignant et de l'apprenant. Mialaret insiste sur le rôle actif que doit prendre l'élève dans ses apprentissages. Le pédagogue s'est intéressé notamment aux élèves en difficulté dans la résolution de problèmes du point de vue de la compréhension des situations. Il a pensé des énoncés où la langue peut s'avérer être un frein dans la compréhension du problème. Mialaret souhaite en effet mesurer les aptitudes des élèves à accéder au concept du problème sans être pénalisé par les artifices linguistiques. En 2012, Meljac et Siegenthaler décident de reprendre douze de ces problèmes et de les soumettre à des enfants en difficulté dans le champ des mathématiques. Nous allons également soumettre des enfants de CM1 à ce test, afin de comparer les performances entre les individus en tâche de résolution, voir quel est l'impact des structures des problèmes ainsi que le recours à des aides concrètes.

Après avoir défini ce qu'est un problème arithmétique et avoir présenté les habiletés nécessaires mais hétérogènes selon les individus, nous allons présenter notre étude menée auprès d'enfants scolarisés en CM1. L'analyse en découlant donnera quelques éléments pour mieux comprendre quelles sont les difficultés rencontrées et quelles médiations peuvent être facilitatrices.

# Partie théorique

## I. Définition du problème arithmétique

On peut définir un problème comme une question dont la réponse s'élabore à partir des éléments présents dans l'énoncé de celui-ci. Ainsi le problème ne peut être envisagé indépendamment du contexte auquel il se rattache et ne peut exiger une réponse immédiate. Le sujet va devoir élaborer des buts, déterminer les modalités et les contraintes inhérentes à la situation problème afin de construire son projet de résolution.

La spécificité du problème arithmétique est qu'il ajoute la composante mathématique. Cette tâche fait intervenir la numération, l'utilisation d'opérations et inclut les notions de propriétés et de relations entre les nombres. L'activité de résolution de problèmes arithmétiques demande soit de répondre numériquement à la question posée, soit d'identifier le procédé mathématique permettant d'obtenir le résultat connu. La résolution de problèmes doit donc susciter de l'étonnement, le sujet doit détecter l'objet de recherche et les relations entre les données présentes dans l'énoncé. Ceci lui permet ensuite de développer des calculs afin d'apporter une solution.

On distingue deux catégories de problèmes arithmétiques : les problèmes arithmétiques dits simples, qui ne contiennent que des informations numériques (par exemple : 245-98 = ?) et ceux dits verbaux où le sujet doit combiner les informations linguistiques avec des opérations arithmétiques pour les résoudre (par exemple : Mathilde veut acheter plusieurs baguettes avec un billet de 5€. Sachant qu'une baguette coûte 1,20€, combien pourra-t-elle s'en acheter ?).

Nous nous intéresserons plus particulièrement aux problèmes arithmétiques verbaux et notamment à leurs structures. A l'école primaire, la résolution des problèmes arithmétiques est abordée grâce aux problèmes à structure additive. L'analyse et l'interprétation des trois éléments constitutifs du problème que sont l'état initial, l'état final et les transformations (étapes conduisant à la résolution) vont permettre au sujet d'élaborer la situation problème. Cette situation peut être rapprochée de celle du schéma narratif du récit, issu de la linguistique structurale (Ménissier, 2011).

## I.1. Plusieurs classifications

Fayol (1991) rapporte que les chercheurs s'accordent aujourd'hui pour dire que « ce sont les caractéristiques sémantiques ou conceptuelles concernant les accroissements, diminutions, combinaisons et comparaisons d'ensembles d'éléments qui jouent [un] rôle essentiel » dans la résolution des problèmes arithmétiques. Partant de ce constat unanime, différentes classifications des problèmes arithmétiques ont été proposées.

### I.1.1 Classification de Riley, Greeno et Heller

Riley, Greeno et Heller (1983, cités par Fayol, 1991) ont pris en compte les relations sémantiques décrivant une situation particulière, la ou les opération(s) mise(s) en jeu ainsi que l'élément sur lequel porte l'inconnue. Ils dégagent ainsi trois grands types de problèmes :

- les problèmes de *changement* (appelés aussi « réunion » ou « séparation ») : au moins une transformation temporelle est nécessaire et elle s'applique à un état initial pour aboutir à un état final. Par exemple, Louise avait 4 prunes. Elle en cueille 2 de plus. Combien en a-t-elle en tout ? Ici la question porte sur l'état final mais elle peut aussi porter sur l'état initial ou sur la transformation qui peut être additive ou soustractive.

- les problèmes de *combinaison* : il s'agit de situations statiques où aucune transformation n'est requise. Par exemple, Louise a 8 prunes, Jean en a 6. Combien de prunes ont-ils à eux deux ? La question porte sur le total des parties mais elle peut aussi porter sur l'une ou l'autre des parties.

- les problèmes de *comparaison* : il s'agit aussi de situations avec des quantités statiques mais celles-ci sont unies par des relations du type « plus que/moins que ». Par exemple, Louise a 6 prunes et Jean en a 3. Combien Louise a-t-elle de prunes de plus que Jean ? Ici la question porte sur le rapport entretenu entre les deux parties mais la question peut aussi porter sur l'une ou l'autre des parties.

Les auteurs proposent un dernier type de problème dits *d'égalisation* mais qui n'est pas repris par les récentes recherches. Il s'agit des problèmes les plus difficiles car ils demandent de trouver la transformation permettant d'équilibrer deux états. Cette comparaison est faite grâce à une relation de type « autant que ».

Riley et al. (1983, cités par Fayol, 1991) notent des écarts de performances entre ces différents types de problèmes chez des enfants de même âge. De Corte et Verschaffel (1991 cités par Thévenot, Coquin et Verschaffel 2006) expliquent ces écarts par l'utilisation de procédures de résolution spécifiques et de stratégies mises en œuvre pour chaque type de problèmes, indépendamment de l'opération utilisée. Le type du problème et de l'inconnue influent donc sur les performances des enfants. Carpenter et Moser (1982, 1984, cités par Thévenot, Coquin et Verschaffel 2006) mettent en évidence la diversité des stratégies employées par les enfants de CP en résolution de problèmes. Ces stratégies s'intériorisent avec le temps et deviennent des faits numériques, présents en mémoire à long terme. De même, les traits sémantiques de l'énoncé ont un effet dans la résolution des problèmes de type soustractif. Thévenot et al. (2006) ajoutent que les jeunes enfants utilisent des procédures de résolution matérialisant les actions présentes dans l'énoncé pour se faciliter la représentation. De fait, les situations plus difficiles à modéliser sont plus échouées.

Cependant cette classification est remise en cause car elle ne retient que la nature de l'énoncé et non la nature de l'opération. Elle ne recouvre donc pas l'ensemble des possibilités de problèmes arithmétiques.

### I.1.2 Classification de Vergnaud

Selon Vergnaud (1990), l'analyse des procédures ne suffit pas pour connaître la représentation de la situation-problème établie par l'enfant. Il s'intéresse aussi aux moyens que l'enfant adopte, aux étapes qu'il se fixe pour atteindre l'objectif posé par la situation. La perception des relations, des transformations et des traits caractéristiques permettent à l'enfant de sélectionner préférentiellement une procédure parmi plusieurs.

Vergnaud (1990) propose une classification conceptuelle à partir des mécanismes visant à la conceptualisation des structures. Il analyse les tâches cognitives et les procédures pouvant être impliquées dans chaque structure et non plus seulement les opérations numériques. Il distingue le calcul numérique, où l'utilisation des nombres permet de décrire des états et des transformations (par le biais d'entiers naturels ou par des nombres relatifs), du calcul relationnel qui atteste des opérations mentales essentielles à l'interprétation des états (initial et final) du problème et des relations qui existent entre eux.

Cette classification s'appuie sur trois types de concepts : la mesure, les transformations temporelles et les relations statiques. Vergnaud (1990) propose ainsi six catégories de problèmes additifs :

- *La composition de deux états,* deux états statiques se combinent pour donner un seul état. Par exemple, Louise a 8 prunes dans son panier et Jean a 6 prunes dans le sien. Combien ont-ils de prunes en tout ? Ici l'opération mentale consiste à rechercher le tout à partir des deux parties données. La question peut aussi porter sur l'une des parties, lorsque l'on connaît le tout et l'autre partie.

- *La transformation d'état,* un état initial est transformé pour aboutir à un état final différent. Par exemple, Louise avait 9 prunes, elle en a mangé 4. Combien lui en reste-t-il ? La question porte ici sur l'état final mais elle peut aussi porter sur la transformation ou sur l'état initial.

- *La comparaison d'état,* deux mesures sont données et il s'agit de retrouver la relation statique entre les deux. Par exemple, Louise a 6 prunes et Jean en a 2. Combien de prunes Louise a-t-elle de plus que Jean ? La question porte sur la recherche de comparaison mais elle peut aussi se porter sur la recherche d'une des deux mesures.

- *La composition de deux transformations,* il y a deux transformations qui se succèdent dans l'énoncé. Par exemple Louise avait 16 prunes, elle en cueille 5 de plus ce midi mais en cuisine 15 au goûter. Combien lui reste-t-il ce soir ? Ici la question porte sur l'état final mais elle peut aussi porter sur la recherche de l'état initial ou sur l'une des transformations.

- *La transformation de relations statiques,* il s'agit de trouver la transformation qui existe entre deux relations statiques. Par exemple, Louise doit 7€ à Jean. Elle lui a déjà rendu 3€. Combien lui doit-elle encore ? La question porte sur l'une des relations. Elle peut aussi porter sur la transformation.

- *La composition de deux relations,* il s'agit deux relations statiques qui se combinent. Par exemple, Louise doit 9€ à Jean. Mais Jean doit 3€ à Louise. Combien chaque enfant doit donner à l'autre ? Ici la question porte sur l'une des relations. Elle peut aussi porter sur la composition des relations.

Vergnaud révèle qu'un problème additif constitué uniquement de transformations reste complexe jusqu'à la fin du cycle primaire ; contrairement à un problème additif comportant des états et une ou plusieurs transformations, qui est compris et maîtrisé dès le CE2.
Il développe de surcroît une classification des problèmes à structures multiplicatives, c'est-à-dire qui nécessitent l'utilisation d'une multiplication ou d'une division pour résoudre la situation. Celle-ci est moins connue du fait du nombre inférieur d'expériences réalisées pour rendre compte de la validité écologique de cette classification. Vergnaud (1982, cité par Thévenot et al. 2006) isole trois types de relations dans les problèmes multiplicatifs :

- *L'isomorphe de structure* consiste à relier deux mesures par une proportion simple et directe. Par exemple, Louise a invité trois amies. Sa mère lui donne 12 viennoiseries. Combien de viennoiseries aura chaque fillette ?

-*Le produit de mesures* met en relation la composition de deux mesures en une troisième mesure. Par exemple, quelle est l'aire d'une salle rectangulaire, d'une longueur de 12 mètres et d'une largeur de 6 mètres ?

-*La proportion multiple* met en relation une mesure ou une quantité proportionnelle à deux mesures différentes ou à deux quantités indépendantes. Par exemple, une famille de cinq personnes veut passer 15 jours dans un bungalow. Le prix journalier par personne est de 90€. Combien vont-ils payer au total pour leur séjour ?

Là encore, la structure et la sémantique du problème vont déterminer les performances et les stratégies des enfants dans la résolution de problèmes de type multiplicatif. La formulation de l'énoncé joue un rôle prépondérant dans la résolution de problèmes.

## I.2. Structure d'un énoncé arithmétique

### I.2.1 Sémantique des problèmes

Les différentes structures des problèmes, développées dans le point précédent, permettent de construire de nombreux problèmes tous différents. La difficulté de résolution de l'énoncé change selon les différentes catégories de relations et selon les différentes classes de problèmes.

Ainsi Vergnaud et Durand (1976) ont soumis à une cohorte d'élèves de niveau élémentaire, une série de 12 problèmes additifs où ils font varier la place de l'inconnue, celle-ci pouvant porter sur l'état initial, l'état final ou sur l'une des transformations (une des élémentaires ou la composée).

Leurs résultats montrent un décalage des performances de réussite, parfois de trois ans, lors de résolution de problèmes appartenant à des catégories de relations différentes que sont la relation « Etat-Transformation-Etat » (ETE) et la relation « Transformation-Transformation-Transformation » (TTT).

Au sein de cette dernière catégorie de relation, Vergnaud et Durand (1976) ont noté une gradation dans les réussites selon l'avancé du niveau scolaire. De plus, leur étude permet de rendre compte de la diversité de procédures des élèves, donnant ainsi quelques indices de compréhension concernant la réussite ou l'échec face à la tâche de résolution de problèmes.

Baffrey-Dumont (1996) présente une organisation sémantique des problèmes en distinguant deux types de structure : « la structure proposée de l'opération » (opération construite par l'enseignant ou le scientifique, se basant sur les typologies existantes) et « la structure effective de l'opération » (l'opération utilisée par l'élève pour résoudre le problème). La première structure correspond à la nature du problème, à la représentation des liens que l'adulte a conçue lors de la création de son énoncé. L'adulte ne précise pas ces liens car ils lui sont manifestes. La seconde structure peut être qualifiée de « structure de surface ». C'est ce que l'élève donne à voir de son cheminement de pensée. L'élève va mettre du sens dans sa résolution par les rapports qu'il crée entre les termes de l'opération arithmétique. Cette structure marque la compréhension et le traitement des transformations qu'effectue l'élève. Elle n'est donc pas toujours équivalente à la structure proposée, elle donne à voir comment l'élève élabore sa stratégie opératoire. L'élève qui résout le problème ne va pas distinguer la structure proposée de la structure effective. En effet pour lui, « tout se résume à interpréter l'énoncé dans un schéma calculable » (Conne, 1985, cité par Baffrey-Dumont, 1996). L'élève traduit donc les actions décrites dans l'énoncé en opérations arithmétiques. A cette étape des « glissements de sens » peuvent survenir. L'enfant substitue au « problème-cible » un problème plus simple qu'il est en capacité de résoudre (Escarabajal, 1988). L'élève va y introduire du sens mais pas nécessairement en respectant celui donné par l'énoncé.

Cet écart entre la structure proposée et la structure effective révèle ainsi l'organisation sémantique du problème et surtout la façon dont l'élève l'a comprise. Ceci nous permet de dire que la structure linguistique des énoncés a une part très importante dans le processus de résolution.

### I.2.2 Formulation de l'énoncé

#### I.2.2.1 Thématique

Le thème de l'énoncé est une variable importante dans la réussite du problème. Si l'enfant par ses expériences antérieures peut faire une analogie avec la situation-problème et ainsi y mettre du sens, alors le problème lui paraîtra facile à résoudre. Léger, Sander, Richard, Brissiaud, Legros et Tijus (2002) se sont intéressés en particulier à l'effet de l'habillage et de la structure sémantique de l'énoncé. Ils reprennent notamment le travail effectué par Bastien (1987 cité par Léger et al, 2002) concernant les problèmes isomorphes. Deux problèmes peuvent nécessiter une procédure de résolution identique alors que leurs thématiques sont complètements différentes. En faisant varier le thème du problème mais en conservant les valeurs numériques, Bastien observe l'influence du thème sur les performances des élèves. Léger et al. (2002) complètent cette réflexion en faisant varier la catégorie des objets mathématiques présents dans l'énoncé. Leur première expérience conduite auprès d'élèves de troisième et de seconde montre que « les variations de la structure sémantique » n'ont pas eu d'influence sur les résultats. En effet « habitués à appliquer la procédure de résolution, [les élèves] ne seraient plus sensibles au contexte sémantique ». Léger et al (2002) ont donc choisi de réitérer cette expérience auprès d'élèves moins expérimentés, de niveau CM2 et sixième. En adaptant les énoncés, cette seconde expérience a mis en évidence que les problèmes de coût des fruits et de récolte étaient mieux réussis que ceux de calcul de surface et de distance parcourue. Ce n'est donc pas la catégorie d'objets mais plutôt la familiarité du type de connaissances auxquelles ces objets renvoient qui impactent les performances des élèves.

Les expériences personnelles mais aussi le sens que l'élève va introduire à la lecture de l'énoncé sont donc à associer fortement au thème du problème pour apprécier la réussite dans la résolution de problèmes.

#### I.2.2.2 Explicite

La clarté des informations et des relations données dans l'énoncé constitue une autre variable à prendre en considération dans les performances des élèves en résolution de problèmes. De Corte & Verschaffel (1985, cités par Thévenot et al., 2007) ont étudié l'influence positive de l'explicitation des énoncés au regard des résultats des élèves.

Ils soumettent oralement deux séries de problèmes. La première série de problèmes est rédigée de manière traditionnelle, telle que les élèves peuvent les rencontrer en cours de mathématique. La seconde série de problèmes reprend exactement les problèmes de la première série mais en les clarifiant le plus possible afin de mettre en évidence les relations entre les ensembles du problème. Les résultats montrent que la compréhension des élèves lors de la lecture de l'énoncé est facilitée par la formulation explicite à la fois des relations sémantiques mais aussi de la question de recherche. L'effet de longueur des énoncés est aussi un facteur à prendre en compte. Plus les phrases sont simples, plus elles sont faciles à retenir en mémoire et donc à traiter par la suite.

#### I.2.2.3 Organisation des informations

Les informations en plus d'être précises peuvent aussi être organisées au sein de l'énoncé afin de simplifier le projet de résolution. Fayol, Abdi et Gombert (1987) ont ainsi créé une expérience afin d'apprécier l'impact de l'ordre de présentation des informations pertinentes sur les performances des élèves en tâche de résolution de problèmes arithmétiques. Les auteurs soumettent huit problèmes où ils placent alternativement l'état initial ou l'état final ou bien encore la transformation en début d'énoncé. Parmi les élèves de six à dix ans, nombre d'entre eux se montrent plus efficaces lorsque la question ou les deux transformations additives sont placées en début d'énoncé.
Weisser (1999) remarque qu'en proposant les éléments pertinents de la résolution, dans l'ordre chronologique de leur traitement dans l'énoncé, les élèves sont alors moins performants par rapport à des problèmes où ces éléments sont présentés aléatoirement.

Dans cette même étude, Weisser (1999) constate que les mots inducteurs amènent souvent chez l'élève des hypothèses de lecture erronées qui entravent la résolution adéquate. Ces mots relevés dans l'énoncé sont mis en lien direct avec une opération (par exemple, l'élève lit « en tout » donc il va effectuer une addition). Selon Weisser (1999) l'élève ne se focalise plus sur les relations mais bien sur l'habillage de l'énoncé pour résoudre le problème. Or ceci peut être source d'erreurs, comme le montrent Hegarty, Mayer et Monk (1995) lorsque les mots inducteurs conduisent l'élève à inférer une mauvaise opération. Ils constatent que les élèves ayant une fragilité dans le domaine de la résolution de problèmes, sont d'autant plus sensibles à ces mots, car pour eux ils représentent un vrai indice sur lequel ils s'appuient pour se décharger cognitivement.

Devidal, Fayol et Barouillet (1997) se sont aussi intéressés aux mots inducteurs mais plus précisément dans la formulation de la question. Ils cherchent à savoir si la présence des mots inducteurs influence les performances des élèves. Pour les auteurs, la question formulée avec des mots inducteurs correspond à une certaine procédure que l'élève va reconnaître et qui lui permet d'activer en mémoire un schéma de résolution. L'élève va ainsi se concentrer sur les éléments essentiels, les sélectionner plus facilement et donc être plus efficace. Leurs résultats invalident cette hypothèse. Devidal et al (1997) observent cependant une attention plus importante lors de la lecture d'une question contenant des mots inducteurs et un ralentissement dans la prise d'informations.

#### I.2.2.4 La question dans l'énoncé

La question est l'élément central du problème arithmétique. C'est grâce à elle que l'élève va pouvoir identifier quelles sont les données ad hoc pour la résolution du problème. Coquin-Viennot (2001) étudie les effets du type (« question attendue » versus « question inattendue ») et du placement de la question (en début ou en fin d'énoncé) auprès de 73 élèves de CM2. Elle distingue la question « attendue » qui nécessite l'utilisation de l'ensemble des données chiffrées, de celle « inattendue » qui n'en exploite qu'une partie. Les élèves doivent répondre à quatre problèmes arithmétiques de structure identique, où varient le type et la place de la question. Les énoncés sont fournis oralement par l'expérimentateur et les élèves ont droit de prendre des notes lors de cette lecture. L'auteur remarque que les élèves commettent de nombreuses erreurs sur les questions inattendues en anticipant ce qui leur est demandé et donc en prenant en compte des données inutiles. Coquin-Viennot (2001) met en lien ses résultats avec ceux de Resseur-Stebler (1997, cités par Coquin-Viennot 2001) qui expliquent ces erreurs par la confrontation plus fréquente des élèves avec des énoncés arithmétiques conventionnels (énoncés succincts où la question exploite toutes les données chiffrées).

Concernant la place de la question, l'auteur note une amélioration des performances quand la question est au début de l'énoncé mais seulement lorsqu'il s'agit de question « attendue ». Coquin-Viennot est surprise de voir que pour les questions « inattendues » le taux de réussite est similaire quelle que soit la place de la question. Elle avance l'hypothèse qu'il y aurait lieu à une contradiction entre la question en début de texte et les données inutiles. La question « perdrait son rôle thématique au bénéfice des nouvelles données du texte » (Coquin Viennot, 2001, p.192). L'élève construirait de fait, une nouvelle question, qui serait « attendue » afin d'être en conformité avec les données numériques présentes dans l'énoncé. Coquin-Viennot explique cette construction par l'effet de la longueur de l'énoncé et par la prise de notes, qui sont deux sources de dépenses en énergie cognitive. L'élève ne peut pas retenir en mémoire la question donnée en début d'énoncé et ne peut donc pas l'utiliser pour résoudre immédiatement le problème après la lecture de l'énoncé.

Thevenot, Devidal, Barouillet et Fayol (2007) ont aussi cherché à montrer l'influence du placement de la question en début et en fin d'énoncé. En reprenant la classification de Riley et al (1983, cités par Thévenot et al., 2007), ces auteurs soumettent à une cohorte d'élève, trois types de problèmes, un de combinaison et deux de comparaison. Les énoncés sont construits sur des bases similaires : présentation du contexte, du premier protagoniste, des objets qu'il manipule puis présentation du second protagoniste, suivi des objets que celui-ci manipule et enfin de la question. Chaque problème est présenté deux fois, une première avec la question en début de texte et une seconde fois avec la question en clôture. Thévenot et al. (2007), ont pris le parti de prendre des données numériques simples (inférieures à dix) et de faire varier le contexte ainsi que la nature des objets lors de la seconde présentation. L'élève lit l'énoncé, segment par segment sur ordinateur et répond oralement à la question posée.

Il résulte de leur étude que ce sont les élèves en difficulté qui bénéficient le plus du placement de la question en début d'énoncé. Thévenot et al. (2007) mettent en avant l'effet facilitateur de la question en début d'énoncé. Les auteurs montrent aussi que l'effet augmente avec la complexité du problème, plus celui-ci est difficile plus la position de la question en début d'énoncé facilite la résolution. Thévenot et al. (2007) expliquent cette corrélation par l'activation d'un modèle de résolution approprié à la situation. Lors de la lecture de l'énoncé, les élèves mémorisent les informations pertinentes, qu'ils intègrent ensuite dans un schéma de résolution spécifique, ce qui augmente leurs performances en résolution de problèmes (Devidal et al, 1997 cités par Thévenot et al., 2007). En effet, si la question est placée en début d'énoncé, les élèves repèrent plus facilement la nature des relations entretenues par les données numériques, ce qui leur permet donc un encodage plus aisé. Ce n'est pas la représentation du problème mais bien le traitement des informations qui peut être source de difficulté chez l'élève.

Nous avons vu dans cette première partie que plusieurs classifications des problèmes arithmétiques ont été dégagées et que certaines ont été remises en cause notamment du point de vue de la diversité des structures. De plus, la formulation de l'énoncé, de par le vocabulaire choisi, le thème engagé et la place de la question, a une forte influence sur la réussite au problème. Cependant d'autres facteurs sont à prendre en compte dans l'activité de résolution de problèmes, ceux-ci vont être évoqués dans la partie qui suit.

# II. Impact de la compréhension et des autres habiletés mises en jeu dans la résolution de problèmes

## II.1. La compréhension

L'élève ne comprend un énoncé écrit qu'au moment où il accède au sens du texte. Il sait que lors de sa lecture, il doit repérer efficacement et mémoriser les données qui lui serviront à développer une stratégie de résolution. Pour ce faire, il doit pouvoir recourir aux connaissances qu'il a de la langue mais aussi à sa perception et à sa discrimination visuelle, à ses capacités attentionnelles, mnésiques et intellectuelles.

### II.1.1 Définition et capacités cognitives sollicitées en situation de problème

Le dictionnaire définit le verbe comprendre comme à la fois, le fait de « contenir en soi, faire entrer dans un tout, une catégorie » et de « percevoir le sens d'un message, d'un système de signes, se faire une idée claire des causes, des motifs de l'enchaînement logique de quelque chose ». Brin-Henry, Courrier, Lederle et Masy (2011) ajoutent que « la compréhension verbal fait appel à la compétence linguistique du sujet (connaissance de la langue) mais elle est dépendante de nombreuses autres capacités ».
Lors de résolution de problèmes, c'est la compréhension en lecture qui est sollicitée. On peut la décomposer en trois étapes : une première qui consiste à se faire une représentation, en intégrant les informations externes (texte, photo, etc.) et les informations internes (son savoir personnel). Cette représentation change au cours de la deuxième étape car elle réunit les informations lues permettant de se constituer un modèle de situation, tel qu'il est décrit par Van Dijk et Kintsch (1983).

« Il s'agit d'une représentation cognitive des événements, des actions, des individus et de la situation générale évoquée par le texte » (Van Dijk et Kintsch, 1983, p11-12). Enfin lors de la troisième étape, la création du modèle de situation donne lieu à l'intégration de cette représentation personnelle propre à chaque lecteur du texte.

Un énoncé arithmétique ressemble donc à un texte narratif. Le lecteur doit dégager les termes lexicaux et les liens grammaticaux qui les unissent, afin d'avoir une première compréhension du texte. Il établit par la suite des rapports entre cette compréhension et ses connaissances personnelles pour y mettre du sens. Mais le lecteur doit aussi inférer pour comprendre l'énoncé. Les élèves bons en résolution de problèmes sont ceux qui en inférant, mobilisent des schémas de résolution intégrés en mémoire à long terme (De Corte, Verschaffel et De Win, 1984).

En milieu scolaire, certains exercices arithmétiques ne demandent qu'à appliquer des calculs appris et qui sont devenus habituels pour la plupart des élèves. Or la situation problème apporte cette touche de nouveauté qu'est la recherche d'un résultat, sans connaître la procédure idéale. Cette tâche nécessite donc une chaîne d'opérations qui n'ont pas été apprises au préalable par l'élève. Deux conditions doivent être réunies pour qu'on soit en présence d'une situation-problème :

- Il doit exister une distinction entre l'état initial (considéré comme incomplet, médiocre) et l'état final qui constitue le but à atteindre (considéré comme la situation idéale et finie).
- La planification des opérations nécessaires ne doit pas manifeste.

Résoudre un problème, c'est se mettre à réfléchir, à se lancer efficacement dans une démarche cognitive afin d'apporter une modification satisfaisante à la situation de départ. Pour ce faire, les élèves doivent donc défaire la situation-problème pour en dégager plusieurs sous-buts. Cette découpe de l'énoncé facilite le traitement des informations. Les élèves vont aussi devoir s'appuyer sur les connaissances acquises lors de leurs expériences précédentes afin d'effectuer des analogies pour améliorer la résolution du problème.

### II. 1.2 Spécificité de la compréhension inférentielle

La compréhension de problème est dite inférentielle car elle exige de repérer des informations données implicitement dans l'énoncé. Dabène-Quet (1999, cité par Lenfant, Thibault et Helouin, 2006) décrit cette compréhension selon 3 phases :

- La première consiste à une mise en corrélation des idées pour avoir « une représentation unique », il s'agit de l'intégration.

- La deuxième hiérarchise les données présentes dans le texte afin d'en extraire les principales.
- La troisième, la phase d'élaboration, associe les connaissances acquises aux données principales recueillies dans l'énoncé.

Van der Schoot, Reijntjes et Van Lieshouts (2011) se sont intéressés à la compréhension chez des lecteurs experts et des lecteurs de faible niveau auprès d'enfants de 10 à 12 ans, en évaluant la vitesse de lecture par rapport au balayage oculaire. Les auteurs partent du principe qu'une information lue est aussitôt assimilée. Chaque enfant dispose d'un texte où y est décrit un personnage, suivi d'une histoire mettant en scène ce personnage dans un enchaînement d'actions cohérentes ou non.

Il s'avère que les lecteurs de faible niveau, éprouvent des difficultés à se faire une représentation de la situation ainsi qu'à repérer les incohérences. Ils oublient au fur et à mesure ce qu'ils ont lu. Les lecteurs de faible niveau laissent de côté les informations pertinentes alors qu'ils pourraient les utiliser comme base d'interprétation pour la suite du texte. Même s'ils ne comprennent pas la situation globale, les incohérences du texte ne les conduisent pas à une augmentation du temps de lecture. Ils ne retournent pas aux phrases précédentes, probablement parce qu'ils ne prêtent pas attention aux incohérences. De même, les informations concernant le personnage ne sont plus présentes dans leur mémoire de travail. Les lecteurs experts lisent plus vite, ils assimilent et donc n'ont pas besoin de revenir au texte. Ils enrichissent leur modèle de représentation du texte. Les lecteurs experts sont attentifs à la stratégie qu'ils utilisent et ont modèle mental plus efficace.

La résolution de problèmes arithmétiques fait appel à une compréhension inférentielle qui s'élabore sur plusieurs niveaux. L'enfant soumet l'énoncé à un traitement linguistique, il comprend d'abord le texte. Suite à ce traitement, il met en relation les éléments principaux avec ses connaissances mathématiques. L'enfant doit considérer toutes les liens contenus dans l'énoncé et les associer grâce à sa pensée logique (opérations à effectuer, notions à appliquer). Ces relations s'articulent de manière cohérente afin d'aboutir à un projet de résolution. Ce processus est variable d'un enfant à l'autre selon les procédures et stratégies dont il dispose.

Sylvie Akiguet-Bakong (2008) s'est plus particulièrement intéressée à l'impact du niveau de compréhension sur la résolution des problèmes arithmétiques chez des enfants de cours élémentaire. Elle s'interroge sur le type de raisonnement que l'enfant élabore pour lier la situation avec la question posée. Il s'agit pour l'enfant de se représenter chacun des événements décrits dans la situation et de les organiser de manière cohérente pour répondre à la question. Cette représentation détermine le choix du calcul à effectuer par la suite. En somme, plus la compréhension de l'énoncé est appropriée, plus la résolution est efficace. Akiguet-Bakong affirme aussi que le renforcement en mémoire des informations pertinentes du texte améliore les performances en compréhension et en résolution. La compréhension fait appel à des connaissances déclaratives, où l'enfant décrit et contrôle l'organisation des événements de la situation (Lemaire, 1999 cité par Akiguet-Bakong 2008). Alors que pour la résolution, selon Reed (1999 cité par Akiguet-Bakong 2008), il s'agit de connaissances procédurales où se coordonnent les actions en vue d'une finalité précise. Selon Akiguet-Bakong, l'activité de résolution de problèmes arithmétique ne peut se faire sans une bonne compréhension de l'énoncé et une mise en sens des événements par rapport au but recherché.

## II.2. Autres habiletés nécessaires

La résolution de problèmes arithmétique ne peut donc s'envisager sans la compréhension. Cependant elle ne peut constituer à elle seule la réussite ou l'échec dans cette tâche. L'implication des fonctions exécutives ainsi que des savoirs arithmétiques est indispensable.

### II.2.1 Maîtrise des opérations arithmétiques

La résolution de problèmes demande de la part de l'élève, une mise en œuvre de procédures opératoires. Suite à la lecture de l'énoncé, il doit être en mesure de sélectionner la ou les opérations arithmétiques appropriées à la situation présentée. Afin de faire le bon choix parmi les quatre opérations fondamentales (que sont l'addition, la soustraction, la multiplication et la division) l'élève mobilise trois types de savoirs. Tout d'abord, il fait appel aux concepts qu'il connaît pour décoder la situation, il détermine une stratégie de résolution et le plan qu'il va suivre. Puis l'élève se sert des faits arithmétiques qu'il a encodés. Si jamais ses connaissances mathématiques sont insuffisantes, l'élève va employer les méthodes apprises en classe et qui sont propres à chacune des opérations. Ces calculs se développent étape par étape en respectant un ordre d'exécution précis spécifique à l'opération engagée.

Cet apprentissage demande de nombreuses années de confrontation et de pratique. On voit que certains élèves de fin de cycle primaire, ont des difficultés à maîtriser l'ensemble des quatre opérations. Le niveau de difficulté de l'opération, ses aptitudes individuelles et son aisance avec la situation vont faire évoluer les stratégies de résolution de l'élève. Parfois le recours à des aides informelles comme le comptage digital, la représentation graphique (paquet de dix) ou la représentation figurative (avec des jetons) complète la mise en œuvre de la stratégie de résolution.

Le progrès en résolution de problèmes au cours de la scolarité a été démontré par Kail et Hall (1999), notamment dans l'utilisation croissante des procédures opératoires. Parmi des élèves âgés de 8 à 12 ans, les auteurs observent un arrêt des progrès pour ceux ayant des difficultés en arithmétique. Kail et Hall (1999) l'explique par la durabilité de l'utilisation de procédures primitives (comme le comptage digital ou le dénombrement de jetons). Alors que les élèves plus à l'aise en arithmétique vont développer des procédures mentales et donc encoder les expériences arithmétiques qu'ils auront faites.

Abedi et Lord (2001) confirment ce rapport entre progrès dans la maitrise opératoire et performance dans la résolution de problèmes. Ils mettent en comparaison des élèves de haut niveau en mathématique avec des élèves ayant un niveau plus faible. Les auteurs rapportent que la plupart des énoncés arithmétiques ont été résolus par les élèves de haut niveau alors que quelques problèmes seulement ont été solutionnés par les élèves de niveau plus faible. Abedi et Lord (2001) évoquent la capacité d'opérer en arithmétique comme un élément déterminant de la réussite en situation de résolution de problèmes.

Cette aptitude ne peut se dégager du lien qu'elle entretient avec les capacités de mémoire pour pouvoir retenir et manipuler des informations numériques plus ou moins complexes.

### II.2.2 Capacités mnésiques

Les mémoires de travail et à long terme sont indispensables pour résoudre un problème. Richard (1982) dégage deux types d'activité mnésique dans la résolution de problèmes. La première consiste à maintenir temporairement les informations nécessaires à la résolution future (les données chiffrées et la question) et la seconde correspond à la récupération en mémoire à long terme des faits arithmétiques et des règles opératoires (propriétés, analogies, algorithmes). L'auteur rappelle aussi les limites de ces capacités surtout chez l'enfant. Lors de la phase de compréhension de l'énoncé, l'élève doit interpréter le texte, recoder les informations pertinentes et les stocker en mémoire. Si la lecture, qui est une tâche cognitive importante chez l'enfant, est laborieuse alors les capacités de la mémoire de travail en seront fortement perturbées au vu des dépenses énergétiques liées à l'activité de lecture. Ceci va se traduire par l'oubli de certaines informations, non pas par inattention mais par mauvaise sélection dans le traitement des informations à mémoriser. Cette limitation de la capacité mnésique peut aussi être due à une perturbation dans l'exécution des sous-buts.

La mémoire à long terme offre un accès direct aux connaissances acquises. Elle est activée par des informations présentes dans l'énoncé qui permettent à l'élève de faire une analogie avec des processus de résolutions efficaces.

Fayol (1991) évoque la construction du schéma de résolution, chez les élèves jeunes ou de faible niveau, qui n'est pas « élaboré en mémoire à long terme ». Les élèves dans ce cas sont contraints de stocker les informations lues en mémoire à court terme et donc s'exposent à des oublis ou à un traitement superflu de ces informations.

Swanson (1993, cité par Thévenot et al., 2006) a montré que l'empan en mémoire de travail et les performances en résolution de problèmes étaient liés. Cette relation a été remise en cause par Passolunghi et Siegel (2001, cités par Thévenot et al., 2006). Ces auteurs ont démontré que lors des expériences précédentes, les chercheurs manipulaient indistinctement la mémoire de travail (traitement de l'information) et la mémoire à court terme (stockage de l'information). Passolunghi et Siegel (2001, cités par Thévenot et al., 2006) ont pris le parti d'isoler chacune de ces mémoires pour voir quel lien elles pouvaient avoir avec les difficultés de résolution chez des élèves de CM2. Il s'avère que les élèves de faible niveau en résolution de problèmes, ont des capacités mnésiques déficitaires autant en mémoire de travail qu'en mémoire à court terme. Les auteurs précisent que la mauvaise capacité en mémoire de travail chez ces élèves est due aussi à un défaut d'inhibition concernant les données superflues. Ces élèves traitent toutes les informations sans aucune distinction.

La mémoire de travail peut aussi être sollicitée lorsque l'élève doit effectuer une résolution d'un énoncé donné oralement. Il est obligé d'encoder et de traiter mentalement.
Dans l'expérience de Coquin-Viennot (2001), la mémorisation de la question donnée oralement au début de l'énoncé est encombrée par l'activité de prise de notes. En souhaitant faciliter le traitement des informations par la prise de notes (pour éviter la surcharge des informations en mémoire de travail), l'auteur s'aperçoit que cette autre tâche cognitive entrave la rétention de la question.

### II.2.3 Capacités linguistiques

La maitrise de la langue est une condition importante dans la résolution de problèmes verbaux. En effet, lors de la lecture de l'énoncé, l'élève doit être efficace dans son repérage des informations. Ceci passe bien sûr par le déchiffrage graphique mais aussi par la compréhension sémantique. Si l'élève ne perçoit pas un lien grammatical (par le biais de conjonctions) ou un lien logique (marqueurs temporels), il peut faire glisser le sens de l'énoncé et donc ne pas répondre à ce qui lui est demandé.

Bien sûr un énoncé arithmétique se distingue par sa sémantique, son style et les références auxquelles il se rattache. Il demeure une tâche scolaire qui demande des capacités spécifiques d'interprétations. Verschaffel, Greer, Van Dooren et Mukhopadhyay (2009) insistent sur le fait que le langage utilisé dans l'énoncé doit être le plus proche possible de celui que l'élève peut entendre et utiliser à l'école. En effet, plus un problème peut être transposable dans la réalité de l'élève, plus celui-ci est en mesure de le résoudre efficacement.

L'activité de résolution de problèmes exige l'intervention de diverses capacités qui sont selon les individus, plus ou moins performantes. Outre ces habiletés cognitives, l'élève a besoin de penser la situation problème de façon organisée. Grâce à ses capacités de compréhension, de lecture, de mémoire et à sa relative maîtrise des opérations arithmétiques, l'élève va ainsi dégager des façons de traiter le problème activement et rapidement.

Nous allons voir à présent quelles stratégies interviennent dans la représentation mentale de la situation problème.

## III. La méthode de résolution de problèmes

Le problème arithmétique verbal est présenté à l'enfant comme une tâche d'ordre linguistique qu'il va devoir traduire en termes mathématiques. Pour cela il doit donc se représenter mentalement la situation afin de déduire convenablement les étapes de résolution. L'élève conçoit alors les liens entretenus par les différentes données de l'énoncé en les rapportant à des concepts arithmétiques au travers de l'opération.

## III.1. La représentation du problème

Selon Richard (1990, cité par Thévenot et al., 2006) la représentation du problème illustre la compréhension que l'élève a de la situation. Lorsque l'élève commence à lire le texte du problème, il essaie de le comprendre et débute alors une construction mentale de la situation problème. Plus l'élève va approfondir sa lecture, plus sa représentation du problème se précise et s'approche du pattern de résolution.

Cependant les caractéristiques des termes linguistiques utilisés ne sont jamais le fruit du hasard. Les mots employés dans l'énoncé dépendent des caractéristiques inhérentes à la situation. Dans une situation de problème additif, des termes comme « ajouter » ou la locution « en tout » sont en lien direct avec le concept de l'addition. La compréhension de ces relations particulières passe aussi par la distinction de ce qui correspond ou non à des expériences antérieures. L'identification des caractéristiques conceptuelles se fait grâce à la recherche en mémoire, que l'élève va faire afin d'y exécuter des processus établis pour répondre au problème. Il fait des analogies avec la forme de la situation problème présente, il décide d'une règle d'action à mettre en place indépendamment du contenu du problème. En effet, dans une situation additive, l'énoncé peut aussi bien traiter de poules que de briques. Comme vu précédemment, la structure de l'énoncé va permettre à l'élève de rassembler les connaissances propres au champ concerné dans le texte. Pour mener à bien son raisonnement, il doit aussi avoir en sa possession des outils et des modèles de résolution, liés aux notions et propriétés mathématiques qu'il a apprises à l'école. Afin d'opérationnaliser la représentation du problème pensée par l'élève, il doit être en mesure de la résumer en remaniant le modèle qu'il s'est établi.

Dans toute démarche de recherche scientifique, la construction de modèle est la fondation. Dans la résolution de problèmes arithmétique, il est important que l'élève raisonne sur les données fournies dans l'énoncé, qu'il en déduise les processus exploitables pour apporter une réponse satisfaisante.

## III.2. Quelle stratégie choisir pour la représentation du problème ?

La littérature rapporte deux méthodes de représentation de la résolution de problèmes que sont d'une part les schémas et d'autre part les modèles de situation.

### III.2.1 Le schéma de résolution

D'après Kintsch et Greeno (1985, cités par Thévenot et al., 2006), un schéma rassemble la totalité des savoirs théoriques inscrits en mémoire par les expériences antérieures et qui sont ordonnés grâce à des propriétés spécifiques. Le schéma a une organisation opérationnelle, avec des plans spécifiques au traitement des données concernées par le domaine auquel le schéma est rattaché. En effet, l'élève dégage des invariants particuliers à chaque type de problème grâce à ses expériences réitérées avec des situations problèmes de même constitution. Il apprend ainsi tacitement des plans correspondant à chaque genre de problème. Stockés en mémoire à long terme, ces plans sont évolutifs en fonction des expériences de l'élève. Il les enrichit par leur fréquence d'utilisation. Les auteurs proposent un modèle qui s'articule autour de trois étapes essentielles :

- le résumé de l'énoncé pour ne garder que les informations pertinentes,
- l'activation d'un schéma conforme à l'organisation des données selon le type du problème,
- la mise en œuvre des processus adéquats selon le contexte du problème.

Kintsch et Greeno (1985 cités par Thévenot et al., 2006) précisent que le problème de type « Changement » mobilise un schéma de transfert, c'est-à-dire la réunion d'une quantité d'objets donnée au départ dans une seconde quantité (cas de l'addition) ou bien du transfert de la seconde quantité hors de celle donnée au départ (cas de la soustraction). Pour le problème de type « Combinaison », il s'agit d'un schéma de « partie-tout ». Enfin le problème de type « Comparaison » active le schéma « plus que/moins que », tenant compte de la différence des deux collections, auxquelles appartiennent les objets.

Leur modèle explique la plus grande difficulté à résoudre des problèmes de type « Changement » par l'absence de processus immédiat de résolution et la nécessité dans certains cas de le moduler avec un autre schéma. Par exemple, Paul avait des bonbons. Pierre lui en a donné 3 de plus. Maintenant Paul a 9 bonbons. Combien Paul avait-il de bonbons ? Ou alors, Paul avait des bonbons. Il en a donné 6 à Pierre. Maintenant Paul a 2 bonbons. Combien avait-il de bonbons au départ ?

Dans ces exemples, le schéma de « Combinaison » est activé avec celui rattaché au problème de « Changement ». Ceci est dû au manque d'informations à propos du nombre initial de bonbons. Cette théorie explique notamment l'effet facilitateur du placement de la question en début d’énoncé car à sa lecture, elle engage l’élève à organiser les données pertinentes selon un schéma bien précis. Les opérations à effectuer deviennent plus évidentes pour l’élève. Cette possibilité d’opérer « on line » durant la lecture, réduit l’énergie engagée en mémoire de travail et influe positivement sur la réussite de l’élève en condition de résolution de problèmes.

Si l’élève manque d’expérience ou est confronté à une situation inhabituelle, il s’engage alors dans une démarche ascendante, partant des détails perçus et non d’hypothèses de résolution. Dans ce contexte, l’élève utilise un autre type de représentation, le modèle de situation (Reusser, 1989, cité par Thévenot et al., 2006) ou modèle mental (Johnson-Laird 1993, cité par Thévenot et al., 2006).

### III.2.2 Le modèle de situation ou modèle mental

Pour Reusser (1989, cité par Fayol , Thévenot et Devidal, 2005) le modèle du schéma avancé par Kintsch et Greeno (1985) passe trop vite du support textuel au modèle du problème. Ils ne renient pas la représentation par schéma, ils l’enrichissent par une autre forme de représentation : un modèle mental, « non mathématique » (Fayol et al. 2005). Le modèle avancé par Reusser (1989) définit les représentants, les actes et les liens entre les événements dans des circonstances de vie quotidienne. Johnson-Laird (1983, cité par Fayol et al. 2005) développe le modèle mental du point de vue de la ressemblance avec la situation qu’il représente. Cette théorie rend compte de l’enchaînement des actions dans le temps ainsi que des particularités et des attitudes des objets symboliques représentant celles des objets réels. D’après ce modèle, la représentation se fait donc sur plusieurs niveaux.

Moreau et Coquin-Viennot (2003, cités par Fayol et al., 2005) soutiennent cette forme de résolution car leur étude auprès d’élèves de 10 ans révèle qu’ils sont capables de distinguer clairement les données indispensables à la résolution, des informations contextuelles pouvant soutenir la résolution. La théorie des modèles de situation permet de mieux comprendre pourquoi des énoncés problèmes sémantiquement proches peuvent être plus ou moins bien réussis ou bien faire appel à des stratégies différentes en fonction de la situation donnée par l’énoncé (Thévenot et Oakhill, 2005).

Stetic (1999, cité par Fayol et al., 2005) montre ainsi que des énoncés de type « Comparaison » sont mieux réussis en contexte situationnel familier que dans un contexte plus quelconque.

Pour ainsi dire, la théorie des modèles mentaux n’exclue pas celle des schémas. Les schémas de résolution seraient internalisés par l'élève par sa fréquence d'utilisation et donc par son efficacité rapide et moins coûteuse en énergie.

### III.3. L'autorégulation cognitive

Il est nécessaire de maîtriser les savoirs mathématiques comme les méthodes de calcul relatives aux quatre opérations de base ainsi que ceux concernant le nombre et les opérations afin de résoudre efficacement une situation de problème arithmétique. En outre, il est important que l'élève soit en capacité d'analyser le contexte du problème pour qu'il y applique les stratégies adéquates. Cependant ces conditions ne sont pas suffisantes pour attester de la réussite de l'élève lors d'une tâche de résolution de problèmes.

Focant et Grégoire (2008) avancent que l'exécution d'une tâche cognitive est favorisée par la présence « d'une structure de supervision et de gestion cognitive » (p.202). Cette structure a été définie par Gombert (1990, cité par Focant et Grégoire, 2008) comme « la capacité de l'individu de planifier et contrôler délibérément ses propres processus cognitifs en vue de la réalisation d'un but ou d'un objectif déterminant ». Cette autorégulation cognitive agit au cours de la tâche et permet d'agrandir ainsi que de consolider le niveau des savoirs. Les auteurs identifient quatre stratégies majeures dans l'autorégulation cognitive : tout d'abord **« la détermination du but »**. Par cette stratégie, l'élève envisage la finalité des méthodes qu'il va utiliser. Cette étape guide les actions qu'il va entreprendre, elle lui donne des repères. La seconde stratégie est celle dite « **de la planification** ». L'élève va considérer toutes les possibilités de résolution en recherchant les procédures répondant au but qu'il s'est fixé. Ces procédures sont activées en mémoire à long terme selon leur compatibilité à la situation et permettent à l'individu d'élaborer un schéma d'action. S'en suit la stratégie « **de contrôle** » qui donne la possibilité à l'élève d'observer et d'analyser l'efficacité de l'action entreprise. Focant et Grégoire détaillent cette stratégie car elle envisage le contrôle selon quatre dimensions : le « *monitoring* » est un contrôle en continu, plus ou moins conscient, qui avertit l'élève lorsque son action ne conduit pas au but déterminé au départ. « *Le contrôle de la poursuite du but* » est un contrôle volontaire et conscientisé par l'élève qui apprécie la concordance de son plan d'action avec le but final. A intervalles réguliers, intervient le contrôle par *« révisions des étapes menées »* qui s'intéresse à la traduction arithmétique réalisée par l'élève en fonction de ce qu'il souhaite résoudre. La dernière dimension du contrôle est celle « *de la vérification des résultats* ». Elle intervient régulièrement dans la vérification des calculs arithmétiques, afin de détecter d'éventuelles erreurs. Enfin la stratégie

« **d’ajustement** » utilise toutes les données récoltées par les différentes dimensions du contrôle afin que l’élève ajuste son action.

Les auteurs affirment que cette autorégulation est dépendante de la motivation de l’élève face à la tâche de résolution de problèmes. En effet, si l’élève est découragé à l’idée de résoudre un problème, le contrôle de son action en cours de résolution risque, soit de ne pas être efficient, soit de ne pas être effectué.

Suite à la description de l’autorégulation, Focant et Grégoire (2008) ont mené, auprès d’élèves de cinquième primaire (équivalent CM2), deux études pour vérifier si un lien existe entre ce processus d’auto-analyse et les performances en arithmétique dans un contexte scolaire de résolution de problèmes arithmétiques. Il résulte de leurs recherches que la détermination du but est acquise par l’ensemble des élèves alors que la planification et le contrôle sont significativement liés aux bonnes performances en arithmétique. Les auteurs confortent leurs résultats en étudiant quatre élèves en difficulté dans l’apprentissage mathématique (Focant 2003, cité par Focant et Grégoire, 2008). Ces élèves n’utilisent que peu ou pas d’autorégulation cognitive spontanément et notamment celle de la planification. Ils se lancent dans la résolution de problèmes sans avoir identifié les étapes ni même le but à atteindre. Les capacités d’autorégulation vont de paire avec l’âge de l’élève. Même si un jeune individu peut montrer des comportements autorégulés comme la recherche par essais-erreurs, il n’en demeure pas moins que les diverses stratégies vont s’étoffer au fil de ses expériences.

### III.4. Conditions de résolution

La résolution de problèmes « permet de donner du sens aux concepts mathématiques et de réinvestir des procédures dans un contexte qui justifie leur utilisation » (Fagnant, Demonty et Lejong 2003). Elles rappellent le modèle proposé par Verschaffel, Greer et De Corte (2000, cités par Fagnant et al., 2003) pour illustrer la démarche de résolution. Au départ, l’enfant part d’une situation de la vie réelle qu’il soumet à « une analyse mathématique ». En situation scolaire, il s’agit du texte de l’énoncé et des différentes représentations graphiques qui peuvent l’accompagner. L’enfant doit avant tout mettre du sens dans la situation décrite et s’en faire une représentation mentale. Il y intègre les informations importantes, la chronologie de celles-ci et le but recherché par la question. Dans cette tâche, les connaissances liées à l’expérience de l’enfant sont déterminantes pour la suite de la résolution. Ensuite l’enfant modifie ce modèle mental en une représentation mathématique.

Cette traduction implique un raisonnement, des calculs. A ce stade, l'enfant peut commettre des erreurs de tout ordre.  L'étape suivante consiste à analyser cette traduction pour que l'enfant ait une ou plusieurs hypothèses à interpréter. Il se peut que dans certaines situations plusieurs démarches soient pertinentes. Par la suite, l'enfant rapproche l'(les) hypothèse(s) qu'il a dégagée(s), au modèle de situation. S'il y a une cohérence, l'interprétation est valide. Dans le cas contraire, il faut reprendre le raisonnement depuis le début. Enfin si cette interprétation est validée, l'enfant adapte sa réponse en fonction de la question posée.

Ménissier (2011), préfère décomposer la résolution de problèmes arithmétiques selon 5 phases :

### III.4.1 Traduction du problème

La résolution de problèmes débute toujours par la lecture de l'énoncé afin de le comprendre. A partir de cette lecture, le sujet va interpréter chaque terme de l'énoncé. Cela nécessite la combinaison de plusieurs traitements cognitifs tels que « l'identification des objets et des relations, la reconnaissance des termes lexicaux, le jugement d'appartenance catégorielle, la distinction entre quantité continue et discontinue [et enfin] l'inférence perceptive immédiate intervenant à des degrés divers selon la présentation des données ». (Ménissier, 2011, p.80).

En outre deux types de savoirs sont indispensables à tout processus de résolution de problèmes :

- Les savoirs linguistiques pour décoder les termes lexicaux ainsi que pour pouvoir analyser syntaxiquement et sémantiquement l'énoncé dans son ensemble.
- Les savoirs factuels.

Une traduction arithmétique n'est pertinente que si elle renvoie à un vécu particulier de l'enfant. Les mots utilisés dans un énoncé arithmétique sont très précis. Ils nécessitent de la part de l'enfant, une compréhension mais aussi un traitement lexical.

Descaves (1992, cité par Ménissier, 2011)  dégage 3 grandes classes « d'objets mathématiques » que l'enfant doit maîtriser :

- Les nombres en écriture arabe,
- Les 4 opérations mathématiques et leurs signes correspondant,
- Les relations induites par des termes comme « égal à », « différent de » en lien avec les symboles auxquels ils se rattachent, ainsi que les verbes d'action comme

« ajouter », « multiplier »…

Grâce à ces exercices de résolution de problèmes arithmétiques, l'enfant va élaborer son jugement critique. Brousseau (1986, cité par Ménissier, 2011) dégage 5 caractéristiques particulières à un énoncé de problème arithmétique :

- Le vocabulaire limité,
- Les données numériques concises souvent écrites avec des chiffres arabes,
- La présence d'une ou plusieurs questions,
- L'organisation des informations permettant de dégager un axe de résolution,
- La disposition des phrases basée sur de l'implicite.

Une première traduction du problème consiste à traiter d'abord de manière textuelle, en répétant dans l'ordre les termes de l'énoncé, puis de manière sémantique où la reformulation de l'énoncé amorce un début de plan de résolution (Ehrlich, 1990, cité par Ménissier, 2011).

Qu'il s'agisse d'un texte littéraire ou d'un énoncé arithmétique, la lecture ne peut se faire sans une représentation mentale. La seule différence réside dans la question posée (ou non) qui oblige l'enfant à y répondre ou à réaliser une opération bien définie.

### III.4.2 L'intégration du problème

Pour comprendre et donc mieux s'approprier la structure du problème, l'enfant va devoir coordonner tous les éléments pertinents pour aboutir à un schéma de résolution. Cependant il n'est pas rare de constater chez les enfants, des erreurs dans la traduction arithmétique. Ceci les met en difficulté pour penser les opérations sur des concepts figurés alors qu'en situation réelle, cette difficulté n'existerait pas. Dans le cas où il reconnaît le type de problème auquel il a affaire, il choisit une procédure de résolution qu'il a encodée grâce à ses précédents apprentissages. Si l'enfant ne le reconnaît pas, il procède alors par essais-erreur avec le risque de se tromper d'objet de recherche et/ou de mal organiser les données. C'est la signification et la traduction que l'enfant en fait, qui rend compte de la complexité du problème.

Plus il aura des savoirs diversifiés et précis, plus il lui sera facile de traiter les problèmes arithmétiques.

### III.4.3 La planification des actions

La formulation dans les manuels laisse envisager les problèmes comme « une situation de la vie courante représentée par un énoncé (texte, schéma, graphique…) suivi d'une ou plusieurs

question » (Devaux, Moulira et Soletchnick, 1995, cités par Ménissier, 2011). Ces énoncés sont des contextes qui généralement ne se rencontrent pas dans la réalité et qui peuvent impliquer des calculs grâce aux informations chiffrées fournies. Ces calculs constituent les éléments de réponse du problème. Dans ce cas il s'agit d'énoncés arithmétiques.
La résolution de problèmes donne à voir l'évolution de la pensée et des stratégies façonnées par l'enfant, grâce aux savoirs qu'il a acquis. On peut examiner cette planification selon la chronologie des étapes accomplies et par l'effet que produit chaque étape. L'enfant doit être en capacité de prévoir ces effets pour juger de la pertinence de ses actions en vue d'apporter une solution au problème. « La coordination des opérations mentales doit donc en premier lieu intégrer l'inconnue à trouver » (Ménissier , 2011). Pour autant, il faut que l'enfant puisse se dégager de ses contraintes internes lorsqu'il est face à un problème qui suppose une procédure nouvelle. Anticiper c'est organiser mentalement son action avant de la réaliser. En se référant aux éléments pertinents du texte, l'enfant doit faire du lien avec son projet de résolution. Les rapports établis lui paraissant pratiques, il s'en saisit pour s'en faire une norme de résolution. L'enfant n'est pas à l'abri pour autant d'oublier des étapes ou de commettre un impair.

Une vérification de chaque étape est indispensable pour évaluer l'organisation, l'utilité et les effets des différentes actions envisagées par l'enfant. Au fur et à mesure de sa scolarité, l'enfant va se détacher de la langue orale pour s'emparer de la langue mathématique afin de contrôler sa logique. Ménissier (2011) distingue deux types de raisonnement: l'induction, « qui partirait du général vers le particulier » et la déduction « qui irait du particulier au général » (les faits se transforment en lois). En logique, un raisonnement se traduit par une démonstration qui utilise des termes du système algébrique ou géométrique et d'autres termes spécifiques empruntés à la langue.

### III.4.4 L'exécution des calculs

A cette phase l'enfant organise les informations numériques pertinentes selon son projet de résolution en vue d'opérer. Pour ce faire, il peut soit « récupérer en mémoire certains faits arithmétiques qu'il connaît : addition des nombres doubles, résultat de tables de multiplication » (connaissances de type déclaratif), soit « utiliser des procédures qui permettent de trouver le nombre recherché ».

### III.4.5 L'autocontrôle du résultat

Il est communément admis que le résultat n'est pas présent dans l'énoncé et qu'il est le fruit d'opérations cognitives. En essayant, en formulant des hypothèses ou en résolvant les objectifs que l'enfant s'était fixé, il est à même de réajuster son plan voire de le reconstruire depuis le début. La résolution de problèmes consiste principalement à déterminer les effets de sa démarche. Le sens doit apparaître autant dans l'agencement des étapes que dans leur chronologie. Le contrôle agit au départ sur le plan d'action puis sur le résultat final. Lors de cette phase, le clinicien peut observer « la détection d'incidents (lorsque se produit une erreur dans la procédure et que s'effectue une correction) et des impasses (lorsque l'enfant au cours de la procédure admet son impossibilité à atteindre le but recherché) ». Une réorganisation des images mentales peut avoir lieu, qui impacte directement le travail de l'enfant.

## III.5. Le recours à la symbolisation informelle

Commeiras et Bruas (2010) rappellent que de nombreux travaux ont mis en évidence l'utilisation préférentielle des procédures simples (grâce à des supports externes) chez les enfants ayant des difficultés opératoires. Ceux-ci n'ont pas de représentation mentale des opérations, ce qui augmente leurs temps de résolution. Pour les enfants opérants, ils procèdent au calcul mental et enrichissent leurs connaissances numériques afin d'aller vers des situations de complexité croissante.

Fagnant (2008) remarque un écart considérable dans les performances, entre l'utilisation de stratégies informelles de résolution (l'élève montre ainsi ses capacités de raisonnement indépendamment des savoirs arithmétiques inculqués) et l'élaboration d'opérations (où l'élève est plus en difficulté pour utiliser le symbolisme arithmétique). L'auteure note aussi une différence nette entre le nombre de réponses exactes (qui est supérieur) et le nombre d'opérations adéquates. Elle avance que la difficulté soulevée, dans ce cadre, est spécifique aux symboles mathématiques car les élèves se révèlent être en difficulté par rapport à un problème qu'ils avaient résolus correctement grâce à une stratégie informelle. En se figurant le problème à sa manière, l'élève fait preuve d'une meilleure analyse que si elle lui est fournie par les termes mathématiques.

L'élève élabore une représentation du problème à partir du sens qu'il a dégagé de la situation qui lui est présentée. Les schémas de résolution vont s'étayer avec la fréquence de rencontre d'une même situation-problème que l'élève va internaliser progressivement. La nouveauté liée à son apprentissage va lui permettre de modifier ce modèle et d'en penser de nouveaux. Cependant on ne peut pas affirmer que chaque élève est égal à ses pairs. De nombreux facteurs individuels peuvent apporter un élément de réponse concernant les différences de performances en résolution de problèmes.

# IV. Les différences de performances entre les individus

## IV.1. Facteurs explicatifs

### IV.1.1 Expérience dans la résolution de problèmes

Pour Thévenot et al. (2006) les difficultés de résolution de problèmes verbaux sont partiellement causées par un défaut « d'inhibition de l'information en mémoire de travail ». L'enfant doit être en mesure de juger des rapports entre les informations à conserver ou celles à exclure. Ce jugement s'étoffe avec l'exercice et la complexité croissante des situations rencontrées. Escarbajal (1988) insiste sur l'utilité de proposer aux élèves de construire leur propre énoncé problème afin de mieux appréhender la différence entre les données pertinentes non modifiables (l'organisation des relations), de celles non pertinentes et transformables (contexte). Cependant, l'auteur apporte une précaution concernant la compréhension de la situation problème par l'élève. Ce n'est pas parce qu'il crée une situation proche d'un problème sur lequel il a déjà travaillé, qu'il sait le résoudre. Pour autant, cet exercice offre à l'enseignant ou au praticien, une vue des déviations possibles dans l'interprétation de la situation par l'élève.

### IV.1.2 Construction du schéma mental

En plus de l'hétérogénéité des connaissances de la langue, de la performance opératoire et de l'efficacité de la mémoire de travail vues précédemment, Thévenot et Perret (2009) ajoutent la différence de construction des modèles mentaux. Ceux-ci s'élaborent dans « une démarche cognitive volontaire » afin de conserver les relations nouvelles présentes dans un énoncé. L'enfant va d'abord traiter de manière consciente l'énoncé puis utilise des opérations arithmétiques en fonction de sa lecture et de sa compréhension. Les auteurs soulignent la différence de contrainte et de rigueur que les enfants s'imposent dans leurs représentations. En effet pour certains d'entre eux, une traduction arithmétique inadéquate ou bien une réponse complètement indépendante des données du texte, ne les dérange en aucune façon.

Brissiaud (2002) considère que chez un enfant, si sa représentation mentale ne correspond pas à sa traduction arithmétique, alors la résolution devient difficile. De plus, l'enfant n'assimilera pas de la même manière que son camarade l'enseignement reçu, concernant les concepts arithmétiques.

Levine, Jordan et Huttenlocher (1992, cités par Fayol et al, 2005) soulignent une limite mentale dans la manipulation des données disponibles en mémoire. Nommant cet indice « Representational Set Size », ils le considèrent comme révélateur des possibilités de l'enfant en situation de résolution.

Clément (1996) s'est intéressée au rôle des opérateurs (symboles mathématiques) dans l'élaboration de la représentation du problème. Pour expliquer l'importance du point de vue, elle réutilise les deux formes d'actions décrites par Richard (1990, cité par Clément, 1996) :

- envisager une action selon le résultat qu'elle entraîne est un « changement d'état ». Il s'agit de diviser l'action globale en deux sous-buts : un état est quitté afin d'entrer dans un autre état.
- envisager une action dans son déroulement, correspond au déplacement transformant l'état initial en l'état final. Dans ce cas, l'action globale reste intègre et est assimilée à une « transition d'un état à l'autre ».

Clément soumet aux participants de son étude, des problèmes de type « changement » et de type « déplacement ». Elle remarque comme Kotovsky, Hayes et Simon (1985, cité par Clément, 1996) que les performances sont meilleures pour les opérateurs de déplacement que pour ceux de changement. Ainsi le point de vue que le sujet a, de l'opérateur à utiliser, détermine la résolution du problème. Le point de vue se caractérise par la représentation de l'évolution de l'état initial vers l'état final. Le point de vue « changement d'état » considère isolément ces deux états, alors que le point de vue « déplacement » inscrit l'état initial et l'état final dans une continuité où l'état initial se transforme en l'état final.

Clément (1996) affirme que la perception et les propriétés utilisées par le sujet, sont influencées par ses propres connaissances. Le sujet cherche à faire des analogies entre la situation qu'il doit traiter et celle qu'il a pu rencontrer auparavant et qu'il a modélisée.

Clément évoque la théorie Gestalt pour expliquer le réajustement du problème. L'enfant doit considérer de nouvelles propriétés dans une « situation d'impasse » pour trouver la solution. Il doit être en mesure de saisir et de comprendre les éléments nouveaux pouvant être masqués par l'activation de ses connaissances antérieures.

> Le facteur principal de la difficulté d'un problème est le point de vue suggéré par le contexte sémantique. Ainsi, un problème est difficile quand le contexte incite à imaginer le processus de la transformation dans le changement d'état d'un objet plutôt qu'à considérer l'état initial et l'état final. (Clément, 1996, p. 436)

Ecarbajal (1988) distingue les enfants « experts » qui identifient par analogie et donc activent facilement un schéma de résolution, de ceux qui construisent du sens à partir de la situation.

### IV.1.3 Difficultés d'ordre linguistique

Si la compréhension de l'énoncé verbal est erronée, elle donnera lieu à une mauvaise interprétation de la situation et donc à une mauvaise traduction arithmétique. Commeiras et Bruas font notamment référence à Fayol, Thévenot et Devidal (2005, cités par Commeiras et Bruas, 2010) lorsqu'elles évoquent l'association de l'arithmétique avec la langue. Les enfants font appel à leurs connaissances usuelles concernant « le mot-nombre, la compréhension de la numération verbale, le codage verbal des faits arithmétiques » quand ils sont en situation de résolution.

La lecture a aussi un impact important comme l'affirme Muth (1984, cité par Commeiras et Bruas, 2010) qui découvre un écart notable entre erreur de lecture et erreur de calcul dans la résolution de problèmes.

Pour Kail et Hall (1999, cités par Thévenot et al., 2006) « la compréhension du langage écrit des problèmes verbaux est une première étape nécessaire à la construction du modèle mathématique lui-même nécessaire à l'accomplissement des calculs ». Un élève considéré comme bon lecteur a moins de difficulté à se figurer et à ordonner les différentes structures arithmétiques, par rapport à un élève de faible niveau en lecture.

Les enfants n'ont pas tous le même bagage lexical ni la même solidité dans leur discours. Les auteurs rappellent le travail de De Corte et Verschaffel (1987, cités par Fayol et al., 2005) qui fait valoir que l'explicite dans l'énoncé, le respect de la chronologie ainsi que l'ajustement des termes employés, augmentent « significativement les performances des enfants ». Fayol et al (2005) rapportent que les recherches concernant « l'impact des nombres et des opérations sont rares » comparées à celles en lecture.

Stella Baruk, professeur de mathématiques et chercheuse en pédagogie, rapporte quelques anecdotes concernant des erreurs dues à la polysémie des mots du quotidien. Elle évoque notamment la situation où une élève pense à la situation de « doubler un véhicule », passer devant, lorsqu'on lui pose la question « qu'est-ce qui double trois ? ». L'élève répond donc « quatre » car ce chiffre est devant le trois. Elle constate que « l'utilisation de mots appartenant à la langue courante entraîne une épaisseur de sens qui n'est pas prise en compte dans l'enseignement». (Baruk, 1993, p177). L'expérience et l'utilisation du terme « double » qu'en avait cette élève étaient complètement détachées du contexte mathématique. L'auteur insiste sur cette perte de sens causée par la confusion crée entre plusieurs langues : la langue maternelle, la langue scolaire et la langue mathématique.

### IV.1.4 Choix et sens des opérations

Selon Kail et Hall (1999, cités par Fayol et al., 2005), les progrès dans le domaine opératoire se répercutent directement sur les progrès en résolution de problèmes. Brissiaud (2003, cité par Fayol et al., 2005) précise que l'exactitude de la réponse est subordonnée à l'évolution des savoirs arithmétiques et de leur utilisation.

Fagnant (2008) a analysé les erreurs commises, dans le domaine des nombres et des calculs, par des élèves de 3$^{ème}$ maternelle et de 1$^{ère}$ primaire (équivalent GS, CP). Elle remarque que ces élèves ont recours à des stratégies superficielles lorsque ceux-ci n'ont pas bien compris et assimilé les symboles mathématiques.

Mialaret (1999) a repris le travail de recherche de Bompart démontrant un écart important entre la progression de l'acquisition des quatre opérations fondamentales et la maturation psychologique chez l'enfant. Une opération ne fait pas appel aux mêmes actes de pensée chez chaque élève selon son âge. Mialaret a mené une grande étude concernant les problèmes arithmétiques en 1950 qu'il a reconduite auprès d'un plus petit échantillon en 1998. La comparaison entre les élèves de même âge mais à distance de plusieurs décennies montre que les taux de réussite au choix de l'opération ainsi que le taux de bons résultats sont quasi inchangés. Ceci est d'autant plus étonnant que la manière d'apprendre et de travailler l'arithmétique a subi de profonds changements pédagogiques lors de ces cinquante dernières années.

### IV.1.5 Composante émotionnelle

Peu de recherches se sont penchées sur l'aspect émotionnel que peut provoquer la situation de résolution de problèmes. Si cette tâche est aisément réalisée par certains élèves, elle est synonyme pour d'autres d'anxiété, de malaise et/ou de perte de temps. La motivation individuelle a aussi sa part d'explication dans la réussite ou non en résolution de problèmes.

Le rapport à l'erreur est aussi un facteur très important, surtout en cycle primaire. L'enfant à cet âge développe sa pensée et déploie beaucoup d'énergie pour mettre du sens, comprendre et accepter son environnement. Pour certains élèves, la prise de conscience de l'erreur va leur permettre de progresser, pour d'autres elle constitue un échec considérable.

Baruk (2003) dénonce les « problèmes piégés » donnés aux élèves avant même que la notion de problème ne soit solidement ancrée en eux. « On ne peut ni deviner ni rétablir ce qu'on ne connaît pas, et à quoi on ne s'est pas entraîné » (Baruk, 2003, p 268). Mialaret (1999) soutient cette idée que les notions d'opération, de nombre, de problème ne peuvent s'assimiler sans qu'on laisse du temps à l'élève pour s'y familiariser.

Le système de notation en milieu scolaire, peu importe son code, (couleur, note chiffrée, lettre…) pointe manifestement l'erreur. Cependant des pédagogies alternatives comme les écoles Freinet ou Montessori investissent différemment l'erreur en ne la sanctionnant pas.

## IV.2. Evolution de la résolution de problèmes au cours de la vie de l'individu

Pour Lemaire (1999) la différence majeure entre novice et expert réside dans la nature même de la représentation mentale réalisée lors de la résolution de problèmes. L'expertise vient par le sentiment d'habitude dans la résolution, activant une image mentale plus rapidement. Il cite Acredolo (1979, cité par Lemaire, 1999) qui objective cette familiarité, en soumettant une situation d'objet caché à des nourrissons. Il en résulte que les enfants soumis à cette expérience dans une sphère proche (leur maison), se figurent d'une meilleure façon la situation-problème et donc la résolvent plus efficacement que ceux qui la réalisent dans un environnement étranger.

Chez les experts ce n'est pas seulement le nombre mais bien l'ordonnancement des informations en mémoire à long terme qui leur permet d'être plus efficients (Chi, Glaser et Grees 1992, cités par Lemaire, 1999).

Les experts usent de l'abstraction pour composer leur catégorisation, à la différence des novices. Cet agencement des données « permet au sujet un encodage beaucoup plus efficace de l'information relative à un problème ». Le novice a donc plus de difficultés à discriminer les informations qui lui sont utiles, de celles superflues. D'après Lemaire, être expert « signifie aussi acquérir et utiliser des procédures, des algorithmes ou des règles plus efficaces ».
Siegler (1981, cité par Lemaire, 1999) teste des enfants de 5 à 17 ans pour observer quelles règles sont dégagées dans le contexte de problème avec une balance. Il a ainsi démontré la hiérarchisation des niveaux d'expertise dans l'élaboration de règles afin de se dégager de la dichotomie novice/expert. « Par la pratique et la confrontation au domaine, l'expertise s'acquiert progressivement » (Lemaire, 1999). L'auteur conclut en proposant d'envisager « l'expertise comme un continuum » entre le novice et l'expert.

Cette partie théorique a donc permis d'identifier les différents paramètres impliqués dans la résolution de problèmes arithmétiques. De nombreuses aptitudes sont primordiales mais elles se révèlent hétérogènes selon les individus. Le facteur psycho-affectif peut avoir aussi une implication dans les performances de l'élève en tâche de résolution de problèmes. En effet, la composante émotionnelle peut agir comme un élément perturbateur sur l'activité cognitive que réalise l'élève.

En partant de l'hypothèse que des élèves de CM1 ont reçu les mêmes enseignements dans les domaines de la lecture et de l'arithmétique et qu'ils sont familiarisés avec la situation de résolution de problèmes, nous avons soumis un protocole de recherche. Il fait suite au travail de recherche réalisé par Céline Guillon (2014) et est complémentaire au travail réalisé par Émilie Paulik (2015). Notre étude a pour objectif de comparer les élèves de même âge en situation de résolution de problèmes, afin d'observer l'influence de la structure et du type d'énoncé mais aussi afin d'étudier le détachement (ou au contraire l'accroche) de l'élève vis-à-vis d'aides informelles. Nous avons utilisé douze problèmes imaginés par Mialaret et repris par Meljac et Siegenthaler en 2012.

# Partie pratique

## I. Problématique et hypothèses

Nous avons vu précédemment que la résolution de problèmes arithmétiques fait appel à plusieurs capacités :

- Un bon niveau de compréhension de la situation et notamment une capacité à inférer des données présentes implicitement ;
- Des connaissances conceptuelles permettant de traiter l'ensemble des éléments et de construire ainsi une représentation en adéquation avec le texte du problème ;
- Une bonne récupération en mémoire des faits arithmétiques afin d'obtenir une résolution opératoire

Cette étude fait suite au travail de Céline Guillon (2014) qui s'est intéressée à l'impact de la lecture et du raisonnement analogique dans la résolution des problèmes arithmétiques, auprès d'enfants en fin de troisième cycle primaire. Elle propose de porter notre attention sur d'autres facteurs explicatifs que seulement les performances en lecture et en calcul. Nous proposons d'évaluer la résolution de problèmes arithmétiques sous l'angle de l'utilisation d'aides externes.
L'objet de cette étude porte sur le type de difficulté que rencontrent les élèves de CM1 et si en ayant recours à des aides externes, ils améliorent leurs performances en situation de résolution de problèmes.
S'il y a difficulté au sein d'un problème, sur quelle étape de la résolution porte-t-elle? Est-ce que le type de problème a un lien avec les performances ? Est-ce qu'un écart est notable entre la réussite des filles et celles des garçons ? Est-ce que l'utilisation d'aides externes a une répercussion positive sur les performances ?

Hypothèses :

- Les élèves de CM1 sont meilleurs en résolution de problèmes ayant une structure de comparaison, par rapport à ceux ayant une structure de composition, une structure de transformation, une structure isomorphe ou bien un produit de mesure (selon la classification de Vergnaud).

- Les énoncés explicites sont mieux réussis par les élèves de CM1 que les énoncés où ils doivent déduire ou reformuler les informations pertinentes.

- Les élèves de CM1 ont recours à des stratégies opératoires et non à des stratégies informelles (symbolisation par le dessin ou par la manipulation de jetons, utilisation de la calculatrice).

Pour ce faire nous comparons 38 élèves issus de même niveau scolaire (CM1), répartis en trois classes au sein d'un même établissement public, en périphérie d'Angers.

# II. Méthode

## II.1. Population

Il s'agit ici d'une population spécifique à la classe d'âge d'élèves nés en 2005, scolarisés en CM1 dans une école publique angevine. Ils ont été recrutés par le biais d'autorisation parentale pour contribuer à l'étude de résolution de problèmes arithmétiques chez les élèves de CM1. Il y a 16 garçons et 22 filles, il y a donc 35% de filles en plus dans la population. Cela peut créer un déséquilibre dans la comparaison des différentes données. Nous allons dissocier dans un premier temps les deux sexes pour révéler plus finement ce possible déséquilibre.

La population de référence ayant participé à cette étude est composée de 38 enfants de CM1, âgés en moyenne de neuf ans six mois. Ils se répartissent selon leur classe en neuf élèves dans la classe A, dix élèves dans la classe B et dix-neuf élèves dans la classe C.

| Classe | Filles | Garçons | Moyenne d'âge | Plus âgé | Plus jeune |
|---|---|---|---|---|---|
| A (double niveau avec CM2) | 44% | 56% | 9 ans et 5 mois | 10 ans | 9 ans et 4 mois |
| B (double niveau avec CE2) | 60% | 40% | 9 ans et 7 mois | 10 ans et 2 mois | 9 ans et 3 mois |
| C (CM1 exclusive) | 63% | 37% | 9 ans et 10 mois | 10 ans et 2 mois | 9 ans et 3 mois |

Les élèves maintenus en CM1 ainsi que ceux qui font l'objet d'un suivi orthophonique ont été éliminés de cette étude. En effet, ces deux facteurs constituent des critères d'exclusion.

## II.2.Matériel

Cette épreuve n'a pas fait l'objet d'étalonnage.
L'épreuve présentée aux élèves est constituée de douze problèmes arithmétiques élaborés par Gaston Mialaret et remis à jour par Meljac et Siegenthaler en 2012. Cette épreuve permet l'investigation de la compétence de résolution de problèmes arithmétiques, domaine qui n'est pas évalué dans la batterie de référence en logico-mathématique qu'est l'UDN II, élaborée par Meljac et Lemmel en 1999.
Cette épreuve comporte plusieurs avantages :

- elle peut être proposée dès l'âge de sept ans jusqu'à quatorze ans.
- elle couvre les quatre opérations fondamentales
- elle n'a pas de limite temporelle

Les énoncés de l'épreuve élaborée par Mialaret ont une forme relativement proche des problèmes arithmétiques rencontrés à l'école primaire.
Les problèmes sont présentés à l'écrit dans une première colonne. Dans la seconde, l'élève entoure quelle opération il choisit d'effectuer, sachant qu'un énoncé ne demande qu'une opération. Dans la troisième colonne, l'élève pose et résout le problème comme il le souhaite. Enfin l'élève écrit une phrase-réponse sous l'énoncé pour justifier et conclure sa résolution.

Afin de les aider dans leur raisonnement, les élèves se voient proposer plusieurs matériels laissés à leur disposition :

- Du papier et des crayons afin de pouvoir dessiner
- Des jetons de couleur avec différentes valeurs
- Une calculatrice

De plus, ils ont la possibilité de demander de l'aide à l'examinateur qui proposera un étayage, ou bien de passer un énoncé qui leur paraît trop compliqué. En fin de passation, il leur est suggéré de revenir sur les éventuels énoncés mis de côté (non résolus ou en partie).

L'examinateur vérifie de prime abord que l'élève connaît les quatre opérations et qu'il y associe, à chacune, le bon symbole mathématique. S'il a un doute ou commet des erreurs de dénomination, l'examinateur lui écrit en haut d'une feuille de passation, le nom de chacune des opérations avec leurs symboles à côté.

Après une lecture à haute voix, l'élève va choisir une opération et entourer son nom dans la colonne prévue à cet effet. Il la pose et la résout ensuite dans la dernière colonne et rédige une phrase de solution sous l'énoncé. Nous proposons d'y ajouter une justification orale afin d'objectiver la compréhension de la situation.

Si l'élève réalise une erreur, l'examinateur va lui poser systématiquement une série de questions afin d'avoir un aperçu de la compréhension de la situation par l'élève : Qu'est ce que l'on sait ? Qu'est-ce que l'on recherche ? Qu'est-ce que ça raconte comme petite histoire ? Y a-t-il une autre opération que l'on aurait pu poser ? L'examinateur peut suggérer un étayage lorsque l'élève formule une demande d'aide. Cet étayage se faisant par le biais d'une reformulation respectera la forme et la structure du problème. Il simplifiera les données chiffrées et adaptera la situation au vécu de l'élève. La correction spontanée est acceptée.

L'examinateur reste vigilant et note les remarques que l'élève lui adresse. Il est aussi intéressant de noter si l'élève a planifié en plusieurs étapes sa résolution.

Structure des problèmes (selon la classification de Vergnaud)

Le problème 1 est une composition de deux états et est explicite.

Le problème 2 est une transformation d'état avec recherche de l'état final, il est explicite.

Le problème 3 est une transformation d'état avec recherche de la transformation, il est explicite.

Le problème 4 est une comparaison d'état, il est implicite.

Le problème 5 est un isomorphe de structure, il est explicite.

Le problème 6 est une transformation d'état avec recherche de la transformation, il est explicite.

Le problème 7 est une comparaison d'état, il est explicite.

Le problème 8 est un produit de mesure, il est implicite.

Le problème 9 est un isomorphe de structure, il est implicite.

Le problème 10 est un isomorphe de structure, il est implicite.

Le problème 11 est une transformation d'état avec recherche d'état final, il est explicite.

Enfin le problème 12 est un produit de mesure, il est implicite.

Chiffrement des réponses :

Nous distinguons quatre éléments importants à évaluer :

- Le recours à un support externe
- La traduction arithmétique adaptée à l'énoncé (choix de l'opération ainsi que le calcul posé)
- La justification écrite en lien avec le calcul effectué
- La justification orale pour objectiver la compréhension de la situation

Concernant les supports externes, il est évalué pour chaque problème le recours adéquat ou inadéquat à la manipulation de jetons, au dessin et à l'utilisation de la calculatrice.

Pour la traduction arithmétique 2 points sont accordés par adéquation, 1 point en cas d'erreur de calcul et 0 en cas d'erreur dans le choix de l'opération. S'il y a une absence de réponse, elle est signifiée par « ABS ».

1 point est aussi accordé par justification écrite adéquate, 0 lorsqu'elle est inadéquate. Là encore « ABS » est noté s'il n'y pas de justification écrite.

La justification orale est évaluée de la même manière que la justification écrite. L'adéquation se vérifie par la reformulation de l'élève avec ses propres mots et la manipulation des données de manière cohérente.

La note maximale par problème est 4. La note globale est calculée par rapport à un total de 48 points.

### II.3. Présentation des problèmes

**Problème 1 :** Un fermier a 23 poules blanches et 9 poules noires. Combien a-t-il de poules en tout ?

Ce premier problème a été très souvent réussi du point de vue de la traduction arithmétique ainsi que du point de vue de la justification écrite. Les élèves ont bien l'intuition de l'opération additive, cependant il leur est difficile de justifier la somme. Le terme « en tout » ne saute pas aux yeux de tous. Beaucoup d'élèves utilisent la couleur des poules pour justifier leur addition.

**Problème 2 :** Je possédais 275€. Je dépense 34€. Combien me reste-t-il?

Pour ce problème de transformation, la plupart des erreurs commises portent sur l'oubli de la retenue. Une mauvaise organisation de l'opération sur la feuille et le résultat s'en trouve modifié. Dans cet énoncé, le terme « dépense » est plus parlant pour les élèves qui le soulignent dans leur justification orale. Ce problème reprend une situation d'achat qu'ils ont dû déjà expérimenter.

**Problème 3 :** Il y avait 11 prunes dans le panier. Il n'en reste plus que 8. Combien en a-t-on mangé en tout ?
Ce problème porte sur la recherche de la transformation. Les élèves ont tendance à relire plusieurs fois l'énoncé avant de se lancer. La formulation « en tout » constitue un piège car elle appelle une addition, comme l'évoquent Meljac et Siegenthaler (2012).

**Problème 4 :** Un terrain a une longueur de 45 mètres. Un autre a une longueur de 39 mètres. Quel est le plus long ? Et de combien ?
Ce problème est le premier à poser deux questions, ce qui peut décontenancer certains élèves. Le lexique est spécifique. Il évoque une unité de longueur, le mètre. En situation scolaire, les élèves sont habitués à résoudre des problèmes de recherche de périmètre avec une mesure de longueur et une mesure de largeur. Meljac et Siegenthaler (2012) constatent un échec important à ce problème et ce, jusqu'à la fin du cycle 3.

**Problème 5 :** On veut ranger 252 crayons dans une boîte. Chaque boîte contient 36 crayons. Combien faut-il de boîtes ?
Cette situation est la première à aborder la division. Parfois le dividende et le diviseur bloquent certains élèves qui se découragent dans la manipulation d'un grand nombre. Nous ne remarquons pas de difficulté de compréhension mais plutôt une difficulté d'association des données pour aboutir à une opération cohérente.

**Problème 6 :** Un tonneau peut contenir quand il est plein 225 litres de vin. Il ne contient que 135 litres de vin. Combien faut-il verser de litres de vin pour le remplir?
Ce problème est encore un piège pour certains élèves. La question évoque un remplissage, donc un ajout de matière. C'est ici que l'erreur de traduction arrive : il y a une confusion induite par le lexique de l'énoncé, entre la soustraction de l'état initial (135 L) par rapport à l'état final (225 L) et l'addition que bon nombre d'élèves posent.

**Problème 7 :** Pierre a 18 ans et Jean 12 ans. Quel est le plus âgé des deux ? Et de combien ?
Les élèves repèrent encore deux questions alors que la situation ne demande qu'une seule

opération. Ce problème est rapidement mis en comparaison avec le problème 4. La différence se fait au niveau de la réponse. Elle leur est évidente et certains élèves ne savent pas toujours comment repenser leur démarche et l'expliquer. Ils ont effectué la soustraction de tête (ou bien une addition à trou) pour trouver six.

**Problème 8 :** Quel est le trajet parcouru en 5 heures par une automobile qui parcourt 72 km en une heure ?
La multiplication apparaît pour la première fois dans l'épreuve. Là encore, il y a deux types d'unités auxquelles les élèves sont habitués : le temps et la longueur. Cependant la mise en rapport des deux données pour en former une troisième (la vitesse) n'est pas aisée pour l'ensemble des CM1. De plus l'énoncé ne comporte qu'une question et pas une phrase descriptive comme dans les autres énoncés.

**Problème 9 :** Une portion de fromage pèse 90 grammes. Combien pourra-t-on faire de portions avec 810 grammes de fromage ?
Le lexique est encore un frein pour bien comprendre cette situation. « Une portion » n'est pas un terme employé couramment par des élèves de 10 ans. L'idée de « part » n'émerge pas dans leur esprit. De plus, cet énoncé fait apparaître deux données de masse. Cette unité est moins maîtrisée que les autres car elle est abordée en classe depuis moins de temps. Ce problème se résout par le biais d'une division, opération dont la démarche est peu assurée chez de nombreux CM1.

**Problème 10 :** 12 mètres de soie coûtent 936€. Quel est le prix du mètre ?
La « soie », crée là encore une difficulté lexicale. Les élèves sont aussi bousculés par l'association d'unité de longueur avec une unité monétaire. La longueur peut être plus abstraite pour certains élèves quand celle-ci est mise en lien avec un prix (donc avec un système monétaire physique manipulant des pièces et des billets). L'opération de division est très peu évoquée par les élèves pour cet énoncé.

**Problème 11 :** J'ai parcouru 12 km en bus, puis 3 km à pied. Quelle est la longueur totale du trajet que j'ai parcouru ?
Ce problème est assez analogue aux problèmes que les élèvent travaillent en classe. Les élèves repèrent un seul type d'unité. Ils retrouvent une certaine assurance et donc le réussissent facilement.

**Problème 12 :** Combien y a-t-il de jours dans 5 semaines ?
Cet énoncé est le plus court de tous. Quand les élèves le lisent, d'une part ils soufflent car ils arrivent en fin de passation et d'autre part la réponse leur paraît facile. Cependant encore faut-il que l'élève qui résout ce problème, ait implicitement pensé le nombre jours dans une semaine. Les élèves le comprennent tous mais utilisent des procédures opératoires différentes.

### II.4.Procédure

Un pré-test à été réalisé en novembre 2014 auprès d'un élève de CM1 âgé de neuf ans et sept mois, n'ayant pas de difficulté d'apprentissage. Ceci a permis de déterminer une durée de passation de l'épreuve se situant autour d'une trentaine de minutes. Ce pré-test a pu mesurer la clarté des consignes et ainsi que la praticité de la cotation.

Les passations auprès des élèves de CM1 se sont effectuées individuellement dans un atelier où il y a une bonne luminosité et suffisamment de calme. L'élève est invité à s'installer là où il souhaite autour de la table (face à l'examinateur ou sur le côté).
Elles ont été réalisées entre février et avril 2015, auprès d'élèves de CM1 scolarisés soit en classe de CM1-CM2, soit en CE2-CM1 soit en CM1 exclusivement. L'épreuve dure entre 25 et 45 minutes, comprenant la reprise si besoin des énoncés mis de côté.
Les passations s'effectuent soit le mercredi matin après la récréation, soit le vendredi après-midi après la récréation aussi.

## III. Analyse des résultats

### III.1.Analyse quantitative des résultats

#### III. 1.1.Temps de passation

En moyenne, le temps de passation de l'épreuve de résolution de problèmes créée par Mialaret est de 31 minutes, pour l'ensemble des élèves de la population. Nous pouvons cependant souligner quelques différences de vitesse entre les sexes.

Les garçons (de l'ensemble de la population) réalisent l'épreuve en moyenne en 32 minutes et 36 secondes alors que les filles la réalisent en 30 minutes et 54 secondes.
Nous constatons ainsi un écart-type de 47 secondes entre les garçons et les filles. Cela ne représente qu'une vitesse plus rapide de 4% en moyenne, ce qui n'est pas très significatif.

### III.1.2. Réussite aux problèmes arithmétiques

Nous avons ordonné les résultats obtenus par les élèves selon des notes de très faibles à très hautes. Le tableau ci-dessous relève cette notation :

| | Intervalle de notes | Quantité d'élèves concernés |
|---|---|---|
| Très faible | ]4-12] | 2 |
| Faible | ]13-21] | 5 |
| Moyenne | ]22-30] | 10 |
| Haute | ]31-39] | 15 |
| Très haute | ]40-48] | 6 |

Nous constatons que 64% des élèves de cet échantillon réussissent moyennement voire réussissent bien cette épreuve.

#### III. 1.2.1 Réussite selon le sexe

D'après la méthode de calcul des points utilisée, il ressort que les filles obtiennent un taux de réussite supérieur à celui des garçons. En effet, elles obtiennent une note moyenne de 30.36/48 contre 29.44/48 pour les garçons.
Il est intéressant de constater que l'écart type du « groupe fille » est nettement supérieur à celui du « groupe garçon » (10,05 points contre 7,7 points), ce qui explique pourquoi le « groupe fille » contient les 3 plus faibles et le meilleur résultat des 38 passations.
Pour la suite de l'analyse, nous avons décidé de ne pas séparer les sexes car les écarts de résultats ne sont pas significatifs (de l'ordre de 3% d'écart).

### III. 1.2.2 Erreurs commises

Le tableau suivant présente la moyenne et l'écart type de la population par rapport à l'ensemble des questions ainsi que la répartition des principales erreurs commises par les élèves :

| Moyenne (sur 48 points) du groupe | Ecart-type (en point) | Erreur orale | Erreur calcul | Erreur traduction |
|---|---|---|---|---|
| 30.0 | 9.2 | 31.5% | 5.8% | 3.3% |

Erreur orale : % total de justifications orales non satisfaisantes
Erreur calcul : % d'exercices effectués avec une erreur de calcul
Erreur traduction : % d'exercices effectués avec une erreur de traduction arithmétique

Nous remarquons aussi que la plupart des réponses fournies par les élèves est marquée par un défaut de justification orale. En effet, un tiers des réponses ne sont pas accompagnées d'une justification orale satisfaisante. Même si l'élève a le bon raisonnement, il ne sait pas l'expliquer ou revenir dessus.

Les erreurs de calcul quant à elles ne représentent que 5,8% des réponses. Elles sont très souvent liées à une difficulté d'organisation spatiale, plus qu'à un défaut de mémorisation de la procédure.

Les erreurs de traduction arithmétique sont moins fréquentes. Elles ne représentent que 3.3% des réponses, ce qui est un résultat très faible pour une population de CM1.

### III.1.3. Taux d'utilisation adéquate aux aides externes

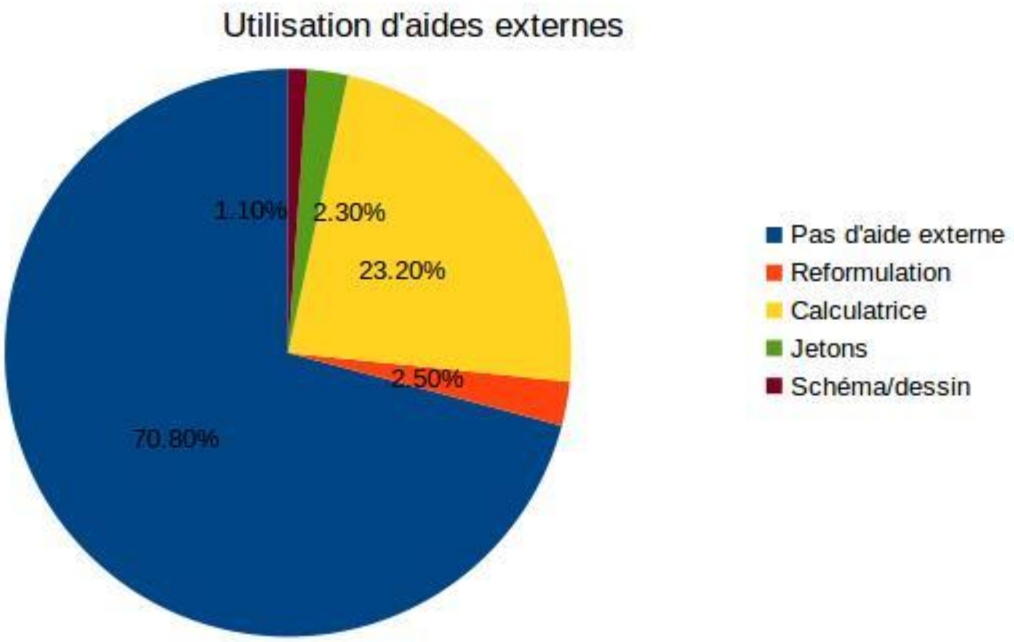


Figure 1. Répartition de l'utilisation d'aide externe sur l'ensemble des réponses recueillies lors des passations

Nous constatons que la plupart des élèves de CM1 se détachent des aides externes pour résoudre ces problèmes arithmétiques. Il est tout de même intéressant de préciser le taux d'adéquation pour chacune de ces aides.

| | Nombre d'occurrences | Utilisation adéquate | Utilisation non adéquate |
|---|---|---|---|
| Jetons | 10 | 30% | 70% |
| Dessin | 5 | 60% | 40% |
| Calculatrice | 102 | 61.8% | 38.2% |

Nous pouvons voir que les élèves ont tiré parti des aides mises à leur disposition. Nous sommes étonnés de ces résultats si élevés. Cependant la majorité des problèmes résolus, par l'ensemble de la population, a été obtenu sans aide, comme le propose notre hypothèse pour cet âge.

## III.2. Analyse quantitative des corrélations

### III.2.1 Corrélation de la réussite avec chacune des structures de problème

| | Problème 1 | Problème 2 | Problème 3 | Problème 4 | Problème 5 | Problème 6 |
|---|---|---|---|---|---|---|
| Structure | Composition | Transformation | Transformation | Comparaison | Isomorphe | Transformation |
| Formulation de l'énoncé | Explicite | Explicite | Explicite | Implicite | Explicite | Explicite |
| Note moyenne (sur 4) | 3,47 | 3.26 | 2,89 | 1,76 | 2,03 | 1,92 |
| Rang de réussite | 1er | 3ème | 4ème | 10ème | 8ème | 9ème |

| | Problème 7 | Problème 8 | Problème 9 | Problème 10 | Problème 11 | Problème 12 |
|---|---|---|---|---|---|---|
| Structure | Comparaison | Produit mesure | Isomorphe | Isomorphe | Transformation | Produit mesure |
| Formulation de l'énoncé | Explicite | Implicite | Implicite | Implicite | Explicite | Implicite |
| Note moyenne (sur 4) | 2,55 | 2,58 | 1,68 | 1,13 | 3,37 | 2,74 |
| Rang de réussite | 7ème | 6ème | 11ème | 12ème | 2ème | 5ème |

Nous avons fait la somme des notes obtenues par l'ensemble de la population pour chacun des douze problèmes.

Il ressort que la structure de composition (problème n°1) est la plus réussie en moyenne. Les élèves obtiennent une note de 3.5/4 en moyenne. Cependant cette réussite ne peut être significative du fait qu'il y ait seulement un problème proposé pour représenter cette structure. Qui plus est, c'est le premier exercice présenté aux élèves. L'ensemble des élèves le lisent et le traitent car ils débutent leur passation.

La structure de transformation est la deuxième structure mieux réussie. Parmi les quatre problèmes abordant la transformation, le problème n°6 fait chuter la moyenne des notes de l'ensemble des élèves. La formulation de ce problème rend sa compréhension peut-être plus complexe pour les élèves de CM1. Nous émettons l'hypothèse que la conceptualisation du tonneau à remplir n'est pas évidente et peut amener à une erreur de traduction arithmétique. La manipulation de centaines peut aussi constituer une certaine complexité entraînant une erreur de calcul.

Les problèmes n°2, 3 et 11 font remonter la moyenne des notes. Il est intéressant de noter d'ailleurs que le problème n°11 est le deuxième problème le mieux réussi, alors qu'il suit deux problèmes qui sont très chutés (n°9 et 10). Les données chiffrées étant plus petites et la situation décrite faisant plus appel à une réalité vécue, rendent ce problème plus facile à résoudre. Ainsi nous pouvons dire que les élèves ne se démotivent pas face à la tâche, même après deux problèmes ardus.

Les problèmes n° 8 et 12 font appel à la structure de produit de mesure. Leur réussite est plutôt bonne pour l'ensemble des élèves qui obtiennent une note moyenne de 2.7/4 par problème. Nous notons pour ces deux problèmes, une régularité dans les performances. Là encore il est intéressant de noter que le problème n°12, malgré sa position finale et les difficultés posées par les problèmes (n°9 et 10) le précédant, est plutôt bien réussi. Il n'y a pas de phénomène d'abandon de l'épreuve.

La comparaison est une structure abordée dans les problèmes n°4 et 7. Les élèves en moyenne y obtiennent des notes « moyennes » pour le problème n°7, à « faibles » pour le problème n°4. La moyenne des notes obtenues au problème n°7 est 1.5 fois supérieure à celle du problème n°4. Ceci pencherait en faveur d'une progression, les élèves feraient des analogies entre ces deux problèmes afin de résoudre plus facilement le n°7. La difficulté repose probablement plus sur la formulation de l'énoncé que sur la structure.

Enfin la structure isomorphe, travaillée dans les exercices n°5, 9 et 10 n'est pas réussie. Elle est de loin la plus chutée. La moyenne pour cette structure est de 1.6/4 par problème. Nous remarquons une régularité dans la difficulté à résoudre cette structure. Il se dégage une forme de hiérarchie dans la réussite de ces problèmes : les élèves sont plus performants dans la résolution du problème n°5, puis au n°9 et enfin au n°10. La complexité de ces énoncés peut s'expliquer par une mauvaise connaissance ou une manipulation hasardeuse de la division. Beaucoup d'élèves justifient cette complexité par le fait qu'ils sont en train d'aborder cette opération en classe, au moment de la passation de l'épreuve. Nous l'aborderons dans la partie qualitative.

### III.2.2 Corrélation de la réussite avec l'explicite/implicite

La notation fait apparaître que les quatre problèmes les mieux résolus sont explicites (n°1, 11, 2 et n°3). Nous constatons généralement, quelle que soit la structure de l'énoncé, que les problèmes explicites sont en moyenne mieux réussis à hauteur de 41% par rapport aux implicites.

Les problèmes n° 5 et n°6 sont les énoncés explicites les moins bien réussis en moyenne parmi l'ensemble des énoncés explicites. Nous pensons que cela est en lien avec les données assez élevées qui sont présentes dans les énoncés, qui peuvent être déstabilisantes pour des élèves de cet âge.

Le problème n°12 (produit de mesure implicite) a une moyenne de notes relativement haute. Nous en déduisons que le positionnement n'influence en rien la réussite du problème. Avec le problème n°8, le n°12 est parmi les problèmes implicites les mieux réussis. Nous pensons que dans ce cas précis, la structure « produit de mesure » faciliterait le travail de résolution en implicite.

Le problème n°4 (comparaison implicite) est un énoncé où beaucoup d'élèves ont eu des difficultés. Pourtant 74% des élèves ont une note supérieure ou égale à celle qu'ils ont obtenue au problème n°5.

A structure identique, nous pouvons citer par exemple le problème n°7, qui est mieux réussi en moyenne (67%) que le n°4 (42%). Il en est de même pour les problèmes isomorphes où les performances sont meilleures pour l'énoncé n°5 (la moitié des cas), puis pour le n°9 (1/3 des cas), puis pour le n°10. Cette observation nous permet d'affirmer que les élèves ont plus de difficultés à réaliser une traduction arithmétique lorsque l'énoncé est implicite que lorsqu'il est explicite. Pour l'ensemble des élèves, on note une traduction arithmétique juste pour 70% des problèmes explicites, contre une traduction arithmétique juste à hauteur de 49% pour des problèmes implicites.

Ce résultat confirme notre hypothèse. En effet, l'emploi d'un lexique et d'une syntaxe simplifiés participe à l'augmentation des performances.

Pour la résolution des problèmes n°4, 5 et 6, les trois classes ont de mauvais résultats. La difficulté porterait possiblement plus sur la structure et le contenu de l'énoncé que sur le critère d'explicite/implicite.

### III.2.3 Corrélation de la réussite avec chacune des aides externes

#### III.2.3.1 Selon la structure du problème

| Structure | Taux d'utilisation d'aide | Calculatrice | Manipulation Jetons | Dessin | Reformulation |
|---|---|---|---|---|---|
| **Isomorphe** | 69 % | 57% | 4.5% | 3 % | 4.5% |
| **Produit de mesure** | 22.1% | 17 % | 1.3 % | 1.3 % | 2.5 % |
| **Comparaison** | 14 % | 9 % | 1 % | X | 4 % |
| **Transformation** | 12.6 % | 9 % | 2 % | 0.8 % | 0.8 % |
| **Composition** | 2.6 % | 2.6 % | X | X | X |

D'après ce tableau, nous constatons que la structure « isomorphe » est celle qui requiert le plus d'aide, dont notamment 57 % via l'utilisation de la calculatrice. Ce résultat se justifie par la complexité de cette structure travaillant l'opération de division. Beaucoup d'élèves ne sont pas encore à l'aise avec cette opération ou ils ne la reconnaissent pas.
Alors que la structure « composition » est celle qui a nécessité le moins d'aide. Encore une fois ce résultat est attendu car cette structure est considérée comme bien maîtrisée à partir du CE2 (Meljac et Siegenthaler, 2012).
Nous déduisons de ces chiffres que l'utilisation de l'aide est croissante avec le niveau de complexité de la structure mise en jeu dans le problème à résoudre.

Pour préciser notre propos, nous avons constaté que les problèmes de type « transformation » font appel à une utilisation massive mais non adéquate de la calculatrice (79% des élèves de l'ensemble de la population). Nous pouvons en déduire qu'il y a un attachement des élèves à la calculatrice alors qu'ils ne savent pas l'utiliser en adéquation avec leur recherche de solution. La manipulation de jetons ne permet pas à l'ensemble de la population de mieux réussir cette structure. Elle est utilisée correctement dans 1/3 des situations de « transformation ».

En ce qui concerne les problèmes de type « produit de mesures », 77 % des élèves de l'ensemble de la population utilisent la calculatrice de manière adéquate.

Les problèmes de type « comparaison »  sollicitent eux aussi la calculatrice. Cependant son utilisation n'est convenable que pour la moitié des résolutions de problème de ce type.

Enfin les problèmes de type « isomorphe » totalisent une utilisation adéquate de la calculatrice dans 65 % des cas par rapport à l'ensemble des élèves. Les élèves sont ainsi très nombreux à se jeter sur la calculatrice pour éviter les erreurs de calcul dans les divisions. Cependant ne maîtrisant pas toujours la procédure de division, la calculatrice ne leur est pas d'un grand secours. Il faut noter qu'un bon tiers d'élèves tentent la résolution des problèmes de type isomorphe sans aucune aide. Le dessin est légèrement plus pertinent pour cette structure avec 67 % d'utilisation adéquate de l'ensemble des élèves. Quant à la manipulation de jetons, cette aide n'est adaptée à ces structures « isomorphes » car les jetons ne sont pas sécables.

La composition est une structure qui n'a pas exigé ici beaucoup d'aide. Nous rappelons que cette structure est généralement bien réussie à cet âge et qu'il n'y a qu'un seul problème représentatif de cette structure dans l'épreuve.

Suite à cet angle de vue, nous souhaitons voir si la formulation implicite ou explicite influence plus les élèves dans l'utilisation d'aides informelles et si oui, sont-elles utilisées de manière adéquate.

#### III.2.3.2 Selon l'explicite ou l'implicite

Pour les problèmes de nature implicite (n° 4, 8, 9, 10 et 12),  1/3 d'entre eux ont été réalisés avec l'aide d'une calculatrice. Cette aide s'est avérée efficace dans 63% des utilisations.
La manipulation de jetons a été utilisée dans 2.6 % des résolutions de problème implicite. Les jetons ne sont bien utilisés que dans 1 cas sur 5. La reformulation est présente dans 4.7 % des résolutions de problème implicite. Le dessin a été très peu utilisé pour résoudre les problèmes implicites (deux fois, une adéquate et l'autre non).

Concernant les problèmes explicites, c'est encore la calculatrice qui a été la plus exploitée avec 16 % d'utilisation pour l'ensemble de la population. Cette aide se révèle être adéquate dans plus de la moitié des cas.

Les jetons sont utilisés dans 1.9 %  des cas et s'avèrent être utilisés adéquatement dans 40 % de leurs utilisations.
Le dessin est encore une fois peu utilisé, seulement dans 1.1 % des résolutions de problèmes explicites. Pour autant c'est l'aide qui obtient le taux d'adéquation le plus élevé avec 67 %.

## III.3. Analyse qualitative des résultats

Nous allons reprendre dans cette partie, les différents problèmes créés par Mialaret. Nous trouvons intéressant de détailler chaque problème afin de mieux appréhender les difficultés associées, en lien avec celles déjà relevées par Meljac et Siegenthaler (2012).
Nous exploiterons plus en profondeur les enregistrements effectués au cours des passations, afin de mettre en avant les commentaires et réactions recueillis auprès des élèves. Lors de chaque épreuve, nous avons cherché à comprendre comment l'élève se représente le problème et quel raisonnement il y applique.

### III.3.1 Observations cliniques

#### III.3.1. 1-Réactions d'élèves pour chacun des problèmes

De manière globale, nous avons observé plusieurs signes extérieurs de gêne et/ ou de nervosité : tremblements des mains, fuite du regard, balancement sur le siège. La voix trahit également ce malaise soit par un débit rapide soit par le chuchotement.
Certains élèves s'accrochaient aussi à  des manières de résoudre les problèmes comme par exemple, tirer tous les traits à la règle ou réutiliser exactement les mots de l'énoncé pour écrire la phrase réponse.
Les tables d'addition sont généralement mieux mémorisées et utilisables que les tables de multiplication. Peu d'élèves confondent les opérations entre elles. Elles sont relativement reconnues par l'ensemble de la population, mais pas maîtrisées.

Ce qui nous a le plus surpris c'est un élève en particulier qui, malgré nos explications se voulant rassurantes, était extrêmement mal à l'aise. Il transpirait abondamment, il se raclait la gorge à de nombreuses reprises et demanda deux fois au cours de la passation s'il pouvait aller aux toilettes. Nous avons essayé de savoir ce qui le rendait si anxieux : était-ce la situation de passation ? Le thème de l'épreuve ? Le fait qu'il soit face à une personne qu'il ne connaissait pas ? Malheureusement nous n'avons pas eu d'informations pour expliquer tous

ces phénomènes physiologiques. Il obtient une note moyenne. Nous pouvons nous demander si son mal-être a eu des effets négatifs sur sa réflexion.
De même, nous avons observé une élève de 9 ans et 3 mois à la date de la passation, sucer son pouce. Cette réaction nous a interpellés : cela traduisait-il un embarras face à la tâche et ce pouce devenait un objet de réassurance ? Ou bien était-ce au contraire un relâchement ? L'élève n'a pas été troublée lorsque nous lui avons fait la remarque que nous ne comprenions pas ce qu'elle nous disait.
Enfin bon nombre d'élèves sont fragiles émotionnellement. Lorsque nous reprenons la démarche opératoire avec les élèves à la fin de chaque problème, beaucoup émettent des doutes ou des hésitations concernant leur réponse. Ils sont influencés par nos paroles, questions et se mettent à réfléchir sur ce que l'examinateur attend comme « bonne » réponse. Nous insistons sur le fait de bien expliquer aux élèves qu'il n'y a pas une seule bonne manière de répondre et qu'ils ont le droit de ne pas savoir ou de faire plusieurs essais, même non concluants. Nous faisons le constat que la recherche d'approbation était présente dans la majorité des passations.

Si nous reprenons problème par problème, nous notons quelques stratégies communes.
Pour le premier problème, les élèves utilisent souvent le comptage digital. Un élève a choisi de représenter chacune des données en paquet de pointillés pour les dénombrer par la suite. Le « fermier » était parfois lu « ferme » ou « fermière ».

La soustraction du deuxième problème est souvent résolue grâce à une addition à trou. Ceci nous a d'ailleurs posé question car c'est une stratégie qui fonctionne très bien. Cependant ce n'est pas celle attendue pour cet âge-là.

Le troisième énoncé est souvent relu plusieurs fois par les élèves. Beaucoup de CM1 isolent chaque terme du problème afin de mieux organiser leur raisonnement. Les élèves sont troublés par le fait que l'inconnue porte sur la recherche de la transformation. D'autres comptent à rebours en partant de 11 pour arriver à 8.

Le quatrième énoncé est celui où la reformulation était demandée pour la première fois. Les élèves s'interrogent sur la formulation de deux questions alors qu'habituellement il n'y en a qu'une. A laquelle doivent-ils répondre ? Et avec quelle opération ? Ils réalisent souvent plusieurs essais : une soustraction à trou puis un comptage digital pour identifier l'écart. Une élève s'interrogeait sur le fait qu'il manque des données concernant la largeur des terrains. Sans celles-ci elle ne pouvait pas comparer les terrains. Une autre a demandé notre autorisation pour nommer les terrains. Nous voyons dans ces deux exemples une démarche formatée portant sur le calcul d'un périmètre lié aux termes « terrain » et « longueur ».

L'énoncé n°5 est souvent mis de côté ou non résolu. Les élèves qui s'attèlent à sa résolution usent souvent des quatre opérations avant de choisir le résultat qui leur convient le mieux. L'opération de division est choisie par défaut, après les tentatives infructueuses des autres opérations. Conceptualiser ce problème semble être trop difficile pour ces élèves de CM1. Nous relevons grâce à ce problème, une difficulté répandue pour poser une division avec une barre ainsi qu'une difficulté dans la manipulation de grands nombres pour le dividende et le diviseur.

Les élèves de CM1 procèdent beaucoup par tâtonnement pour résoudre le problème n°6. Il leur est difficile d'identifier que l'énoncé leur donne à la fois des informations portant sur l'état initial et sur l'état final. Certains élèves confondent ces deux états. Quelques élèvent ont aussi eu besoin de la définition de « tonneau ». Nous avons relevé que quelques élèves résolvaient cet énoncé grâce à des « arbres » où ils faisaient apparaître les pas entre chaque nombre (de 135 à 140, il y a 5 puis de 140 à 200, il y a 60 etc.).

Le problème n°7 est souvent bien compris et rapidement résolu. Cependant les élèves ne savent pas toujours expliquer leur démarche et surtout quelle opération mentale ils ont effectuée. Certains réussissent à identifier une structure analogue au problème n°4, leur permettant alors de mieux comprendre sur quoi repose l'inconnue.

Le huitième énoncé fait régulièrement froncer des sourcils les élèves de CM1. La formulation est différente des autres énoncés. Certains élèves s'emmêlent les fils entre la longueur parcourue en 1 h et celle qu'ils doivent calculer pour 5h.

Le problème n°9 est perçu comme complexe dès la lecture de son énoncé. Beaucoup de CM1 déforment le terme « portion » en « potiron », « protron » ou encore « poition ». Nous pouvons très vite identifier une difficulté de compréhension dans la forme du problème. Quelques élèves tentent de le résoudre mais cet énoncé est souvent échoué.

La concision du problème suivant, n°10, gêne de nombreux élèves. Beaucoup ne connaissent pas le terme « soie ». Lorsqu'ils obtiennent la définition, ils ne savent toujours pas comment résoudre la situation. Ce problème est souvent laissé de côté.

Le onzième problème est souvent très apprécié des élèves car il est perçu comme plus facile que les précédents. Les élèves reconnaissent la forme du problème et le résolvent assez rapidement. Certains CM1 utilisent le comptage digital, d'autres le calcul mental. Un élève se distingue en tapant du pied pour marquer chaque terme qu'il ajoute à 12. Cette démarche peu conventionnelle est intéressante.

Enfin le dernier problème est traité selon deux façons : soit directement par la multiplication, soit par une addition répétée du terme « 7 ». Une élève a besoin de se réciter la comptine de la semaine afin de repérer le nombre exact de jours.

#### III.3.1.2 Commentaires d'élèves pour chacun des problèmes

Nous avons relevé quelques paroles d'élèves, qui nous paraissaient intéressantes d'exposer à la suite des réactions décrites.

**Problème 1** : Une élève qui manifeste des signes d'anxiété (cherche à capter le regard, à avoir une approbation de la part de l'examinateur en subvocalisant toutes ses actions) nous explique qu'elle fait « une addition car c'est trop dur sinon ». Elle pense qu'il y a une autre opération qui pourrait résoudre cet énoncé mais elle ne peut nous dire laquelle.

**Problème 2** : La justification orale est souvent réussie pour cet énoncé car les élèves associent le terme « dépense » à l'action d'enlever. Un élève pense à voix haute et dit : « je dépense... Je dépense ça demande de faire moins en fait ».
Un autre dit : « il dépense donc ça veut dire qu'il perd de l'argent ».
Une élève nous pose la question : « s'il a dépensé, c'est qu'il a acheté quelque chose, mais quoi ? » Nous voyons par cette interrogation que l'élève porte son attention sur une donnée qui n'est pas pertinente pour la résolution. Cependant nous nous sommes demandé si en ne répondant pas à sa question, sa démarche logique n'allait pas être bloquée ou gênée par cette inconnue. Nous lui avons alors proposé de s'imaginer la situation de ce problème avec un personnage, ce qui l'a aidée à poursuivre son raisonnement.

Un autre élève compare cette situation à celle d'un achat à la boulangerie.

**Problème 3** : « Il y avait 11 prunes puis 8 après. Donc je cherche combien ils en ont mangé ». Cet élève reprend le problème en le simplifiant au maximum.
Un autre nous explique qu'il n'a « fait aucun calcul car [il a] compté de 11 pour aller à 8, pour savoir combien y'a ». Il rejoint la pensée d'un autre élève qui sait « la réponse mais [qui ne sait] pas comment faire ».
La résolution arithmétique est comprise mais sa traduction en opération est moins aisée. Plusieurs élèves ont déduit la solution grâce à une analyse lexicale de l'énoncé.
Un élève affirme : « si on en a mangé alors y'en a moins. Donc faut faire une soustraction ». Une élève va même jusqu'à faire une analyse grammaticale des temps verbaux : « « Y avait » c'est du passé alors que « en reste » c'est maintenant ». Nous lui demandons par la suite si cela l'aide à savoir quelle opération choisir. Après quelques hésitations, il délaisse son analyse.

**Problème 4** : La deuxième question de cet énoncé amène plusieurs élèves à interroger l'examinateur : « De combien de quoi ? De mètre ? »
Un élève explique que « c'est plus simple pour [lui] de partir du plus » pour calculer la différence.
Plusieurs élèves ont l'idée de la soustraction mais ils ne savent pas quel calcul poser.
L'un deux commente sa démarche en pas: « Je fais de 39 pour aller à 40, il y a un et après de 40 à 45, il y a cinq. Donc ça fait cinq plus un, six.». Nous lui demandons alors quelle opération il a effectuée, l'élève hésite quant à la procédure qu'il a utilisée : « Je ne sais pas comment écrire mon calcul ». D'autres élèves ayant mis de côté cet énoncé, trouvent rapidement la soustraction après avoir résolu le problème n°7.

**Problème 5** : Après sa lecture, un élève observe « qu'il faut distribuer des crayons dans chaque boîte ». Un autre nous demande s'il « faut partager les crayons ? ». Nous percevons dans ces remarques que la division émerge et que ces élèves pensent la situation des crayons en tant que parts à répartir dans plusieurs boîtes.
Certains anticipent le calcul en défendant qu'ils sont « en train de voir la division avec deux chiffres alors [ils ne savent] pas trop bien faire ». Un élève ne s'y risque pas et se défend de ne « pas [savoir] faire avec des nombres aussi grands »
D'autres élèves tentent de résoudre ce problème par le biais d'une multiplication (252 x 36).

Ils acceptent le résultat même si pour certains « ça fait quand même beaucoup ».
Une autre élève résout ce problème en répétant l'addition de 36 avec lui-même jusqu'à obtenir 252. « J'fais des additions parce que je suis plus sûre. J'arrive un peu moins bien les multiplications et les divisions ».

**Problème 6** : Un élève ponctue la lecture de cet énoncé en déclarant: « Y'en a des beaucoup plus compliqués que d'autres ». Nous sentons à mi-parcours un essoufflement dans la démarche de réflexion. Un autre élève tombe dans le piège en réalisant précipitamment une addition. Nous l'invitons à expliquer son raisonnement, il s'exclame alors : « ça fait trop en fait ! » Une élève procède par élimination, « si je fais une addition ça fait trop grand, si je fais une multiplication ça fait trop grand et si je fais une division ça fait trop grand ou trop petit ». Un autre élève nous dit : « J'ai pas envie de faire de calcul, je préfère écrire ». Il décrit alors chaque étape de son raisonnement. Après l'avoir laissé faire, nous lui demandons s'il aurait pu avoir la même idée avec un calcul. Nous notons ici une conceptualisation du problème qui est difficile. En approfondissant notre enquête auprès de cet élève, nous comprenons qu'il ne connaît pas le concept du tonneau ce qui l'empêche de se faire une représentation mentale de la situation.
A l'inverse un élève nous dit : « Normalement on a 225 litres. C'est comme si là il nous restait 135 litres. Combien on en a bu ou combien il en faut c'est un peu pareil ». Ici l'élève interprète le problème avec ses mots, il essaie d'y rattacher son expérience.
Un autre élève réduit l'énoncé tel que « si on enlève 135 litres à 225 litres, on devrait retrouver ce qu'on avait mis ». Pour celui-ci, la démarche est évidente, il effectue un retrait.
Nous remarquons que deux élèves ont remplacé le mot « litre » en « livre » durant la lecture à haute voix. Après cette lecture, nous leur demandons ce qu'ils ont en compris. Une deuxième lecture leur permet de mieux cerner le cadre de l'énoncé.

**Problème 7** : Certains élèves constatent une analogie entre cet énoncé et celui du problème n°4. « C'est un peu comme l'autre fois » ou « c'est le même que tout à l'heure. Il faut enlever pour savoir combien ils ont d'écart » témoignent du rapport qu'ils ont établi entre ces deux problèmes.
D'autres élèves opèrent mentalement, l'un d'eux nous explique : « En fait ça j'peux faire de tête pour savoir de combien Pierre dépasse Jean. Faut faire une soustraction ».
Un autre élève pense à voix haute, «De 12 à 18 c'est une soustraction encore une fois ». Parfois le calcul ne permet pas aux élèves d'associer les données numériques entre elles. « Ils

ont six ans d'écart, c'est ce qui m'est venu tout de suite ».
Une élève nous interroge sur l'obligation de faire un calcul. Elle sait opérer mentalement pour résoudre cet énoncé pour autant elle n'est pas en capacité de choisir une opération correspondant à sa démarche.
Un autre élève reformule « Il faut enlever des ans pour arriver à 12 ».
Une réaction a attiré notre attention. Un élève nous a demandé après sa lecture ce que signifiait le plus âgé. Nous lui avons proposé de dégager au sein de cette phrase ce qu'il reconnaissait comme mot. Il nous répond « âge » mais ne comprend pas le superlatif associé à l'adjectif. Nous avons été étonnés de cette remarque car nous pensons que cette formulation est fréquente pour des élèves de cet âge.

**Problème 8** : Plusieurs élèves manifestent une incompréhension de la situation, certains nous interpellent : « Ben y'a pas de question ! » ou nous disent à voix basse : « J'ai pas compris ce qu'on cherche ». Un élève demande avec inquiétude : « Ah c'est dur, est-ce que je peux utiliser la calculatrice ? » Nous nous interrogeons alors si cette crainte est liée au problème ou si cela est une manifestation de l'anxiété au vu du nombre de problèmes déjà résolus. En reprenant avec eux chacune des données (le trajet et la vitesse de la voiture), les élèves retrouvent le sens de la situation.
Une élève nous questionne sur la temporalité du problème « Elle a déjà parcouru ou elle va parcourir ? » Nous faisons le constat que le temps est un facteur très important et qui peut être rapidement un obstacle à la représentation mentale chez certains élèves.
Un élève annonce fièrement après avoir repris chacune des données : « Oh, ça va aller plus vite en faisant une multiplication ».

**Problème 9 :** Le traitement de cet énoncé amène à un nombre important de tentatives échouées. Plusieurs élèves s'essaient à la multiplication. « 810 fois 90 ça fait trop, c'est pas bon ! » Un élève qui a bien compris l'idée de partager le fromage, calcule consciencieusement les multiples de 90 et trouve la solution : « 90 fois 9, c'est bon c'est pile poil assez ! »
« Si je fais ça (addition répétée de 90) ça va faire trop grand, non ? ». Cette remarque nous laisse penser que cet élève n'a pas confiance dans sa démarche. Nous l'invitons à vérifier par lui-même et nous lui demandons s'il aurait pu faire autrement. Il nous répond qu'il ne voit pas comment.
Ce problème ennuie un élève au point que ce dernier souhaite discuter de l'actualité plutôt que de poursuivre. Nous lui rappelons qu'il peut le laisser de côté et y revenir plus tard.

**Problème 10 :** La situation de ce problème inquiète les élèves. Pour beaucoup d'élèves cette situation n'est pas parlante. Ils ne se représentent pas des mètres de tissu. Nous constatons deux types de remarques : une qui tend vers la résignation comme par exemple : « J'vais pas le réussir ! » et une autre qui tend vers l'expérimentation. Plusieurs élèves s'essaient à la multiplication ou à la soustraction. Le résultat obtenu ne les satisfait pas toujours. Un élève avance que la solution pourrait être obtenue grâce à « une division mais [sa classe] n'a pas appris ». Un autre élève propose une division mais en inversant le dividende et le diviseur.

Une élève procède par tâtonnement avec les multiples de 12. Elle nous dit : « Je ne suis pas sûre, parce que 12 mètres ça fait beaucoup mais j'vais essayer ».

Une élève nous adresse, avant même de lire cet énoncé : « X m'a dit que celui-là était dur ! » Nous n'avons pas pris en compte le fait que les élèves communiquaient entre eux d'une passation à l'autre.

**Problème 11** : Cet énoncé est facilement compris et résolu par l'ensemble des élèves de CM1. Une élève qui a bien compris la situation, justifie un peu rapidement sa réponse : « Si je totale en tout, ça fait 15 ». Au contraire un élève nous dit : « « Je sais pas pourquoi mais je sais que c'est l'addition ».

D'autres remarques nous étonnent comme par exemple : « Encore des kilomètres ! Ca va être dur. » (en référence au problème n°7). Un élève nous interroge sur le sujet de la situation. « Je sais pas si j'écris « je » ou « elle » ». Nous trouvons cette remarque intéressante car cet élève s'identifie au sujet et ainsi mentalise vite la situation.

**Problème 12** : Les élèves de CM1 proposent une variété de réponses pour ce dernier problème. La situation est bien comprise mais c'est la procédure opératoire qui n'est pas toujours adéquate. Nous constatons des erreurs de calcul liées à l'oubli des deux jours de week-end ou à l'idée répandue que « 2 semaines c'est pareil que 15 jours ».

Un élève nous surprend en effectuant une multiplication de trois fois sept puis y ajoute 14. Lorsque nous lui demandons s'il pouvait faire autrement, il nous répond : « J'aurais pu faire cinq fois sept mais j'ai pas pensé ».

### III.3.2 Etude de cas

Walter (son prénom a été modifié) est un enfant âgé de 10 ans et 1 mois lors de la passation. Il est scolarisé en classe de CM1. Cet élève suit une scolarité normale au sein du même établissement depuis le plus jeune âge. Walter est présent dans l'échange et semble détendu même si parfois une de ses jambes tremble sous la table.

En début d'épreuve nous lui présentons les feuilles de passation. Ensuite nous lui demandons s'il connaît les noms des quatre opérations. Il énumère les signes opératoires en donnant des exemples d'opérations. Cependant il associe le symbole «-» à l'addition. Lorsque nous lui parlons de la division, il nous répond « j'suis pas trop fort ». Nous lui écrivons alors en haut de sa feuille les liens entre opération et signe opératoire, en abrégé.

Walter comprend bien les consignes. Nous remarquons que sa lecture est parfois hachée et que son écriture est malhabile.

Pour le premier problème, Walter repère le terme « tout » et pense rapidement à l'addition. Il écrit « 23+9 » puis représente chacune des données en paquet de pointillés pour les dénombrer par la suite. Lorsque nous lui demandons ce que sont ces pointillés, il nous dit que « c'est pour compter ». Il commet une erreur de calcul en oubliant de compter un pointillé. Walter a des difficultés à expliquer pourquoi il a choisi l'addition. « C'est ce qui était le plus facile pour moi ». L'élève a besoin de dénombrer, il pense en termes d'unités pour répondre à cette addition.

Walter résout très rapidement le deuxième problème. Il pose une soustraction et la calcule de tête. Cependant il commet une erreur de calcul au niveau des dizaines (il trouve 251 € au lieu de 241€). Nous reprenons avec lui son raisonnement, il ne repère pas l'erreur. Lors de la phase de justification de son opération, Walter est sûr de lui. « Dépenser, c'est-à-dire qu'il va perdre de l'argent. C'est le moins, la soustraction. »

Le troisième énoncé est encore résolu rapidement. Il calcule mentalement la soustraction qu'il a posée et nous répond « Il en reste plus que 8. En fait, ben tu vas savoir qu'ils en ont enlevé, parce qu'ils en ont mangé. Alors ça va faire 3. Tu peux faire aussi 8+3 est égal à 11 ». On remarque que Walter est à l'aise avec la soustraction, c'est une démarche opératoire qu'il maîtrise. On remarque qu'il est capable aussi de réversibilité puisqu'il propose spontanément l'addition correspondante à la soustraction qu'il vient d'effectuer.

A la première lecture du 4ème problème, l'élève nous interroge : « De combien de quoi, de mètre ? » Walter relit plusieurs fois l'énoncé à voix basse. Il répond à la première question en s'appuyant sur l'ordre des termes dans  la chaîne numérique. Mais il hésite dans la procédure entre soustraction et addition. Il préfère faire une addition à trou : « tu fais 39 plus tatata est égal à 45 ». Nous lui demandons après sa résolution, s'il peut faire autrement. Il ne voit pas comment. Nous remarquons qu'il est moins à l'aise dans cette situation. Il justifie sa réponse en disant « 6 c'est ce qu'il y'avait pour aller à 45 ». Walter ne réutilise pas l'unité de longueur.

Il propose à la suite de sa lecture du cinquième énoncé de faire « 36 divisé par 252 ». Pour autant Walter se lance dans des additions successives du terme « 36 » où il commet de nombreuses erreurs. Il réalise un arbre où apparaît comme résultat, 44 pour l'addition de 36 par lui-même. Il vérifie son calcul (36 additionné 13 fois) sur la calculatrice et se rend compte qu'il a faux. Nous reprenons avec lui chaque terme de l'énoncé et nous remarquons qu'il a appréhendé la notion de part. Cependant il se perd dans ses calculs et ne voit pas d'autres façons de faire. C'est le problème qui lui demande le plus de temps. Lorsque nous lui demandons pourquoi il a calculé de cette manière alors qu'il avait proposé une division au départ, il nous dit « j'arrivais pas autrement alors j'ai choisi de faire des additions en arbre ».

Pour résoudre le problème n°6 Walter procède par tâtonnement. Il a idée d'un ajout de vin dans le tonneau. Il n'identifie pas que dans l'énoncé sont présentes à la fois des informations sur l'état initial et sur l'état final. Il additionne alors 135 avec des termes au hasard. Il pose à la suite 135+35, 170+10, 180+20 puis 200+25. Il reprend alors les termes 35,10, 20 et 25 en les additionnant de tête et trouve 97. Walter souhaite vérifier son calcul sur la calculatrice en reprenant toutes ces additions. Il constate que son résultat diffère de celui de la calculatrice. Cependant il conserve son résultat en justifiant qu'il a dû se tromper en tapant sur la calculatrice. Quand nous le questionnons sur l'histoire racontée dans cette situation, il nous répond : « c'est quelqu'un qui rajoute du vin dans le tonneau pour le remplir jusqu'en haut ». Nous l'interrogeons alors sur les quantités que cette personne ajoute, si elle le fait au hasard. Walter nous répond en reprenant les termes qu'il a trouvés. Nous constatons par cet exemple qu'il se maintient chez Walter, une procédure additive au détriment d'une soustraction moins coûteuse en énergie et en temps.

Walter comprend et résout rapidement le problème n°7. Il ponctue sa lecture en disant « combien de nombre d'écart entre eux en fait ». Il compte d'abord sur ses doigts en partant de 12 puis utilise des jetons. Il en prend 18 et en enlève jusqu'à arriver à 12 jetons. L'élève pose comme opération 18 - 6 = 12 et la justifie en disant « pour aller de 12 à 18 il y a 6 alors j'ai trouvé qu'ils avaient 6 ans d'écart. Et c'est Pierre qui est le plus âgé parce que 18 c'est plus grand que 12 ». Il est intéressant de noter que là encore la procédure de soustraction fonctionne mais que Walter utilise les termes de l'énoncé de manière différente de celle attendue.

Le huitième énoncé est très vite compris par Walter. Il isole les 72 kilomètres et les 5 heures et s'empare directement de la calculatrice et tape 72 x 5. Nous lui demandons s'il peut faire le calcul avant de vérifier sur la calculatrice. Il nous répond qu'il a peur de se tromper et préfère utiliser la calculatrice. Nous essayons tout de même de lui proposer de faire de lui-même mais il refuse catégoriquement. Nous n'insistons pas et nous le laissons faire.

La résolution du problème n°9 est celle qui nous a le plus surprise. Walter dégage bien la notion de partage qu'il faut effectuer sur le fromage. Il se lance alors dans une division et tape sur la calculatrice 90/810. La calculatrice affiche alors 0.111111111. Walter compte le nombre de 1 après la virgule et conclut sa résolution en écrivant « sa fait 9 pars ». Nous sommes étonnés de sa procédure et nous lui demandons ce qu'il pense du nombre à virgule affiché sur la calculatrice. Il ne sait pas et nous répond : «Ben ça fait 9 parts. J'ai cherché avec la division et j'ai réussi. La division tu peux aussi faire des trucs avec ». Nous lui faisons remarquer qu'il n'est pas courant de diviser un nombre par un plus grand que lui. Il ne rebondit pas sur notre remarque.

Le dixième problème n'est pas clair pour Walter. Il peut expliquer ce qu'est de la soie et comprend que 936€ correspond au prix dépensé pour 12 mètres. Toutefois il calcule mentalement la multiplication de 12 par 36 et écrit « sa fais 36€ » comme phrase réponse. Nous nous permettons de lui demander s'il est satisfait de son calcul. Walter souhaite alors vérifier sur la calculatrice 12 x 36 mais se rend compte que son calcul est faux. Cependant il persiste à dire que le prix du mètre s'élève à 36 €. Nous nous interrogeons sur l'état de fatigue de Walter. Il est très enrhumé et nous arrivons en fin de passation.

Le problème 11 est vite compris et résolu par Walter. Il isole les données et les additionne mentalement. Il pose son calcul et écrit une phrase réponse succincte, « il fai 15 km ». L'élève ne peut cependant expliquer pourquoi il a choisi l'addition.

Enfin le dernier problème est traité très rapidement par Walter. Il pose la multiplication puis la vérifie sur la calculatrice. Nous le questionnons sur le 7 qui n'est pas présent dans l'énoncé. Walter répond : « Dans une semaine il y a 7 jours donc après j'ai fait 5 fois pour trouver 35 jours ». Nous voyons qu'il fait appel à ses connaissances sémantiques à bon escient.

Nous dégageons de ces observations de Walter, quelques indices sur son fonctionnement dans la résolution de problèmes arithmétiques. Tout d'abord nous percevons chez cet élève une très forte présence de la procédure additive. Il semble que Walter ait recours à cette procédure quand il sent que sa compréhension des nombres n'est pas certaine (cf. problème n°5). Nous remarquons qu'il commet facilement des erreurs de calcul. Walter témoigne d'un besoin de réassurance quant aux calculs utilisant des grands nombres ou des opérations plus complexes. Dans ces cas, il souhaite vérifier ses opérations à la calculatrice. Pour autant Walter a des difficultés à s'ajuster lorsqu'il observe que son résultat ne coïncide pas avec celui proposé par la calculatrice. Il ne remet pas en cause son résultat et peut très vite passer au problème suivant. Peut-être a-t-il peur de l'erreur comme il a su nous le dire (« j'ai peur de me tromper ») et que s'attarder sur certaines situations représente un risque de pointer cette erreur. Nous pouvons aussi voir que Walter ne maîtrise pas l'opération de division et que son organisation est très floue lorsqu'il s'agit de l'utiliser. Cependant il a une compréhension assez fine des situations et dégage de nombreuses fois les procédures ajustées aux situations. Nous émettons l'hypothèse que Walter fonctionne majoritairement de manière figurative. Il doit se représenter les éléments visuellement (pointillés, jetons, additions en arbre). Enfin nous avançons que Walter sait utiliser les connaissances stockées en mémoire pour l'aider dans sa résolution. Cependant dès qu'il perçoit une complexité dans la situation, il semble perdre confiance et procède par tâtonnement.

# IV. Discussion

## IV.1. Réponses aux hypothèses

Notre première hypothèse se trouve être invalide. Nous n'avons pas pris en compte la structure de composition qui n'est présente que dans une seule situation (énoncé n°1). Contrairement à ce que nous pensions, c'est la structure de transformation qui est la plus réussie. Les relations entre les états initiaux, transformations et les états finaux dans cette structure sont plus évidentes pour les élèves. En effet, les énoncés sont faciles à comprendre, ne font appel qu'à une seule unité et peuvent être des situations vécues par les élèves. Ils peuvent mentaliser ces situations afin de mieux manipuler les données. Ensuite c'est la structure de produit de mesure qui obtient le meilleur taux de réussite. Nous l'expliquons par l'apprentissage et la maîtrise récente de la multiplication. Les élèves l'abordent en classe sous forme de situations-problèmes proches de celles proposées dans cette épreuve.

La structure de comparaison n'est pas très bien réussie, ce qui infirme notre hypothèse de départ. Nous pensons que cette chute des résultats est due notamment à la formulation qui a déconcerté beaucoup d'élèves. La présence de deux questions leur indique que ce problème attend deux réponses. Or nous précisons bien avant de démarrer l'épreuve qu'une seule opération est nécessaire pour chacune des résolutions. Les élèves sont donc « contraints » de faire un choix de réponse concernant l'une ou l'autre des questions. Ils sont très peu nombreux à comprendre que, répondre à la première question (comparaison factuelle des mesures) leur permet par la suite de répondre arithmétiquement à la seconde question.

Enfin la structure isomorphe est la plus chutée ce qui était prévisible. Cette observation s'explique par le fait que les élèves de CM1, vus entre l'hiver et le printemps 2015, abordaient tout juste l'opération de division. Ces élèves étaient encore peu sûrs d'eux dans l'utilisation de cette opération et dans son appropriation aux situations. La notion de partage, de découpage équitable leur est moins évidente. Dans cette épreuve, on leur propose de réfléchir sur des problèmes employant des objets qu'ils n'ont pas l'habitude de côtoyer (des portions de fromage ou bien des mètres de tissu). Il est donc nécessaire de prendre du recul concernant cette observation. Ces élèves ont encore besoin de réalité concrète pour réfléchir sur des situations problèmes.

D'après notre étude, les énoncés explicites sont mieux réussis que les énoncés implicites par rapport à l'ensemble de l'épreuve. Nous remarquons l'impact de l'explicite à la fois sur la traduction arithmétique et sur la justification de l'opération choisie. Nous notons de plus l'importance de l'ordre des informations dans l'énoncé. Plus celui-ci est concis, lexicalement simple et organisé, plus la réussite de la résolution du problème est aisée. Les élèves de CM1 sont capables d'abstraire des indices grammaticaux afin de mieux comprendre la situation. Cependant un lexique trop spécifique ou une syntaxe différente de celle qu'ils ont l'habitude de traiter en classe, peut les induire en erreur ou peut faire obstacle à une bonne compréhension. De nombreux élèves souhaitent une reformulation ou un éclaircissement de la situation. Il est encore difficile pour ces élèves de déduire des informations implicites. Si l'élève n'a pas accès à la compréhension de l'énoncé, il lui est impossible de sélectionner une opération adéquate. Nous observons aussi une variété dans l'interprétation des situations plus abstraites comme le prix du mètre de soie. Certains élèves n'appréhendent pas le tissu comme pouvant être entreposé autour d'un rouleau. Malgré notre étayage nous avons l'impression que l'image proposée ne parle pas à certains élèves. La reformulation est une reconstruction de la situation que chacun fabrique et il est difficile d'en créer une qui puisse être unanimement comprise. La compréhension des énoncés nécessite en outre un effort d'attention. L'élève de CM1 a encore des difficultés à repérer les éléments du contexte de l'énoncé qui vont pouvoir l'aider ou au contraire qui vont le piéger. Une lecture approfondie et attentive des énoncés peut manquer à certains élèves très performants en calcul mental (repérés par l'enseignant comme « bons » dans le domaine mathématique).

Notre étude a montré que les stratégies informelles (notamment la calculatrice) sont encore utilisées par les élèves de CM1. L'élève de CM1 est capable de se décentrer pour envisager l'opération cependant l'abstraction est parfois malhabile. Les élèves de CM1 abordent les opérations logico-mathématiques mais aussi les opérations infra-logiques dans l'espace et le temps.  Nous voyons d'ailleurs que les énoncés (n°4 et n°8) sont les énoncés qui sont les plus relus par les élèves. Ces notions sont en cours d'apprentissage, ce qui peut expliquer le recours aux aides informelles.

La manipulation permet à l'élève soit de se rassurer par rapport au raisonnement qu'il a entrepris, soit de prolonger sa réflexion en lui permettant d'expérimenter avant de proposer une solution. Nous faisons le constat que ce comportement d'utilisation des aides externes est particulièrement prégnant dans la résolution de problèmes où l'opération est une division. Les élèves montrent un embarras concernant cette opération qu'ils maîtrisent moins que l'addition connue depuis le CP.

La calculatrice est massivement utilisée par rapport aux jetons ou au dessin. Nous pensons que pour beaucoup d'élèves, la calculatrice représente un moyen de contourner la difficulté liée au calcul. Plusieurs élèves sont surpris de voir que la calculatrice est autorisée pour cette épreuve. Certains CM1 nous disent que c'est plus facile avec cette aide, cela permettrait selon eux, de réfléchir plus vite. Si pour certains élèves, la calculatrice est un appui dans leur résolution, dans de nombreux cas la calculatrice est mal utilisée. Il nous semble important de laisser cette aide à disposition mais de mieux cerner les besoins des élèves par rapport à cette aide.

Plusieurs élèves commencent à dessiner des schémas mais très vite ils les mettent de côté.

Le dessin est très peu utilisé car il pâtit peut-être d'une mauvaise réputation auprès des élèves. Est-il plutôt perçu comme une activité infantile, sans lien direct avec le domaine de l'arithmétique ? Nous n'avons pas trouvé de réponse. Nous avons questionné les enseignantes et il s'avère que le schéma n'est pas utilisé fréquemment en CM1. La formalisation de la situation par le dessin est abordée au collège.

Les jetons sont peu manipulés aussi. Nous pensons que cela vient du fait que des nombres figuraient sur les jetons que nous mettions à disposition. Il y avait des jetons de 10, 50 et 100. Après avoir vu plusieurs manipulations d'élèves, nous nous apercevons qu'il leur est difficile de se détacher du perceptif. Attribuer une autre unité aux jetons est très difficile pour les élèves.

Notre hypothèse selon laquelle les élèves se détachent des aides informelles au profit de stratégies opératoires est donc infirmée.

## IV.2 La place de l'erreur dans la résolution de problèmes

Nous avons été témoin de l'influence du contexte environnemental et du poids de l'exigence scolaire au cours des passations. Plusieurs élèves ont manifesté de l'anxiété concernant cette épreuve. Nous avons essayé de les mettre en confiance, de les rassurer à propos de la confidentialité de leurs productions et de nos échanges. Cependant cela n'a pas toujours été suffisant. Nous avons bien conscience que le lieu de passation n'est pas neutre. Il s'agit de leur école, lieu d'apprentissage. Le domaine étudié par cette épreuve fait aussi appel aux compétences scolaires qui sont exigées par le système scolaire. Nous avons tenté de nous en éloigner le plus possible en nous détachant notamment du facteur temporel. Nous avons pris le temps avec chaque élève, pour comprendre quel raisonnement l'a amené à rédiger sa réponse. Nous avons noté tout de même le biais du moment de passation vis-à-vis de la semaine. Un élève du mercredi matin se révèle être moins fatigué qu'un élève du vendredi après-midi. De plus, nous avons pu remarquer chez certains élèves une précipitation en fin d'épreuve car le temps de passation s'écoule jusqu'à la pause de midi ou le départ en week-end.

Contrairement à ce que les élèves vivent en classe où le rythme n'est pas le même pour tous, en relation duelle, l'élève se voit proposer le temps dont il a besoin. Il nous a paru primordial de conserver cette souplesse pour permettre à l'élève de ne pas s'empêcher de réfléchir par manque de temps. Nous notons que certains élèves se mettent tous seuls une pression temporelle. Est-ce dans une recherche de la performance ? Ou bien est-ce pour se « débarrasser » de l'épreuve ?

Nous avons dégagé trois types d'erreur : la traduction arithmétique, la justification orale et la justification écrite. En effet pour chaque énoncé une réponse est attendue selon la norme. Pour autant notre étude s'attache aussi au chemin utilisé pour obtenir ce résultat. Nous nous sommes rendu compte que parfois nous avions la même approche que l'école, à savoir « attendre » une procédure opératoire particulière à chaque problème. Comprendre le fonctionnement de l'élève s'est avéré plus complexe que ce que nous le pensions. En effet, un élève de CM1 n'est pas habitué à réfléchir sur sa propre pensée et donc revenir sur le raisonnement qu'il a eu quelques minutes auparavant n'est pas toujours facile. Les questions que nous posions aux élèves pour comprendre leur pensée se sont étoffées au fur et à mesure des passations. Nous nous sommes rendu compte que poser des questions concernant la

difficulté étaient source d'échanges très pertinents. Qu'est-ce qui dans l'énoncé lui pose problème ? A-t-il une solution pour contourner ou résoudre cette difficulté ?
La vraie difficulté en tant qu'examinateur est de ne pas induire par nos questions, une réflexion que l'élève n'aurait peut-être pas eue seul. Parfois nos questions entraînaient un changement de réponse, à tort.
Nous insistons sur l'importance de valoriser l'élève. Cette épreuve n'est pas faite pour mettre en évidence une réussite ou un échec. Au contraire, elle s'avère être un outil intéressant pour échanger et réfléchir avec l'élève sur ses éventuelles erreurs. En nous questionnant sur la construction de la pensée de l'élève, nous obtenons des indices sur le fonctionnement de son raisonnement. Certains élèves ont recours à des stratégies d'autocorrection efficaces, avec ou sans notre intervention. Parfois le simple fait de pointer ou de questionner une étape de la résolution permet à l'élève de voir ce qui fait obstacle.

Nous avons constaté des différences notables du point de vue de l'application de schéma de résolution vu en classe. Certains problèmes très proches des situations travaillées en classe, ressortent tant du point de vue de la réussite que du point de vue de la vitesse de réponse. Les élèves qui arrivent à prendre du recul concernant la tâche de résolution, identifient plus facilement les étapes et les relations à établir. Les élèves qui sont attachés au perceptif et à une compréhension littérale de la situation sont plus en difficulté. Nous n'oublions pas que la répétition et la fréquence de traitement de situation problème favorise la réussite. Il serait intéressant de voir dans quelle mesure un élève assimile des procédures opératoires dans le cadre d'un entraînement régulier à la résolution de problèmes. En présentant une situation problème où le cadre varie (avec des situations de la vie quotidienne et d'autres plus éloignées), est-ce que l'élève peut modifier son raisonnement en fonction du cadre proposé ?

Le positionnement de l'orthophoniste vis-à-vis des élèves en difficulté dans le domaine logico-mathématique doit leur permettre de façonner et d'organiser leur pensée. Les accompagner dans une démarche de mise en action de la pensée est un des rôles du praticien. Si le sujet se sent en confiance et soutenu, il pourra alors prendre l'initiative de poser des questions, formuler des hypothèses, rapprocher des situations communes. Nous devons leur permettre de faire en sorte que le nombre devienne un outil, qu'il ne soit plus inquiétant. En utilisant des thèmes que l'élève apprécie, en inventant un scénario avec lui, le travail de résolution de problèmes peut se faire aussi dans l'espace d'une séance d'orthophonie.

# Conclusion

Nous avons cherché, à travers notre étude, à comprendre comment des élèves de CM1 raisonnaient sur une tâche de résolution de problèmes arithmétiques. Pour ce faire nous avons proposé à des élèves de trois classes distinctes, une épreuve de problèmes arithmétiques.

Nous avons constaté que malgré les nombreux travaux de classification des structures de problèmes, les élèves de CM1 ne sont pas tous aussi à l'aise avec des structures considérées comme acquises à 10 ans. Chaque élève a son propre rythme et il donne à voir comment il réfléchit à un instant précis dans des conditions particulières. Il nous semble donc intéressant de travailler la résolution de problèmes dans une diversité de contextes.

Par ailleurs notre étude a confirmé que la clarté des informations permet une meilleure réussite des élèves en tâche de résolution de problèmes. La recherche de sens est indispensable au processus de résolution de problèmes. Si l'élève ne comprend pas l'énoncé qu'il lit, il lui sera difficile de raisonner et d'apporter une solution. La médiation orthophonique peut aussi permettre cette mise en sens. L'orthophoniste peut accompagner le patient dans sa quête de sens en lui permettant de devenir acteur de sa prise en charge. Le patient gagnera en autonomie dans des activités qui dépassent celles du cadre logico-mathématique. Il est intéressant de travailler autour de l'erreur, non pas du point de vue de l'échec mais au contraire comme tremplin à la réflexion. L'orthophoniste peut se questionner avec le patient sur ce qui lui est difficile et l'amener à trouver sa propre solution. Les résultats de notre recherche ont également permis d'objectiver une utilisation importante des stratégies informelles, comme la calculatrice. C'est une piste à exploiter en rééducation orthophonique notamment sur la place qu'on accorde à ces aides compensatrices. Il s'agit de trouver le juste équilibre pour ne pas que l'aide entrave le raisonnement du patient mais qu'au contraire elle serve à le consolider.

La résolution de problèmes arithmétiques ne doit pas s'envisager seulement sous l'angle de la réussite scolaire. Elle doit aussi pouvoir être pensée dans un contexte plus global autour du patient. L'orthophoniste peut permettre au patient de trouver en lui les ressources nécessaires dont il ne soupçonnait pas l'existence. Insister sur ce que le patient sait, permet ensuite de travailler des situations plus complexes. La résolution de problèmes est un processus qui se construit tout au long d'une vie et elle peut donc se travailler à tout âge.

Pour aller plus loin, il serait intéressant de faire passer cette épreuve à des élèves de fin de cycle primaire ainsi qu'à des élèves de début de collège pour les mettre en comparaison. On pourrait se demander si la capacité d'abstraction est différente chez des élèves ayant un ou deux ans d'écart.

Une tâche de résolution de problèmes à distance serait aussi intéressante à mener auprès d'un échantillon d'élèves de fin de primaire afin d'objectiver une évolution dans le processus de raisonnement.

# Bibliographie


Abedi, J. et Lord, C. (2001). The Language Factor in Mathematics Tests. Applied Measurement in Education, 14(3), 219-234.

Akiguet-Bakong, S. (2008). Effet de la compréhension de l'énoncé sur la résolution des problèmes arithmétiques. Corela, 6(2), consulté le 1 mars 2015. URL http://corela.revues.org/300

Arzoumanian, P. et Dalibard, É. (2015). CEDRE 2014, Mathématiques en fin de collège : une augmentation importante du pourcentage d'élèves de faible niveau. Note d'information, direction de l'évaluation, de la prospective et de la performance, n° 19.

Baffrey-Dumont, V. (1996). Les apprentissages mathématiques en situation Éditeur : Revue des sciences de l'éducation Résolution de problèmes arithmétiques par des enfants de huit ans. Revue des sciences de l'éducation. 22 (2), 321-343.

Baruk, S. (1993), *C'est à dire*, Paris, Seuil.

Baruk, S. (2003) Les problèmes. Comptes pour petits et grands- Pour un apprentissage des opérations, des calculs, et des problèmes, fondé sur la langue et le sens, Volume 2 (p 267-282). Paris, Magnard.

Bideaud, J., Meljac, C. et Fischer, J.P. (1991). Les chemins du nombre. Presses universitaires de Lille.

Brin-Henry, F., Courrier, C., Lederle, E. et Masy, V. (2011) Dictionnaire d'orthophonie. Isbergues, France : Ortho Éditions.

Brissiaud, R. (2002). Psychologie et didactique : choisir des problèmes qui favorisent la conceptualisation des opérations arithmétiques. Traité des sciences cognitives : le développement des activités numériques chez l'enfant. Paris, France : Hermès.

Clément, É. (1996) L'effet du contexte sémantique dans l'élaboration de la représentation du problème. L'année psychologique. 96 (3). 409-442.

Commeiras, C. et Bruas, P. (2010). Fonctions exécutives et résolution de problèmes. In Solal Editeurs, Actualités dans la prise en charge des troubles DYS. Marseille. 79-92.

Coquin-Viennot, D. (2001). Problèmes arithmétiques verbaux à l'école: Pourquoi les élèves ne répondent-ils pas à la question posée? Enfance, 53(2), 181–196.

De Corte, E., Verschaffel, L., et De Win, L. (1984). Influence of rewording verbal problems on children's problem representations and solutions. Journal of Educational Psychology, 77(4), 460-470.

Devidal, M., Fayol, M. et Barrouillet, P. (1997). Stratégies de lecture te résolution de problèmes arithmétiques. L'Année Psychologique, 9-31.

Durand, C. et Vergnaud, G. (1976). Structures addictives et complexité psychogénétique. Revue française de pédagogie. 36, 28-43.

Escarabajal, M.C. (1988). Schémas d'interprétation et résolution de problèmes arithmétiques. Revue française de pédagogie. 82, 15-21.

Fagnant, A. (2008). Résoudre et symboliser des problèmes additifs et soustractifs en début d'enseignement primaire. Enseignement et apprentissage des mathématiques. In Marcel Crahay et al., De Boeck Supérieur. Pédagogies en développement.

Fagnant, A., Demonty, I. et Lejong, M. (2003). La résolution de problèmes : un processus complexe de «modélisation mathématique». Informations pédagogiques, 54, 30-31

Fayol, M. (1991). From sentence production to text production. European Journal of Psychology of Education, 101-119.

Fayol, M., Abdi, H. et Gombert, J-E. (1987). Arithmetic problems formulation and working memory load. Cognition and Instruction, 4(3), 187-202.

Fayol, M., Thévenot, C. et Devidal, M. (2005) La résolution de problèmes. In Solal Editeur. La dyscalculie. Trouble du développement numérique de l'enfant. Marseille. 193-222.

Focant, J. et Grégoire, J. (2008). Les stratégies d'autorégulation cognitive : une aide à la résolution de problèmes arithmétiques. Marcel Crahay et al. Enseignement et apprentissage des mathématiques, De Boecke Supérieur. Pédagogies en développement. 201-221.

Hegarty, M., Mayer, M.E. et Monk, C.A. (1995). Comprehension of Arithmetic Word Problems: A Comparison of Successful and Unsuccessful Problem Solvers. Journal of Educational Psychology, 87, 18-32.

Kail, R. et Hall, L.K. (1999). Sources of developmental change in children's word problem performance. Journal of Educational Psychology, 91, 660-668.

Lemaire P. (1999) Eléments de développement de la résolution de problèmes. In De Boeck université éditions. Psychologie cognitive. 382-393.

Lenfant, M., Thibault, M.P. et Helouin, M.C. (2006). L'évaluation de la compréhension chez les 3-15 ans : une approche axée sur l'interprétation. Glossa, 95, 6-22.

Léger, L., Sander, E., Richard, J.F., Brissiaud, R., Legros, D. et Tijus, C. (2002). Propriétés des objets et résolution de problèmes mathématiques Dispositifs, pratiques, interactions pédagogiques: approches sociologiques. . Revue française de pédagogie. 139, 97-105.

Meljac, C. et Siegenthaler, F. (2012). Une aide à l'examen des difficultés en calcul : les problèmes de Gaston Mialaret. *A.N.A.E., 118*, 376-381.

Ménissier, A. (2011). Analyser, comprendre et travailler les problèmes arithmétiques. Rencontres en rééducation, Calcul et dyscalculies. Des modèles à la rééducation. Paris, France. Elsevier Masson. 28, 80-92.

Mialaret, G. (1999). Analyse psychologiques des méthodes et des techniques pédagogiques. In Presses Universitaires de France, Psychologie de l'éducation (pp 46-64). Paris.

Richard, J.F. (1982). Mémoire et résolution de problèmes. Revue Française de Pédagogie, 60.

Thévenot C., Coquin D. et Verschaffel L., (2006), La résolution de problèmes, in P. Barrouillet & V. Camos, La cognition mathématique chez l'enfant. Marseille, France, Solal, 155-180.

Thevenot, C., Devidal, M., Barouillet, P. et Fayol M. (2007). Why does placing the question before an arithmetic word problem improve performance? A situation model account. The Quartely Journal of Experimental Psychology, 60 (1), 43–56.

Thévenot, C. et Perret, P. (2009). Le développement du raisonnement dans la résolution de problèmes : l'apport de la théorie des modèles mentaux. Développements, 2(2), 49-56.

Thévenot, C. et Oakhill, J.(2005). The strategic use of alternative representation in arithmetic word problem solving. Quarterly Journal of Experimental Psychology, 58(7), 1311–1323.

Van Dijk, T.A. et Kintsch, W. (1983). Strategies of Discourse Comprehension. New York: Academic Press.

Van der Schoot, M., Reijntjes, A. et Van Lieshout, E.C.D.M., (2011). How do children deal with inconsistencies in text? An eye fixation and self-paced reading study in good and poor reading comprehenders. 25(7), 1665-1690.

Vergnaud, G. (l990). Développement et fonctionnement cognitifs dans le champ conceptuel des structures additives. Développement et fonctionnement cognitifs. Paris, Presse Universitaire de France, 261-277.

Vergnaud G. et Durand, C. (1976). Structures additives et complexité psychogénétique. Revue Française de Pédagogie, 36, 28-43.

Verschaffel, L., Greer, B., Van Dooren, W. et Mukhopadhyay, S. (2009). Words and Worlds. Sense Publishers.

Weisser, M. (1999). Les problèmes d'arithmétique: traits de surface, modes de résolution et taux de réussite Revue des sciences de l'éducation. 25 (2), 375-399.

**Résumé** :

La résolution de problèmes arithmétique requiert de nombreuses compétences et offre un aperçu du fonctionnement cognitif de l'individu. Ce mémoire étudie la réussite en tâche de résolution de problème en s'intéressant particulièrement à la structure du problème, au contenu de celui-ci, aux erreurs commises ainsi qu'aux aides externes à disposition (jetons, dessin et calculatrice). Pour ce faire, une épreuve de 12 problèmes arithmétiques a été présentée à 38 élèves de CM1. Notre étude a permis de révéler que l'acquisition de certaines structures de problème n'est pas homogène. Elle confirme que la compréhension de la situation est fortement liée à la clarté des informations de l'énoncé. Cette étude permet aussi de voir quelle utilisation est faite des aides externes et si celle-ci est pertinente. Enfin cette recherche s'attache à décrire les erreurs commises et propose une réflexion sur leur place dans la résolution de problème.

**Mots clés** : résolution de problèmes, structure, explicite, erreur, aides externes.

**Abstract** :

Solving arithmetic problems requires many skills and provides an overview of cognitive functioning of individuals. This study explores success in problem-solving tasks with particular attention to the structure, the content of the problem, the errors and the external aid (tokens, drawing and calculator). 38 children in 4th Grade were asked to solve a trial of 12 arithmetic problems. Our study reveals that the acquisition of some problem structures is not homogeneous. It confirms that the understanding of the situation is closely related to the clarity of the statement's information. This study also allows you to observe the use of external aid and it's relevance. Finally this study is meant to describe the errors and to offer a reflection on their place in problem solving.

**Keywords**: problem solving, structure, clear, error, external aid.