

Thèse de Doctorat

Floran MARTIN

*Mémoire présenté en vue de l'obtention du
grade de Docteur de l'Université de Nantes
sous le label de l'Université de Nantes Angers Le Mans*

**Discipline : Génie électrique
Laboratoire : IREENA**

Soutenu le 16 avril 2013

**École doctorale : 503 (STIM)
Thèse n° : ED 503-187**

Contribution au dimensionnement optimal de machines synchrones à aimants déposés en surface pour applications à hautes vitesses

JURY

Rapporteurs : **M. Jean-Claude VANNIER**, Professeur, SUPELEC
M. Hamid BEN AHMED, Maître de conférences (HDR), ENS Cachan Bretagne

Examineurs : **M. Daniel MATT**, Professeur, Université de Montpellier
M. Abdelmounaïm TOUNZI, Professeur, Université de Lille
M. Didier TRICHET, Maître de conférences (HDR), Université de Nantes

Directeur de thèse : **M. El Hadi ZAÏM**, Professeur, Université de Nantes

" L'important n'est pas de trouver mais de chercher."
Ronald Pasquier - Instituteur

TABLE DES MATIÈRES

Remerciements	9
Introduction générale	11
1 Machines électriques rapides	15
1.1 Intérêt des machines rapides	15
1.2 Applications	17
1.3 Limitations des machines rapides	18
1.3.1 Tenue mécanique	18
1.3.2 Sollicitations thermiques	21
1.3.3 Système de guidage	23
1.3.4 Conséquences et performances limites	24
1.4 Machines envisageables	26
1.4.1 Machines asynchrones	26
1.4.2 Machines synchro-réductantes	28
1.4.3 Machines homopolaires	30
1.4.4 Machines à réductance variable à double saillance	30
1.4.5 Machines synchrones à aimants permanents	32
1.5 Bilan	34
2 Modélisation de la Machine à Aimants	37
2.1 Analyse électromagnétique	38
2.1.1 Outils théoriques : équations du champ	38
2.1.2 Détermination des harmoniques d'encoches	48
2.1.3 Fonctionnement nominal	50
2.1.4 Validation par éléments finis 2D	52
2.2 Modélisation des pertes au stator	57
2.2.1 Pertes Joule	57

2.2.2	Pertes Magnétiques	58
2.2.3	Identification expérimentale du coefficient additionnel des pertes fer	59
2.3	Pertes Aérodynamiques	60
2.3.1	Etat de l'art	60
2.3.2	Etude comparative des modèles issus de la littérature	66
2.3.3	Conclusion	72
2.4	Validation des modèles de pertes par des essais en décélération	73
2.4.1	Description du procédé expérimental	74
2.4.2	Exploitation des mesures de vitesses	76
2.5	Bilan	77
3	Pertes dans les Aimants	79
3.1	Présentation des phénomènes et état de l'art	79
3.2	Modélisation des pertes	85
3.2.1	Calcul des courants induits et des pertes dans une couronne conductrice	86
3.2.2	Approche énergétique globale	89
3.2.3	Méthode harmonique	93
3.3	Comparaison des méthodes	101
3.3.1	Analyse de l'allure de la densité de courants induits	101
3.3.2	Pertes instantanées dans une deuxième structure test	106
3.3.3	Impact de la segmentation des aimants	108
3.3.4	Impact de la fréquence sur les pertes	112
3.4	Bilan	114
4	Modélisation Thermique	115
4.1	Introduction	115
4.1.1	Importance de la modélisation thermique	115
4.1.2	Technologie de refroidissement	116
4.1.3	Méthodes de modélisation thermique	119
4.2	Modélisation thermique	119
4.2.1	Présentation du modèle thermique	119
4.2.2	Résistances thermiques du modèle	123
4.2.3	Températures des éléments de la machine	132
4.3	Applications	135
4.3.1	Machine synchrone pour motorisation hybride d'automobile (50 kW à 6 000 tr/min) [1]	135
4.3.2	Machine synchrone pour centrale de cogénération (110 kW à 70 000 tr/min) [2]	137

4.4	Bilan	141
5	Dimensionnement Optimal	143
5.1	Démarches d'optimisation	143
5.1.1	Approche directe par inversion du modèle	144
5.1.2	Approche indirecte par algorithme d'optimisation	149
5.1.3	Comparaison des algorithmes d'optimisation	160
5.2	Conception optimale de machines synchrones à aimants permanents	161
5.2.1	Présentation des fonctions objectives, des variables d'optimisation et des contraintes	161
5.2.2	Procédure de dimensionnement	166
5.2.3	Bilan	168
5.3	Impact des pertes dans les aimants sur le dimensionnement optimal .	169
5.3.1	Sources harmoniques des pertes dans les aimants	170
5.3.2	Influence de la segmentation circonférentielle sur la puissance optimale d'une machine tournant à 30 000 tr/min	173
5.4	Impact de la fonction objective	181
5.5	Influence du type d'aimant	189
5.6	Bilan	197
	Conclusion générale	199
	Références	213
	Annexes	215
A	Dimensions de la machine asynchrone	215
B	Dimensions des machines du banc rapide	217
C	Développement des calculs de la méthode globale négligeant l'effet de peau dans la largeur de l'aimant	219
D	Développement des calculs de la méthode globale considérant l'effet de peau dans la largeur de l'aimant	220
E	Réseaux de résistances thermiques issues de la littérature	225
F	Fonctions Tests	227
G	Comparaison des algorithmes d'optimisation	236
H	Evolution de l'optimum des algorithmes d'optimisation sur les fonctions tests	240

REMERCIEMENTS

Ce travail de thèse a été réalisé au sein du laboratoire *IREENA* à Saint-Nazaire sous la direction de Mohammed El-Hadi ZAÏM. Je tiens, tout d'abord, à remercier les membres de mon jury :

- Monsieur Daniel MATT pour m'avoir fait l'honneur de présider ce jury ;
- Monsieur Jean Claude VANNIER pour avoir accepté de rapporter sur ce travail et pour la pertinence de ses remarques ;
- Monsieur Hamid BEN AHMED pour avoir accepté d'endosser le rôle de rapporteur et pour ses remarques constructives qui ont permis l'amélioration de ce manuscrit ;
- Monsieur Abdelmounaïm TOUNZI pour sa collaboration dans le travail de comparaison des modèles de pertes dans les aimants au travers du développement de méthodes numériques 3D ainsi que pour ses remarques nécessaires à l'amélioration de la qualité de ce document. Ce fut et ça reste un réel plaisir de travailler avec lui ;
- Monsieur Didier TRICHET pour les remarques pertinentes qu'il a apportées pendant l'ensemble de la durée de cette étude ainsi que pour ses félicitations qui m'ont très touchées.

Je souhaite tout particulièrement remercier mon directeur de thèse Mohammed El-Hadi ZAÏM pour sa confiance et son esprit de synergie ainsi que tous ses soutiens indispensables à l'aboutissement de ce travail. Je tiens aussi à louer ses qualités humaines comme par exemple sa compassion et son humilité, qui ont permis d'accroître l'efficacité du travail mené.

Je tiens également à remercier le personnel administratif et technique du laboratoire. Merci aux secrétaires Sabrina SAMSON et Christine BROHAN qui ont su me venir en aide lors de mes aventures dans le processus administratif. Merci aussi au technicien Franck JUDIC qui, bien qu'il soit seul à exercer cette

fonction, a toujours été disponible avec sa bonne humeur pour soutenir activement les travaux expérimentaux menées pour cette étude.

Je souhaite aussi remercier Luc LORON qui fut disponible pour me présenter les variateurs de vitesse et le système D-Space. Je remercie aussi Gérard BERTHIAU pour sa collaboration dans l'élaboration des algorithmes d'optimisation. Je remercie également Luc MOREAU pour son apport de connaissances dans le domaine du dimensionnement de machines électriques. Je tiens aussi à remercier le noyau fort de la salle de pause qui participe activement à la bonne humeur et à la bonne entente des membres du laboratoire. Que soient ainsi remercié Salvy BOURGUET, Nicolas BERNARD, Jean-Christophe OLIVIER, Luc MOREAU, Franck JUDIC et Guillaume WASSELYNCK.

Je tiens également à remercier Antero ARKKIO et Anouar BELAHCEN du laboratoire d'Helsinki pour leurs conseils et notre collaboration concernant la rédaction d'articles relatifs à mes travaux de Master.

Je tiens aussi à remercier mes compagnons thésards pour leur entre-aide et leur sympathie qui sont Mahad ABDI-ADEN, Sullivan KUTTLER, Souad BACHTI, Radu FRATILA et surtout Sony TRIESTE. Je leur souhaite bien du courage pour soutenir leurs travaux de thèse. Tous mes encouragements aussi à Ahmed BOUABDALLAH, Ouahid DAHMANI, Abdoulaye DIENG, Zhihao SHI, René AUBREE, Hao CHEN, Yi YUAN et Stéphane CHEVALLIER dans leur travaux de thèse.

De manière plus personnelle, je souhaite remercier toute la bande des "8 pattes" et des "barrières". Ces joyeux lurons m'ont permis de décompresser pendant les week-ends et mes vacances. Un bien grand merci à Dudu, Rémino, Brice, Nicoco, Flo, Vinc', Mimile, Mylène, Jennifer, Taz, Joul', JC et tous les autres que j'ai oubliés. Que soit aussi particulièrement remercié mon cher ami Clément LEDARD pour avoir toujours su m'épauler et m'encourager lors des moments les plus difficiles que j'ai pu traverser. Je tiens également à remercier ma douce et tendre Vilma pour m'avoir encouragé et avoir élevé ma motivation.

Pour finir, je pense aux membres de ma famille qui ont toujours été là pour me soutenir. Je tiens particulièrement à remercier ma mère Martine, mon frère Damien et ma soeur Laure.

Floran Martin

INTRODUCTION GÉNÉRALE

Les machines rapides sont favorisées dans les applications embarquées grâce à leurs bonnes puissances massiques [3]. On les retrouve aussi dans diverses applications où la haute vitesse est requise comme le micro-usinage, la compression d'air, les pompes turbo-moléculaires et les génératrices entraînées par des turbines à gaz [4].

Les progrès en électronique de commande et de puissance ainsi que le développement des roulements à haute vitesse et des paliers magnétiques contribuent à l'essor des machines rapides. De plus, les récentes avancées des outils de simulation numérique permettent de modéliser de nombreux phénomènes liés à ces machines. Ainsi, il est possible de déterminer les matériaux les mieux adaptés aux machines rapides au travers du dimensionnement optimal.

Les machines rapides cumulent des difficultés d'ordre électromagnétique, thermique et mécanique. En haute vitesse, les matériaux constituant le rotor subissent d'importantes contraintes liées à la résonance du rotor et à la force centrifuge rendant nécessaire l'utilisation d'une frette de maintien [3]. D'autre part, l'échauffement des machines rapides requiert très souvent un système de refroidissement extérieur [5].

Il existe différents types de machines candidates à l'entraînement en haute vitesse. En raison de pertes considérables au collecteur, les machines à rotor bobiné ne sont pas bien adaptées. Les machines asynchrones et les machines synchrones à réluctance variable sont expérimentées mais elles souffrent d'importantes pertes au rotor, difficiles à évacuer ainsi que des oscillations de couple provenant de la réluctance du rotor [3].

En raison de leur puissance massique élevée et de leur haut rendement [6, 7], les machines synchrones à aimants permanents déposés en surface ont été retenues

pour cette étude. Plusieurs travaux ont été réalisés concernant le calcul des performances électromagnétiques de ces machines. Cependant, peu de travaux ont été effectués sur le calcul des pertes dans les aimants ainsi que leur impact sur le dimensionnement optimal, notamment en grande vitesse.

Notre objectif est de contribuer à leur dimensionnement optimal en tenant compte des pertes dans les aimants. Nous cherchons aussi à déterminer le type d'aimants (ferrite ou terre-rare) qui permet d'améliorer les performances de ces machines.

Ce manuscrit s'articule autour de cinq chapitres décrits ci-dessous.

Le premier chapitre synthétise la technologie de l'entraînement à haute vitesse. Dans un premier temps, il décrit les intérêts et les principales contraintes du fonctionnement des machines rapides. Il présente ensuite des applications industrielles et des prototypes de laboratoire pour différents types de machines (synchrones à réluctance variable, asynchrones, ...) et particulièrement des machines synchrones à aimants permanents.

Le second chapitre détaille tout d'abord une modélisation électromagnétique pour le calcul des performances des machines synchrones à aimants permanents déposés en surface. Il décrit ensuite les modèles de pertes au stator : les pertes ferromagnétiques ainsi que les pertes dans le bobinage. Enfin, les pertes aérodynamiques dans l'entrefer sont étudiées au travers d'une analyse comparative de modèles et de mesures issus de la littérature. Finalement, des essais en décélération sont menés pour comparer nos modèles de pertes aux mesures.

Le troisième chapitre s'attaque à la modélisation des pertes dans les aimants. Tout d'abord, il contient une présentation des phénomènes physiques et un état de l'art des modèles de pertes. Les courants induits dans les aimants sont provoqués principalement par les harmoniques de l'alimentation et les harmoniques de dentures. La difficulté de la modélisation des pertes dans les aimants provient essentiellement de la prise en compte de la réaction magnétique d'induit et d'assurer en chaque instant une valeur moyenne nulle des courants dans chaque aimant isolé. Nous présentons deux modèles de pertes :

- une approche énergétique globale où l'énergie liée à la densité de courant dans l'aimant est déterminée en la correspondant à l'énergie liée aux courants circulant dans une couronne conductrice et dans l'aimant isolé ;
- une démarche locale par décomposition de la force magnétomotrice source

en série de Fourier dont la période est la largeur de l'aimant. La densité de courant induite dans l'aimant est alors déduite en résolvant un problème de magnétodynamique analogue à celui d'une couronne conductrice.

Ces deux modèles sont ensuite comparés à des calculs par éléments finis 3D.

Le quatrième chapitre propose une modélisation thermique des machines synchrones à aimants permanents déposés en surface. Après avoir évoqué les différentes technologies de refroidissements des machines, il présente les principaux échanges de chaleur dans ces machines. Ensuite, il présente la modélisation thermique de ces machines basée sur un réseau de résistance thermique. Ce modèle est alors comparé et validé par des mesures provenant de la littérature.

Le cinquième chapitre présente le dimensionnement optimal de ces machines à aimants. On expose tout d'abord la procédure de conception par optimisation. Puis, on étudie l'impact des pertes dans les aimants et de leur segmentation sur le dimensionnement. Nous nous intéressons aussi à la maximisation de la puissance volumique et de la puissance massique. Nous étudierons enfin les performances optimales des machines équipées d'aimants en terre rare et d'aimants en ferrite.

CHAPITRE 1

MACHINES ÉLECTRIQUES RAPIDES

La notion de machine rapide ne signifie pas obligatoirement une rotation à grande vitesse. Le critère habituellement retenu pour qualifier la rapidité d'une machine n'est pas sa vitesse de rotation Ω mais plutôt sa vitesse périphérique V_p . Ces deux vitesses sont reliées par la relation :

$$V_p = R_f \Omega \quad (1.1)$$

où R_f est le rayon extérieur du rotor.

Lorsque la vitesse périphérique est élevée, les efforts centrifuges deviennent importants si bien que les machines rapides présentent des contraintes mécaniques sévères. Binder et Schneider [8] considèrent le domaine des applications rapides pour des vitesses périphériques comprises entre 100 et 250 m/s.

Les machines rapides présentent des intérêts aussi bien en terme de compacité que de gain de productivité. A volume donné, l'augmentation de la vitesse de rotation permet d'augmenter la puissance de la machine électrique. Comparativement aux machines classiques, les machines rapides apportent un gain de la puissance volumique produite par les génératrices embarquées, une réduction de la durée d'usinage des machines outils et un meilleur rendement des turbocompresseurs.

1.1 Intérêt des machines rapides

En plus de l'intérêt de retirer une transmission mécanique en les accouplant directement à des arbres tournant à grande vitesse, les machines électriques

rapides présentent de très bonnes performances en terme de puissance massique et volumique. Nous allons détailler les relations reliant les caractéristiques des machines électriques à leur vitesse de rotation à partir de critères simples en nous limitant aux structures cylindriques.

La puissance électromagnétique développée par une machine électrique tournante peut s'exprimer à partir de la pression magnétique tangentielle définie par le tenseur de Maxwell.

$$P_{emg} = \sqrt{2} V_r H_t B_{n-max} \Omega \quad (1.2)$$

où V_r est le volume du rotor, Ω , sa vitesse de rotation. B_{n-max} est la valeur maximale de la composante normale de l'induction dans l'entrefer et H_t la valeur efficace de la composante tangentielle du champ magnétique. Elle s'exprime généralement en fonction de la densité linéique de courant A_L par :

$$H_t = A_L = \frac{q N_s I_s}{\pi R_s} \quad (1.3)$$

où q est le nombre de phases, $N_s I_s$ la valeur efficace de la force magnétomotrice par phase et R_s le rayon d'alésage du stator.

En définissant k_D , le rapport du rayon d'alésage R_s sur le rayon extérieur du stator, la puissance volumique de la machine électrique peut s'écrire :

$$P_{vol} = \sqrt{2} k_D^2 A_L B_{n-max} \Omega \quad (1.4)$$

Cette relation permet de cibler les solutions possibles pour augmenter la puissance volumique des machines électriques :

- augmenter la charge linéique de courant A_L dont la principale limitation est l'échauffement des isolants de bobinage. Il est alors nécessaire d'améliorer le système de refroidissement et la qualité des isolants.
- augmenter l'induction maximale dans l'entrefer. Cependant, la saturation des matériaux magnétiques va restreindre B_{n-max} . Il est alors préférable d'utiliser des matériaux dont l'induction de saturation est élevée.
- augmenter la vitesse de rotation Ω . Néanmoins, la vitesse de résonance et les efforts centrifuges vont limiter la vitesse de rotation de l'arbre.

Les deux premières solutions permettent d'atteindre les limitations thermiques

et magnétiques des machines électriques si bien qu'elles sont généralement employées en phase de conception. L'accroissement de la vitesse de rotation apparaît alors comme une solution efficace pour augmenter la puissance volumique des machines. Cependant, leur conception nécessite une attention soignée de leur sollicitation mécanique.

A titre indicatif, pour $B_{n-max} = 1\text{T}$, $A_L = 30\text{ kA/m}$, $k_D=0.5$, la puissance volumique atteint 3 MW/m^3 pour une vitesse de rotation usuelle de $3\ 000\text{ tr/min}$ [3]. La puissance volumique s'élève à 20 MW/m^3 pour un turbocompresseur de 130 kW à $31\ 500\text{ tr/min}$ [9].

1.2 Applications

Les machines rapides sont présentes dans diverses applications qu'il s'agisse de petites, moyennes ou grandes puissances.

Pour les petites et les moyennes puissances, on dénombre les débouchés industriels suivants :

- entraînement de broches de machine-outils (5 kW - $180\ 000\text{ tr/min}$ [10]) ;
- compresseurs d'air (130 kW - $31\ 500\text{ tr/min}$ [7], 21 kW - $47\ 000\text{ tr/min}$ [11]) ;
- pompes turbomoléculaires cryogéniques (100 W - $500\ 000\text{ tr/min}$ [12], 2 kW - $200\ 000\text{ tr/min}$ [13]) ;
- accumulateur inertiel (350 kW - $18\ 000\text{ tr/min}$ [14])
- génération d'électricité à l'aide de turbines à gaz (110 kW - $70\ 000\text{ tr/min}$ [15]) ;
- groupes électrogènes embarqués (aéronautique, véhicules militaire : 45 kW - $92\ 000\text{ tr/min}$ [11]).

Les applications principales des machines rapides de grandes puissances sont :

- l'entraînement de pompes de centrales électriques ($P = 2$ à 5 MW , $\Omega < 15\ 000\text{ tr/min}$) [16]
- l'entraînement de pompes dans l'industrie chimique ($P < 6\text{ MW}$, $\Omega < 6\ 500\text{ tr/min}$) [17]
- l'entraînement de compresseurs dans l'industrie pétrochimique ($P = 2 - 20\text{ MW}$, $\Omega < 6\ 500\text{ tr/min}$) [18]

De nos jours, les machines rapides englobent une large plage de vitesse de rotation allant de $3\ 600\text{ tr/min}$ à $500\ 000\text{ tr/min}$, et respectivement une puissance

allant de quelques dizaines de mégawatts à quelques centaines de watts. En 1997, Rama et Gieseche [18] dénombrent plus de 120 installations de systèmes électriques rapides dans le monde, totalisant 14.7 GW avec une part significative des machines synchrones à aimants permanents et des machines asynchrones.

1.3 Limitations des machines rapides

Les machines électriques sont soumises à des limitations thermiques, mécaniques et électromagnétiques. Dans le cas des applications hautes vitesses, ces sollicitations sont atteintes et elles fixent la limite technologique de dimensionnement.

1.3.1 Tenue mécanique

La tenue mécanique du rotor nécessite une solidification des parties tournantes, par le choix de structures adaptées ou par la consolidation des rotors classiques.

Les efforts centrifuges appliqués au rotor fixent le diamètre maximal de la partie utile du rotor. De plus, le comportement dynamique de l'arbre sur ses paliers permet de déterminer la première fréquence de flexion ce qui restreint la longueur maximale entre appuis, donc la longueur utile. Ainsi, pour une vitesse de rotation donnée, il apparaît un volume tournant maximal.

1.3.1.1 Force centrifuge

Larsonneur [19] effectue une analyse des déformations d'un cylindre plein soumis à un effort centrifuge radial. L'équation d'équilibre du rotor et la loi de Hook lui permet d'établir l'équation différentielle de l'allongement du rotor. Il en déduit les contraintes radiales et circonférentielles exercées par l'effort centrifuge dans le cylindre. Son étude montre que la contrainte maximale est la contrainte radiale qui s'exprime par :

$$\sigma_r = \frac{3 + \nu}{8} \rho R_f^2 \Omega^2 \quad (1.5)$$

Avec ν , le coefficient de poisson du matériau composant le cylindre, ρ , sa masse volumique, R_f , le rayon extérieur du rotor et L sa longueur. Cette contrainte ne doit pas excéder la limite d'élasticité en traction du matériau. Le tableau 1.1 donne les propriétés mécaniques de quelques matériaux [20, 21, 22, 23].

Matériau	Limite d'élasticité [MPa]	Coefficient de Poisson	Masse volumique [kg/m ³]
Fibre de carbone T300	1 100	0,2	1 760
Fibre de verre Type S2	800	0,27	2 000
Aluminium 2014-T6	400	0,33	2 700
Acier API 5L X65	450	0,28	7 850
Nd-Fe-B	75	0,24	8 400
SmCo	35	0,27	8 400

TABLE 1.1 – Propriétés mécaniques de quelques matériaux constituant le rotor des machines électriques

Il est alors possible de définir la vitesse périphérique maximale à partir de la limite d'élasticité σ_{lim} par :

$$V_{pmax} = \sqrt{\frac{8 \sigma_{lim}}{\rho (3 + \nu)}} \quad (1.6)$$

Lorsque les aimants sont collés en surface du rotor ou enterrés dans le rotor, la structure mécanique du rotor est fragilisée en haute vitesse et nécessite alors d'être consolidée. A titre d'exemple, la vitesse périphérique ne peut excéder 100 m/s pour un rotor composé d'un aimant cylindrique de type SmCo. Les aimants peuvent alors être recouvert d'un épanouissement polaire en fer fixé au rotor (Fig. 1.1) [24] ou bien d'une frette de maintien.

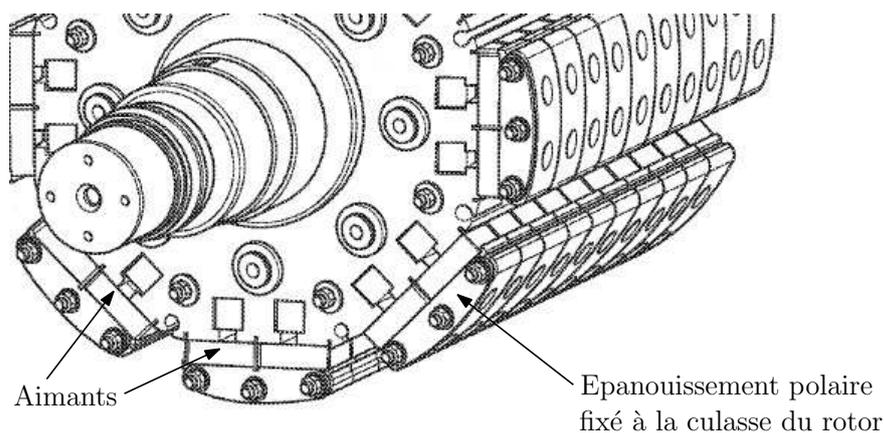


FIGURE 1.1 – Représentation du maintien des aimants par épanouissement polaire [24]

La frette de maintien est généralement constituée de fibres de verre ou de carbone renforcées avec de la résine Epoxy [20]. Takahashi *et al.* [10] compare deux frettes, de même épaisseur, l'une en acier et l'autre en fibre de verre maintenant les aimants permanents d'un moteur synchrone de 5kW à 180 000

tr/min. A partir d'une série de mesures à vide, ils montrent une amélioration du rendement pour une frette en fibre de verre. L'utilisation de frettes conductrices entraînent en effet des pertes supplémentaires par courant de Foucault causées par les harmoniques du stator.

Le dimensionnement d'une frette de maintien doit tenir compte de la pression centrifuge P_c appliquée au rayon intérieur de frette R_m par les aimants. Dans le cas d'une frette mince, Lieutaud [25] montre que le rayon extérieur de frette R_f doit respecter l'inégalité de contrainte suivante :

$$P_c \frac{R_f^2 + R_m^2}{R_f^2 - R_m^2} + \rho_f V_p^2 \leq s \sigma_{elast} \quad (1.7)$$

où ρ_f et σ_{elast} sont respectivement la masse volumique et la limite d'élasticité de la frette. s est un coefficient de sécurité de l'ordre de 80 %.

La pression centrifuge provoquée par les aimants sur la frette s'exprime par [25] :

$$P_c = \rho_a \frac{R_m^3 - R_r^3}{3R_m} \Omega^2 \quad (1.8)$$

où ρ_a et R_r sont respectivement la masse volumique et le rayon intérieur de l'aimant.

1.3.1.2 Vitesse de résonance

La rigidité et la masse du rotor sont des paramètres influençant le comportement vibratoire des parties tournantes. Chaque structure de rotor possède ses fréquences propres de vibration. Entraîné en rotation à proximité de ces fréquences, le rotor entre en résonance et l'amplitude des vibrations peut entraîner la destruction du rotor.

L'étude dynamique en flexion des rotors à géométrie complexe s'effectue très souvent à partir d'une analyse par éléments finis [22].

Lorsque le rotor présente une géométrie relativement simple (Fig. 1.2), il est possible de déterminer analytiquement la vitesse de résonance à partir de la formulation suivante [26, 27] :

$$\Omega_c = \sqrt{\frac{K_n}{M_n}} \quad (1.9)$$

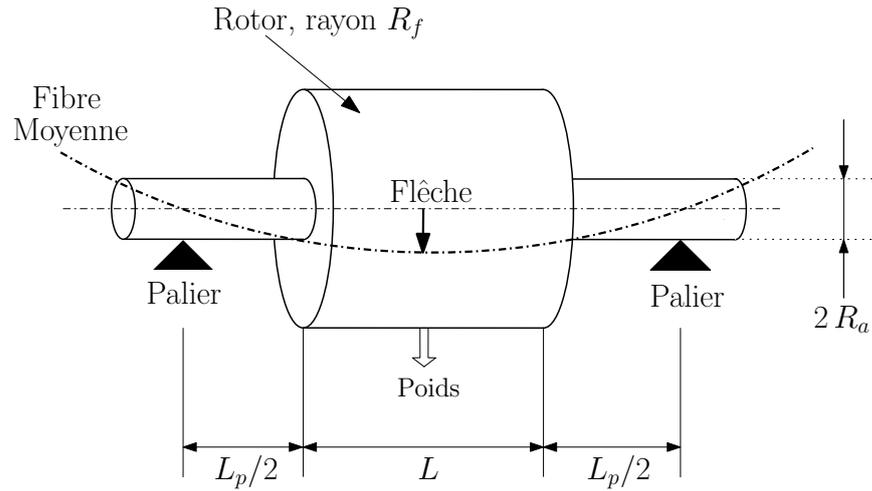


FIGURE 1.2 – Schéma d'un rotor présentant les paramètres géométriques de la vitesse critique

où K_n est la raideur généralisée définit par :

$$K_n = \frac{48E_y I_y}{L_p^3} \quad (1.10)$$

avec E_y le module d'Young du matériau constituant l'arbre, I_y , le moment quadratique de l'arbre et L_p la distance entre les paliers.

M_n est la masse généralisée définit à partir de la masse du rotor m et de celle de l'arbre m_a par

$$M_n = m + \frac{m_a}{4} \quad (1.11)$$

Ainsi, la vitesse critique de résonance peut être estimée par :

$$\Omega_c = \sqrt{\frac{48 E_y R_a^2}{\rho [4 (R_f/R_a)^2 L_p^3 L + L_p^4]}} \quad (1.12)$$

où R_f et R_a sont respectivement le rayon extérieur du rotor et le rayon de l'arbre, L est la longueur du rotor et ρ est la masse volumique de l'arbre.

1.3.2 Sollicitations thermiques

Cette limitation est cruciale pour les machines rapides puisque l'augmentation de la vitesse de rotation concentre les puissances : puissance transmise, mais aussi puissance dissipée. Le système de refroidissement doit donc évacuer une puissance importante dans un volume réduit. Technologiquement, les machines rapides sont souvent refroidies avec un système auxiliaire (pompes de circulation de fluide de

refroidissement, échangeur ...).

L'impact de la température peut être pris en compte à partir d'une analyse globale [28, 29]. En considérant que la température est répartie de manière homogène dans la machine, la somme des pertes dans la machine s'évacue par transfert convectif au travers de la surface externe de la machine. L'augmentation de la température $\Delta\theta$ peut alors s'exprimer en fonction du rayon extérieur R et de la longueur L de la machine par :

$$\Delta\theta = \frac{\Sigma\text{Pertes}}{h_{cv}2\pi [RL + (R^2 - R_s^2)]} \quad (1.13)$$

Avec h_{cv} , le coefficient de convection qui dépend du mode de refroidissement. En convection naturelle, h_{cv} est compris entre 5 et 25 W/m²/° C. Pour un refroidissement extérieur, ce coefficient présente des valeurs comprises entre 10 et 500 W/m²/° C [30].

Cette formulation conduit à un échauffement globalisé de la machine électrique.

1.3.2.1 Impact de la température sur le bobinage

La résistivité des conducteurs du cuivre ρ_{Cu} augmente avec la température θ [31].

$$\rho_{Cu} = 1,72 \cdot 10^{-8} [1 + 3,9 \cdot 10^{-3} (\theta - 20^\circ\text{C})] \quad (1.14)$$

La classe de l'isolant définit la température maximale admissible (Tab. 1.2) [32].

Classe d'isolation	Température maximale admissible (°C)
A	105
B	130
F	155
H	180

TABLE 1.2 – Température limite des isolants de machines électriques

L'échauffement de ces isolants limite la densité de courant dans les conducteurs. Elle est généralement comprise entre 2,5 et 20 A/mm² selon le mode de refroidissement [3].

1.3.2.2 Impact de la température des aimants

Les aimants permanents sont des matériaux durs caractérisés par un large cycle d'hystérésis [33]. Le tableau 1.3 présente les propriétés magnétiques des différents alliages d'aimants permanents [34, 35, 33].

Type d'aimant	Induction rémanente B_{rem} [T.]	Champ coercitif $H_{c,B}$ [kA/m]	Champ démagnétisant $H_{c,J}$ [kA/m]	Energie volumique $(BH)_{max}$ [kJ/m ³]
NdFeB	1,22	940	2230	290
Sm ₂ Co ₁₇	1,04	760	2070	205
SmCo ₅	1,01	755	1500	200
AlNiCo	1,08	125	130	82
Ferrite	0,4	270	280	31,1

TABLE 1.3 – Propriétés magnétiques de différents aimants permanents à 20 °C

Les aimants terres rares NdFeB et SmCo présentent les meilleures performances en terme d'énergie volumique si bien qu'ils se retrouvent dans la plupart des machines électriques destinées aux applications embarquées [36, 37].

Les aimants permanents sont néanmoins sensibles à la température. Leurs propriétés magnétiques diminuent avec l'élévation de la température. Ce phénomène est réversible tant que la température limite d'utilisation n'est pas atteinte. Lorsque cette température est atteinte, les aimants permanents perdent de manière irréversible leur énergie magnétisante. Le tableau 1.4 présente la sensibilité à la température de différents aimants.

Type d'aimant	Variation d'induction rémanente [%/° C]	Variation de champ coercitif [%/° C]	Température maximale [° C]
Nd-Fe-B	-0,085	-0,57	180
Sm ₂ Co ₁₇	-0,03	-0,035	350
SmCo ₅	-0,04	-0,24	250
Al-Ni-Co	-0,02	+0,01	550
Ferrite	-0,2	+0,13	300

TABLE 1.4 – Influence de la température sur plusieurs types aimants permanents

1.3.3 Système de guidage

Les paliers avec contact, généralement de type roulements à billes céramiques, autorisent des vitesses périphériques allant jusqu'à 130 m/s. L'équilibrage précis et

les pertes importantes des paliers mécaniques sont deux désavantages majeurs qui les défavorisent devant les paliers magnétiques [38].

Le guidage en rotation est alors réalisé par deux paliers magnétiques radiaux (centreurs magnétiques) et un palier magnétique axial qui permet d'éviter les translations du rotor. La figure 1.3 montre l'importance du volume du système de guidage dans le cas d'un turbo-détendeur (300 kW à 70 000 tr/min) [39].

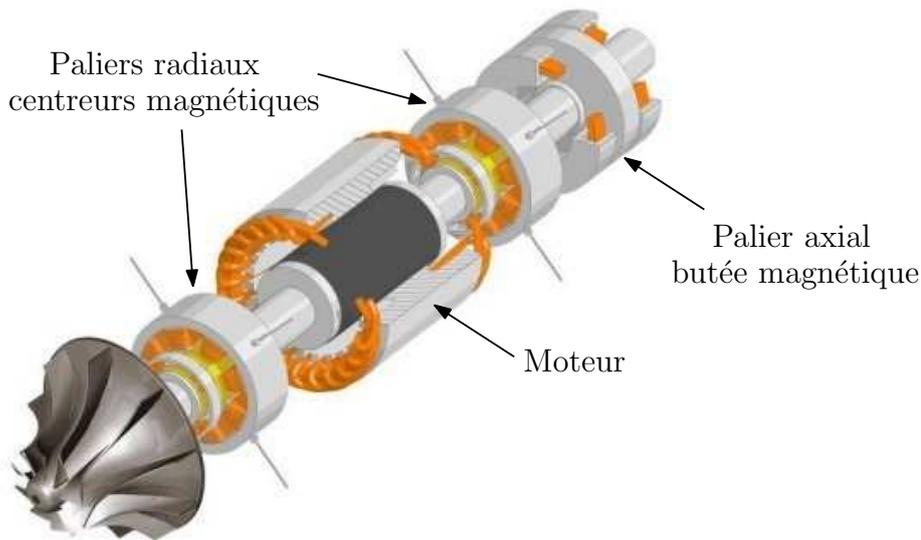


FIGURE 1.3 – Représentation d'un système de guidage par paliers magnétiques actifs d'un turbodétendeur [39]

Les paliers magnétiques peuvent être passifs auquel cas, la sustentation magnétique est assurée par deux aimants en opposition. Lorsqu'un électroaimant assure le guidage des parties tournantes, les paliers magnétiques sont actifs et un contrôle précis de la position est possible [40].

Plusieurs auteurs ont expérimenté avec succès les paliers magnétiques pour des applications en haute vitesse de rotation. Zmood *et al.* [41] utilisent des paliers magnétiques actifs pour assurer le guidage mécanique d'un volant d'inertie de 500 Wh tournant à 66 000 tr/min. Lantto [42] a expérimenté plusieurs schémas de commande robuste des paliers magnétiques pour une application d'un compresseur de 250 kW, 32 000 tr/min.

1.3.4 Conséquences et performances limites

La vitesse périphérique et la vitesse de résonance correspondent à deux vitesses limites. Lorsque ces deux vitesses sont confondues, Multon et Hirsinger [43] définissent une relation entre la longueur maximale L_{max} et le rayon extérieur R_f

du rotor.

$$L_{max} = 5 R_f \quad (1.15)$$

Afin de mettre en évidence cette limitation, nous avons déterminé l'évolution de ces deux vitesses limites en fonction du rayon rotorique. Nous avons considéré que l'arbre en acier présente un rayon 0,375 fois plus petit que le rayon du rotor et que la longueur des paliers correspond à 0,6 fois la longueur du rotor [28].

La figure 1.4 représente la vitesse critique du rotor atteinte soit par la vitesse périphérique ou soit par la vitesse de résonance pour différents rapports de longueur utile sur le rayon du rotor. Elle montre que la longueur utile de la machine ne doit pas excéder 5 fois le rayon extérieur du rotor pour une vitesse périphérique de 200 m/s. Alors que pour une vitesse de 300 m/s du rotor, la longueur maximale du rotor n'atteint que 4 fois le rayon rotorique.

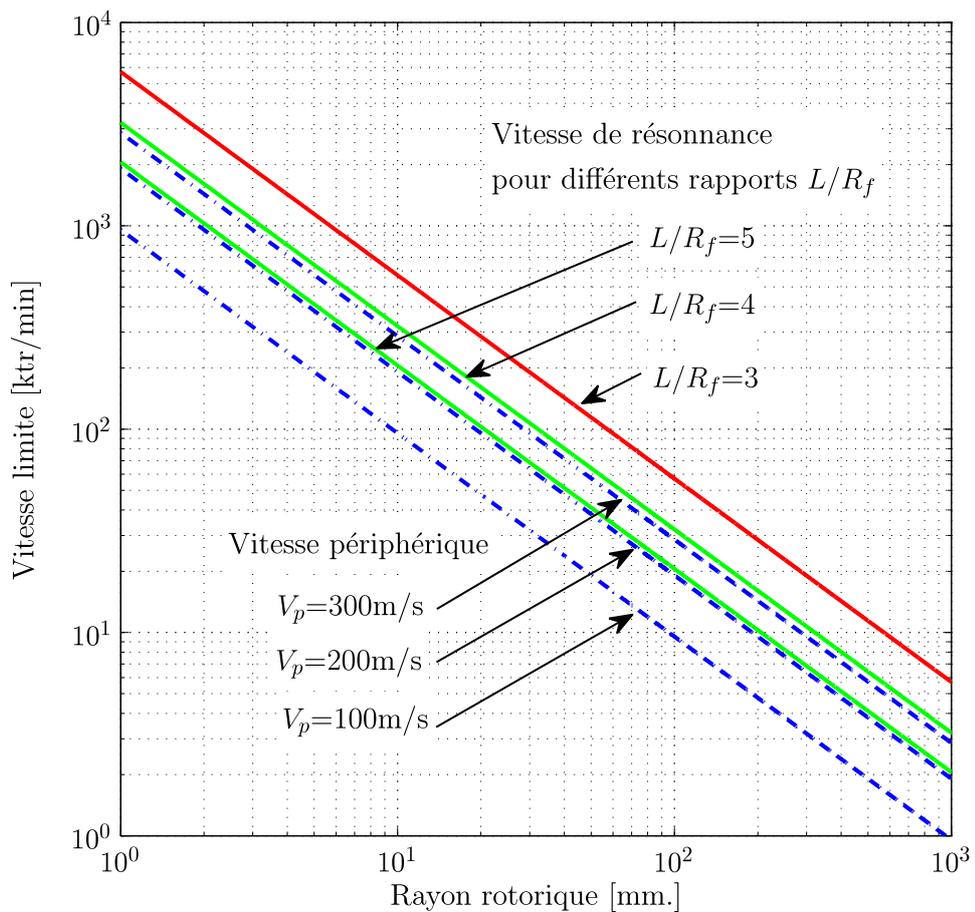


FIGURE 1.4 – Influence de la vitesse limite en fonction du rayon rotorique

On montre dans [3] que la puissance électromagnétique maximale de coin varie en fonction de la vitesse de rotation admissible comme suit :

$$P_{max} \propto V_p^{7/2} \Omega^{-5/2} \quad (1.16)$$

Cette limite de faisabilité est représentée sur la figure 1.5 pour différents types de machines réalisées et pour trois valeurs de vitesses périphériques. Parmi les machines existantes pour des applications hautes vitesses, les machines asynchrones et les machines synchrones à aimants permanents sont le plus souvent sollicitées. Les machines rapides embrassent une large plage de puissance allant de 200 MW à quelques kilowatts pour des vitesses respectives de 3 700 tr/min à 500 000 tr/min.

1.4 Machines envisageables

Plusieurs structures de machines sont envisageables pour fonctionner à haute vitesse de rotation. On évite autant que possible tout contact mécanique dans les machines rapides (paliers, balais, bagues, ...) si bien que les machines à rotor bobiné ne sont pas adaptées à la haute vitesse.

Nous présentons ci-après des exemples de machines expérimentées avec succès en haute vitesse.

1.4.1 Machines asynchrones

La machine asynchrone rapide peut présenter différentes structures de rotor. Le rotor peut être massif lisse ou rainuré, ou bien feuilleté avec une couche conductrice ou une cage d'écureuil renforcé [44, 4].

Les rotors massifs à pôles lisses permettent un fonctionnement à vitesses périphériques élevées, toutefois ils présentent un mauvais facteur de puissance et les pertes rotoriques sont importantes. Les courants induits circulent dans l'épaisseur de peau si bien que la résistance du rotor augmente et le flux ne pénètre pas profondément dans le fer. De plus, les courants se referment avant d'atteindre les extrémités. Leur glissement est élevé ce qui augmente les pertes au rotor et diminue le rendement de la machine.

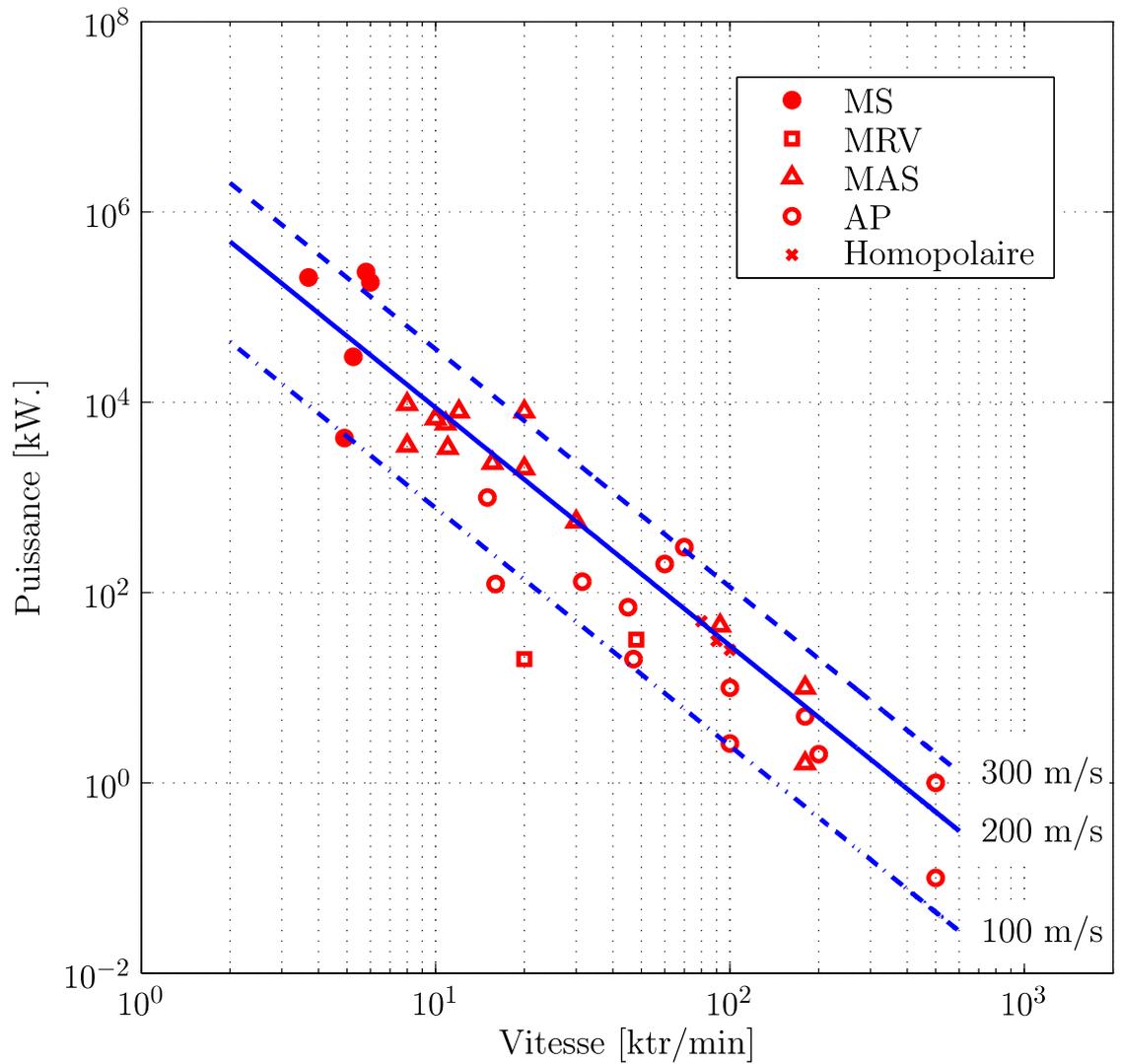


FIGURE 1.5 – Limite de faisabilité des machines rapides et machines réalisées [3]
 MS : Machine synchrone, MRV : Machine à reluctance variable
 MAS : Machine asynchrone, AP : Machine synchrone à aimants permanents
 Homopolaire : Machine synchrone à excitation homopolaire

En rainurant le rotor (Fig. 1.6a), bien que la résistance du rotor diminue légèrement, les performances électriques et magnétiques sont nettement améliorées. Les courants induits sont canalisés jusqu'aux extrémités de la machine ce qui permet d'augmenter la surface de passage du flux. Le fonctionnement optimal est obtenu lorsque le pas dentaire est comparable à l'épaisseur de peau. [45, 46].

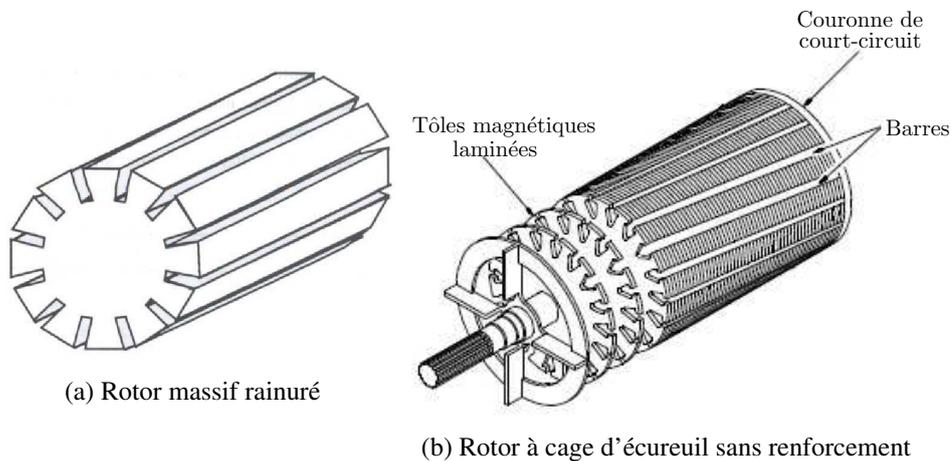


FIGURE 1.6 – Deux principaux types de rotors des machines asynchrones rapides

Lorsque le rotor est à cage (Fig 1.6b), il nécessite un renforcement pour pouvoir atteindre d'importantes vitesses périphériques. La conductivité élevée des barres permet d'atteindre des facteurs de puissance de l'ordre de 0,7 et des rendements supérieurs à 94 % [47, 48].

Caprio *et al.* [49] analysent les contraintes mécaniques et thermiques d'un rotor à cage d'une machine asynchrone (2 MW à 15 000 tr/min) destinée au stockage d'énergie d'un navire par volant d'inertie. Leur étude montre que le renforcement de la cage aux extrémités du rotor est nécessaire pour atteindre des vitesses périphériques de l'ordre de 280 m/s.

A partir d'essais sur des machines asynchrones pour un compresseur d'une puissance de 60 kW tournant à 60 000 tr/min, Lähteenmäki [48] montre que les rotors à couches conductrices sont plus solides que les rotors à cage d'écureuils. Néanmoins, les rotors à cage présentent un meilleur facteur de puissance et un meilleur coefficient d'utilisation que les rotor à couches conductrices.

1.4.2 Machines synchro-réductantes

Les machines synchro-réductantes pures (non excitées) inventées en 1842 par Davidson et Paterson sont basées sur un principe de production de couple purement réductant. Le rotor tourne au synchronisme et s'accroche au champ tournant

statorique grâce à sa dissymétrie.

Ces machines à saillance seulement rotorique sont caractérisées par des pertes électriques rotoriques faibles. Cependant, cette saillance conduit aussi à des pertes aérodynamiques importantes. A partir d'essais en décélération, Lamghari-Jamal [5] montre que la machine à réluctance variable (20kW. à 20 000 tr/min) du laboratoire *IREENA* conduit à 3,7 fois plus de pertes aérodynamiques qu'une machine à pôle lisse de même entrefer. Zaïm [50] envisage alors un rotor lisse portant des trous afin de réduire ces pertes (Fig 1.7a).

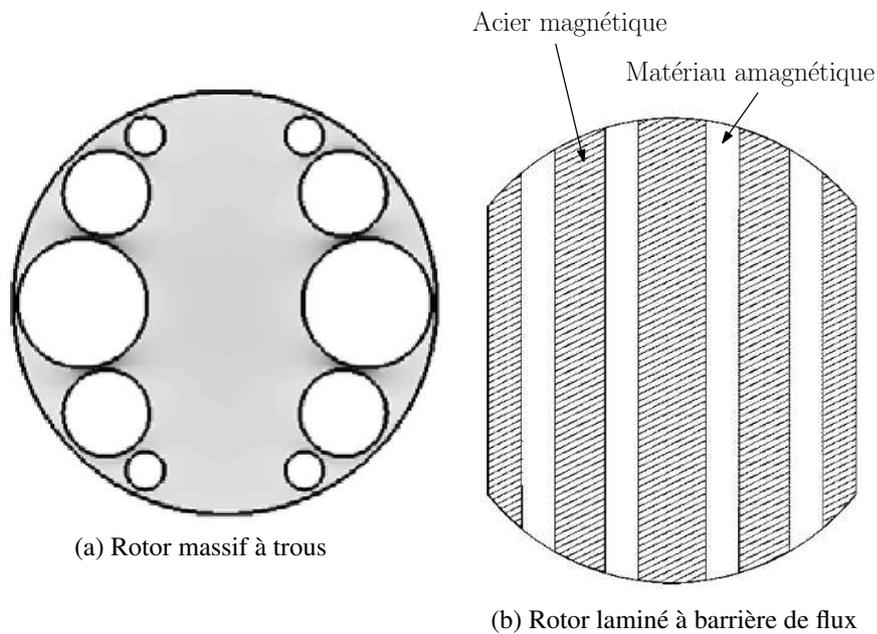


FIGURE 1.7 – Rotors de machines synchrones à réluctance variable

Le couple synchrone est proportionnel à la différence ($L_d - L_q$) des inductances synchrones de la machine, selon l'axe direct d et l'axe en quadrature q . Afin de diminuer l'inductance L_q , Hofmann et Sanders [51] construisent un rotor constitué d'un assemblage d'acier magnétique et de matériau amagnétique présenté sur la figure 1.7b. Le feuilletage de cette structure permet d'atteindre un rapport de saillance (L_d/L_q) de 10 qui améliore le couple massique et le facteur de puissance d'un moteur/générateur d'une puissance de 60 kW tournant à 48 000 tr/min pour un stockage d'énergie par volant d'inertie.

1.4.3 Machines homopolaires

Afin d'améliorer le facteur de puissance, les machines synchro-reluctantes peuvent être munies d'un bobinage d'excitation placé au stator qui crée un flux magnétique axial [52, 53]. Le flux inducteur vient s'ajouter à la composante directe du flux de l'induit ce qui permet d'augmenter le couple. Néanmoins, la pulsation du flux des machines homopolaires est deux fois plus faible que pour les machines hétéropolaires et conduit ainsi à une puissance massique inférieure.

Wiat *et al.* [52] réalisent un prototype d'une machine homopolaire de type Lyndell d'une puissance de 1 MW tournant à 10 000 tr/min. Le rotor des machines de type Lyndell est constitué de deux roues saillantes identiques et décalées de 90°. Le flux de l'excitation traverse alors une roue en créant un pôle nord et se referme dans la seconde roue en créant un pôle sud. Leurs essais donnent un rendement de l'ordre de 92 % et un facteur de puissance de 0,9.

Tsao *et al.* [53] ont construit une machine homopolaire de 30 kW entraînant un volant d'inertie jusqu'à 100 000 tr/min (Fig. 1.8).

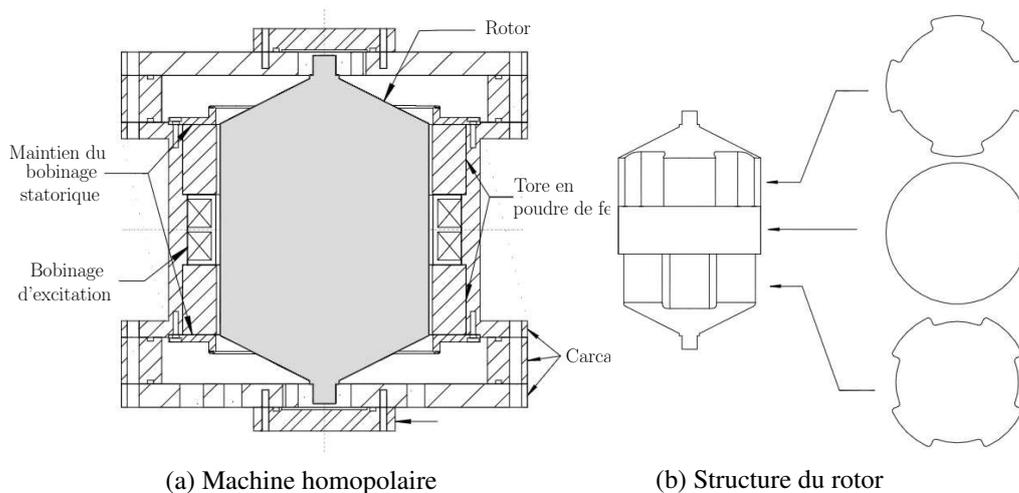


FIGURE 1.8 – Machine synchrone homopolaire [53]

La figure 1.9 montre une machine à griffes fonctionnant à des vitesses de rotation allant de 80 000 à 100 000 tr/min à des puissance de 25 à 50 kW. Les applications visées sont les génératrices pour véhicules hybrides et les trains MAGLEV, ainsi que les compresseurs d'hélium [4].

1.4.4 Machines à réductance variable à double saillance

Les machines à double saillance sont des machines à courant commuté. Elles bénéficient d'un rotor de construction aisé et relativement peu coûteux (Fig. 1.10).

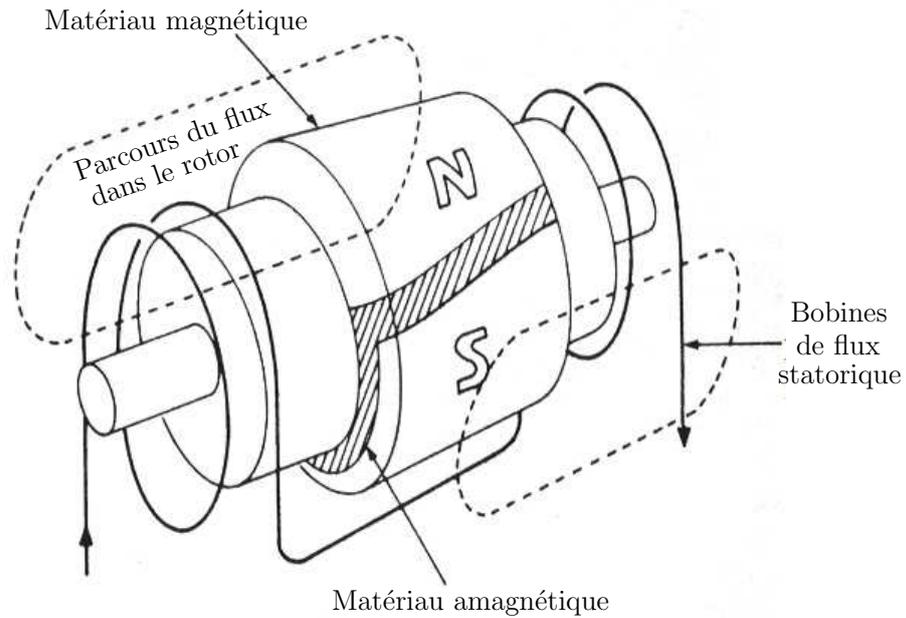


FIGURE 1.9 – Machine à griffes [4]

De plus, le bobinage statorique, de type concentré, permet de réduire la longueur des têtes de bobines et donc les pertes Joule. Elles sont néanmoins soumises à d'importantes ondulations de couple et surtout caractérisées par des pertes magnétiques et aérodynamiques importantes lors d'un fonctionnement à hautes vitesses.



FIGURE 1.10 – Machine à réluctance variable à double saillance de type 6/4 [54]

Cependant, plusieurs auteurs ont construit et testé cette machine pour des applications rapides. Bateman *et al.* [55] réalisent la commande sans capteur, basée sur la détection de pics de courants sur chaque phase, d'une machine à double

saillance (1,6 kW à 100 000 tr/min) pour un aspirateur domestique. Pour une application de stockage d'énergie par volant d'inertie, Holub *et al.* [56] montrent l'importance des pertes magnétiques, des pertes mécaniques et des pertes par courants de Foucault au rotor d'une machine à double saillance d'une puissance de 100 kW tournant à 100 000 tr/min.

1.4.5 Machines synchrones à aimants permanents

Les machines rapides à aimants permanents sont très attractives car elles présentent une puissance massique élevée, un excellent rendement et un bon facteur de puissance. Néanmoins, la présence des aimants au rotor nécessite une construction complexe et fragilise mécaniquement la structure du rotor. De plus, les pertes harmoniques au rotor provenant de la pulsation de flux dues aux dentures et aux harmoniques de courant peuvent entraîner la démagnétisation des aimants par un dépassement de la température maximale tolérée [57].

Parmi les machines synchrones radiales à aimants permanents, la position des aimants au rotor est un premier critère distinctif (Fig 1.11).

Lorsque les aimants sont déposés en surface (Fig 1.11 a), les forces centrifuges s'appliquent directement sur les aimants risquant leur décollage si bien qu'une frette est nécessaire pour leur maintien [20]. Les structures à aimants enterrés (Fig. 1.11 b à e) présentent l'avantage de l'ajout d'un couple de saillance au couple d'interaction entre les aimants et les enroulements statoriques. Cependant, l'insertion des aimants est relativement difficile [58] et par ailleurs les ondulations de couple sont plus importantes que pour les machines à aimants déposés en surface [59]. La structure à concentration de flux (Fig 1.11 b) permet l'emploi d'aimants ferrites moins onéreux et moins sensibles à la température. Néanmoins, sa construction est plus complexe notamment pour l'insertion des aimants. Les topologies à aimants enterrés présentées en figures 1.11 c, d et e recherchent une large plage de défluxage au détriment de fortes ondulations de couples [60]. Ces structures sont aussi plus sensibles aux excentricités du rotor que les machines à aimants déposés [61]. De plus, l'analyse comparative de Fodorean et Miraoui [58] montre que les machines à aimants déposés en surface présentent de meilleures performances en terme de puissances massiques, de facteur de puissance et de rendement.

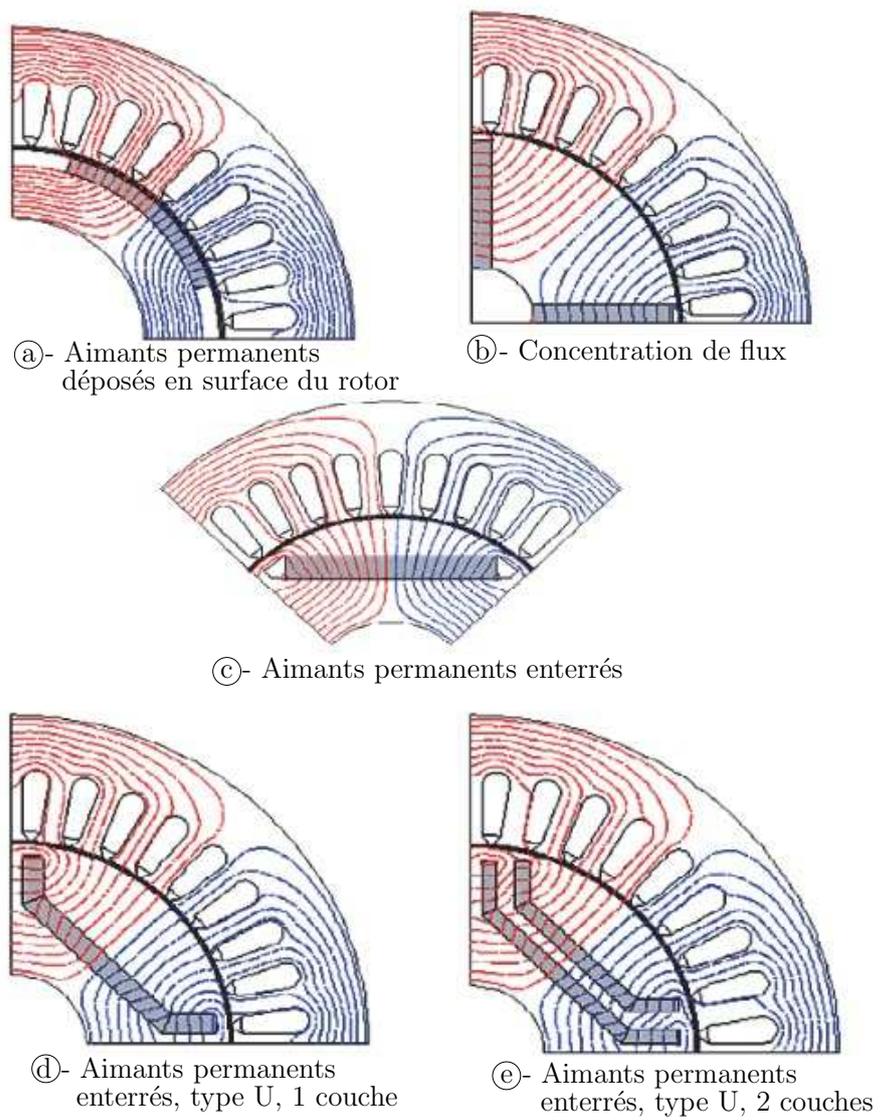


FIGURE 1.11 – Quelques topologies de rotor de machines à aimants [58]

Les machines à aimants sont privilégiées dans les applications d'usinage de haute précision[62]. Borisavljević [63] dimensionne une machine synchrone à aimants permanents déposés en surface développant une puissance de 200 W à 200 000 tr/min pour une application de microfraisage. Kimman *et al.* [64] étudient le guidage par paliers magnétiques actifs d'une machine outil tournant à 150 000 tr/min.

Les machines à aimants permanents déposés en surface concurrencent actuellement les machines asynchrones dans les applications de turbocompresseurs [65]. Munteanu *et al.* [66] conçoivent une machine d'une puissance de 40 kW à 40 000 tr/min. Kolondzovski [7] réalise une machine de 130 kW à 31 500 tr/min.

Dans le cadre des applications embarquées, l'industrie automobile est soumise à de fortes contraintes d'encombrement volumique. La traction automobile favorise alors très largement les machines synchrones à aimants permanents. On les retrouve sur la technologie hybride de la *Toyota Prius* [36] (50 kW à 5600 tr/min) et de la *Citroën DS5 Hybrid 4* (27 kW à 7 500 tr/min).

En avionique, ces machines se retrouvent dans le système de secours (Ram Air Turbine ou RAT) et le générateur couplé aux réacteurs (Variable Frequency Generator ou VFG) [67]. La RAT de l'*Airbus A380* est constituée d'une éolienne entraînant une génératrice à aimant (70 kVA à 12 000 tr/min) [68].

Spierling et Byron [37] couplent l'inducteur à aimants avec un bobinage à courant continu au stator afin d'élargir leur plage de fonctionnement et de sécuriser le réseau de secours des survitesses de l'éolienne.

La VFG dispose d'un premier étage d'asservissement de l'inducteur de la génératrice principale : une génératrice synchrone à aimant autopilotée (12000 à 24000 tr/min) alimente l'inducteur d'une génératrice à rotor bobiné. Couplée à un redresseur à diodes, l'induit de cette génératrice fournit la puissance à l'inducteur de la génératrice principale à fréquence variable (150 kVA à 360-800 Hz). L'autopilotage de l'étage d'asservissement permet une importante réduction de la masse des quatre génératrices de l'*Airbus A380* [69].

1.5 Bilan

Les études menées par [4, 5, 6, 70, 71, 68] nous permettent de dresser un tableau comparatif (Tab. 1.5) des avantages et des inconvénients des différentes machines candidates aux applications rapides.

Structure	Avantages	Inconvénients
Machine Asynchrone	Robuste Peu sensible à la température	Facteur de puissance Rendement
Machine Synchrones à Aimants	Puissance massique Bon rendement Bon facteur de puissance	Sensible à la température Tenue mécanique
Machine à Réluctance Variable	Robuste Peu sensible à la température Simplicité du rotor	Vibrations mécaniques Pertes aérodynamiques Faible facteur de puissance
Machine homopolaire	Bon facteur de puissance Simplicité du rotor	Pertes aérodynamiques élevées Pertes fer importantes
Moteur à griffes	Bon facteur de puissance Faibles pertes joules	Structure du rotor complexe Pertes fer importantes

TABLE 1.5 – Quelques avantages et inconvénients des différentes machines électriques pour applications hautes vitesses

Les machines synchrones à aimants permanents présentent le meilleur facteur de puissance et la plus importante puissance massique parmi les autres machines. Les machines asynchrones et à réluctance variable sont les moins onéreuses mais sont pénalisées par un faible facteur de puissance.

Bien que toutes ces structures puissent être envisagées pour la haute vitesse, le choix d'une technologie de machine est propre à l'application visée. Lorsque le cahier des charges impose une excellente robustesse, les machines asynchrones restent d'excellentes candidates alors que les machines à réluctance variable sont préférées pour des conditions sévères d'utilisation. Dès que la compacité et l'encombrement apparaissent comme contrainte majeure, les machines à aimants s'imposent devant les autres structures.

Nous retenons, pour la suite de nos travaux, l'étude de la structure à aimants déposés en surface dans le cadre des applications embarquées pour les raisons suivantes :

- Rendement élevé : les pertes sont moins importantes que pour les autres structures ce qui facilite leur évacuation ;
- Bon facteur de puissance : les pertes du convertisseur de puissance sont plus faibles ce qui réduit son volume ;
- Faibles ondulations de couple : de faibles vibrations mécaniques permettent d'accroître leur durée de vie.

CHAPITRE 2

MODÉLISATION DE LA MACHINE À AIMANTS

Dans l'objectif de dimensionner les machines synchrones à aimants permanents déposés en surface, nous devons disposer de modèles permettant d'évaluer convenablement leurs puissances électromagnétiques ainsi que les différentes pertes liées à la conversion électromécanique. La connaissance des pertes est en effet nécessaire pour déterminer l'échauffement du bobinage, des aimants et des roulements.

Dans ce chapitre, nous présentons tout d'abord une modélisation donnant le couple électromagnétique des machines synchrones à aimants permanents à pôles lisses. Orientée vers la conception optimale, cette modélisation exprime le couple en fonction des dimensions de la machine, du courant et du nombre de spires par phase.

Ensuite, nous exposons des modèles de pertes au stator : les pertes Joule dans le bobinage et les pertes fer dans la culasse et les dents. Les pertes joule dans le bobinage sont déterminées en fonction des dimensions des encoches, du nombre de spires et du courant par phase en considérant la résistance du bobinage. Les pertes fer nécessitent d'évaluer l'induction dans les dents et dans la culasse statorique. Ces inductions sont déterminées à partir de la modélisation électromagnétique utilisée pour calculer le couple.

Nous allons aussi modéliser les variations de l'induction provenant de l'effet des encoches du stator. Ces variations représentent une source de pertes dans les aimants dont la modélisation est explicitée au chapitre suivant.

Par la suite, nous nous intéressons aux phénomènes de frottement produit par l'écoulement du fluide dans l'entrefer, responsables des pertes aérodynamiques. La comparaison des modèles analytiques et des mesures issus de la littérature nous permet de dégager un modèle de pertes suffisamment précis.

Enfin, nous effectuons une série de mesures sur un banc composée de deux machines rapides afin de valider nos modèles de pertes.

2.1 Analyse électromagnétique

La détermination du couple électromagnétique et de l'induction dans l'entrefer peut s'effectuer à partir de différentes méthodes.

Les méthodes numériques comme les éléments finis, les différences finies ou les volumes finis permettent de déterminer les grandeurs magnétiques avec une bonne précision pour des géométries complexes. Cependant, elles nécessitent une durée de simulation élevée pour les procédures d'optimisation du dimensionnement.

Les méthodes par réseaux de perméance considèrent les principaux échanges de flux magnétique entre le stator et le rotor. Ces méthodes sont bien adaptées aux machines à pôles lisses et saillants. De plus, leur durée de simulation est largement réduite par rapport aux méthodes numériques ce qui permet de les intégrer à des algorithmes d'optimisation.

Les méthodes analytiques par résolution des équations du champ permettent d'évaluer les grandeurs magnétiques des machines à géométries simples. Ainsi, elles sont particulièrement bien adaptées aux machines à pôles lisses comme les machines synchrones à aimants permanents déposés en surface. Ces méthodes sont précises et rapides si bien qu'il est aisé de les intégrer à des procédures de dimensionnement par optimisation.

Nous déterminerons les grandeurs électromagnétiques des machines synchrones à aimants permanents déposés en surface avec une modélisation analytique par résolution des équations du champ. Notre modélisation sera ensuite comparée aux calculs par éléments finis 2D afin de vérifier la précision de notre modèle.

2.1.1 Outils théoriques : équations du champ

Nous résolvons les équations du champ en magnétostatique 2D, formulation en potentiel vecteur magnétique. Il s'agit alors de résoudre les équations différentielles dans l'entrefer et dans l'aimant de la machine. L'analyse s'effectue en considérant le principe de superposition.

Tout d'abord, nous déterminons le potentiel vecteur magnétique dans l'entrefer et dans l'aimant en alimentant le bobinage statorique et en remplaçant l'aimant par un matériau passif de perméabilité proche de celle de l'air. Cette étude de la réaction magnétique d'induit permet de déterminer l'induction et le champ

magnétique dans l'entrefer ainsi que l'inductance cyclique de la machine.

Ensuite, nous déterminons le potentiel vecteur magnétique produit par l'aimant seul dans l'entrefer et dans l'aimant. Ce fonctionnement à vide permet le calcul de la force électromotrice de la machine.

Enfin, nous appliquons le principe de superposition en effectuant une somme vectorielle des potentiels vecteurs magnétiques provenant de l'analyse de la réaction magnétique d'induit et de l'étude de l'inducteur. Nous déterminons alors le couple électromagnétique en appliquant le tenseur de Maxwell en considérant l'angle de charge qui correspond à l'angle entre les inductions radiales liées à l'inducteur et à l'induit.

2.1.1.1 Hypothèses et modèle d'étude

La modélisation électromagnétique des machines synchrones à aimants permanents déposés en surface s'effectue en 2 dimensions dans la vue en coupe représentée sur la figure 2.1. Sur cette figure, nous avons considéré à titre d'exemple, une machine à une paire de pôles possédant 18 encoches dont le bobinage triphasé (a,b,c) est distribué sur trois encoches par pôle et par phase. Nous considérons un repère cylindrique $(O, \vec{r}, \vec{\theta}_{r,s})$ où les indices "r" et "s" correspondent aux repères respectifs du rotor et du stator. L'entrefer correspond au milieu (I) et l'aimant au milieu (II).

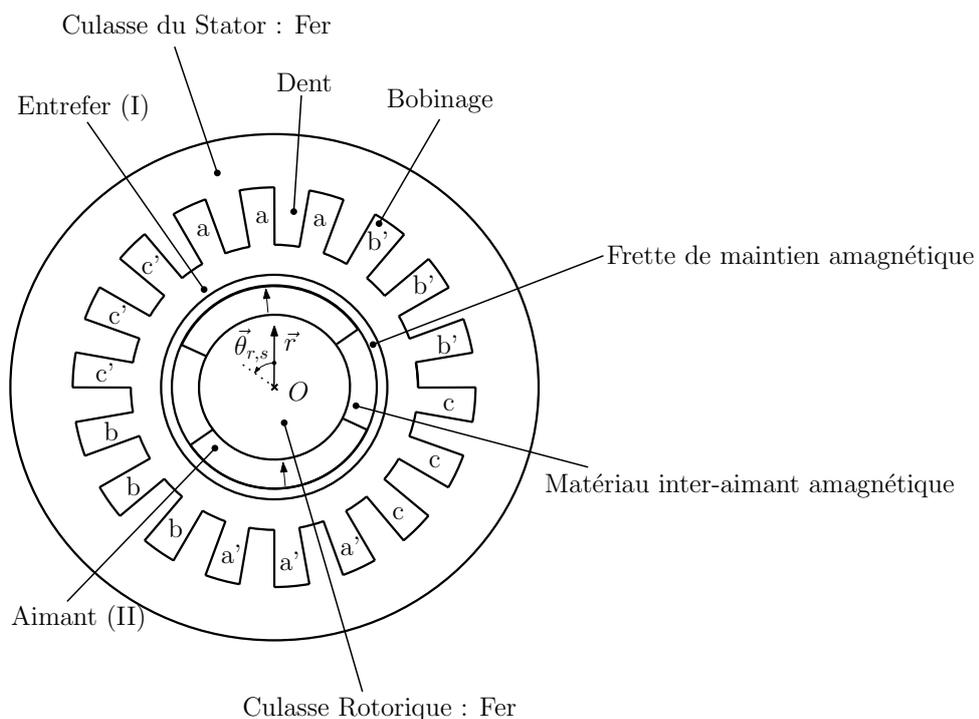


FIGURE 2.1 – Nomenclature des différents éléments de la machine à aimants

Nous étudions les équations du champ en effectuant les hypothèses suivantes :

- Le fer au stator et au rotor est homogène, linéaire et isotrope. Sa perméabilité est très grande devant la perméabilité de l'aimant et de l'air ;
- La longueur de la machine est très grande devant le pas polaire ;
- L'aimantation des aimants permanents est uniquement radiale ;
- La perméabilité relative de l'aimant est unitaire.

Pour tenir compte de l'effet des encoches, on considère une augmentation de l'entrefer en utilisant le coefficient de Carter k_c [72, 73]. La figure 2.2a représente la machine synchrone avec ses encoches et la figure 2.2b présente la géométrie simplifiée pour notre étude. Le bobinage statorique est remplacé par une densité superficielle de courant équivalente [3].

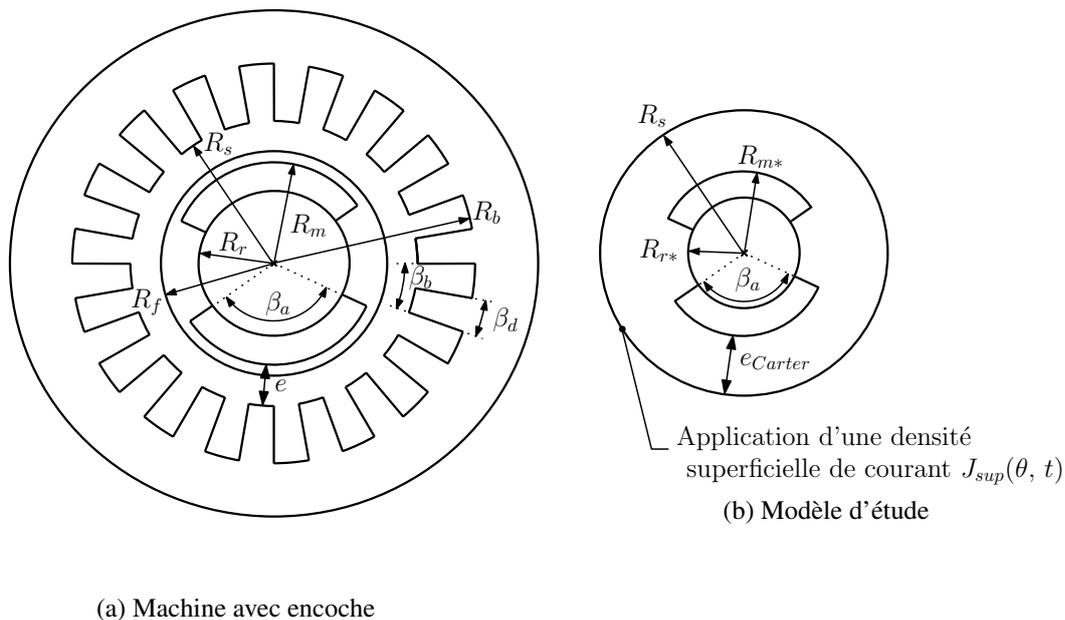


FIGURE 2.2 – Dimensions et modèle d'étude de la machine à aimants

Le coefficient de Carter k_c est défini par :

$$k_c = \frac{\tau_u}{\tau_u - \kappa b_1} = \frac{1}{1 - \kappa(1 - k_d)} \quad (2.1)$$

Avec τ_u la largeur du pas dentaire, b_1 la largeur d'une encoche, k_d le taux de fer

dans la zone bobinaire ($k_d = \beta_d/\beta_b$) et κ un coefficient défini par :

$$\kappa = \frac{2}{\pi} \left[\arctan \left(\frac{\pi(1 - k_d)R_s}{6m p(R_s - R_r)} \right) - \frac{6m p(R_s - R_r)}{\pi(1 - k_d)R_s} \ln \sqrt{1 + \left(\frac{\pi(1 - k_d)R_s}{6m p(R_s - R_r)} \right)^2} \right] \quad (2.2)$$

Où p correspond au nombre de paires de pôles et m le nombre d'encoches par pôle et par phase.

Comme le montre la figure 2.2b, cette modification entraîne une diminution des rayons d'aimant R_m et de la culasse rotorique R_r .

2.1.1.2 Etude de la réaction magnétique d'induit

L'étude de la réaction d'induit est menée séparément de l'étude de l'inducteur si bien que l'aimant est considéré sans aimantation.

L'alimentation statorique est remplacée par une densité superficielle de courant J_{sup} défini par [3] :

$$\begin{aligned} J_{sup}(\theta, t) &= \sum_{h_t=1}^{N_t} \sum_{h_g=1}^{N_g} \frac{q K_b(h_g) N_s I_s(h_t) \sqrt{2}}{\pi R_s} \cos(h_t \omega t - h_g p \theta_s) \\ &= \sum_{h_t=1}^{N_t} \sum_{h_g=1}^{N_g} J_s(h_g, h_t) \cos(h_t \omega t - h_g p \theta_s) \end{aligned} \quad (2.3)$$

Avec :

- q : nombre de phases
- ω : pulsation de l'alimentation
- $K_b(h_g)$: coefficient de bobinage lié à l'harmonique d'espace de rang h_g
- $I_s(h_t)$: courant efficace par phase lié à l'harmonique de temps de rang h_t
- N_s : nombre de spires par phase
- R_s : rayon d'alésage du stator

Dans la suite de ce chapitre, nous considérons que les courants sont sinusoïdaux $h_t = 1$.

La machine étant suffisamment longue, on peut considérer que le potentiel vecteur magnétique ne comprend qu'une composante axiale.

La composante axiale de l'induction peut être considérée nulle et les composantes radiale B_r et circonférentielle B_θ sont définies à partir de la composante axiale du potentiel vecteur magnétique A_z par :

$$\vec{B} \left\{ \begin{array}{l} B_r(r, \theta_s, t) = \frac{1}{r} \frac{\partial A_z(r, \theta_s, t)}{\partial \theta_s} \\ B_\theta(r, \theta_s, t) = -\frac{\partial A_z(r, \theta_s, t)}{\partial r} \end{array} \right. \quad (2.4)$$

Dans l'entrefer et l'aimant passif, le potentiel vecteur magnétique obéit à l'équation de Laplace.

$$\frac{\partial^2 A_{z-s}(r, \theta_s, t)}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial A_{z-s}(r, \theta_s, t)}{\partial r} + \frac{1}{r^2} \frac{\partial^2 A_{z-s}(r, \theta_s, t)}{\partial \theta_s^2} = 0 \quad (2.5)$$

En utilisant la méthode de séparation de variables, la solution générale de l'équation 2.5 est donnée par le produit de fonctions d'Euler et de fonctions trigonométriques :

$$A_{z-s}(r, \theta_s, t) = \sum_{h_g=1}^{N_g} [A_{h_g-s} r^{h_g p} + B_{h_g-s} r^{-h_g p}] [C_{h_g-s} \cos(\omega t - h_g p \theta_s) + D_{h_g-s} \sin(\omega t - h_g p \theta_s)] \quad (2.6)$$

Les constantes A_{h_g-s} , B_{h_g-s} , C_{h_g-s} et D_{h_g-s} se déterminent à partir des conditions aux limites.

En $r = R_s$, la composante circonférentielle du champ magnétique est égale à la densité superficielle de courant. Nous en déduisons :

$$\begin{aligned} -\mu_0 J_s(h_g) &= p h_g (A_{h_g-s} R_s^{p h_g - 1} - B_{h_g-s} R_s^{-p h_g - 1}) \\ C_{h_g-s} &= 1 \\ D_{h_g-s} &= 0 \end{aligned} \quad (2.7)$$

En $r = R_{r*}$, la perméabilité du fer est suffisamment grande pour considérer que la composante circonférentielle du champ est nulle :

$$A_{h_g-s} R_{r*}^{p h_g - 1} - B_{h_g-s} R_{r*}^{-p h_g - 1} = 0 \quad (2.8)$$

La résolution du système d'équations 2.7 et 2.8 permet l'identification des constantes définies par :

$$\begin{aligned} A_{h_g-s} &= \frac{\mu_0 J_s(h_g)}{h_g p} \frac{R_{r*}^{-h_g p - 1}}{R_{r*}^{h_g p - 1} R_s^{-h_g p - 1} - R_s^{h_g p - 1} R_{r*}^{-h_g p - 1}} \\ B_{h_g-s} &= \frac{\mu_0 J_s(h_g)}{h_g p} \frac{R_{r*}^{h_g p - 1}}{R_{r*}^{h_g p - 1} R_s^{-h_g p - 1} - R_s^{h_g p - 1} R_{r*}^{-h_g p - 1}} \end{aligned} \quad (2.9)$$

Le potentiel vecteur magnétique provenant de la réaction magnétique d'induit s'exprime par :

$$A_{z-s}(r, \theta_s, t) = \sum_{h_g=1}^{N_g} \frac{\mu_0 J_s(h_g)}{p h_g} \left[\frac{R_{r*}^{-h_g p-1} r^{h_g p} + R_{r*}^{h_g p-1} r^{-h_g p}}{R_{r*}^{h_g p-1} R_s^{-h_g p-1} - R_s^{h_g p-1} R_{r*}^{-h_g p-1}} \right] \cos(\omega t - h_g p \theta_s) \quad (2.10)$$

Afin de déterminer l'inductance cyclique ou synchrone de la machine, nous calculons le flux traversant la surface d'un pôle S_{flux} délimité par le contour γ :

$$\varphi_{rmi}(t) = N_s \iint_{S_{flux}} B_r(r = R_s, \theta_s, t) dS = N_s \oint_{\gamma} A_{z-s}(r = R_s, \theta_s, t) dl \quad (2.11)$$

Par définition, l'inductance cyclique s'exprime à partir de la valeur efficace du fondamental du flux de réaction magnétique d'induit par :

$$L_{cycl} = \frac{\phi_{rmi}}{I_s} = \frac{6 \mu_0 L N_s^2}{\pi p^2} K_b^2(1) \frac{R_{r*}^{-p-1} R_s^{p-1} + R_{r*}^{p-1} R_s^{-p-1}}{R_{r*}^{p-1} R_s^{-p} - R_s^p R_{r*}^{-p-1}} \quad (2.12)$$

2.1.1.3 Etude de l'inducteur

On cherche à déterminer le potentiel vecteur magnétique créé par les aimants lorsque les courants au stator sont nuls. Nous devons alors considérer deux milieux : l'air et l'aimant.

L'induction et le champ magnétique sont reliés par :

– dans l'air

$$\vec{B}_I = \mu_0 \vec{H}_I \quad (2.13)$$

– dans l'aimant

$$\vec{B}_{II} = \mu_0 \vec{H}_{II} + \vec{B}_{rem} \quad (2.14)$$

où \vec{B}_{rem} est l'induction rémanente des aimants. Dans notre modèle, nous considérons que l'aimantation des aimants est uniquement radiale si bien que :

$$\vec{B}_{rem} = \begin{cases} B_r(r, \theta_r, t) = b_{rem}(r, \theta_r, t) \\ B_\theta(r, \theta_r, t) = 0 \end{cases} \quad (2.15)$$

La figure 2.3 représente l'induction rémanente des aimants en fonction de la position angulaire θ_r .

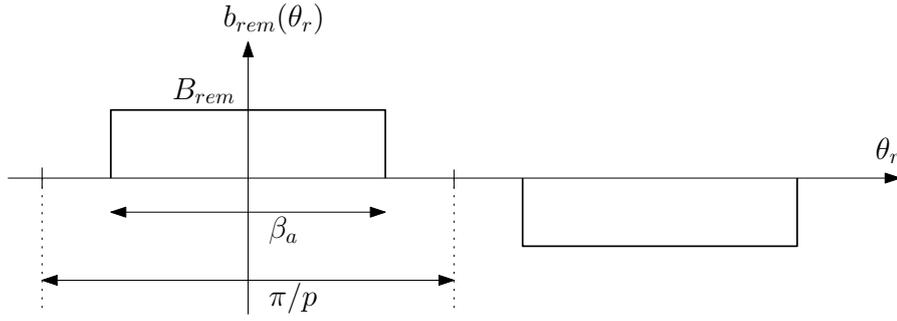


FIGURE 2.3 – Représentation de l'induction rémanente des aimants en fonction de la position angulaire

Dans l'aimant : milieu II, la relation locale d'Ampère s'écrit :

$$\text{rot } \vec{H}_{II} = \vec{0} \quad (2.16)$$

En utilisant la relation 2.14, on obtient :

$$\text{rot } \vec{B}_{II} - \text{rot } \vec{B}_{rem} = \vec{0} \quad (2.17)$$

En faisant apparaître le potentiel vecteur magnétique, la relation 2.17 peut s'écrire :

$$\text{rot } [\text{rot } \vec{A}_{II}] = \text{rot } \vec{B}_{rem} \quad (2.18)$$

Puisque le potentiel vecteur magnétique ne comporte qu'une composante axiale A_z et que l'aimantation des aimants est uniquement radiale, on obtient la relation suivante :

$$\Delta A_{z-II} = \frac{1}{r} \frac{\partial b_{rem}(\theta_r)}{\partial \theta_r} \quad (2.19)$$

Comme le montre la figure 2.3, l'induction rémanente des aimants b_{rem} présente des discontinuités. Afin de pouvoir résoudre l'équation différentielle 2.19, nous décomposons b_{rem} en une série de Fourier de termes h_g impaires.

$$\begin{aligned} b_{rem}(\theta_r, t) &= \sum_{h_g=1}^{N_g} \frac{4 B_{rem}}{h_g \pi} \sin\left(\frac{h_g p \beta_a}{2}\right) \cos(\omega t - h_g p \theta_r) \\ &= \sum_{h_g=1}^{N_g} B_{aim}(h_g) \cos(\omega t - h_g p \theta_r) \end{aligned} \quad (2.20)$$

Ainsi, le potentiel vecteur magnétique A_{z-rII} dans l'aimant est régi par l'équation de Poisson :

$$\frac{\partial^2 A_{z-rII}(r, \theta_r, t)}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial A_{z-rII}(r, \theta_r, t)}{\partial r} + \frac{1}{r^2} \frac{\partial^2 A_{z-rII}(r, \theta_r, t)}{\partial \theta_r^2} = \frac{1}{r} \frac{\partial b_{rem}(\theta_r, t)}{\partial \theta_r} \quad (2.21)$$

La résolution l'équation 2.21 s'effectue à partir de la méthode de séparation de variables en considérant tout d'abord l'équation différentielle sans second membre, c'est à dire l'équation de Laplace. Puis, on ajoute la solution spécifique, solution de l'équation différentielle (2.21).

L'analyse de la solution spécifique montre qu'il existe une singularité dans le cas où le produit $h_g p$ est unitaire. Le potentiel vecteur magnétique dans l'aimant ($R_{r*} \leq r < R_{m*}$) s'exprime par :

Si $h_g p = 1$:

$$A_{z-rII}(r, \theta_r, t) = \left(A_{1-rII} r + B_{1-rII} r^{-1} - \frac{1}{2} B_{aim}(1) r \ln r \right) \cos(\omega t - \theta_r) \quad (2.22)$$

Si $h_g p \neq 1$:

$$A_{z-rII}(r, \theta_r, t) = \sum_{h_g=1}^{N_g} \left(A_{h_g-rII} r^{h_g p} + B_{h_g-rII} r^{-h_g p} + \frac{h_g p B_{aim}(h_g)}{(h_g p)^2 - 1} r \right) \times \cos(\omega t - h_g p \theta_r) \quad (2.23)$$

Dans l'air : milieu I, le potentiel vecteur magnétique A_{z-rI} obéit à l'équation de Laplace et la forme générale de sa solution est donnée par :

$$A_{z-rI}(r, \theta_r, t) = \sum_{h_g=1}^{N_g} [A_{h_g-rI} r^{h_g p} + B_{h_g-rI} r^{-h_g p}] \cos(\omega t - h_g p \theta_r) \quad (2.24)$$

Les constantes A_{h_g-rI} , B_{h_g-rI} , A_{h_g-rII} et B_{h_g-rII} se déterminent à partir des conditions d'interface :

$$\begin{aligned}
H_{\theta-rI}(r = R_s, \theta_r, t) &= 0 \\
B_{r-I}(r = R_{m*}, \theta_r, t) &= B_{r-II}(r = R_{m*}, \theta_r, t) \\
H_{\theta-I}(r = R_{m*}, \theta_r, t) &= H_{\theta-II}(r = R_{m*}, \theta_r, t) \\
H_{\theta-rII}(r = R_{r*}, \theta_r, t) &= 0
\end{aligned} \tag{2.25}$$

Les constantes de l'expression du potentiel vecteur dans chaque milieu sont données en supposant que la perméabilité relative de l'aimant est unitaire.

Si $h_g p = 1$:

$$\begin{aligned}
A_{1-rI} &= \frac{B_{aim}(1) [R_{m*}^2 - R_{r*}^2 + 2 R_{r*}^2 \ln (R_{m*}/R_{r*})]}{4 [R_s^2 - R_{r*}^2]} \\
B_{1-rI} &= \frac{B_{aim}(1) R_s^2 [R_{m*}^2 - R_{r*}^2 + 2 R_{r*}^2 \ln (R_{m*}/R_{r*})]}{4 [R_s^2 - R_{r*}^2]} \\
A_{1-rII} &= \frac{B_{aim}(1) [R_{m*}^2 - 2R_{r*}^2 (1 + \ln R_{r*}) + R_s^2 (1 + 2 \ln R_{m*})]}{4 [R_s^2 - R_{r*}^2]} \\
B_{1-rII} &= \frac{B_{aim}(1) R_{r*}^2 [R_{m*}^2 - R_s^2 + 2R_s^2 \ln (R_{m*}/R_{r*})]}{4 [R_s^2 - R_{r*}^2]}
\end{aligned} \tag{2.26}$$

Si $h_g p \neq 1$:

$$\begin{aligned}
A_{h_g-rI} &= \frac{B_{aim}(h_g)}{2 [(h_g p)^2 - 1] [R_{r^*}^{2h_g p} R_{m^*}^{h_g p} - R_s^{2h_g p} R_{m^*}^{h_g p}]} \\
&\times [R_{m^*}^{2h_g p+1} (1 - h_g p) + R_{m^*} R_{r^*}^{2h_g p} (1 + h_g p) - 2R_m^{h_g p} R_{r^*}^{h_g p+1}] \\
B_{h_g-rI} &= \frac{B_{aim}(h_g)}{2 R_s^{-2h_g p} [(h_g p)^2 - 1] [R_{r^*}^{2h_g p} R_{m^*}^{h_g p} - R_s^{2h_g p} R_{m^*}^{h_g p}]} \\
&\times [R_{m^*}^{2h_g p+1} (1 - h_g p) + R_{m^*} R_{r^*}^{2h_g p} (1 + h_g p) - 2R_m^{h_g p} R_{r^*}^{h_g p+1}] \\
A_{h_g-rII} &= \frac{B_{aim}(h_g)}{2 [(h_g p)^2 - 1] [R_{r^*}^{2h_g p} R_{m^*}^{h_g p} - R_s^{2h_g p} R_{m^*}^{h_g p}]} \\
&\times [R_{m^*}^{2h_g p+1} (1 - h_g p) + R_{m^*} R_s^{2h_g p} (1 + h_g p) - 2R_m^{h_g p} R_{r^*}^{h_g p+1}] \\
B_{h_g-rII} &= \frac{B_{aim}(h_g)}{2 (R_{r^*} R_s)^{-2h_g p} [(h_g p)^2 - 1] [R_{r^*}^{2h_g p} R_{m^*}^{h_g p} - R_s^{2h_g p} R_{m^*}^{h_g p}]} \\
&\times [R_{m^*}^{2h_g p+1} R_s^{-2h_g p} (1 - h_g p) + R_{m^*} (1 + h_g p) - 2R_m^{h_g p} R_{r^*}^{-h_g p+1}] \tag{2.27}
\end{aligned}$$

Nous pouvons alors déterminer le flux inducteur $\varphi_{aim}(t)$ embrassé par les enroulements d'une phase. Ce flux traverse la surface d'un pôle S_{flux} qui est délimitée par le contour γ .

$$\varphi_{aim}(t) = \iint_{S_{flux}} B_r(r = R_s, \theta_r, t) dS = \oint_{\gamma} A_{z-rI}(r = R_s, \theta_r, t) dl \tag{2.28}$$

Ainsi, le flux inducteur s'exprime par :

$$\varphi_{aim}(t) = 2LK_b(1) (A_{1-rI} R_s^p + B_{1-rI} R_s^{-p}) \cos(\omega t) \tag{2.29}$$

Par définition, la force électromotrice à vide par phase se détermine à partir de la dérivée temporelle du flux traversant les N_s spires par phase. La valeur efficace de la force électromotrice E_0 s'exprime par :

$$E_0 = \sqrt{2} p \Omega N_s L K_b(1) (A_{1-rI} R_s^p + B_{1-rI} R_s^{-p}) \tag{2.30}$$

2.1.2 Détermination des harmoniques d'encoches

La saillance issue de l'alternance des dents et des encoches provoque des harmoniques responsables de pertes rotoriques notamment dans les aimants permanents [74, 75]. La figure 2.4 présente l'ondulation de l'induction radiale en fonctionnement à vide, calculée par éléments finis.

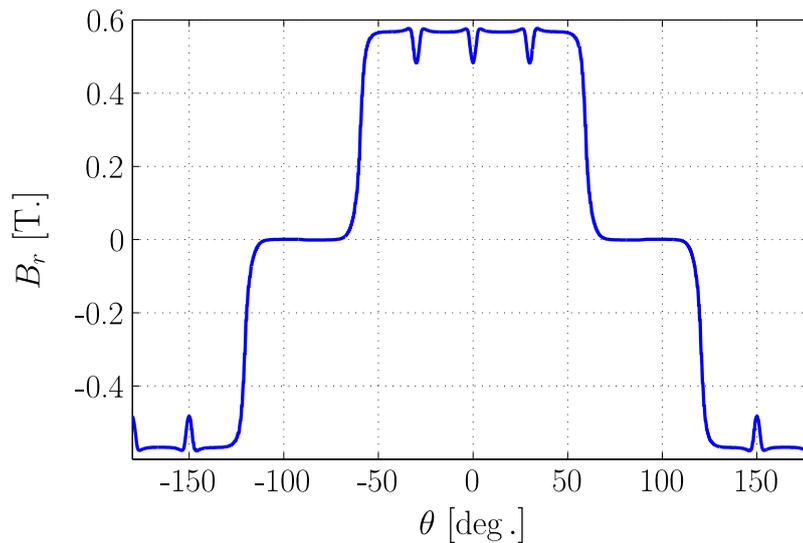


FIGURE 2.4 – Induction radiale à vide dans l'entrefer déterminée par éléments finis

Pour déterminer les harmoniques de l'induction radiale provenant de l'effet des encoches, nous devons modéliser convenablement l'induction face à une encoche. Nous suivons la démarche suivante :

1. Détermination de l'induction au milieu de l'entrefer B_r à partir de l'équation 2.24 avec les dimensions qui ne tiennent pas compte du coefficient de Carter ;
2. Modulation de l'induction par un nombre de fonctions gaussiennes G égal au nombre d'encoches ;
3. Calcul de la transformée de Fourier de l'induction.

Nous considérons que la variation de l'induction face à une encoche est similaire à une fonction gaussienne. L'induction radiale dans l'entrefer face à une encoche se met alors sous la forme suivante :

$$B_{r-enc}(r, \theta_r) = G(r, \theta_r) B_r(r, \theta_r) \quad (2.31)$$

Une fonction Gaussienne se définit avec deux paramètres : son amplitude α et son écart-type σ .

$$G(r, \theta_r) = \alpha e^{-\frac{(r\theta)^2}{2\sigma^2}} \quad (2.32)$$

L'identification de ces deux paramètres repose sur l'analyse de Carter [72, 73]. Tout d'abord, l'amplitude α de l'ondulation de l'induction s'exprime à partir de l'induction maximale B_r qui ne tient pas compte du coefficient de Carter et d'un paramètre ξ .

$$\alpha = \frac{1 + \xi^2 - 2\xi}{2(1 + \xi^2)} B_r(r, \theta_r, t) \quad (2.33)$$

Le paramètre ξ dépend de la largeur d'encoche et de l'entrefer magnétique. Il est défini par :

$$\xi = \frac{\pi(1 - k_d) R_s}{6 m p (R_s - R_r)} + \sqrt{1 + \left(\frac{\pi(1 - k_d) R_s}{6 m p (R_s - R_r)} \right)^2} \quad (2.34)$$

L'écart-type σ de la fonction gaussienne correspond à la largeur de la variation, c'est à dire à l'ouverture de l'isthme d'encoches. Pyrhönen *et al.* [73] introduisent la largeur équivalente d'encoche b_e , explicitée par la figure 2.5. Elle est définie par les intersections de la valeur moyenne de l'induction et de l'induction face à une encoche.

$$b_e = \kappa \frac{\pi R_s}{3 m p} \quad (2.35)$$

où κ est un paramètre dépendant des dimensions des encoches et de l'entrefer, défini par l'équation 2.2.

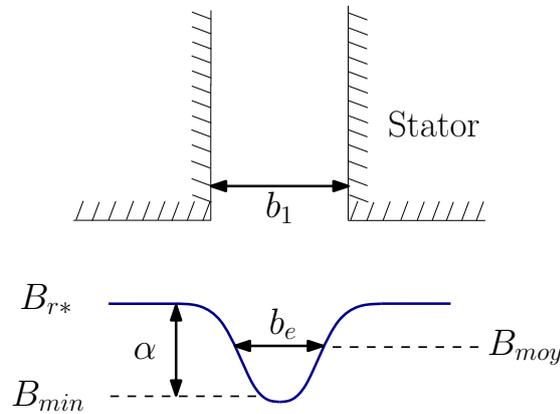


FIGURE 2.5 – Schématisation de l'induction face à une encoche

Afin de déterminer une relation entre l'écart-type σ de la fonction gaussienne et la largeur équivalente d'encoche, nous calculons la largeur b_e définie par les intersections de la gaussienne et de sa valeur moyenne. La figure 2.6 présente l'évolution de b_e en fonction de σ pour une amplitude α unitaire. Nous constatons une relation linéaire entre ces grandeurs.

$$b_e = 4,457\sigma \quad (2.36)$$

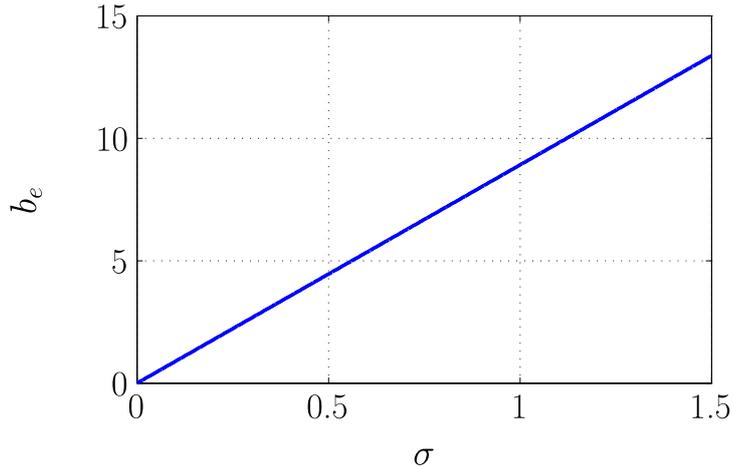


FIGURE 2.6 – Evolution de la largeur d’encoche équivalente b_e en fonction de l’écart type de la gaussienne σ pour une amplitude α unitaire

Finalement, l’écart-type de la fonction gaussienne modélisant la variation de l’induction face à une encoche se détermine par :

$$\sigma = \frac{\kappa}{4.457} \frac{\pi R_s}{3mp} \quad (2.37)$$

Maintenant que les paramètres de la fonction gaussienne sont identifiés, nous effectuons une modulation de l’induction par un nombre de fonctions gaussiennes égal au nombre d’encoches. Les harmoniques de l’induction se déterminent ensuite simplement en effectuant une transformée de Fourier rapide de l’induction dans l’entrefer tenant compte des variations provoquées par les encoches.

2.1.3 Fonctionnement nominal

L’induction et le champ nominal dans l’entrefer se calculent en superposant les potentiels vecteurs magnétiques relatifs à la réaction magnétique d’induit $A_{z-s}(r, \theta_s, t)$ et à l’inducteur $A_{z-rI}(r, \theta_r, t)$.

Tout d’abord, nous introduisons l’angle de charge de la machine synchrone ψ :

$$\psi = p(\theta_s - \theta_r) \quad (2.38)$$

Cet angle correspond au déphasage géométrique entre les inductions liées respectivement à la réaction magnétique d’induit \vec{B}_{rmi} et à l’inducteur \vec{B}_{aim} . Le diagramme donné par la figure 2.7 présente les deux inductions ainsi que leur résultante \vec{B}_{nom} pour deux différents angles de charge.

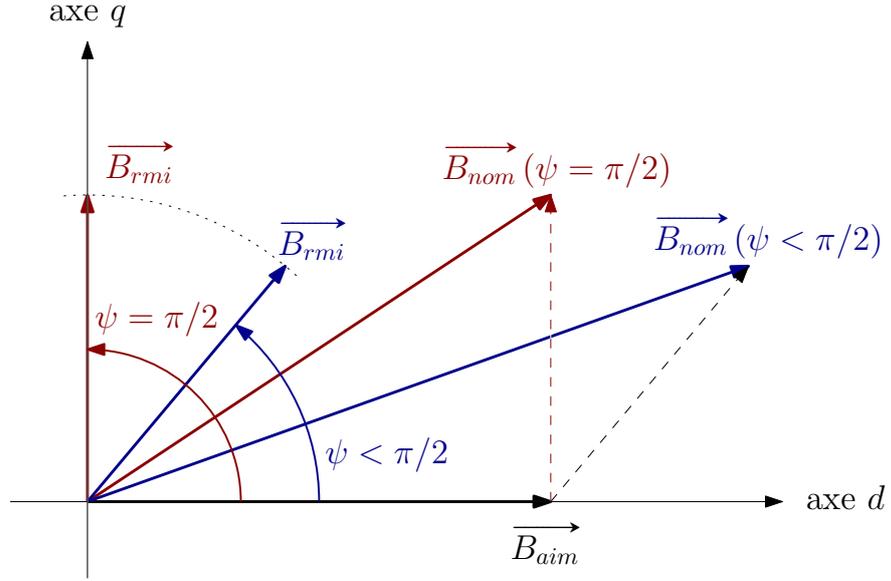


FIGURE 2.7 – Diagramme vectoriel de l'induction dans l'entrefer pour un fonctionnement à flux croisé ($\psi = \pi/2$) et un fonctionnement magnétisant ($\psi < \pi/2$)

L'induction radiale dans l'entrefer, pour $R_{m*} \leq r \leq R_s$, s'écrit donc :

$$B_r(r, \theta_s, t) = \sum_{h_g=1}^{N_g} h_g p \left[\begin{array}{l} - (A_{h_g-s} r^{h_g p-1} + B_{h_g-s} r^{-h_g p-1}) \sin(\omega t - h_g p \theta_s) \\ + (A_{h_g-rI} r^{h_g p-1} + B_{h_g-rI} r^{-h_g p-1}) \sin(\omega t - h_g [p \theta_s - \psi]) \end{array} \right] \quad (2.39)$$

La composante circonférentielle du champ magnétique dans l'entrefer s'exprime par :

$$H_\theta(r, \theta_s, t) = \sum_{h_g=1}^{N_g} \frac{h_g p}{\mu_0} \left[\begin{array}{l} - (A_{h_g-s} r^{h_g p-1} - B_{h_g-s} r^{-h_g p-1}) \cos(\omega t - h_g p \theta_s) \\ - (A_{h_g-rI} r^{h_g p-1} - B_{h_g-rI} r^{-h_g p-1}) \cos(\omega t - h_g [p \theta_s - \psi]) \end{array} \right] \quad (2.40)$$

L'effort tangentiel caractérisé par le produit de l'induction radiale et de la composante circonférentielle du champ (tenseur de Maxwell) nous permet de déterminer le couple électromagnétique :

$$\Gamma_{emg} = r \int_{-L/2}^{L/2} \int_{-\pi}^{\pi} B_r(r, \theta_s, t) H_\theta(r, \theta_s, t) r d\theta_s dz \quad (2.41)$$

Puisque les harmoniques d'espace ($h_g > 1$) ne tournent pas à la vitesse du synchronisme, le couple synchrone est produit par le fondamental de la composante circonférentielle du champ et le fondamental de la composante radiale

de l'induction. Ainsi, il s'exprime par :

$$\Gamma_{emg} = \frac{p^2 \pi L r^2}{\mu_0} \sin(\psi) \left[\begin{array}{l} - (A_{1-rI} r^{p-1} + B_{1-rI} r^{-p-1}) [A_{1-s} r^{p-1} - B_{1-s} r^{-p-1}] \\ + (A_{1-s} r^{p-1} + B_{1-s} r^{-p-1}) [A_{1-rI} r^{p-1} - B_{1-rI} r^{-p-1}] \end{array} \right] \quad (2.42)$$

Le couple synchrone est maximal lorsque l'angle de pilotage est $\psi = \pi/2$: les flux de l'induit et de l'inducteur sont dits croisés.

2.1.4 Validation par éléments finis 2D

La modélisation analytique décrite précédemment repose sur un réseau d'hypothèses simplificatrices. Nous allons la comparer à une modélisation par éléments finis 2D, développée sous l'environnement *Matlab*.

Nous étudions une machine synchrone triphasée de 175 kW tournant à 15 000 tr/min présentant une paire de pôles. Son bobinage est distribué sur deux encoches avec un raccourcissement de 5/6. Les enroulements possèdent 12 spires par phase et afin de travailler en régime linéaire, ils sont alimentés par une densité de courant de 0,7 A/mm². Les dimensions de la machine sont reportées dans le tableau 2.1. Les aimants permanents en Néodyme-Fer-Bore sont caractérisés par une induction rémanente de 1,17 T et une perméabilité relative de 1,05. Les éléments ferromagnétiques au rotor et au stator présentent d'une perméabilité relative de 6 500.

Rayon extérieur R [mm.]	261.2
Rayon d'encoche R_b [mm.]	186
Rayon intérieur du stator R_s [mm.]	144.59
Rayon d'aimant R_m [mm.]	107.9
Rayon de culasse rotorique R_r [mm.]	101.21
Rayon d'arbre R_0 [mm.]	29.8
Longueur du rotor [mm.]	433.8
Ouverture d'aimant β_{aim} [°.]	120
Ouverture d'un pas polaire β_b [°.]	30
Ouverture d'une dent β_d [°.]	15

TABLE 2.1 – Dimensions de la machine de 175 kW

Dans un premier temps, nous vérifions séparément l'influence de l'angle de charge, puis l'épaisseur de l'entrefer sur le couple électromagnétique. Ensuite, nous analysons les harmoniques de l'induction provenant de l'effet des encoches.

2.1.4.1 Influence de l'angle de charge sur le couple électromagnétique

Le maillage de la machine est composé de 87 071 points et 174 060 triangles dont 110 208 sont localisés dans l'entrefer. Le couple est calculé par éléments finis à partir du tenseur de Maxwell au milieu de l'entrefer.

$$\Gamma_{emg-FEM} = r^2 L \sum_{n=1}^{N_{pts}} H_t(r) B_n(r) \quad (2.43)$$

La figure 2.8 met en évidence l'angle de charge au travers des lignes de champ dans la machine à aimants.

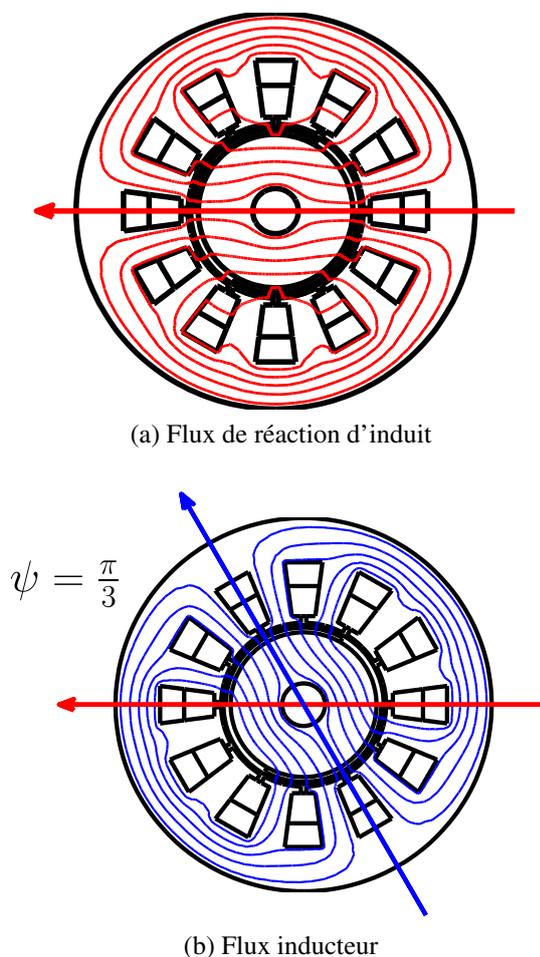


FIGURE 2.8 – Représentation des lignes de champ de réaction d'induit et de l'inducteur

L'allure du couple électromagnétique en fonction de l'angle de charge est représenté sur la figure 2.9.

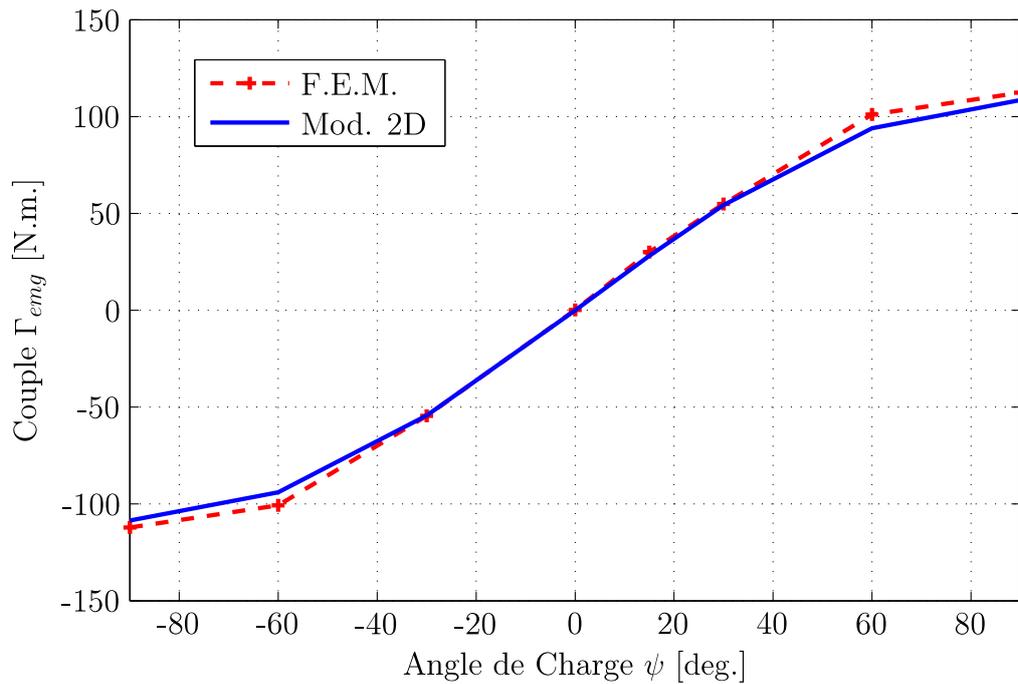


FIGURE 2.9 – Evolution du couple électromagnétique en fonction de l’angle de charge

Les modélisations analytique et numérique conduisent à des tendances similaires. L’écart relatif entre ces modèles est inférieur à 8 %. Les différentes pertes de la machine ne sont pas prises en compte. Nous retrouvons pour les deux modélisations que le couple électromagnétique est maximum pour un fonctionnement à flux croisé.

2.1.4.2 Influence de l’épaisseur d’entrefer sur le couple électromagnétique

Afin de vérifier la prise en compte du coefficient de Carter, nous allons modifier l’épaisseur de l’entrefer magnétique tout en maintenant celle de l’aimant égale à celle de l’entrefer e définie par la figure 2.2a. Ainsi, en première approximation, lorsque l’entrefer magnétique augmente, l’induction radiale dans l’entrefer n’est modifiée que par le coefficient de Carter. Nous calculons le couple électromagnétique par éléments finis et analytiquement avec et sans prise en compte du coefficient de Carter.

Par éléments finis, le maillage contient 589 546 triangles dont 396 416 sont situés dans l’entrefer.

L’évolution du couple donné par la figure 2.10 montre que pour des entrefers mécaniques faibles, il est essentiel de prendre en compte l’effet d’encoches. On peut observer que la non prise en compte de cet effet engendre des erreurs relatives

pouvant être supérieures à 20 %. La prise en compte de l'augmentation de l'entrefer par le coefficient de Carter permet de conserver un écart relatif de l'ordre de 8% avec une faible plage de surestimation du couple.

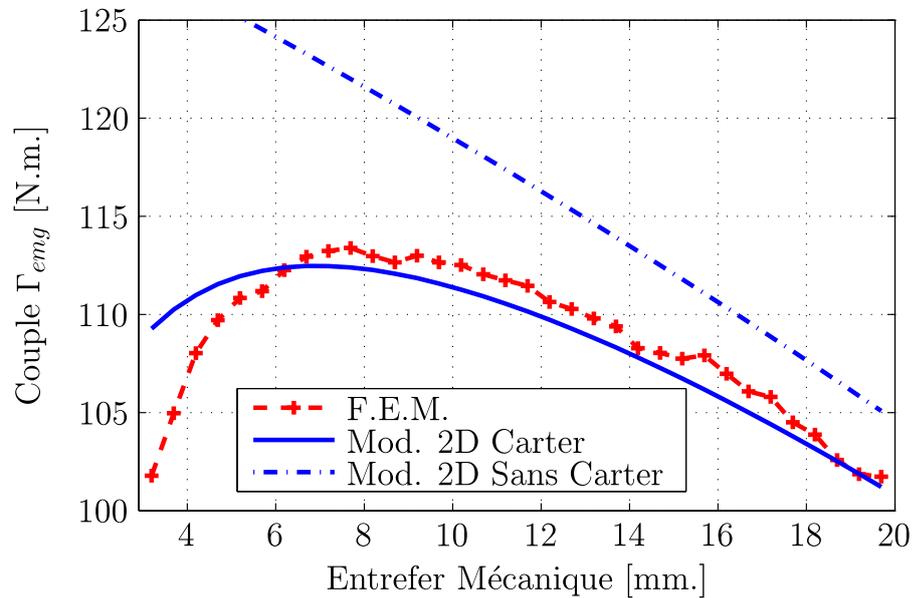


FIGURE 2.10 – Influence de l'entrefer sur le couple électromagnétique

2.1.4.3 Harmoniques d'encoches

Comme nous l'avons précisé en 2.1.2, la variation de l'induction dans l'entrefer face aux 12 encoches est déterminée en modulant l'induction radiale obtenue pour un stator lisse, par une fonction gaussienne. La fluctuation de cette induction face aux encoches provoque la circulation de courants induits dans les parties conductrices du rotor.

Nous allons comparer notre modélisation à une méthode d'éléments finis. Le maillage utilisé contient 416 760 triangles dont 301 760 sont situés dans l'entrefer.

La figure 2.11 présente l'allure de l'induction au milieu de l'entrefer. Bien que le modèle analytique présente une chute de 20 mT, les évolutions des inductions calculées par les deux méthodes sont semblables.

Nous effectuons alors une transformation de Fourier des inductions calculées analytiquement et par éléments finis. Nous nous intéressons uniquement aux harmoniques d'encoches, c'est à dire les harmoniques dont le rang est proportionnel au nombre d'encoches (12, 24, 36, 48 ...).

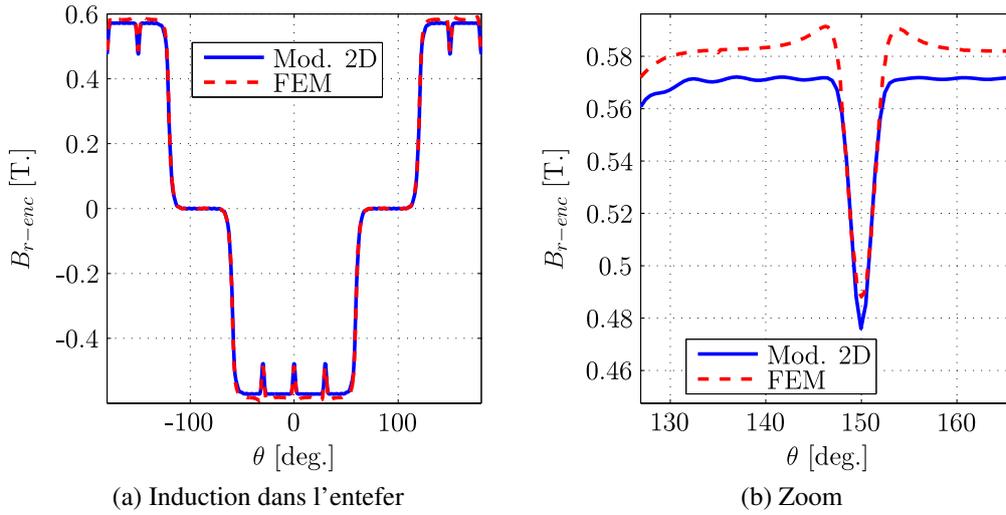


FIGURE 2.11 – Evolution de l'induction au milieu de l'entrefer face aux encoches

La figure 2.12 présente les amplitudes des harmoniques d'encoches calculées par éléments finis et par notre méthode analytique. Nous constatons que l'écart relatif est inférieur à 20 % entre ces modèles.

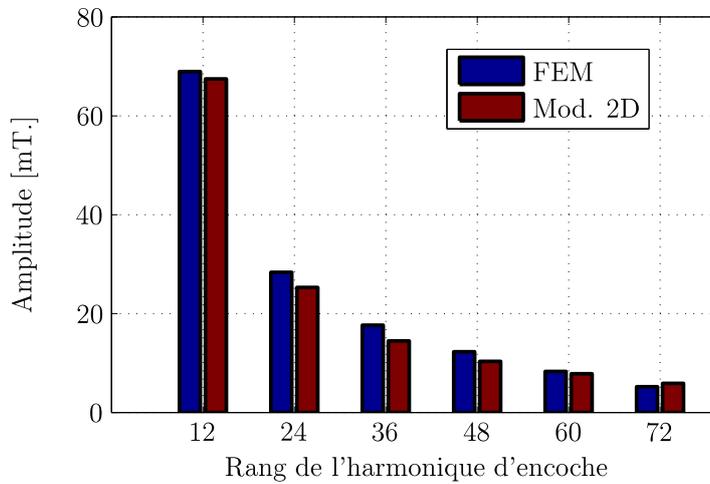


FIGURE 2.12 – Harmoniques de l'induction provenant de l'effet d'encoche obtenus par les modèles analytique et numérique

2.2 Modélisation des pertes au stator

Au stator, les pertes sont localisées dans le bobinage et dans les tôles ferromagnétiques. Nous nous concentrons sur des formulations analytiques. Les pertes dans le bobinage sont considérées par une approche classique. Les pertes fer sont modélisées à partir d'une approche de type Steinmetz. L'impact des phénomènes supplémentaires est considéré au travers d'un coefficient additionnel déterminé expérimentalement.

2.2.1 Pertes Joule

Afin de limiter l'effet fréquentiel des pertes dans le bobinage, les enroulements sont supposés fractionnés en plusieurs brins. Les pertes dans les enroulements se modélisent de manière classique à partir de la résistance par phase R_{dc} .

$$P_{joule} = q R_{dc} I_s^2 \quad (2.44)$$

où q est le nombre de phases.

En partant de la définition de la résistance d'un conducteur, la résistance d'une phase constituée de N_s spires s'exprime par :

$$R_{dc} = \rho_{cu} \frac{L_{spires} N_s^2}{m k_{rem p} S_{enc}} \quad (2.45)$$

La résistivité du cuivre ρ_{Cu} dépend de l'échauffement des conducteurs. Pour une température T_{cu} de cuivre exprimée en ° C, ρ_{Cu} s'exprime en fonction de la résistivité à 20 ° C ρ_{Cu-20} par [31]

$$\rho_{Cu} = \rho_{Cu-20} [1 + 3.9 (T_{cu} - 20)] \quad (2.46)$$

La longueur des spires L_{spires} contient la longueur utile de la machine L ainsi que la longueur des têtes de bobines L_{tet} qui peut s'exprimer par [1, 76]

$$L_{tet} = 1.2\pi \frac{R_s}{p} + l_{add} \quad (2.47)$$

Technologiquement, pour des machines de quelques dizaines de kilowatts, la longueur supplémentaire l_{add} est de l'ordre de 5 cm. La surface S_{enc} d'une encoche peut s'exprimer en fonction des dimensions de la machine triphasée et du nombre d'encoches par pôle et par phase m par :

$$S_{enc} = \pi (1 - k_d) \frac{R_b^2 - R_s^2}{6 m p} \quad (2.48)$$

Le taux de remplissage de cuivre dans une encoche k_{rempl} correspond à la surface de cuivre ramenée à la surface d'encoche. Dans les machines électriques classiques, il est de l'ordre de 40 %.

2.2.2 Pertes Magnétiques

Les pertes fer proviennent de la circulation d'un flux magnétique dans un matériau perméable. Nous optons pour une modélisation de type Steinmetz [77, 78].

$$P_{fer} = k_{add} [k_{hyst} p \Omega + k_{fouc} (p \Omega)^2] [V_d B_d^2 + V_c B_c^2] \quad (2.49)$$

Avec :

- V_d le volume des dents
- V_c le volume de la culasse
- B_d l'induction maximale dans les dents
- B_c l'induction maximale dans la culasse
- p le nombre de paires de pôles
- Ω la vitesse de rotation du rotor

Les inductions maximales dans les dents B_d et dans la culasse B_c se calculent à partir de la conservation du flux dans l'entrefer.

$$B_d = \frac{B_e}{k_d} \quad (2.50)$$

$$B_c = \frac{\pi R_s B_e}{2 p (R - R_b)} \quad (2.51)$$

Avec k_d le taux de fer dans la zone bobinaire, R_s le rayon d'alésage du stator, R le rayon extérieur de culasse statorique et R_b le rayon d'encoche. L'induction maximale dans l'entrefer B_e se détermine à partir de l'équation 2.39 pour un fonctionnement à flux croisés.

Les coefficients k_{hyst} et k_{fouc} liés respectivement aux pertes par hystérésis et par courants de Foucault sont définis en fonction de l'épaisseur de la tôle $d_{tôle}$ et du coefficient d'hystérésis ϵ par [78] :

$$k_{hyst} = \frac{\rho_{FeSi} \epsilon}{200\pi} \quad (2.52)$$

$$k_{fouc} = \frac{d_{tôle}^2 \sigma_{FeSi}}{24} \quad (2.53)$$

La conductivité σ_{FeSi} et la masse volumique ρ_{FeSi} sont données en fonction des taux de silicium et d'aluminium de l'alliage ferromagnétique par [79] :

$$\sigma_{FeSi} = \frac{10^8}{13.6 + 11 (\% \text{ Si} + \% \text{ Al})} \quad (2.54)$$

$$\rho_{FeSi} = 7865 - 65 (\% \text{ Si} + 1.7\% \text{ Al}) \quad (2.55)$$

Le coefficient d'hystérésis ϵ a une valeur comprise entre 1.2 et 2 m⁴/H.kg pour le fer-silicium(4%) à grains non orientés. Le coefficient k_{add} permet de tenir compte des pertes additionnelles.

2.2.3 Identification expérimentale du coefficient additionnel des pertes fer

Afin d'évaluer expérimentalement le coefficient de pertes magnétiques additionnelles, nous effectuons une série de mesures des pertes fer sur une machine asynchrone entraînée au synchronisme. Dans ces conditions, le couple de la machine asynchrone est nul et aucun courant ne circule au rotor. Ainsi, la puissance absorbée au stator de la machine asynchrone ne comporte que les pertes joules du bobinage et les pertes magnétiques dans le fer.

La résistance entre deux phases se mesure à chaud par un essai à courant continu. L'impact de la température se quantifie par la mesure du courant efficace de ligne. A partir des mesures (Fig. 2.13), nous appliquons la méthode des moindres carrés pour déterminer la relation entre le courant de ligne I_s et la résistance de phase R_{mas} .

$$R_{mas}(I_s) = 1,266 + 16,7 \cdot 10^{-3} I_s \quad (2.56)$$

Nous déterminons ainsi l'effet de la température sur les résistances statoriques.

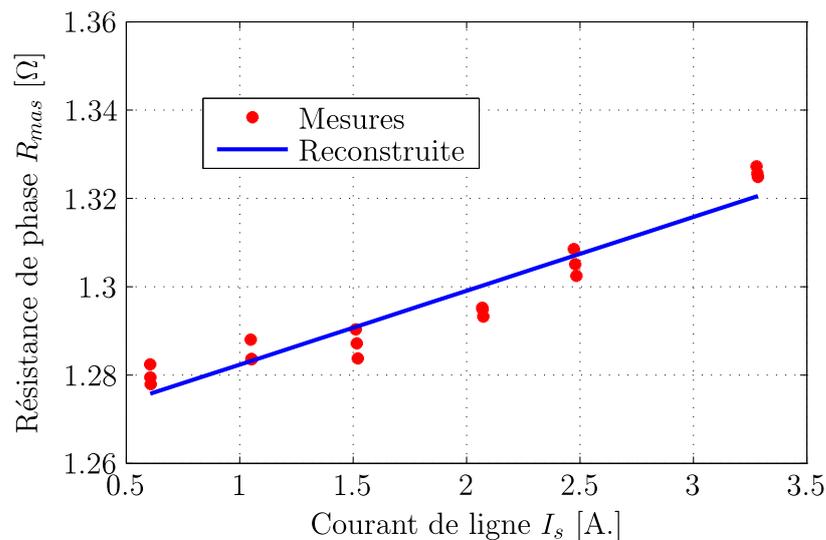


FIGURE 2.13 – Evolution de la résistance par phase de la machine asynchrone

A partir des mesures de la puissance absorbée par la machine asynchrone P_{mas} , nous évaluons les pertes fer.

$$P_{fer-mes} = P_{mas} - \frac{3}{2} R_{mas} (I_s)^2 \quad (2.57)$$

L'alimentation sinusoïdale qui impose une tension U entre phase à une fréquence f nous permet de déterminer les pertes magnétiques P_{fer-th} pour un coefficient additionnel unitaire.

$$P_{fer-th} = 2\pi f [k_{hyst} + 2\pi f k_{fouc}] \left[\frac{V_d}{k_d^2} + \frac{\pi^2 R_s^2 V_c}{4p^2 (R - R_b)^2} \right] B_e^2 \quad (2.58)$$

Les dimensions de la machine asynchrone sont données en annexe A et l'induction maximale dans l'entrefer est estimée à partir de la formule de Boucherot.

$$B_e = \frac{p}{4\pi N_s R_s L k_{bob}} \frac{U}{f} \sqrt{\frac{3}{2}} \quad (2.59)$$

Le coefficient k_{add} se détermine à partir de la méthode des moindres carrés appliquée aux pertes P_{fer-th} et $P_{fer-mes}$. Avec un écart relatif moyen de 8% sur l'ensemble de nos mesures, nous obtenons un coefficient de pertes additionnel de 2,53.

La figure 2.14 présente l'évolution des pertes reconstruites et des pertes mesurées en fonction de l'induction globale B_{max} définie par :

$$B_{max} = \frac{B_c V_c + B_d B_d}{V_d + V_c} \quad (2.60)$$

2.3 Pertes Aérodynamiques

2.3.1 Etat de l'art

Les pertes aérodynamiques, appelées *windage losses* ou *air friction losses* en littérature anglaise, sont liées aux phénomènes produits par l'écoulement d'un fluide sur une paroi. L'observation des phénomènes physiques montrent quatre types d'écoulement [80] :

- L'écoulement laminaire où les particules du fluide s'écartent peu les unes des autres. Ainsi, les différentes couches du fluide glissent les unes sur les autres sans se mélanger.
- L'écoulement laminaire avec apparition des tourbillons de Taylor. Lorsque l'entrefer est faible, la rotation du cylindre produit deux écoulements rotationnels : un mouvement global circonférentiel et la formation de tourbillons de Taylor (Fig. 2.15). Ces tourbillons proviennent de forces

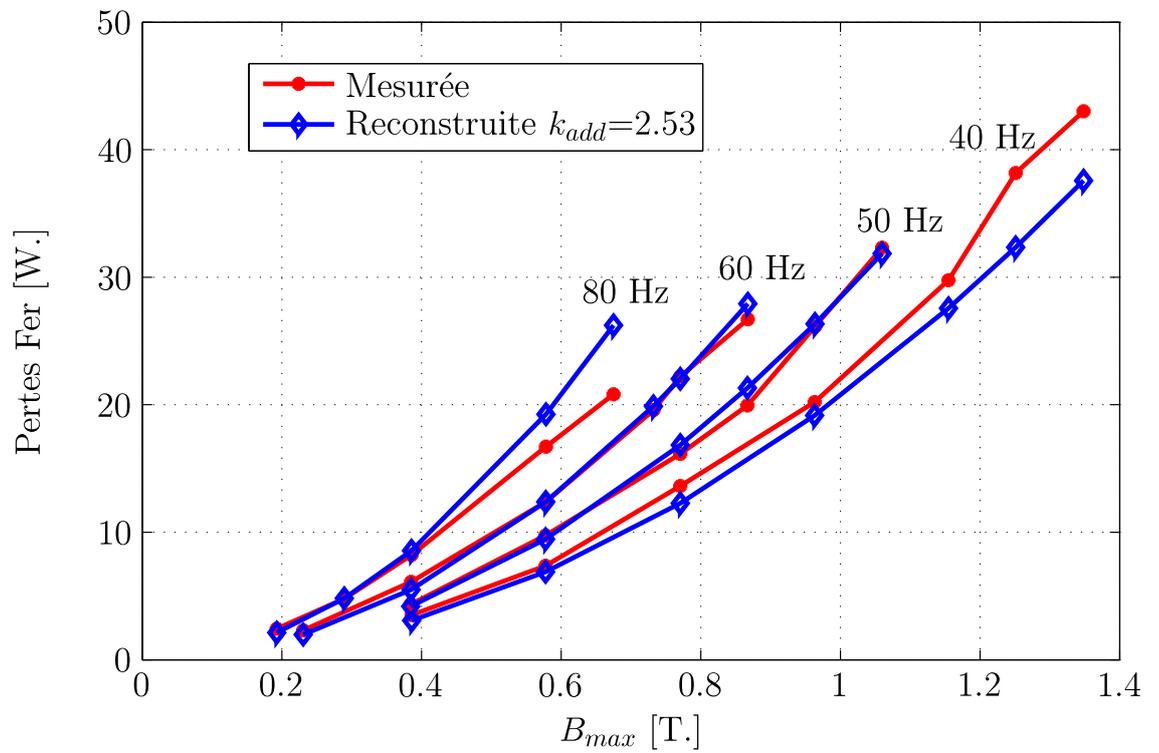


FIGURE 2.14 – Evolution des pertes fer en fonction de l'induction maximale globale

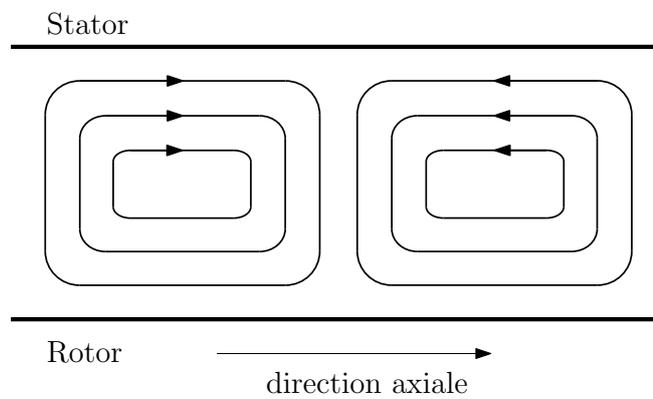


FIGURE 2.15 – Cellule de Taylor composée de deux tourbillons

centrifuges exercées sur les particules du fluide.

- L'écoulement turbulent où les particules se mélangent aléatoirement les unes aux autres. Ainsi, la complexité des variations du flux rend difficile la notion d'écoulement permanent (Fig. 2.16). La théorie de l'écoulement turbulent est généralement abordée d'une manière semi-empirique [81]. La résolution des équations de Navier-Stokes est alors complétée par des modèles statistiques et des phases expérimentales.
- L'écoulement turbulent avec présence de tourbillons de Taylor.

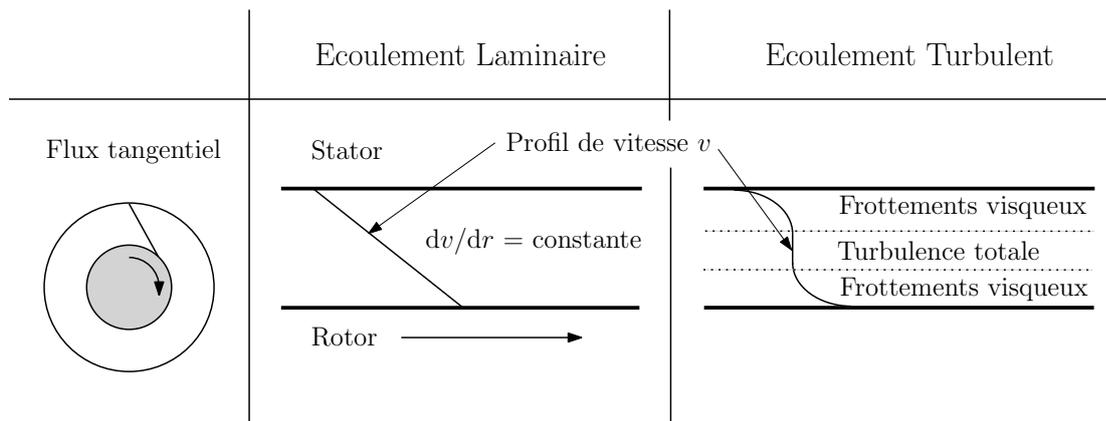


FIGURE 2.16 – Ecoulement laminaire et turbulent selon la composante tangentielle du flux du fluide

D'une manière générale, la nature de l'écoulement du fluide est caractérisée par le nombre de Reynolds Re_δ . Ce nombre adimensionnel représente le rapport entre les forces d'inertie et les forces visqueuses.

$$Re_\delta = \frac{e V_p}{\nu} \quad (2.61)$$

Avec :

- e : entrefer mécanique [m.]
- V_p : vitesse périphérique [m/s]
- ν : viscosité cinématique [m²/s]

Il est souvent admis que l'écoulement est laminaire pour $Re_\delta < 1\,000$ et turbulent dans le cas contraire [82, 83, 84].

D'une manière générale, les pertes aérodynamiques s'écrivent :

$$P_a = k_r C_f \pi \rho R_f^4 L \Omega^3 \quad (2.62)$$

Avec :

- k_r : Coefficient de rugosité des surfaces du stator et du rotor.
Dans le cas des machines à pôles lisses $k_r = 1$.
- C_f : Coefficient de frottement visqueux du fluide sur les parois de la machine
- ρ : Masse volumique du fluide
- R_f : Rayon extérieur du rotor [m.]
- L : Longueur du rotor [m.]
- Ω : Vitesse angulaire du rotor [rad/s]

Dans la littérature, on rencontre deux familles de modélisation du coefficient de frottement visqueux C_f . L'une fait apparaître uniquement le nombre de Reynolds, l'autre inclut le rapport e/R_f .

2.3.1.1 Modèle du coefficient de frottement ne dépendant que du nombre de Reynolds

- Ecoulement Laminaire

L'écoulement laminaire suppose que [85] :

- le fluide est incompressible ;
- la viscosité du fluide est constante ;
- la pression est indépendante de la direction angulaire.

La vitesse périphérique V_p au rotor engendre une force F de cisaillement sur la surface S au stator. La vitesse du fluide de viscosité dynamique μ est notée v . Nous considérons le cas de fluides newtoniens. La contrainte en cisaillement τ_p s'écrit [86, 87] :

$$\tau_p = \frac{dF}{dS} = \mu \frac{dv}{dr} \quad (2.63)$$

Dans le cas d'un écoulement laminaire où tous les vecteurs vitesses dans l'entrefer sont parallèles [87], l'effort produit sur le stator en application directe de la relation précédente est le suivant :

$$F = \frac{\mu S V_p}{e} \quad (2.64)$$

Donc, la puissance produite par l'écoulement du fluide sur la surface du rotor $S = 2\pi R_f L$ s'écrit :

$$P_a = F V_p = \mu \frac{2\pi R_f^3 L \Omega^2}{e} \quad (2.65)$$

En introduisant le nombre de Reynolds Re_δ , les pertes aérodynamiques s'écrivent :

$$P_a = \frac{2}{Re_\delta} \pi \rho R_f^4 L \Omega^3 \quad (2.66)$$

Cependant, il est d'usage d'écrire les pertes aérodynamique sous la forme générale décrite par l'équation 2.62. Ainsi, on obtient le coefficient de frottement du régime laminaire :

$$C_f = \frac{2}{Re_\delta} \quad (2.67)$$

- Ecoulement turbulent

Lors de l'écoulement turbulent, les profils de vitesses sont complexes ; différentes approches sont proposées pour déterminer le coefficient de frottement. En 1961, Yamada [82] étudie l'écoulement de l'eau dans un entrefer prenant également en compte le coefficient de rugosité introduit par l'effet des encoches. A partir d'une démarche purement expérimentale, il obtient :

$$\frac{1}{\sqrt{C_f}} = 4,11 + 3,54 \ln \left(Re_\delta \sqrt{C_f} \right) \quad (2.68)$$

Cette équation peut se simplifier de la manière suivante :

$$C_f = \frac{0,0152}{Re_\delta^{0,24}} \quad (2.69)$$

En 1968, Vrancik [83] détermine le coefficient de frottement C_f à partir d'une association entre un modèle théorique et une série de mesures.

Pour différentes vitesses du rotor, il mesure le couple total à vide à l'aide d'un couplemètre. Il sépare ensuite le couple de frottement de l'air de celui lié aux roulements (obtenu à l'aide d'une extrapolation à vitesse nulle). Il valide le modèle de turbulence en obtenant 7% d'écart entre les mesures et son modèle pour des nombres de Reynolds inférieurs à 4 000. Il obtient :

$$\frac{1}{\sqrt{C_f}} = 2,04 + 1,768 \ln \left(Re_\delta \sqrt{C_f} \right) \quad (2.70)$$

En 1982, Wiart [84] propose un modèle de pertes aérodynamiques pouvant s'écrire en fonction du coefficient de frottement :

$$C_f = \frac{0,012}{Re_\delta^{0,24}} \quad (2.71)$$

2.3.1.2 Modèle du coefficient de friction dépendant du nombre de Reynolds et du rapport e/R_f

L'effet des tourbillons de Taylor dépend de la géométrie des cylindres. Les tourbillons de Taylor rendent difficiles la différenciation laminaire/turbulent du mode d'écoulement. En 1973, Bilgen et Boulos [88] étudient le coefficient de frottement d'une manière expérimentale. Ils obtiennent :

Pour $500 < Re_\delta < 10\,000$:

$$C_f = 0,515 \frac{\left(\frac{e}{R_f}\right)^{0,3}}{Re_\delta^{0,5}} \quad (2.72)$$

Pour $10\,000 < Re_\delta$:

$$C_f = 0,0325 \frac{\left(\frac{e}{R_f}\right)^{0,3}}{Re_\delta^{0,2}} \quad (2.73)$$

Leurs mesures du coefficient de frottement dérivent de moins de 8.35 % par rapport à cette modélisation.

Saari [89], en 1998, s'intéresse aux pertes aérodynamiques de machines asynchrones à très hautes vitesses périphériques (400m/s). Il poursuit l'étude menée par Bilgen et Boulos [88] en identifiant plusieurs phases de transition liées aux tourbillons de Taylor [73]. Il obtient :

Pour $Re_\delta < 64$:

$$C_f = 5 \frac{\left(\frac{e}{R_f}\right)^{0,3}}{Re_\delta} \quad (2.74)$$

Pour $64 < Re_\delta < 500$:

$$C_f = \frac{\left(\frac{e}{R_f}\right)^{0,3}}{Re_\delta^{0,6}} \quad (2.75)$$

Pour $500 < Re_\delta < 10\,000$:

$$C_f = 0,515 \frac{\left(\frac{e}{R_f}\right)^{0,3}}{Re_\delta^{0,5}} \quad (2.76)$$

Pour $10\,000 < Re_\delta$:

$$C_f = 0,0325 \frac{\left(\frac{e}{R_f}\right)^{0,3}}{Re_\delta^{0,2}} \quad (2.77)$$

2.3.2 Etude comparative des modèles issus de la littérature

A vitesse donnée, le rayon rotorique des machines électriques est à l'image de leur puissance. Ainsi, dans un premier temps, nous mettons en évidence le type d'écoulement selon la taille de la machine et sa vitesse de rotation. Ensuite, nous vérifions l'homogénéité des pertes pour l'écoulement laminaire. Enfin, nous vérifions l'influence du rapport e/R_f pour les modèles turbulents.

2.3.2.1 Type d'écoulement en fonction de la puissance de la machine électrique

L'entrefer mécanique des machines électriques doit rester relativement faible. Il est souvent corrélé au rayon du rotor R_f par une équation du type [90] :

$$e = 2 \cdot 10^{-4} + \frac{R_f + e}{100} \quad (2.78)$$

Ainsi le nombre de Reynolds devient :

$$Re_\delta = \frac{R_f \Omega}{\nu} \left(2,02 \cdot 10^{-4} + \frac{R_f}{99} \right) \quad (2.79)$$

La figure 2.17 montre l'évolution du rayon rotorique en fonction de la vitesse de rotation et du type d'écoulement.

A vitesse donnée, on peut observer que l'écoulement peut rester laminaire ($Re_\delta < 1000$) lorsque le rayon rotorique est faible, c'est-à-dire pour les machines de faibles puissances. Lorsque le rayon de la machine augmente (machine de grande puissance), l'écoulement devient turbulent.

2.3.2.2 Comparaison des modèles du coefficient de frottement

En régime turbulent, les modèles de Vrancik [83], Yamada [82] et Wiart [84] dépendent uniquement du nombre de Reynolds Re_δ alors que la modélisation de Saari [89] inclut le rapport e/R_f . Nous utilisons les mesures effectuées par Yamada [82] et Vrancik [83] afin de confronter la modélisation à l'expérimentation. La figure 2.18 présente la comparaison des différents modèles associées aux différentes mesures.

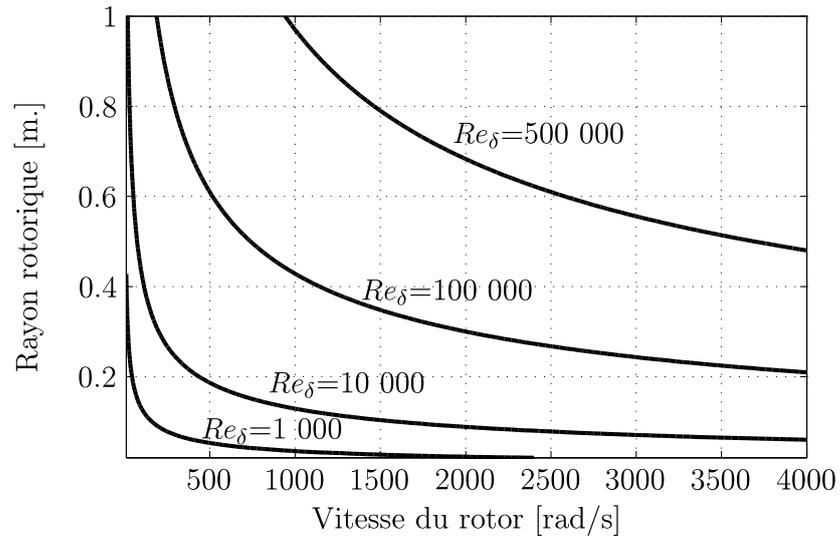


FIGURE 2.17 – Caractéristique rayon rotorique-vitesse de rotation pour différents nombres de Reynolds Re_δ

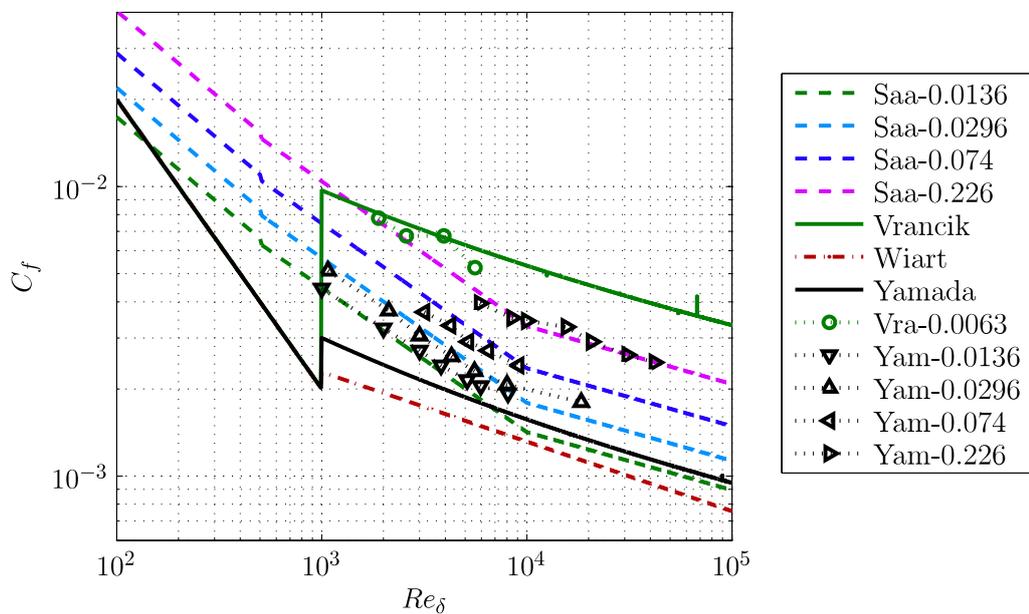


FIGURE 2.18 – Comparaison des modèles du coefficient de frottement C_f de Yamada [82], Vrancik [83], Wiert [84] et Saari [89] et des mesures de Yamada [82] et Vrancik [83] pour des rapports e/R_f de 0.0063, 0.0136, 0.0296, 0.074 et 0.226

Les modèles du coefficient de frottement qui ne dépendent que du nombre de Reynolds [82, 83, 84] présentent une discontinuité lors du changement de mode d'écoulement.

On remarque aussi que les modèles de Yamada [82] et de Wiart [84] présentent des écarts relatifs inférieurs à 32%. La modélisation de Vrancik conduit à un coefficient de frottement 3,6 fois supérieure à celui obtenu par le modèle de Yamada.

Ensuite les mesures de Yamada [82] montrent que le rapport de l'entrefer sur le rayon rotorique est une grandeur significative quant à la détermination du coefficient de frottement. En effet, pour un nombre de Reynolds de 6 000, lorsque l'on augmente 16 fois le rapport e/R_f (de 0,0136 à 0,226), le coefficient de frottement devient 2,32 fois supérieur.

Le modèle de Saari est validé par les mesures de Yamada. L'écart relatif maximal entre son modèle et les mesures de Yamada est de 22% pour un ratio e/R_f de 0,0136.

2.3.2.3 Comparaison des pertes aérodynamiques

Nous nous proposons de comparer tous les modèles pour trois types de machines dont leur entrefer est déterminé par l'équation 2.78 :

- Machine de “faible” puissance : $R_f=6,5$ mm et $e=0,3$ mm
- Machine de “moyenne” puissance : $R_f=65$ mm et $e=0,9$ mm
- Machine de “forte” puissance : $R_f=650$ mm et $e=6,8$ mm

Nous nous intéressons à la densité surfacique de puissance P_{s_a} répartie sur la surface du rotor.

$$P_{s_a} = \frac{P_a}{2\pi R_f L} = \frac{C_f}{2} \rho V_p^3 \quad (2.80)$$

La machine est considérée à pôle lisse. Nous faisons varier la vitesse périphérique du rotor de 10 à 300m/s.

Pertes aérodynamiques des machines de faibles puissances

La figure 2.19 présente les pertes aérodynamiques surfaciques en fonction de la vitesse périphérique de la machine. La vitesse angulaire du rotor varie jusqu'à 440 ktr/min.

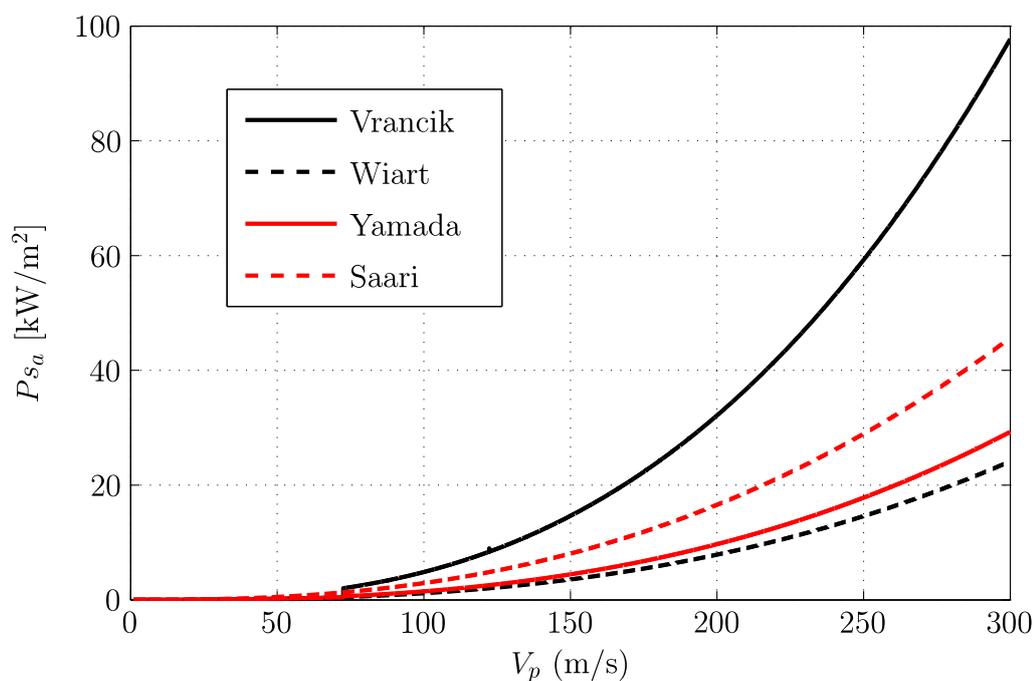


FIGURE 2.19 – Evolution de la densité surfacique de puissance en fonction de la vitesse périphérique pour un rayon rotorique de 6,5 mm.

Dans le cas de machines à faible rayon rotorique, les différents modèles présentent des disparités sur les pertes aérodynamiques. Les pertes aérodynamiques calculées par le modèle de Vrancik [83] sont jusqu'à deux fois plus importantes que pour le modèle de Saari [89].

La transition du mode d'écoulement est représentée sur la figure 2.20. La

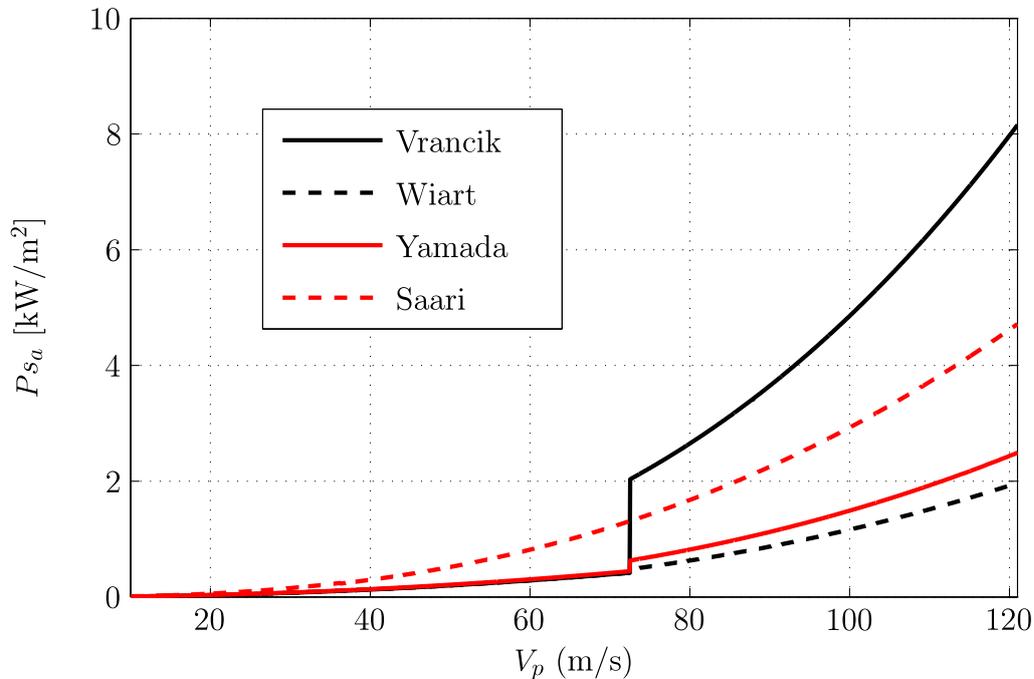


FIGURE 2.20 – Densité de pertes en fonction de la vitesse périphérique - Zoom autour de la transition du mode d'écoulement

modélisation de Vrancik [83] entraîne une discontinuité due au changement de mode d'écoulement (laminaire/turbulent). Le niveau de pertes se retrouve 5 fois plus important lors de cette transition. Les modélisations de Yamada [82] et Wiart [84] présentent des discontinuités relativement faibles. La modélisation de Saari ne présente aucune discontinuité notable lors des changements de mode d'écoulement.

Pertes aérodynamiques des machines de moyennes puissances

La figure 2.21 présente les pertes surfaciques pour les machines de moyennes puissances. La vitesse angulaire du rotor atteint 44 000 tr/min.

Alors que, les modèles de Wiart [84], Saari [89] et Yamada [82] présentent des pertes aérodynamiques sensiblement identiques, la modélisation de Vrancik [83] entraîne des pertes surfaciques jusqu'à 3,8 fois supérieures. Le changement de mode d'écoulement se retrouve pour des vitesses périphériques proches de 22m/s. Dans

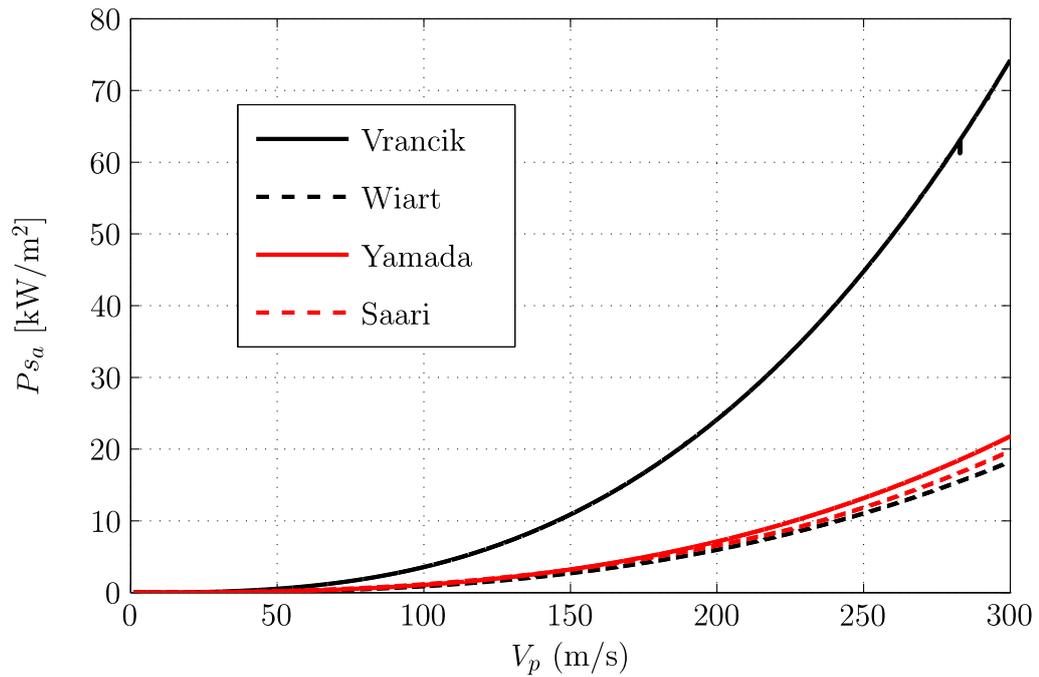


FIGURE 2.21 – Evolution de la densité surfacique de puissance en fonction de la vitesse périphérique pour un rayon rotorique de 65 mm.

le cas de machines électriques rapides de moyennes puissances, l'écoulement est considérée uniquement turbulent.

Pertes aérodynamiques des machines de fortes puissances

La figure 2.22 montre la densité surfacique de puissance pour des machines de “fortes” puissances ($R_f=650\text{mm}$). La vitesse du rotor varie jusqu'à 4 400 tr/min.

L'allure des pertes surfaciques pour les machines de “fortes puissances” est la même que pour les machines de moyennes puissance. L'écoulement est toujours turbulent pour les machines rapides présentant un rayon rotorique élevé.

Bilan de comparaison des pertes surfaciques

Les figures 2.19, 2.21 et 2.22 traduisent l'influence du coefficient de frottement. Globalement, à vitesse périphérique donnée quelque que soit le modèle utilisé, les pertes surfaciques diminuent lorsque le rayon rotorique augmente. En effet, en augmentant le rayon rotorique, on augmente aussi l'entrefer de la machine et donc le nombre de Reynolds. Puisque le coefficient de frottement diminue avec une augmentation du nombre de Reynolds, les pertes surfaciques suivent cette tendance.

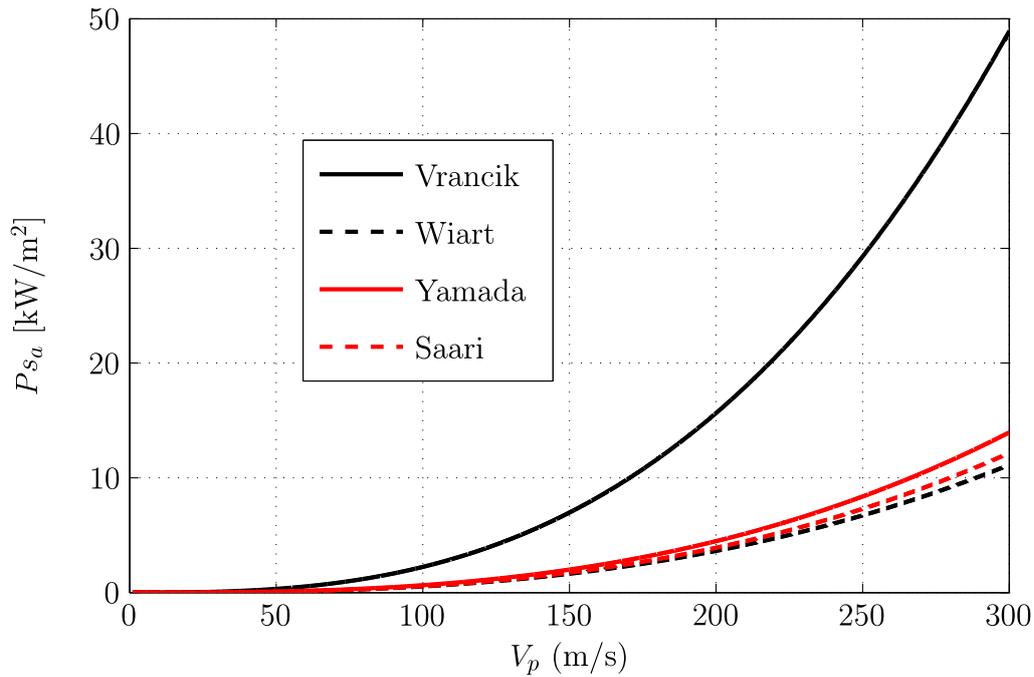


FIGURE 2.22 – Evolution de la densité surfacique de puissance en fonction de la vitesse périphérique pour un rayon rotorique de 650 mm.

2.3.3 Conclusion

La modélisation des pertes aérodynamiques que nous retiendrons est celle développée par Saari [89], qui a été validée par les mesures expérimentales effectuées par Yamada [82]. Le modèle conduit en effet à des écarts relatifs inférieurs à 22% par rapport aux mesures.

Les pertes aérodynamiques s'expriment de la manière suivante :

$$P_a = k_r C_f \pi \rho R_f^4 L \Omega^3 \quad (2.81)$$

Avec :

k_r : coefficient de rugosité ($k_r=1$ pour les machines lisses)

ρ : masse volumique du fluide dans l'entrefer [kg/m^3]

R_f : rayon extérieur du rotor [m.]

L : longueur du rotor [m.]

Ω : vitesse angulaire du rotor [rad/s]

C_f : coefficient de frottement

Le coefficient de frottement dépend du mode d'écoulement caractérisé par le rapport de l'entrefer sur le rayon rotorique et du nombre de Reynolds Re_δ . Il est

défini de la manière suivante [89] : Pour $Re_\delta < 64$:

$$C_f = 5 \frac{\left(\frac{e}{R_f}\right)^{0,3}}{Re_\delta} \quad (2.82)$$

Pour $64 < Re_\delta < 500$:

$$C_f = \frac{\left(\frac{e}{R_f}\right)^{0,3}}{Re_\delta^{0,6}} \quad (2.83)$$

Pour $500 < Re_\delta < 10\,000$:

$$C_f = 0,515 \frac{\left(\frac{e}{R_f}\right)^{0,3}}{Re_\delta^{0,5}} \quad (2.84)$$

Pour $10\,000 < Re_\delta$:

$$C_f = 0,0325 \frac{\left(\frac{e}{R_f}\right)^{0,3}}{Re_\delta^{0,2}} \quad (2.85)$$

Dans le cas où un écoulement axial existe dans l'entrefer de la machine (présence de ventilateur, moteur en compression ou alternateur en décompression), le mode d'écoulement est aussi influencé par la composante axiale du flux d'air. Ainsi, le coefficient de frottement se détermine par la relation suivante [82] :

$$C_f = \frac{0,0152}{Re_\delta^{0,24}} \left[1 + \left(\frac{16 Re_a}{7 Re_\delta} \right)^2 \right] \quad (2.86)$$

Où Re_a est le nombre de Reynolds influencé par la vitesse axiale V_a du flux de refroidissement. Il est défini par :

$$Re_a = \frac{e V_a}{\nu} \quad (2.87)$$

De plus, les encoches au stator influencent le coefficient de rugosité qui peut atteindre 1,2 [89].

2.4 Validation des modèles de pertes par des essais en décélération

L'essai en ralentissement consiste à amener la machine à son régime nominal, puis à couper son alimentation et à mesurer sa vitesse Ω jusqu'à son arrêt. Ainsi,

l'équation de la dynamique permet de remonter au couple résistant Γ_{res} .

$$\Gamma_{res} = -J_{tot} \frac{d\Omega}{dt} \quad (2.88)$$

Cet essai nécessite la détermination du moment d'inertie des parties tournantes J_{tot} .

2.4.1 Description du procédé expérimental

Au laboratoire *IREENA*, le banc de machines rapides est constitué :

- d'une machine à réluctance variable (20 kW, 20 ktr/min)
- d'une machine synchrone à aimants permanents déposés en surface (20 kW, 20 ktr/min)
- d'un variateur de vitesse industriel (45 kVA, 500 Hz)
- d'un codeur incrémental *ERO 1225* d'une précision de $\pm 0,0016^\circ$

L'entraînement du banc est réalisé en alimentant la machine à réluctance variable au travers du variateur de vitesse (Fig. 2.23). Lorsqu'on éteint le variateur, on relève la vitesse à l'aide du codeur incrémental et du système d'acquisition *Encoder* de la *DSAPCE 1103*. Le signal TTL du capteur de vitesse est alors converti en signal numérique sous 24 bits.

Le moment d'inertie du banc se détermine en sommant les moments d'inertie des éléments tournants.

$$J_{tot} = J_{MRV} + J_{MSAP} + J_{Accouplement} + J_{\text{équilibrage}} + J_{\text{arbre}} \quad (2.89)$$

Le moment d'inertie des disques d'équilibrage, de l'accouplement de l'arbre se déterminent simplement par la formulation classique d'un cylindre plein de rayon R , de longueur L et de masse volumique ρ .

$$J_{\text{cylindre}} = \frac{1}{2} \rho \pi L R^4 \quad (2.90)$$

Les moments d'inertie des constituants cylindriques creux du rotor de la machine à aimants se calculent à partir de la formulation d'un anneau de rayon extérieur R_e et de rayon intérieur R_i .

$$J_{\text{anneau}} = \frac{1}{2} \rho \pi L (R_e^4 - R_i^4) \quad (2.91)$$

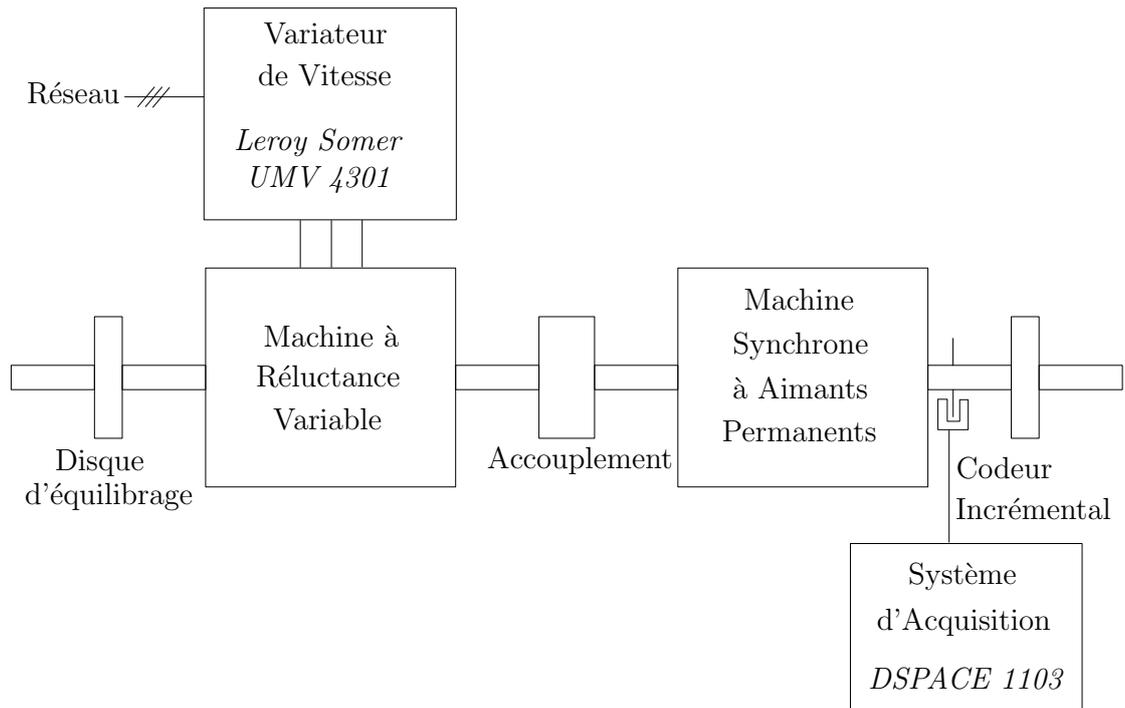


FIGURE 2.23 – Schéma du banc de mesure de l'essai en décélération

Le rotor à pan coupé de la machine à réductance variable, dont les dimensions sont situées en annexe B, présente une géométrie plus complexe si bien que son moment d'inertie est calculée numériquement à partir du maillage en éléments finis du rotor.

$$J_{MRV} = \rho_{MRV} L_{MRV} \sum_{n=1}^N S_n (x_n^2 + y_n^2) \quad (2.92)$$

avec x_n et y_n l'abscisse et l'ordonnée d'un des N points du rotor et S_n la surface du triangle dont le barycentre présente les coordonnées (x_n, y_n) .

Les moments d'inertie des différents éléments du banc sont reportés dans le tableau 2.2.

Elément rotatif	Moment d'inertie [kg.m ²]
Arbre J_{arbre}	0,00074
Disque d'équilibrage $J_{équilibre}$	0,0056
Accouplement $J_{Accouplement}$	0,000076
Machine à Aimant J_{MSAP}	0,0049
Machine à réductance variable J_{MRV}	0,0033
Banc machines rapides J_{tot}	0,0146

TABLE 2.2 – Moment d'inertie des éléments tournants du banc d'essai

On constate que le moment d'inertie des deux disques d'équilibrage représente 38 % du moment d'inertie total si bien qu'il n'est pas possible de le négliger.

2.4.2 Exploitation des mesures de vitesses

Dès que l'alimentation est coupée, nous prélevons la vitesse du banc jusqu'à son arrêt. La figure 2.24 montre l'évolution de cette vitesse à partir de 15 000 tr/min.

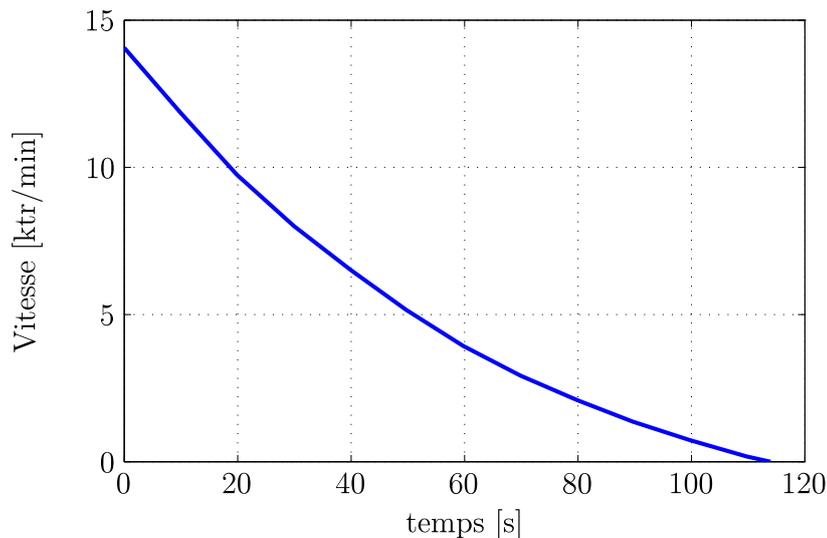


FIGURE 2.24 – Evolution de la vitesse de décélération en fonction du temps

Cette mesure nous permet de déterminer les pertes en fonction de la vitesse du rotor à partir de la relation suivante :

$$P_{aero-MRV} + P_{roulements} + P_{aero-MSAP} + P_{fer-MSAP} + P_{aimant-MSAP} = -J_{tot} \Omega \frac{d\Omega}{dt} \quad (2.93)$$

Les pertes aérodynamiques et les pertes magnétiques s'évaluent à partir des modélisations précédemment énoncées aux paragraphes 2.2 et 2.3. Le coefficient de rugosité de la machine à réluctance variable est évalué à partir de la formulation définie par Vrancik [83] :

$$k_r = 8,5 \frac{H}{R_r} + 2,2 \quad (2.94)$$

avec H la largeur du pan et R_r le rayon extérieur du rotor de la machine. Les dimensions de la machine à réluctance conduisent à un coefficient de rugosité égale à $k_r=5,82$.

Les pertes dans les roulements se déterminent à partir de la formulation

empirique de Lindström [1] par :

$$P_{roulements} = \frac{3}{20\pi} \Omega \quad (2.95)$$

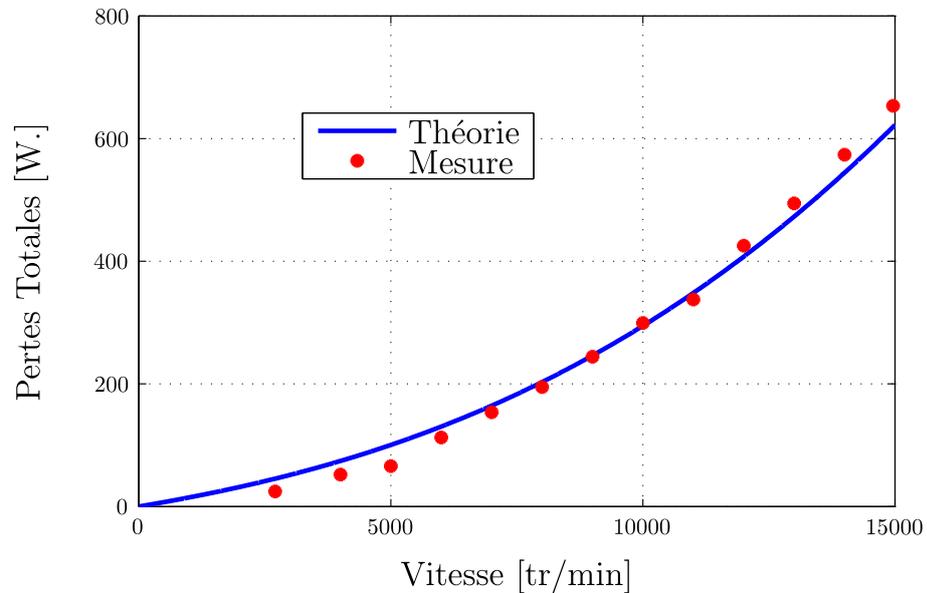


FIGURE 2.25 – Evolution des pertes lors de l’essai en décélération en fonction de la vitesse de rotation du banc

Les pertes dans les aimants sont évaluées à partir de la formulation globale tenant compte de l’effet de peau qui sera décrite au chapitre 3 en considérant les harmoniques d’encoche évalués par la méthode décrite au paragraphe 2.1.2.

A partir de la figure 2.25 représentant l’évolution des pertes en fonction de la vitesse de rotation, on constate que l’évaluation théorique est relativement proche des mesures. L’imprécision observée pour les faibles vitesses est liée à l’imprécision de l’estimation numérique de la dérivée temporelle de la vitesse.

2.5 Bilan

Dans ce chapitre, nous avons modélisé la machine synchrone à aimants permanents déposés en surface. Le couple électromagnétique calculé analytiquement a été comparé aux calculs par éléments finis 2D.

Les pertes joule dans le bobinage et les pertes fer ont été ensuite modélisées. Le coefficient additionnel des pertes fer a été déterminé par expérimentation. Nos

mesures ont conduit à un coefficient additionnel de 2.53 qui coïncide avec les éléments de la littérature.

Les pertes aérodynamiques ont fait l'objet d'une étude comparative entre différents modèles issus de la littérature. En confrontant les modèles de pertes aux mesures, nous avons identifié et choisi le modèle qui nous paraît le plus précis.

Nous avons enfin effectué des essais en décélération et nous avons montré que nos modèles de pertes conduisent à des résultats proches des mesures.

Par la suite, nous allons déterminer les pertes dans les aimants permanents ainsi que l'échauffement des machines synchrones à aimants permanents afin de les dimensionner de manière optimale.

CHAPITRE 3

PERTES DANS LES AIMANTS

Dans les machines électriques, les pertes dans les parties rotoriques sont difficiles à évacuer. Ainsi, même un faible niveau de pertes peut contribuer à un échauffement non négligeable des parties actives. Nous nous intéressons dans ce chapitre aux pertes dans les aimants des machines synchrones à aimants permanents déposés en surface.

3.1 Présentation des phénomènes et état de l’art

La variation du flux magnétique, provenant du stator, provoque la circulation de courants induits dans les aimants. Ces courants circulent de manière à produire un flux magnétique induit qui s’oppose à la variation du flux magnétique statorique. Il existe deux sources de variation du flux magnétique issu du stator :

- Les harmoniques de denture. Le champ magnétique est maximal face à une dent et minimal face à une encoche. Dans le repère du rotor tournant à Ω , ces harmoniques présentent des pulsations proportionnelles au nombre d’encoches Z_{enc} [78, 91].
- Les harmoniques de la force magnéto-motrice. L’association de l’alimentation et de la répartition du bobinage provoque des harmoniques de champ magnétique. Le tableau 3.1 présente la pulsation de la combinaison des harmoniques de temps et des harmoniques d’espace dans le repère du rotor.

Bettayeb [92] introduit les harmoniques dit “ parents ” qui tournent, par rapport au rotor, à la même vitesse mais en sens opposés. Considérons à titre d’exemple, les inductions b_5 et b_7 liées aux harmoniques 5 et 7 traversant une couronne conductrice.

Espace \ Temps	1	5	7	11	13
1	0	-6ω	6ω	-12ω	12ω
5	$-6/5\omega$	0	$-12/5\omega$	$6/5\omega$	$-18/5\omega$
7	$-6/7\omega$	$-12/7\omega$	0	$-18/7\omega$	$6/7\omega$
11	$-12/11\omega$	$-6/11\omega$	$-18/11\omega$	0	$-24/11\omega$
13	$-12/13\omega$	$-18/13\omega$	$-6/13\omega$	$-24/13\omega$	0

TABLE 3.1 – Pulsation des harmoniques dans le repère du rotor, ω est la pulsation de l'alimentation

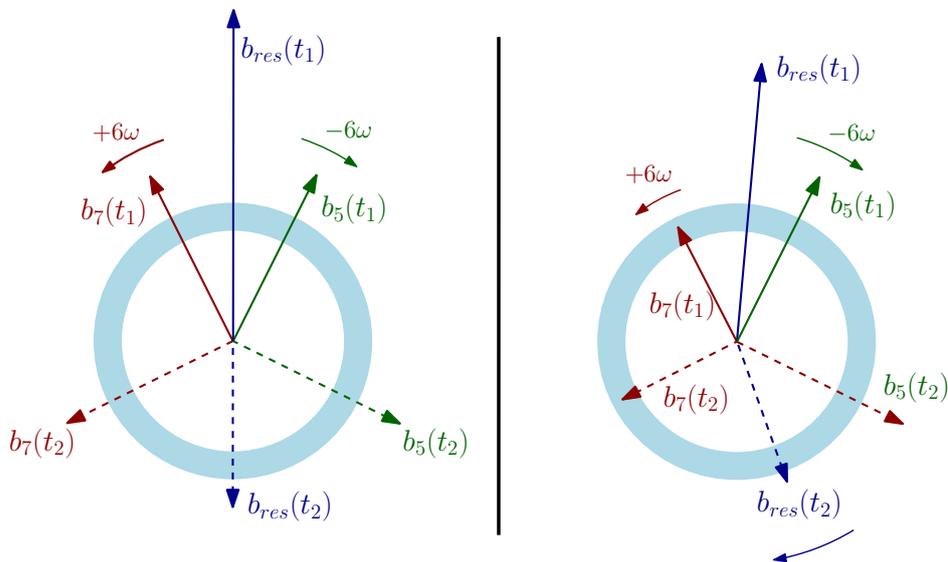


FIGURE 3.1 – Représentation de la recombinaison des harmoniques de l'induction b_5 et b_7 de rang temporel 5 et 7 - Cas d'harmonique de même amplitude (à gauche) et d'amplitudes différentes (à droite) traversant un anneau conducteur

La figure 3.1 indique aussi l'induction résultante b_{res} aux temps t_1 et t_2 . Lorsque ces harmoniques possèdent une même amplitude, l'induction résultante b_{res} est d'axe fixe et donc purement pulsante. Lorsque ces harmoniques présentent des amplitudes distinctes, l'induction résultante est elliptique et peut alors se décomposer en une composante fixe pulsante et une composante tournante (Fig. 3.2). En effet,

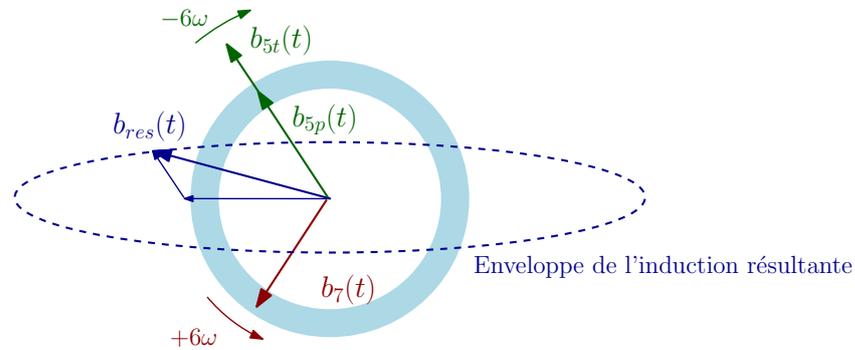


FIGURE 3.2 – Représentation de la décomposition de l'induction résultante

l'harmonique dominant peut se représenter comme la somme :

- d'une composante b_{5p} de même amplitude que l'harmonique dominé, et
- d'une composante tournante b_{5t}

Lors d'applications de faibles puissances (micro-usinage, informatique, horlogerie), les aimants permanents peuvent être construits en forme d'anneaux ou de cylindres [13, 93], alors que pour des puissances plus élevées, ils sont souvent élaborés en forme de tuiles ou rectangulaires [7, 94].

Lorsque les aimants sont construits en forme d'anneaux, ils ne sont pas isolés électriquement si bien que le comportement des courants induits est comparable au fonctionnement d'une machine asynchrone à rotor massif [95]. Ainsi, quelque soit la position du champ par rapport à l'axe d'un aimant, les courants induits présentent un axe de symétrie et se referment naturellement sur un pas polaire. Il est alors possible d'utiliser un modèle 2D pour résoudre l'équation de diffusion et de déterminer les pertes dans l'aimant [91, 96, 97].

Dès que les aimants sont espacés, l'étude de la circulation des courants devient plus complexe puisque, cette fois ci, les aimants sont isolés électriquement.

Supposons que les courants induits soient en opposition directe avec les courants sources. Lorsque le champ coïncide avec l'axe de l'aimant (Fig. 3.3a), les courants circulent de manière symétrique et se referment dans un même aimant. Alors que pour toute autre position, les courants circulent de manière asymétrique [92]. La

figure 3.3 schématise l'irrégularité de la distribution des courants induits dans deux aimants isolés.

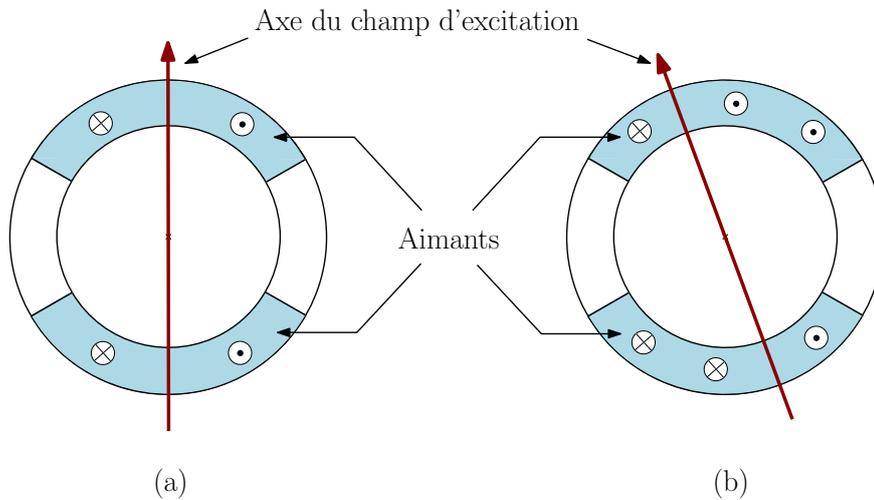


FIGURE 3.3 – Schématisation de la circulation des courants induits pour différentes positions du champ

Ainsi, la quantification précise des courants induits devient complexe et nécessite l'utilisation de modèles numériques tridimensionnels [98, 92, 99].

Yamazaki *et al.* [100] proposent une analyse numérique incorporant l'ensemble des sources de courants induits. Afin d'inclure les harmoniques hautes fréquences de l'alimentation, l'équation de diffusion est résolue par éléments finis 3 D avec un très faible pas d'échantillonnage temporel. Des centaines d'heures de simulation sont nécessaires pour obtenir les pertes dans les aimants d'une seule machine. Ces auteurs montrent que pour un bobinage distribué de la machine étudiée, la majeure partie des pertes provient des harmoniques d'alimentation.

Les aimants permanents sont sujets à une faible anisotropie. A titre d'exemple, la résistivité des aimants Nd-Fe-B décroît de l'ordre de 20% selon l'orientation du flux [101]. Néanmoins, ce caractère anisotrope n'entraîne pas d'influence significative sur les pertes dans les aimants [102]. Ainsi, l'aimant peut être assimilé à un matériau linéaire et isotrope.

Lorsque l'aimant est fortement segmenté, Polinder et Hoeijmakers [103] supposent que l'aimant est soumis à une induction source uniforme $B(t)$. La longueur de l'aimant L est supposée très longue devant sa largeur y_a si bien que les effets d'extrémités peuvent être négligés.

Ainsi, en fonction de la position y , relative à la largeur de l'aimant y_a , ils expriment la densité de courants induits dans l'aimant à partir de la loi de Faraday :

$$J_z(y, t) = \sigma_a y \frac{dB(t)}{dt} \quad (3.1)$$

La figure 3.4 schématise leur démarche. L'induction réelle $b(y, t)$ est discrétisée en une induction moyenne $B(t)$ sur la largeur d'un aimant. Comme indiqué sur cette figure, les courants induits présentent alors un axe de symétrie confondu avec l'axe des aimants. Les auteurs en déduisent les pertes volumiques $p_v(t)$:

$$p_v(t) = \sigma_a \frac{y_a^2}{12} \left(\frac{dB(t)}{dt} \right)^2 \quad (3.2)$$

Cette analyse conduit à des pertes proportionnelles à la conductivité de l'aimant σ_a et au carré de la pulsation ω de l'induction B . Cependant, lorsque les aimants

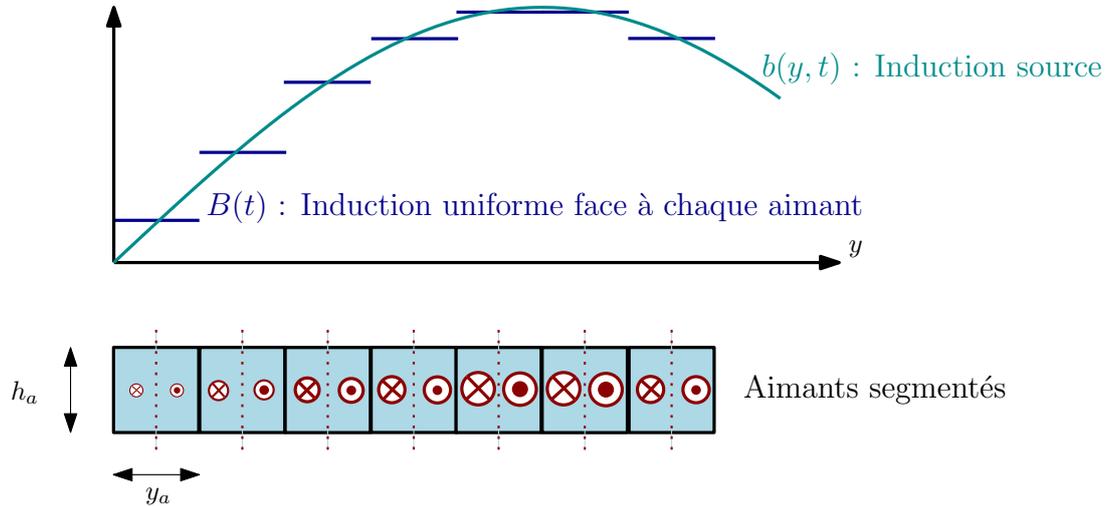


FIGURE 3.4 – Schématisation du principe développé par Polinder et Hoeijmakers [103] pour déterminer la densité de courant induit J_z circulant dans des aimants segmentés

sont peu segmentés, la longueur d'onde devient relativement proche de la largeur de l'aimant et l'hypothèse d'une induction uniforme reste discutable.

Lorsque les harmoniques présentent des longueurs d'onde proches de la largeur de l'aimant, Atallah *et al.* [104] déterminent tout d'abord le potentiel vecteur $A_z(r, \theta, t)$ en supposant la conductivité de l'aimant nulle. Ils calculent ensuite la densité de courant $J_{z-a}(r, \theta, t)$ dans l'aimant d'ouverture angulaire β .

Pour $0 < \theta < \beta$:

$$J_{z-a}(r, \theta, t) = J_{z-c}(r, \theta, t) - J_o(t) \quad (3.3)$$

avec :

$$J_{z-c}(r, \theta, t) = \sigma_a \omega A_z(r, \theta, t) \quad (3.4)$$

Le terme $J_o(t)$ correspond à la valeur moyenne de la densité de courant dans la couronne sur une surface correspondante à celle de l'aimant ($0 < \theta < \beta$).

La figure 3.5 représente le principe de cette méthode. Dans chaque aimant isolé, les courants induits sont déterminés par 3.3 de façon à ce que la valeur moyenne des courants soit nulle.

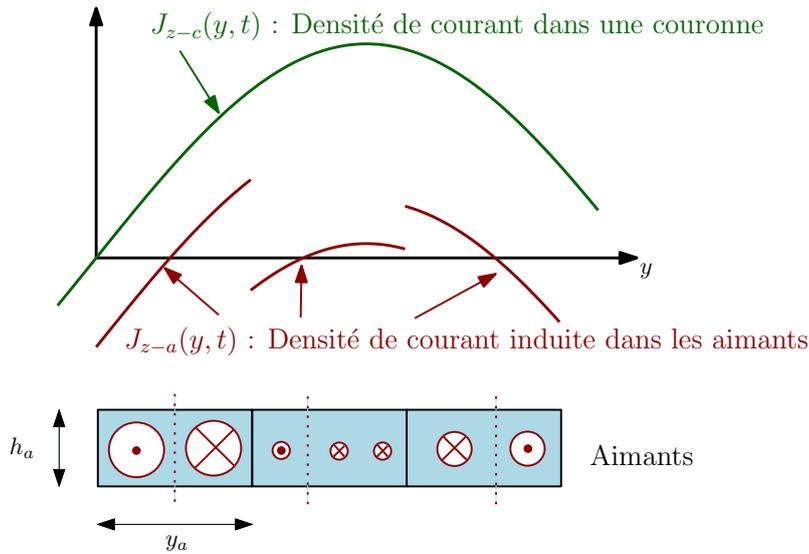


FIGURE 3.5 – Schématisation de la méthode développée par Atallah *et al.* [104] pour déterminer la densité de courant dans les aimants isolés

Les pertes volumiques instantanées p_{v-a} dans l'aimant se déterminent à partir de l'expression :

$$p_{v-a} = \frac{J_{z-a}^2}{\sigma_a} \quad (3.5)$$

Les pertes instantanées correspondant à un harmonique considéré sont obtenues en intégrant p_{v-a} sur le volume de l'aimant dont il est aisé d'en déduire la valeur moyenne P_a . En superposant les pertes de chaque harmonique, les auteurs déterminent finalement les pertes totales dans l'ensemble des aimants.

Alexandrova *et al.* [105] présentent une comparaison de ces deux dernières méthodes sur une machine de 18.5 kW à 2 400 tr/min dont le bobinage est de type concentré. Ces auteurs montrent que la méthode proposée par Polinder et Hoeijmakers [106] sous-estime de 50 % les pertes dans les aimants alors que le principe mis en oeuvre par Atallah *et al.* [104] conduit à leur surestimation d'environ 6 %.

Markovic et Perriard [74] déterminent les pertes provenant des harmoniques de denture à partir de la méthode élaborée par Atallah *et al.* [104]. Leur comparaison avec une méthode numérique 2D montre une divergence significative des pertes lorsque la fréquence est importante. Ces auteurs obtiennent des écarts de 10 % lorsque l'épaisseur de peau est du même ordre de grandeur que la demi largeur de l'aimant. Leur analyse souligne l'importance de l'épaisseur de peau en rapport avec la largeur de l'aimant. Cette conclusion est aussi relevée par Bettayeb [92].

Pour tenir compte des effets d'extrémités liés à la fermeture des courants induits, les pertes dans un aimant sont corrigés au travers d'un coefficient de longueur k_L [107, 92].

$$k_L = \frac{3 L^2}{4 (L^2 + y_a^2)} \quad (3.6)$$

Avec L la longueur de l'aimant et y_a sa largeur.

3.2 Modélisation des pertes

Avec d'importants temps de simulation, la modélisation par éléments finis 3D reste inadaptée aux procédures de conception optimale des machines électriques. Toutefois l'exploitation de cette méthode est essentielle pour construire des modèles analytiques simples et suffisamment précis.

Basée sur l'analyse de la densité de courant dans une couronne conductrice, nous proposons deux méthodes analytiques :

- Approche énergétique globale : l'énergie liée à la densité de courant dans l'aimant est déterminée en la correspondant à l'énergie liée aux courants dans une couronne et dans l'aimant ;
- Décomposition en série de Fourier : la force magnétomotrice source est décomposée en série de Fourier dont la période est la largeur de l'aimant. La densité de courant induite dans l'aimant est alors déduite en résolvant un problème de magnétodynamique analogue à celui d'une couronne conductrice.

Les méthodes proposées sont bâties sur une modélisation 2D dans la vue transversale de la machine, si bien que nous ne considérons pas la segmentation axiale des aimants. Par ailleurs, nous tiendrons compte des effets d'extrémités au travers du coefficient de longueur donné par l'équation 3.6.

3.2.1 Calcul des courants induits et des pertes dans une couronne conductrice

On considère la machine décrite par la figure 3.6. Le stator est classique et comporte N_s spires par phase. Le rotor est constitué d'un anneau conducteur et d'une culasse magnétique.

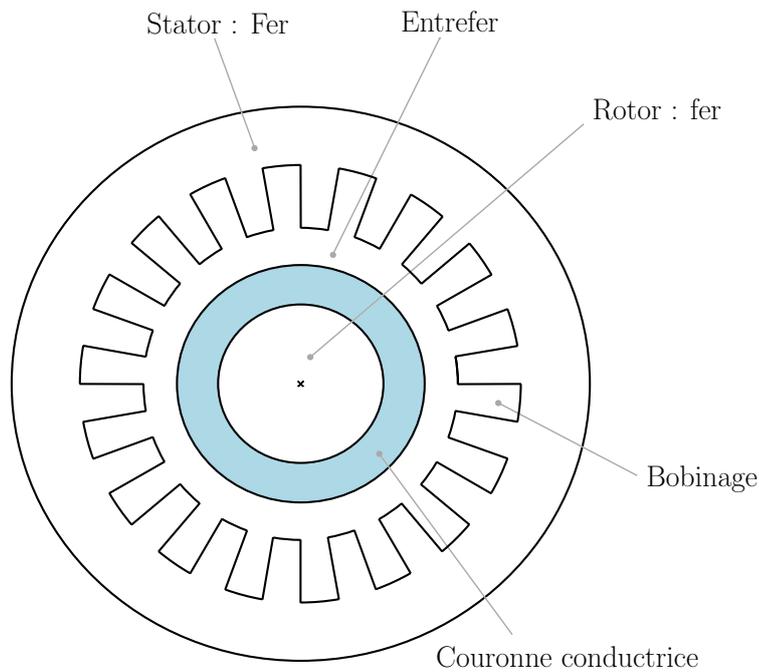


FIGURE 3.6 – Schématisation de la géométrie considérée

Nous admettons les hypothèses suivantes :

- La couronne conductrice est supposée homogène, linéaire et isotrope.
- La perméabilité du fer est très grande ;
- La longueur de l'anneau est très grande devant sa largeur ; nous ne considérons donc pas la segmentation axiale $\partial/\partial z = 0$;

Le bobinage du stator est remplacé par une densité superficielle de courant J_{sup} [3] que nous écrivons dans le repère du rotor comme suit :

$$J_{sup}(y, t) = \sum_{h_t=1}^{N_{tps}} \sum_{h_g=1}^{N_{esp}} J_s(h_t, h_g) \sqrt{2} \cos(h_t \omega' t \mp h_g k y) \quad (3.7)$$

Avec :

$$J_s = \frac{q K_b(h_g) N_s I_s(h_t)}{\pi R_s} \quad (3.8)$$

- h_t : harmonique temporel du courant
- h_g : harmonique d'espace du bobinage
- ω' : pulsation de l'harmonique dans le repère du rotor
- k : pulsation géométrique de l'harmonique d'espace
- \mp : vaut " - " pour les harmoniques tournants dans le sens direct et " + " pour les harmoniques tournants dans le sens inverse
- J_s : amplitude de la densité superficielle
- q : nombre de phases
- K_b : coefficient de bobinage correspondant à l'harmonique d'espace h_g
- I_s : courant efficace par phase correspondant à harmonique de temps de rang h_t
- N_s : nombre de spires par phase
- R_s : rayon d'alésage du stator

En négligeant les effets de courbure, la machine peut être étudiée en utilisant le modèle développé donné par la figure 3.7. Le rotor se déplace suivant \vec{y} à la vitesse périphérique V_p . L'air et le conducteur présentent des perméabilités respectives μ_0 et μ_a . La conductivité de la couronne est caractérisée par σ_a .

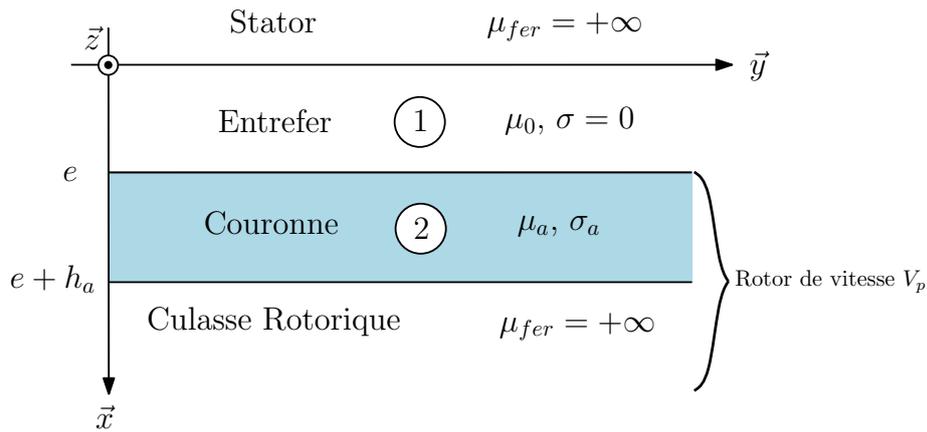


FIGURE 3.7 – Modèle développé du système d'étude

La machine étant suffisamment longue, le potentiel vecteur magnétique ne possède qu'une seule composante axiale A_z . La composante axiale B_z de l'induction est nulle et les composantes B_x et B_y sont définies par :

$$\vec{B} \left\{ \begin{array}{l} B_x(x, y, t) = \frac{\partial A_z(x, y, t)}{\partial y} \\ B_y(x, y, t) = -\frac{\partial A_z(x, y, t)}{\partial x} \end{array} \right. \quad (3.9)$$

Dans l'entrefer (milieu 1), le potentiel vecteur magnétique obéit à l'équation de Laplace :

$$\frac{\partial^2 A_{z-1}(x, y, t)}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 A_{z-1}(x, y, t)}{\partial y^2} = 0 \quad (3.10)$$

Dans la couronne conductrice (milieu 2), on doit résoudre l'équation de diffusion :

$$\frac{\partial^2 A_{z-2}(x, y, t)}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 A_{z-2}(x, y, t)}{\partial y^2} = \mu J_{z-c} = \mu \sigma \left[\frac{\partial A_{z-2}(x, y, t)}{\partial t} + V_p \frac{\partial A_{z-2}(x, y, t)}{\partial y} \right] \quad (3.11)$$

où J_{z-c} est la densité de courant induite dans la couronne.

En régime permanent, nous résolvons les équations 3.10 et 3.11 par la méthode de séparation des variables en utilisant la représentation complexe. Afin de simplifier l'écriture, nous détaillons les calculs des courants induits et des pertes pour la combinaison d'un harmonique d'espace et d'un harmonique de temps. Exprimée dans le repère du rotor, la densité superficielle de courant devient :

$$\overline{J_{sup}} = J_s e^{j(h_t \omega' t \mp h_g k y)} \quad (3.12)$$

Avec la relation entre la pulsation dans le repère du rotor ω' et celle exprimée dans le repère du stator ω :

$$h_t \omega' = h_t \omega \mp h_g k V_p \quad (3.13)$$

On peut montrer que l'expression générale du potentiel vecteur magnétique s'exprime par :

$$\overline{A_{z-1,2}}(x, y, t) = (\overline{C_{1,2}} e^{\lambda_{1,2} x} + \overline{D_{1,2}} e^{-\lambda_{1,2} x}) e^{j(h_t \omega' t \mp h_g k y)} \quad (3.14)$$

En substituant cette expression dans les équations 3.10 et 3.11, on détermine la constante $\lambda_{1,2}$ dans les milieux 1 et 2 :

$$\lambda_1 = h_g k \quad (3.15)$$

$$\lambda_2 = \sqrt{h_g^2 k^2 + j \mu_a \sigma_a h_t \omega'} \quad (3.16)$$

A l'interface entre le stator et l'air, la différence des composantes tangentielles du champ, dans l'air et dans le stator, est égale à la densité superficielle de courant ainsi :

$$\overline{C_1} - \overline{D_1} = -\frac{\mu_0 \overline{J_s}}{k} \quad (3.17)$$

Au passage entre le conducteur et l'air, on conserve la composante normale de l'induction et la composante tangentielle du champ si bien que :

$$\overline{C}_1 e^{\lambda_1 e} + \overline{D}_1 e^{\lambda_1 e} = \overline{C}_2 e^{\lambda_2 e} + \overline{D}_2 e^{\lambda_2 e} \quad (3.18)$$

$$\frac{\lambda_1}{\mu_0} (\overline{C}_1 e^{\lambda_1 e} - \overline{D}_1 e^{\lambda_1 e}) = \frac{\lambda_2}{\mu_a} (\overline{C}_2 e^{\lambda_2 e} - \overline{D}_2 e^{\lambda_2 e}) \quad (3.19)$$

A l'interface entre le conducteur et la culasse rotorique, la composante tangentielle du champ est nulle. On obtient donc :

$$\overline{C}_2 e^{\lambda_2(e+h_a)} - \overline{D}_2 e^{\lambda_2(e+h_a)} = 0 \quad (3.20)$$

Les équations 3.17 à 3.20 permettent la détermination des constantes \overline{C}_1 , \overline{D}_1 , \overline{C}_2 et \overline{D}_2 .

L'expression du potentiel vecteur magnétique est désormais connue dans chaque milieu.

En considérant à nouveau l'ensemble des harmoniques de temps et d'espace, la densité de courants induits dans la couronne s'exprime, pour $e \leq x \leq e+h_a$, par :

$$\overline{J}_{z-2}(x, y, t) = -j\sigma_a \sum_{h_t=1}^{N_{tps}} \sum_{h_g=1}^{N_{esp}} h_t \omega' (\overline{C}_2 e^{\lambda_2 x} + \overline{D}_2 e^{\lambda_2 x}) e^{j(h_t \omega' t \mp h_g k y)} \quad (3.21)$$

Les pertes moyennes volumiques dans la couronne se déterminent simplement par :

$$p_{v-c}(x) = \frac{1}{2\sigma_a} \overline{J}_{z-2}(x, y, t) \overline{J}_{z-2}^*(x, y, t) \quad (3.22)$$

Où \overline{J}_{z-2}^* est le conjugué de la densité de courant induite dans la couronne.

3.2.2 Approche énergétique globale

L'approche globale consiste à déterminer une équivalence en terme de pertes créées par les courants circulant dans la couronne et les courants induits dans l'aimant, considéré comme un conducteur passif. Nous ne recherchons pas l'expression exacte des courants induits mais plutôt les pertes moyennes dans l'aimant.

3.2.2.1 Méthode globale négligeant l'effet de peau dans la largeur de l'aimant

Nous recherchons l'expression de la densité de courant dans l'aimant J_{z-a} à partir de celle induite dans une couronne J_{z-c} .

Dans l'aimant, la densité de courant est solution de l'équation de diffusion et nous admettons qu'elle peut s'écrire :

$$J_{z-a}(x, y, t) = f_a(y)g_a(x, t) \quad (3.23)$$

A chaque instant, la valeur moyenne de J_{z-a} doit être nulle.

Dans la couronne, nous avons vu en 3.2.1 que la densité de courant induite par un harmonique de temps h_t et un harmonique d'espace h_g de la densité superficielle source peut s'exprimer par :

$$J_{z-c}(x, y, t) = J_m(x) \cos(h_t \omega' t \mp h_g k y - \varphi(x)) \quad (3.24)$$

Avec :

$$J_m(x) = \sigma_a \frac{\omega' B_m(x)}{k} \quad (3.25)$$

$B_m(x)$ est l'amplitude maximale de l'induction normale dans la couronne à la position x et $\varphi(x)$ est le déphasage entre la densité superficielle de courant source et la densité de courant induit.

Dans la couronne et sur une largeur égale à celle de l'aimant, nous pouvons à chaque instant décomposer cette densité de courant induite en série de Fourier :

$$J_{z-c}(x, y, t) = J_o(x, t) + \sum_{n=1}^N J_n(x, t) \sin\left(\frac{n\pi}{y_a} y\right) + \sum_{n=1}^N J'_n(x, t) \cos\left(\frac{n\pi}{y_a} y\right) \quad (3.26)$$

Le terme $J_o(x, t)$ correspond à la valeur moyenne, $J_n(x, t)$ et $J'_n(x, t)$ correspondent respectivement aux termes impairs et pairs de la décomposition en série de Fourier.

La figure 3.8 explicite cette décomposition à un instant quelconque, en limitant l'équation 3.26 à la valeur moyenne et au fondamental.

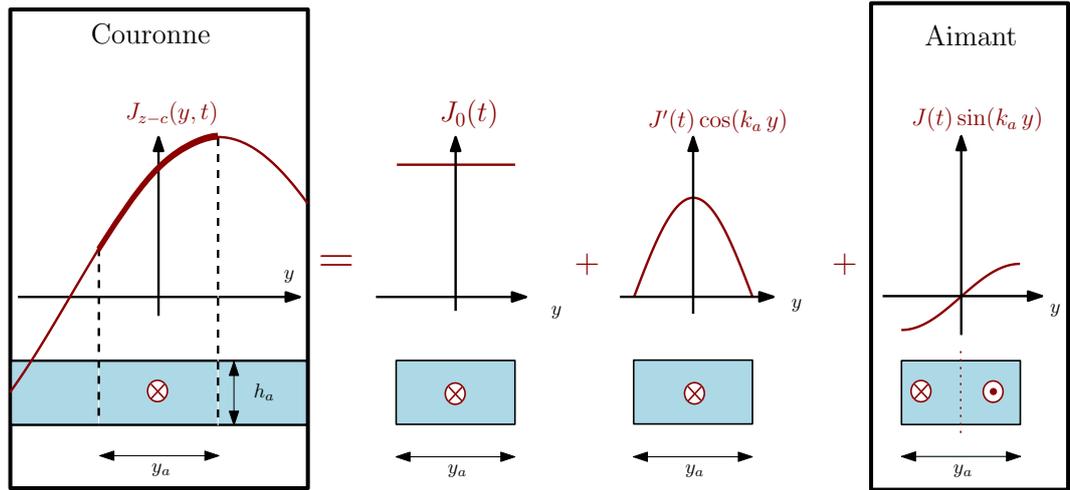


FIGURE 3.8 – Schématisation de la décomposition de la densité de courant dans une couronne sur la largeur de l'aimant

Puisque la valeur moyenne des courants induits dans l'aimant est nulle, le terme J_0 et les termes pairs ne peuvent exister dans l'aimant. Nous admettons alors que la densité de courant dans l'aimant peut s'écrire :

$$J_{z-a}(x, y, t) = \sum_{n=1}^N J_{z-n}(x, t) \sin\left(\frac{n\pi}{y_a} y\right) \quad (3.27)$$

Il est clair que 3.27 ne correspond pas à chaque instant à l'expression réelle de la distribution des courants induits. Toutefois, nous verrons qu'elle conduit à des pertes moyennes proches de celles recherchées. Nous donnerons en 3.2.3.4 une expression plus exacte de la distribution des courants induits.

En considérant les équations 3.26 et 3.27, on peut écrire :

$$\iiint_{V_a} J_{z-c}(x, y, t) J_{z-a}(x, y, t) dV = \iiint_{V_a} J_{z-a}(x, y, t)^2 dV \quad (3.28)$$

Dans la suite, nous supposons que pour toutes les fréquences considérées, les courants induits ne dépendent pas de la position x puisque la perméabilité de l'aimant est faible (épaisseur de peau grande devant la hauteur de l'aimant).

En résolvant 3.28, nous déterminons l'expression de la densité de courant induite dans l'aimant pour chaque harmonique de temps de rang h_t et chaque harmonique d'espace de rang h_g de la densité superficielle de courant source.

Après développement des calculs présentés en annexe C, on obtient :

$$J_{z-a-sin}(y, t) = J_m \sum_{n=1}^N K_{sin} \sin \left(h_t \omega' t - \left[h_g k - \frac{n\pi}{y_a} \right] \frac{y_a}{2} \right) \sin \left(\frac{n\pi}{y_a} y \right) \quad (3.29)$$

Avec K_{sin} constante géométrique définie telle que :

$$K_{sin} = \frac{2}{y_a} \begin{bmatrix} \frac{1}{h_g k - \frac{n\pi}{y_a}} \sin \left(\left[h_g k - \frac{n\pi}{y_a} \right] \frac{y_a}{2} \right) \\ - \frac{1}{h_g k + \frac{n\pi}{y_a}} \sin \left(\left[h_g k + \frac{n\pi}{y_a} \right] \frac{y_a}{2} \right) \end{bmatrix} \quad (3.30)$$

Il est alors possible d'en déterminer les pertes instantanées dans l'aimant :

$$p_{a-sin}(t) = \sum_{h_t=1}^{N_{tps}} \sum_{h_g=1}^{N_{esp}} [J_m K_{sin}]^2 \frac{h_a k_L L}{\sigma_a y_a} [1 - \cos(2 h_t \omega' t)] \quad (3.31)$$

3.2.2.2 Méthode globale considérant l'effet de peau selon la largeur de l'aimant

Pour tenir compte de la concentration des courants (ou effet de peau) sur la largeur de l'aimant [92, 98], nous proposons une seconde solution de l'équation de diffusion.

$$J_{z-a}(y, t) = J_{sh}(t) \sinh \left(\frac{y}{\delta} \right) \quad (3.32)$$

On peut remarquer que sur la largeur y_a de l'aimant, la valeur moyenne de cette expression est nulle. Comme 3.27, cette expression ne donne pas à chaque instant la distribution réelle des courant induits. Elles fournit toutefois des valeurs acceptables des pertes moyennes dans l'aimant.

En suivant un raisonnement similaire à celui menée en 3.2.2.1, l'amplitude des courants induits, $J_{sh}(t)$, se détermine en appliquant la relation 3.28. Après développement des calculs donnés en annexe (D), la densité de courant induite dans l'aimant s'exprime par :

$$J_{z-a-sh}(y, t) = J_m K_{sh} \sinh \left(\frac{y}{\delta} \right) \sin(h_t \omega' t) \quad (3.33)$$

Avec K_{sh} une constante géométrique définie par :

$$K_{sh} = 4\delta \frac{\sin\left(\frac{h_g k y_a}{2}\right) \cosh\left(\frac{y_a}{2\delta}\right) - h_g k \delta \cos\left(\frac{h_g k y_a}{2}\right) \sinh\left(\frac{y_a}{2\delta}\right)}{[(h_g k \delta)^2 + 1] \left[\delta \sinh\left(\frac{y_a}{\delta}\right) - y_a\right]} \quad (3.34)$$

Finalement, les pertes instantanées dans un aimant se déterminent par [108] :

$$p_{a-sh}(t) = \sum_{h_t=1}^{N_{tps}} \sum_{h_g=1}^{N_{esp}} [J_m K_{sh}]^2 \frac{h_a k_L L}{4\sigma_a} \left[\delta \sinh\left(\frac{y_a}{\delta}\right) - y_a\right] [1 - \cos(2h_t \omega't)] \quad (3.35)$$

3.2.3 Méthode harmonique

Alors que la précédente méthode repose sur une approche énergétique sans recherche de l'expression exacte des courants induits, nous proposons une deuxième méthode qui vise à déterminer ces courants induits dans l'aimant.

A chaque instant, on décompose en série de Fourier la partie d'un harmonique de la force magnétomotrice source vue par l'aimant en considérant une période égale à la largeur de l'aimant. Cette largeur est donc multiple de la longueur d'onde de chaque harmonique. Nous pouvons alors considérer que la valeur moyenne de la densité de courant induite par chaque harmonique est toujours nulle.

Afin de vérifier ce postulat, nous avons étudié par éléments finis une structure possédant un stator de 4 paires de pôles et 48 encoches. Son bobinage est distribué sur deux encoches par pôle et par phase. Le rotor comporte un conducteur ayant une largeur exactement égale au double pas polaire. La culasse et les dents du stator ainsi que la culasse du rotor sont considérées comme des matériaux ferromagnétiques linéaires dont la perméabilité relative est fixée à 1 000.

La figure 3.9a représente la structure d'étude dont le stator est alimenté par un système de courant triphasé équilibré (a,b,c).

On détermine les courants induits à partir d'une méthode par éléments finis en résolvant l'équation de diffusion en magnétodynamique complexe 2D (régime permanent).

Les figures 3.10a, 3.10b et 3.10c représentent l'allure des courants induits dans le conducteur à trois instants différents. On constate qu'ils se referment dans le même conducteur et que leur valeur moyenne est nulle (inverse du facteur de forme de l'ordre de 0,5%). On obtient un résultat analogue en bobinant le stator de manière

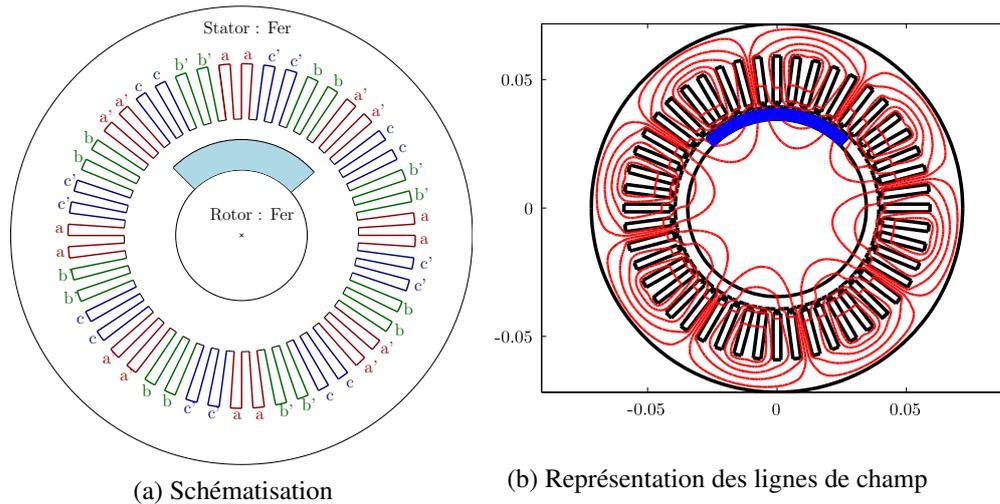


FIGURE 3.9 – Représentation de la structure d'étude et des lignes de champ traversant le conducteur

à avoir 8 paires de pôles (nombre d'encoches par pôle et par phase égal à l'unité).

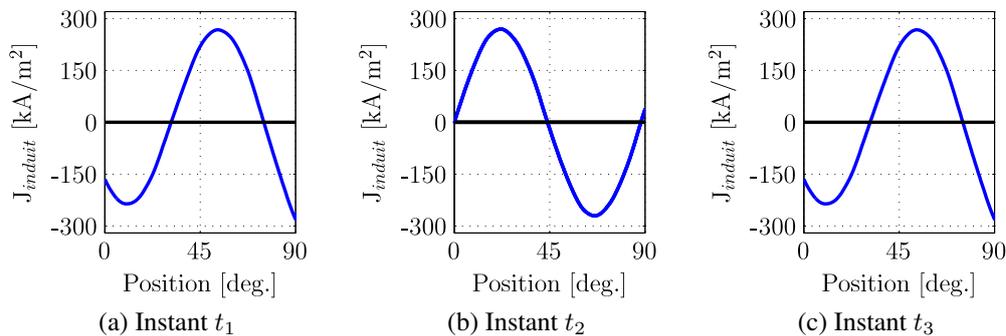


FIGURE 3.10 – Allure des densités de courants induits dans un conducteur couvrant un double pas polaire

La méthode harmonique se compose des étapes suivantes :

1. A chaque instant, détermination des harmoniques de la force magnétomotrice par une décomposition en série de Fourier sur la largeur de l'aimant ;
2. Calcul de la densité du courant induit lié à chaque harmonique par la résolution de l'équation de diffusion ;
3. Evaluation des pertes par courant induit de chaque harmonique.

Les pertes totales se déterminent en sommant les pertes engendrées par chaque harmonique. En effet, les produits de densités de courants d'harmoniques de rang différents présentent une valeur moyenne nulle [92]. La figure 3.11 schématise les

principales étapes de cette démarche.

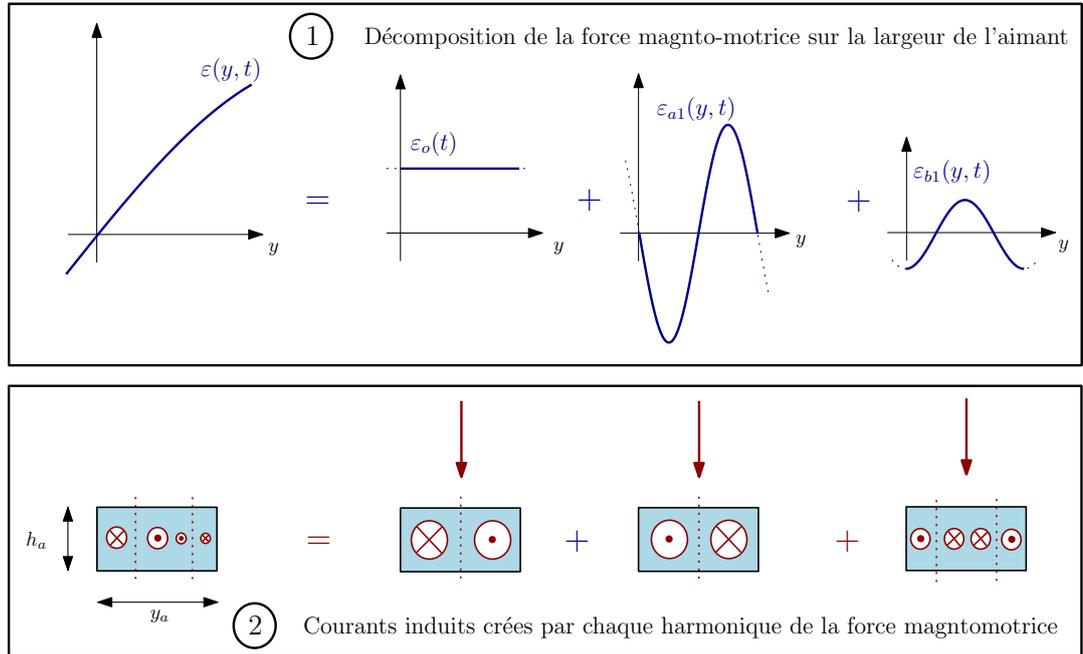


FIGURE 3.11 – Schéma représentant la détermination de la densité de courants induits dans l'aimant à partir d'une décomposition harmonique de la force magnétomotrice appliquée sur la largeur de l'aimant

3.2.3.1 Décomposition de la force magnétomotrice

La force magnétomotrice correspond à la somme cumulée des ampères tours rencontrés lorsque l'on se déplace le long de l'entrefer. Ainsi, elle est en quadrature par rapport à la densité superficielle de courant et elle s'exprime par :

$$\varepsilon_m(y, t) = \sum_{h_t=1}^{N_{tps}} \sum_{h_g=1}^{N_{esp}} \varepsilon_m \sin(h_t \omega' t \mp h_g k y) = \sum_{h_t=1}^{N_{tps}} \sum_{h_g=1}^{N_{esp}} J_s R_s \sin(h_t \omega' t \mp h_g k y) \quad (3.36)$$

Pour simplifier l'écriture des calculs, nous considérons un harmonique de temps de rang h_t et un harmonique d'espace de rang h_g de la force magnétomotrice source. La force magnétomotrice peut alors se décomposer en série de Fourier sur une largeur correspondante à celle de l'aimant en trois différents termes :

– une valeur moyenne $\varepsilon_0(t)$;

$$\varepsilon_0(t) = 2p \frac{\varepsilon_m}{h_g k y_a} \sin\left(\frac{h_g k y_a}{2p}\right) \cos\left(h_t \omega' t - \frac{h_g k y_a}{2p}\right) \quad (3.37)$$

– des termes impairs $\varepsilon_{an}(y, t)$ de rang n ;

$$\varepsilon_{an}(y, t) = 2p \frac{\varepsilon_m}{h_g k y_a} \sin\left(\frac{h_g k y_a}{2p}\right) \left(\frac{1}{1 - \frac{p a_n}{h_g k}} - \frac{1}{1 + \frac{p a_n}{h_g k}} \right) \times \sin\left(h_t \omega' t - \frac{h_g k y_a}{2p}\right) \sin(a_n y) \quad (3.38)$$

– des termes pairs $\varepsilon_{bn}(y, t)$ de rang n ;

$$\varepsilon_{bn}(y, t) = \varepsilon_0(t) \left(\frac{1}{1 + \frac{p a_n}{h_g k}} + \frac{1}{1 - \frac{p a_n}{h_g k}} \right) \cos(a_n y) \quad (3.39)$$

avec :

$$a_n = \frac{2 \pi n}{y_a} \quad (3.40)$$

3.2.3.2 Densité de courant induite par les harmoniques pairs et impairs de la force magnétomotrice

En considérant un harmonique de rang n de la force magnétomotrice source, on peut écrire :

$$\varepsilon_n(y, t) = \varepsilon_{an}(y, t) + \varepsilon_{bn}(y, t) \quad (3.41)$$

Les forces magnétomotrices ε_{an} et ε_{bn} sont données par 3.38 et 3.39. Nous décomposons leur somme ε_n en forces magnétomotrices tournantes dans les sens direct et inverse, respectivement ε_{dn} et ε_{in} :

$$\varepsilon_n(y, t) = \varepsilon_{dn}(y, t) + \varepsilon_{in}(y, t) \quad (3.42)$$

avec :

$$\varepsilon_{dn}(y, t) = 2\varepsilon_m \frac{\sin\left(\frac{h_g k y_a}{2p}\right)}{h_g k y_a / p - 2\pi n} \cos\left(h_t \omega' t - a_n y - \frac{h_g k y_a}{2p}\right) \quad (3.43)$$

$$\varepsilon_{in}(y, t) = 2\varepsilon_m \frac{\sin\left(\frac{h_g k y_a}{2p}\right)}{h_g k y_a / p + 2\pi n} \cos\left(h_t \omega' t + a_n y - \frac{h_g k y_a}{2p}\right) \quad (3.44)$$

Chaque harmonique de la décomposition de la force magnétomotrice est une source de l'équation de diffusion que nous résolvons par la méthode de séparation de variables dans le corps des complexes. Les forces magnétomotrices directes et inverses peuvent alors s'exprimer dans \mathbb{C} par :

$$\overline{\varepsilon}_{dn}(y, t) = 2\varepsilon_m \frac{\sin\left(\frac{h_g k y_a}{2p}\right)}{h_g k y_a/p - 2\pi n} e^{j\left(h_t \omega' t - a_n y - \frac{h_g k y_a}{2p}\right)} \quad (3.45)$$

$$\overline{\varepsilon}_{in}(y, t) = 2\varepsilon_m \frac{\sin\left(\frac{h_g k y_a}{2p}\right)}{h_g k y_a/p + 2\pi n} e^{j\left(h_t \omega' t + a_n y - \frac{h_g k y_a}{2p}\right)} \quad (3.46)$$

Afin de suivre un raisonnement analogue à l'analyse faite en 3.2.1 (cas d'une couronne conductrice), nous introduisons la densité superficielle de courant qui s'obtient par dérivation de la force magnétomotrice par rapport à la position y .

Dans le corps des complexes, les densités superficielles tournantes dans le sens direct et inverse s'écrivent par :

$$\overline{j}_{dn}(y, t) = \overline{J}_{dn} e^{j\left(h_t \omega' t - a_n y - \frac{h_g k y_a}{2p}\right)} \quad (3.47)$$

et

$$\overline{j}_{in}(y, t) = \overline{J}_{in} e^{j\left(h_t \omega' t + a_n y - \frac{h_g k y_a}{2p}\right)} \quad (3.48)$$

avec :

$$\overline{J}_{dn} = -4j\varepsilon_m \frac{\pi n \sin\left(\frac{h_g k y_a}{2p}\right)}{y_a (h_g k y_a/p - 2\pi n)} \quad (3.49)$$

et

$$\overline{J}_{in} = 4j\varepsilon_m \frac{\pi n \sin\left(\frac{h_g k y_a}{2p}\right)}{y_a (h_g k y_a/p + 2\pi n)} \quad (3.50)$$

En résolvant l'équation de diffusion, la forme générale du potentiel vecteur magnétique $\overline{A_z}(x, y, t)$ dans l'aimant s'écrit alors :

$$\overline{A_{z-di}}(x, y, t) = (\overline{C}e^{\overline{r}x} + \overline{D}e^{-\overline{r}x}) e^{j\left(h_t \omega' t \mp a_n y - \frac{h_g k y_a}{2p}\right)} \quad (3.51)$$

Les constantes \overline{C} , \overline{D} et \overline{r} se déterminent à partir des conditions aux limites et diffèrent selon une source de champ direct ou de champ inverse.

Les harmoniques directs de la décomposition de la force magnétomotrice induisent les densités de courant $\overline{J_{zd-n}}(x, y, t)$.

$$\overline{J_{zd-n}}(x, y, t) = -j\sigma_a [\omega - a_n V_p] (\overline{C}_d e^{\overline{r}_d x} + \overline{D}_d e^{-\overline{r}_d x}) e^{j\left(h_t \omega' t - a_n y - \frac{h_g k y_a}{2p}\right)} \quad (3.52)$$

Avec :

$$\begin{aligned} \overline{r}_d &= \sqrt{a_n + j\mu_a \sigma_a (h_t \omega - a_n V_p)} \\ \overline{C}_d &= \frac{2\mu_0 e^{(a_n - \overline{r}_d)e} \overline{J}_{dn}}{a_n (e^{2a_n e} - 1) (e^{2\overline{r}_d h_a} + 1) + \frac{\overline{r}_d}{\mu_{ra}} (e^{2a_n e} + 1) (e^{2\overline{r}_d h_a} - 1)} \\ \overline{D}_d &= \frac{2\mu_0 e^{r_d(2h_a+e)+a_n e} \overline{J}_{dn}}{a_n (e^{2a_n e} - 1) (e^{2\overline{r}_d h_a} + 1) + \frac{\overline{r}_d}{\mu_{ra}} (e^{2a_n e} + 1) (e^{2\overline{r}_d h_a} - 1)} \end{aligned} \quad (3.53)$$

Les harmoniques inverses de la force magnétomotrice induisent les densités de courant $\overline{J_{zi-n}}(x, y, t)$ qui se modélisent par :

$$\overline{J_{zi-n}}(x, y, t) = -j\sigma_a [\omega + a_n V_p] (\overline{C}_i e^{\overline{r}_i x} + \overline{D}_i e^{-\overline{r}_i x}) e^{j\left(h_t \omega' t + a_n y - \frac{h_g k y_a}{2p}\right)} \quad (3.54)$$

Avec :

$$\bar{r}_i = \sqrt{a_n + j\mu_a\sigma_a(h_t\omega + a_n V_p)}$$

$$\bar{C}_i = \frac{2\mu_0 e^{(a_n - \bar{r}_i)e} \bar{J}_{in}}{a_n (e^{2a_n e} - 1) (e^{2\bar{r}_i h_a} + 1) + \frac{\bar{r}_i}{\mu_{ra}} (e^{2a_n e} + 1) (e^{2\bar{r}_i h_a} - 1)} \quad (3.55)$$

$$\bar{D}_i = \frac{2\mu_0 e^{\bar{r}_i(2h_a + e) + a_n e} \bar{J}_{in}}{a_n (e^{2a_n e} - 1) (e^{2\bar{r}_i h_a} + 1) + \frac{\bar{r}_i}{\mu_{ra}} (e^{2a_n e} + 1) (e^{2\bar{r}_i h_a} - 1)}$$

3.2.3.3 Densité de courant induite par la valeur moyenne de la force magnétomotrice

Afin de déterminer ces courants induits, nous décomposons en série de Fourier la valeur moyenne de la force magnétomotrice vue par l'aimant en considérant un signal carré dont la période est le double de la largeur d'aimant. (Fig 3.12).

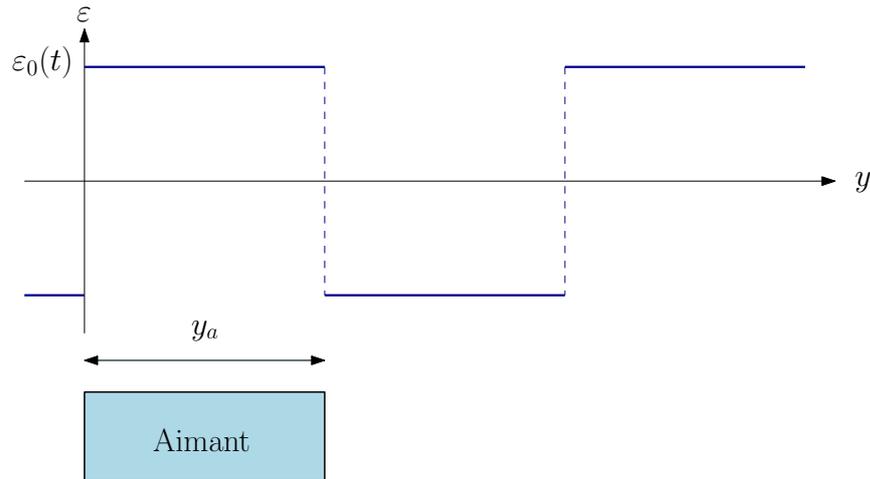


FIGURE 3.12 – Schéma représentant la décomposition de la valeur moyenne de la force magnétomotrice $\varepsilon_0(t)$

La force magnétomotrice $\varepsilon_0(t)$ peut alors s'exprimer comme une somme d'harmoniques impaires par :

$$\varepsilon_{0n}(y, t) = \frac{4}{\pi} \varepsilon_0(t) \frac{\sin(a_{0n}y)}{2n - 1} \quad (3.56)$$

Avec :

$$a_{0n} = \frac{(2n - 1)\pi}{y_a} \quad (3.57)$$

Comme précédemment, on introduit les densités superficielles correspondantes. Dans l'espace des complexes, ces densités superficielles s'écrivent :

$$\overline{j_{0n}}(y, t) = \overline{J_{0n}} \cos(a_{0n} y) e^{j \left(h_t \omega' t - \frac{h_g k y_a}{2p} \right)} \quad (3.58)$$

Avec :

$$\overline{J_{0n}} = 8p \frac{\varepsilon_m}{h_g k y_a^2} \sin \left(\frac{h_g k y_a}{2p} \right) \quad (3.59)$$

En effectuant une analyse analogue à celle présentée en 3.2.1, le potentiel vecteur magnétique dans l'aimant présente la forme générale suivante :

$$\overline{A_{z=0}}(x, y, t) = (\overline{C_0} e^{\overline{r_0} x} + \overline{D_0} e^{-\overline{r_0} x}) \cos(a_{0n} y) e^{j \left(h_t \omega' t - \frac{h_g k y_a}{2p} \right)} \quad (3.60)$$

Les constantes $\overline{C_0}$, $\overline{D_0}$ et $\overline{r_0}$ sont identifiées à partir des conditions aux limites.

L'harmonique de rang n de la densité de courant induite $\overline{J_{z0-n}}$ est donc :

$$\begin{aligned} \overline{J_{z0-n}}(x, y, t) = & -\sigma_a [j h_t \omega \cos(a_{0n} y) - a_0 V_p \sin(a_0 y)] \\ & \times (\overline{C_0} e^{\overline{r_0} x} + \overline{D_0} e^{-\overline{r_0} x}) e^{j \left(h_t \omega' t - \frac{h_g k y_a}{2p} \right)} \end{aligned} \quad (3.61)$$

Avec :

$$\begin{aligned} \overline{r_0} &= \sqrt{a_0 + j \mu_a \sigma_a (h_t \omega - a_0 V_p)} \\ \overline{C_0} &= \frac{2 \mu_0 e^{(a_0 - \overline{r_0}) e} \overline{J_{0n}}}{a_0 (e^{2a_0 e} - 1) (e^{2\overline{r_0} h_a} + 1) + \frac{\overline{r_0}}{\mu_{ra}} (e^{2a_0 e} + 1) (e^{2\overline{r_0} h_a} - 1)} \\ \overline{D_0} &= \frac{2 \mu_0 e^{\overline{r_0} (2h_a + e) + a_0 e} \overline{J_{0n}}}{a_0 (e^{2a_0 e} - 1) (e^{2\overline{r_0} h_a} + 1) + \frac{\overline{r_0}}{\mu_{ra}} (e^{2a_0 e} + 1) (e^{2\overline{r_0} h_a} - 1)} \end{aligned} \quad (3.62)$$

3.2.3.4 Reconstruction de la densité de courant induit et calcul des pertes dans l'aimant

En appliquant le principe de superposition, la densité de courant induite dans l'aimant par un harmonique source se détermine en sommant tous les termes de la décomposition en série de Fourier sur la largeur de l'aimant. En considérant l'ensemble des harmoniques de temps h_t et d'espace h_g de la force magnétomotrice,

la densité totale de courant induite dans un aimant se détermine par :

$$J_{z-a}(x, y, t) = \sum_{h_t=1}^{N_{tps}} \sum_{h_g=1}^{N_{esp}} \sum_{n=1}^{N_{harm}} \text{Re} \{ \overline{J_{zd-n}}(x, y, t) + \overline{J_{zi-n}}(x, y, t) + \overline{J_{z0-n}}(x, y, t) \} \quad (3.63)$$

Les pertes instantanées peuvent se calculer à partir de :

$$p_a(t) = \frac{k_L L}{\sigma_a} \int_0^{h_a} \int_0^{y_a} J_{z-a}(x, y, t)^2 dy dx \quad (3.64)$$

Les pertes moyennes dans un aimant peuvent alors s'obtenir en intégrant $p_a(t)$ sur une période ou bien à partir de :

$$P_a = \frac{y_a k_L L}{2\sigma_a} \int_0^{h_a} \sum_{h_t=1}^{N_{tps}} \sum_{h_g=1}^{N_{esp}} \sum_{n=1}^{N_{harm}} \overline{J_{zd-n}} \overline{J_{zd-n}}^* + \overline{J_{zi-n}} \overline{J_{zi-n}}^* + \overline{J_{z0-n}} \overline{J_{z0-n}}^* dx \quad (3.65)$$

$\overline{J_{zd-n}}^*$, $\overline{J_{zi-n}}^*$ et $\overline{J_{z0-n}}^*$ sont les conjuguées des représentations complexes des densités de courants provenant respectivement du champ direct, du champ inverse et du champ relatif à la valeur moyenne de la force magnétomotrice.

3.3 Comparaison des méthodes

Les différentes méthodologies de calcul analytique des pertes décrites précédemment sont comparées avec des méthodes numériques par éléments finis 3D. Tout d'abord, nous analysons l'allure de la densité de courants induits dans l'aimant sur une structure test à partir de la méthode harmonique. Ensuite, nous présentons les pertes instantanées sur cette structure test. Enfin, nous vérifions l'influence de la segmentation circonférentielle des aimants sur une machine de 500 kW. Nous concluons sur les différentes limitations des modèles analytiques.

3.3.1 Analyse de l'allure de la densité de courants induits

Nous étudions l'impact d'un harmonique de la force magnétomotrice à partir d'une structure sans encoche qui comporte une paire de pôles. L'harmonique source possède une amplitude de 1000 At à la fréquence de 100 Hz dans le repère du rotor. La figure 3.13 représente cette structure dont les dimensions sont données dans le tableau 3.2.

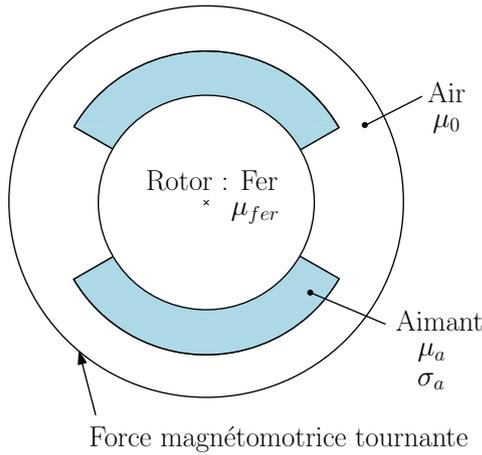


FIGURE 3.13 – Schématisation

Rayon extérieur [mm.]	39.35
Épaisseur d'entrefer [mm.]	0.333
Hauteur de l'aimant [mm.]	3.835
Longueur de l'aimant [mm.]	100
Ouverture de l'aimant [°]	120
Perméabilité relative de l'aimant	1
Perméabilité relative du fer	1000
Conductivité de l'aimant [MS.]	2

TABLE 3.2 – Dimensions

La modélisation par éléments finis 3D s'effectue à partir d'une formulation \mathbf{T} - Ω basée sur le *code_Carmel* [99].

$$\text{rot} \left(\frac{1}{\sigma} \text{rot} \vec{T} \right) + \mu \left(\frac{\partial [\vec{T} - \text{grad} \Omega]}{\partial t} \right) = 0 \quad (3.66)$$

où \mathbf{T} est le potentiel vecteur électrique et Ω le potentiel scalaire magnétique. La symétrie axiale permet une modélisation sur une demi longueur. Ainsi, une condition de périodicité est appliquée sur une extrémité d'aimant ($z = 0$, milieu de la machine) et une condition de Dirichlet sur l'autre ($z = L/2$).

La structure est maillée avec 25 600 prismes et 15 219 noeuds.

Le problème est résolu à partir d'une méthode pas à pas dans le temps. Les pertes sont calculées par une approche classique J^2/σ sur le demi volume des aimants.

La figure 3.14 présente une visualisation des courants induits circulant dans les aimants. A cet instant, la distribution de la densité de courant induit est symétrique suivant la position angulaire considérée. La densité de courant induit peut être considérée uniquement axiale sur les noeuds du milieu de la machine pour $z = 0$.

L'évaluation de la densité de courants induits par la méthode harmonique est comparée au calcul par éléments finis pour la position axiale correspondant au milieu de la structure ($z = 0$).

Nous présentons sur les figures 3.15, 3.16 et 3.17 l'évolution des courants induits dans un aimant pour trois différents instants afin de considérer l'influence de l'axe du champ par rapport à celui de l'aimant.

Nous constatons que les variations de la densité de courants induits obtenues analytiquement sont similaires à celles calculées par éléments finis.

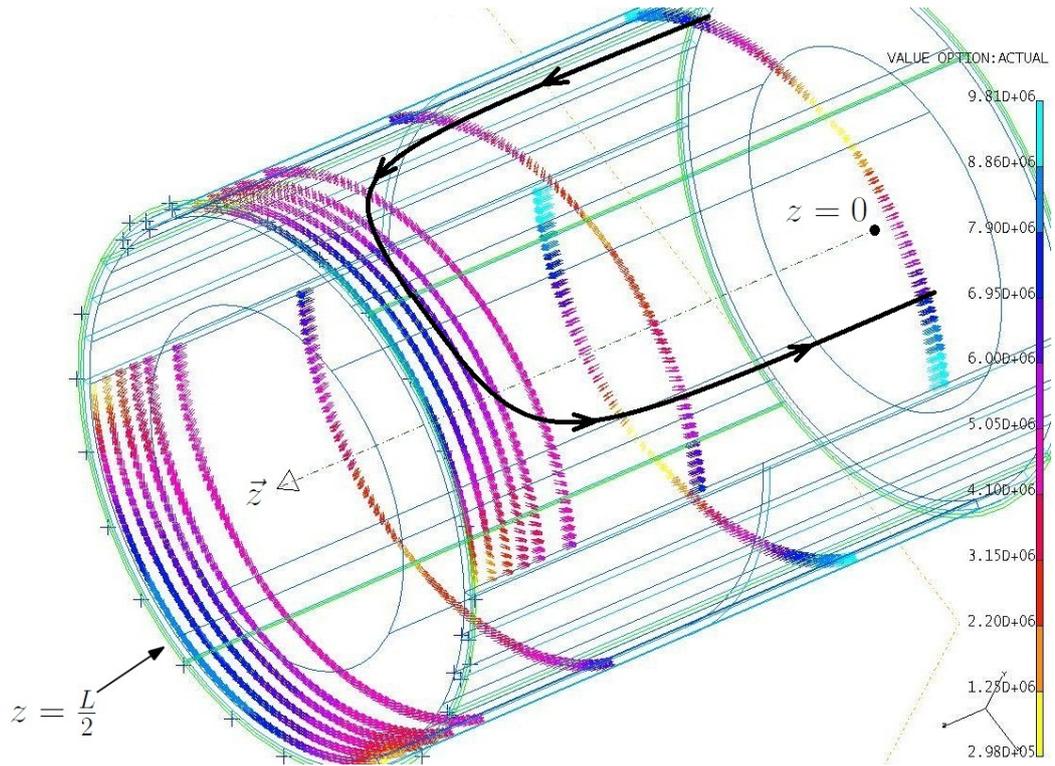


FIGURE 3.14 – Visualisation de l’allure des courants induits déterminés par une modélisation numérique 3D

Nous observons que les courants induits se referment bien dans un même aimant puisque leur valeur moyenne est nulle.

Sur la figure 3.15b (décalage de 36° entre l’axe de l’aimant et celui du champ), la densité de courant induit coupe deux fois l’axe des abscisses. On en déduit qu’à cet instant, les courants induits forment deux boucles dans l’aimant.

Les figures 3.16b et 3.17b, obtenues respectivement pour des décalages de 54° et 108° , montrent que les courants induits se referment en formant une seule boucle.

Nous remarquons que la distribution des courants induits est symétrique lorsque l’axe du champ est dans la position donnée par la figure 3.17a. Pour cette structure, la réaction magnétique entraîne un décalage entre les courants source et les courants induits de l’ordre de 72° .

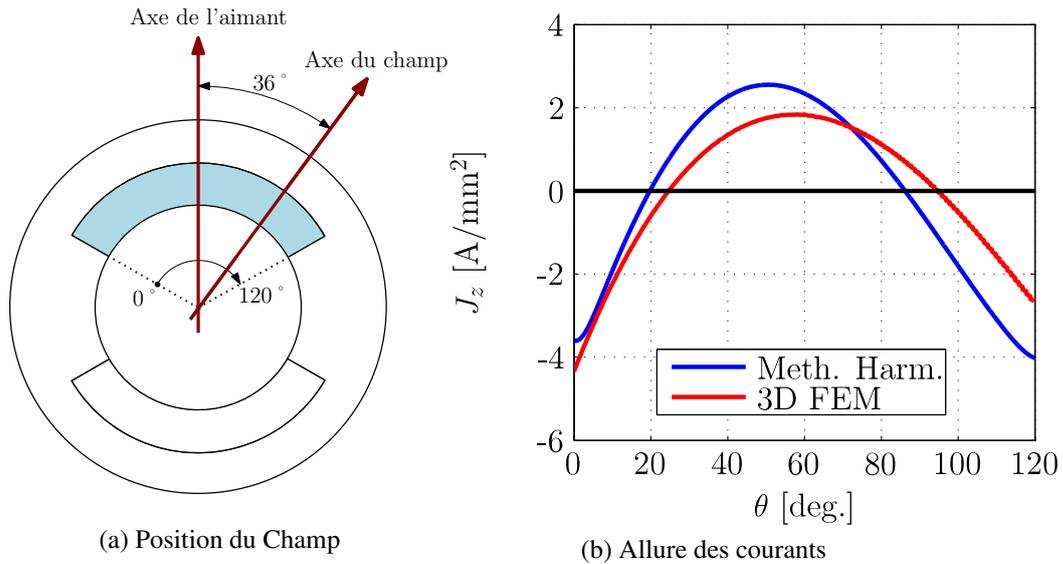


FIGURE 3.15 – Evolution de la densité de courants induits dans un aimant lorsque l’axe du champ est décalé de 36° par rapport à l’axe de l’aimant

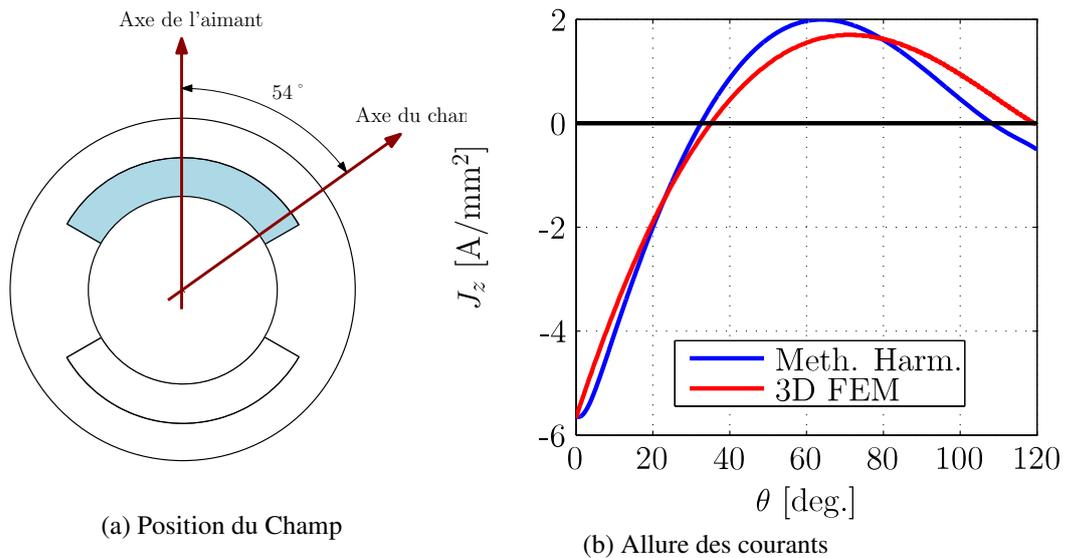


FIGURE 3.16 – Evolution de la densité de courants induits dans un aimant lorsque l’axe du champ est décalé de 54° par rapport à l’axe de l’aimant

Pour une fréquence de 100 Hz, le flux de réaction d’induit ne repousse pas les courants aux bords de l’aimant. Afin d’observer l’influence de cet effet de peau, nous imposons une fréquence d’harmonique source de 10 kHz. Nous avons présenté sur la même figure (Fig. 3.18) la distribution de courants induits dans l’aimant J_{z-a} et la variation de J_{z-0} liée à la seule valeur moyenne de la force magnétomotrice.

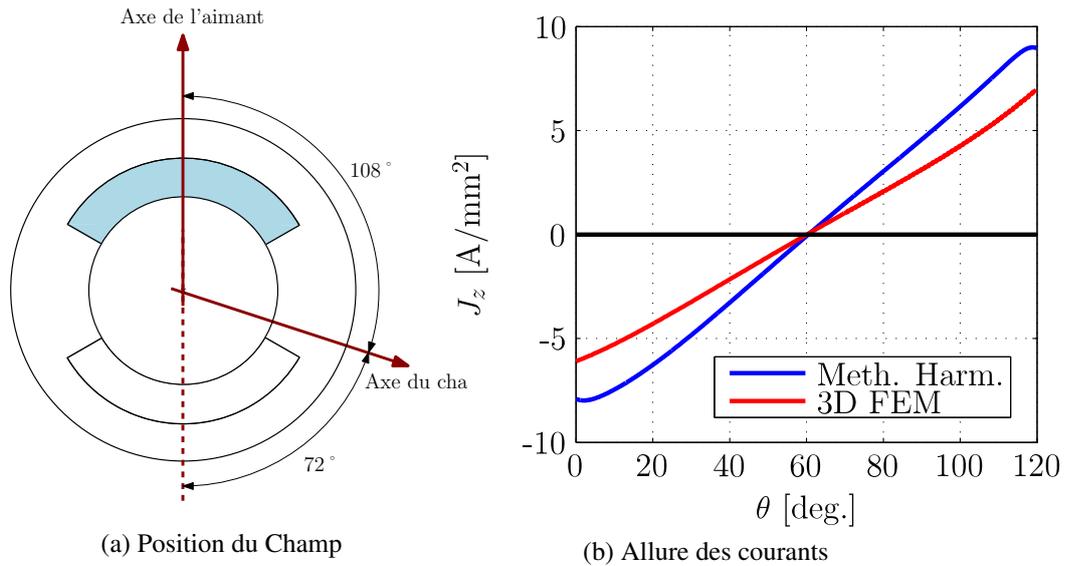


FIGURE 3.17 – Evolution de la densité de courants induits dans un aimant lorsque l’axe du champ est décalé de 108° par rapport à l’axe de l’aimant

Nous en déduisons que la circulation des courants induits dans l’épaisseur de peau δ est provoquée principalement par la composant J_{z-0} . Nous constatons que J_{z-0} est symétrique et que ce sont les harmoniques directs et inverses de la force magnétomotrice qui conduisent à la dissymétrie de la distribution des courants induits dans l’aimant.

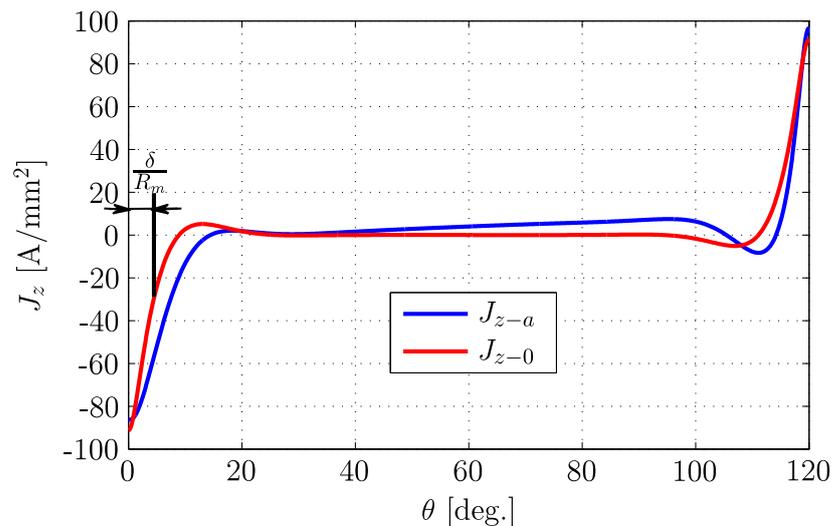


FIGURE 3.18 – Evolution de la densité de courant induite dans un aimant pour $f=10\text{kHz}$

3.3.2 Pertes instantanées dans une deuxième structure test

L'analyse des pertes instantanées est menée sur une deuxième structure sans encoche, similaire à la précédente. Ses dimensions sont reportées dans le tableau 3.3 et l'harmonique source présente une amplitude de 1000 At à la fréquence de 50 Hz.

Rayon extérieur [mm.]	39.35
Épaisseur d'entrefer [mm.]	1
Hauteur de l'aimant [mm.]	1.28
Longueur de l'aimant [mm.]	200
Ouverture de l'aimant [°]	120
Perméabilité relative de l'aimant	1
Perméabilité relative du fer	1000
Conductivité de l'aimant [MS.]	2

TABLE 3.3 – Dimensions de la deuxième structure test

On se propose de comparer les pertes instantanées dans les aimants calculées par éléments finis 3D et par les deux méthodes décrites précédemment :

- Méthode globale (équations 3.31 et 3.35)
- Méthode harmonique (équation 3.64)

Les pertes instantanées sont présentées sur les figures 3.19, 3.20 et 3.21.

Nous pouvons constater que les méthodes analytiques conduisent à des évolutions semblables à celles obtenues par éléments finis 3D. Les deux méthodes globales conduisent à une valeur moyenne très proche de celle calculée par éléments finis. La méthode harmonique aboutit à une légère sous-estimation des pertes.

La méthode analytique globale considère qu'il existe un instant où les courants induits s'annulent c'est-à-dire que les pertes sont nulles. Cependant, la méthode harmonique et le calcul numérique 3D montrent qu'en chaque instant, des courants induits circulent dans l'aimant. Nous avons montré précédemment dans 3.3.1 que les harmoniques directs et inverses de la force magnétomotrice conduisent toujours à des courants induits dans l'aimant.

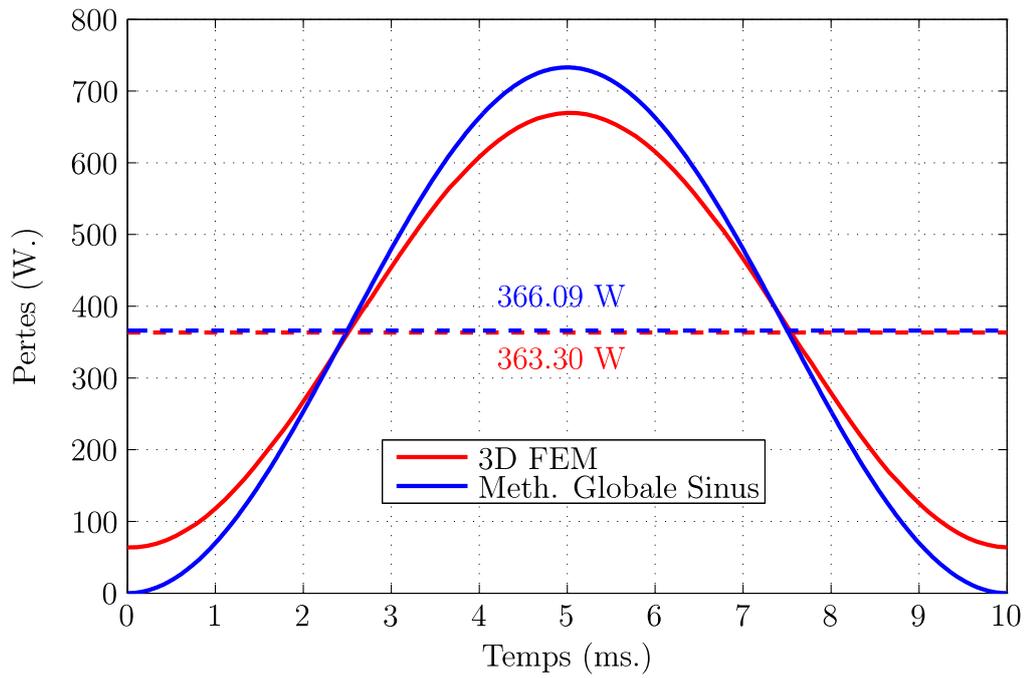


FIGURE 3.19 – Pertes instantanées dans l’aimant par la méthode globale ne tenant pas compte de l’effet de peau

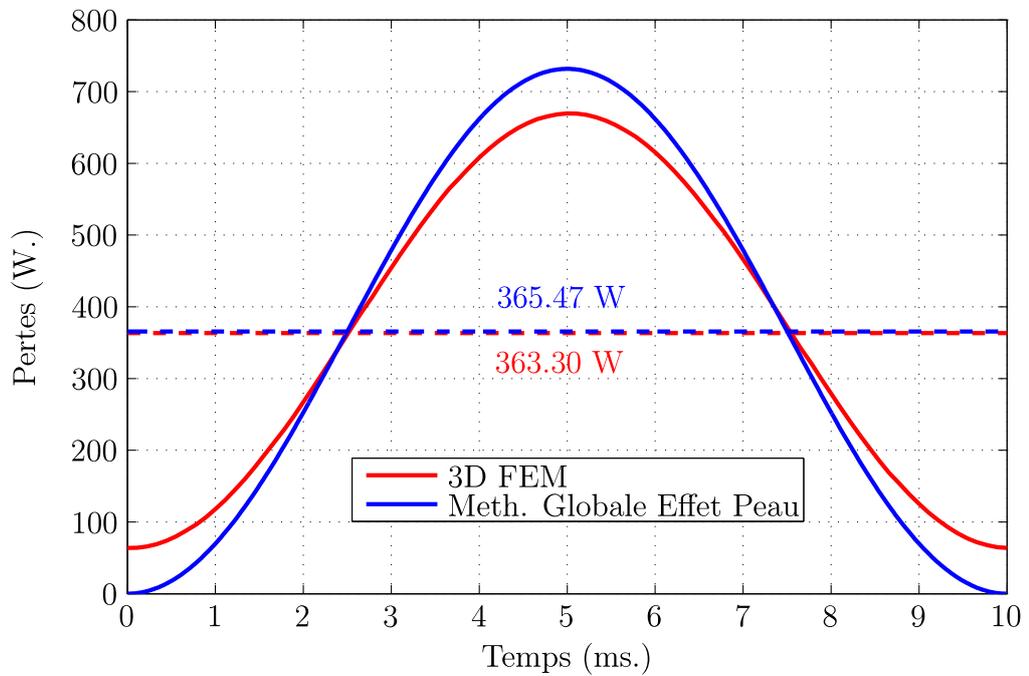


FIGURE 3.20 – Pertes instantanées dans l’aimant par la méthode globale tenant compte de l’effet de peau

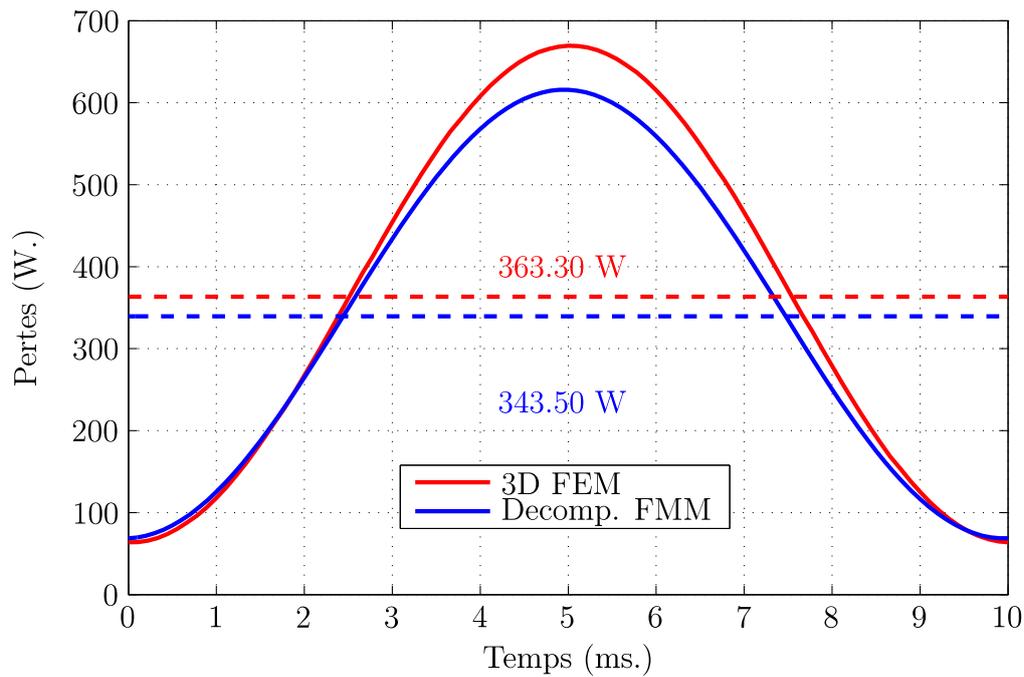


FIGURE 3.21 – Pertes instantanées dans l’aimant par la méthode harmonique

3.3.3 Impact de la segmentation des aimants

Nous effectuons une comparaison des différentes méthodes analytiques en calculant les pertes dans une machine d’environ 500 kW utilisée dans les travaux de Bettayeb [92]. La modélisation numérique 3D est réalisée à partir d’une formulation $\mathbf{A} - \phi$ où \mathbf{A} est le potentiel vecteur magnétique et ϕ le potentiel scalaire électrique [92]. La machine synchrone comporte 6 paires de pôles et 72 encoches. Les aimants permanents sont élaborés en terre-rare SmCo_{17} . Les pertes dans les aimants sont déterminées en appliquant une faible densité de courant au stator de 1 A/m^2 maximum pour différentes fréquences et dimensions d’aimants.

Les figures 3.22, 3.23 et 3.24 présentent l’influence de la segmentation des aimants sur les pertes pour des fréquences de 900 et 1800 Hz.

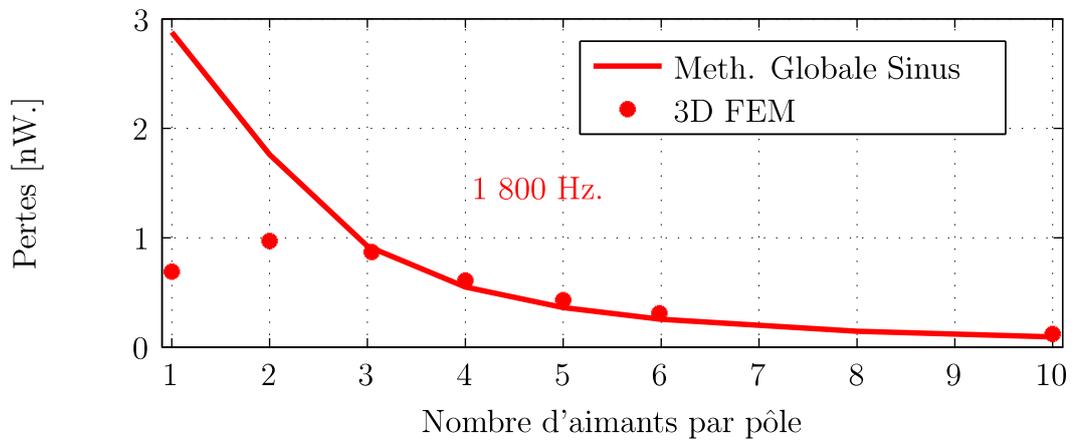
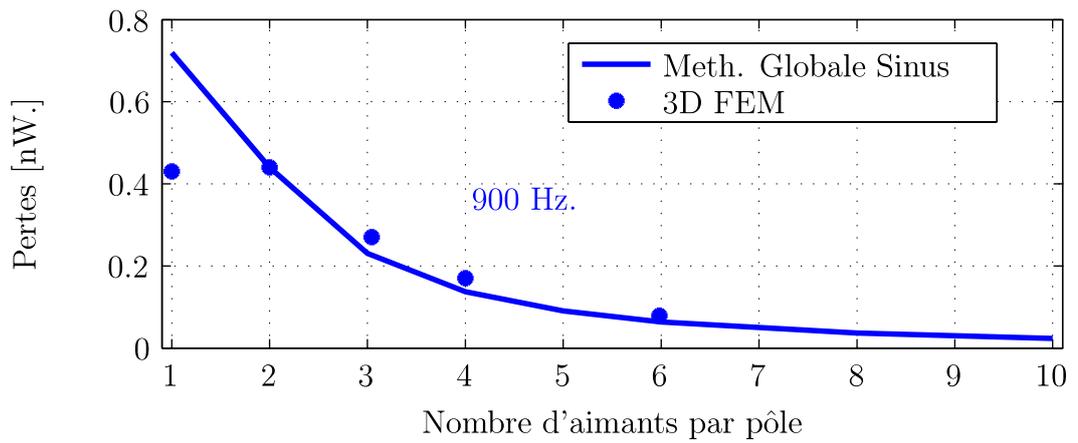


FIGURE 3.22 – Influence de la segmentation circumférentielle sur les pertes dans les aimants déterminées par la méthode globale ne tenant pas compte de l'effet de peau - Comparaison avec le calcul par éléments finis [92]

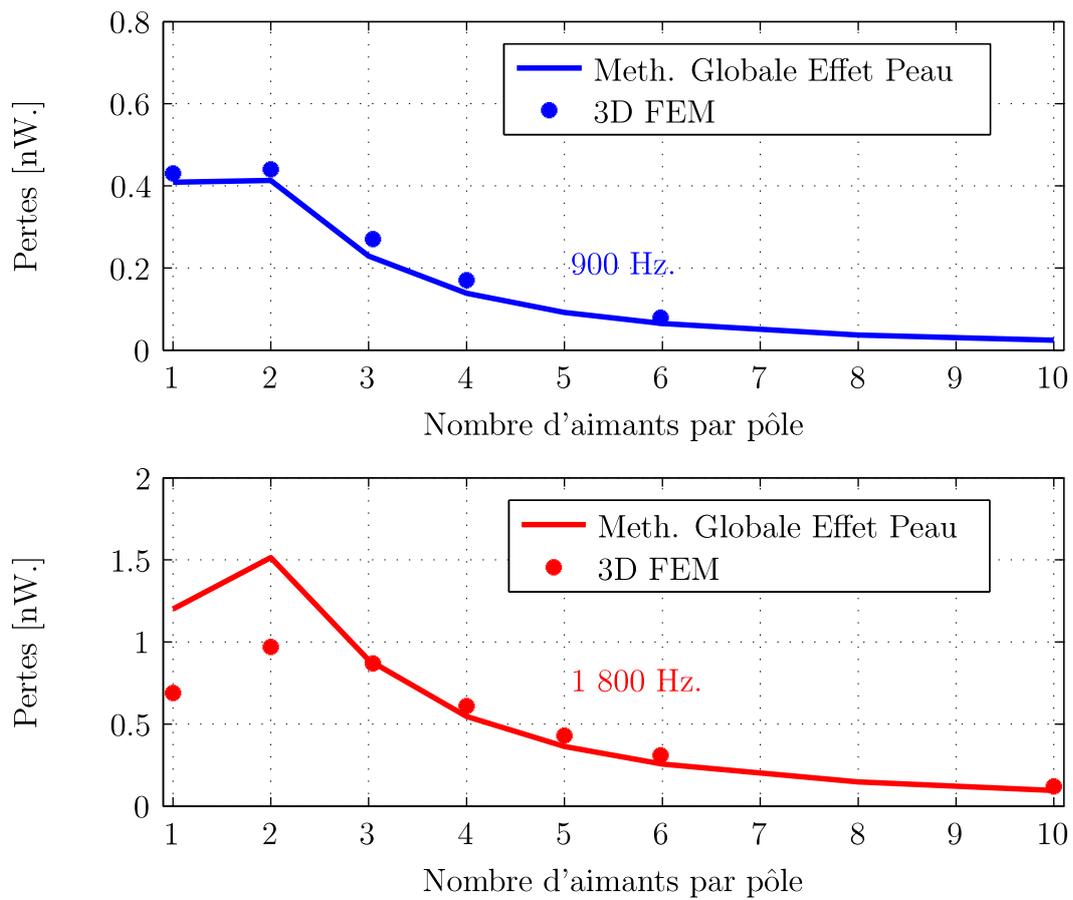


FIGURE 3.23 – Influence de la segmentation circumférentielle sur les pertes dans les aimants déterminées par la méthode globale tenant compte de l'effet de peau - Comparaison avec le calcul par éléments finis [92]

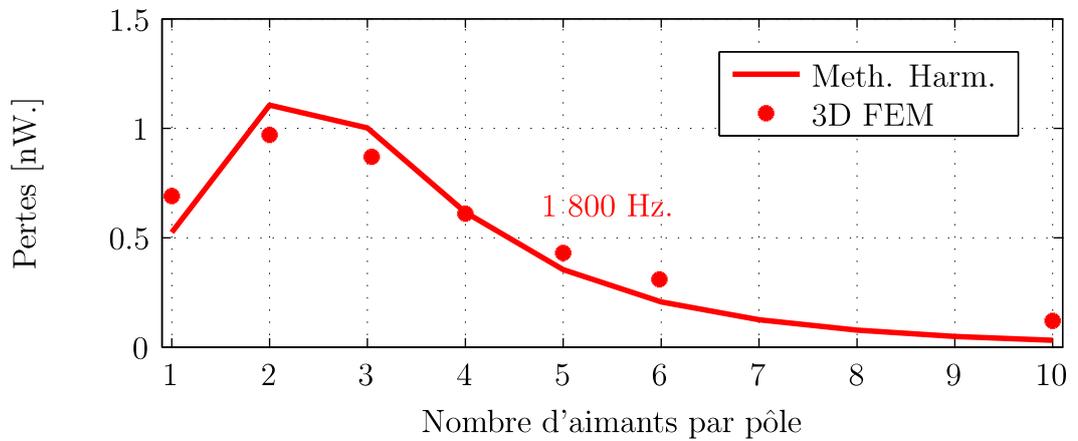
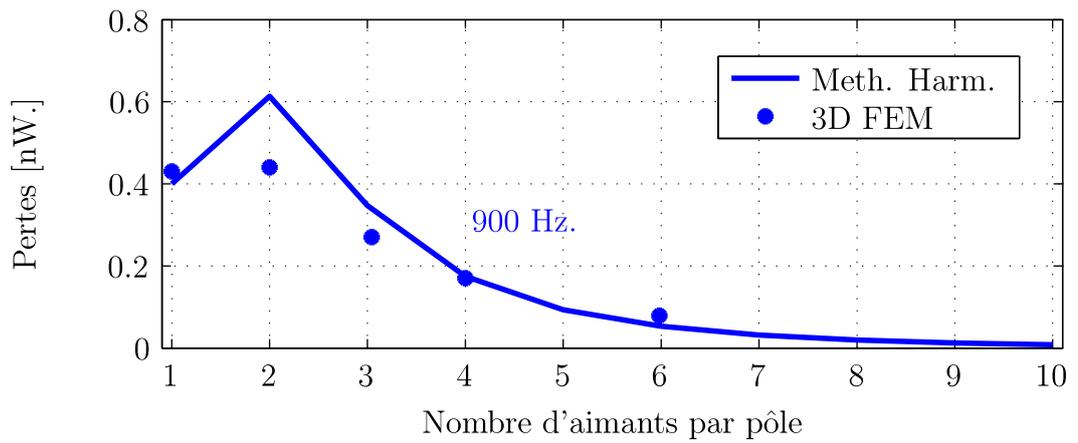


FIGURE 3.24 – Influence de la segmentation circumférentielle sur les pertes dans les aimants déterminées par la méthode harmonique - Comparaison avec le calcul par éléments finis [92]

Nous constatons que lorsque l'aimant est suffisamment segmenté, tous les modèles convergent vers les mêmes résultats. Ensuite, lorsque l'aimant n'est plus segmenté, les pertes dans les aimants présentent un pic. Ainsi, la segmentation de l'aimant n'entraîne pas toujours une réduction des pertes. Ce phénomène est directement relié à la circulation des courants dans l'épaisseur de peau selon la largeur de l'aimant puisqu'il n'apparaît pas dans le modèle global qui néglige cet effet (Fig 3.22). La segmentation des aimants conduit à une réduction des pertes lorsque la largeur de l'aimant est inférieure au double de l'épaisseur de peau.

La figure 3.25 montre que bien que l'on segmente l'aimant en deux parties, l'amplitude des courants induits ne diminue pas. On n'observe une réduction de l'amplitude des courants induits dans l'aimant que lorsque l'on a segmenté l'aimant en 3 parties, c'est à dire lorsque la demi largeur de l'aimant est inférieure à l'épaisseur de peau.

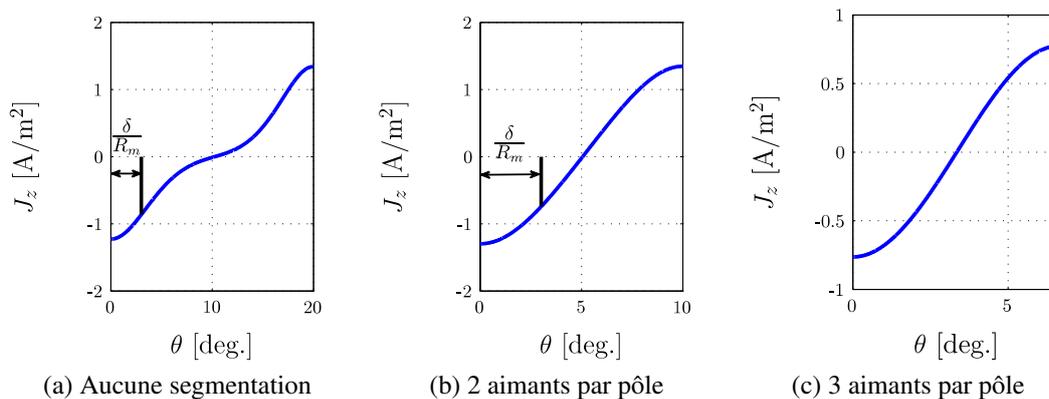


FIGURE 3.25 – Allure de la densité de courant dans un aimant à $f = 900$ Hz calculée par la méthode harmonique pour différentes segmentations de l'aimant

La méthode globale tenant compte de l'effet de peau conduit à une erreur relative inférieure à 6 % pour la fréquence de 900 Hz ; elle entraîne toutefois à une erreur relative maximale de 50 % à la fréquence de 1800 Hz. Cet écart provient de la réaction magnétique d'induit provoquée par les courants circulant dans l'aimant. La méthode harmonique reste la plus précise puisqu'elle tient compte de cette réaction magnétique d'induit.

3.3.4 Impact de la fréquence sur les pertes

En considérant la machine de 500 kW utilisée par les travaux de Bettayeb [92], nous déterminons les pertes dans les aimants dans le cas d'un seul aimant par pôle pour différentes fréquences.

La figure 3.26 présente l'influence de la fréquence sur les pertes dans les aimants calculées par nos deux méthodes analytiques et par éléments finis 3D [92]. Cette figure montre que la méthode globale considère que les pertes évoluent en fonction du carré de la fréquence. Cette évolution, qui ne tient pas compte de la réaction d'induit, correspond à celle obtenue par différents auteurs dont les méthodes ont été présentées en 3.1.

La méthode harmonique et la méthode par éléments finis 3D montrent qu'aux fréquences élevées, les pertes sont proportionnelles à la fréquence. Cette évolution s'explique par la réaction magnétique d'induit provoquée par les courants dans l'aimant.

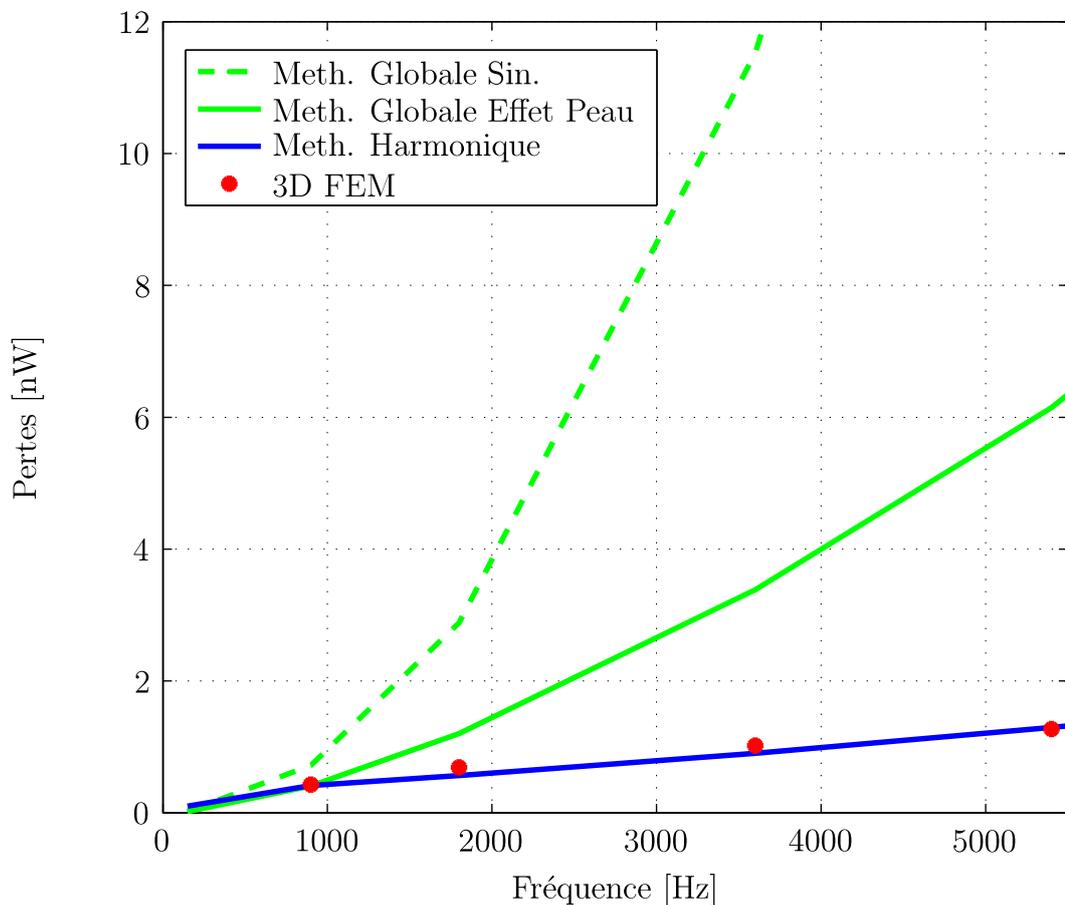


FIGURE 3.26 – Evolution des pertes dans les aimants en fonction de la fréquence de l'harmonique source - Comparaison avec le calcul par éléments finis [92]

3.4 Bilan

Dans ce chapitre, nous avons développé deux méthodes analytiques de calcul de pertes dans les aimants :

- Méthode globale tenant compte ou non de l'effet de peau ;
- Méthode harmonique décomposant en série de Fourier la force magnétomotrice sur la largeur de l'aimant.

La comparaison avec des modèles numériques 3D a permis de valider nos méthodes en termes de densité de courant induit, de pertes instantanées mais aussi en termes de pertes moyennes pour différentes segmentations circonférentielles et différentes fréquences.

L'analyse de la densité de courants induits dans l'aimant a permis de mettre en évidence la circulation des courants dans l'épaisseur de peau. Nous avons montré que ce phénomène influence l'évolution des pertes par segmentation : tant que la largeur de l'aimant est supérieure au double de l'épaisseur de peau, segmenter l'aimant entraîne une augmentation des pertes.

Parmi les méthodes étudiées, la modélisation harmonique est la plus précise car elle tient compte de la réaction magnétique d'induit. Cette méthode est très rapide comparée aux éléments finis 3D. Nous l'utiliserons lors de la procédure de dimensionnement optimal des machines synchrones à aimants déposés en surface (Chapitre 5).

CHAPITRE 4

MODÉLISATION THERMIQUE

4.1 Introduction

Les machines rapides se distinguent des machines classiques par des densités volumiques de pertes élevées. Leur faible surface d'échange thermique rend difficile l'évacuation des pertes et notamment celles localisées au rotor.

Nous nous intéressons à l'évaluation des éléments sensibles de la machine d'étude. Après avoir présenté les différentes méthodes de modélisation thermique, nous proposons une modélisation simple par réseaux de résistances thermiques avec ou sans débit refroidissant. Ce modèle est ensuite confronté à des mesures provenant de la littérature.

4.1.1 Importance de la modélisation thermique

Lors du dimensionnement des machines électriques, les matériaux indispensables au fonctionnement sont fortement influencés par leurs températures. Les spires se retrouvent en court-circuit dès que leur isolant atteint une température de fusion. Les aimants perdent significativement leurs énergies magnétisantes lorsque leurs températures augmentent et ce jusqu'à devenir irréversiblement démagnétisés.

Dans le cas de vitesses périphériques importantes, la viscosité de l'huile des roulements diminue fortement avec une augmentation de leur température. Le volume de l'huile diminuant, les billes ou galets s'étant dilatés peuvent s'écraser sur les bagues. Les roulements se retrouvent alors déséquilibrés.

Pour ces différentes raisons, la modélisation thermique des éléments

constituant les machines électriques est incontournable pour mener à bien leurs dimensionnements.

Plus la surface d'échange est importante et plus l'évacuation de la chaleur est aisée. La température maximale d'utilisation des matériaux sensibles doit être obtenue en utilisant une surface d'échange thermique minimale et donc un volume minimal.

L'échauffement des différents constituants est fortement influencé par leurs propres pertes et leurs propriétés calorifiques. La transmission de la chaleur peut s'effectuer de différentes manières :

- La conduction thermique

La conduction correspond à un transfert de chaleur entre deux points d'un solide sous l'influence d'une différence de température. Ce transfert s'effectue par un contact entre les parties d'un ou plusieurs solides sans déplacement de matière.

- La convection thermique

La convection concerne le transfert de chaleur par le déplacement d'un fluide. La nature de l'écoulement et les propriétés physiques du fluide influencent fortement l'échauffement entre le fluide et la surface de contact du solide. Chaque type d'écoulement fait l'objet d'une étude spécifique parmi lesquelles on retrouve par exemple l'écoulement de Couette/Poisueille, l'écoulement de Taylor, etc. De manière générale, en fonction de la vitesse des particules, l'écoulement est soit laminaire ou soit turbulent. Une analyse approfondie des transferts convectifs peut se retrouver dans [109].

- Le rayonnement

C'est un mode de transmission provenant d'un rayonnement électromagnétique ou d'émission de photons. Lorsque la surface extérieure de la machine est refroidie ou que sa température est proche de la température ambiante, ce mode de transmission de chaleur est négligeable..

En pratique, les machines rapides sont souvent équipées d'un système de refroidissement extérieur.

4.1.2 Technologie de refroidissement

La technologie de refroidissement est propre à l'application de la machine électrique. Lorsque le système dispose d'un circuit de refroidissement, il est souvent

possible de canaliser le fluide de refroidissement au travers de la machine. La figure 4.1 montre un exemple de refroidissement par canaux dans la carcasse d'une machine destinée à la traction automobile. La figure 4.2 présente le refroidissement d'une machine avec un ventilateur et un brasseur.

Lorsque les vitesses périphériques sont très élevées (250 à 300 m/s.), un système de refroidissement pour les roulements et les paliers est souvent mis en place en plus du système de refroidissement du moteur (Fig. 4.3).

Les méthodes de refroidissements des machines électriques sont donc propres à l'application visée. Chaque application fait alors l'objet d'une modélisation thermique spécifique.

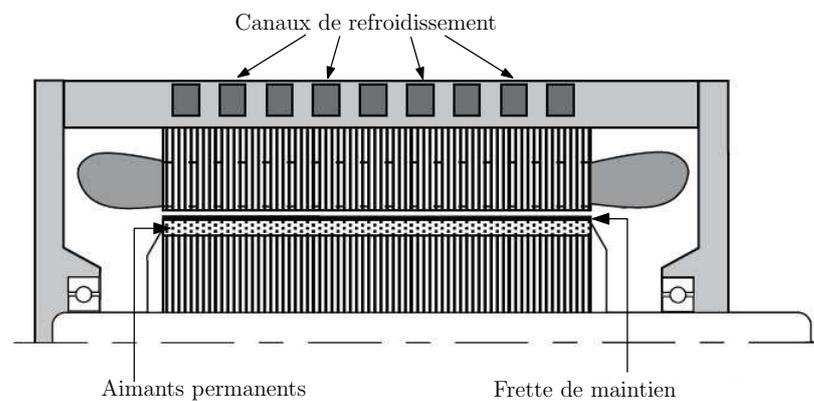


FIGURE 4.1 – Machine à aimants pour la traction automobile hybride [1]

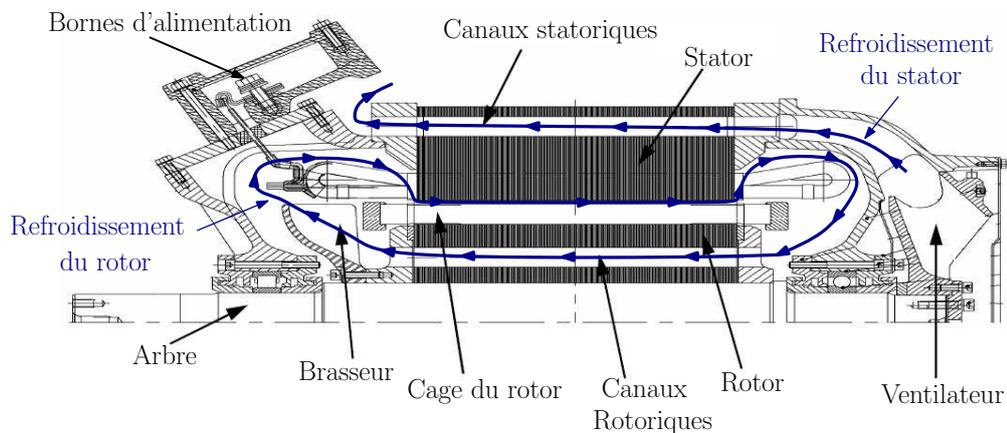
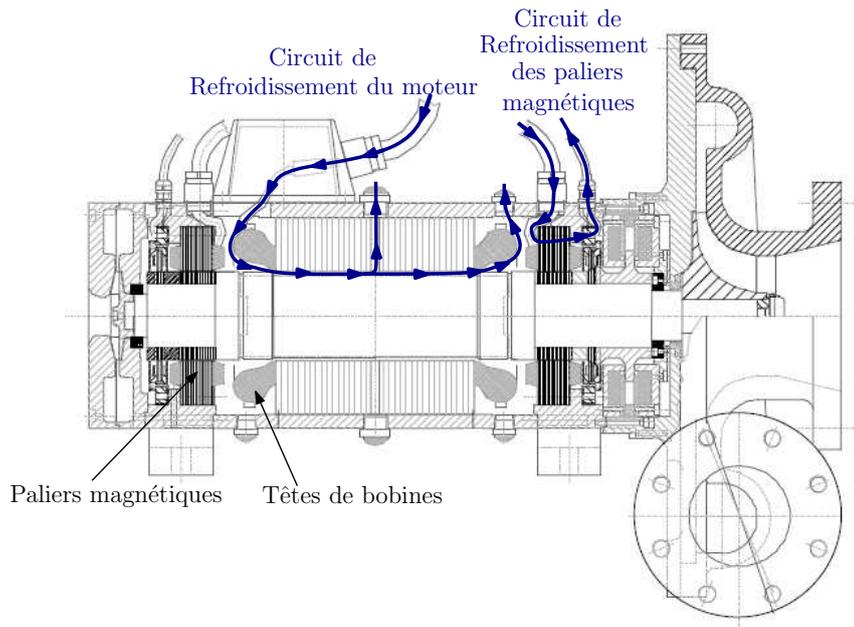
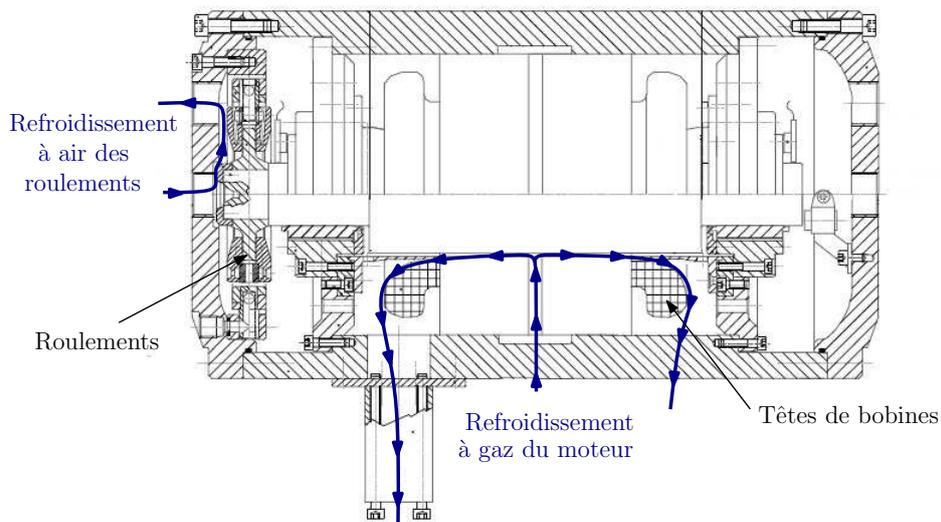


FIGURE 4.2 – Moteur asynchrone pour traction ferroviaire [110]



(a) Aspirateur



(b) Turbocompresseur

FIGURE 4.3 – Refroidissements de machines rapides incluant un circuit de refroidissement de ses paliers[89]

4.1.3 Méthodes de modélisation thermique

La détermination de la température des éléments constituant la machine électrique peut s'effectuer suivant différentes méthodes :

- Les méthodes numériques principalement par éléments ou volumes finis [110, 5] permettent d'évaluer la température dans la machine avec une précision satisfaisante mais au détriment d'une durée de simulation conséquente (plusieurs jours à plusieurs semaines selon la complexité de la géométrie).
- Les méthodes analytiques par réseaux de résistances thermiques présentent une précision relativement acceptable pour une durée de simulation très réduite (plusieurs millisecondes sur un ordinateur ordinaire) [89, 1, 2].

Afin de réduire la durée de simulation des méthodes numériques, il est possible d'initialiser la convergence du modèle à partir d'une modélisation analytique [7]. Ainsi, la durée de simulation peut être réduite à plusieurs heures.

Quelque soit le type de modélisation choisie, le couplage aérothermique provient essentiellement d'approches théoriques complétées par des analyses empiriques au travers du nombre de Nusselt. La précision sur les échanges conductifs s'apprécie d'autant que le montage entre les éléments est serré. Dans le cas où l'un des éléments est notablement rugueux, une résistance de contact vient s'ajouter entre les éléments.

Dans l'optique de dimensionner de manière optimale des machines synchrones à aimants, nous choisissons une modélisation thermique par réseaux de résistances. Cette méthode rapide permet de déterminer les températures du bobinage, des aimants et des roulements avec une précision satisfaisante [1, 2, 111].

4.2 Modélisation thermique

4.2.1 Présentation du modèle thermique

Une machine synchrone à aimants permanents peut se schématiser à partir de la coupe axiale présentée sur la figure 4.4.

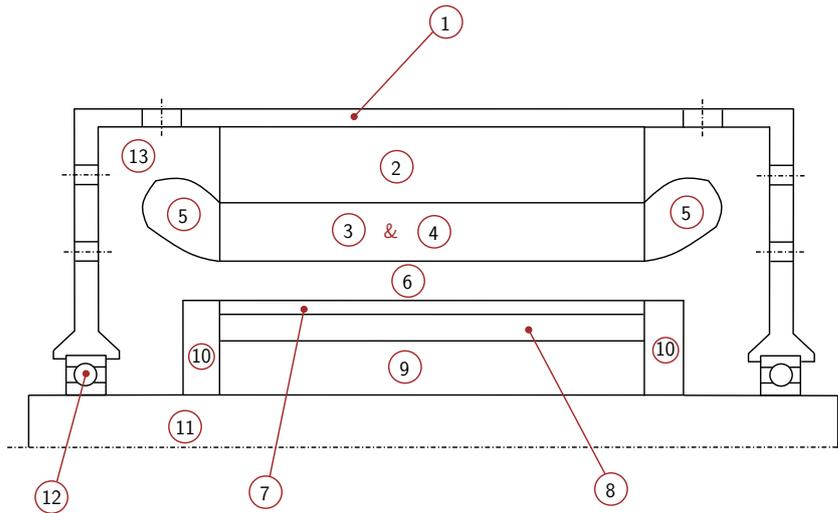


FIGURE 4.4 – Schématisation d'une machine à aimants

- | | |
|-------------------------------|----------------------------|
| 1. Carcasse et flasque (carc) | 8. Aimant (aim) |
| 2. Culasse du stator (culs) | 9. Culasse du rotor (culr) |
| 3. Dent (dent) | 10. Disque de maintien |
| 4. Bobinage (bob) | 11. Arbre du rotor (rot) |
| 5. Têtes de bobines (tet) | 12. Roulement (roul) |
| 6. Entrefer (air) | 13. Air interne autour |
| 7. Frette (fre) | des têtes de bobines (int) |

Les différents transferts de chaleur considérés dans notre modèle sont représentés sur la figure 4.5. Le flux de chaleur est canalisé vers les éléments qui présentent une faible résistance thermique si bien que les transferts conductifs sont favorisés. Les pertes au rotor peuvent s'évacuer soit au travers de l'arbre et des roulements, soit en traversant l'entrefer et le stator. Les pertes dans les têtes de bobines s'évacuent au travers de l'air interne et la carcasse.

Il existe aussi des échanges thermiques entre les disques de maintien et l'air interne. Cependant ces échanges sont relativement faibles devant les autres transferts thermiques considérés [1].

On peut dénoter trois différents types d'échanges convectifs :

– Dans l'entrefer : Écoulement de Taylor

L'écoulement de Taylor dans l'entrefer des machines électriques à pôles lisses fait apparaître des tourbillons que l'on observe aussi bien pour des régimes laminaires que turbulents.

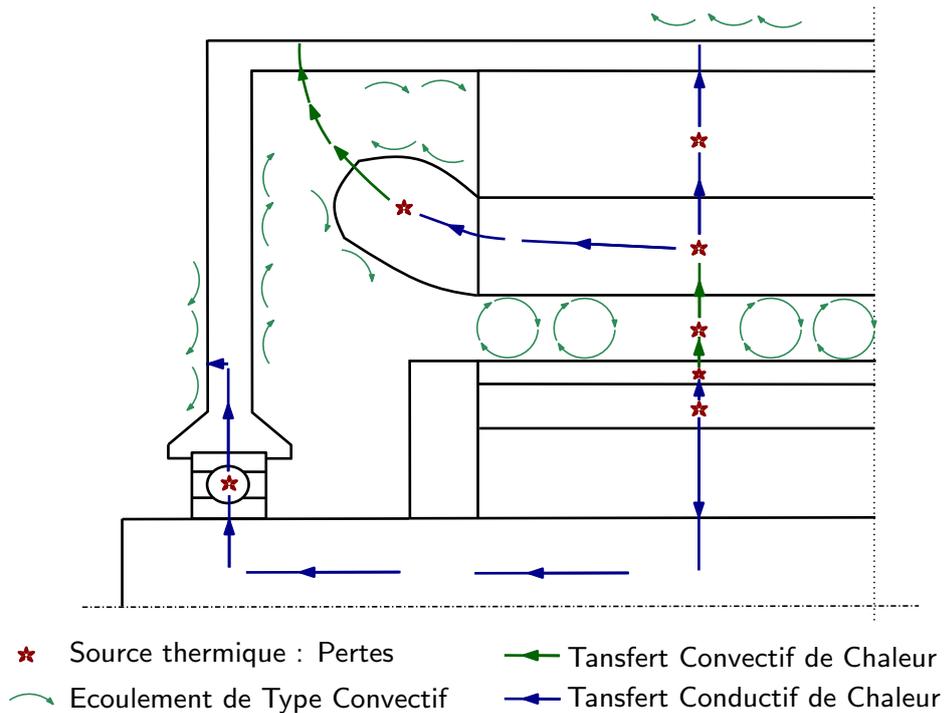


FIGURE 4.5 – Représentation des principaux transferts de chaleur dans une MSAP

- Dans l'air interne autour des têtes de bobines, nous considérons l'écoulement comme celui face à une surface plane, Lorsque les têtes de bobines sont refroidies naturellement, l'écoulement est assimilé à un transfert convectif comme celui le long d'une plaque horizontale. Le transfert thermique dépend alors de la vitesse du rotor [1, 111]. Lorsque un refroidissement externe vient souffler sur les têtes de bobines, l'échange convectif peut être interprété comme un écoulement face à une plaque verticale [89]. L'échange entre la carcasse et l'air ambiant est interprété comme un écoulement le long d'une plaque horizontale [1, 111].
- Dans l'air ambiant, l'écoulement est considéré comme celui autour d'un tube. Cet écoulement est alors modélisé comme une convection naturelle lorsque la carcasse n'est pas refroidie. Lorsque la carcasse contient des canaux de refroidissement, l'écoulement entre l'air ambiant et la carcasse est de type convection forcée qui peut se modéliser comme une imposition de température ambiante en surface extérieure de la carcasse [1].

Par la suite, un refroidissement externe sera modélisé comme une imposition de température ambiante au contact de l'élément considéré. Ainsi, un refroidissement

de la carcasse imposera une température ambiante en surface extérieure de carcasse. De même, un débit refroidissant sur les têtes de bobines sera modélisé comme une imposition de température du fluide sur les têtes de bobines.

L'analyse des transferts thermiques, schématisé par la figure 4.5, conduit au modèle en réseaux de résistances thermiques (Fig. 4.6).

Ce modèle est une simplification du modèle de Lindström [1], donné en annexe E. Les travaux de Lindström [1] montrent que les résistances thermiques entre l'aimant et l'air interne et entre les têtes de bobines et l'aimant peuvent être négligées. Nous n'avons donc pas tenu compte de ces résistances. Par ailleurs, sa modélisation de la résistance des roulements ne permet pas de prendre en compte des vitesses périphériques élevées car cette résistance devient négative. Nous avons donc adapté cette résistance aux machines rapides comme cela sera précisé par la suite.

En annexe E, nous indiquons aussi une modélisation par réseaux de résistances thermiques tenant compte des différents éléments comme les dimensions des barres d'amortisseurs éventuelles, du contact entre les aimants et la frette, etc. Toutefois, ces éléments sont difficilement modélisables. Par ailleurs, ce modèle complexe [112] ne conduit qu'à une légère amélioration de l'évaluation de la température [89, 112].

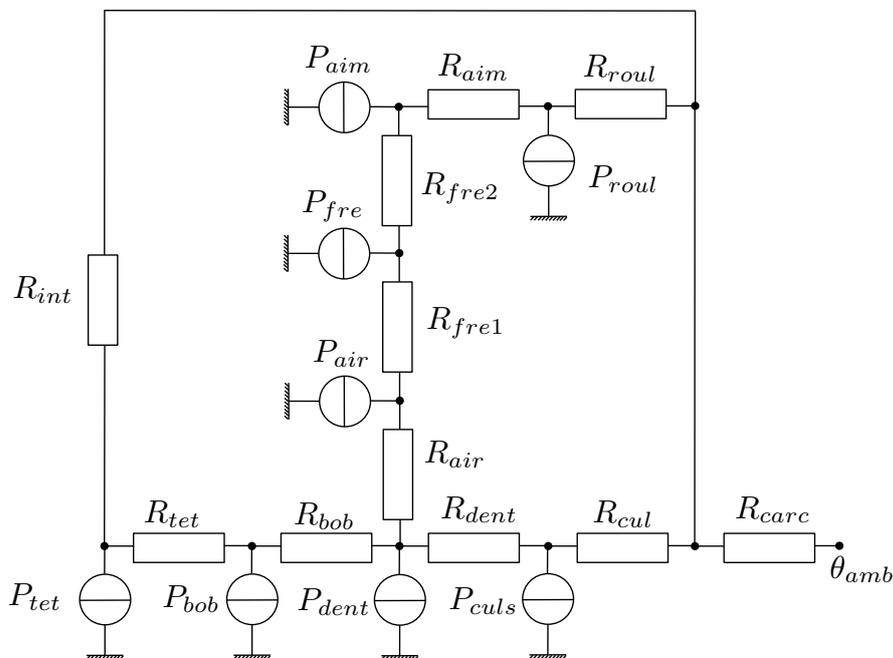


FIGURE 4.6 – Réseau de résistances thermiques modélisant la machine

Avec :

P_{tet} : Pertes dans les têtes de bobines [W.]

P_{bob} : Pertes dans le bobinage [W.]

P_{dent} : Pertes dans les dents [W.]

P_{culs} : Pertes dans la culasse stator [W.]

P_{air} : Pertes dans l'entrefer [W.]

P_{fre} : Pertes dans la frette [W.]

P_{aim} : Pertes dans les aimants [W.]

P_{roul} : Pertes dans les roulements [W.]

Les résistances thermiques données par la figure 4.6 vont être explicitées dans le paragraphe suivant.

4.2.2 Résistances thermiques du modèle

Nous allons maintenant déterminer les résistances thermiques de notre réseau modélisant la machine tournante. La température de ses éléments est déterminée en leurs centres. Lors des échanges convectifs, plusieurs expressions de résistances sont définies selon le mode de refroidissement.

Nous retenons les modes de refroidissements externes suivants :

- Sans aucun refroidissement ;
- Refroidissement par canaux dans la carcasse ;
- Refroidissement par ventilation sur les têtes de bobines.

4.2.2.1 Résistance de carcasse R_{carc}

La résistance thermique entre la carcasse et l'air ambiant comprend une partie conductive et une partie convective $R_{cv_{carc}}$. La résistance thermique correspondante au transfert conductif se détermine à partir de l'analyse connue d'une surface plane.

$$R_{carc} = \frac{1}{2} \left[\frac{h_{carc}}{\lambda_{carc} \pi L (2R + h_{carc})} \right] + R_{cv_{carc}} \quad (4.1)$$

λ_{carc} : Conductivité de la carcasse [W./(m.K.)]

h_{carc} : Hauteur de la carcasse [m.]

L : Longueur utile de la machine [m.]

R : Rayon extérieur de la machine [m.]

- Sans refroidissement - Convection naturelle

On considère que l'échange s'effectue avec de l'air dont le coefficient de

convection thermique est d'environ $h_{nat} = 10 \text{ W.K}^{-1}.\text{m}^{-2}$.

La partie convective de R_{carc} s'obtient alors par :

$$R_{cv_{carc}} = \frac{1}{h_{nat}[2\pi(R^2 - R_s^2) + 2\pi R(1 + 2k_{Lroul})L]} \quad (4.2)$$

k_{roul} est le taux de longueur des roulements sur la longueur de la machine. Ce coefficient est estimé à 30 % [28].

– Refroidissement par canaux traversant la carcasse

L'échange convectif est modélisé comme une imposition en température sur la surface extérieure de la carcasse [1]. Ainsi :

$$R_{cv_{carc}} = 0 \quad (4.3)$$

4.2.2.2 Résistance de culasse statorique R_{culs}

Cette résistance est située entre le milieu de la carcasse et le milieu de la culasse. Elle comprend une résistance correspondante à la demi hauteur de la carcasse, une résistance représentant sur la demi hauteur de la culasse ainsi qu'une résistance de contact entre la culasse et la carcasse. En effet, l'empilement des tôles ferromagnétiques contribue au contact rugueux entre la carcasse et la culasse.

$$R_{culs} = \frac{1}{2} \left[\frac{h_{carc}}{\lambda_{carc}\pi L(2R + h_{carc})} \right] + \frac{1}{2} \left[\frac{\ln(R/R_b)}{4\lambda_{culs}\pi k_{fer}L} \right] + \frac{g_e}{4\lambda_{air}\pi RL} \quad (4.4)$$

λ_{culs} : Conductivité de la culasse [W/(m.K.)]

k_{fer} : Facteur de lamination de la culasse

R_b : Rayon d'encoche de la machine [m.]

λ_{air} : Conductivité du contact film d'air [W/(m.K.)]

L'épaisseur du film d'air g_e représentant le contact varie en fonction de la puissance de la machine électrique. A partir de [1, 113], on peut estimer cette épaisseur de contact par :

Type de Machines	g_e ($\mu\text{m.}$)
Carcasse en fonte ou puissance supérieure à 100 kW	50 à 75
Carcasse en aluminium ou puissance inférieure à 100 kW	30 à 40

4.2.2.3 Résistance de dent R_{dent}

La résistance thermique des dents s'obtient à partir de l'analyse en conduction thermique connue d'un cylindre creux par :

$$R_{dent} = \frac{1}{2} \left[\frac{\ln(R_b/R_s)}{4\lambda_{dent}\pi k_d k_{fer} L} \right] + \frac{1}{2} \left[\frac{\ln(R/R_b)}{4\lambda_{culs}\pi k_{fer} L} \right] \quad (4.5)$$

λ_{dent} : Conductivité des dents [W./(m.K.)]

k_d : Taux de fer dans la zone bobinable

R_s : Rayon intérieur du stator de la machine [m.]

4.2.2.4 Résistance de bobinage R_{bob}

Le transfert thermique entre les dents et le bobinage est naturellement bidirectionnel. Un flux thermique peut s'écouler du bobinage vers la culasse et un flux thermique peut aussi s'écouler du bobinage vers les dents. On définit la résistance thermique de bobinage à partir de l'analyse de Kylander [111]. La modélisation du bobinage est schématisée sur la figure 4.7.

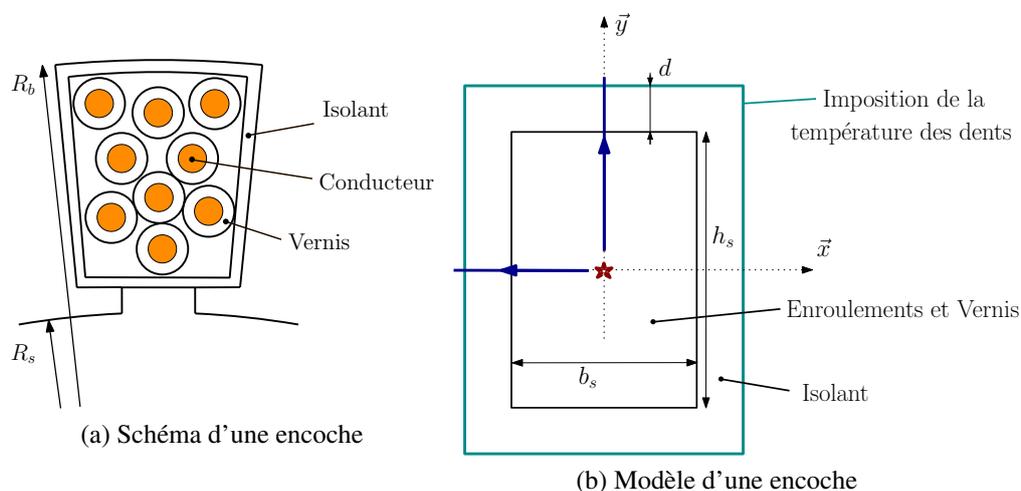


FIGURE 4.7 – Modélisation des encoches

Dans l'encoche, on distingue le bobinage et l'isolant.

Les enroulements et le vernis de l'encoche sont modélisés par un matériau équivalent. Les dimensions du bobinage sont déterminées en effectuant une transformation du repère cylindrique vers un repère cartésien. Cette transformation conserve l'aire du bobinage.

Ainsi, on obtient :

$$\begin{aligned} h_s &= R_b - R_s - 2d \\ b_s &= \frac{\pi(1 - k_d)}{Z_{enc}}(R_b + R_s) \end{aligned} \quad (4.6)$$

Z_{enc} : Nombre d'encoches
 d : Epaisseur de l'isolant

La conductivité du bobinage se détermine à partir de [114].

$$\lambda_{bob} = \lambda_{vern} \left[1 - \frac{1}{B} \left(A - \frac{\pi}{2} + \frac{2}{\sqrt{(1 - A^2)}} \arctan \left[\frac{\sqrt{1 - A^2}}{1 + A} \right] \right) \right] \quad (4.7)$$

où A et B sont des constantes définies par :

$$A = 2B \sqrt{\frac{k_{rempl}}{\pi}} \quad (4.8)$$

$$B = \frac{\lambda_{vern}}{\lambda_{cond}} - 1 \quad (4.9)$$

k_{rempl} : taux de remplissage de cuivre d'une encoche
 λ_{vern} : Conductivité du vernis des enroulements [W/(m.K)]
 λ_{cond} : Conductivité des conducteurs [W/(m.K)]

L'épaisseur du film d'isolant dépend de la tension. Pour une tension de 380V, son épaisseur d est de l'ordre de 0.3 mm pour une machine asynchrone de 15 kW [111]. Sa conductivité thermique λ_{iso} est souvent prise comme étant celle d'un isolant classique d'électrotechnique : 0.2 W/(m.K)

L'évacuation de la chaleur provenant d'une encoche est supposée bidirectionnelle en faisant apparaître les résistances unidirectionnelles :

– Résistance équivalente du bobinage par unité de longueur

$$\begin{aligned} R_{xo} &= \frac{b_s}{h_s \lambda_{bob}} \\ R_{yo} &= \frac{h_s}{b_s \lambda_{bob}} \end{aligned} \quad (4.10)$$

– Résistance du film isolant par unité de longueur

$$\begin{aligned} R_{xi} &= \frac{d}{h_s \lambda_{iso}} \\ R_{yi} &= \frac{d}{b_s \lambda_{iso}} \end{aligned} \quad (4.11)$$

L'association des différentes contributions conduit aux résistances d'encoches par unité de longueur [111] :

$$\begin{aligned} R_x &= \frac{1}{2} \left(R_{xi} + \frac{1}{6} R_{xo} \right) \\ R_y &= \frac{1}{2} \left(R_{yi} + \frac{1}{6} R_{yo} \right) \end{aligned} \quad (4.12)$$

Ainsi, la résistance de bobinage se détermine par [111, 1] :

$$R_{bob} = \frac{R_x R_y}{Z_{enc} k_{fer} L (R_x + R_y)} \left(1 - \frac{R_{xo} R_{yo}}{720 (R_{xo} + R_{yo})} \right) \quad (4.13)$$

4.2.2.5 Résistance des têtes de bobines R_{tet}

On suppose que le transfert thermique dans le bobinage s'effectue du centre de la machine vers les têtes de bobines au travers des conducteurs. La résistance se définit par :

$$R_{tet} = \frac{1}{4} \left[\frac{L + 1.2\pi R_s/p + l_{tet}}{2\lambda_{cond}\pi(1 - kd)k_{temp}(R_b^2 - R_s^2)} \right] \quad (4.14)$$

où p est le nombre de paires de pôles

Technologiquement, le retour des enroulements d'une encoche "aller" à l'encoche "retour" nécessite une longueur supplémentaire de bobinage. Empiriquement, cette longueur additionnelle l_{tet} est de l'ordre de 5 cm pour des machines de quelques dizaines de kilowatts [1, 76].

4.2.2.6 Résistance d'air interne R_{int}

La résistance thermique de l'air interne reliant la carcasse et les têtes de bobines est influencée par le refroidissement externe.

– Sans refroidissement externe, la convection s'effectue tout d'abord à la surface de la tête de bobine puis à la surface de la carcasse. L'analyse de Kylander [111, 1] définit la résistance de l'air interne par :

$$\begin{aligned} R_{int} &= \frac{1}{(6.5 + 5.25^{0.65} V_p^{0.6}) 3p\pi (R_b - R_s) (1.2\pi R_s/p + l_{tet})} \\ &+ \frac{1}{(15 + 6.75^{0.65} + V_p^{0.65}) (\pi (R^2 - R_o^2) + 4\pi R k_{roul} L)} \end{aligned} \quad (4.15)$$

k_{roul} : Taux de la longueur des roulements au rotor
sur la longueur utile de la machine ($k_{roul} = 0.3$ [28]))

R_o : Rayon de l'arbre rotorique [m.]
($R_o = 0.375 R_f$ [28])

- Avec refroidissement sur les têtes de bobines, on impose la température ambiante et on définit la résistance thermique de l'air interne en ne conservant que la convection entre l'air et la carcasse :

$$R_{int} = \frac{1}{(15 + 6.75^{0.65} + V_p^{0.65})(\pi(R^2 - R_o^2) + 4\pi R k_{roul} L)} \quad (4.16)$$

4.2.2.7 Résistance d'entrefer R_{air}

L'écoulement convectif dans l'entrefer des machines à pôles lisses a été étudié en 1960 par Taylor [115]. Cet écoulement particulier fait apparaître des tourbillons aussi bien en régime laminaire que turbulent. La modélisation de cet échange thermique fait l'objet d'un couplage entre les méthodes théoriques [109] et les méthodes empiriques [116, 117]. L'analyse théorique et expérimentale de Bouafia *et al.* [118, 119] permet de définir la résistance thermique d'entrefer sans écoulement axial. Elle s'exprime par :

$$R_{air} = \frac{1}{2} \left[\frac{\ln(R_s/R_f)}{2\lambda_{air} Nu_{air} \pi L} \right] \quad (4.17)$$

λ_{air} : Conductivité du fluide dans l'entrefer [W/(m.K.)]

R_f : Rayon de frette [m.]

Le transfert thermique est influencé par le mode d'écoulement de Taylor qui se caractérise par le nombre de Taylor modifié Ta_m [119].

$$Ta_m = \frac{\Omega^2 (R_s - R_f)^4}{\nu_{air}^2 \ln(R_s/R_f) F_g} \quad (4.18)$$

Ω : Vitesse de rotation du rotor [rad/s]

ν_{air} : Viscosité cinématique du fluide dans l'entrefer [m²/s]

F_g : Facteur géométrique, $F_g = 1$ pour les entrefers lisses

Ainsi, le nombre de Nusselt correspondant au lien entre un écoulement convectif et un transfert conductif s'exprime ainsi [119] :

- Ecoulement laminaire : $Ta_m > 1.4 \cdot 10^6$

$$Nu_{air} = 0.132 Ta_m^{0.3} \quad (4.19)$$

– Ecoulement turbulent : $Ta_m < 1.4 \cdot 10^6$

$$Nu_{air} = 0.029 Ta_m^{0.4} \quad (4.20)$$

4.2.2.8 Résistance de frette R_{fre1} et R_{fre2}

La frette est en contact avec l'entrefer (R_{fre1}) et l'aimant (R_{fre2}). Ces résistances se définissent par :

$$R_{fre1} = \frac{1}{2} \left[\frac{\ln(R_s/R_f)}{2\lambda_{air}Nu_{air}\pi L} \right] + \frac{1}{4} \left[\frac{\ln(R_f/R_m)}{2\lambda_{fre}\pi L} \right] \quad (4.21)$$

λ_{fre} : Conductivité thermique de la frette [W/(m.K.)]

R_m : Rayon d'aimant [m.]

$$R_{fre2} = \frac{1}{2} \left[\frac{R_f/R_m}{2\lambda_{fre}\pi L} \right] + \frac{1}{2} \left[\frac{R_m/R_r}{2\lambda_{aim}p\beta_{aim}L} \right] \quad (4.22)$$

λ_{aim} : Conductivité thermique de l'aimant [W/(m.K.)]

β_{aim} : Ouverture d'un pôle d'aimants [rad.]

R_r : Rayon de culasse rotorique [m.]

4.2.2.9 Résistance d'aimant R_{aim}

Le transfert entre les aimants et les roulements se décompose au travers de la culasse rotorique, l'arbre rotorique et une partie des roulements. Ainsi, on a :

$$R_{aim} = \frac{1}{2} \left[\frac{\ln(R_m/R_r)}{2\lambda_{aim}p\beta_{aim}L} \right] + \frac{\ln(R_r/R_o)}{2\lambda_{culr}\pi k_{fer}L} + \frac{R_o}{2\lambda_{rot}} + \frac{1}{4}R_{roulement} \quad (4.23)$$

λ_{culr} : Conductivité thermique de la culasse rotorique [W/(m.K.)]

λ_{rot} : Conductivité thermique de l'arbre du rotor [W/(m.K.)]

β_{aim} : Ouverture d'un pôle d'aimant [rad.]

R_r : Rayon de culasse rotorique [m.]

La résistance thermique des roulements $R_{roulement}$ dépend des dimensions des roulements ainsi que de l'huile utilisée.

La figure 4.8 présente le flux de chaleur traversant les roulements. On retrouve une partie de l'échange de chaleur par transfert conductif dans les pièces en rotation

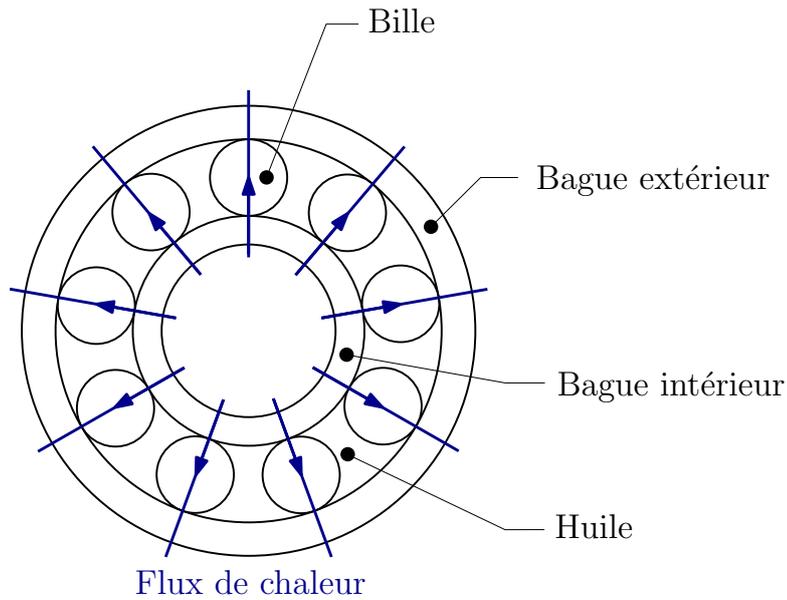


FIGURE 4.8 – Schématisation du transfert de chaleur dans les roulements

(billes, aiguilles,...) et dans les bagues ainsi qu'une partie par transfert convectif de l'huile. La figure 4.9 présente la modélisation de ces différents transferts de chaleur au travers des matériaux constituant les roulements. Le modèle thermique des roulements considère les échanges entre les bagues et les billes aux endroits où le film d'huile est le moins épais.

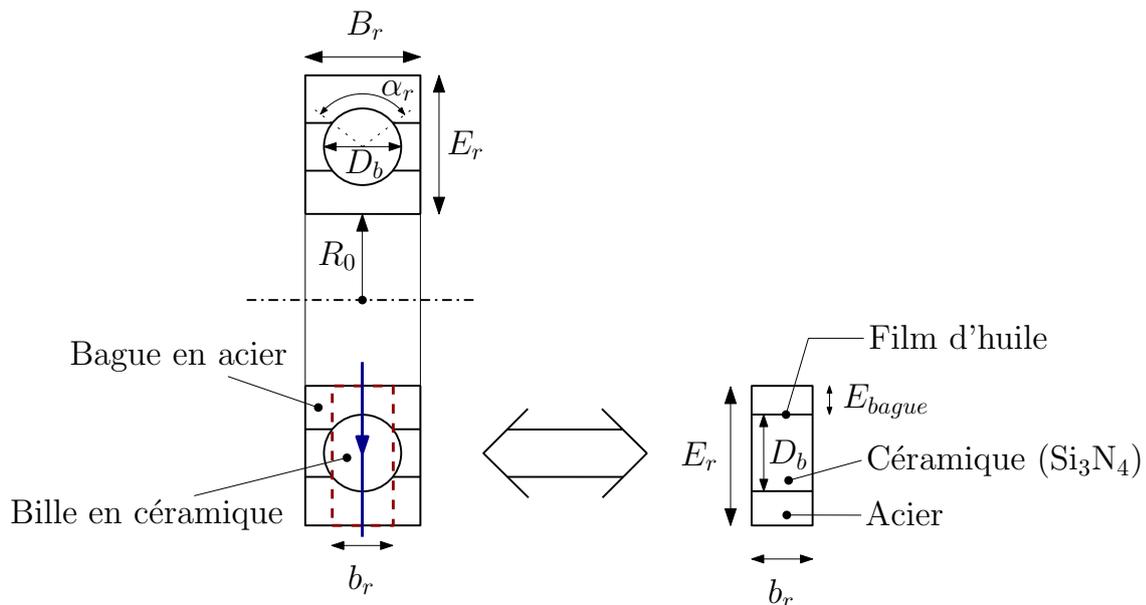


FIGURE 4.9 – Schématisation des roulements et de leur modèle

Pour des applications à hautes vitesses, nous avons retenu les roulements *Deep Groove ball bearings, Single row, Hybrid Bearings* conçus par la société SKF.

A partir des données du constructeur, il est possible de relier les dimensions des roulements au rayon d'arbre R_o :

$$\begin{aligned} E_r &= 2.2 R_o \\ D_b &= 1.43 R_o \\ E_{bague} &= 0.385 R_o \end{aligned} \quad (4.24)$$

où E_r est la distance entre le rayon intérieur et le rayon extérieur des bagues, D_b est le diamètre d'une bille et E_{bague} est l'épaisseur d'une bague.

De plus, ces roulements possèdent 9 billes. En considérant un angle α_r correspondant à la surface de contact entre une bille et les bagues de $\pi/2$, nous définissons la largeur b_r du carré correspondant à la surface de passage du flux thermique traversant d'une bille par :

$$b_r = \frac{\sqrt{2}}{2} D_b \quad (4.25)$$

A partir de l'analyse des transferts thermiques dans les roulements, nous pouvons définir la résistance des roulements par :

$$R_{roulement} = R_{bague} + R_{bille} + R_{huile} \quad (4.26)$$

La résistance thermique des bagues R_{bague} en acier dépend de la surface de contact entre les billes et les bagues. Elle s'exprime en fonction du nombre de billes N_{bille} par :

$$R_{bague} = \frac{2 E_{bague}}{\lambda_{bague} N_{bille} b_r^2} \quad (4.27)$$

De même, la résistance thermique des billes R_{bille} en céramique s'exprime par :

$$R_{bille} = \frac{D_b}{\lambda_{bille} N_{bille} b_r^2} \quad (4.28)$$

La résistance thermique de l'huile R_{huile} correspond à un échange convectif. Elle dépend de la surface de contact entre les billes et les bagues S_{huile} . Cette résistance s'exprime par [120] :

$$R_{huile} = \frac{1}{h_{huile} S_{huile}} \quad (4.29)$$

avec :

$$S_{huile} = \frac{\pi^2}{12} D_b D_m \quad (4.30)$$

où D_m est le diamètre moyen des roulements.

La résistance des roulements peut alors s'exprimer en fonction du rayon de l'arbre R_0 par :

$$R_{roulement} = \frac{0.753}{\lambda_{bague} N_{bille} R_o} + \frac{1.3986}{\lambda_{bille} N_{bille} R_o} + \frac{1}{4.94 h_{huile} R_o^2} \quad (4.31)$$

λ_{bague} : Conductivité thermique des bagues en acier ($\lambda_{acier} = 29 \text{ W/(m.K)}$)

λ_{bille} : Conductivité thermique des billes en céramique ($\lambda_{Si_3N_4} = 35 \text{ W/(m.K)}$)

N_{bille} : Nombre de billes ($N_{bille} = 9$)

Le coefficient de convection de l'huile dans un roulement à bille h_{huile} est déterminé par [120] tel que :

$$h_{huile} = 0.0986 \sqrt{\frac{0.705\Omega}{\nu_{huile}}} \lambda_{huile} \sqrt[3]{\frac{\rho_{huile} \nu_{huile} C_{p_{huile}}}{\lambda_{huile}}} \quad (4.32)$$

λ_{huile} : Conductivité thermique de l'huile ($\lambda_{huile} = 0.26 \text{ W/(m.K)}$)

ν_{huile} : Viscosité cinématique de l'huile ($\nu_{huile} = 23 \cdot 10^{-6} \text{ m}^2/\text{s}$)

ρ_{huile} : Masse volumique de l'huile ($\rho_{huile} = 990 \text{ kg/m}^3$)

$C_{p_{huile}}$: Capacité thermique massique de l'huile ($C_{p_{huile}} = 0.26 \text{ J.K}^{-1}.\text{kg}^{-1}$)

A titre d'information, Lindström [1] définit la résistance des roulements à partir du diamètre moyen du roulement D_m et de la vitesse du rotor Ω par :

$$R_{roulement} = 0.45 (0.12 - D_m) (33 - D_m \Omega) \quad (4.33)$$

Cette définition de la résistance thermique présente le défaut de devenir négative pour des vitesses périphériques élevées.

4.2.2.10 Résistance de roulements R_{roul}

La résistance entre les roulements et la carcasse peut se définir par [1] :

$$R_{roul} = \frac{1}{4} R_{roulement} \quad (4.34)$$

4.2.3 Températures des éléments de la machine

Le modèle par réseau de résistances thermiques permet de déterminer la température au milieu de chaque élément de la machine. La procédure pour déterminer la température est ainsi décrite :

1. Appliquer la conservation du flux en chaque noeud du réseau
2. Appliquer la conservation de l'échauffement en chaque maille du réseau
3. Extraire un système d'équations de taille égale au nombre de mailles

4. Résoudre le système d'équations par l'inversion d'un système matriciel ou par substitution/élimination
5. Déterminer l'échauffement aux bornes de chaque résistance thermique

Ainsi, on obtient les températures, en degré Kelvin, suivantes :

- Température de la carcasse θ_{carc} :

$$\theta_{carc} = R_{carc} \sum \text{Pertes} + \theta_{amb} \quad (4.35)$$

$\sum \text{Pertes}$: Somme des pertes [W.]
 θ_{amb} : Température ambiante [K.]

- Température de la culasse statorique θ_{culs} :

$$\theta_{culs} = \theta_{carc} + (\varphi_{dent} + P_{culs})R_{culs} \quad (4.36)$$

La puissance φ_{dent} est défini par :

$$\varphi_{dent} = \frac{D \cdot S_{tator} + B \cdot R_{rotor}}{A \cdot D + B \cdot C} \quad (4.37)$$

Avec :

$$\begin{aligned} A &= (R_{culs} + R_{dent} + R_{bob} + R_{tet} + R_{int}) \\ B &= (R_{bob} + R_{tet} + R_{int}) \\ C &= (R_{cul} + R_{dent}) \\ D &= (R_{air} + R_{fre1} + R_{fre2} + R_{aim} + R_{roul}) \\ S_{tator} &= R_{int}P_{tet} + (R_{int} + R_{tet})P_{bob} \\ &\quad + (R_{int} + R_{tet} + R_{bob})P_{dent} - R_{culs}P_{culs} \\ R_{rotor} &= R_{roul}P_{roul} + (R_{roul} + R_{aim})P_{aim} \\ &\quad + (R_{roul} + R_{aim} + R_{fre2})P_{fre} \\ &\quad + (R_{roul} + R_{aim} + R_{fre2} + R_{fre1})P_{air} - R_{culs}P_{culs} \end{aligned} \quad (4.38)$$

- Température des dents θ_{dent}

$$\theta_{dent} = \theta_{culs} + \varphi_{dent}R_{dent} \quad (4.39)$$

- Température du bobinage θ_{bob}

$$\theta_{bob} = \theta_{dent} + (\varphi_{dent} + \varphi_{air} - P_{dent})R_{bob} \quad (4.40)$$

La puissance φ_{air} traversant l'entrefer est définie par :

$$\varphi_{air} = \frac{C.S_{tator} - A.R_{otor}}{A.D + B.C} \quad (4.41)$$

- Température des têtes de bobines θ_{tet}

$$\theta_{tet} = \theta_{bob} + (\varphi_{dent} + \varphi_{air} - P_{dent} - P_{bob})R_{tet} \quad (4.42)$$

- Température de l'entrefer θ_{air}

$$\theta_{air} = \theta_{dent} - \varphi_{air}R_{air} \quad (4.43)$$

- Température de la frette θ_{fre}

$$\theta_{fre} = \theta_{air} - (\varphi_{air} + P_{air})R_{fre1} \quad (4.44)$$

- Température des aimants θ_{aim}

$$\theta_{aim} = \theta_{fre} - (\varphi_{air} + P_{air} + P_{fre})R_{fre2} \quad (4.45)$$

- Température des roulements θ_{roul}

$$\theta_{roul} = \theta_{aim} - (\varphi_{air} + P_{air} + P_{fre} + P_{aim})R_{roul} \quad (4.46)$$

4.3 Applications

Afin de valider notre modèle thermique, nous déterminons et comparons la distribution de température dans deux applications de machines à aimants issues de la bibliographie.

La première application concerne une machine synchrone à aimants pour la traction automobile hybride. Cette machine est caractérisée par une faible vitesse périphérique de 40 m/s. La seconde application se rapporte à une machine synchrone rapide à aimants pour une centrale de cogénération dont la vitesse périphérique est de 180 m/s.

Ces deux applications se distinguent aussi par leur mode de refroidissement. La machine pour motorisation hybride est refroidie par des canaux de refroidissement dans sa carcasse alors que la génératrice synchrone pour cogénération est refroidie à partir d'un compresseur à air orienté sur les têtes de bobines.

4.3.1 Machine synchrone pour motorisation hybride d'automobile (50 kW à 6 000 tr/min) [1]

Cette machine synchrone, à 2 paires de pôles, est refroidie dans la carcasse via des canaux de refroidissement à eau (Fig 4.1). Sa vitesse périphérique est de 40 m/s. Elle présente les dimensions et les propriétés physiques données dans le tableau 4.1.

A partir des dimensions de la machine et des propriétés physiques de ses matériaux, nous déterminons les différentes résistances thermiques de notre modèle (Tab. 4.2).

Lindström [1] détermine les pertes totales à partir d'essais calorimétriques en mesurant la température d'entrée et de sortie de l'eau des canaux de refroidissements. Il effectue ensuite une analyse par éléments finis pour séparer les différentes pertes que nous présentons dans le tableau 4.2. Afin de déterminer la température des différents éléments de cette machine, nous utilisons ces mesures de pertes.

Nous avons alors comparé les températures provenant de notre modèle aux mesures effectuées par Lindström [1]. La figure 4.10 présente l'élévation de la température des différents éléments de la machine. Elle montre que notre modélisation est aussi précise que celle de Lindström [1] avec des écarts relatifs de l'ordre de 2.5% par rapport aux mesures de températures. Notre modélisation présente cependant une surestimation de 16 % de la température des aimants.

Dimensions	
R [mm.]	94.5
R_b [mm.]	85.4
R_s [mm.]	65
R_f [mm.]	64.7
R_m [mm.]	63.95
R_r [mm.]	53.55
R_o [mm.]	32.3
L [mm.]	231
h_{carc} [mm.]	13.5
β_{aim} [deg.]	58.5
k_d [%]	29
k_{remp} [%]	45
k_{roul} [%]	30

Propriétés Physiques	
λ_{carc} [W/(m.K)]	230
λ_{culs} [W/(m.K)]	22
λ_{dent} [W/(m.K)]	22
λ_{culr} [W/(m.K)]	22
λ_{bob} [W/(m.K)]	0.73
λ_{fre} [W/(m.K)]	0.5
λ_{aim} [W/(m.K)]	9
λ_{rot} [W/(m.K)]	35
λ_{bague} [W/(m.K)]	35
λ_{ball} [W/(m.K)]	29
λ_{huile} [W/(m.K)]	0.26
λ_{air} [W/(m.K)]	0.025
ν_{huile} [$\mu\text{m}^2/\text{s}$]	23
ν_{air} [$\mu\text{m}^2/\text{s}$]	19.4
ρ_{huile} [kg/m^3]	990
ρ_{air} [kg/m^3]	1.184
$C_{p_{huile}}$ [J/(kg.K)]	1700

TABLE 4.1 – Dimensions et propriétés physiques de la machine synchrone de Lindström [1]

Pertes [W.]	
P_{tet}	513
P_{bob}	822
P_{dent}	387
P_{culs}	464
P_{air}	60
P_{aim}	22
P_{fre}	0
P_{roul}	30

Résistances thermiques [mK./W.]	
R_{carc}	0.20
R_{culs}	6.22
R_{dent}	8.46
R_{bob}	6.02
R_{tet}	41.6
R_{int}	763
R_{air}	50.6
R_{fre1}	33.3
R_{fre2}	10.5
R_{aim}	471
R_{roul}	141

TABLE 4.2 – Pertes données par Lindström [1] et résistances thermiques calculées par notre modèle

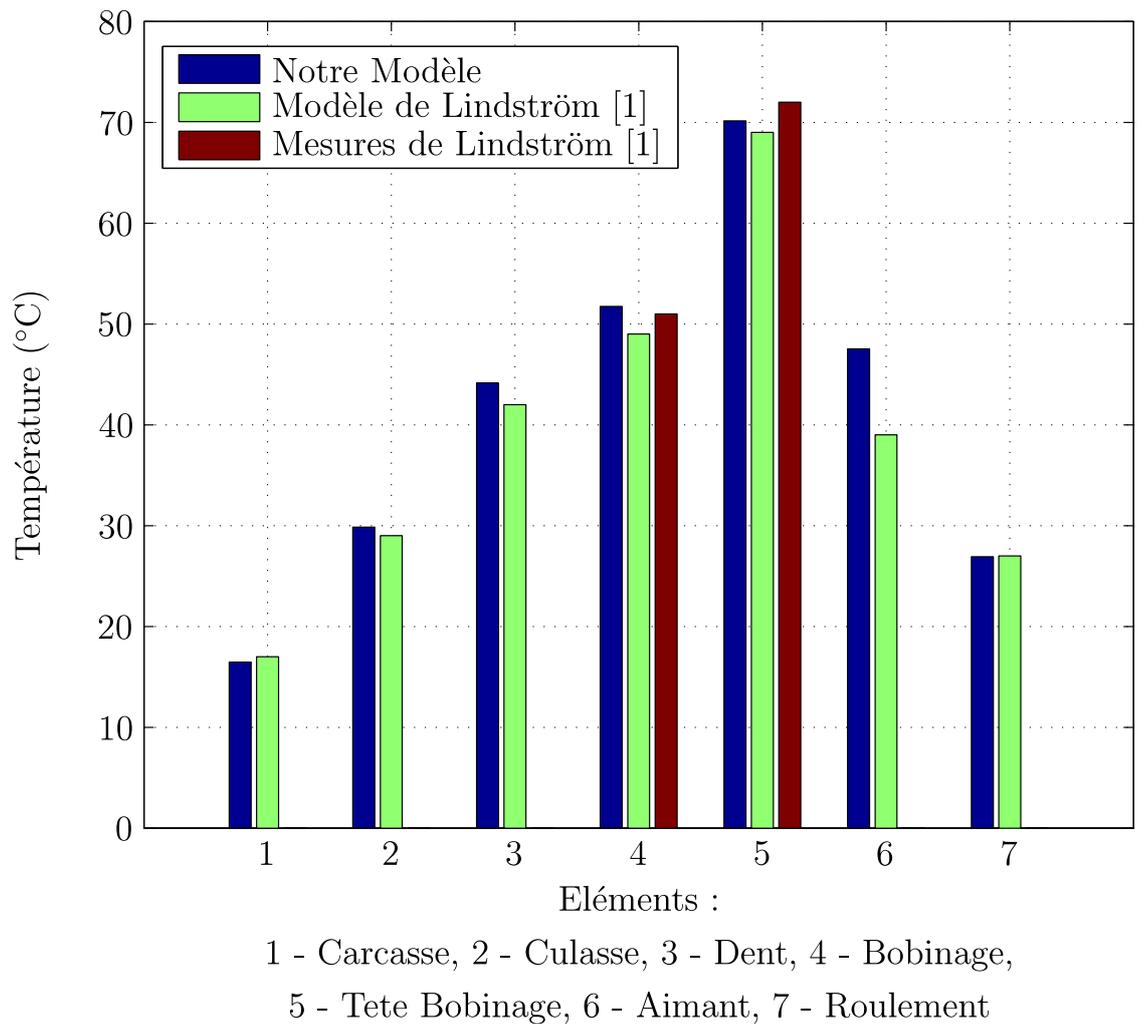


FIGURE 4.10 – Évolution des températures de la machine pour motorisation hybride

La relativement bonne corrélation entre notre modèle, les mesures et le modèle de Lindström [1] montre qu'il est possible de négliger les résistances thermiques modélisant les transferts convectifs entre l'air interne et les aimants et entre les têtes de bobines et les aimants. De plus, l'expression de la résistance des roulements que nous avons introduite reste cohérente puisque la température des roulements est sensiblement la même quelque soit le modèle utilisé.

4.3.2 Machine synchrone pour centrale de cogénération (110 kW à 70 000 tr/min) [2]

Cette machine synchrone, à 2 paires de pôles, est refroidie dans la carcasse via un compresseur à air orienté sur les têtes de bobines [15]. Elle présente une vitesse périphérique de 180 m/s. Ses aimants sont maintenus avec une frette en cuivre

conductrice.

Nous avons extrapolé ses dimensions à partir des figures de la machine [2]. Ses dimensions ainsi que les propriétés physiques des matériaux sont données dans le tableau 4.3.

Dimensions		Propriétés Physiques	
R [mm.]	67.5	λ_{carc} [W/(m.K)]	230
R_b [mm.]	50.9	λ_{culs} [W/(m.K)]	22
R_s [mm.]	33.7	λ_{dent} [W/(m.K)]	22
R_f [mm.]	29.9	λ_{culr} [W/(m.K)]	22
R_m [mm.]	29.1	λ_{bob} [W/(m.K)]	0.73
R_r [mm.]	23.8	λ_{fre} [W/(m.K)]	394
R_o [mm.]	11.2	λ_{aim} [W/(m.K)]	9
L [mm.]	160	λ_{rot} [W/(m.K)]	35
h_{carc} [mm.]	13.5	λ_{bague} [W/(m.K)]	35
β_{aim} [deg.]	70	λ_{ball} [W/(m.K)]	29
k_d [%]	29	λ_{huile} [W/(m.K)]	0.26
k_{remp} [%]	45	λ_{air} [W/(m.K)]	0.025
k_{roul} [%]	30	ν_{huile} [$\mu\text{m}^2/\text{s}$]	23
		ν_{air} [$\mu\text{m}^2/\text{s}$]	19.4
		ρ_{huile} [kg/m^3]	990
		ρ_{air} [kg/m^3]	1.184
		$C_{p_{huile}}$ [J/(kg.K)]	1700

TABLE 4.3 – Dimensions et propriétés physiques de la machine synchrone de Aglén [2]

Aglén [2, 15] détermine les pertes à partir d’essais calorimétriques. Il mesure les températures d’entrée et de sortie des fluides refroidissant le stator, le rotor et les roulements. Il détermine alors les pertes au stator, dans les roulements et au rotor. En effectuant deux tests, l’un à tension nominale et l’autre à tension réduite, il sépare les pertes fer des pertes aérodynamiques.

La séparation des pertes dans la frette en cuivre et des pertes dans les aimants Nd-Fe-B s’effectue à partir d’une analyse par éléments finis.

Le tableau 4.4 donne les pertes ainsi déterminées pour trois vitesses différentes. Nous utilisons ces mesures de pertes dans notre modélisation thermique.

A partir des dimensions et des propriétés physiques des éléments du moteur, nous calculons à partir de notre modélisation les résistances thermiques propres à chaque test (Tab. 4.5).

Les figures 4.11a, 4.11b et 4.11c présentent l’élévation de la température dans le bobinage, les têtes de bobines et les aimants pour différentes vitesses de rotation de la machine rapide à aimants permanents.

Pertes à 51 ktr/min [W.]	
P_{tet}	136.96
P_{bob}	193.03
P_{dent}	777.8
P_{culs}	292.3
P_{air}	520
P_{aim}	5
P_{fre}	157
P_{roul}	255

Pertes à 61 ktr/min [W.]	
P_{tet}	163.8
P_{bob}	226.2
P_{dent}	894.1
P_{culs}	336
P_{air}	760
P_{aim}	5
P_{fre}	184
P_{roul}	305

Pertes à 70 ktr/min [W.]	
P_{tet}	184.8
P_{bob}	255.2
P_{dent}	996
P_{culs}	374
P_{air}	1060
P_{aim}	3
P_{fre}	121
P_{roul}	350

TABLE 4.4 – Pertes de la machine synchrone [2]

	51 ktr/min	61 ktr/min	70 ktr/min
R_{int} [mK./W.]	401	374	353
R_{air} [mK./W.]	46.3	40.1	36.0
R_{fre1} [mK./W.]	23.2	20.1	18.0
R_{aim} [mK./W.]	3383	3352	3330
R_{roul} [mK./W.]	582	551	529
R_{carc} [mK./W.]	0.39		
R_{culs} [mK./W.]	15.8		
R_{dent} [mK./W.]	20.0		
R_{bob} [mK./W.]	20.3		
R_{tet} [mK./W.]	59.4		
R_{fre2} [mK./W.]	14.3		

TABLE 4.5 – Résistances thermiques calculées par notre modèle - Machine d'Aglén [2]

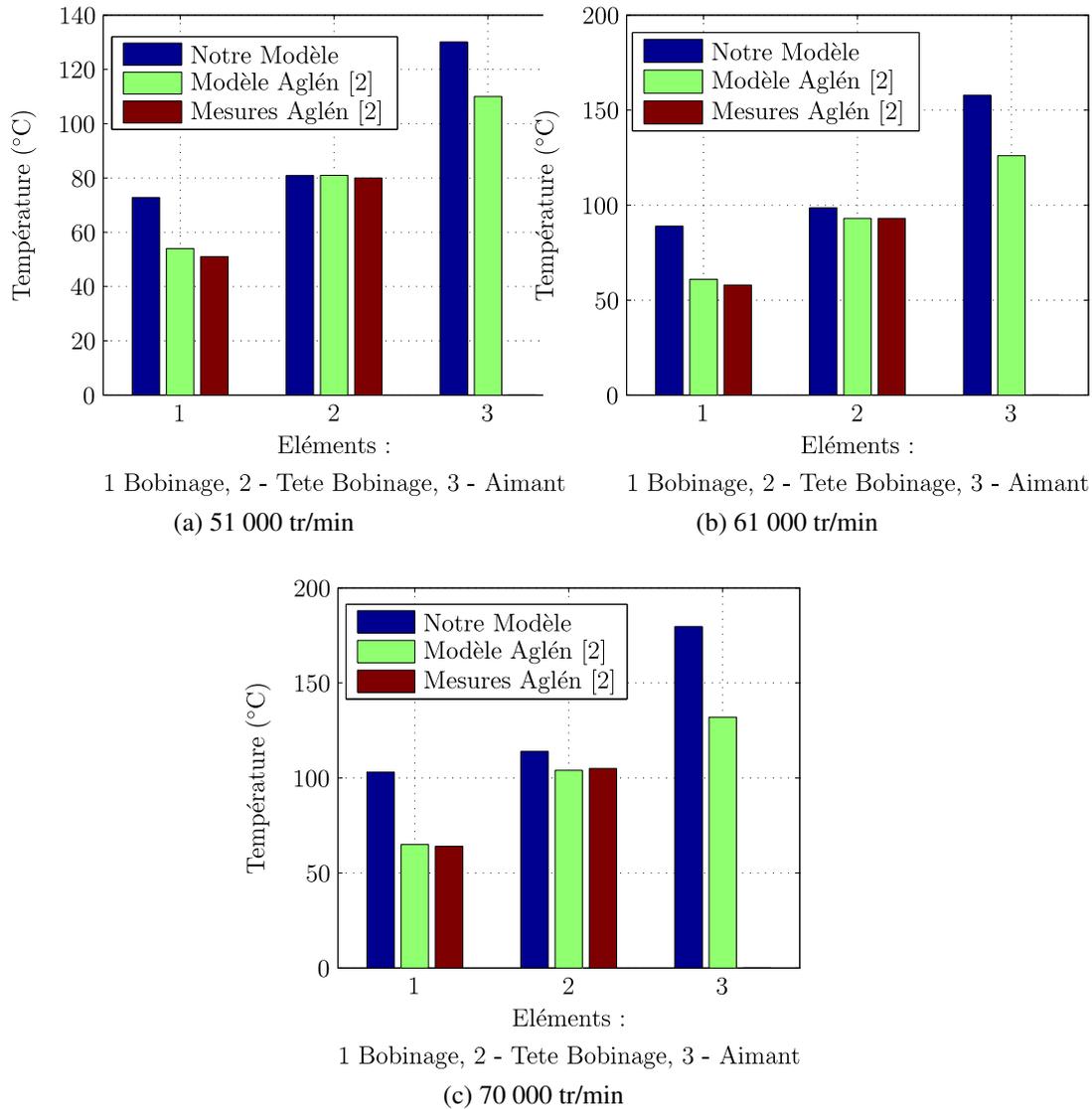


FIGURE 4.11 – Evolution des températures de la machine rapide à aimants permanents pour différentes vitesses [2]

On constate que notre modèle conduit à une bonne précision de la température des têtes de bobines avec un écart relatif de l'ordre de 8% par rapport aux mesures. Néanmoins, notre modélisation surestime la température des aimants avec + 18% à 36% d'erreur relative et la température du bobinage avec + 34% à 58% d'erreur relative. Cette imprécision peut provenir de notre modélisation de l'écoulement dans l'entrefer qui néglige le débit axial de refroidissement alors que la machine d'Aglén [2] est refroidie par un débit axial dans l'entrefer.

La modélisation d'Aglén [2] conduit à des températures proches de ses mesures. Son modèle basée sur l'analyse de Saari [89], reste complexe si bien qu'il est difficilement implémentable dans une procédure d'optimisation.

4.4 Bilan

Cette étude a permis d'élaborer un modèle permettant l'évaluation de la température des différents éléments constituant une machine à aimants permanents. Nous avons considéré trois modes de refroidissement :

- Sans système de refroidissement
- Refroidissement par canaux traversant la carcasse
- Refroidissement par ventilation/compression sur les têtes de bobines

Au travers d'un réseau de résistances thermiques, la température des pièces de la machine électrique a été estimée pour deux applications correspondantes à des vitesses périphériques différentes :

- Machine synchrone pour motorisation hybride d'automobile
50 kW - 6 ktr/min - 40 m/s - Refroidie par canaux dans la carcasse
- Machine synchrone pour centrales de cogénération
110 kW - 70 ktr/min - 180 m/s - Refroidie par ventilation sur têtes de bobines

Une précision acceptable de notre modèle est obtenue pour les machines à refroidissement par canaux dans la carcasse (erreur < 16%). Lors d'un refroidissement par ventilation/compression sur les têtes de bobines, notre modélisation évalue convenablement la température des têtes de bobines (erreur < 8%). Néanmoins, elle surestime la température des aimants et celle du bobinage.

En tenant compte de l'ensemble des travaux développés dans les chapitres précédents, nous pouvons désormais dimensionner de manière optimale les machines synchrones rapides à aimants permanents déposés en surface.

CHAPITRE 5

DIMENSIONNEMENT OPTIMAL

Le dimensionnement optimal des machines électriques revient souvent à maximiser sa puissance tout en minimisant son volume ou sa masse. La procédure doit tenir compte des différentes contraintes. On doit, par exemple, vérifier que la température n'excède pas celle maximale admissible.

Comme indiqué auparavant, nous nous intéressons aux modélisations analytiques présentées dans les chapitres précédents. Ces modèles analytiques permettent un dimensionnement optimal des machines à aimants relativement rapide. Nous commencerons par présenter deux démarches de conception optimale des machines synchrones à aimants permanents. Nous continuerons en présentant l'algorithme d'optimisation que nous utiliserons pour effectuer le dimensionnement optimal de ces machines. Ensuite, nous déterminerons les fonctions objectives, les variables d'optimisation et les contraintes que notre procédure d'optimisation devra respecter. Ainsi, nous poursuivrons en montrant l'influence des pertes dans les aimants sur les performances optimales. Enfin, nous déterminerons les limites de faisabilité des machines synchrones à aimants permanents pour différents types d'aimants.

5.1 Démarches d'optimisation

Les modélisations électromagnétique, thermique et mécanique de la machine, développées dans les chapitres précédents, permettent d'évaluer les performances de la machine et ses contraintes à partir de la connaissance de sa structure, de ses dimensions et de ses matériaux constitutifs. Ces modèles sont implémentés dans un algorithme itératif d'optimisation qui choisit judicieusement les différentes variables à optimiser (dimensions, nombres de spires, ...) afin de respecter les

performances imposées par le cahier des charges.

Lorsque le modèle de la machine est suffisamment simple, il peut être inversé analytiquement afin d'exprimer les dimensions et les sources de la conversion électromécanique (force magnétomotrice, induction dans l'entrefer) en fonction de ses performances. Le dimensionnement est alors très rapide puisqu'il ne nécessite pas de processus itératif.

5.1.1 Approche directe par inversion du modèle

L'approche directe, développée au laboratoire *IREENA* [121, 29, 122], consiste à réaliser le dimensionnement par maximisation de la puissance volumique de manière analytique. La modélisation des pertes, de l'échauffement et de la puissance électromagnétique de la machine synchrone à aimants permanents déposés en surface doit donc rester relativement simple afin de déterminer l'optimum en annulant les dérivées de la puissance volumique en fonction des différentes variables d'optimisation.

En considérant une induction d'excitation dans l'entrefer à répartition sinusoïdale d'amplitude B_0 et une force magnétomotrice d'induit sinusoïdale de valeur efficace ε_s , la puissance électromagnétique d'une machine synchrone triphasée peut s'exprimer par [121, 122] :

$$P_{emg} = \frac{12}{\sqrt{2}} R_s L B_0 \varepsilon_s p \Omega \quad (5.1)$$

Avec :

R_s : rayon intérieur du stator [m.]

L : longueur utile de la machine [m.]

B_0 : amplitude de l'induction dans l'entrefer [T.]

p : nombre de paires de pôles

Ω : vitesse de rotation du rotor [rad/s]

En considérant le rayon extérieur du stator R , la puissance volumique s'écrit alors :

$$P_{vol} = \frac{12}{\pi\sqrt{2}} \frac{R_s}{R} B_0 \varepsilon_s p \Omega = \alpha B_0 \varepsilon_s \quad (5.2)$$

avec :

$$\alpha = \frac{12}{\pi\sqrt{2}} \frac{R_s}{R} p \Omega \quad (5.3)$$

De même, les pertes fer et les pertes Joule peuvent s'écrire [121, 122] :

$$P_{joule} = \frac{144}{\pi} \rho_{Cu} \frac{k_L L}{k_{rempl} (1 - k_d)} \frac{p^2}{R_b^2 - R_s^2} \varepsilon_s^2 \quad (5.4)$$

$$P_{fer} = k_{add} [k_{fouc} (p \Omega)^2 + k_{hyst} p \Omega] \left[\frac{R_b^2 - R_s^2}{k_d} + \frac{\pi^2 R_s^2 (R + R_b)}{4p^2 (R - R_b)} \right] \pi L B_0^2 \quad (5.5)$$

avec :

ρ_{Cu} : résistivité du cuivre [$\Omega.m$]

k_L : coefficient de longueur additionnelle des têtes de bobines

k_{rempl} : coefficient de remplissage de cuivre dans les encoches

k_d : taux de fer dans la zone bobinable

R_b : rayon d'encoche [m.]

k_{add} : coefficient additionnel des pertes fer

k_{fouc} : coefficient des pertes fer par courants de Foucault

k_{hyst} : coefficient des pertes fer par hystérésis

Les pertes aérodynamiques P_{aero} se déterminent comme nous l'avons montré en 2.3 en considérant une épaisseur d'entrefer mécanique donnée par la relation 2.78.

En considérant la température homogène dans la machine à aimants, l'échauffement maximal peut être approximé par [121, 122] :

$$\Delta\theta_{max} = \frac{\Sigma \text{Pertes}}{h_{cv} S_{ech}} = \frac{P_{fer} + P_{joule} + P_{aero}}{h_{cv} S_{ech}} \quad (5.6)$$

La surface d'échange S_{ech} peut être choisie égale à $2\pi RL$.

On introduit le facteur Θ qui correspond, à puissance aérodynamique donnée, aux pertes Joule et aux pertes fer maximales pouvant être évacuées à travers la surface S_{ech} .

$$\Theta = h_{cv} \Delta\theta_{max} 2\pi RL - P_{aero} \quad (5.7)$$

La substitution des équations 5.4 et 5.5 dans la formulation 5.7 conduit à :

$$\Theta = \beta \varepsilon_s^2 + \gamma B_0^2 \quad (5.8)$$

avec :

$$\beta = \frac{144}{\pi} \rho_{Cu} \frac{k_L L}{k_{rempl} k_d} \frac{p^2}{R_b^2 - R_s^2} \quad (5.9)$$

$$\gamma = k_{add} [k_{fouc} (p\Omega)^2 + k_{hyst} p\Omega] \left[\frac{R_b^2 - R_s^2}{k_d} + \frac{\pi^2 R_s^2 (R + R_b)}{4p^2 (R - R_b)} \right] \pi L \quad (5.10)$$

L'équation 5.8 est celle d'une ellipse où la maximisation du produit ($B_0 \varepsilon_s$), c'est à dire de la puissance volumique, revient à maximiser l'aire de la surface hachurée représentée sur la figure 5.1.

On peut alors déterminer l'amplitude optimale de l'induction dans l'entrefer $B_{0\,opt}$ et la valeur efficace optimale de la force magnétomotrice $\varepsilon_{s\,opt}$.

$$B_{0\,opt} = \sqrt{\frac{\Theta}{2\beta}} \quad (5.11)$$

$$\varepsilon_{s\,opt} = \sqrt{\frac{\Theta}{2\gamma}} \quad (5.12)$$

Ces valeurs optimales conduisent à l'égalité des pertes joules et des pertes fer.

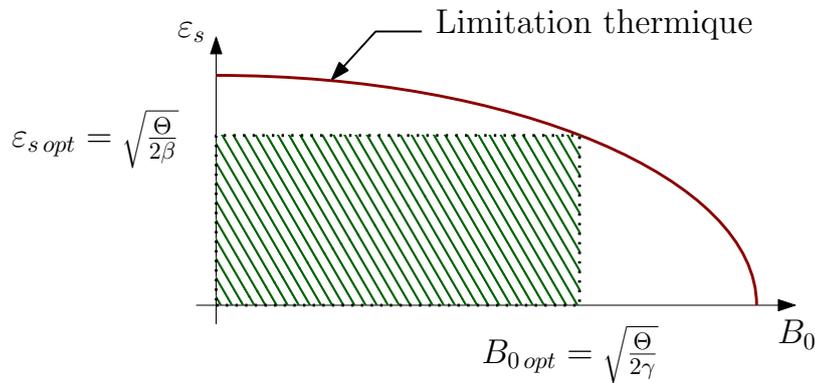


FIGURE 5.1 – Représentation géométrique de la maximisation de la puissance volumique en fonction de l'amplitude de l'induction dans l'entrefer B_0 et de la valeur efficace de la force magnétomotrice ε_s

A partir des équations 5.2, 5.11 et 5.12, l'expression de la puissance volumique peut alors s'exprimer par :

$$P_{vol} = \frac{\sqrt{2}}{2} h_{cv} \Delta\theta_{max} \sqrt{\frac{p\Omega}{k_{add} [k_{fouc} p\Omega + k_{hyst}] + p^2 \rho_{Cu} \frac{k_L}{k_{remp} k_d}}} \quad (5.13)$$

$$\sqrt{\frac{4p^2 k_d r_s^2 (r_b^2 - r_s^2) (1 - r_b)}{4p^2 (r_b^2 - r_s^2) (1 - r_b) + \pi^2 k_d r_s^2 (1 + r_b)}}$$

Dans cette expression, on retrouve :

- la contrainte thermique avec h_{cv} et $\Delta\theta_{max}$;
 - les paramètres liés au bobinage avec k_{temp} , k_L et ρ_{Cu} ;
 - les paramètres liés au matériau ferromagnétique avec k_{add} , k_{hyst} et k_{fouc} ;
 - les paramètres géométriques avec r_b , r_s (rayons normalisés) et k_d .
- $r_b = R_b/R$ et $r_s = R_s/R$

Après avoir choisi un matériau ferromagnétique, un bobinage, un mode de refroidissement, une température maximale admissible, une vitesse de rotation et un nombre de paires de pôles, la maximisation de la puissance volumique revient ainsi à la maximisation de la fonction suivante :

$$\mathcal{F}(r_s, r_b) = \frac{4p^2 k_d r_s^2 (r_b^2 - r_s^2) (1 - r_b)}{4p^2 (r_b^2 - r_s^2) (1 - r_b) + \pi^2 k_d r_s^2 (1 + r_b)} \quad (5.14)$$

Afin de déterminer les dimensions optimales $r_{s\ opt}$ et $r_{b\ opt}$, on calcule les dérivées de la fonction $\mathcal{F}(r_s, r_b)$ par rapport à r_s et par rapport à r_b . En annulant ces dérivées, le maximum de la puissance volumique se détermine en résolvant le système d'équation suivant :

$$\begin{cases} [k_d \pi^2 (1 + r_b) + 8p^2 (1 - r_b)] r_s^4 \\ -16p^2 (1 - r_b) r_b^2 r_s^2 + 8p^2 (1 - r_b) r_b^4 = 0 \\ -r_b^3 - r_b^2 + r_b + r_s^2 = 0 \end{cases} \quad (5.15)$$

Pour un rapport de la largeur d'une dent sur le pas dentaire $k_d = 0.5$, la figure 5.2 présente l'évolution des rayons normalisés optimums en fonction du nombre de paires de pôles.

Afin de déterminer le nombre de paires de pôles optimal, on détermine la puissance volumique maximale en tenant compte des contraintes mécaniques que nous rappelons.

Les efforts centrifuges au rotor sont limités en imposant la vitesse périphérique V_p et la vitesse de rotation du rotor. On en déduit alors le rayon intérieur du stator :

$$R_s = \frac{V_p}{\Omega} \quad (5.16)$$

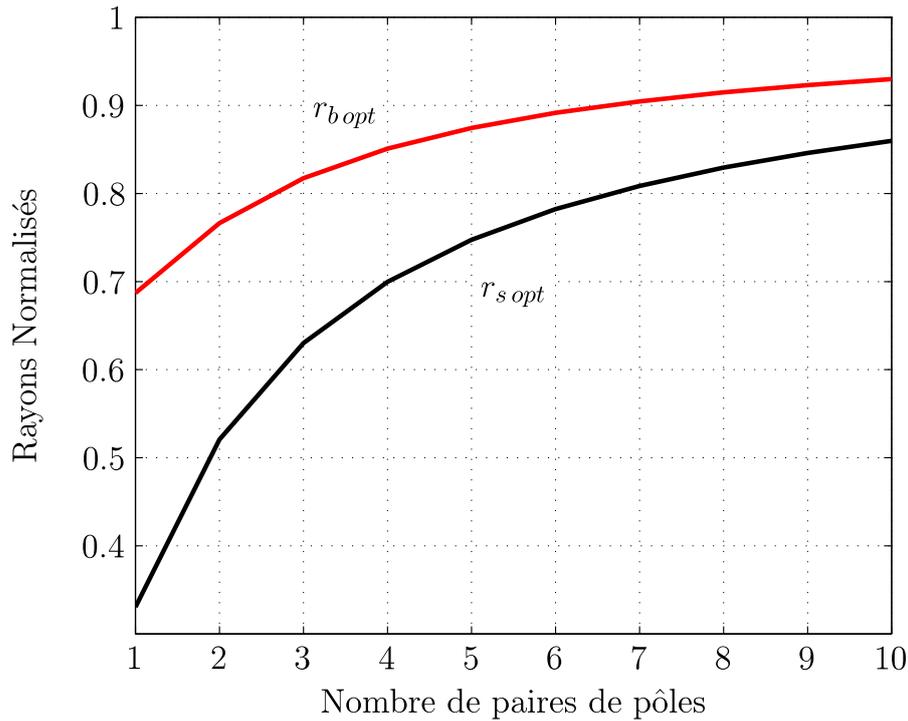


FIGURE 5.2 – Evolution des rayons normalisés optimums $r_{s\ opt}$ et $r_{b\ opt}$ en fonction du nombre de paires de pôles pour un rapport $k_d = 0.5$

Afin d’assurer que la vitesse du rotor n’atteint pas sa vitesse de résonance, nous fixons un rapport de 5 entre la longueur utile du rotor et le rayon intérieur du rotor. La longueur utile de la machine s’exprime par :

$$L = k_{LRs} R_s \quad (5.17)$$

avec $k_{LRs} = 5$.

Nous considérons une vitesse périphérique de 180 m/s et nous choisissons les matériaux suivants :

- Les tôles ferromagnétiques présentent des coefficients de pertes dues à l’hystérésis $k_{hyst} = 38 \text{ W.s}/(\text{m}^3.\text{T}^2)$ et de pertes par courant induits $k_{fouc} = 0.00387 \text{ W.s}^2/(\text{m}^3.\text{T}^2)$;
- La température maximale est de 150 °C. La température ambiante est de 20° C et le coefficient de convection est de 10 W/(m².K). Le taux de remplissage de cuivre dans les encoches est de 40 % et on considère que la longueur des têtes de bobines correspond à 20 % de la longueur utile.

La figure 5.3 présente la puissance volumique optimale en fonction de la vitesse de rotation du rotor pour différents nombres de paires de pôles. On constate que la puissance volumique est maximale pour un nombre de paires de pôles unitaire.

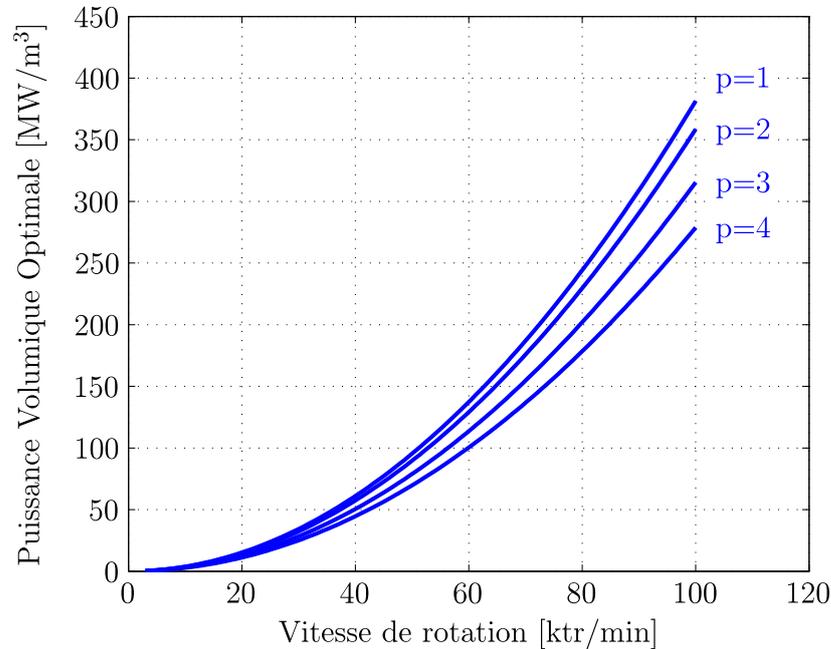


FIGURE 5.3 – Evolution de la puissance volumique maximale en fonction de la vitesse de rotation du rotor pour différents nombres de paires de pôles

La figure 5.4 présente l'évolution des optimums de l'induction maximale dans l'entrefer, dans les dents et dans la culasse statorique en fonction de la vitesse du rotor pour des machines ayant une paire de pôles. Elle montre que l'induction optimale est relativement faible ce qui s'explique par l'importance des pertes fer en hautes vitesses. Ainsi, l'induction de saturation n'est jamais atteinte.

5.1.2 Approche indirecte par algorithme d'optimisation

Le dimensionnement optimal peut aussi s'effectuer à partir d'un algorithme d'optimisation. D'itération en itération, l'algorithme va modifier les variables d'optimisation de manière à maximiser (ou minimiser) la fonction objective tout en respectant les contraintes du dimensionnement.

Le dimensionnement se compose alors des différentes étapes schématisées sur la figure 5.5. Tout d'abord, un "expert" prédimensionne une machine pouvant répondre au cahier des charges. On utilise, ensuite, un algorithme d'optimisation pour ajuster les variables d'optimisation afin de maximiser (ou de minimiser) la ou

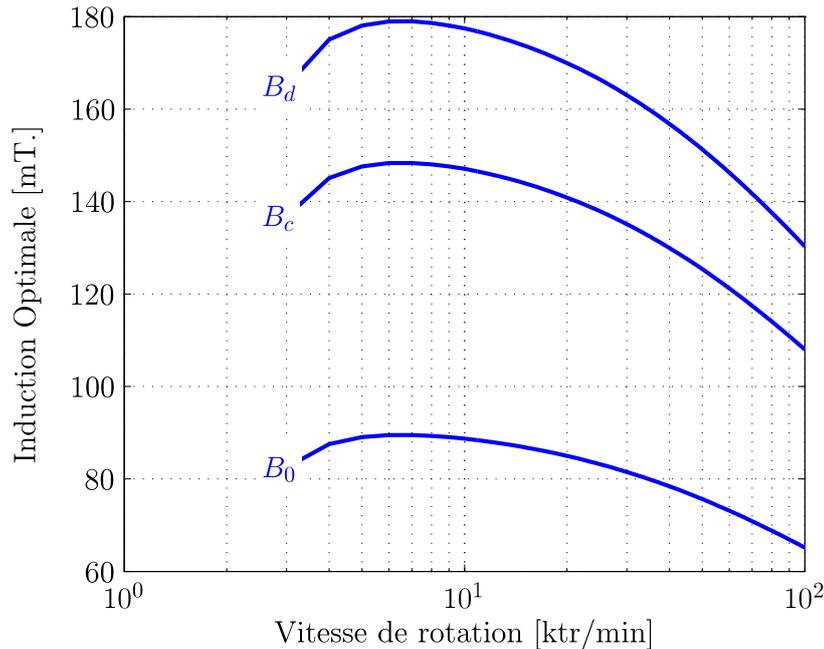


FIGURE 5.4 – Evolution des optimums de l’induction maximale dans l’entrefer B_0 , dans les dents B_d et dans la culasse B_c en fonction de la vitesse du rotor pour des machines ayant une paire de pôles

les fonctions objectives tout en respectant les contraintes du cahier des charges.

Parmi les algorithmes d’optimisation, on distingue les méthodes déterministes des méthodes stochastiques ou méta-heuristiques.

Les méthodes déterministes nécessitent souvent l’évaluation de la dérivée et de la dérivée seconde de la fonction objective. La dérivée de la fonction objective peut s’approximer par un développement de Taylor et la dérivée seconde peut se calculer à partir de la méthode de Broyden [123, 124]. Ces méthodes sont rapides et robustes lorsque la fonction objective ne présente qu’un seul minimum.

Dès lors que la fonction objective présente plusieurs minimums locaux et un minimum global, les méthodes déterministes ne sont pas adaptées au problème d’optimisation car elles peuvent converger vers un minimum local.

Parmi les méthodes déterministes, nous pouvons citer :

- la programmation séquentielle quadratique ;
- le gradient conjugué ;
- Newton-Raphson ;

Les méta-heuristiques désignent des méthodes d’optimisation génériques de nature stochastique. Ces méthodes sont, en général, présentées sous forme

de concept. Elles s'appliquent à toutes sortes de problèmes combinatoires et peuvent aussi s'adapter aux problèmes continus sans changement profond dans le fonctionnement de l'algorithme [125, 126, 127]. De plus, elles sont particulièrement bien adaptées à l'optimisation multiobjectif. Alors que les méthodes déterministes n'emploient qu'un seul couple de variables d'optimisation, les méthodes méta-heuristiques emploient une population de plusieurs couples de variables d'optimisation. Afin de converger vers le minimum global, ces algorithmes utilisent deux notions complémentaires : l'intensification et la diversification, représentées sur la figure 5.6.

La diversification consiste à rediriger la recherche de l'optimum vers des régions de l'espace de définition inconnu. Cette exploration vers de nouvelles zones de l'espace de recherche des solutions permet de sortir des minimums locaux.

L'intensification consiste à accentuer l'effort de recherche de l'optimum dans des régions particulièrement prometteuses [128].

Parmi les méthodes d'optimisation méta-heuristiques, nous pouvons citer :

- le recuit simulé ;
- la recherche tabou ;
- les algorithmes génétiques ;
- les colonies de fourmis ;
- l'essaimage particulaire ;
- la bio-géographie.

En ce qui concerne la conception optimale des machines électriques, les méthodes déterministes peuvent être utilisées lorsque le prédimensionnement d'un expert est proche du minimum global et que le modèle est continu et dérivable [129, 130, 131]. La plupart des travaux actuels utilisent des méthodes méta-heuristiques [132, 133, 134, 135].

Afin de s'assurer la convergence vers l'optimum global, nous dimensionnerons notre machine à partir d'une méthode stochastique. Nous commençons par présenter trois méthodes d'optimisation : l'essaimage particulaire, les algorithmes génétiques et la biogéographie. Nous les comparons ensuite à partir d'une série de fonctions tests.

5.1.2.1 Essaimage particulaire (PSO)

L'optimisation par essaim particulaire a été inventé par Eberhart et Kennedy [136]. Cet algorithme est basé sur le comportement d'un groupe d'insectes qui recherchent de la nourriture. Les insectes communiquent entre eux en utilisant des

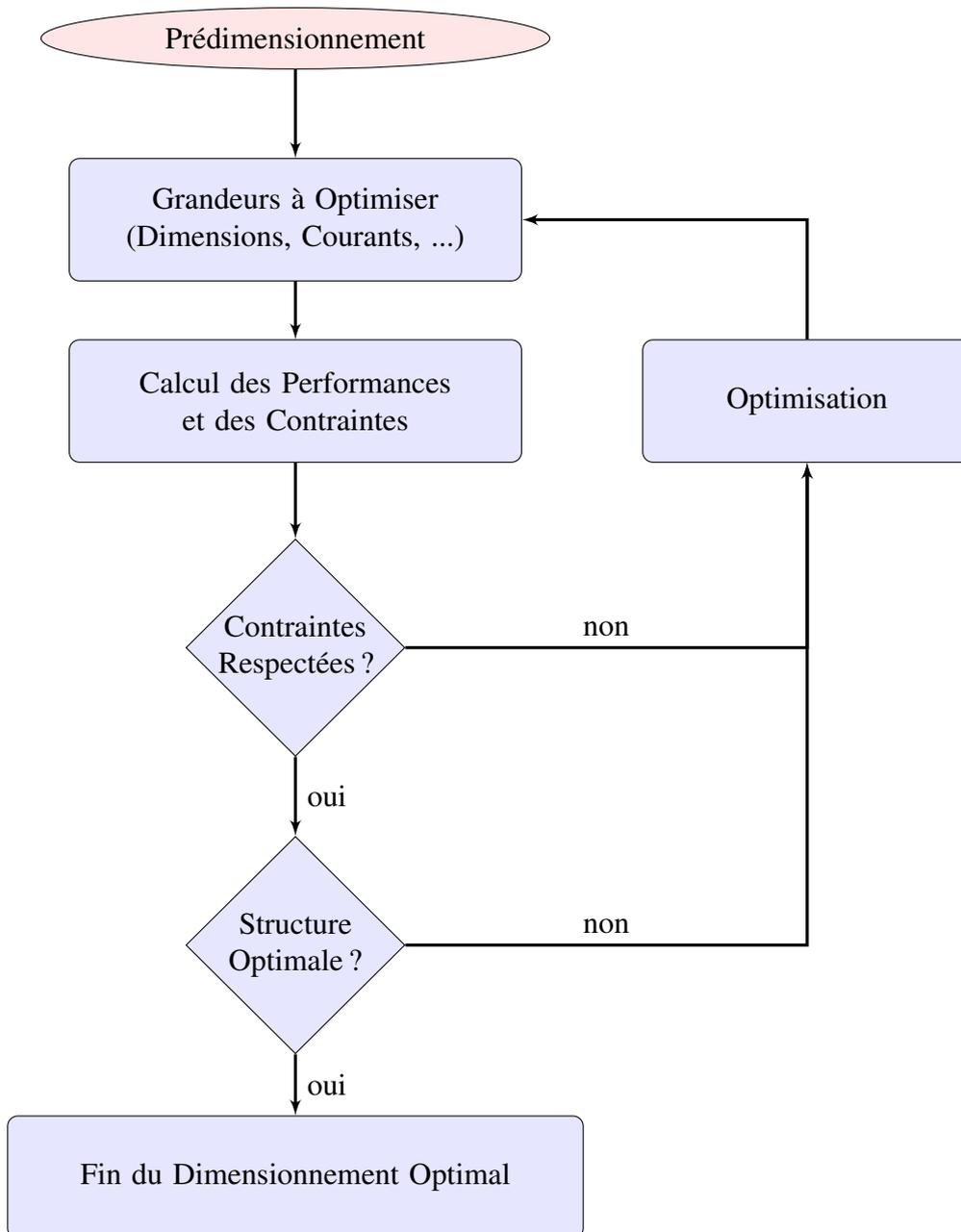


FIGURE 5.5 – Principales étapes du dimensionnement optimal des machines électriques

phéromones afin de localiser l’endroit qui possède le plus de nourriture. Dans cet algorithme, les insectes sont appelés les particules. Le déplacement des particules dépend de la meilleure position depuis l’existence de la particule, de la meilleure position actuelle parmi toutes les particules mais aussi de sa position précédente.

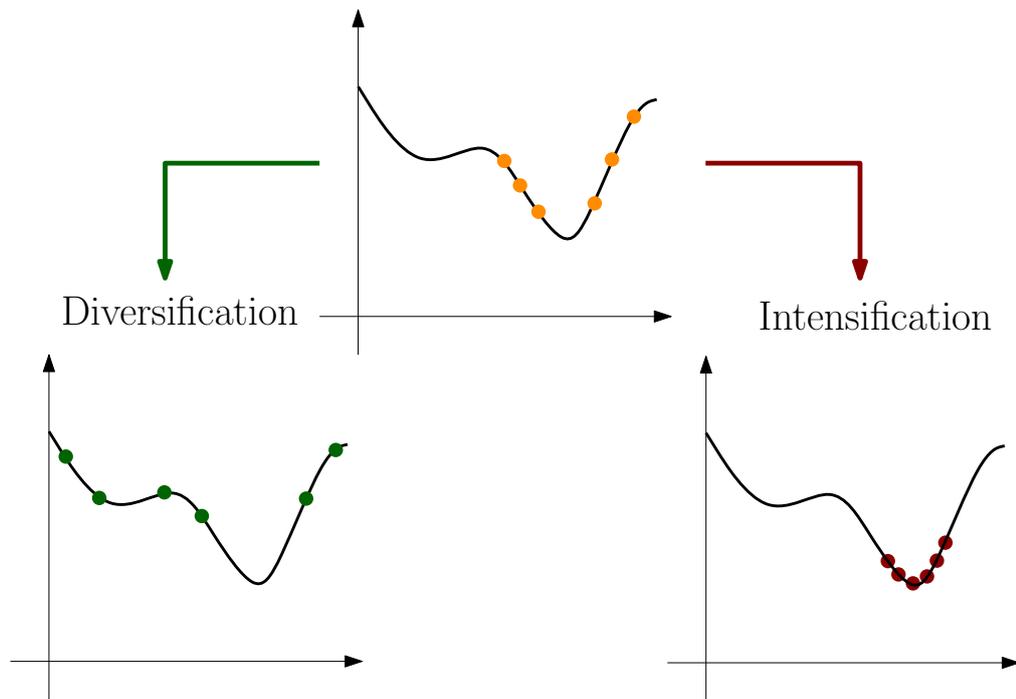


FIGURE 5.6 – Notions de diversification et d’intensification à partir de la population initiale. Afin d’éviter le minimum local, on diversifie l’espace pour rediriger la recherche. L’intensification correspond à l’accentuation de la recherche autour de l’optimum

L’algorithme d’essaim particulaire peut se décomposer selon les étapes suivantes [136] :

1. Initialisation de la population et des vitesses de chaque particule
2. Evaluation des fonctions objectives de chaque particule et détermination de la meilleure particule de l’essaim
3. Détermination des nouvelles positions et vitesses de chaque particule
4. Evaluation des solutions de chaque particule
5. Détermination de la meilleure solution de l’essaim et la meilleure solution depuis l’existence de chaque particule
6. Si le critère de convergence est atteint : retourner la meilleure solution, sinon, recommencer à l’étape 3

Initialement, la vitesse des particules est choisie aléatoirement et les particules sont positionnées de manière équi-réparties dans l’ensemble de définition selon la méthode de Hammersley [137]. Ce positionnement initial permet aussi une bonne exploration de l’ensemble de définition.

La taille de l’essaim doit être suffisamment importante, car si la population est trop petite, l’algorithme pourrait converger vers un minimum local. Nous devons donc choisir un nombre élevé de particules. Cependant, plus il y a de particules

et plus la durée de l'optimisation est importante. Pour résoudre ce compromis, il est d'usage d'utiliser environ 25 particules qui optimiseront les dimensions de la machine [125].

D'itération en itération, les particules se déplacent dans l'espace de définition vers le minimum global. Le changement de la position x_k d'une particule à l'itération k dépend de sa vitesse v_k . A l'itération suivante $k + 1$, les vitesses des particules se calculent selon [125].

$$\begin{aligned} v_{k+1} &= \gamma_1 v_k + \gamma_2 (p_k - x_k) + \gamma_2' (g_k - x_k) \\ x_{k+1} &= x_k + v_k \end{aligned} \quad (5.18)$$

Où γ_1 est un coefficient aléatoire compris entre 0 et c_1 , γ_2 et γ_2' sont deux coefficients aléatoires compris entre 0 et c_2 . p_k est la meilleure position de la particule depuis son existence et g_k est la meilleure position à l'itération k de l'essaim.

Pour obtenir une bonne convergence, Clerc et Siarry [125] montrent que c_1 doit être légèrement inférieur à 1 et c_2 doit être calculé par :

$$c_2 = \frac{2}{0.97725} c_1 \quad (5.19)$$

Plus c_1 est proche de 1, plus l'exploration de l'ensemble de définition sera meilleure. Cependant, cela accroît le temps de convergence.

Pour réduire ce temps de convergence, Shi et Eberhart [138] introduisent un terme d'inertie. Au début de l'algorithme, c_1 est proche de 1 pour assurer une exploration complète de l'ensemble de définition. Puis, itération après itération, c_1 diminue lentement pour améliorer la vitesse de convergence.

Ainsi c_1 est défini par :

```

si  $k < 1500$  alors
|    $c_1 = 0.9 - \frac{0.5}{1500 - k}$ ;
sinon
|    $c_1 = 0.4$ ;
fin

```

Ioan [139] détermine théoriquement la limite de convergence des essais

particulaires. Il montre que pour que l'algorithme converge, nous devons avoir :

$$\gamma_1 > \frac{\gamma_2 + \gamma_2'}{2} - 1 \quad (5.20)$$

Ainsi, en considérant la notion d'inertie sur le coefficient c_1 , le coefficient c_2 peut être fixé à 1.2.

5.1.2.2 Algorithmes génétiques (AG)

L'algorithme génétique est directement inspiré du processus d'évolution naturelle développé par Darwin. En s'inspirant de ces principes, Holland [140] a développé en 1975 les principes fondamentaux des algorithmes génétiques dans le cadre de l'optimisation. En 1991, Davis [141] considère les différentes étapes suivantes qui constituent un algorithme génétique :

1. Initialiser la population de N individus dans l'ensemble de définition
2. Evaluer les solutions de chaque individu
3. Sélectionner les individus parents qui vont concevoir une nouvelle population
4. Créer une nouvelle population enfant en appliquant les opérateurs de croisement et de mutation
5. Evaluer les solutions des nouveaux individus
6. Conserver les N meilleurs individus
7. Si le critère de convergence est atteint : retourner la meilleure solution, sinon, recommencer à l'étape 3

L'initialisation de la population peut s'effectuer comme pour l'essaimage particulière, c'est à dire que l'on positionne de manière équi-répartie les individus dans l'ensemble de définition selon la méthode de Hammersley. La population est souvent composée de 50 individus [142].

La sélection des individus parents qui vont permettre d'élaborer une nouvelle population d'enfants peut s'effectuer de plusieurs manières : l'élitisme qui consiste à ne conserver que les meilleurs individus, la sélection par tournoi qui consiste à retenir le meilleur individu en terme de performances parmi une sous population d'individus et la sélection par tirage au sort qui choisit au hasard les individus reproducteurs.

Les deux premières méthodes ne favorisent pas une bonne exploration de l'algorithme dans l'ensemble de définition. Si les meilleurs individus se retrouvent dans des minimums locaux, l'algorithme convergera difficilement vers le minimum

global.

Nous choisissons donc la sélection par tirage au sort qui est une méthode couramment utilisée [141, 143].

Les opérateurs qui permettent de générer une nouvelle population sont le croisement et la mutation. Le croisement consiste à combiner les gènes (les variables d'optimisation) des parents pour créer un nouvel individu. Bien qu'il existe différentes possibilités d'effectuer ce croisement, sur un ou plusieurs gènes, nous effectuons le croisement sur tous les gènes des parents. Deux parents vont donner naissance à deux enfants qui recevront une certaine proportion des gènes de leurs parents. L'opération de croisement suit les étapes suivantes :

1. On tire un nombre u au hasard compris entre 0 et 1 pour définir un coefficient de croisement bq qui dépend du paramètre de croisement μ_c ($\mu_c = 20$ dans notre algorithme)

si $u \leq 0.5$ **alors**

$$| \quad bq = (2u)^{1/(\mu_c+1)};$$

sinon

$$| \quad bq = \left(\frac{1}{2(1-u)} \right)^{1/(\mu_c+1)} ;$$

fin

2. A partir des gènes parents p_1 et p_2 qui correspondent à deux valeurs distinctes d'une variable d'optimisation, on génère deux nouveaux gènes enfants e_1 et e_2 en appliquant les relations suivantes :

$$e_1 = \frac{(1+bq)p_1 + (1-bq)p_2}{2} \quad (5.21)$$

$$e_2 = \frac{(1-bq)p_1 + (1+bq)p_2}{2} \quad (5.22)$$

On réitère ces opérations pour chaque gène de chaque enfant.

L'opération de mutation modifie aléatoirement la valeur des gènes d'un individu avec une faible probabilité, typiquement entre 0,01 et 0,001.

La mutation que nous avons utilisée dans notre algorithme s'obtient en suivant la démarche suivante :

1. On tire un nombre r au hasard compris entre 0 et 1 pour définir un coefficient de croisement δ qui dépend du paramètre de croisement μ_m ($\mu_m = 20$ dans notre algorithme)

si $r \leq 0.5$ **alors**
 | $\delta = (2r)^{1/(\mu_m+1)} - 1;$
sinon
 | $\delta = 1 - [2(1-r)]^{1/(\mu_m+1)};$
fin

2. A partir d'un gène d'un individu p_3 , on crée un gène d'un individu mutant m en utilisant la relation suivante :

$$m = p_3 + \delta \quad (5.23)$$

On recommence ces opérations pour chaque variable d'optimisation de chaque individu subissant une mutation.

5.1.2.3 Optimisation basée sur la biogéographie (BBO)

L'optimisation basée sur la biogéographie a été inventée en 2008 par Simon [144] sous le nom anglophone *Biogeography-Based Optimization*. Cet algorithme d'optimisation est basé sur la répartition géographique des espèces. Lorsqu'un environnement est hostile, les espèces vont migrer vers un environnement propice à leur développement. Si les espèces migrantes ne trouvent pas d'environnement adéquat, elles vont s'éteindre.

Dans cet algorithme, une variable d'optimisation est nommée une espèce et un ensemble de variables d'optimisation définissant une machine est appelé un habitat. L'algorithme d'optimisation basée sur la biogéographie se décompose des étapes décrites par Simon [144] :

1. Initialisation de la population des N habitats
2. Evaluation des fonctions objectives de chaque habitat
3. Conservation des k meilleurs habitats
4. Sélection des espèces migrantes
5. Déplacement des espèces migrantes et des espèces mutantes
6. Evaluation des solutions des nouveaux habitats
7. Si le critère de convergence est atteint : renvoyer la meilleure solution, sinon retourner à l'étape 3

L'initialisation de la population peut s'effectuer de la même manière que pour l'algorithme génétique et l'essaimage particulaire, en utilisant une distribution équi-

répartie des espèces. La population est généralement composée de 50 habitats [144, 145].

La conservation des k meilleures espèces consiste à garder les meilleurs éléments d'une itération à l'autre afin d'améliorer la convergence de l'algorithme. En général, on conserve les deux meilleurs habitats [144].

Les espèces migrantes sont sélectionnées à partir du taux de migration déterminé à partir d'une population triée de la meilleure solution à la plus mauvaise. Le taux d'immigration λ représentée sur la figure 5.7 se détermine en fonction du rang i correspondant à son classement parmi les N habitats. Il s'obtient à partir de la formulation suivante :

$$\lambda(i) = \frac{i}{N} \quad (5.24)$$

Le taux d'émigration μ correspondant à la possibilité d'être un habitat accueillant des migrants se détermine à partir de la relation suivante :

$$\mu(i) = \frac{N - i}{N} \quad (5.25)$$

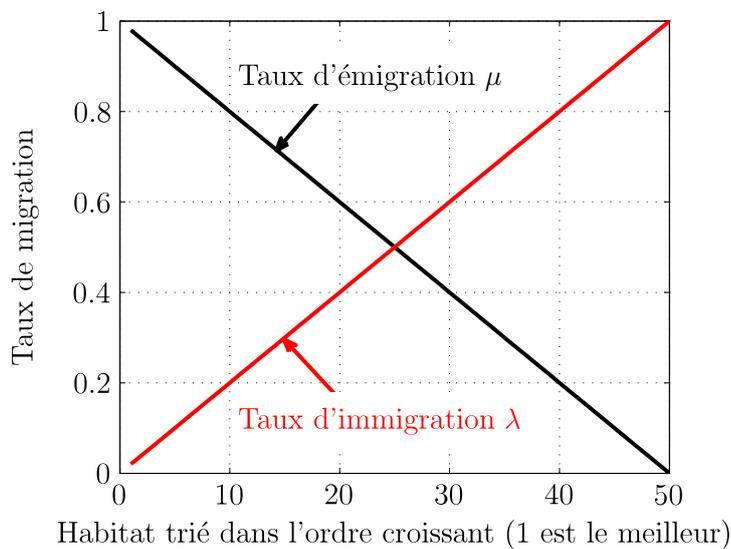


FIGURE 5.7 – Représentation des taux d'immigration λ et d'émigration μ de l'algorithme d'optimisation basée sur la biogéographie disposant d'une population de 50 habitats

Pour sélectionner une espèce migrante (variable d'optimisation), on commence par normaliser l'écriture du taux d'immigration. On définit $\lambda_n(i)$, le taux d'immigration normalisé de l'habitat de rang i à partir des valeurs minimales et maximales de λ par :

$$\lambda_n(i) = \frac{\lambda(j) - \lambda_{min}}{\lambda_{max} - \lambda_{min}} \quad (5.26)$$

Ensuite, on tire un nombre aléatoire m compris entre 0 et 1. Si ce nombre aléatoire est inférieur au taux d'immigration normalisé, alors l'espèce est un migrant. On effectue cette démarche pour toutes les variables d'optimisation de chaque habitat. Il convient de noter qu'une espèce aura une faible probabilité de migrer si son habitat présente une bonne solution (faible taux d'immigration).

La migration des espèces consiste à donner une variable d'optimisation d'un bon habitat à un mauvais habitat. Ce processus s'effectue avec la démarche suivante, représentée sur la figure 5.8 :

1. On tire au hasard un habitat h parmi les $(N - 1) / 2$ meilleurs habitats
2. L'espèce migrante se déplace vers l'habitat dont l'indice est donnée par s que l'on obtient avec l'algorithme suivant :

```

s = 1;
S = μ(s);
tant que i > S faire
    |   s = s + 1 ;
    |   S = S + μ(s);
fin

```

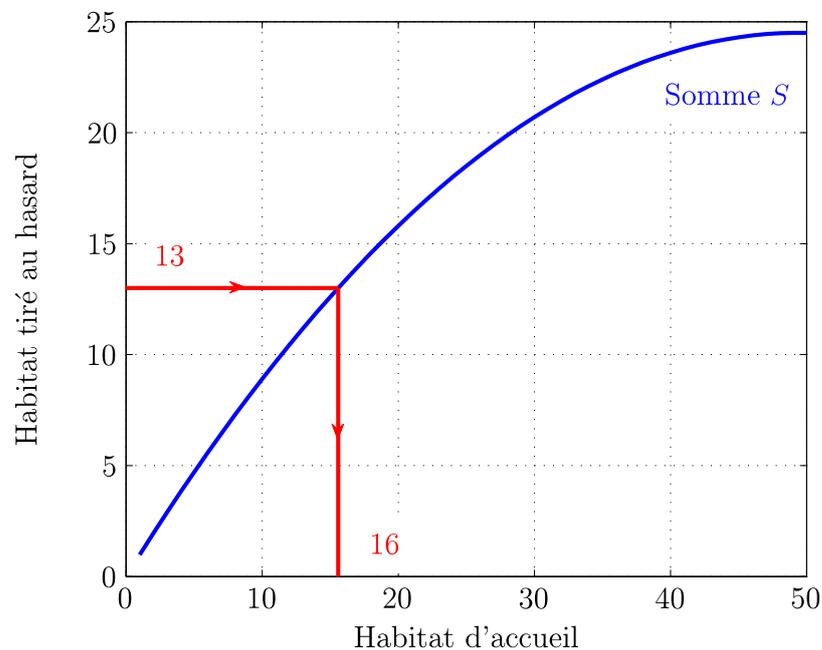


FIGURE 5.8 – Représentation du déplacement d'une espèce migrante - par exemple, l'habitat tiré au hasard est classé 13^{ième} qui renvoie vers l'habitat d'accueil classé 16^{ième}

En effectuant l'opération de migration, il est possible d'obtenir deux ou plusieurs habitats identiques. Dans ce cas, on effectue une mutation sur une des

espèces des habitats similaires.

La mutation d'une espèce peut s'effectuer de la même manière que pour l'algorithme génétique. Cependant, Simon [144] effectue cette mutation en choisissant une nouvelle valeur de la variable d'optimisation de manière aléatoire dans l'ensemble de définition. La probabilité de mutation est généralement de 0.01 [144, 145].

5.1.3 Comparaison des algorithmes d'optimisation

Nous proposons une comparaison des algorithmes précédemment présentés à partir d'une série de fonctions tests dont le minimum global est connu. Nous comparons la robustesse, la précision et la rapidité des trois algorithmes d'optimisation.

Les fonctions tests suivantes sont utilisées. Elles sont explicitées en annexe F :

- Ackley
- Griewank
- Rastrigin
- Rosenbrock
- Schwefel 1.2
- Schwefel 2.21
- Schwefel 2.22
- Schwefel 2.26
- Shekel
- Sphere
- Step

L'objectif des algorithmes d'optimisation est de minimiser ces fonctions tests dont le minimum global est connu. Chacune de ces fonctions présente 6 variables d'optimisation, sauf pour la fonction de Shekel qui n'est définie que pour un maximum de 4 variables d'optimisation. Chaque algorithme est composé d'une population de 50 individus, particules ou habitats. Lorsque 2500 itérations sont atteints, les algorithmes s'arrêtent et l'on retourne l'optimum ainsi déterminé. Les tests de robustesses, de précision et de rapidité des trois algorithmes sont reportés en annexe G et l'évolution de la convergence de ces algorithmes vers le minimum global est donnée en annexe H.

Les résultats de la comparaison des algorithmes d'optimisation sur les fonctions tests montrent que l'algorithme le plus robuste (qui converge toujours vers le minimum global) et le plus précis (converge au mieux vers le minimum global théorique) est l'algorithme d'optimisation basé sur la biogéographie. Ainsi, pour la suite de nos travaux, nous l'utiliserons pour dimensionner de manière optimale des machines synchrones à aimants permanents déposés en surface.

5.2 Conception optimale de machines synchrones à aimants permanents

Nous allons décrire la procédure que nous avons choisie pour dimensionner de manière optimale des machines synchrones à aimants permanents déposés en surface. Nous définissons les fonctions objectives (puissance volumique, puissance massique), les variables d'optimisation (dimensions, courant), les paramètres (aimants, type de bobinage, matériau ferromagnétique) ainsi que les différentes contraintes (températures, induction de saturation, force centrifuge, vitesse de résonance). Nous expliciterons la gestion des contraintes ainsi que le critère d'arrêt de l'algorithme d'optimisation.

5.2.1 Présentation des fonctions objectives, des variables d'optimisation et des contraintes

Dans le cas des machines électriques, l'objectif est souvent de maximiser leur puissance tout en réduisant leur volume ou leur masse en respectant les différentes contraintes du cahier des charges. La modélisation de la fonction objective et des contraintes permet alors de déterminer les différentes variables d'optimisation qui constituent l'ensemble des dimensions et des grandeurs physiques. Au terme de l'optimisation, ces variables d'optimisation sont établies pour répondre à l'objectif du dimensionnement et assurer un fonctionnement respectant l'ensemble des contraintes.

5.2.1.1 Fonctions objectives

Habituellement, les machines électriques sont dimensionnées par optimisation du couple massique au fonctionnement nominal. Cependant, l'objectif du dimensionnement peut changer selon l'application visée. Ainsi, pour les applications embarquées, la consommation du carburant en avionique est fortement dépendante de la masse de l'avion si bien qu'il faut maximiser la puissance massique des machines électriques. Pour les applications automobiles, le volume disponible est souvent restreint et il faut maximiser la puissance volumique.

La maximisation de la puissance volumique ou de la puissance massique revient à générer le maximum de puissance en utilisant le moins de matériau possible. Ces deux objectifs tendent donc à solliciter les matériaux à leur température limite.

Afin de vérifier l'impact de la fonction objective sur le dimensionnement

optimal des machines synchrones à aimants permanents, nous considérons dans un premier temps la maximisation de la puissance volumique puis dans un deuxième temps, la maximisation de la puissance massique.

La puissance électromagnétique P_{emg} se détermine par le produit du couple électromagnétique Γ_{emg} et de la vitesse de rotation du rotor Ω :

$$P_{emg} = \Gamma_{emg} \Omega \quad (5.27)$$

Pour un angle de charge correspondant à un fonctionnement à flux croisé, le couple électromagnétique donnée par 2.42 s'écrit pour $r = R_s$:

$$\Gamma_{emg} = -\frac{p^2 \pi L R_s^2}{\mu_0} (A_{1-rI} R_s^{p-1} + B_{1-rI} R_s^{-p-1}) (A_{1-s} R_s^{p-1} - B_{1-s} R_s^{-p-1}) \quad (5.28)$$

avec :

- R_s : rayon intérieur du stator [m.]
- L : longueur utile de la machine [m.]
- p : nombre de paires de pôles
- μ_0 : perméabilité du vide

Les constantes A_{1-rI} , B_{1-rI} , A_{1-s} et B_{1-s} sont données par les équations 2.9, 2.26 et 2.27.

Par la suite, nous ne considérons que des machines ayant une paire de pôles puisque nous avons montré lors de l'approche directe que ce nombre de paires de pôles est optimal.

Le volume de la machine se détermine simplement à partir du volume d'un cylindre en considérant la longueur des roulements. La masse de la machine se détermine à partir du volume et de la masse volumique de chaque matériau constituant la machine. Le calcul des fonctions objectives (puissance volumique ou puissance massique) se détermine ensuite aisément.

5.2.1.2 Variables d'optimisation

A partir de la modélisation de la puissance volumique, des pertes et de l'échauffement de la machine donnée aux chapitres 2, 3 et 4, nous pouvons établir l'ensemble des variables d'optimisation. Les dimensions sont représentées sur la figure 5.9.

Ces variables sont :

- h_{cul} : épaisseur de la culasse statorique
- h_{enc} : hauteur des encoches
- R_s : rayon intérieur statorique
- e : épaisseur de l'entrefer (frette comprise si elle existe)
- h_a : épaisseur de l'aimant
- k_d : taux de fer dans la zone bobinable $k_d = \beta_a/\beta_b$
- β_a : angle d'ouverture de l'aimant
- I_s : valeur efficace du courant de phase

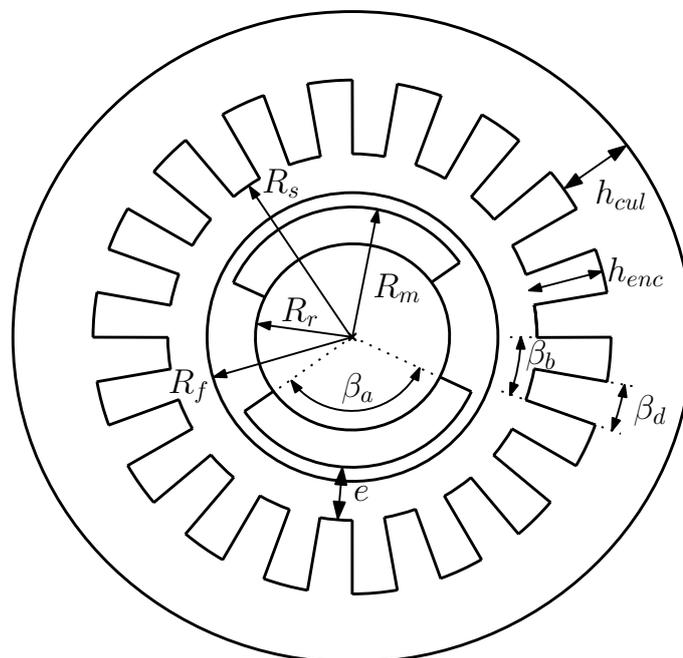


FIGURE 5.9 – Schématisation des dimensions à optimiser

Nous avons donc 8 grandeurs à optimiser pour dimensionner de manière optimale ces machines.

L'ensemble de définition est centré sur les résultats optimaux de l'approche directe en considérant une variation de $\pm 30\%$.

L'épaisseur de l'aimant et celle de l'entrefer présentent un ensemble de définition suffisamment large (inférieur à 5 cm).

La longueur utile de la machine L est dimensionnée afin de respecter la contrainte mécanique de vitesse de résonance à partir de la relation suivante :

$$L = 5 R_s \quad (5.29)$$

La longueur des roulements se détermine à partir de la relation suivante qui correspond à un rapport usuel dans les machines rapides [28] :

$$L_p = 0.6 L \quad (5.30)$$

L'épaisseur de la culasse rotorique est calculée afin d'obtenir le même niveau d'induction au stator comme au rotor. Ainsi, en négligeant les fuites, la culasse rotorique est de même épaisseur que la culasse statorique.

Le bobinage triphasé comporte deux encoches par pôle et par phase et présente un raccourcissement de 5/6 afin de réduire les harmoniques d'espace.

5.2.1.3 Contraintes du dimensionnement

Le dimensionnement doit respecter les différentes contraintes suivantes :

- La température du bobinage ne devra pas excéder la température limite d'utilisation que l'on fixe à 150 °C ce qui correspond à une isolation de classe F.
- La température des aimants ne doit pas excéder leur température maximale d'utilisation que l'on fixe à 100 °C pour les aimants en terre rare.
- L'induction dans les dents et dans la culasse ne doit pas dépasser l'induction de saturation du matériau ferromagnétique. Dans le cas de tôles spécifiques à la haute fréquence, l'induction de saturation est de l'ordre de 1.1 T.
- Le champ magnétique provenant du bobinage du stator ne doit pas dépasser le champ démagnétisant d'aimant $H_{c,J}$ donné par les constructeurs. Le champ magnétique provenant de la réaction magnétique d'induit se calcule à partir de la formulation en potentiel vecteur magnétique donné au chapitre 2 par l'équation 2.10.
- Puisque les machines rapides sont sujettes à d'importants efforts centrifuges, la structure du rotor est consolidée avec une frette de maintien. Le rayon extérieur de la frette R_f peut alors se dimensionner en considérant la pression centrifuge P_c appliquée au rayon intérieur de frette R_m ($R_m = R_s - e$) par les aimants par [25] :

$$R_f = R_m \sqrt{\frac{s \sigma_{elast} + P_c - \rho_f (R_s \Omega)^2}{s \sigma_{elast} - P_c - \rho_f (R_s \Omega)^2}} \quad (5.31)$$

où ρ_f et σ_{elast} sont respectivement la masse volumique et la limite d'élasticité de la frette ($\sigma_{elast} = 1\,100$ MPa pour les matériaux composites en fibres

de carbone [20]). s est un coefficient de sécurité appliqué sur la limite d'élasticité du matériau constituant la frette si bien qu'il est de l'ordre de 80 %.

La pression centrifuge provoquée par les aimants sur la frette s'exprime par [25] :

$$P_c = \rho_a \frac{R_m^3 - R_r^3}{3R_m} \Omega^2 \quad (5.32)$$

où ρ_a et R_r sont respectivement la masse volumique et le rayon intérieur de l'aimant.

Le dimensionnement doit alors permettre l'insertion de cette frette. Afin d'assurer la rotation du rotor sans aucun contact avec le stator, Multon et Bonal [90] définissent une épaisseur d'entrefer mécanique minimale e_{min} . Ainsi, on doit vérifier :

$$R_s - R_f \geq e_{min} = 2.10^{-4} + \frac{R_s}{100} \quad (5.33)$$

- Lors du démarrage, le rotor subit une contrainte mécanique de torsion σ_{tors} qui ne doit pas dépasser la limite d'élasticité R_{pe} de ses matériaux. Cet effort de torsion, particulièrement important sur l'arbre du rotor, s'exprime en fonction du rayon R_0 de l'arbre par :

$$\sigma_{tors} = \frac{4\Gamma_{tors}}{\pi R_0^3} \quad (5.34)$$

Le moment de torsion Γ_{tors} correspond au couple de démarrage. Cette contrainte mécanique impose alors un rayon d'arbre minimal. Pour un couple de démarrage deux fois plus important que le couple nominal considéré égal à Γ_{emg} [135], on doit vérifier [122] :

$$R_0 > \sqrt[3]{\frac{8\Gamma_{emg}}{\pi R_{pe}}} \quad (5.35)$$

Les arbres des rotors sont souvent réalisés en acier dont la limite d'élasticité est de 600 MPa.

- La contrainte en flexion appliquée sur les dents par action/réaction du couple électromagnétique doit être supportable par le matériau ferromagnétique [135] si bien que

$$\sigma_{dent} < \sigma_{fer} \quad (5.36)$$

Où σ_{fer} est la contrainte mécanique admissible par le matériau

ferromagnétique ($\sigma_{fer} = 355$ MPa) et σ_{dent} est la contrainte appliquée sur les dents.

En considérant un couple de démarrage deux fois plus important que le couple électromagnétique, la contrainte en flexion appliquée sur les dents peut se déterminer par [135] :

$$\sigma_{dent} = \frac{12 S (R_b - R_s) \Gamma_{emg}}{R_s L \left(\frac{\pi k_d R_b}{3 m p} \right)^2} \quad (5.37)$$

avec S un coefficient de sécurité ($S=4$)

5.2.2 Procédure de dimensionnement

La procédure de dimensionnement optimal est basée sur l'algorithme décrit précédemment en figure 5.5. En incluant l'algorithme basé sur la biogéographie, nous pouvons établir l'algorithme décrit par la figure 5.10.

5.2.2.1 Prédimensionnement

Nous considérons le fonctionnement nominal de la machine en imposant la vitesse de rotation et la vitesse périphérique du rotor. Le prédimensionnement est réalisé à partir de l'approche directe explicitée au début de ce chapitre (paragraphe 5.1.1). Nous définissons l'ensemble de définition des variables d'optimisation en considérant une variation de ± 30 % autour des dimensions optimales obtenues par l'approche directe.

5.2.2.2 Initialisation de l'algorithme

L'algorithme d'optimisation comporte 75 habitats correspondant aux couples de variables d'optimisation. Initialement, ces habitats peuvent être placés aléatoirement dans l'ensemble de définition. Cependant, nous positionnons ces habitats de manière à avoir une distribution équirépartie afin d'assurer une bonne exploration de l'algorithme d'optimisation.

5.2.2.3 Détermination des fonctions objectives et des contraintes

La fonction objective nécessite la détermination du couple électromagnétique que l'on calcule en utilisant la méthode décrite au chapitre 2 (équation 5.28).

Les contraintes mécaniques et thermiques se déterminent en utilisant les modèles thermiques et mécaniques de la machine précédemment décrits au

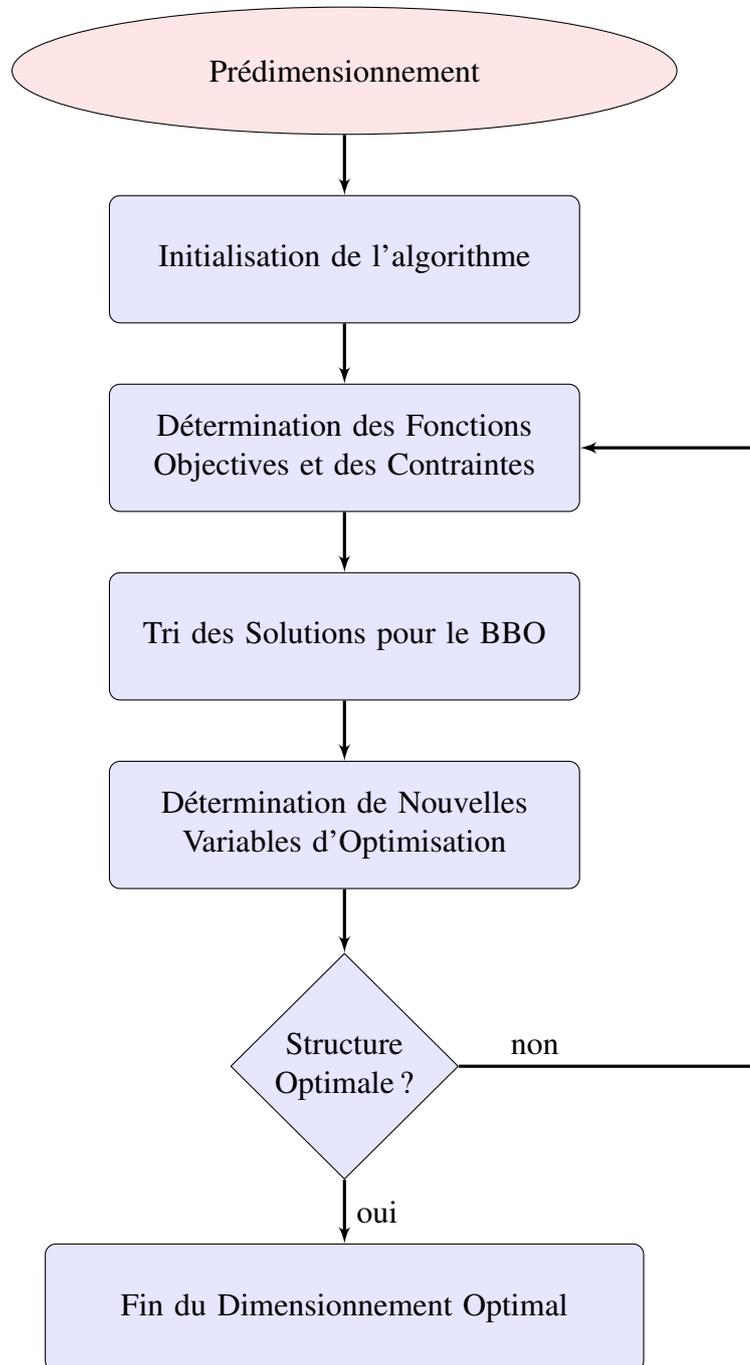


FIGURE 5.10 – Démarche du dimensionnement optimal des machines électriques

paragraphe 5.2.1.3.

5.2.2.4 Tri des solutions

L'algorithme basé sur la biogéographie nécessite un tri des solutions. Puisque l'algorithme nécessite la détermination de la meilleure solution parmi un ensemble d'habitats, nous allons devoir définir la manière de gérer les contraintes.

Nous considérons qu'un résultat est meilleur lorsque toutes les contraintes sont respectées. Ensuite, parmi un ensemble d'habitats qui respecte toutes les contraintes, l'algorithme d'optimisation maximise la fonction objective.

Lorsqu'une ou plusieurs contraintes ne sont pas respectées, l'algorithme d'optimisation minimise la distance pour respecter au mieux toutes les contraintes.

Pour N contraintes non-respectées, nous définissons la distance de respect D_σ par :

$$D_\sigma = \sum_{i=1}^N \frac{(\sigma(i) - \sigma_{lim}(i))^2}{\sigma_{lim}(i)^2} \quad (5.38)$$

où $\sigma(i)$ est la valeur de la $i^{\text{ième}}$ contrainte non respectée et $\sigma_{lim}(i)$ est sa limite autorisée.

Ainsi, dès qu'une contrainte n'est pas respectée, l'algorithme minimise la distance de respect D_σ .

5.2.2.5 Critère d'arrêt

L'algorithme d'optimisation s'arrête lorsque la température des têtes de bobines atteint sa valeur maximale admissible et qu'il n'y a plus d'amélioration de la fonction objective. Cependant, afin de s'assurer de l'arrêt de l'algorithme d'optimisation, nous définissons un nombre maximum d'itérations égal à 7 500.

5.2.3 Bilan

Le dimensionnement optimal des machines synchrones à aimants permanents déposés en surface vise à déterminer les dimensions qui permettent la maximisation de la puissance volumique (ou massique) tout en respectant les différentes contraintes. Il n'y a donc aucune limitation du volume admissible et le courant efficace par phase n'est limité que par la contrainte thermique. Après avoir déterminé une méthode de segmentation des aimants, l'étude s'effectue pour

différentes vitesses en s'intéressant tout d'abord à l'impact de la fonction objective puis à l'influence du type d'aimant.

Le tableau 5.1 récapitule les dimensions à optimiser, les dimensions fixes et les dimensions provenant des contraintes.

DIMENSIONS À OPTIMISER	
Hauteur de culasse statorique	h_{cul}
Hauteur d'encoche	h_{enc}
Rayon intérieur du stator	R_s
Épaisseur d'entrefer (incluant la frette)	e
Épaisseur d'aimant	h_{aim}
Ouverture d'aimant	β_{aim}
Taux de fer dans la zone bobinable	k_d
Courant efficace par phase	I_s
DIMENSIONS FIXES	
Longueur du rotor	$L = 5 R_s$
Longueur des roulements	$L_{roul} = 0,6 L$
Nombre d'encoches par pôle et par phase	$m = 2$
Pas de raccourcissement	$\tau_{racc} = 5/6$
Nombre de spires par phase	$N_{spires} = 60$
Épaisseur de la culasse rotorique	$h_{cul-rot} = h_{cul}$
DIMENSIONS ISSUES DES CONTRAINTES	
Rayon de l'arbre R_0	contrainte de torsion exercée sur l'arbre
Rayon de frette R_f	contrainte de pression centrifuge et limitation de l'entrefer mécanique (eq. 5.33)

TABLE 5.1 – Récapitulatif des dimensions à optimiser, des dimensions fixes et des dimensions provenant des contraintes

5.3 Impact des pertes dans les aimants sur le dimensionnement optimal

Nous allons utiliser la méthode de conception optimale décrite précédemment pour étudier l'influence des pertes dans les aimants sur le dimensionnement des machines refroidies par canaux dans la carcasse. Nous avons choisi une vitesse de 30 000 tr/min car elle correspond à celle du banc de machines rapides récemment dimensionné et construit au laboratoire *IREENA*.

Tout d'abord, nous présentons les différentes sources harmoniques qui engendrent des pertes au rotor. Ensuite, nous nous intéressons à l'influence de

la segmentation circonférentielle des aimants sur le dimensionnement optimal des MSAP. Enfin, nous concluons sur la méthode de segmentation pour réduire significativement l'effet des pertes dans les aimants.

5.3.1 Sources harmoniques des pertes dans les aimants

Lors de l'analyse des pertes dans les aimants, nous avons distingué deux sources harmoniques engendrant des pertes au rotor :

- Les harmoniques d'encoches : la variation de perméance entre une encoche et une dent entraîne des ondulations d'induction dont la fréquence est proportionnelle au nombre de dents et à la vitesse du rotor ;
- Les harmoniques de courant : l'association de la machine synchrone et de l'électronique de puissance entraîne des harmoniques de courant. Selon l'inductance synchrone de la machine, ces harmoniques sont plus ou moins atténués ;
- Les harmoniques d'espace : la distribution du bobinage dans les encoches crée une répartition non sinusoïdale des forces magnétomotrices. Les harmoniques d'espace s'associent aux harmoniques de courant pour induire des courants de Foucault dans les aimants.

Nous avons montré en [108] que les pertes liées aux harmoniques d'espace correspondent à un faible pourcentage des pertes totales dans les aimants pour une machine comme celle considérée qui possède deux encoches par pôle et par phase et dont le bobinage présente un pas de raccourcissement de 5/6. Ainsi, nous négligerons l'influence des harmoniques d'espace.

Nous allons expliciter plus en détail les différentes sources d'harmoniques.

5.3.1.1 Harmoniques d'encoches

Les harmoniques de denture se déterminent à partir de l'analyse explicitée en section 2.1.2. L'alternance des dents et des encoches provoque une variation de l'induction radiale au niveau des aimants. A titre d'exemple, la figure 5.11 représente la variation de l'induction radiale d'une machine à 12 encoches.

L'analyse menée en section 2.1.2, modélise la présence des encoches par une variation de l'induction magnétique radiale. Nous allons considérer que cette variation est engendrée par une source de force magnétomotrice (ou densité superficielle) équivalente. Nous pourrions alors utiliser le modèle de calcul des pertes dans les aimants développé au chapitre 3.

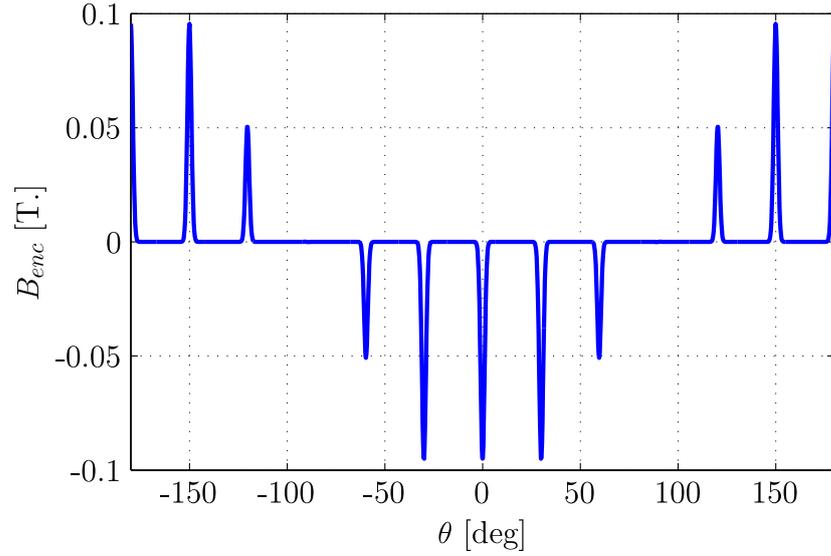


FIGURE 5.11 – Variation de l'induction provoquée par l'effet de denture

Par dérivation de l'équation 2.10, nous pouvons exprimer l'amplitude de l'induction radiale B_r en fonction de l'amplitude de la densité superficielle J_s :

$$B_r = \mu_0 \frac{R_r^{-p-1} R_m^{p-1} + R_r^{p-1} R_m^{-p-1}}{R_r^{p-1} R_s^{-p-1} - R_r^{-p-1} R_s^{p-1}} J_s \quad (5.39)$$

où p est le nombre de paires de pôle, μ_0 est la perméabilité du vide. Le rayon intérieur du stator est noté R_s . R_r et R_m sont respectivement le rayon extérieur de la culasse rotorique et le rayon extérieur d'aimant.

Comme nous l'avons fait précédemment (équation 3.36 du chapitre 3), nous pouvons exprimer la force magnétomotrice équivalente ε_{enc} représentant l'effet des encoches par :

$$\varepsilon_{enc}(\theta, t) = \frac{R_s R_r^{p-1} R_s^{-p-1} - R_s^{p-1} R_r^{-p-1}}{\mu_0 R_m^{p-1} R_r^{-p-1} + R_m^{-p-1} R_r^{p-1}} B_{enc}(\theta, t) \quad (5.40)$$

Puisque le calcul des pertes dans les aimants nécessite l'amplitude de chaque harmonique source de force magnétomotrice, nous effectuons une transformée de Fourier rapide du signal modélisant l'effet des encoches. La pulsation du fondamental de cette décomposition est proportionnelle au nombre d'encoches et à la vitesse du rotor [75, 91].

5.3.1.2 Harmoniques de courant

Ces harmoniques qui proviennent de la source d'alimentation, dépendent du dispositif de régulation et de l'électronique de puissance associée. Lorsque le redresseur est actif, les harmoniques de courant proviennent de la modulation par largeur d'impulsion. Dans le cas d'un redresseur passif par pont à diode, les harmoniques dépendent de l'inductance synchrone de la machine.

Dans notre étude, nous considérons le montage à redressement passif à pont à diodes débitant sur une charge à courant constant. La figure 5.12 représente le schéma électrique de ce montage. Dans le cas d'un autre montage, notre méthode peut s'appliquer en considérant les harmoniques liés au circuit électrique comme sources de pertes dans les aimants.

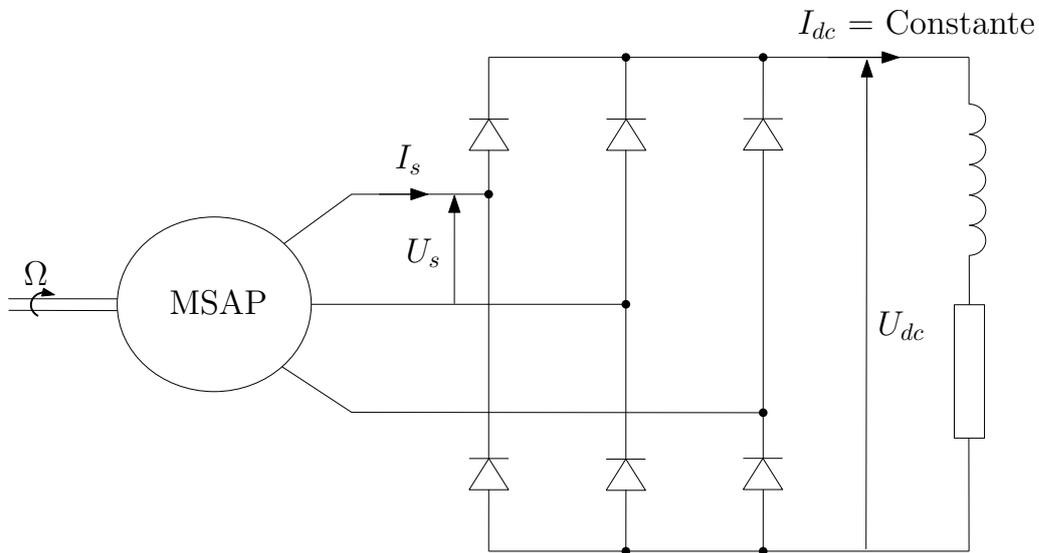


FIGURE 5.12 – Schéma électrique de la génératrice synchrone débitant sur une charge à courant constant au travers d'un pont à diodes

La valeur efficace des harmoniques de courant I_{h_t} de rang h_t peut se déterminer à partir de la formule de Christensen [146] :

$$I_{h_t} = \frac{2 I_s}{h_t (h_t^2 - 1)} \sqrt{\frac{(\cos(\mu_e) - \cos(h_t \mu_e))^2 + (h_t \sin(\mu_e) - \sin(h_t \mu_e))^2}{(\sin(\mu_e) - \mu_e \cos(\mu_e))^2 + \mu_e^2 \sin^2(\mu_e)}} \quad (5.41)$$

Où I_s est la valeur efficace du fondamental du courant de ligne, μ_e est l'angle d'empiètement défini par [146] :

$$\mu_e = \arccos \left(1 - \frac{p \Omega L_{cycl} I_{dc} \sqrt{2}}{U_s} \right) \quad (5.42)$$

Avec L_{cycl} l'inductance synchrone de la machine définie par l'équation 2.12 du

chapitre 2, p est le nombre de paires de pôles, Ω est la vitesse de rotation du rotor. U_s est la valeur efficace de la tension entre phase définie pour un fonctionnement à flux croisé par :

$$U_s = \sqrt{3} \sqrt{(E_0 - R_{dc} I_s)^2 + (p \Omega L_{cycl} I_s)^2} \quad (5.43)$$

Avec E_0 , la valeur efficace de la force électromotrice à vide définie par l'équation 2.30.

I_{dc} est la valeur du courant continu absorbé par la charge. Ce courant est défini par [146] :

$$I_{dc} = \frac{\pi}{\sqrt{6}} I_s \quad (5.44)$$

Ainsi, l'amplitude de la force magnétomotrice ε_{h_t} associée aux harmoniques de courant de rang h_t d'une machine synchrone triphasée s'exprime par :

$$\varepsilon_{h_t} = \frac{3 K_b(h_g) N_s I_{h_t} \sqrt{2}}{\pi} \quad (5.45)$$

avec $K_b(h_g)$ le coefficient de bobinage correspondant à l'harmonique d'espace de rang h_g .

Rappelons que pour un bobinage triphasé, les harmoniques de temps sont de rangs impairs dont les multiples de trois présentent des amplitudes nulles. Le tableau 3.1 contient les différentes vitesses des harmoniques de courant dans le repère du rotor.

Puisque nous avons montré que la considération des harmoniques d'espace sur les pertes dans les aimants est peu significative [108], nous ne considérons que l'association entre le fondamental des harmoniques d'espace ($h_g = 1$) et les différents harmoniques de courant du redressement passif.

5.3.2 Influence de la segmentation circumférentielle sur la puissance optimale d'une machine tournant à 30 000 tr/min

Afin d'étudier l'influence des pertes dans les aimants sur la conception optimale des machines synchrones rapides, nous allons comparer les dimensionnements optimums de ces machines avec et sans la considération de ces pertes. Ensuite, nous nous intéresserons à la segmentation des aimants qui permet de réduire ces pertes.

L'optimisation consiste à maximiser la puissance volumique de la machine à partir de l'algorithme d'optimisation basé sur la biogéographie (BBO). Nous choisissons une machine disposant d'une paire de pôles tournant à 30 000 tr/min dont la vitesse périphérique ne peut excéder 180 m/s. Le bobinage est distribué sur deux encoches par pôle et par phase avec un raccourcissement de 5/6.

La température du bobinage ne peut dépasser 150 °C. La résistivité du cuivre, correspondante à cette température, est de 26.1 nΩ m.

Afin d'obtenir une inductance permettant de lisser le courant et réduire suffisamment les pertes harmoniques, nous avons choisi 60 spires par phase pour toutes les machines.

Le matériau ferromagnétique utilisé est dédié aux hautes fréquences (Bochum HF-20 [48]). Il est caractérisé par une induction de saturation de 1.1 T. et une perméabilité relative de 6 500. Il présente les coefficients de pertes fer suivants :

- coefficient de pertes à l'hystérésis : $k_{hyst} = 38 \text{ mH}^{-1}$;
- coefficient de pertes par courants de Foucault : $k_{fouc} = 3.87 \text{ mm}\Omega^{-1}$.

Les aimants sont de type terre rare SmCo_5 (VacoMax 170 [34]). Le dimensionnement doit vérifier que leur température n'excède pas 100 °C. L'induction rémanente des aimants est de 0.87 T à 100 °C et leur champ démagnétisant est de 1 195 kA/m. Leur conductivité électrique est de 1.1 MS.

Le dimensionnement considère que les machines sont munies de canaux de circuit de refroidissement situés dans la carcasse. Le modèle thermique et les conductivités thermiques sont présentés en section 4.2.1 du chapitre 4.

Comme mentionné auparavant, le dimensionnement est effectué en tenant compte ou non des pertes dans les aimants. Nous considérons aussi différents nombres d'aimants par pôle afin d'étudier l'influence de la segmentation circumférentielle sur les pertes dans les aimants.

Pour le calcul de ces pertes, nous considérons les harmoniques de courants de rang 5, 7, 11, 13, 17 et 19 (repère statorique) ainsi que les harmoniques de denture de rang 12 et 24 (repère rotorique) de la machine synchrone à 12 encoches.

La figure 5.13a présente l'évolution de la puissance volumique maximisée en fonction du nombre d'aimants par pôle. On constate que les pertes dans les aimants ne peuvent être négligées dans la procédure de dimensionnement optimal. Lorsque l'on néglige les pertes dans les aimants, la puissance volumique maximisée est

surestimée d'environ 17 % tant que la segmentation est insuffisante.

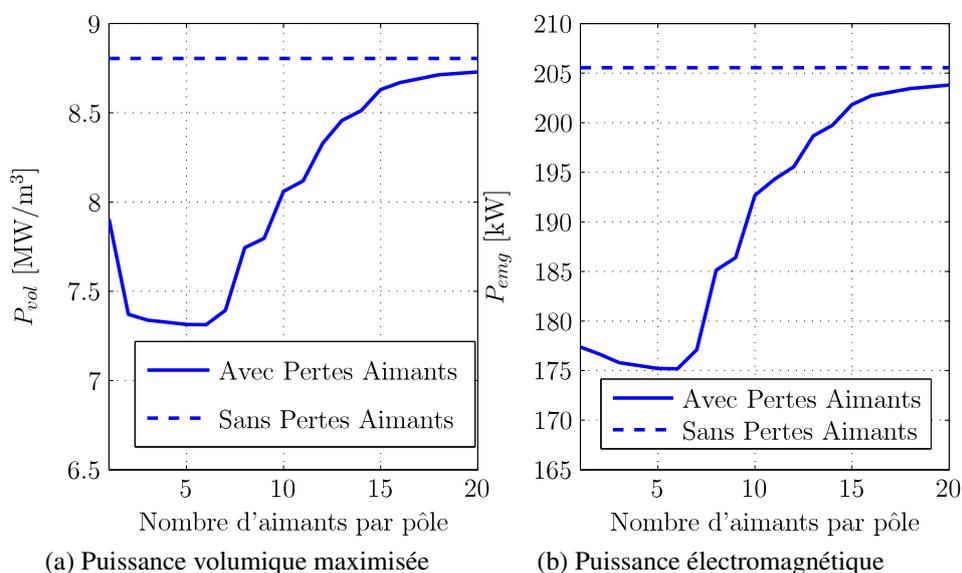


FIGURE 5.13 – Influence de la segmentation des aimants sur le dimensionnement optimal par maximisation de la puissance volumique

Afin d'expliquer l'évolution de la puissance volumique maximisée pour différents nombres d'aimants par pôle, nous comparons l'épaisseur de peau des harmoniques de temps et des harmoniques de denture à la largeur des aimants.

Le tableau 5.2 montre que la demi largeur de l'aimant devient inférieure à l'épaisseur de peau ($\delta_{6\Omega}=8.76$ mm) liée au premier harmonique de courant (tournant à 6 fois la vitesse du rotor) à partir du moment où l'aimant est segmenté en 7 morceaux par pôle.

Le tableau 5.2 montre aussi que l'épaisseur de peau ($\delta_{12\Omega}=6.19$ mm) provenant du premier harmonique de denture (tournant à 12 fois la vitesse du rotor) devient inférieure à la demi largeur de l'aimant lorsque l'on retrouve au moins 11 aimants par pôle.

Nous avons montré en section 3.3.3 que tant que la demi largeur de l'aimant n'est pas inférieure à l'épaisseur de peau, la segmentation des aimants augmente les pertes.

Nous retrouvons donc ce résultat : la segmentation conduit d'abord à une diminution de la puissance volumique car les pertes augmentent. La puissance volumique maximisée ne commence à croître qu'à partir d'une segmentation de 7 aimants par pôle, c'est à dire lorsque la demi-largeur de l'aimant devient inférieure à l'épaisseur de peau liée aux harmoniques 5 et 7.

Nombre d'aimants par pôle	Demi largeur d'un aimant ($b_m/2$) [mm.]
1	62.43
2	31.22
3	20.81
4	15.61
5	12.48
6	10.40
7	8.75
8	7.80
9	6.94
10	6.24
11	5.64
12	5.13
13	4.78
14	4.43
15	4.15
16	3.90
18	3.47
20	3.12

$\delta_{6\Omega} < b_m/2$
 $(\delta_{6\Omega}=8.76\text{mm})$

$\delta_{12\Omega} < b_m/2$
 $(\delta_{12\Omega}=6.19\text{mm})$

TABLE 5.2 – Demi-largeur optimale de l'aimant en fonction de la segmentation circonférentielle. Comparaison avec les épaisseurs de peau $\delta_{6\Omega}$ et $\delta_{12\Omega}$ correspondant respectivement aux harmoniques de rang 6 et 12 dans le repère du rotor

La figure 5.13b montre que, lorsque le nombre d'aimants par pôle augmente, la puissance électromagnétique optimale présente une allure similaire à celle de la puissance volumique. Cette similitude montre que les pertes dans les aimants influencent le dimensionnement optimal sans apporter de changement important sur le volume de la machine mais plutôt en diminuant le courant de phase.

En effet, on remarque à partir de la figure 5.14a que l'évolution du rayon extérieur en fonction du nombre d'aimants par pôle ne présente que de faibles variations de l'ordre de 3.2%.

Nous avons tracé l'évolution des rayons normalisés en fonction du nombre d'aimants par pôle sur la figure 5.14b. Les rayons sont normalisés par rapport au rayon extérieur du stator. Ils sont notés :

- r_b : rayon extérieur d'encoche normalisé
- r_s : rayon intérieur du stator normalisé
- r_f : rayon extérieur de frette normalisé
- r_m : rayon extérieur d'aimant normalisé
- r_r : rayon extérieur de culasse rotorique normalisé
- r_0 : rayon extérieur de l'arbre normalisé

A partir de la figure 5.14b, on constate que la segmentation des aimants n'entraîne que de faibles écarts sur les dimensions optimales.

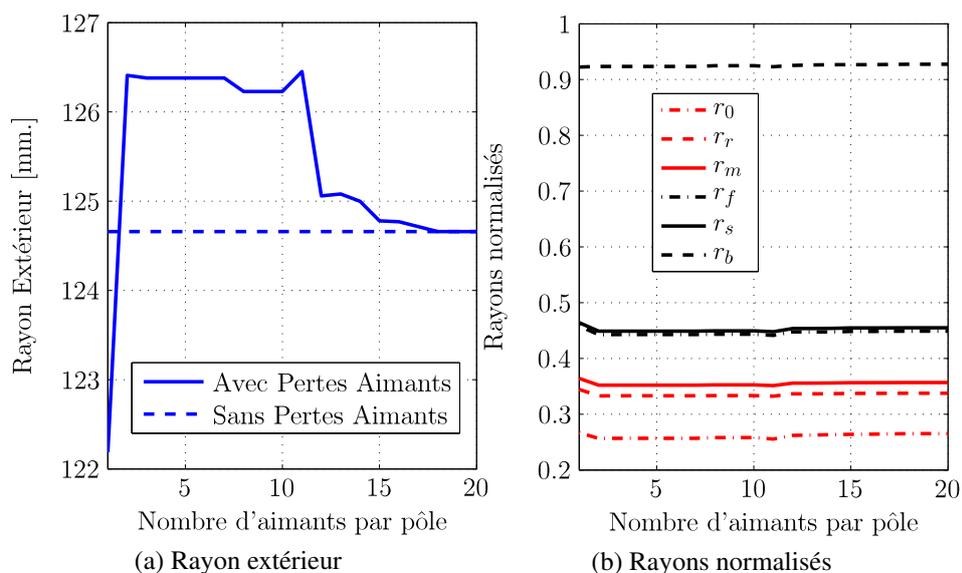


FIGURE 5.14 – Influence de la segmentation des aimants sur les dimensions optimales par maximisation de la puissance volumique

La figure 5.15 présente l'évolution de l'ouverture de l'aimant optimale en

fonction du nombre d'aimants par pôle. On constate que la segmentation des aimants entraîne très peu de variations sur l'ouverture des aimants; l'angle d'ouverture optimal est de l'ordre de 170°. Ainsi, la variation des pertes dans les aimants par segmentation n'engendre pas de modification du volume de l'aimant.

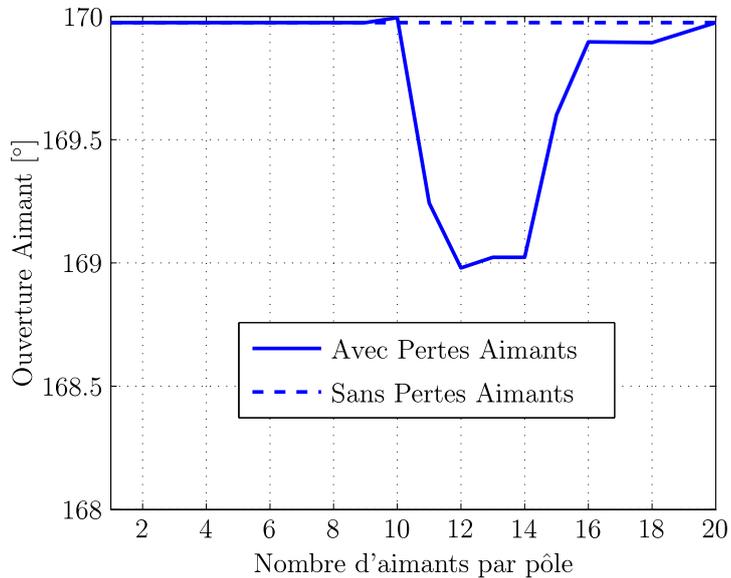


FIGURE 5.15 – Evolution de l'ouverture optimale de l'aimant en fonction du nombre d'aimants par pôle

La figure 5.16a présente l'évolution du courant efficace de phase optimal en fonction du nombre d'aimants par pôle. On observe que le courant suit la même évolution que la puissance volumique maximisée. Ainsi, le dimensionnement optimal est atteint en réduisant le courant efficace par phase ce qui permet de diminuer les pertes dans les aimants.

La figure 5.16b présente l'évolution du taux de fer dans la zone bobinable en fonction du nombre d'aimants par pôle. Cette figure montre que tant que les pertes dans les aimants augmentent, la largeur des encoches est plus faible que celle des dents. En effet, lorsque l'ouverture des encoches diminue, les amplitudes des harmoniques d'encoche sont réduites, ce qui diminue les pertes dans les aimants.

La figure 5.17 présente l'évolution des pertes pour différentes segmentations d'aimant. Elle montre que les pertes dans les aimants n'excèdent pas 500 W pour cette machine. Elle montre aussi que les pertes cuivre sont prédominantes dans le dimensionnement optimal. Il est intéressant de noter que les pertes cuivre restent relativement constantes alors que le courant par phase augmente. Cette évolution s'explique par une augmentation de la surface d'encoche qui entraîne une

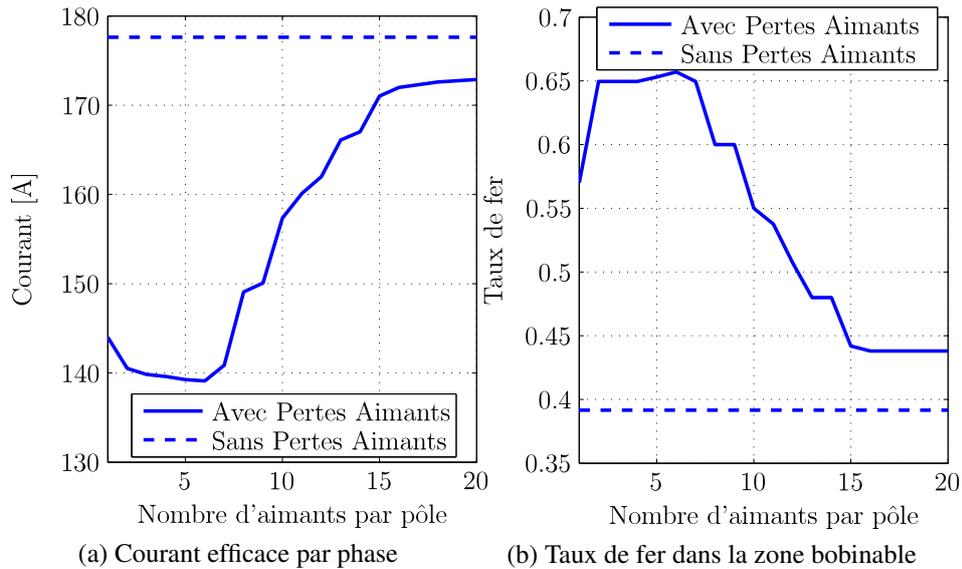


FIGURE 5.16 – Influence de la segmentation des aimants sur le courant par phase optimal et sur le taux de fer optimal dans la zone bobinable. Maximisation de la puissance volumique

diminution de la résistance par phase.

Nous pouvons aussi constater que les pertes cuivre ne sont pas égales aux pertes fer à l'issue du dimensionnement optimal. En effet, l'égalité des pertes obtenue par l'approche directe en 5.1.1 provient de la modélisation thermique globale. Dans notre dimensionnement, nous avons considéré un refroidissement par canaux traversant la carcasse et donc une modélisation thermique locale différente.

Nous pouvons alors nous intéresser aux différentes contraintes du dimensionnement. La figure 5.18a présente l'évolution de l'induction dans la culasse et dans les dents en fonction du nombre d'aimants par pôle. On constate que la contrainte de saturation du fer est atteinte dans la culasse. Ainsi, un matériau ferromagnétique présentant une induction de saturation inférieure à 1.1 T comme les poudres de fer nécessite une épaisseur de culasse plus importante et donc une puissance volumique inférieure à notre dimensionnement optimal.

La figure 5.18b présente l'évolution de la température dans les têtes de bobines, dans le bobinage, dans les aimants et dans les roulements. On constate que la température maximale admissible est atteinte dans les têtes de bobines. De plus, la température maximale dans les aimants est atteinte lorsque la segmentation y entraîne une augmentation des pertes. On observe aussi que la température du bobinage est toujours supérieure à celle des aimants ce qui montre que les pertes des aimants s'évacuent au travers de l'entrefer. De plus, la température des

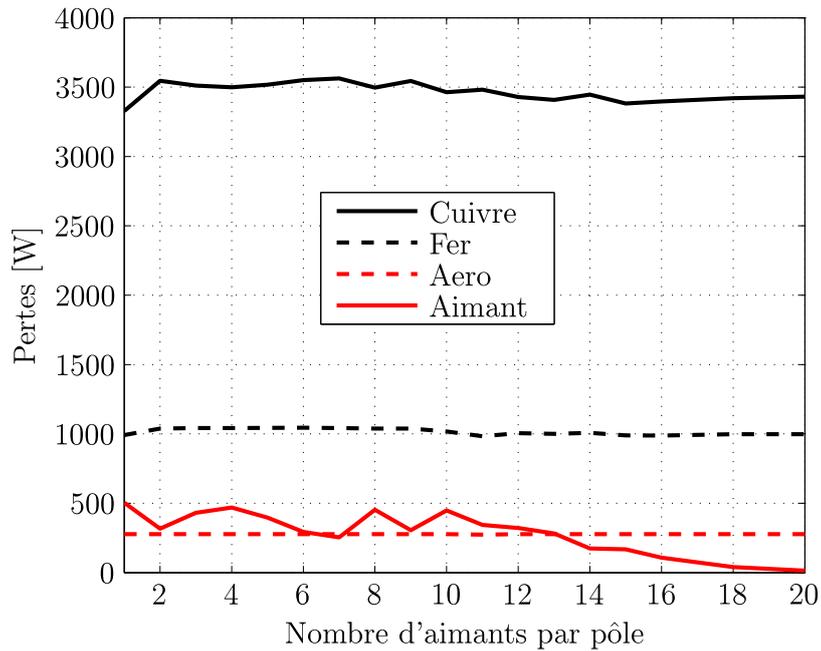


FIGURE 5.17 – Evolution des pertes en fonction du nombre d'aimants par pôle

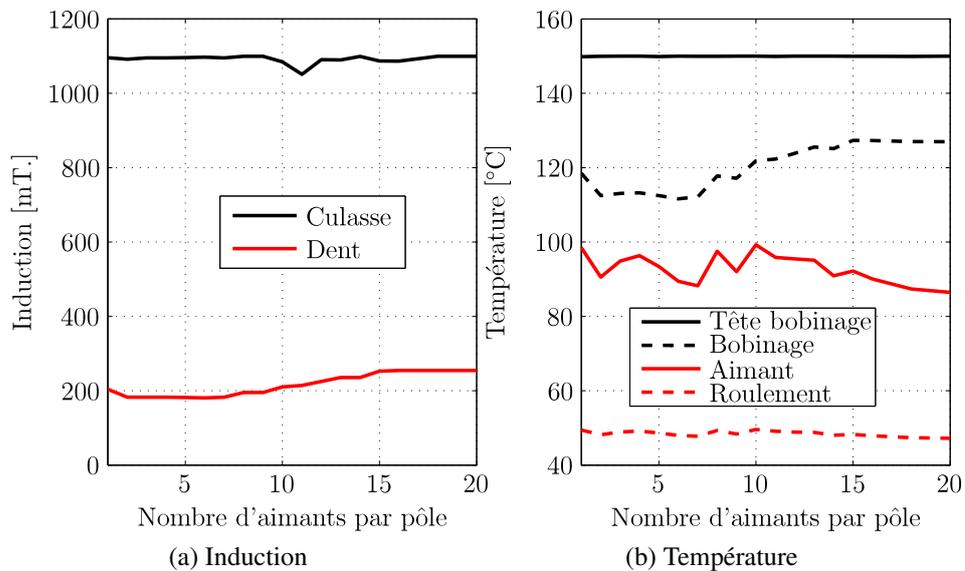


FIGURE 5.18 – Influence de la segmentation des aimants sur l'induction optimale dans les dents et la culasse ainsi que sur la température optimale dans les différentes parties de la machine. Maximisation de la puissance volumique

roulements est inférieure à 50 °C. Cette température est acceptable pour le bon fonctionnement de la machine.

Les contraintes relatives à la flexion des dents et au champ démagnétisant ne sont pas représentées puisqu'elles sont largement respectées.

Pour conclure, les pertes dans les aimants ne peuvent être négligées lors du dimensionnement optimal des machines synchrones rapides à aimants déposés en surface. Sans aucune segmentation des aimants, ces pertes entraînent surtout une diminution du courant de phase et une diminution de la largeur des encoches.

Afin de réduire l'impact des pertes dans les aimants sur le dimensionnement optimal de ces machines synchrones, il est possible de segmenter les aimants de sorte que leur demi-largeur reste inférieure à l'épaisseur de peau correspondante à l'harmonique dont la pulsation au rotor est suffisamment élevée (harmonique 24 pour notre exemple).

5.4 Impact de la fonction objective

Nous allons maintenant comparer les dimensionnements optimaux par la maximisation de deux fonctions objectives : la puissance volumique et la puissance massique. Nous reprenons la machine étudiée en 5.3 pour l'étude de l'impact des pertes dans les aimants en suivant la même procédure de dimensionnement optimal. Les matériaux des machines synchrones sont décrits précédemment en 5.3.2.

Les aimants sont segmentés de sorte que la largeur de l'aimant soit toujours inférieure au double de l'épaisseur de peau relative à l'harmonique 24.

Nous effectuons le dimensionnement optimal de ces machines synchrones pour sept vitesses de rotation du rotor : 10 000 tr/min, 25 000 tr/min, 30 000 tr/min, 50 000 tr/min, 70 000 tr/min, 85 000 tr/min et 100 000 tr/min.

Pour le calcul de la puissance massique, nous utilisons les masses volumiques des matériaux données dans le tableau 5.3.

La figure 5.19a présente l'évolution de la puissance volumique maximisée en fonction de la vitesse de rotation du rotor. Elle montre que la puissance volumique atteint un maximum autour de 85 000 tr/min. La figure 5.19b qui présente l'évolution de la puissance massique maximisée en fonction de la vitesse de rotation du rotor montre une évolution similaire à celle de la puissance volumique.

Matériau	Masse volumique [kg/m ³]
Acier ferromagnétique	7 650
Bobinage (40% cuivre + 60% isolant)	5 060
Aimant (SmCo ₅)	8 400
Frette (fibre de carbone)	1 760
Acier de l'arbre	7 800

TABLE 5.3 – Masses volumiques des éléments de la machine synchrone à aimants permanents

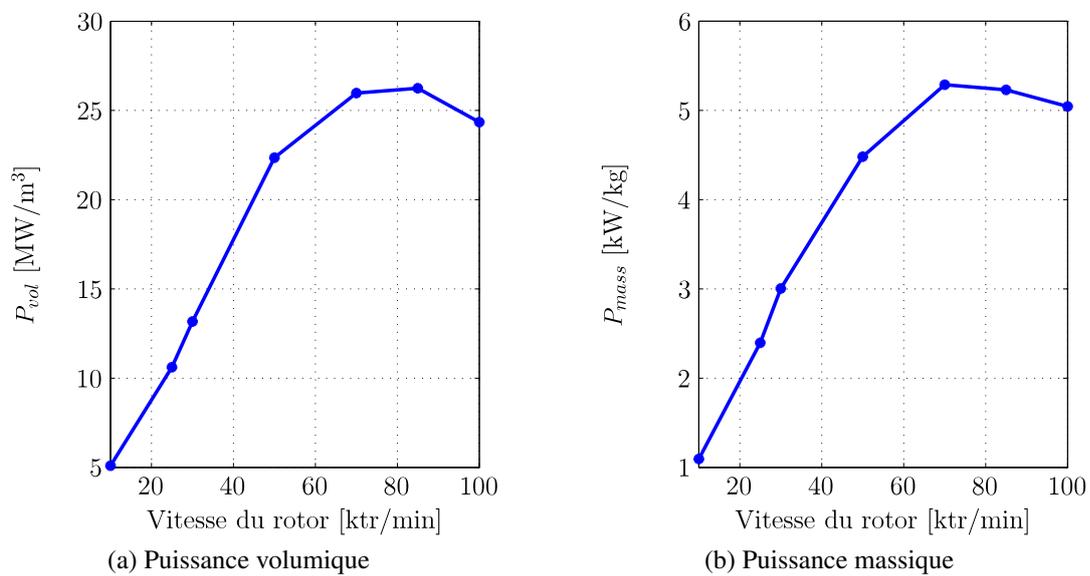


FIGURE 5.19 – Evolution de la fonction objective maximisée (puissance volumique et puissance massique) en fonction de la vitesse de rotation du rotor

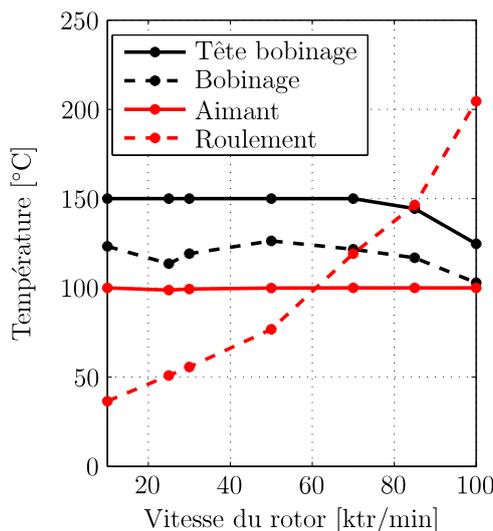
Afin d'augmenter les puissances volumiques et massiques de la machine, il serait alors préférable d'améliorer le mode de refroidissement, par exemple avec un fluide traversant l'entrefer, lorsque la vitesse de rotation dépasse les 85 000 tr/min.

Les figures 5.20a et 5.20b présentent l'évolution de la température dans les machines optimisées en fonction de la vitesse lors des dimensionnements respectifs par maximisation de la puissance volumique et par maximisation de la puissance massique. Ces figures montrent que la température des aimants atteint sa limite de fonctionnement pour les faibles et hautes vitesses de rotation du rotor.

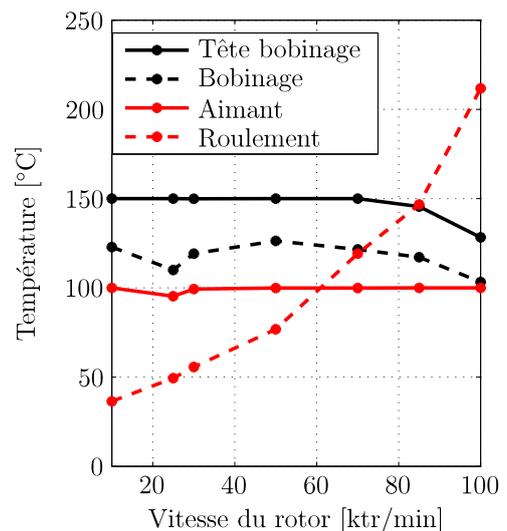
On constate aussi que la température des têtes de bobinage atteint sa limite de fonctionnement tant que la vitesse est inférieure à 70 000 tr/min. Au delà de cette vitesse, la température de l'ensemble du bobinage diminue, ce qui montre que la température des aimants est une contrainte plus forte que la température des têtes de bobines pour ces hautes vitesses.

Elles montrent aussi que les températures des éléments de la machine ne présentent pas de différences significatives, que l'on maximise la puissance volumique ou la puissance massique.

Nous pouvons aussi observer que la température des roulements devient élevée pour des vitesses importantes. Il est donc préférable d'ajouter un système de refroidissement sur les roulements lorsque la vitesse du rotor dépasse les 40 000 tr/min.



(a) Températures (maximisation de la puissance volumique)



(b) Températures (maximisation de la puissance massique)

FIGURE 5.20 – Evolution des températures des éléments des MSAP pour les dimensionnements par maximisation de la puissance volumique et de la puissance massique

La figure 5.21a présente l'évolution des pertes dans les machines optimales en fonction de la vitesse de rotation. Cette figure montre que la segmentation des aimants conduit à des niveaux de pertes dans les aimants très faibles, inférieurs à 40 W. On observe aussi que les pertes fer sont prépondérantes devant les pertes cuivre pour des vitesses de rotation inférieures à environ 40 000 tr/min. Pour des vitesses plus élevées, les pertes cuivre sont plus importantes que les pertes fer.

La figure 5.21b présente l'évolution du rendement des machines optimales en fonction de la vitesse du rotor. Elle montre que le rendement est le même que l'on effectue un dimensionnement par maximisation de la puissance volumique ou par maximisation de la puissance massique. De plus, le rendement diminue avec l'augmentation de la vitesse. On constate aussi que le rendement de ces machines est élevé et il est toujours supérieur à 92 %.

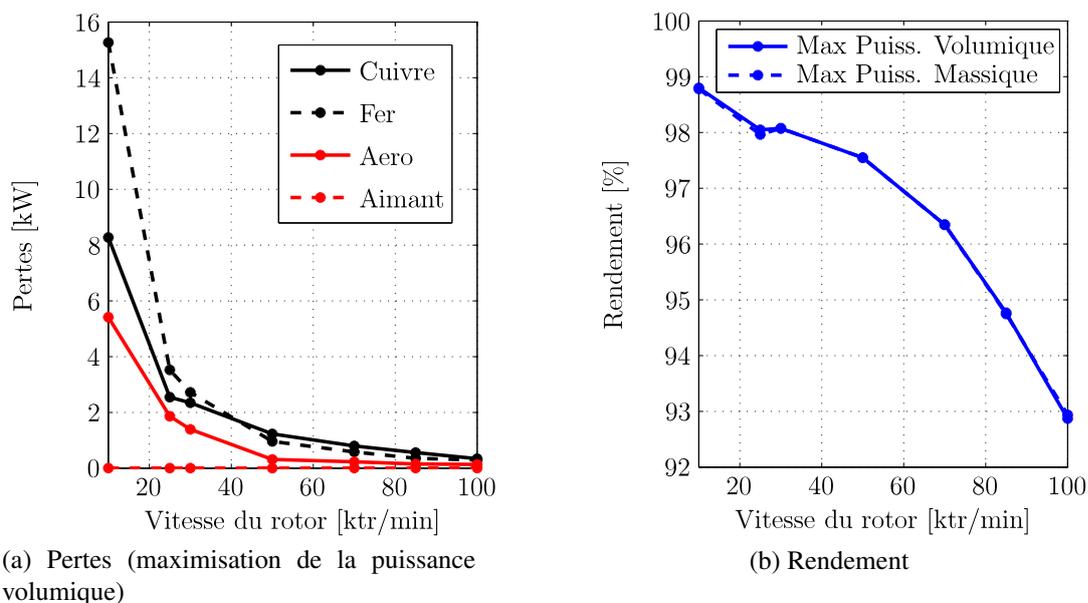
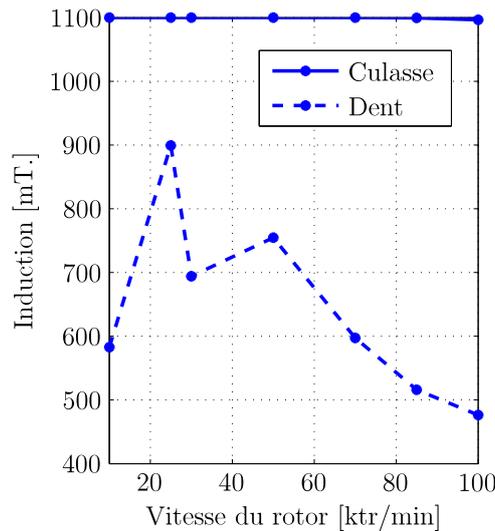


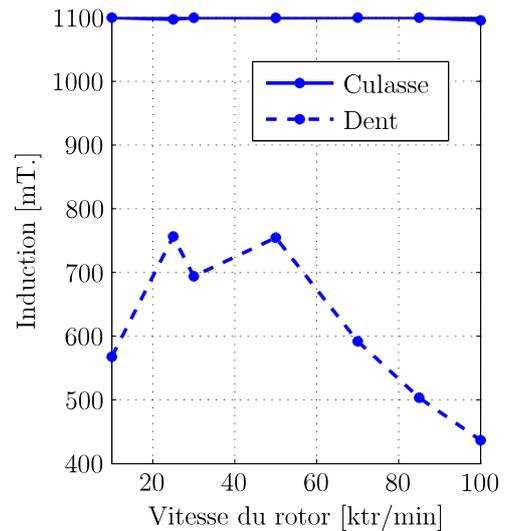
FIGURE 5.21 – Evolution des pertes et du rendement des MSAP pour les dimensionnements par maximisation de la puissance volumique et de la puissance massique

Les figures 5.22a et 5.22b présentent l'évolution de l'induction dans la culasse et dans les dents en fonction de la vitesse de rotation. Ces figures montrent que l'induction de saturation est atteinte dans la culasse.

Nous constatons aussi que quelque soit la fonction objective, puissance volumique ou puissance massique, les inductions dans les dents et la culasse ne présentent pas de différences fortement significatives.



(a) Maximisation de la puissance volumique



(b) Maximisation de la puissance massique

FIGURE 5.22 – Evolution de l'induction dans la culasse et dans les dents

La figure 5.23a donne l'évolution du courant efficace optimal pour les deux dimensionnements. Elle montre que l'évolution est pratiquement identique pour les deux fonctions objectives : le courant optimal diminue lorsque la vitesse du rotor augmente.

La figure 5.23b montre que le rayon extérieur optimal reste le même que l'on dimensionne les machines par maximisation de la puissance volumique ou par maximisation de la puissance massique.

On observe aussi que l'évolution du rayon extérieur est comparable à celle du courant optimal.

Les figures 5.24a et 5.24b, qui présentent l'évolution des rayons normalisés en fonction de la vitesse de rotation, montrent qu'il n'y a pas de modifications significatives des dimensions optimales pour les deux dimensionnements (écarts relatifs inférieurs à 10%). On observe aussi que l'épaisseur de la culasse du stator et celle du rotor est de plus en plus faible lorsque l'on augmente la vitesse du rotor. Cette évolution s'explique par une diminution de l'induction dans l'entrefer

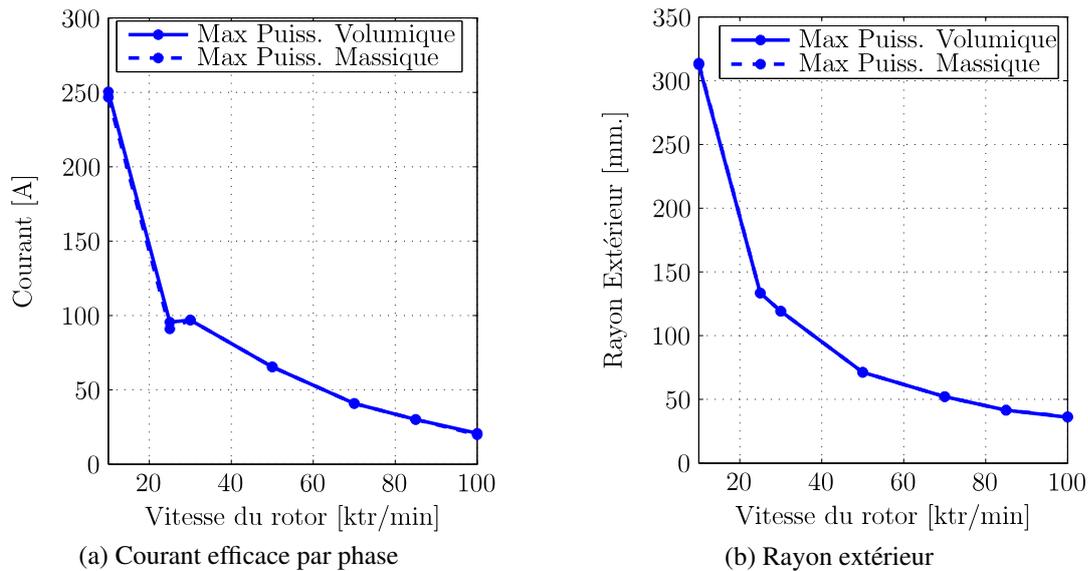


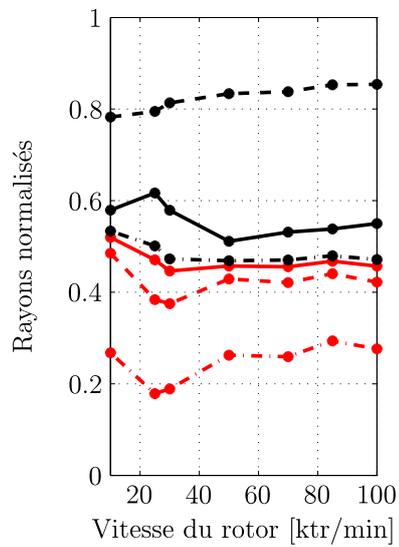
FIGURE 5.23 – Evolution du rayon extérieur optimal et du courant efficace par phase optimal des MSAP pour les dimensionnements par maximisation de la puissance volumique et de la puissance massique

lorsque la vitesse augmente. L'induction dans la culasse tend à atteindre l'induction de saturation du matériau entraînant aussi une diminution de l'épaisseur de la culasse.

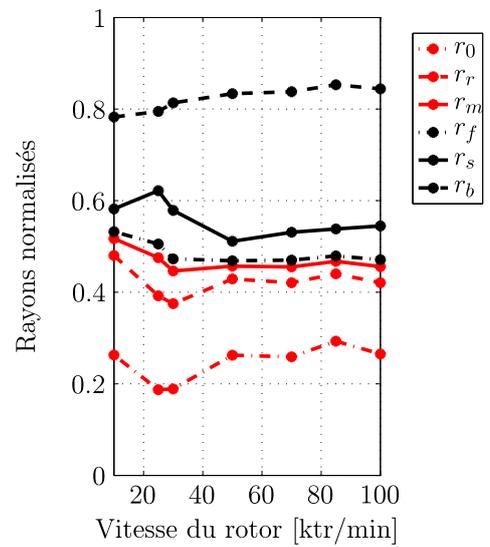
Nous avons représenté en figure 5.26 des exemples de représentations des ces machines optimales.

La figure 5.25a montre que, quelque soit la vitesse de rotation, l'angle d'ouverture optimal des aimants reste pratiquement constant et voisin de 170° pour les deux dimensionnements.

La figure 5.25b montre que lorsque la vitesse évolue, le taux de fer dans la zone bobineable varie entre 0,25 et 0,46 de la même manière pour les deux dimensionnements.

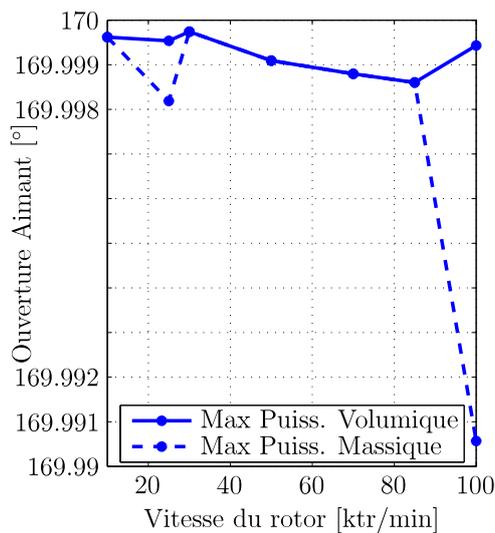


(a) Maximisation de la puissance volumique

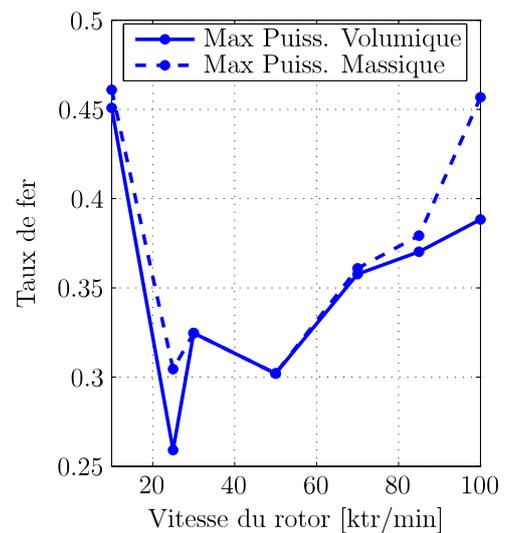


(b) Maximisation de la puissance massique

FIGURE 5.24 – Evolution des rayons normalisés optimaux de la machine



(a) Angle d'ouverture des aimants



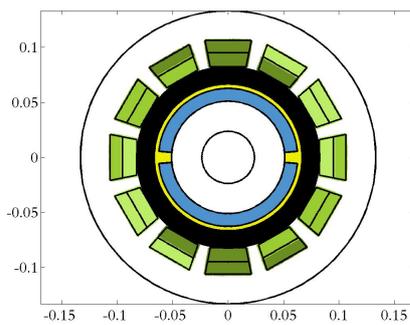
(b) Taux de fer dans la zone bobinable

FIGURE 5.25 – Evolution de l'ouverture des aimants et du taux de fer dans la zone bobinable en fonction de la vitesse de rotation

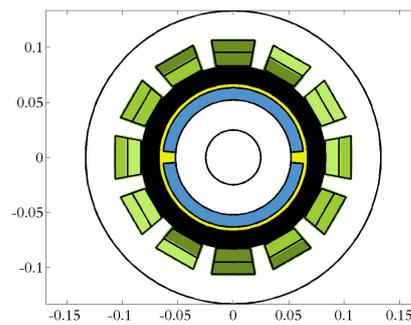
Nous pouvons alors conclure que le dimensionnement par maximisation de la puissance volumique et le dimensionnement par maximisation de la puissance massique conduisent quasiment aux mêmes dimensions et courants quelque soit la vitesse de rotation du rotor.

Pour des vitesses de rotation supérieures à 70 000 tr/min, c'est la température des aimants qui limite la puissance volumique ou massique alors que pour des vitesses inférieures à 70 000 tr/min, c'est la température des têtes de bobines qui restreint ces puissances.

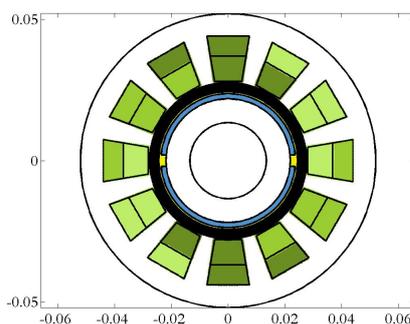
Lorsque la vitesse du rotor dépasse 40 000 tr/min, la température des roulements excède 60 °C si bien qu'il est préférable d'ajouter un système de refroidissement afin d'assurer le bon fonctionnement de ces machines.



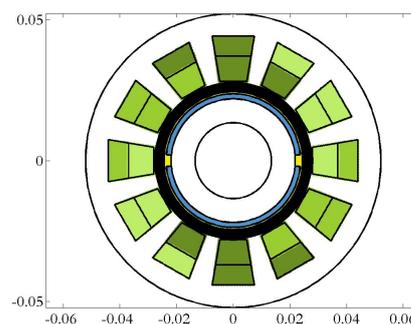
(a) Maximisation puissance volumique à 25 000 tr/min



(b) Maximisation puissance massique à 25 000 tr/min



(c) Maximisation puissance volumique à 70 000 tr/min



(d) Maximisation puissance massique à 70 000 tr/min

FIGURE 5.26 – Machines optimales obtenues par maximisation de la puissance massique et de la puissance volumique

Légende : Aimants en bleu ; Frette en Jaune ; Entrefer en Noir ; Bobinage en Vert

5.5 Influence du type d'aimant

Nous nous intéressons à l'influence du type d'aimant dans le dimensionnement optimal des machines synchrones à aimants déposés en surface. Les aimants en terre-rare sont caractérisés par une importante puissance volumique mais ils sont conducteurs électriques si bien qu'ils sont soumis à des pertes par courants induits. Les aimants ferrites présentent une puissance volumique inférieure, cependant ce sont de mauvais conducteurs électriques et n'engendrent pas de pertes dans les aimants.

Pour le dimensionnement des machines à aimants en terre rare SmCo_5 , nous reprenons les résultats de l'optimisation par maximisation de la puissance volumique de la section 5.4. Les machines à aimants en ferrite sont dimensionnées en reprenant la procédure d'optimisation décrite en 5.2 avec la méthode de segmentation des aimants définie en 5.3. Le tableau 5.4 présente les propriétés physiques de ces deux types d'aimants. Pour comparer correctement ces deux types d'aimants, nous avons considéré deux températures maximales d'utilisation des aimants en ferrites : l'une commune aux deux types d'aimant : 100 °C et l'autre correspondant à la limitation technologique actuelle : 200 °C.

Propriétés physiques	Aimant SmCo_5	Aimant ferrite
Induction rémanente [T.]	0.87 (100 °C)	0.31 (130 °C)
Champ démagnétisant [kA/m]	1 195	276
Energie volumique [kJ/m^3]	200	31.1
Température d'utilisation [°C.]	100	100 et 200
Conductivité électrique [S.]	1 100 000	0.0001
Variation d'induction rémanente [%/°C.]	-0.04	-0.2

TABLE 5.4 – Propriétés physiques des aimants permanents

La figure 5.27a présente l'évolution de la puissance volumique maximisée en fonction de la vitesse pour des machines équipées d'aimants en SmCo_5 et d'aimants à base de ferrite. Elle montre que l'utilisation de terre-rare ou des aimants en ferrites limités à 200 °C conduisent à des puissances volumiques assez proches. Cependant, les aimants en terre-rare permettent d'atteindre des puissances volumiques relativement supérieures pour toutes les vitesses de rotation. Lorsque ces deux types d'aimants présentent la même température maximale d'utilisation ($T_{max}=100^\circ\text{C}$), on constate une diminution significative de la puissance volumique maximale des aimants en ferrite lorsque la vitesse dépasse 70 000 tr/min.

Pour un refroidissement par canaux dans la carcasse, ces machines à aimants présentent une vitesse optimale proche de 85 000 tr/min qui correspond à la puissance volumique maximale de 26,2 MW/m³.

La figure 5.27b montre que la puissance des machines équipées d'aimants en ferrite est supérieure à celle des machines à aimants en terre-rare lorsque la vitesse est inférieure à 30 000 tr/min. Au delà de cette vitesse, la puissance des machines équipées d'aimants en terre-rare devient supérieure à celle des machines en ferrite dont la température maximale d'utilisation est de 100 °C.

Nous avons reporté sur la même figure les performances de diverses machines existantes provenant de la littérature (voir 1.3.4). Nous remarquons que leurs performances sont comparables à notre optimisation. Les quelques applications existantes qui présentent une puissance électromagnétique supérieure à celle donnée par notre dimensionnement, sont refroidies avec un fluide traversant l'entrefer [2] que nous n'avons pas considéré.

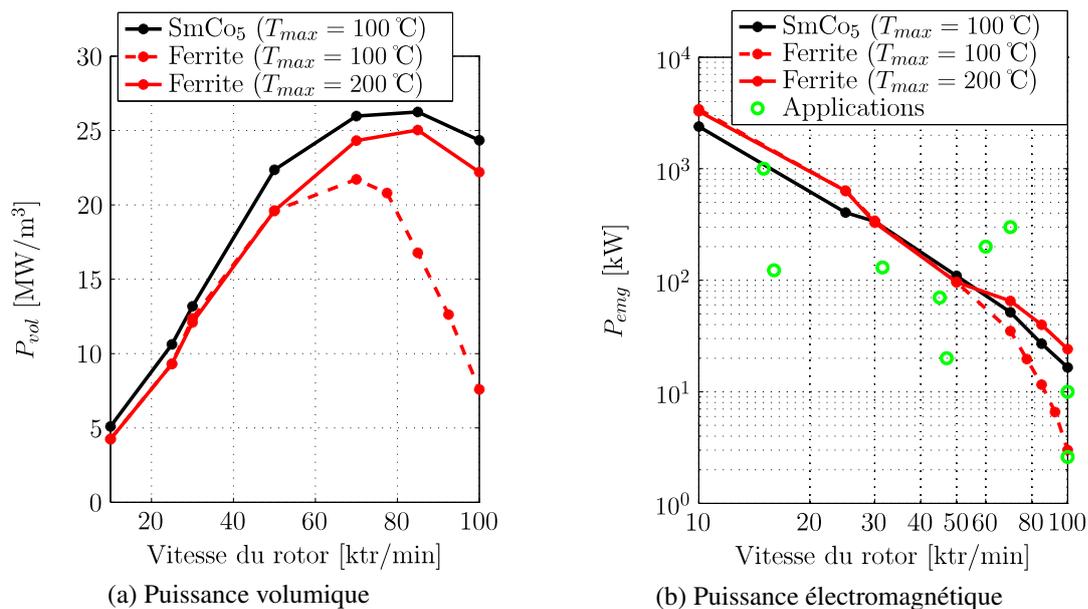


FIGURE 5.27 – Evolution de la puissance volumique et de la puissance électromagnétique en fonction de la vitesse

Les figures 5.28a et 5.28b présentent l'évolution des pertes dans le cas des dimensionnements respectifs des machines équipées d'aimants en SmCo_5 et d'aimants en ferrite. Ces figures montrent que les pertes sont plus importantes dans le cas de machines à aimant terre rare lorsque la vitesse dépasse environ 29000tr/min.

On observe aussi que, pour des machines à aimants en terre rare, les pertes cuivre sont plus grandes que les pertes fer pour des vitesses supérieures à environ 40 000 tr/min. Pour les machines à aimants en ferrite, les pertes Joule sont plus importantes que les pertes fer lorsque la vitesse dépasse environ 20 000 tr/min.

Les pertes dans les aimants en ferrite sont quasiment nulles, inférieures au nanowatt, alors que celles dans les aimants en terre rare, non représentées, sont toujours inférieures à 40 W.

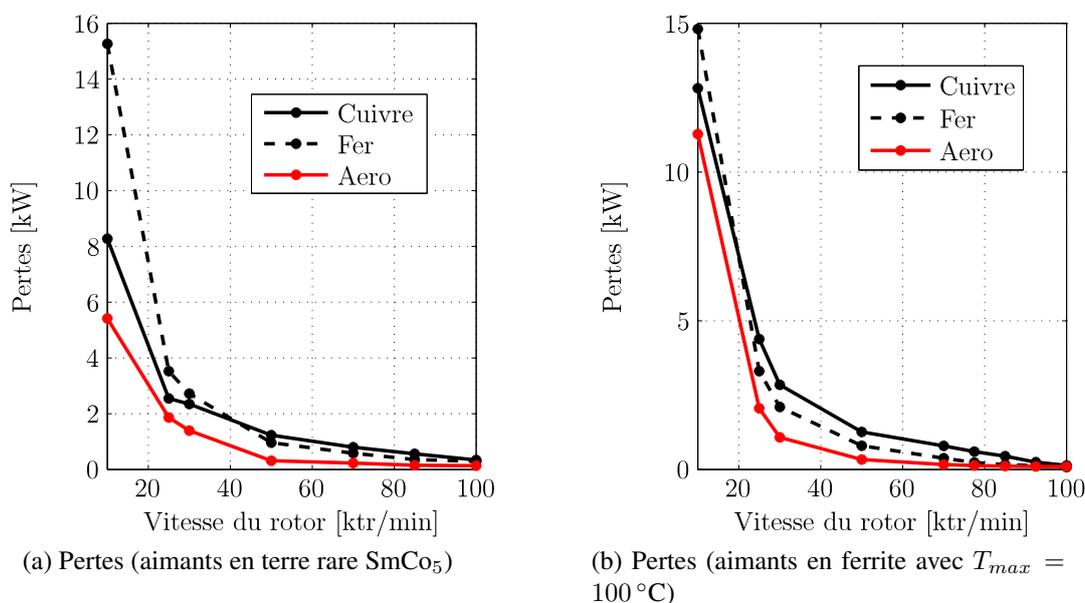


FIGURE 5.28 – Evolution des pertes dans les machines synchrones en fonction de la vitesse et du type d'aimant

La figure 5.29 présente l'évolution du rendement en fonction de la vitesse pour les deux configurations. Cette figure montre que le rendement des machines à base de terre rare est supérieur à celui des machines équipées de ferrites dont la température maximale d'utilisation est de $100\text{ }^\circ\text{C}$. Les machines optimales à aimants en ferrite, supportant $200\text{ }^\circ\text{C}$, conduisent à des rendements comparables à ceux des machines à aimants en terre-rare.

Le rendement des machines diminue lorsque la vitesse du rotor augmente. A 100 ktr/min et pour une température limite des aimants de $100\text{ }^\circ\text{C}$, le rendement des machines en terre rare est de 93% . Il est de 79% pour des machines en ferrites.

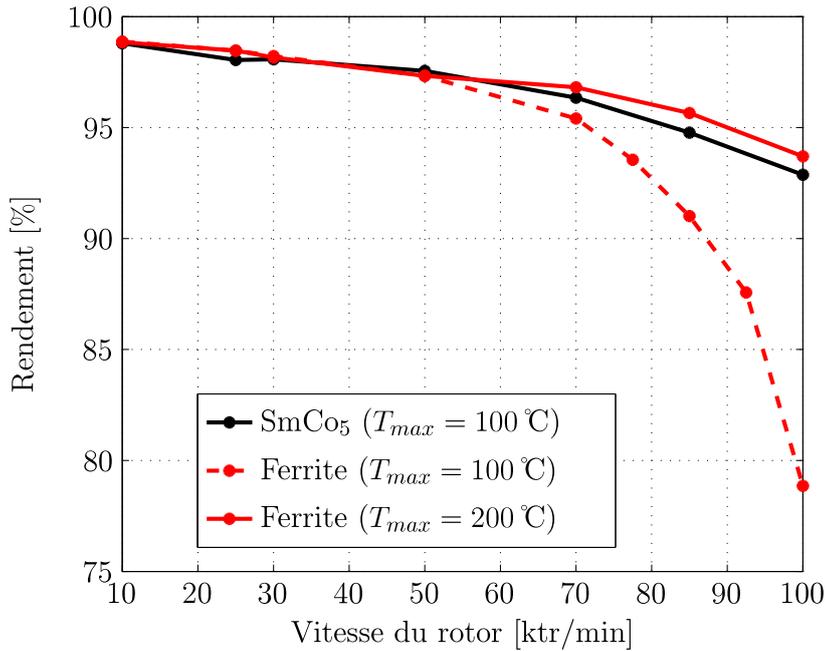


FIGURE 5.29 – Evolution du rendement des machines optimisées en fonction de la vitesse et du type d’aimant

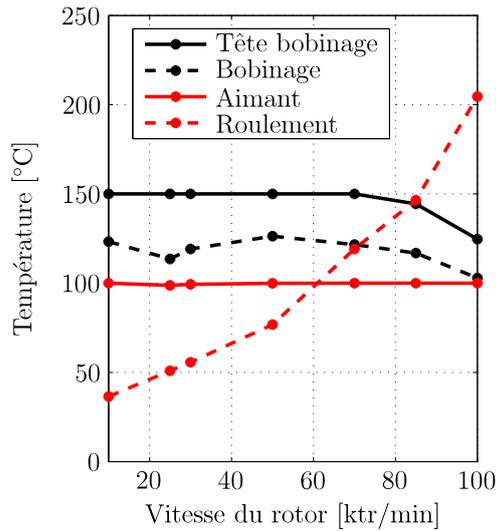
Les figures 5.30a et 5.30b montrent que la température dans les têtes de bobines atteint sa limite de fonctionnement pour des vitesses inférieures à 70 000 tr/min et à 77 500 tr/min pour, respectivement, les machines à aimants en terre-rare et en ferrite. Pour des vitesses supérieures, cette température diminue.

La température des aimants SmCo₅ est proche de leur limite de fonctionnement située à 100 °C, alors que la température des ferrites augmente avec la vitesse si bien que nous avons tenu compte de ces variations de température dans la définition de l’induction rémanente des aimants.

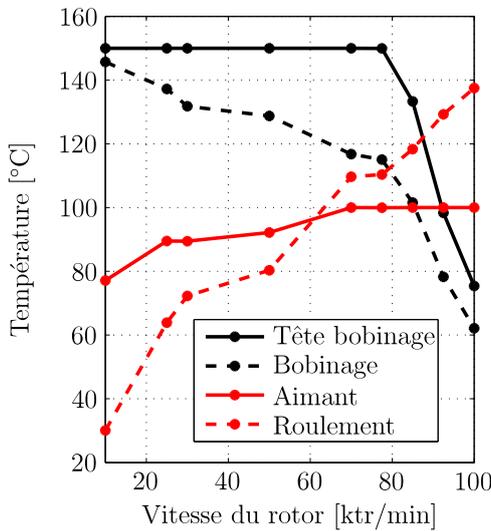
On constate que la température des roulements augmente significativement avec la vitesse. Ainsi, il est préférable d’ajouter un système de refroidissement spécifique aux roulements lorsque la vitesse dépasse environ 40 000 tr/min et 28000 tr/min pour respectivement les machines en terre rare et en ferrite.

Les figures 5.31a et 5.31b présentent l’évolution de l’induction dans la culasse et dans les dents pour les deux configurations dont la température maximale des aimants est la même (100 °C). Ces figures montrent que l’induction dans la culasse atteint la limite de saturation de 1.1T quelque soit le type d’aimant.

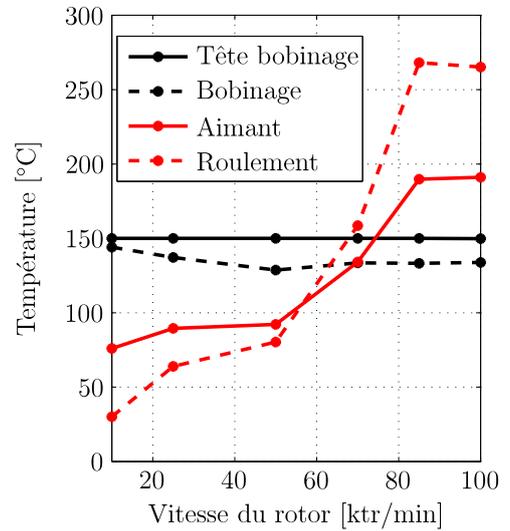
On observe que l’induction dans les dents des machines à aimants en ferrite est plus faible que celle des machines à aimants en terre rare.



(a) Températures (aimants en terre rare SmCo_5)



(b) Températures (aimants en ferrite avec $T_{max} = 100^\circ\text{C}$)

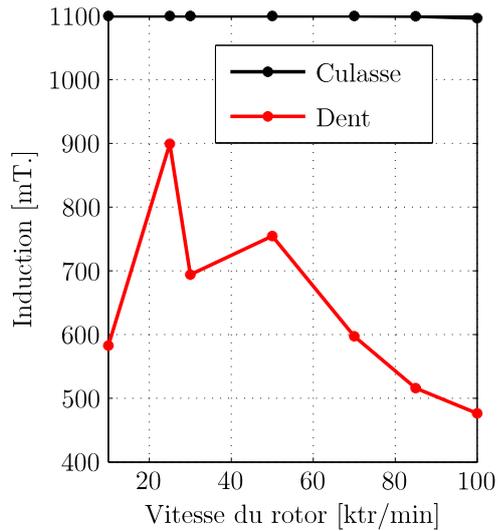


(c) Températures (aimants en ferrite avec $T_{max} = 200^\circ\text{C}$)

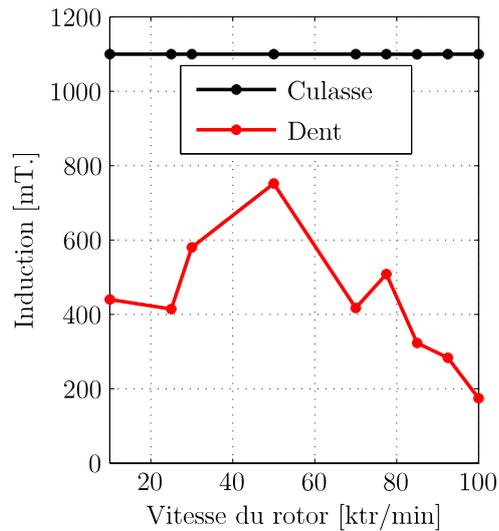
FIGURE 5.30 – Evolution de la température en fonction de la vitesse du rotor

La figure 5.32a montre que le courant dans les machines en ferrite est supérieur à celui des machines en terre rare pour des vitesses inférieures à environ 50 000 tr/min. Au delà de cette vitesse, les courants sont comparables et diminuent avec la vitesse de rotation.

La figure 5.32b montre que le rayon extérieur des machines équipées d'aimants en terre rare est supérieur à celui des machines à aimants en ferrite pour des vitesses supérieures à environ 49 000 tr/min. De plus le rayon diminue lorsque la vitesse augmente.



(a) Induction (aimants en terre rare SmCo₅)



(b) Induction (aimants en ferrite avec $T_{max} = 100\text{ °C}$)

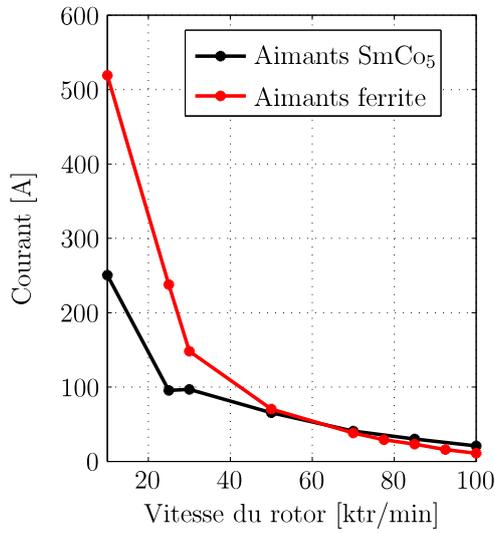
FIGURE 5.31 – Evolution de l'induction dans la culasse et dans les dents en fonction de la vitesse du rotor et du type d'aimant

Les figures 5.33a et 5.33b montrent que le rayon normalisé de l'arbre est plus élevé dans les machines à aimants en ferrite lorsque la vitesse dépasse 56 000tr/min. De plus, on constate que l'épaisseur de la culasse des machines en ferrite est toujours supérieures à celle des machines en terre-rare.

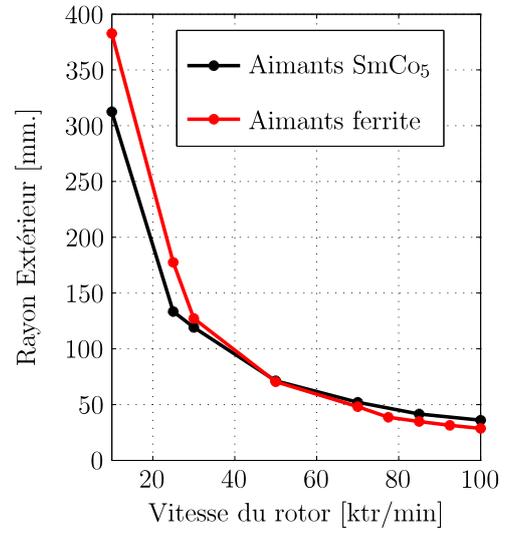
Des exemples de machines optimales sont représentées en figure 5.35.

La figure 5.34a présente l'évolution de l'ouverture des aimants par pôle en fonction de la vitesse du rotor. On constate que quelque soit le type d'aimant, leur angle d'ouverture sur un pôle est relativement le même et proche de la limite autorisée de 170 °C.

La figure 5.34b montre que le taux de fer dans la zone bobineable présente des variations similaires quelque soit le type d'aimant.

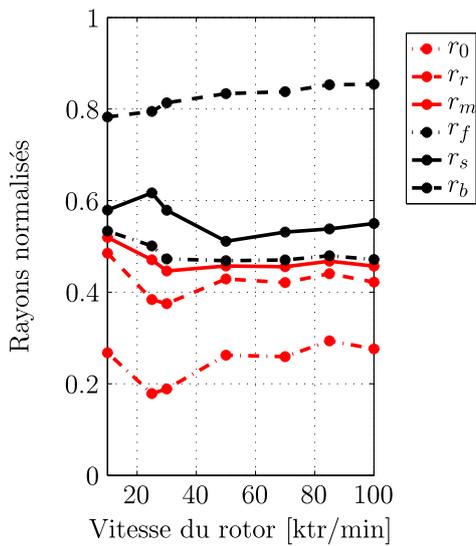


(a) Courant efficace par phase

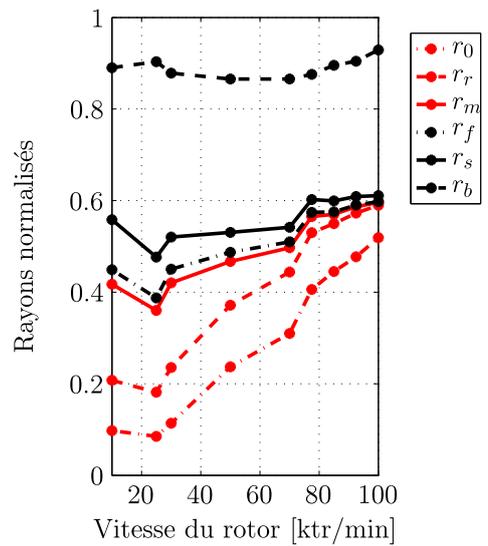


(b) Rayon extérieur

FIGURE 5.32 – Evolution du courant efficace par phase et du rayon extérieur en fonction de la vitesse du rotor et du type d'aimant

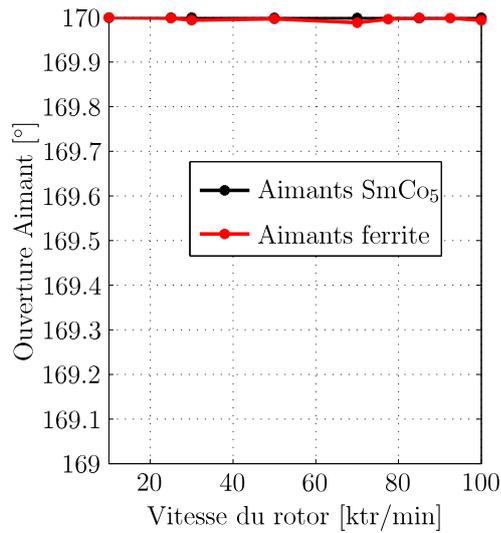


(a) Aimants en terre rare SmCo₅

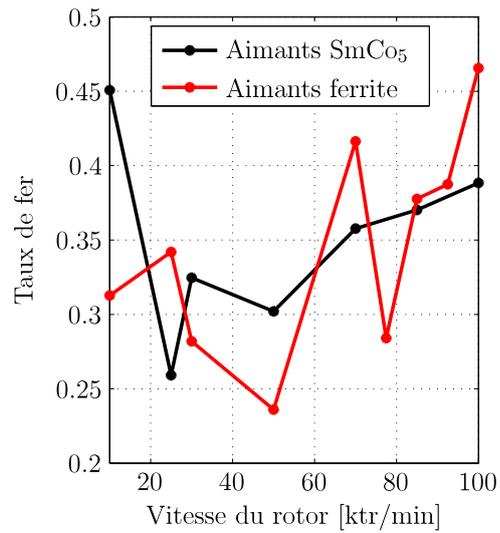


(b) Aimants en ferrite ($T_{max} = 100^\circ\text{C}$)

FIGURE 5.33 – Evolution des rayons normalisés en fonction de la vitesse du rotor et du type d'aimants



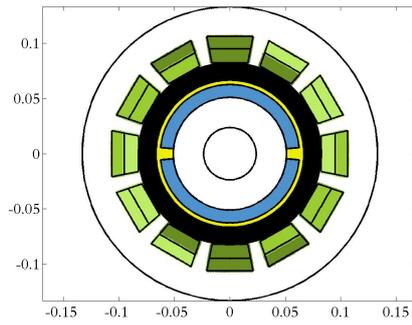
(a) Angle d'ouverture des aimants sur un pôle



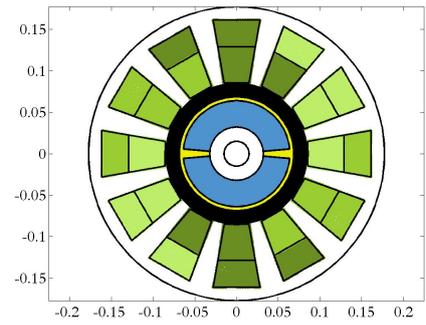
(b) Taux de fer dans la zone bobinaire

FIGURE 5.34 – Evolution de l'angle d'ouverture des aimants sur un pôle et du taux de fer dans la zone bobinaire des machines synchrones optimisées en fonction de la vitesse du rotor

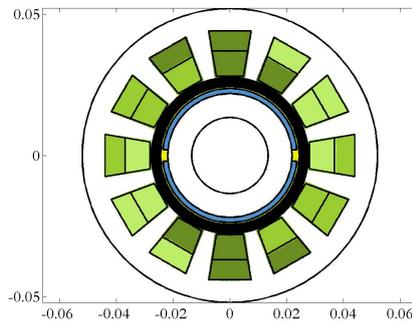
Nous pouvons conclure que, les machines synchrones à aimants en terre rare SmCo₅ présentent de meilleures puissances volumiques que les machines à aimants en ferrite. Pour la même température maximale d'utilisation des aimants, les performances des machines à aimants en terre-rare restent supérieures aux machines équipées d'aimants en ferrite. Lorsque les aimants en ferrite présentent une température maximale d'utilisation de 200 °C, quelque soit le type d'aimant, les performances des machines optimales sont similaires.



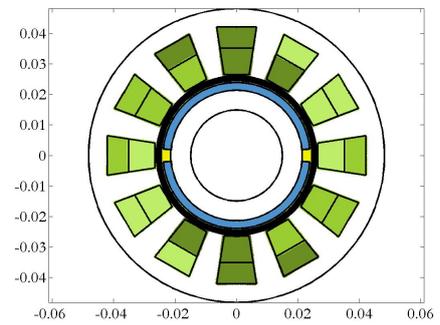
(a) Machine optimale à aimants en SmCo_5 à 25 000 tr/min



(b) Machine optimale à aimants en ferrite à 25 000 tr/min



(c) Machine optimale à aimants en SmCo_5 à 70 000 tr/min



(d) Machine optimale à aimants en ferrite à 70 000 tr/min

FIGURE 5.35 – Machines optimales avec des aimants en terre-rare (SmCo_5) et en ferrite ($T_{max} = 100^\circ\text{C}$).

Légende : Aimants en bleu ; Frette en Jaune ; Entrefer en Noir ; Bobinage en Vert

5.6 Bilan

Dans ce chapitre, nous avons commencé par déterminer la méthode d'optimisation la plus adaptée à notre problème de conception optimale des machines synchrones à aimants permanents déposés en surface. En effectuant une comparaison des différents algorithmes d'optimisation sur des fonctions tests, nous avons retenu l'algorithme basée sur la biogéographie car il présente les meilleurs résultats d'optimisation en terme de robustesse et de précision.

Nous avons ensuite déterminé les variables d'optimisation, les contraintes et les fonctions objectives relatives à notre problématique.

Nous avons alors déterminé l'influence des pertes dans les aimants sur le dimensionnement optimal d'une machine tournant à 30 000 tr/min. Nous avons montré que les pertes dans les aimants ont une influence non négligeable pour dimensionner ces machines rapides.

Ensuite, nous avons déterminé l'impact de la fonction objective en considérant la maximisation de la puissance volumique puis de la puissance massique de ces machines synchrones. Nous avons montré qu'il n'existe pas de distinctions très significatives que l'on considère un dimensionnement par maximisation de la puissance volumique ou de la puissance massique.

Enfin, nous avons déterminé l'influence du type d'aimant sur le dimensionnement optimal en considérant des aimants en terre rare SmCo_5 et des aimants en ferrite. Nous avons montré que les machines synchrones équipées d'aimants SmCo_5 sont plus performantes en terme de puissance volumique, puissance électromagnétique et de rendement que les machines à aimants en ferrite dont la température maximale d'utilisation des aimants est la même (100°C). De plus, notre procédure de dimensionnement optimal conduit à des niveaux de puissances semblables à ceux de machines synchrones existantes.

CONCLUSION GÉNÉRALE

Dans ce manuscrit, nous nous sommes intéressé principalement à la détermination analytique des pertes dans les aimants des machines synchrones rapides à aimants permanents déposés en surface ainsi qu'à leur influence sur le dimensionnement optimal de ces machines.

Après avoir analysé les différentes machines candidates à la haute vitesse, nous avons retenu la machine synchrone à aimants permanents déposés en surface pour ses excellentes performances comme la puissance massique et le rendement.

Afin de déterminer les performances et contraintes utiles pour la méthode d'optimisation, nous avons développé des modèles analytiques électromagnétique et thermique de la machine. Nous avons déterminé les pertes dans le bobinage classiquement à partir de la résistance du bobinage, les pertes fer à partir d'un modèle de type Steinmetz dont le coefficient de pertes additionnelles est déterminé expérimentalement. Au travers d'une étude comparative, nous avons choisi un modèle de pertes aérodynamiques validé par des mesures issues de la littérature. Finalement, nous avons validé l'ensemble des modèles de pertes par une série d'essais en décélération sur un banc composé de deux machines rapides.

Nous avons ensuite déterminé de manière analytique les pertes par courants induits dans les aimants en proposant deux méthodes :

- une approche énergétique globale où l'énergie relative à la densité de courant dans l'aimant isolé est déterminé en la correspondant à l'énergie relative aux courants induits dans une couronne conductrice ;
- une démarche locale par décomposition en série de Fourier de la force magnétomotrice source. La détermination des courants induits dans l'aimant est ensuite déduite en résolvant le problème de magnétodynamique analogue à celui d'une couronne conductrice pour chaque harmonique.

La comparaison de ces modèles par des calculs par éléments finis 3D a permis de montrer que le modèle harmonique tient bien compte de la réaction magnétique issue des courants induits dans l'aimant et que la précision des calculs analytiques des pertes est acceptable.

Enfin, nous avons développé une méthodologie d'optimisation afin de déterminer l'impact des pertes dans les aimants sur le dimensionnement optimal. Nous avons montré que ces pertes entraînent une réduction du courant de phase sans changement significatif des dimensions de la machine. Afin de réduire ces pertes, nous avons étudié la segmentation circonférentielle des aimants. Nous avons montré que lorsque la largeur de l'aimant est inférieure au double de l'épaisseur de peau relative à un harmonique de rang suffisamment élevé (rang 24 pour notre machine), l'impact des pertes dans les aimants est relativement faible sur le dimensionnement optimal.

Durant cette étude de dimensionnement optimal, nous avons aussi montré que la maximisation de la puissance volumique ou de la puissance massique n'engendre pas de différences significatives sur les grandeurs optimales. De plus, bien que les niveaux d'induction dans l'entrefer soient faibles en hautes vitesses, nous avons montré que les machines équipées d'aimants en terre-rare conduisent à de meilleures performances que les machines dont les aimants sont en ferrites.

A l'avenir, il serait intéressant de compléter le dimensionnement en optimisant l'ensemble machine-convertisseur statique commandable. La prise en compte des pertes dans le convertisseur permettrait l'optimisation du facteur de puissance de l'ensemble et d'en déduire le nombre de spires par phase optimal de la machine.

Une seconde orientation de recherche concerne l'étude de la segmentation axiale des aimants en améliorant la modélisation concernant les effets d'extrémités liés à la fermeture des courants.

Un troisième axe de recherche se rapporte à l'application de notre modèle de pertes dans les aimants à d'autres types de machines comme celles à couplage harmonique. Ces machines sont en effet le siège de pertes importantes dans les aimants.

Enfin, une étude thermique plus approfondie serait nécessaire pour un dimensionnement optimal des machines refroidies par un fluide traversant l'entrefer.

RÉFÉRENCES

- [1] J. LINDSTRÖM : *Thermal Model of a Permanent-Magnet Motor for a Hybrid Electric Vehicle*. Thèse de doctorat, Chalmers University of Technology, 1999.
- [2] O. AGLÉN : Loss calculation and thermal analysis of a high-speed generator. *Proc of IEMDC*, 2:1117–1123, 2003.
- [3] A. REZZOUG et M.E. ZAÏM : *Machines électriques non conventionnelles*. Traité EGEM Série Génie Electrique. Hermès, 2011.
- [4] M. A. RAHMAN, A. CHIBA et T. FUKAO : Super-high-speed electrical machines. *In IEEE Power Engineering Society General Meeting*, pages 1272–1275, 2004.
- [5] M.I. LAMGHARI-JAMAL : *Modélisation Magnéto-thermique et Optimisation de machines rapides*. Thèse de doctorat, Université de Nantes, 2006.
- [6] A. ARKKIO, T. JOKINEN et E. LANTTO : Induction and permanent-magnet synchronous machines for high-speed applications. *In Proceedings of the 8th International Conference on Electrical Machines and Systems*, pages 871–876. ICEMS 2005, 2005.
- [7] Z. KOLONDZOVSKI : *Thermal and Mechanical Analysis of High-Speed Permanent-Magnet Electrical Machines*. Thèse de doctorat, Helsinki University of Technology, 2010.
- [8] A. BINDER et T. SCHNEIDER : High-speed inverter-fed ac drives. *In International Aegean Conference on Electrical Machines and power Electronics (ACEMP'07)*, 2007.
- [9] Z. KOLONDZOVSKI, A. ARKKIO, J. LARJOLA et P. SALLINEN : Power limits of high-speed permanent-magnet electrical machines for compressor

applications. Rapport technique, Aalto University School of Science and Technology, 2010.

- [10] I. TAKAHASHI, T. KOGANEZAWA, G. SU et K. OYAMA : A super high speed pm motor drive system by a quasi-current source inverter. *IEEE Trans. Industry Applications*, 30(3):683–690, 1993.
- [11] M. MEKHICHE, J.L. KIRTLEY, M. TOLIKAS, E. OGNIBENE, J. KILEY, E. HOLMANSKY et F. NIMBLETT : High speed motor drive development for industrial applications. *In International Conference on Electric Machines and Drives (IEMD '99)*, 1999.
- [12] M. DESSOUDE : Les moteurs électriques de demain. *Revue Epure*, (37):27–41, 1993.
- [13] J. D. PFISTER : *Very High-Speed Slotless Permanent-Magnet Motors : Theory, Design and Validation*. Thèse de doctorat, École Polytechnique Fédérale de Lausanne, 2009.
- [14] R. HEBNER, J. BENO et A. WALLS : Flywheel batteries come around again. *IEEE Spectrum*, 39(4):46–51, 2002.
- [15] O. AGLÉN : Back to back tests of a high speed generator. *Proc of IEMDC*, 2:1084–1090, 2003.
- [16] B. ODEGARD, C.A. STULZ et P.K. STEIMER : High-speed, variable-speed drive system in megawatt power range. *IEEE Trans. on Industry Applications*, (3):43–50, 1996.
- [17] H. TABATA et M. SANO : Study of high efficiency turbocompressor - developement of high-speed and high-pressure dry-gas-seal. *IHI Engineering Review*, 38(1):1–5, 2005.
- [18] J.C. RAMA et A. GIESECHE : High-speed electric drives : Technology an opportunity. *IEEE Trans. on Industry Applications*, 3(5):48–55, 1997.
- [19] R. LARSONNEUR : *Design and Control of Active Magnetic Bearing Systems for High Speed Rotation*. Thèse de doctorat, Swiss Federal Institute of Technology Zürich, 1990.
- [20] A. BINDER, T. SCGHNEIDER et M. KLOHR : Fixation of buried and surface-mounted magnets in high-speed permanent-magnet synchronous machines. *IEEE Transaction on Industry Applications*, 2006.

- [21] F. DAL MASO et J. MÉZIÈRE : Calcul des propriétés élastiques des tissus utilisés dans les matériaux composites. *Revue de l'Institut Français du Pétrole*, 53(6):857–870, 1998.
- [22] Z. KOLONZOVSKI, P. SALLIEN, A. BELAHÇEN et A. ARKKIO : Rotordynamic analysis of different rotor structures for high-speed permanent-magnet electrical machines. *IET Electrical Power Applications EPA-2008-0272.R1*, 2009.
- [23] D.P. ARNOLD, Y.H. JOUNG, I. ZANA, J.W. PARK, S. DAS, J.H. LANG, D. VEAZIE et M.G. ALLERN : High-speed characterization and mechanical modeling of microscale, axiale-flux, permanent-magnet generators. *In 13th Conference on Solid-State Sensors, Actuators and Microsystems (TRANSDUCERS 05)*, 2005.
- [24] C. FOUQUART, Y. MESSIN, P. RIGAUD et T. VERCHÈRE : Rotor comportant des épanouissements polaires rapportés recouvrant les aimants et machine électrique tournante. Rapport technique WO 2012/046190 A1, Brevet d'invention Leroy Somer, 2012.
- [25] P. LIEUTAUD : *Etude d'un générateur électrique à grande vitesse de rotation*. Thèse de doctorat, Institut National Polytechnique de Grenoble, 1991.
- [26] J. P. DEN HARTOG : *Mechanical Vibration -Third Edition*. Mc Graw-Hill Book Company, 1947.
- [27] J.C. PASCAL : Vibrations et accoustique 2. Rapport technique, Ecole Nationale Supérieure d'Ingénieurs du Mans, 2009.
- [28] N. BERNARD, F. MARTIN et M.E. ZAÏM : High speed permanent magnet synchronous machines for a screwdriver application. *In ICEM. XIX International Conference on Electrical Machines*, 2010.
- [29] R. MISSOUM, N. BERNARD, M.E. ZAÏM et J. BONNEFOUS : Optimization of high speed surface mounted permanent magnet synchronous machines. *In Aegean Conference on Electrical Machine and Power Electronics (ACEMP 2007)*, pages 446–451, 2007.
- [30] S.K. CHOWDHURY : A distributed parameter thermal model for induction motors. *In Conference on Power Electronics and Drives Systems (PEDS 2005)*, pages 739–744, 2005.
- [31] J.C. DELOMEL : Conducteurs métalliques - présentation générale. *Techniques de l'Ingénieur*, D2610:1–13, 2003.

- [32] C. MENGUY : Mesure des caractéristiques des matériaux isolants solides. *Techniques de l'Ingénieur, traité électrique*, D 2310, 1997.
- [33] F. LEPRINCE-RINGUET : Aimants permanents matériaux et application. *Techniques de l'Ingénieur, traité Génie Electrique*, 1996.
- [34] VACUUMSCHMELZE : Rare-earth permanent magnets. <http://www.gredmann.com/div/F/Magnet%20Catalog.pdf>, 2007.
- [35] EUROMAGN : Euromagn magnets for industry. <http://www.euromag-magnets.com/>, 2003.
- [36] J.S. HSU, C. W. AYERS et C. L. COOMER : Report on toyota/prius motor design and manufacturing assessment. Rapport technique ONRL/TM-2004/137, Oak Ridge National Laboratory, 2004.
- [37] T. A. SPIERLING et I. L. BYRON : Ram air turbine with flux regulated permanent magnet generator and testing method. Rapport technique, US Patent 2012/0173173A1, 2012.
- [38] T. INOUE, N. TAKAHASHI, O. MATSUSHITA et R. KANEKO : Loading test in an air turbine borne by active magnetic bearings. *In 2nd International Symposium on Magnetic Bearing*, pages 57–64, 1990.
- [39] S2M : http://www.s2m.fr/E/3-PRODUCTS/Magnetic_bearings_documentations.html.
- [40] G. GENTA, L. MAZZOCCHETTI et E. RAVA : Magnetic suspension for a turbomolecular pump. *In 2nd International Symposium on Magnetic Bearing*, pages 65–75, 1990.
- [41] R.B. ZMOOD, D. PANG, D.K. ANAND et J.A. KIRK : Robust magnetic bearing for flywheel energy storage systems. *In 2nd International Symposium on Magnetic Bearing*, pages 123–129, 1990.
- [42] E. LANTTO : *Robust Control of Magnetic Bearings in Subcritical Machines*. Thèse de doctorat, Helsinki University of Technology, 1999.
- [43] B. MULTON et L. HIRSINGER : Problème de la motorisation d'un véhicule hybride. *Revue 3EI*, 4:53–64, 1995.
- [44] H. ZHOU et F. WANG : Comparative study on high speed induction machine with different rotor structures. *In International Conference on Electric Machines and Systems (ICEMS 2007)*, pages 1009–1012, 2007.

- [45] M.E. ZAÏM : *Contribution à l'étude des machines asynchrones à rotor massif rainuré*. Thèse de doctorat, Institut National Polytechnique de Lorraine, 1979.
- [46] M.E. ZAÏM : Non-linear models for the design of solid rotor induction machines. *IEEE Trans. on Magnetics*, 35(3):1310–1313, 1999.
- [47] J.C. MERCIER : *Contribution à l'étude par éléments finis du comportement électromagnétique des machines asynchrones rapides*. Thèse de doctorat, Institut Polytechnique de Lorraine, 1993.
- [48] J. LÄHTEENMÄKI : *Design and Voltage Supply of High-Speed Induction Machines*. Thèse de doctorat, Helsinki University of Technology, 2002.
- [49] M.T. CAPRIO, V. LELOS et J.D. HERBST : Design and stress analysis of a high speed rotor for an advanced induction motor. *In Electric Machine Technology Symposium 5EMTS*, 2004.
- [50] M.E. ZAÏM : High-speed solid rotor synchronous reluctance machine design and optimization. *IEEE Trans. on Magnetics*, 45(3):1796–1799, 2009.
- [51] H. HOFMANN et S.R. SANDERS : High-speed synchronous reluctance machine with minimized rotor loss. *IEEE Trans. on Industry Applications*, 36(2):531–539, 2000.
- [52] A. WIART, G. CAUSSIN et A. MARCHENOIR : Machine homopolaire alimentée par onduleur de courant pour entraînement de grande puissance à grande vitesse. *Revue de Génie Electrique*, (10):666–672, 1984.
- [53] P. TSAO, M. SENESKY et S. SANDERES : A synchronous homopolar machine for high-speed applications. *In Conference Record of the IEEE Industry Applications Society Annual Meeting*, 2002.
- [54] Y. ALHASSOUN : *Etude et mise en oeuvre de machines à aimantation induite fonctionnant à haute vitesse*. Thèse de doctorat, Institut National Polytechnique de Toulouse, 2005.
- [55] C.J. BATEMAN, B.C. MECROW, A.C. CLOTHIER, P.P. ACARNLEY et N.D. TUFTNELL : Sensorless operation of an ultra-high-speed switched reluctance machine. *IEEE Trans. on Industry Applications*, (6):2329–2337, 2010.
- [56] M. HOLUB, R. PALKA et W.R. CANDERS : Control of switched reluctance machines for flywheel energy storage applications. *In International Conference on Electrical Machines (ICEM 04)*, 2004.

- [57] J. F. GIERAS et U. JONSSON : Design of high speed permanent magnet brushless generator for microturbines. *In International Conference on Electrical Machines*, 2004.
- [58] D. FODOREAN et A. MIRAOUI : Dimensionnement rapide des machines synchrones à aimants permanents (msap). *Techniques de l'Ingénieur*, D6 (D3554):1–22, 2009.
- [59] F. LIBERT et J. SOULARD : Design study of different direct-driven permanent-magnet motors for low speed application. *In Nordic Workshop on Power and Industrial Electronics (NORpie)*, 2004.
- [60] A. M. EL-REFAIE : Comparison of synchronous pm machine types for wide constant-power speed range operation. *In Fourtieth Industry Applications Conference Annual Meeting*, pages 1012–1022, 2005.
- [61] C.C. HWANG, C.M. CHANG, S.P. CHENG, C.K. CHAN, C.T. PAN et T.Y. CHANG : Comparison of performances between ipm and spm motors with rotor eccentricity. *Journal of Magnetism and Magnetic Material*, 282:360–363, 2004.
- [62] X. LUO, K. CHENG et D. WEBB : Design of ultraprecision machine tools with applications to manufacture of miniature and micro components. *Journal of Materials Processing Technology*, 167(2):515–528, 2005.
- [63] Aleksandar BORISAVLJEVIĆ : *Limits, Modeling and Design of High-Speed Permanent Magnet Machines*. Thèse de doctorat, Delft University of Technology, 2011.
- [64] M.H. KIMMAN, H.H. LANGEN et R.H. MUNNIG SCHMIDT : A miniature milling spindle with active magnetic bearings. *Mechatronics*, 20(2):224–235, 2010.
- [65] J. LARJOLA, A. ARKKIO et J. PYRHÖNEN : Suurnopeustekniikka - high speed technology in finland. Rapport technique, Lappeenranta University of Technology & Helsinki University of Technology, 2010.
- [66] G. MUNTEANU, A. BINDER et T. SCHNEIDER : Development and test of high-speed bearingless pm synchronous machines. *Elektrotechnik und Informationstechnik*, 128(3):75–80, 2011.
- [67] O. LANGLOIS et E. FOCH : De l'avion plus électrique à l'avion tout électrique : état de l'art et prospective sur les réseaux de bord. *In Journées 2004 de la section électrotechnique du club EEA*, 2004.

- [68] M. COUDREC : *Contribution à l'élaboration d'une méthodologie générale de conception des machines à aimants permanents à haute vitesse*. Thèse de doctorat, Institut National Polytechnique de Toulouse, 2008.
- [69] O. LANGLOIS : *Conception d'un réseau de secours électrique pour l'aéronautique*. Thèse de doctorat, Institut National Polytechnique de Toulouse, 2006.
- [70] C. KÖCHLI : *Contribution à l'étude des moteurs synchrones monophasés*. Thèse de doctorat, Ecole Polytechniques Fédérale de Lausanne, 1999.
- [71] A. PARVIAINEN : *Design of axial-flux permanent-magnet low-speed machines and performances comparison between radial-flux and axial-flux machines*. Thèse de doctorat, University of Lappeenranta, 2005.
- [72] F. W. CARTER : Air-gap induction. *Electrical World And Engineer*, 38:884–888, 1901.
- [73] J. PYRHÖNEN, T. JOKINEN et V. HRABOVCOVA : *Design of Rotating Electrical Machines*. Wiley, 2008.
- [74] M. MARKOVIC et Y. PERRIARD : A simplified determination of the permanent magnet (pm) eddy current losses due to slotting in a pm rotating motor. *In ICEMS 2008, LAI-CONF-2008-016*, 2008.
- [75] J. F. GIERAS, A.C. KOENIG et L.D. VANEK : Calculation of eddy current losses in conductive sleeves of synchronous machines. *In International Conference on Electrical Machines*, 2008.
- [76] J. LUOMI : *Magnetic field calculations and electrical machines*. Lecture notes, Chalmers University of Technology, 1994.
- [77] C. P. STEINMETZ : On the law of hysteresis. *Proceedings of the IEEE*, 72:197–221, 1984.
- [78] J. F. GIERAS, R. J. WANG et M. KAMPER : *Axial flux Permanent Magnet Brushless Machines*. ISBN 1-4020-2661-7, Academic Publishers, Netherland, 2008.
- [79] J.C. BAVAY et J. VERDUN : Alliages fer-silicium. *Techniques de l'Ingénieur*, D 2110:4, 40, 1991.
- [80] C. ZWYSSIG, S.D. ROUND et J.W. KOLAR : Analytical and experimental investigation of a low torque, ultra-high speed drive system. *In 41st Annual Meeting of Industry Application Conference*, pages 1507–1513, 2006.

- [81] P. CHASSAING : *Turbulence en mécanique des fluides : analyse du phénomène en vue de sa modélisation à l'usage de l'ingénieur*. Cépaduès, 2000.
- [82] Y. YAMADA : Torque resistance of a flow between rotating co-axial cylinders having axial flow. *Bulletin of JSME*, 532.54.011:634–642, 1961.
- [83] E. VRANCIK : Prediction of windage power loss in alternators. NASA, TN D-48449, 1968.
- [84] A. WIART : New high-speed high power machines with converter power supply. *Motorcon Proc.*, pages 354–365, 1982.
- [85] J-L. PEUBE : *Equations et propriétés générales des écoulements*. Lavoisier, 2006.
- [86] R. OUZIAUX et J. PERRIER : *Mécaniques des fluides appliquée*. Dunod, 1998.
- [87] H. LUMBROSO : *Mécaniques des fluides*. Dunod, 1997.
- [88] E. BILGEN et R. BOULOS : Functional dependence of torque coefficient of coaxial cylinders on gap width and reynolds numbers. *Transactions of ASME, Series I*, 95:122–126, 1973.
- [89] J. SAARI : *Thermal Analysis of high speed induction machine*. Thèse de doctorat, University of Helsinki, 1998.
- [90] B. MULTON et J. BONAL : Les entrainements électromécaniques directs : Diversité, contraintes et solutions. *In SEE - CEMD*, 1999.
- [91] N. BOULES : Impact of slot harmonics on losses of high-speed permanent magnet machines with a magnet retaining ring. *Electric Machines and Electromechanics*, 6:527–539, 1981.
- [92] A. BETTAYEB : *Pertes à haute fréquence dans les rotors des machines synchrones à aimants alimentées par onduleur de tension*. Thèse de doctorat, Supélec Département Energie, 2010.
- [93] C.C. HWANG, S.B. JOHN et S.S. WU : Reduction of cogging torque in spindle motors for cd-rom drive. *IEEE Trans. on Magn.*, 34:468–470, 1998.
- [94] L. CHÉDOT : *Contribution à l'étude des machines synchrones à aimants permanents internes à large espace de fonctionnement. Application à l'alternateur-démarrateur*. Thèse de doctorat, Université de Technologie de Compiègne, 2004.

- [95] Mathieu LEROY : *Etude et mise au point de motoventilateurs à hautes performances pour l'aéronautique*. Thèse de doctorat, Institut National Polytechnique de Toulouse, 2006.
- [96] K. ZHU, Z. Q. and Ng, N. SCHOFIELD et D. HOWE : Improved analytical modeling of rotor eddy current loss in brushless machines equipped with surface-mounted permanent magnets. *IEEE Trans. on Industry Applications*, 151:641–650, 2004.
- [97] M. MARKOVIC et Y. PERRIARD : Analytical solution for rotor eddy current losses in a slotless permanent-magnet motor : The case of current sheet excitation. *IEEE Trans. on Magnetics*, 44:386–393, 2008.
- [98] K. YAMAZAKI et Y. FUKUSHIMA : Effect of eddy-current loss reduction by magnet segmentation in synchronous motors with concentrated windings. *IEEE Trans. on Industry Application*, 47(2):779–788, 2011.
- [99] Y. LE MENACH, S. CLÉNET et F. PIRIOU : Numerical model to discretize source fields in the 3d finite elements method. *IEEE Trans. on Magn.*, 36 (4):676–679, 2000.
- [100] K. YAMAZAKI, Y. FUKUSHIMA et M. SATO : Loss analysis of permanent-magnet motors with concentrated windings - variation of magnet eddy current loss due to stator and rotor shapes. *IEEE Trans. on Magn.*, 45 (4):1334–1342, 2009.
- [101] S. RUOHO, M. HAAVISTO, E. TAKALA, T. SANTA-NOKKI et M. PAJU : Temperature dependance of resistivity of sintered rare-earth permanent magnet materials. *IEEE Trans. On Magn.*, 46:15–20, 2010.
- [102] S. RUOHO : *Modeling Demagnetization of Sintered NdFeB Magnet Material in Time-Discretized Finite Element Analysis*. Thèse de doctorat, Aalto University, 2011.
- [103] H. POLINDER et M.J. HOEIJMAKERS : Eddy-current losses in the segmented surface-mounted magnets of a pm machine. *IEE Proc. Electr. Power Appl.*, 146(3):261–266, 1999.
- [104] K. ATALLAH, D. HOWE, P. H. MELLOR et D. STONE : Rotor loss in permanent-magnet brushless ac machines. *IEEE Trans. on Industry Applications*, 36:1612–1618, 2000.
- [105] J. ALEXANDROVA, H. JUSSILA, J. NERG et J. PYRÖNEN : Comparison between models for eddy-current loss calculations in rotor surface-mounted permanent magnets. *In ICEM - Rome*, 2010.

- [106] H. POLINDER et M.J. HOEIJMAKERS : Eddy-current losses in the permanent magnets of a pm machine. *In EMD97 Conference Publication No. 444*, 1997.
- [107] S. RUOHO, T. SANTA-NOKKI et A. KOLEHMAINEN, J. and Arkkio : Modeling magnet length in 2-d finite element analysis of electric machines. *IEEE Trans. on Magn.*, 45:3114–3120, 2009.
- [108] F. MARTIN, N. BERNARD, M.E. ZAÏM, A. TOUNZI et R. FRATILA : Eddy current losses in permanent magnets of high speed synchronous generators. *In ACEMP - Istanbul*, 2011.
- [109] H. SCHLICHTING : *Boundary-Layer Theory*. McGraw Hill series in mechanical engineering, 1979.
- [110] A. FASQUELLE : *Contribution à la modélisation multi-physique : électro-vibro-acoustique et aérothermique de machines de traction*. Thèse de doctorat, Ecole Centrale de Lille, 2007.
- [111] G. KYLANDER : *Thermal modelling of small induction motors*. Thèse de doctorat, Chalmers University of Technology, 1995.
- [112] Z. KOLONZOVSKI, P. SALLINEN et A. ARKKIO : Thermal analysis of a high-speed pm machine using numerical and thermal-network method. *In XIX International Conference on Electrical Machines - ICEM 2010, Rome*, 2010.
- [113] V. KOTRBA : Cooling and ventilation of electrical machines. Postgraduate seminar on electromechanics, Laboratory of Electromechanics, Helsinki University of Technology, 1993.
- [114] G.S. SPRINGER et S.W. TSAI : Thermal conductivities of unidirectional materials. *Journal of Composite Materials*, 1:166–173, 1967.
- [115] G.I. TAYLOR : *The Scientific Papers of Sir Geoffrey Ingram Taylor Vol. 4*. Cambridge University Press, 1960.
- [116] I. S. BJORKLUND et W. M. KAYS : Heat transfer between concentric rotating cylinders. *Journal of Heat Transfer*, 81:175–186, 1959.
- [117] K. M. BECKER et J. KAYE : Measurements of adiabatic and diabatic fluid flow in an annulus with an inner rotating cylinder. *Journal of Heat Transfer*, 84:97–105, 1962.
- [118] M. BOUAFIA, Y. BERTIN et J.B. SAULNIER : Analyse expérimentale des transferts de chaleur en espace annulaire étroit et rainuré avec cylindre

intérieur tournant. *International Journal of Heat and Mass Transfer*, 41 (10):1279–1291, 1998.

- [119] M. BOUAFIA, A. ZIOUCHI, Y. BERTIN et J.B. SAULNIER : Etude expérimentale et numérique des transferts de chaleur en espace annulaire sans débit axial et avec cylindre intérieur tournant. *International Journal of Thermal Sciences*, 38:547–559, 1999.
- [120] G. B. HADDEN, R. J. KLECKNER, M. A. RAGEN, G. J. DYBA et L. SHEYNIN : Planetsys, a computer program for the steady state and transient thermal analysis of a planetary power transmission system. Research Report for NASA No. AT81D044, SKF Technology Services, 1981.
- [121] R. MISSOUM : *Modélisation, Conception et Optimisation d'un moteur-générateur pour coupleur électromagnétique*. Thèse de doctorat, Université de Nantes, 2007.
- [122] N. BERNARD, F. MARTIN et M.E. ZAÏM : Design methodology of a permanent magnet synchronous machine for a screwdriver application. *IEEE Transaction on Energy Conversion*, 27(3):624–633, 2012.
- [123] M.J.D. POWELL : Algorithms for nonlinear constraints that use lagrangian functions. *Mathematical Programming*, 14:224–248, 1978.
- [124] S. BRISSET : *Démarches et Outils pour la Conception Optimale des Machines Electriques*. Habilitation à dirigée des recherches, Université des Sciences et Technologies de Lille, 2007.
- [125] M. CLERC et P. SIARRY : Une nouvelle métaheuristique pour l'optimisation difficile : la méthode des essais particuliers. *J3EA*, 2003.
- [126] P. SIARRY : Application des métaheuristicques d'optimisation en électronique. *Techniques de l'Ingénieur, traité Recherche et Innovation*, RE (8), 2002.
- [127] Y. COLLETTE et P. SIARRY : *Optimisation Multiobjectif*. EYROLLES, 2002.
- [128] G. BERTHIAU et P. SIARRY : Etat de l'art des méthodes d'optimisation globale. *RAIRO Operations Research*, 35:329–365, 2001.
- [129] H.C.M. MAI, F. DUBAS, D. CHAMAGNE et C. ESPANET : Optimal design of a surface mounted permanent magnet in wheel motor for an urban hybrid vehicle. *In Vehicle Power and Propulsion Conference (VPPC'09)*, 2009.

- [130] B. SOBHI-NAJAFABADI et Ö GÖL : An sqp-based optimization algorithm for the derivative design of a generator. *In International Conference on Renewable Energy and Power Quality*, 2005.
- [131] F. MOUSSOUNI, S. BRISSET et P. BROCHET : Some results on the design of brushless dc wheel motor using sqp and ga. *International Journal of Applied Electromagnetics and Mechanics*, (26):233–241, 2007.
- [132] A. SARI, F. DUBAS et C. ESPANET : Multi-objective design optimization of pmsm for pem fuel cell air-circuit with pso algorithms. *In Electric Machines and Drives Conference (IEMDC '09)*, pages 1360–1367, 2009.
- [133] J. SEO, S. KWAK, T. K. CHUNG, S. JUNG et H. JUNG : Optimal design of interior-permanent magnet synchronous machine for vehicle using improved niching genetic algorithm. *International Journal of Applied Electromagnetics and Mechanics*, (29):37–45, 2009.
- [134] T.N. SHI et C.L. XIA : Optimal design of hybrid pm synchronous motor based on genetic algorithm. *In International Conference on Power System Technology (PowerCon2002)*, pages 1195–1198, 2002.
- [135] A. BELAHCEN, F. MARTIN, M.E. ZAIM, E. DLALA et Z. KOLONDOVSKI : Particle swarm optimization of the stator of a high speed pm synchronous machine. *In Conference on Electromagnetic Field Computation*, 2010.
- [136] R.C. EBERHART et J. KENNEDY : A new optimizer using particle swarm theory. *In Proceedings of the Sixth International Symposium on Micro Machine and Human Science*, pages 39–43, 1995.
- [137] Clerc M. : A method to improve standad pso. Rapport technique, France Telecom R&D - Draft MC2009-03-13, 2009.
- [138] Y. SHI et R.C. EBERHART : Empirical study of particle swarm optimization. *Evolutionary Computation, 1999, CEC 99, Proceedings of the 1999 Congress on 6-9 July 1999*, 3:1950–1953, 1999.
- [139] C. T. IOAN : The particle swarm optimization algorithm : convergence analysis and parameter selection. *Information Processing Letters*, 85:317–325, 2003.
- [140] J.H. HOLLAND : *Adaptation in natural and artificial systems : an introductory analysis with application to biology, control and artificial intelligence*. University of Michigan Press, 1975.

- [141] L.D. DAVIS : *Handbook of Genetic Algorithms*. New York : Van Nostrand Reinhold, 1991.
- [142] S. PALKO : *Structural Optimisation of an Induction Motor using a Genetic Algorithm and a Finite Element Method*. Thèse de doctorat, Helsinki University of Technology, 1996.
- [143] Z. MICHALEWICZ : *Genetic Algorithms + Data Structures = Evolution Programmes*. Springer Verlag, 1992.
- [144] D. SIMON : Biogeography-based optimization. *IEEE Trans. Evolutionary Computation*, 12(6):702–713, 2008.
- [145] D. SIMON, R. RARICK, M. ERGEZER et D. DU : Analytical and numerical comparisons of biogeography-based optimization and genetic algorithms. *Information Sciences*, 181(7):1224 – 1248, 2011.
- [146] J. DU PARC : Convertisseurs statiques - réduction de la puissance réactive et des harmoniques produits. *Techniques de l'Ingénieur - Génie Electrique*, D5 (D3210):1–29, 1992.

A Dimensions de la machine asynchrone

A partir des données du constructeur, nous déterminons les dimensions de la machine asynchrone :

Rayon extérieur du stator	$R = 79 \text{ mm}$
Rayon intérieur du stator	$R_s = 49,5 \text{ mm}$
Hauteur d'entrefer	$e = 0,35 \text{ mm}$
Hauteur d'encoche	$h_{enc} = 15,5 \text{ mm}$
Longueur utile	$L_a = 145 \text{ mm}$
Epaisseur des tôles statorique	$d_{tole} = 0,65 \text{ mm}$
Nombre de spires par paire de pôles	$N_{sp} = 153$
Coefficient de denture	$k_d = 0,53$
Conductivité du fer (FeSi)	$\sigma_{Fe} = 2,146 \text{ MS/m}$
Masse volumique du fer (FeSi)	$\rho_{Fe} = 7\,650 \text{ kg/m}^3$
Coefficient de comportement du fer à l'hystérésis	$\epsilon = 1,2 \text{ m}^4/(\text{H.kg})$

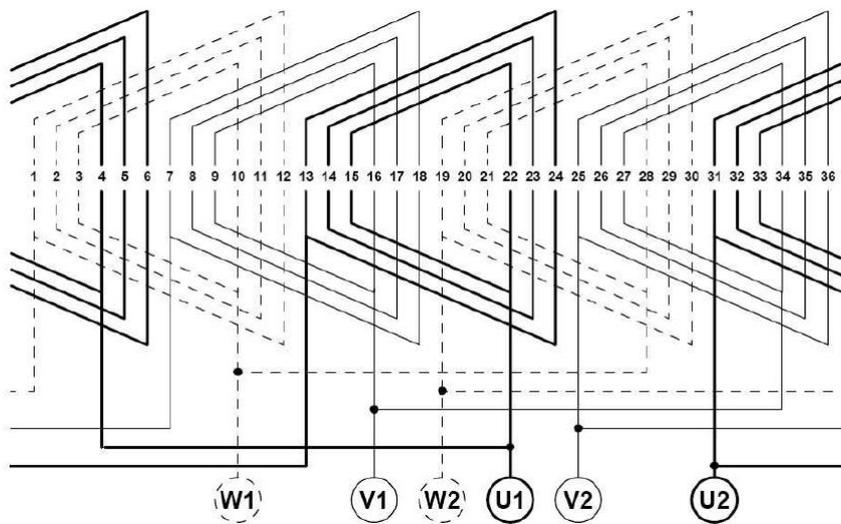


FIGURE 5.36 – Bobinage de la machine asynchrone

Ständer und Läuferblech für K21R112M4
Luftspalt 0,35mm

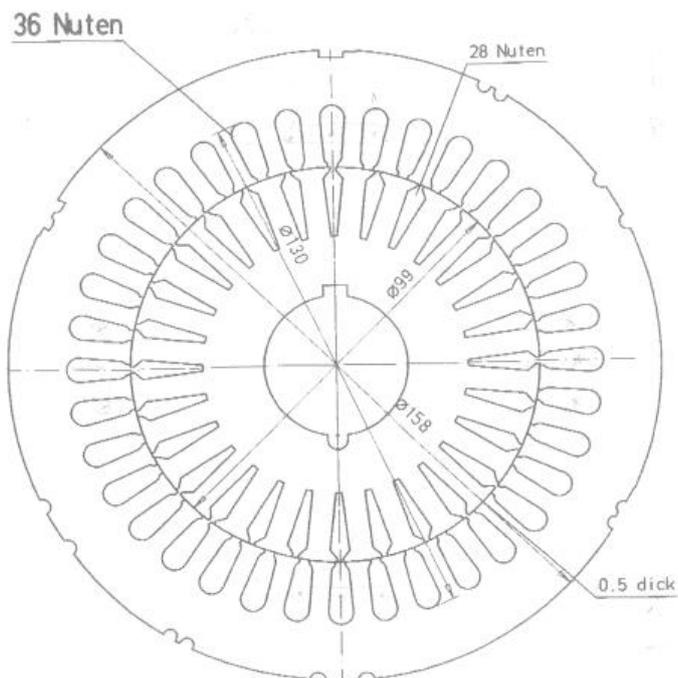


FIGURE 5.37 – Schéma en coupe de la machine asynchrone

B Dimensions des machines du banc rapide

Les machines synchrones du banc rapides disposent du même stator dont les bobinages sont en double étoiles décalés de 30° avec un pas de raccourcissement de 11/12 à une paire de pôles. Il est représenté sur la figure 5.38.

Les dimensions des machines sont données dans le tableau 5.5.

Machine à Aimants Permanents		Machine à Reluctance Variable	
Rayon intérieur du stator [mm.]		45	
Rayon d'encoche [mm.]		62,1	
Rayon extérieur du stator [mm.]		85	
Longueur utile [mm.]		120	
Ratio de fer dans la zone bobinable [%]		41,4	
Nombre de spires par phase		12	
Entrefer mécanique [mm.]	1,2	Entrefer [mm.]	0,8
Hauteur de la frette [mm.]	1,8	Angle du rotor [°]	70
Hauteur de l'aimant [mm.]	6		
Ouverture des aimants [°]	120		
Induction rémanente [T.]	1,04 (SmCo)		
Nombre d'aimants circonférentiel par pôle	2		
Nombre d'aimants axial par pôle	3		

TABLE 5.5 – Dimensions des machines du banc rapides

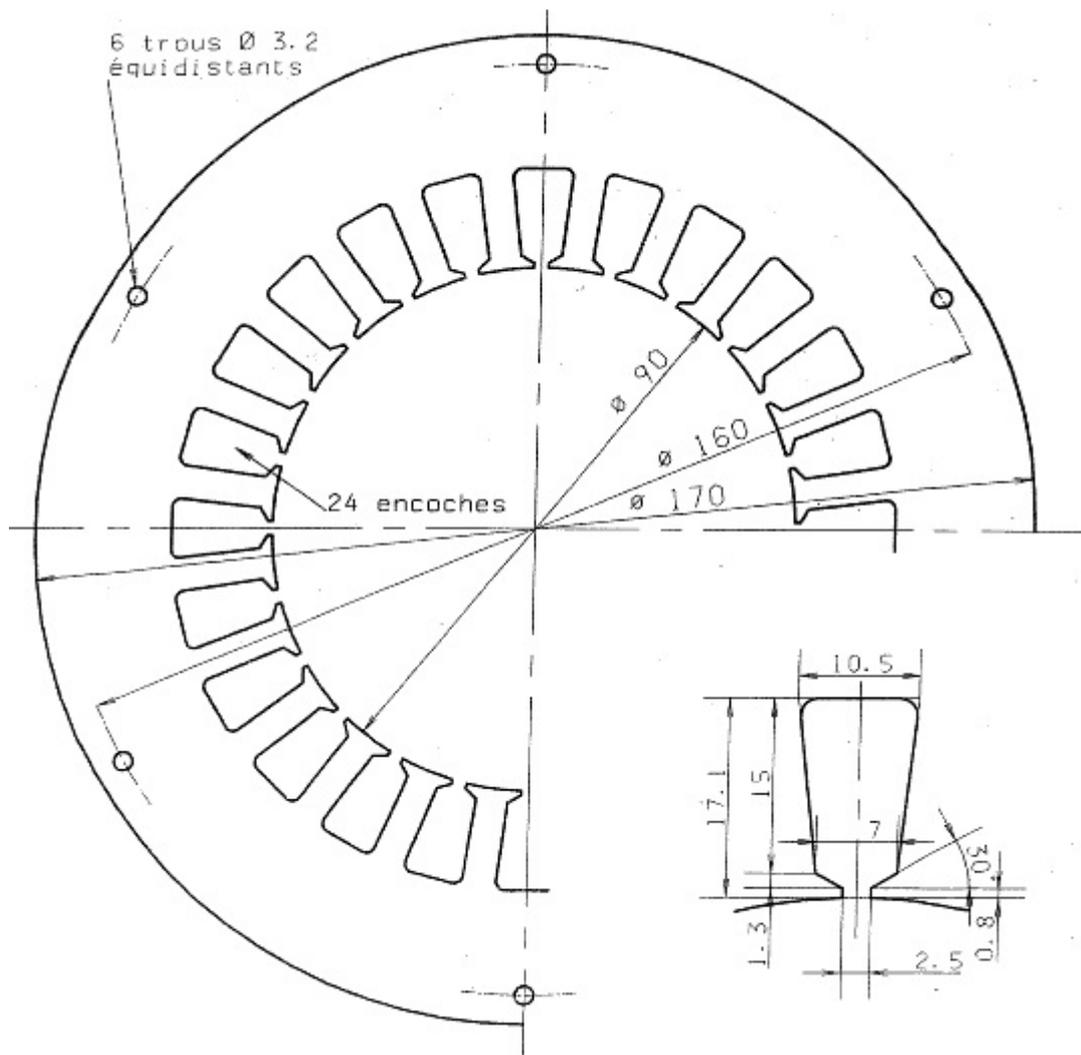


FIGURE 5.38 – Représentation du stator des machines rapides à reluctance variable et à aimants permanents

C Développement des calculs de la méthode globale négligeant l'effet de peau dans la largeur de l'aimant

Nous présentons le détail des calculs qui mènent à la détermination de l'équation des courants dans l'aimant.

La densité de courant dans la couronne conductrice s'écrit :

$$J_{z-c}(x, y, t) = J_m(x) \cos(h_t \omega' t - h_g k y) \quad (5.46)$$

La densité de courant dans l'aimant s'exprime par :

$$J_{z-a}(x, y, t) = J_{z-n}(x, t) \sin\left(\frac{n\pi}{y_a} y\right) \quad (5.47)$$

En considérant que l'épaisseur de peau est grande devant la hauteur de l'aimant, nous pouvons négliger les variations selon x . Ainsi, l'équation 3.28 devient :

$$\int_0^{y_a} J_{z-n}(t)^2 \sin^2\left(\frac{n\pi}{y_a} y\right) dy = \int_0^{y_a} J_{z-n}(t) \sin\left(\frac{n\pi}{y_a} y\right) J_m \cos(h_t \omega' t - h_g k y) dy \quad (5.48)$$

Ainsi, on a :

$$J_{z-n}(t) \int_0^{y_a} \frac{1 - \sin\left(\frac{2n\pi}{y_a} y\right)}{2} dy = \int_0^{y_a} J_m \sin\left(\frac{n\pi}{y_a} y\right) \cos(h_t \omega' t - h_g k y) dy \quad (5.49)$$

Ainsi, on retrouve l'écriture du développement en série de Fourier :

$$J_{z-n}(t) = \frac{2}{y_a} \int_0^{y_a} J_m \sin\left(\frac{n\pi}{y_a} y\right) \cos(h_t \omega' t - h_g k y) dy \quad (5.50)$$

Où l'on développe le produit du cosinus et du sinus par :

$$J_{z-n}(t) = \frac{J_m}{y_a} \int_0^{y_a} \sin\left(h_t \omega' t - \left[h_g k - \frac{n\pi}{y_a}\right] y\right) - \sin\left(h_t \omega' t - \left[h_g k + \frac{n\pi}{y_a}\right] y\right) dy \quad (5.51)$$

En intégrant l'équation, on obtient :

$$J_{z-n}(t) = \frac{J_m}{y_a} \left[\begin{array}{l} \frac{1}{h_g k - \frac{n\pi}{y_a}} \left(\cos \left[h_t \omega' t - \left(h_g k - \frac{n\pi}{y_a} \right) y \right] - \cos [h_t \omega' t] \right) \\ - \frac{1}{h_g k + \frac{n\pi}{y_a}} \left(\cos \left[h_t \omega' t - \left(h_g k + \frac{n\pi}{y_a} \right) y \right] - \cos [h_t \omega' t] \right) \end{array} \right] \quad (5.52)$$

Finalement, en regroupant les termes, l'amplitude de la densité de courant dans l'aimant s'exprime par :

$$J_{z-n}(t) = \frac{2 J_m}{y_a} \sin \left(h_t \omega' t - \left[h_g k - \frac{n\pi}{y_a} \right] \frac{y_a}{2} \right) \times \left[\begin{array}{l} \frac{1}{h_g k - \frac{n\pi}{y_a}} \sin \left(\left[\frac{1}{h_g k - \frac{n\pi}{y_a}} \right] \frac{y_a}{2} \right) \\ - \frac{1}{h_g k + \frac{n\pi}{y_a}} \sin \left(\left[\frac{1}{h_g k + \frac{n\pi}{y_a}} \right] \frac{y_a}{2} \right) \end{array} \right] \quad (5.53)$$

D Développement des calculs de la méthode globale considérant l'effet de peau dans la largeur de l'aimant

Nous présentons le détail des calculs qui mènent à la détermination de l'équation des courants dans l'aimant.

La densité de courant dans la couronne conductrice s'écrit :

$$J_{z-c}(x, y, t) = J_m(x) \cos (h_t \omega' t - h_g k y) \quad (5.54)$$

La densité de courant dans l'aimant s'exprime en fonction de l'épaisseur de peau δ par :

$$J_{z-a}(x, y, t) = J_{z-n}(x, t) \sinh \left(\frac{y}{\delta} \right) \quad (5.55)$$

En considérant que l'épaisseur de peau est grande devant la hauteur de l'aimant,

nous pouvons négliger les variations selon x . Ainsi, l'équation 3.28 devient :

$$\int_{-y_a/2}^{y_a/2} J_{sh}(t)^2 \sinh^2\left(\frac{y}{\delta}\right) dy = \int_{-y_a/2}^{y_a/2} J_{sh}(t) \sinh\left(\frac{y}{\delta}\right) J_m \cos(h_t \omega' t - h_g k y) dy \quad (5.56)$$

Ainsi, on obtient :

$$J_{sh}(t) \int_{-y_a/2}^{y_a/2} \sinh^2\left(\frac{y}{\delta}\right) dy = J_m \int_{-y_a/2}^{y_a/2} \sinh\left(\frac{y}{\delta}\right) \cos(h_t \omega' t - h_g k y) dy \quad (5.57)$$

Posons I et J tel que :

$$I = \int_{-y_a/2}^{y_a/2} \sinh^2\left(\frac{y}{\delta}\right) dy \quad (5.58)$$

et :

$$J = \int_{-y_a/2}^{y_a/2} \sinh\left(\frac{y}{\delta}\right) \cos(h_t \omega' t - h_g k y) dy \quad (5.59)$$

On a alors :

$$I = \int_{-y_a/2}^{y_a/2} \left[\frac{e^{\frac{y}{\delta}} - e^{-\frac{y}{\delta}}}{2} \right]^2 dy \quad (5.60)$$

Après développement du carré, on obtient :

$$I = \int_{-y_a/2}^{y_a/2} \frac{1}{2} \cosh\left(\frac{2y}{\delta}\right) - \frac{1}{2} dy \quad (5.61)$$

En intégrant cette expression, on détermine I :

$$I = \frac{\delta}{2} \sinh\left(\frac{y_a}{\delta}\right) - \frac{y_a}{2} \quad (5.62)$$

En développant le sinus hyperbolique dans l'expression de J , on obtient :

$$J = \frac{1}{2} \int_{-y_a/2}^{y_a/2} e^{\frac{y}{\delta}} \cos(h_t \omega' t - h_g k y) - e^{-\frac{y}{\delta}} \cos(h_t \omega' t - h_g k y) dy \quad (5.63)$$

Posons K avec a une constante tel que :

$$K = \int_{-y_a/2}^{y_a/2} e^{ay} \cos(h_t \omega' t - h_g k y) \quad (5.64)$$

En effectuant deux fois une intégration par partie de K , on obtient :

$$\begin{aligned} K \left[1 + \left(\frac{a}{h_g k} \right)^2 \right] &= -\frac{1}{h_g k} e^{\frac{a y_a}{2}} \sin \left(h_t \omega' t - h_g k \frac{y_a}{2} \right) \\ &+ \frac{1}{h_g k} e^{-\frac{a y_a}{2}} \sin \left(h_t \omega' t + h_g k \frac{y_a}{2} \right) \\ &+ \frac{a}{(h_g k)^2} e^{\frac{a y_a}{2}} \cos \left(h_t \omega' t - h_g k \frac{y_a}{2} \right) \\ &- \frac{a}{(h_g k)^2} e^{-\frac{a y_a}{2}} \cos \left(h_t \omega' t + h_g k \frac{y_a}{2} \right) \end{aligned} \quad (5.65)$$

Ainsi, K s'exprime par :

$$\begin{aligned} K &= \frac{e^{\frac{a y_a}{2}}}{(h_g k)^2 + a^2} \left[a \cos \left(h_t \omega' t - h_g k \frac{y_a}{2} \right) - h_g k \sin \left(h_t \omega' t - h_g k \frac{y_a}{2} \right) \right] \\ &- \frac{e^{-\frac{a y_a}{2}}}{(h_g k)^2 + a^2} \left[a \cos \left(h_t \omega' t + h_g k \frac{y_a}{2} \right) - h_g k \sin \left(h_t \omega' t + h_g k \frac{y_a}{2} \right) \right] \end{aligned} \quad (5.66)$$

Nous pouvons remplacer K dans l'expression de J en remplaçant a par ses valeurs correspondantes ($1/\delta$ et $-1/\delta$). On obtient alors :

$$J = \frac{1}{2} \frac{1}{(h_g k)^2 + \left(\frac{1}{\delta}\right)^2} \begin{bmatrix} \frac{1}{\delta} \cos\left(h_t \omega' t - h_g k \frac{y_a}{2}\right) e^{\frac{y_a}{2\delta}} \\ + \frac{1}{\delta} \cos\left(h_t \omega' t - h_g k \frac{y_a}{2}\right) e^{-\frac{y_a}{2\delta}} \\ - \frac{1}{\delta} \cos\left(h_t \omega' t + h_g k \frac{y_a}{2}\right) e^{\frac{y_a}{2\delta}} \\ - \frac{1}{\delta} \cos\left(h_t \omega' t + h_g k \frac{y_a}{2}\right) e^{-\frac{y_a}{2\delta}} \\ - h_g k \sin\left(h_t \omega' t - h_g k \frac{y_a}{2}\right) e^{\frac{y_a}{2\delta}} \\ + h_g k \sin\left(h_t \omega' t - h_g k \frac{y_a}{2}\right) e^{-\frac{y_a}{2\delta}} \\ - h_g k \sin\left(h_t \omega' t + h_g k \frac{y_a}{2}\right) e^{\frac{y_a}{2\delta}} \\ + h_g k \sin\left(h_t \omega' t + h_g k \frac{y_a}{2}\right) e^{-\frac{y_a}{2\delta}} \end{bmatrix} \quad (5.67)$$

En regroupant les termes exponentiels en fonction hyperbolique, on obtient :

$$J = \frac{1}{(h_g k)^2 + \left(\frac{1}{\delta}\right)^2} \begin{bmatrix} \frac{1}{\delta} \cos\left(h_t \omega' t - h_g k \frac{y_a}{2}\right) \cosh\left(\frac{y_a}{2\delta}\right) \\ - \frac{1}{\delta} \cos\left(h_t \omega' t + h_g k \frac{y_a}{2}\right) \cosh\left(\frac{y_a}{2\delta}\right) \\ - h_g k \sin\left(h_t \omega' t - h_g k \frac{y_a}{2}\right) \sinh\left(\frac{y_a}{2\delta}\right) \\ - h_g k \sin\left(h_t \omega' t + h_g k \frac{y_a}{2}\right) \sinh\left(\frac{y_a}{2\delta}\right) \end{bmatrix} \quad (5.68)$$

En poursuivant la factorisation, on obtient :

$$J = \frac{2}{(h_g k)^2 + \left(\frac{1}{\delta}\right)^2} \left[\begin{array}{l} \frac{1}{\delta} \sin\left(\frac{h_g k y_a}{2}\right) \cosh\left(\frac{y_a}{2\delta}\right) \\ -h_g k \cos\left(\frac{h_g k y_a}{2}\right) \sinh\left(\frac{y_a}{2\delta}\right) \end{array} \right] \sin(h_t \omega' t) \quad (5.69)$$

Finalement, connaissant les expressions de I et J , l'amplitude de la densité de courant induit dans l'aimant s'exprime par :

$$J_{sh}(t) = \frac{4 \delta J_m \sin(h_t \omega' t)}{[(h_g k \delta)^2 + 1] \left[\delta \sinh\left(\frac{y_a}{\delta}\right) - y_a \right]} \left[\begin{array}{l} \sin\left(\frac{h_g k y_a}{2}\right) \cosh\left(\frac{y_a}{2\delta}\right) \\ -h_g k \delta \cos\left(\frac{h_g k y_a}{2}\right) \sinh\left(\frac{y_a}{2\delta}\right) \end{array} \right] \quad (5.70)$$

E Réseaux de résistances thermiques issues de la littérature

Lindström [1] développe un modèle thermique simple par réseaux de résistances thermiques (Fig. 5.39).

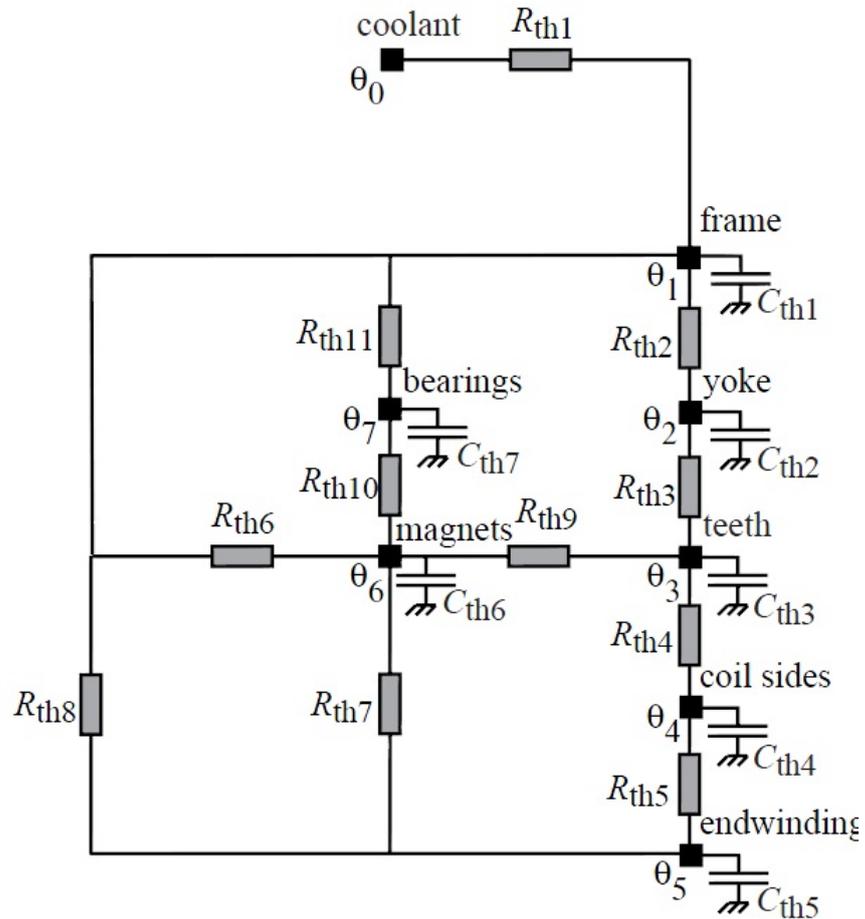


FIGURE 5.39 – Modélisation par réseaux de résistances thermiques d’une machine synchrone à aimant développée par Lindström [1]

Kolondzovski *et al.* [112] établit un modèle par réseaux de résistances thermiques plus complexe (Fig. 5.40).

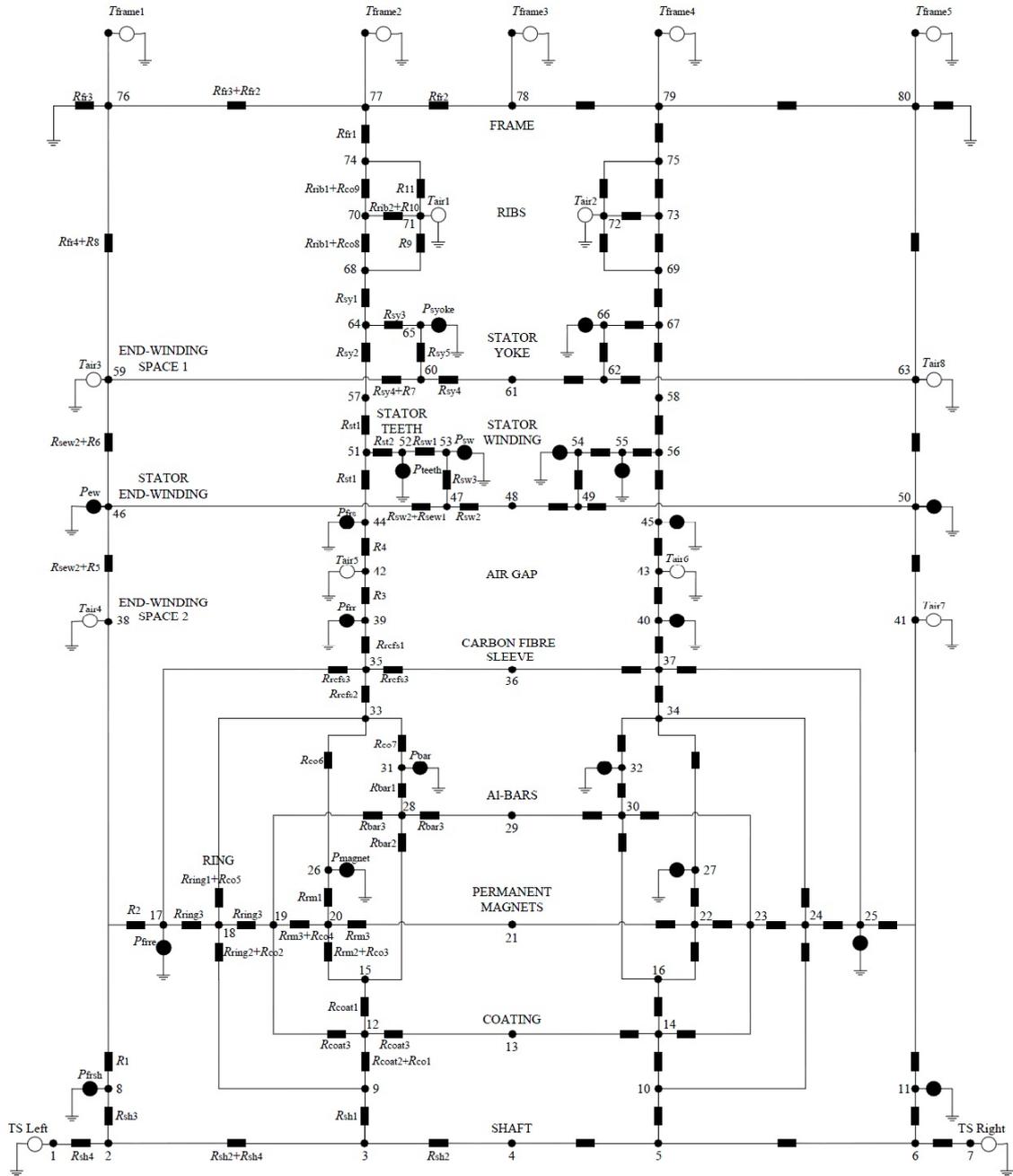


FIGURE 5.40 – Modélisation par réseaux de résistances thermiques d’une machine synchrone à aimant développée par Kolondzovski *et al.* [112]

F Fonctions Tests

Les fonctions tests utilisées pour la comparaison des algorithmes d'optimisation sont présentées dans ce paragraphe.

Fonction d'Ackley

Elle est définie par l'équation suivante où N correspond au nombre de variables d'optimisation notée x_i :

$$f_{Ackley}(x) = 20 + e - 20e^{-\frac{1}{5}\sqrt{\frac{1}{N}\sum_{i=1}^N x_i^2}} - e\frac{1}{N}\sum_{i=1}^N \cos(2\pi x_i) \quad (5.71)$$

Pour deux variables d'optimisation, la fonction d'Ackley est représentée sur la figure 5.41. Son minimum est atteint lorsque chaque variable d'optimisation vaut $x_i = 0$.

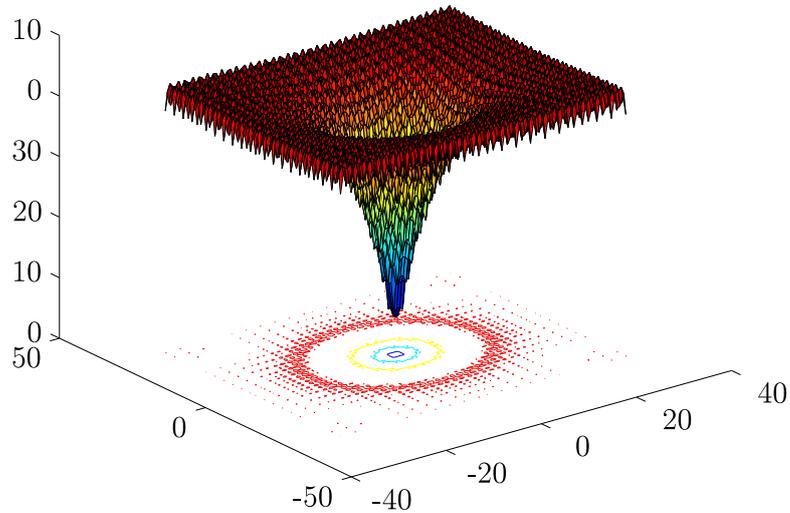


FIGURE 5.41 – Représentation de la fonction d'Ackley pour deux variables d'optimisation

Fonction de Griewank

La fonction de Griewank est définie pour N variable d'optimisation de valeur x_i par :

$$f_{Griewank}(x) = 1 + \frac{1}{4000} \sum_{i=1}^N x_i^2 - \prod_{i=1}^N \cos\left(\frac{x_i}{\sqrt{i}}\right) \quad (5.72)$$

La figure 5.42 représente cette fonction pour deux variables d'optimisation. Son minimum est atteint lorsque toutes ses variables d'optimisation valent $x_i = 0$.

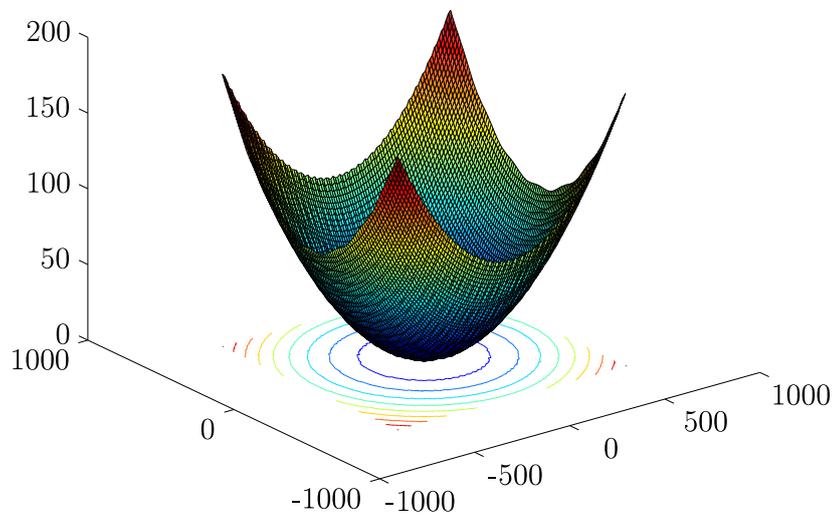


FIGURE 5.42 – Représentation de la fonction de Griewank pour deux variables d'optimisation

Fonction de Rastrigin

La fonction de Rastrigin est définie pour N variables d'optimisation notée x_i par :

$$f_{Rastrigin}(x) = 10 N + \sum_{i=1}^N x_i^2 - 10 \cos(2\pi x_i) \quad (5.73)$$

Cette fonction présente un minimum global lorsque ses variables d'optimisation sont toutes égales à $x_i = 0$. Elle est représentée sur la figure 5.43.

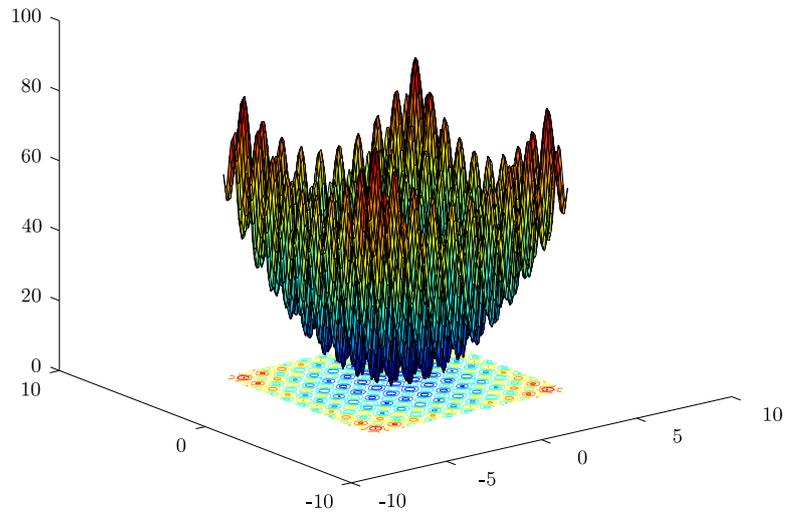


FIGURE 5.43 – Représentation de la fonction de Rastrigin pour deux variables d’optimisation

Fonction de Rosenbrock

La fonction de Rosenbrock est définie pour N variables d’optimisation notée x_i par :

$$f_{Rosenbrock}(x) = \sum_{i=1}^{N-1} 100 (x_i^2 - x_{i+1})^2 + (x_i - 1)^2 \quad (5.74)$$

Cette fonction, représentée sur la figure 5.44, atteint son minimum global lorsque toutes ses variables d’optimisation sont égales à $x_i = 1$.

Fonction de Schwefel 1.2

La fonction de Schwefel 1.2 est définie pour N variables d’optimisation de valeur x_i par :

$$f_{Schwefel\ 1.2}(x) = \sum_{j=1}^N \left(\sum_{i=1}^N x_i \right)^2 \quad (5.75)$$

Cette fonction, représentée sur la figure 5.45, atteint son minimum global lorsque toutes ses variables d’optimisation sont égales à $x_i = 0$.

Fonction de Schwefel 2.21

La fonction de Schwefel 2.21 est définie pour N variables d’optimisation de

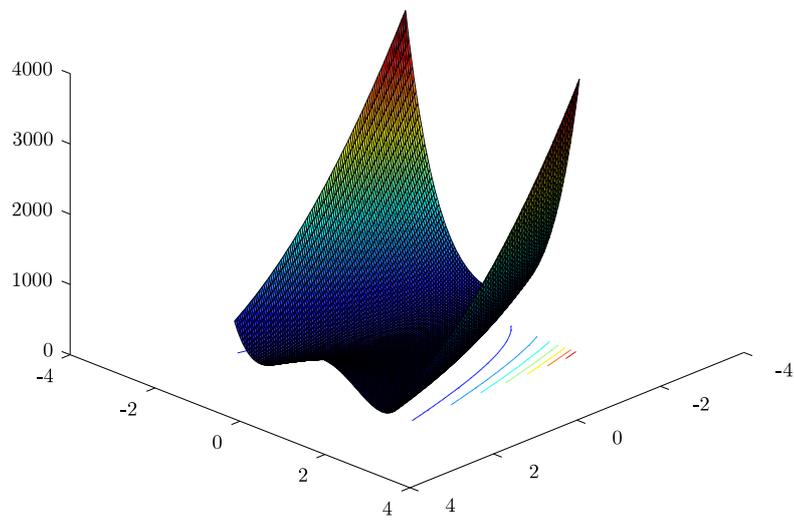


FIGURE 5.44 – Représentation de la fonction de Rosenbrock pour deux variables d'optimisation

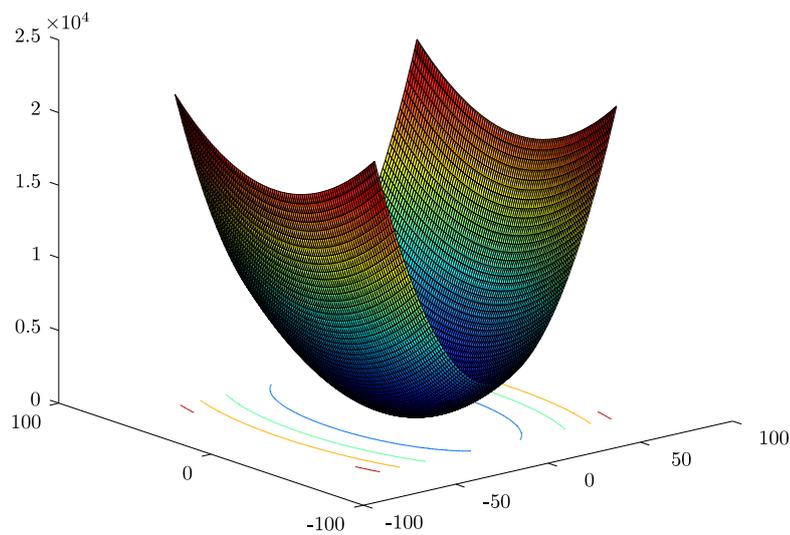


FIGURE 5.45 – Représentation de la fonction de Schwefel 1.2 pour deux variables d'optimisation

valeur x_i par :

$$f_{Schwefel\ 2.21}(x) = \max |x_i| \quad (5.76)$$

Cette fonction, représentée sur la figure 5.46, atteint son minimum global lorsque toutes ses variables d'optimisation sont égales à $x_i = 0$.

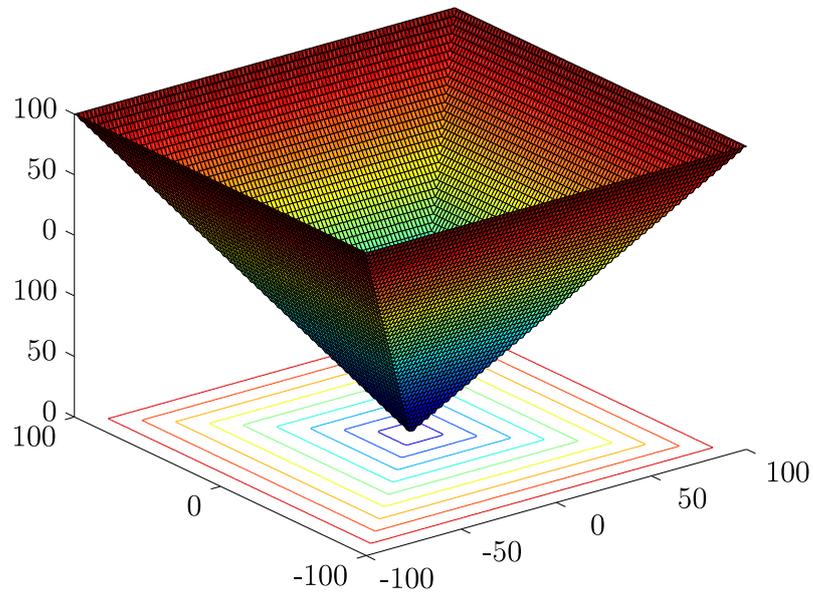


FIGURE 5.46 – Représentation de la fonction de Schwefel 2.21 pour deux variables d'optimisation

Fonction de Schwefel 2.22

La fonction de Schwefel 2.22 est définie pour N variables d'optimisation de valeur x_i par :

$$f_{Schwefel\ 2.22}(x) = \sum_{i=1}^N |x_i| + \prod_{i=1}^N |x_i| \quad (5.77)$$

Cette fonction, représentée sur la figure 5.47, atteint son minimum global lorsque toutes ses variables d'optimisation sont égales à $x_i = 0$.

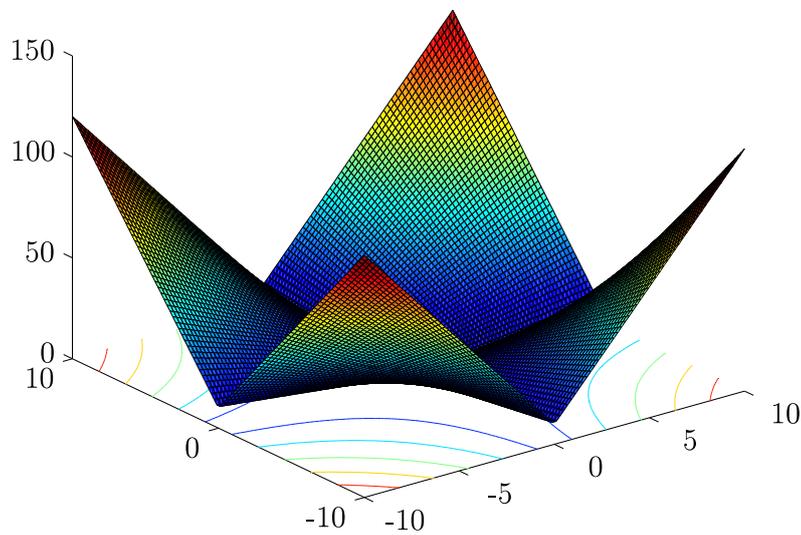


FIGURE 5.47 – Représentation de la fonction de Schwefel 2.22 pour deux variables d'optimisation

Fonction de Schwefel 2.26

La fonction de Schwefel 2.26 est définie pour N variables d'optimisation de valeur x_i par :

$$f_{Schwefel\ 2.26}(x) = 418.9829 N - \sum_{i=1}^N x_i \sin(\sqrt{|x_i|}) \quad (5.78)$$

Cette fonction, représentée sur la figure 5.48, atteint son minimum global lorsque toutes ses variables d'optimisation sont égales à $x_i = 420.96$.

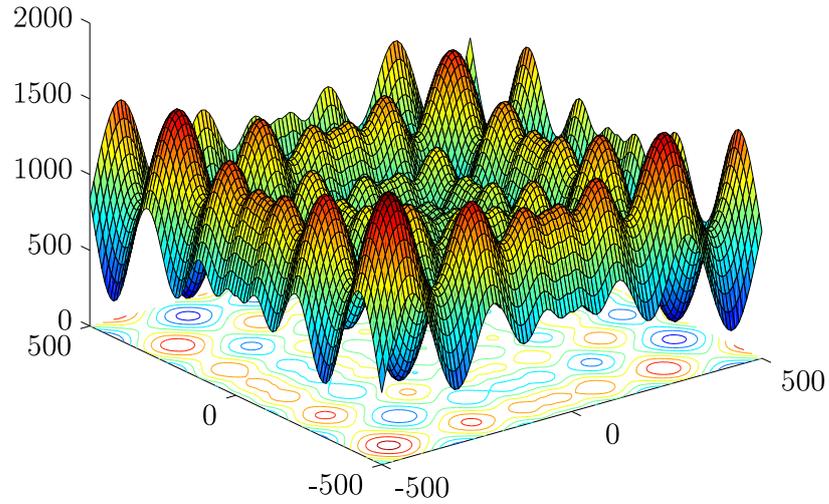


FIGURE 5.48 – Représentation de la fonction de Schwefel 2.26 pour deux variables d’optimisation

Fonction de Shekel

La fonction de Shekel est définie pour N variables d’optimisation de valeur x_i par :

$$f_{Shekel}(x) = - \sum_{i=1}^m \left(\sum_{j=1}^N (x_j - C_{i,j})^2 + \beta_j \right)^{-1} \quad (5.79)$$

Avec m , le nombre de minimum, β et C définit par :

m	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
β	0.1	0.2	0.2	0.4	0.4	0.6	0.3	0.7	0.5	0.5

m	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
$C(1)$	4	1	8	6	3	2	5	8	6	7
$C(2)$	4	1	8	6	7	9	5	1	2	3.6
$C(3)$	4	1	8	6	3	2	3	8	6	7
$C(2)$	4	1	8	6	7	9	3	1	2	3.6

Cette fonction, représentée sur la figure 5.49, atteint son minimum global lorsque toutes ses variables d’optimisation sont égales à $x_i = 4$.

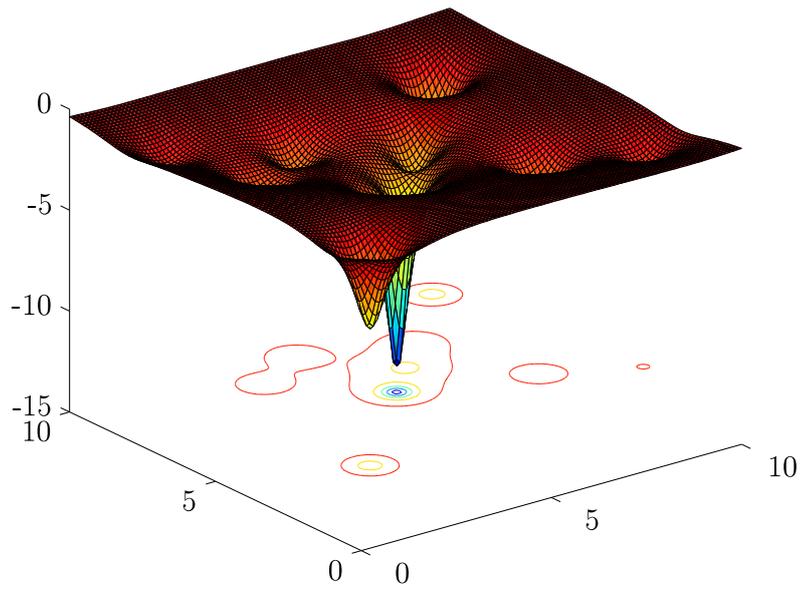


FIGURE 5.49 – Représentation de la fonction de Shekel pour deux variables d'optimisation

Fonction Sphère

La fonction Sphère est définie pour N variables d'optimisation de valeur x_i par :

$$f_{Sphere}(x) = \sum_{i=1}^N x_i^2 \quad (5.80)$$

Cette fonction, représentée sur la figure 5.50, atteint son minimum global lorsque toutes ses variables d'optimisation sont égales à $x_i = 0$.

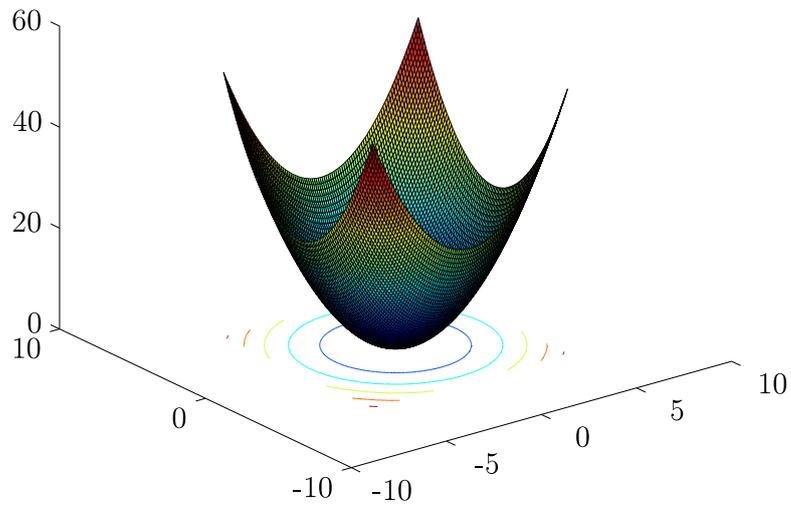


FIGURE 5.50 – Représentation de la fonction Sphère pour deux variables d’optimisation

Fonction Step

La fonction Step est définie pour N variables d’optimisation de valeur x_i par :

$$f_{Step}(x) = \sum_{i=1}^N \text{floor}(x_i + 0.5)^2 \quad (5.81)$$

Cette fonction, représentée sur la figure 5.51, atteint son minimum global lorsque toutes ses variables d’optimisation sont égales et comprises dans l’intervalle $-0.5 < x_i < 0.5$

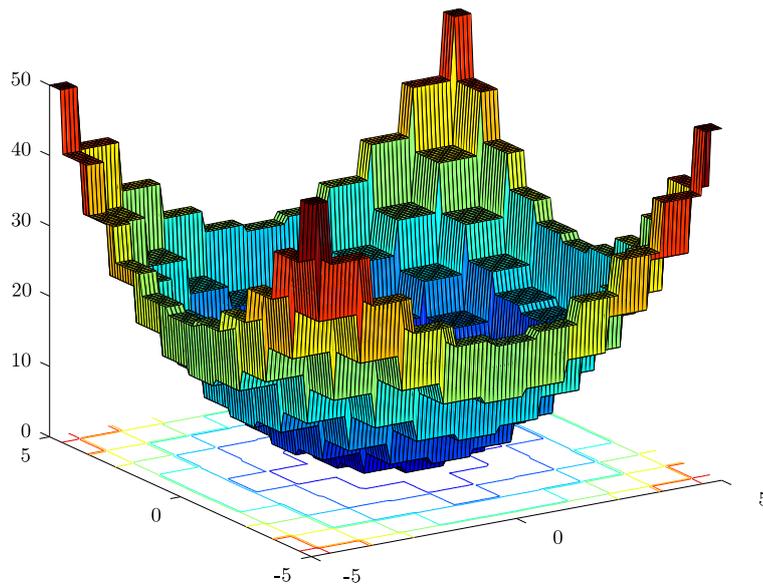


FIGURE 5.51 – Représentation de la fonction Step pour deux variables d’optimisation

G Comparaison des algorithmes d’optimisation

Nous présentons les différents tests et leurs résultats de la comparaison des algorithmes d’optimisation sur des fonctions tests.

G.1 Test de robustesse

Le test de robustesse consiste à lancer 10 fois l’algorithme d’optimisation. On calcule l’écart type de la position optimale des 10 meilleurs résultats.

Le tableau 5.6 présente l’écart type des 6 variables optimales sur chaque fonction test. On constate que tous les algorithmes d’optimisation présentent des écarts relatifs faibles, ce qui montre qu’ils ont tous tendance à toujours converger vers le minimum global des fonctions tests.

Ce tableau montre aussi que l’algorithme le plus robuste est celui basé sur la biogéographie puisqu’il présente les écarts types les plus faibles de la position optimale pour la plupart des fonctions tests. Ensuite, il vient l’essaimage particulière puis l’algorithme génétique.

G.2 Test de précision

Le test de précision consiste à lancer une fois chaque algorithme d’optimisation sur les fonctions test et de calculer l’écart entre la position optimale connue et la position optimale donnée par les algorithmes d’optimisation.

	Ackley			Griewank			Rastrigin		
	AG	PSO	BBO	AG	PSO	BBO	AG	PSO	BBO
σ_{x1}	0.398	0.297	0.003	15.2	10.8	0.994	0.421	0.488	0.001
σ_{x2}	0.310	0.297	0.003	12.3	6.89	3.88	0.426	0.468	0.001
σ_{x3}	0.635	0.001	0.003	11.7	7.25	3.09	0.423	0.638	0.001
σ_{x4}	0.596	0.002	0.005	11.4	12.0	1.99	0.420	0.162	0.001
σ_{x5}	0.628	0.003	0.003	12.8	8.07	3.98	0.421	0.326	0.001
σ_{x6}	0.698	0.001	0.004	13.4	8.15	5.66	0.422	0.534	0.001
Moyenne	0.543	0.100	0.004	12.8	8.86	3.27	0.422	0.436	0.001

	Rosenbrock			Schwefel 1.2			Schwefel 2.21		
	AG	PSO	BBO	AG	PSO	BBO	AG	PSO	BBO
σ_{x1}	0.017	0.005	0.001	0.069	0.111	0.004	0.144	0.056	0.030
σ_{x2}	0.023	0.003	0.002	0.025	0.082	0.006	0.148	0.055	0.028
σ_{x3}	0.025	0.003	0.005	0.015	0.006	0.006	0.165	0.055	0.025
σ_{x4}	0.032	0.006	0.009	0.011	0.010	0.006	0.151	0.053	0.031
σ_{x5}	0.053	0.013	0.019	0.007	0.001	0.006	0.183	0.028	0.022
σ_{x6}	0.106	0.026	0.037	0.007	0.008	0.005	0.162	0.054	0.032
Moyenne	0.043	0.009	0.012	0.022	0.036	0.006	0.159	0.050	0.028

	Schwefel 2.22			Schwefel 2.26			Shekel		
	AG	PSO	BBO	AG	PSO	BBO	AG	PSO	BBO
σ_{x1}	0.017	0.023	0.001	0.007	0.071	0.056	0.009	0.0001	0.0004
σ_{x2}	0.013	0.036	0.001	0.012	0.018	0.055	0.007	0.0001	0.0006
σ_{x3}	0.009	0.032	0.001	0.013	0.074	0.096	0.006	0.0001	0.0003
σ_{x4}	0.013	0.001	0.001	0.015	0.082	0.047	0.006	0.0001	0.0003
σ_{x5}	0.015	0.007	0.001	0.015	0.026	0.108			
σ_{x6}	0.008	0.001	0.001	0.017	0.016	0.053			
Moyenne	0.013	0.017	0.001	0.013	0.048	0.069	0.007	0.0001	0.0003

	Sphere			Step		
	AG	PSO	BBO	AG	PSO	BBO
σ_{x1}	0.012	0.0001	0.0009	0.000	0.181	0.272
σ_{x2}	0.012	0.0001	0.0006	0.000	0.241	0.340
σ_{x3}	0.015	0.0001	0.0008	0.000	0.272	0.267
σ_{x4}	0.015	0.0001	0.0005	0.000	0.165	0.301
σ_{x5}	0.010	0.0001	0.0008	0.000	0.205	0.276
σ_{x6}	0.015	0.0001	0.0004	0.000	0.219	0.310
Moyenne	0.013	0.0001	0.0007	0.000	0.184	0.294

TABLE 5.6 – Présentation des résultats du test de robustesse : écart type de la position optimale des différents algorithmes d'optimisation sur les fonctions tests

Le tableau 5.7 présente les écarts entre la position optimale théorique et la position optimale obtenue par les trois algorithmes d'optimisation. On constate que tous les algorithmes d'optimisation présentent des écarts relativement faibles, ce qui montre qu'ils convergent tous vers le minimum global avec une précision acceptable.

L'algorithme le plus précis est celui basé sur la biogéographie : l'écart entre le résultat théorique et celui de cet algorithme est le plus faible pour la plupart des fonctions tests. Ensuite, le second algorithme le plus précis est l'essaimage particulière et enfin l'algorithme génétique est le moins précis des trois algorithmes d'optimisation.

G.3 Test de rapidité

Le test de rapidité consiste à mesurer le temps d'accès au processeur correspondant à une optimisation sur les différentes fonctions tests.

Le tableau 5.8 présente la durée d'accès au processeur (Dual Core 2.2 GHz) des algorithmes d'optimisation sur les fonctions tests. Tous les algorithmes nécessitent moins de 11 s. pour effectuer 2 500 itérations sur les fonctions tests avec 6 variables d'optimisation. Cependant, l'algorithme le plus rapide est l'essaimage particulière. Ce résultat s'explique par la simplicité de cet algorithme d'optimisation. Ensuite, l'algorithme génétique et l'algorithme basé sur la biogéographie présente des résultats similaires en terme de rapidité.

	Ackley			Griewank			Rastrigin		
	AG	PSO	BBO	AG	PSO	BBO	AG	PSO	BBO
$ \varepsilon_{x1} $	0.003	0.000	0.001	12.6	0.175	0.041	0.004	0.000	0.001
$ \varepsilon_{x2} $	0.971	0.000	0.000	13.3	8.73	4.48	0.011	0.000	0.001
$ \varepsilon_{x3} $	0.970	0.000	0.000	10.9	0.478	5.44	0.015	0.000	0.000
$ \varepsilon_{x4} $	0.952	0.000	0.001	12.5	6.15	0.03	0.009	0.995	0.001
$ \varepsilon_{x5} $	0.002	0.000	0.002	14.0	0.131	0.006	0.005	0.000	0.000
$ \varepsilon_{x6} $	0.003	0.000	0.001	7.68	7.81	0.085	0.008	0.000	0.003
Moyenne	0.483	0.000	0.001	11.8	3.91	1.68	0.009	0.166	0.001

	Rosenbrock			Schwefel 1.2			Schwefel 2.21		
	AG	PSO	BBO	AG	PSO	BBO	AG	PSO	BBO
$ \varepsilon_{x1} $	0.019	0.000	0.002	0.052	0.060	0.001	0.062	0.013	0.018
$ \varepsilon_{x2} $	0.027	0.000	0.052	0.007	0.005	0.007	0.135	0.013	0.010
$ \varepsilon_{x3} $	0.046	0.000	0.010	0.005	0.005	0.020	0.045	0.013	0.007
$ \varepsilon_{x4} $	0.037	0.000	0.020	0.020	0.006	0.011	0.135	0.013	0.000
$ \varepsilon_{x5} $	0.056	0.000	0.040	0.004	0.003	0.020	0.110	0.005	0.021
$ \varepsilon_{x6} $	0.067	0.001	0.078	0.007	0.004	0.003	0.024	0.013	0.017
Moyenne	0.042	0.001	0.033	0.016	0.014	0.011	0.085	0.012	0.012

	Schwefel 2.22			Schwefel 2.26			Shekel		
	AG	PSO	BBO	AG	PSO	BBO	AG	PSO	BBO
$ \varepsilon_{x1} $	0.011	0.000	0.002	0.039	0.128	0.042	0.005	0.001	0.001
$ \varepsilon_{x2} $	0.001	0.000	0.001	0.016	0.415	0.010	0.002	0.000	0.000
$ \varepsilon_{x3} $	0.016	0.016	0.001	0.003	0.242	0.011	0.002	0.001	0.000
$ \varepsilon_{x4} $	0.021	0.000	0.000	0.005	0.281	0.113	0.006	0.000	0.001
$ \varepsilon_{x5} $	0.004	0.000	0.001	0.019	0.033	0.028			
$ \varepsilon_{x6} $	0.000	0.000	0.000	0.006	0.223	0.004			
Moyenne	0.011	0.003	0.001	0.015	0.220	0.034	0.004	0.001	0.001

	Sphere			Step		
	AG	PSO	BBO	AG	PSO	BBO
$ \varepsilon_{x1} $	0.016	0.000	0.001	0.000	0.000	0.000
$ \varepsilon_{x2} $	0.021	0.000	0.001	0.000	0.000	0.000
$ \varepsilon_{x3} $	0.005	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000
$ \varepsilon_{x4} $	0.022	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000
$ \varepsilon_{x5} $	0.001	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000
$ \varepsilon_{x6} $	0.008	0.000	0.001	0.000	0.000	0.000
Moyenne	0.012	0.000	0.001	0.000	0.000	0.000

TABLE 5.7 – Présentation des résultats du test de précision : valeur absolue de l'écart entre la position optimale théorique et celle obtenue par les différents algorithmes d'optimisation sur les fonctions tests

		Tps CPU (s.)
Ackley	AG	5.72
	PSO	1.19
	BBO	6.61
Griewank	AG	5.63
	PSO	1.14
	BBO	6.57
Rastrigin	AG	4.98
	PSO	1.12
	BBO	6.08
Rosenbrock	AG	6.20
	PSO	1.11
	BBO	6.18
Schwefel 1.2	AG	7.71
	PSO	1.29
	BBO	7.18
Schwefel 2.21	AG	5.42
	PSO	1.06
	BBO	5.54

		Tps CPU (s.)
Schwefel 2.22	AG	5.68
	PSO	1.09
	BBO	6.40
Schwefel 2.26	AG	6.02
	PSO	1.19
	BBO	6.36
Shekel	AG	10.97
	PSO	1.26
	BBO	9.91
Sphere	AG	6.29
	PSO	1.14
	BBO	6.30
Step	AG	4.73
	PSO	1.19
	BBO	5.38

TABLE 5.8 – Présentation des résultats du test de précision : valeur absolue de l'écart entre la position optimale théorique et celle obtenue par les différents algorithmes d'optimisation sur les fonctions tests

H Evolution de l'optimum des algorithmes d'optimisation sur les fonctions tests

L'évolution de l'optimum des trois algorithmes d'optimisation sur les fonctions tests est présenté sur les figures suivantes.

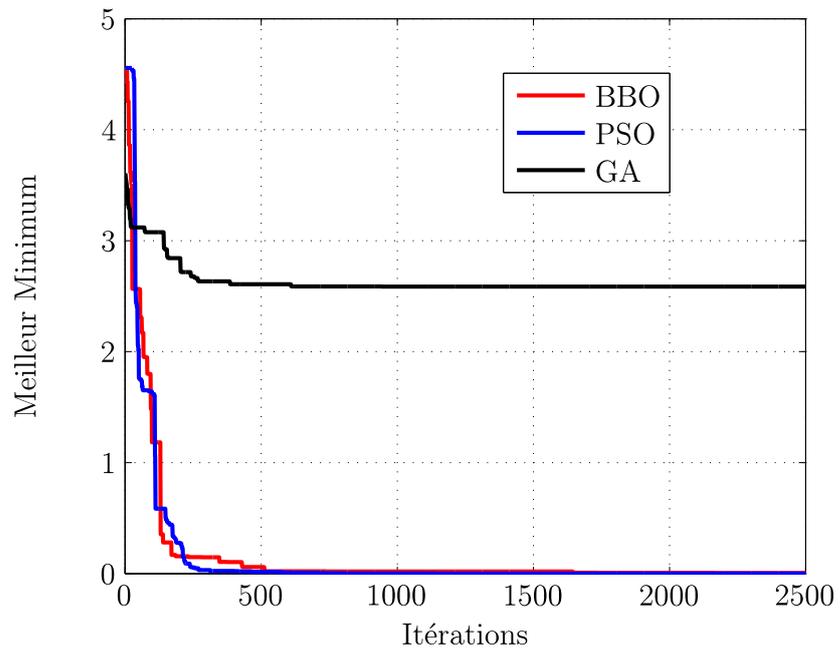


FIGURE 5.52 – Evolution de l’optimum sur la fonction d’Ackley

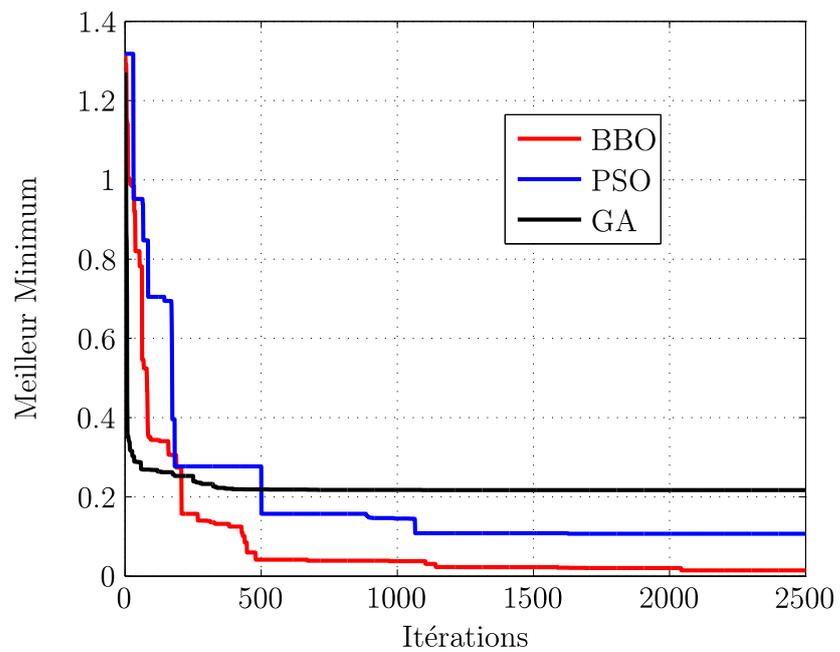


FIGURE 5.53 – Evolution de l’optimum sur la fonction de Griewank

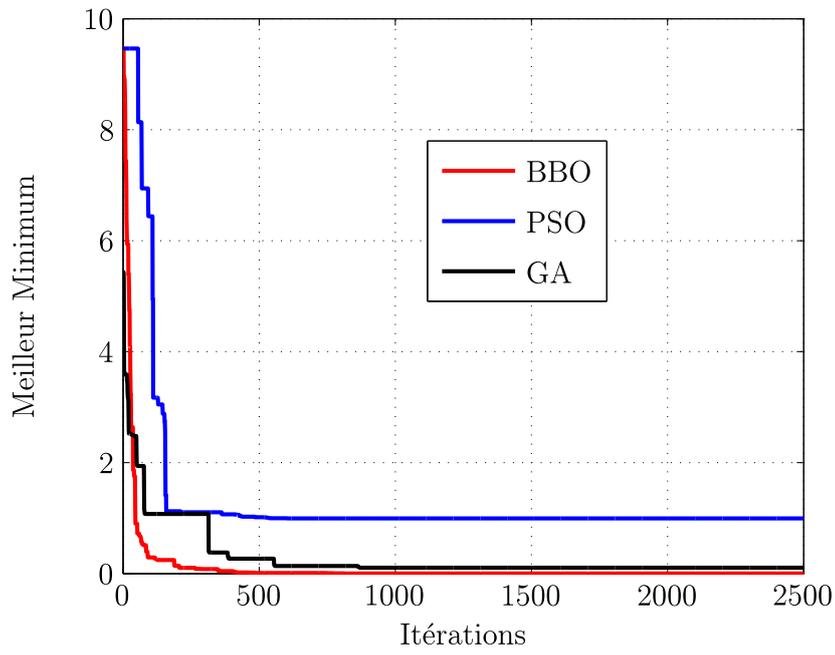


FIGURE 5.54 – Evolution de l’optimum sur la fonction de Rastrigin

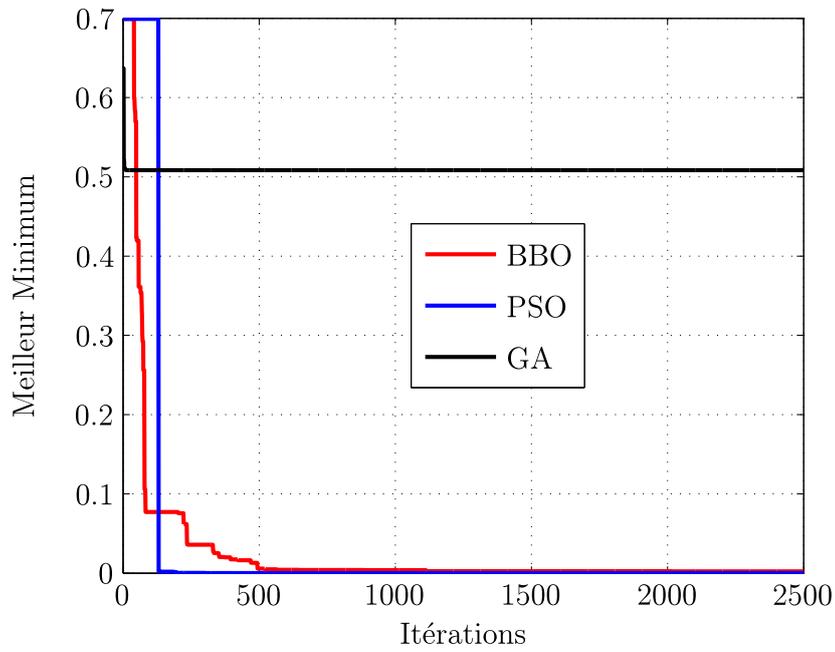


FIGURE 5.55 – Evolution de l’optimum sur la fonction de Rosenbrock

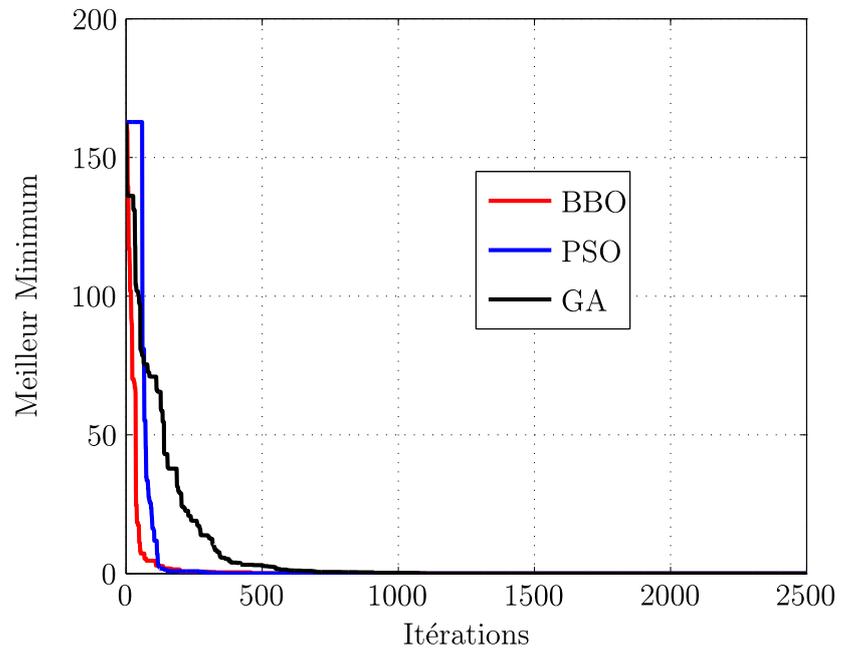


FIGURE 5.56 – Evolution de l'optimum sur la fonction de Schwefel 1.2

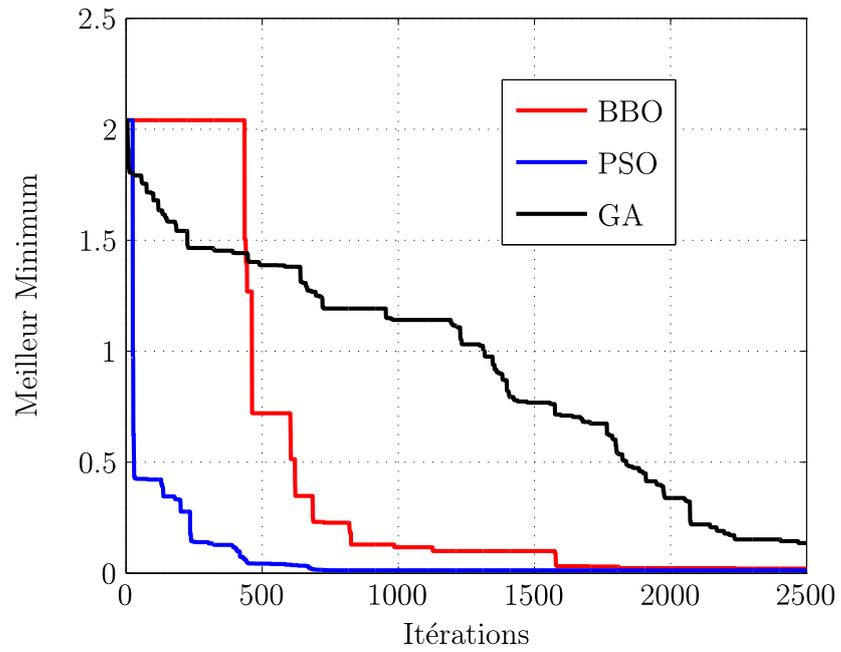


FIGURE 5.57 – Evolution de l'optimum sur la fonction de Schwefel 2.21

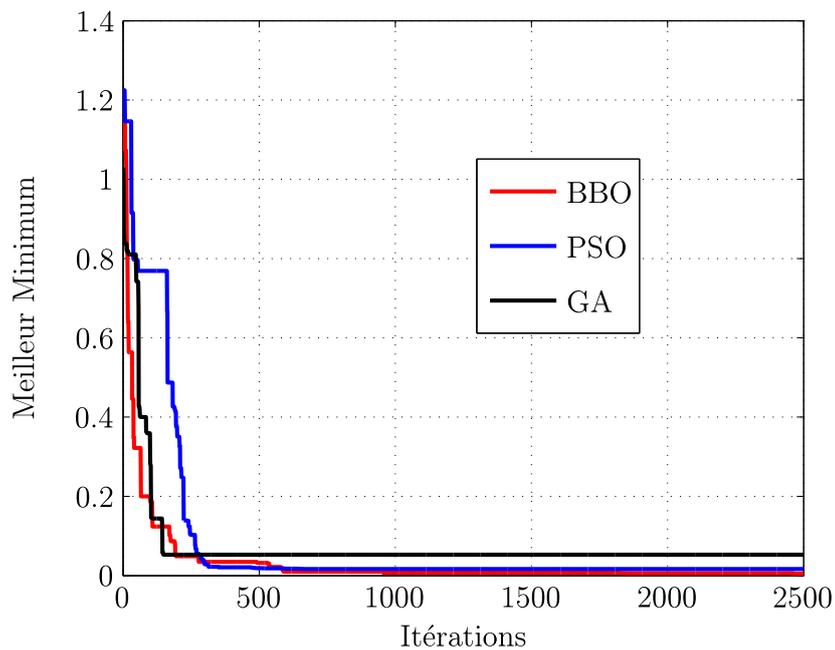


FIGURE 5.58 – Evolution de l’optimum sur la fonction de Schwefel 2.22

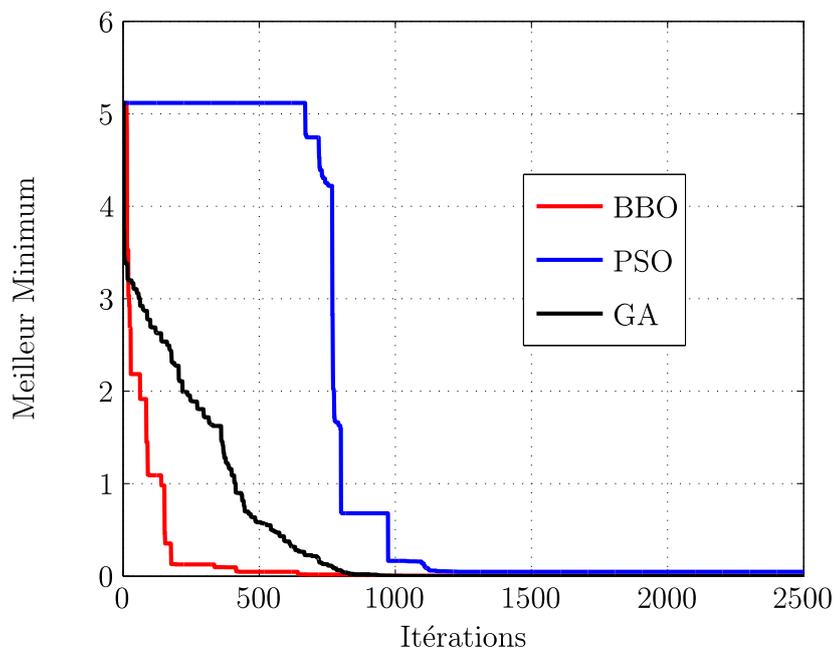


FIGURE 5.59 – Evolution de l’optimum sur la fonction de Schwefel 2.26

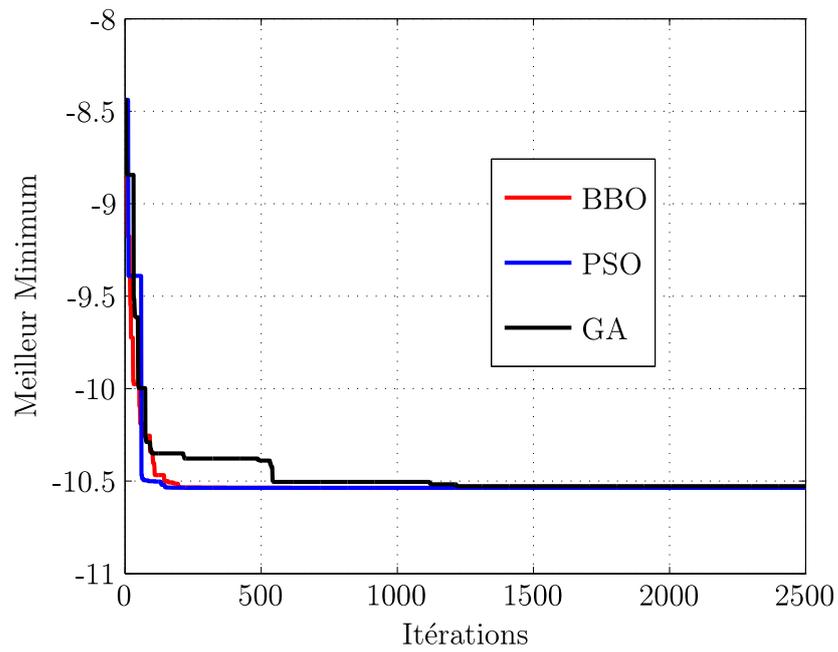


FIGURE 5.60 – Evolution de l'optimum sur la fonction de Shekel

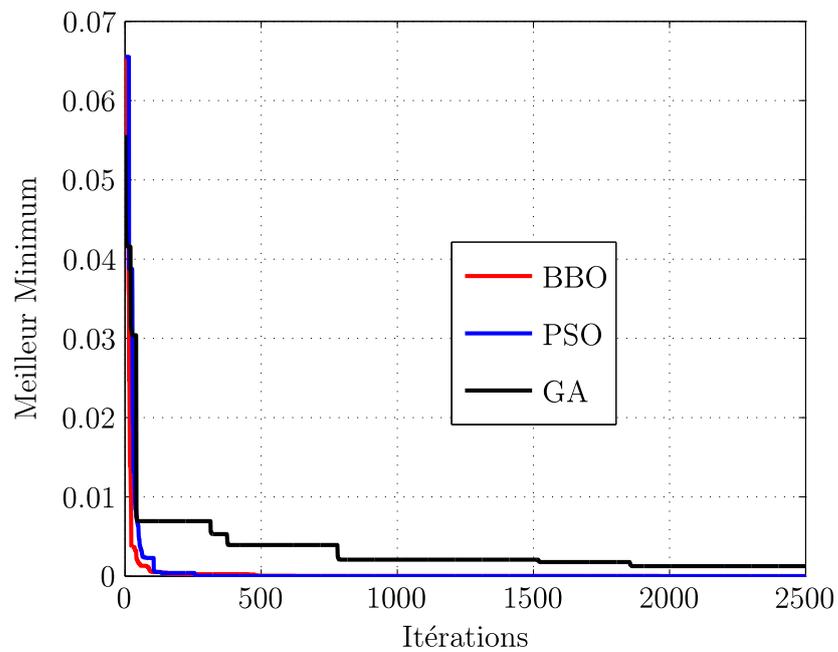


FIGURE 5.61 – Evolution de l'optimum sur la fonction Sphere

Thèse de Doctorat

Floran MARTIN

Contribution au dimensionnement optimal de machines synchrones à aimants déposés en surface pour applications à hautes vitesses

Contribution to Optimal Design of Surface Mounted Permanent Magnet Synchronous Machines for High Speed Applications

Résumé

Dans de nombreuses applications (usinage, turbo-compression, transport, ...), les machines électriques à haute vitesse sont sollicitées pour améliorer les performances du système. Toutefois, elles cumulent des difficultés d'ordre électromagnétique, thermique et mécanique. Leurs matériaux doivent en effet offrir une bonne résistance aux forces centrifuges, ainsi qu'aux échauffements importants.

Le travail présenté concerne principalement la modélisation analytique des pertes par courants induits dans les aimants des machines synchrones à aimants permanents déposés en surface. Deux méthodes originales sont proposées et comparées à des calculs par éléments finis 3D. Nous avons alors retenu la modélisation harmonique : la force magnétomotrice source est décomposée en série de Fourier dont la période est la largeur de l'aimant. La densité de courant induite dans l'aimant est alors déduite en résolvant un problème de magnétodynamique analogue à celui d'une couronne conductrice. Nous proposons ensuite une optimisation de machines à aimants en terre-rare afin de déterminer l'influence de ces pertes sur le dimensionnement optimal. En s'intéressant à la segmentation, nous avons montré que lorsque la largeur de l'aimant est inférieure au double de l'épaisseur de peau relative à un harmonique de rang suffisamment élevé, l'impact des pertes dans les aimants est relativement faible sur le dimensionnement.

Mots clés

Machine synchrone à aimants permanents, Haute vitesse de rotation, Pertes dans les aimants, Optimisation basée sur la biogéographie.

Abstract

High speed electrical machines are attracted for many industrial applications in order to improve the system performance. However, they accumulate magnetic, mechanical and thermal difficulties. Their materials must stand up to higher centrifugal forces, and higher heating than classic motors.

The presented studies relate principally to the analytical determination of the eddy current losses in isolated magnets of surface mounted permanent magnet synchronous machines. Two original methods are proposed and compared to 3D finite element calculation. Therefore, we have picked out the harmonic model : the magnetomotive force, responsible for eddy current, is decomposed into Fourier series whose period is the width of the magnet. The current density induced in the magnet is then deduced by solving a magnetodynamic problem similar to the one in a conductive ring. Thereafter, we proposed an optimization of those machines with rare-earth magnet in order to determine the influence of magnet losses on the optimal design. By focusing on the segmentation, we showed up that when the magnet width is less than twice the skin depth relative to high harmonic, then the impact of the magnet losses is relatively low on the optimal design.

Key Words

Permanent magnet synchronous machine, High speed rotation, Magnet losses, Biogeography based optimization.