

# MÉMOIRE DE MASTER RECHERCHE

## Modélisation numérique de la dynamique interne d'Encelade : implications pour l'activité au pôle sud

J. BESSERER

Tuteurs : G. TOBIE, G. CHOBLET

Master 2 Recherche Géosciences Planétaires

Université de Nantes, 23 juin 2008

*Laboratoire de Planétologie et Géodynamique, UMR-CNRS 6112*

Version définitive (août 2008)

Contact : [jonathan.besserer@univ-nantes.fr](mailto:jonathan.besserer@univ-nantes.fr) ou [jbesserer@gmail.com](mailto:jbesserer@gmail.com)

Mémoire soutenu publiquement le lundi 23 juin 2008, devant le jury suivant :

M. JEAN-ALIX BARRAT	<i>Professeur</i> , Univ. de Bretagne Occidentale, Brest	Président
M <sup>me</sup> CAROLINE DUMOULIN	<i>Maître de conférence</i> , Univ. de Nantes	Rapportrice
M <sup>me</sup> SABRINA CARPY	<i>Maître de conférence</i> , Univ. de Nantes	Rapportrice
M. ÉRIC BEUCLER	<i>Maître de conférence</i> , Univ. de Nantes	Examineur
M. PIERRE VACHER	<i>Maître de conférence</i> , Univ. de Nantes	Examineur
M. STÉPHANE POCHAT	<i>Maître de conférence</i> , Univ. de Nantes	Examineur

Responsable du Master : M. OLIVIER GRASSET, *Professeur*, Univ. de Nantes



# Sommaire

<b>Introduction</b>	<b>1</b>
Une lune singulière . . . . .	1
Enjeux de l'étude . . . . .	2
<b>1 Le modèle physique</b>	<b>4</b>
1.1 Le manteau de glace . . . . .	4
<i>Propriétés thermodynamiques</i> . . . . .	4
<i>Rhéologie</i> . . . . .	4
1.2 Transferts de chaleur . . . . .	5
<i>Le problème de la convection thermique</i> . . . . .	5
<i>Sources de chaleur</i> . . . . .	6
<i>La fusion partielle</i> . . . . .	7
<b>2 Le modèle numérique</b>	<b>8</b>
2.1 Les programmes utilisés . . . . .	8
<i>Principes généraux</i> . . . . .	8
<i>Particularités du code 2D</i> . . . . .	8
<i>ÆDIPUS</i> . . . . .	9
2.2 Développements pour cette étude . . . . .	10
<i>Programme cartésien</i> . . . . .	10
<i>Programme sphérique</i> . . . . .	13
<b>3 Résultats</b>	<b>14</b>
3.1 Structure thermique du manteau de glace . . . . .	14
<i>Effet d'une couche liquide fixe</i> . . . . .	14
<i>Influence de la taille de la zone liquide</i> . . . . .	16
3.2 Dynamique de la couche de glace et évolution d'un réservoir de liquide . . . . .	17
<i>Conditions thermo-mécaniques à la base de la couche</i> . . . . .	18
<i>Influence du chauffage de marée</i> . . . . .	18
<i>Prise en compte de la fusion partielle du manteau de glace</i> . . . . .	21
<i>Plasticité des couches superficielles</i> . . . . .	21
3.3 Implications pour l'activité au pôle sud . . . . .	22
<i>Possibilités d'un resurfaçage</i> . . . . .	22
<i>Discussion</i> . . . . .	24
<b>Conclusion et perspectives</b>	<b>25</b>
<b>Remerciements</b>	<b>25</b>
<b>Annexes</b>	<b>27</b>
A.1 Correction de la courbure pour le flux de chaleur à la base . . . . .	29
A.2 Effets des conditions aux limites mécaniques . . . . .	30
<b>Liste des symboles</b>	<b>32</b>
<b>Table des figures</b>	<b>35</b>
<b>Liste des tableaux</b>	<b>35</b>
<b>Bibliographie</b>	<b>36</b>



## Introduction

Les satellites de glace des planètes géantes du système solaire présentent une grande diversité. Parmi les 52 lunes de Saturne actuellement répertoriées, Encelade est sans doute l'une des plus énigmatiques.

### Une lune singulière

Dans la mythologie grecque, Encelade, géant aux cent bras, participa à la lutte contre les dieux de l'Olympe. En réalité, le satellite éponyme, découvert par W. HERSCHEL en 1789, n'a rien d'un tel colosse : son rayon moyen n'est que de  $252,1 \pm 0,2$  km [Porco *et al.*, 2006], pour une masse de  $1,0798 \pm 0,0016 \cdot 10^{20}$  kg [Rappaport *et al.*, 2007], ce qui le place tout de même au rang de sixième plus grosse – et plus massive – lune de Saturne. Son orbite, d'excentricité assez faible (0,0047, entretenue par résonance spin-orbite 2 : 1 avec Dione), a un demi-grand axe de  $3,95 R_S$ ,  $R_S$  étant le rayon de Saturne ( $60\,268 \pm 4$  km à l'équateur) : sa période de rotation synchrone est ainsi de 1,37 jour.

En 1981, la sonde *Voyager 2* a révélé une grande diversité de terrains. Certaines zones pourraient être presque aussi anciennes ( $\geq 4$  Ga) que le système solaire [Squyres *et al.*, 1983; Kargel & Pozio, 1996]. Des parties bien plus récentes, juxtaposées à ces régions, pourraient dater d'il y a 10 à 100 Ma seulement [Kargel & Pozio, 1996], voire moins pour certaines [Porco *et al.*, 2006] : un grand nombre de secteurs semble avoir connu un à plusieurs épisodes tectoniques de renouvellement de la surface. Ainsi, de manière globale, Encelade présente, à l'instar de Mars ou de la Lune, une dichotomie entre des terrains très cratérisés dans les régions boréales et des zones beaucoup plus plates mais fracturées dans les régions australes [fig. 1(a)].

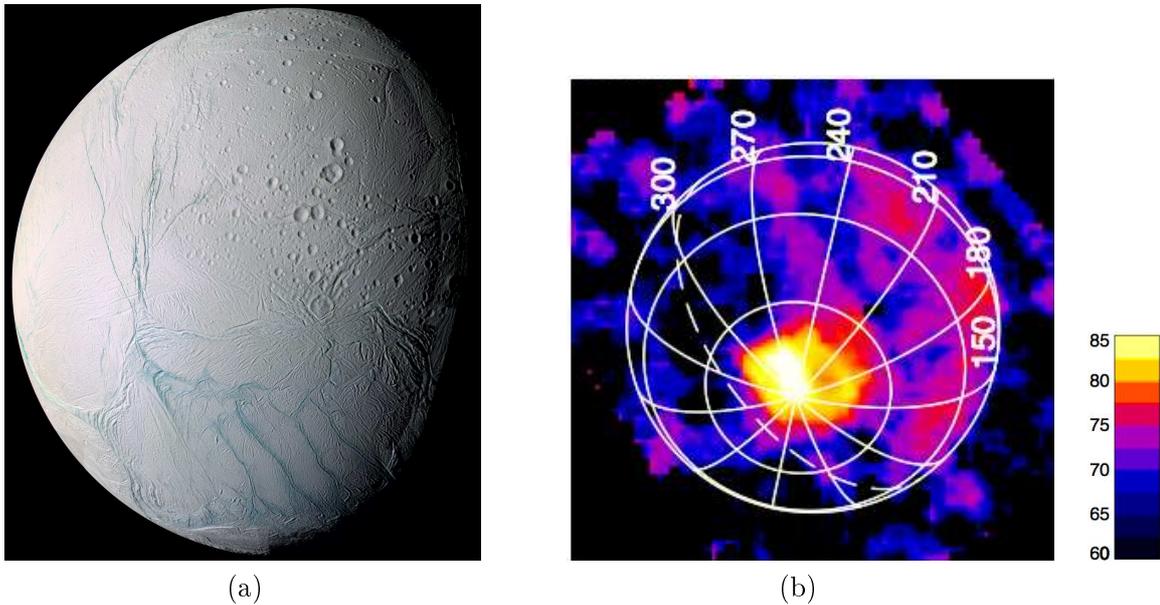


FIG. 1 – La surface d'Encelade. (a) Variabilité des terrains et localisation des « Tiger Stripes », au sud (NASA/JPL/Space Science Institute) et (b) température (K) estimée au niveau des zones polaires australes grâce aux données CIRS; d'après Spencer & Grinspoon [2007]. Les valeurs, ici plus faibles que celles annoncées dans le texte, en raison de la basse résolution de l'image, peuvent atteindre localement plus de 145 K. Les nombres en blanc indiquent les longitudes. L'échelle est donnée par le diamètre du satellite :  $504,2 \pm 0,4$  km [Porco *et al.*, 2006].

La surface du satellite, caractérisée par un albédo très élevé – plus de 88 % de la lumière solaire sont renvoyés – est essentiellement composée de glace d'eau [Cruikshank, 1980; Brown *et al.*, 2006]. Étant donné sa masse volumique moyenne,  $1608,3 \pm 4,5$   $\text{kg} \cdot \text{m}^{-3}$  [Porco *et al.*, 2006], cette lune est constituée en majeure partie de silicates (50 à 70 % de la masse) et de glace. Les traces d'activité, anciennes à récentes [Squyres *et al.*, 1983; Kargel & Pozio, 1996] et actuelles

[Porco *et al.*, 2006; Spencer *et al.*, 2006], suggèrent que le petit corps a vraisemblablement dû se différencier, et ce très tôt dans son histoire. Ce phénomène pourrait avoir été facilité par la désintégration d'éléments radioactifs à courte période, tel que l'aluminium 26 [Schubert *et al.*, 2007]. La structure interne probable du satellite serait alors la suivante : un noyau rocheux ou ferro-rocheux, d'un rayon de 150 à 170 km, entouré d'une couche d'eau, principalement sous forme de glace. Une petite fraction de celle-ci pourrait être liquide, en contact avec les silicates.

Depuis juillet 2004, la sonde *Cassini* a permis d'en apprendre beaucoup plus sur Encelade. L'un des faits les plus remarquables est la découverte d'un immense panache, émergeant des terrains situés au niveau du pôle sud [Porco *et al.*, 2006; Spencer *et al.*, 2006] et s'élevant au moins à 435 km au-dessus de la surface. Il se compose essentiellement de vapeur d'eau et de particules de glace, associées à quelques composés mineurs [Hansen *et al.*, 2006; Waite *et al.*, 2006] : CO<sub>2</sub>, CO ou N<sub>2</sub> et CH<sub>4</sub>. La présence du panache a été initialement suggérée par la détection de perturbations qu'il entraîne sur le champ magnétique kronien et le plasma en rotation autour de Saturne [Dougherty *et al.*, 2006]. Les mesures magnétiques ont révélé une variabilité du dégazage observé (donc de l'activité thermique) à l'échelle de quelques mois [Jones *et al.*, 2006].

Le satellite est ainsi à l'origine de l'alimentation de l'anneau E, le plus externe et le plus ample du système de Saturne (de 3 à 8  $R_S$ ). L'origine exacte de la source restait toutefois inconnue avant la mission *Cassini-Huygens*, même si certains auteurs soupçonnaient déjà une activité cryovolcanique [Squyres *et al.*, 1983; Kargel & Pozio, 1996]. L'analyse des images obtenues durant les survols de 2005 a permis de localiser les jets alimentant le grand panache au niveau de gigantesques fractures situées au pôle sud [fig. 1(a)] : les « *Tiger Stripes* » [Porco *et al.*, 2006; Spitale & Porco, 2007]. La production de chaleur et l'éjection de gaz pourraient être dues en partie à l'énergie de frottement au niveau de ces fractures et associées à des processus de sublimation [Nimmo *et al.*, 2007], mais aussi à la déstabilisation de clathrates de CO<sub>2</sub>, N<sub>2</sub> ou même NH<sub>3</sub> [Kieffer *et al.*, 2006], bien que ce dernier n'ait pas été détecté dans le panache.

Les terrains polaires sud (ou SPT : *South Polar Terrains*) sont relativement jeunes : Porco *et al.* [2006] estiment à 500 000 ans, voire moins, l'âge de ces régions. En outre, le secteur des « *Tiger Stripes* » est caractérisé par un fort degré de cristallinité de la glace [Brown *et al.*, 2006] : leur mise en place semble donc récente – jusqu'à quelques dizaines d'années – puisque le vieillissement de surface a très peu agi. Ce phénomène est, en effet, connu pour rendre les glaces petit à petit amorphes, par destruction du réseau cristallin. En outre, la glace d'eau, quasi-pure ailleurs, contient des éléments organiques. Les données CIRS (*Cassini Composite InfraRed Spectrometer*) ont permis de repérer des anomalies thermiques plus ou moins corrélées spatialement à ces fractures [Spencer *et al.*, 2006]. Dans ces régions, la température de surface peut atteindre, localement, 145 K [fig. 1(b)], voire plus – pour une température moyenne globale de 75 K. L'émission thermique actuelle au pôle sud est donc détectable à distance, à l'instar de la Terre et de Io, lune de Jupiter.

## Enjeux de l'étude

Encelade possède une activité surprenante compte-tenu de sa petite taille et de la trop faible chaleur radioactive fournie par les silicates du noyau. Le satellite subit un important chauffage de marée en raison de sa proximité par rapport à Saturne et de l'excentricité de son orbite. Or, Mimas, une lune de rayon comparable (198,3 km), mais d'excentricité plus grande (0,0202) et plus proche de la planète géante (demi-grand axe : 3,1  $R_S$ ), ne présente pas une telle anomalie. Encelade semble donc avoir connu une évolution singulière.

Pour qu'il soit efficace, le chauffage de marée (cf. 1.2) nécessite qu'une grande partie du manteau de glace soit suffisamment chaude. D'importants transferts de chaleur vont alors être mis en jeu : Barr & McKinnon [2007] ont montré que la convection thermique, au sein d'un Encelade différencié, pouvait s'initier pour des tailles de grains inférieures à 0,3  $\mu\text{m}$ . Cette valeur reste faible mais possible via l'inclusion d'impuretés dans la glace ou encore grâce aux contraintes de

marées. Grott *et al.* [2007] ont ainsi proposé un modèle de convection au degré 1 pour expliquer l'origine de la dichotomie morphologique qui caractérise la surface du satellite. Mais les flux de chaleur convectifs attendus en surface sont généralement inférieurs d'un ordre de grandeur à ceux mesurés au niveau des SPT : Spencer *et al.* [2006] ont déterminé une moyenne d'environ  $250 \text{ mW.m}^{-2}$  sur la zone en-dessous de  $65^\circ\text{S}$  (soit une puissance dégagée de  $5,8 \pm 1,9 \text{ GW}$ ). La localisation de l'activité thermique au pôle sud est également énigmatique et suggère une concentration du chauffage de marée dans cette région. L'explication pourrait être l'équilibrage vers l'axe de rotation d'une large anomalie de densité négative (région chaude), elle-même liée à un diapirisme de grande envergure associé à cette activité [Nimmo & Pappalardo, 2006].

Il semble donc qu'une dissipation de marée particulièrement forte ait lieu au sein du satellite, comme le suggéraient déjà Squyres *et al.* [1983], puis Ross & Schubert [1989]. Toutefois, l'excentricité présente de l'orbite d'Encelade serait normalement trop faible pour que ce chauffage soit responsable d'une telle activité de surface. Meyer & Wisdom [2007] ont montré qu'aujourd'hui la puissance dissipée à l'équilibre à l'intérieur du satellite ne peut dépasser  $1,1 \text{ GW}$ , ce qui reste faible comparé à l'estimation CIRS [fig. 1(b)]. La puissance estimée au pôle sud est donc anormalement élevée, ce qui suggère un caractère transitoire pour l'activité présente. Néanmoins, il importe de souligner que les calculs de Meyer & Wisdom [2007] reposent sur une évaluation encore incertaine de la quantité d'énergie dissipée dans Saturne, qui va contrôler celle produite au sein du satellite.

Une couche liquide à la base du manteau est indispensable pour expliquer l'amplitude actuelle du chauffage [Nimmo *et al.*, 2007; Tobie *et al.*, 2008] : elle va permettre un découplage mécanique de la glace par rapport au noyau rocheux, autorisant ainsi une plus grande déformation de celle-ci et donc une dissipation de marée plus forte [Tobie *et al.*, 2005]. Toutefois, un océan global n'est pas stable actuellement, en raison de la faible quantité de chaleur radioactive fournie par les silicates et de la forte capacité du manteau à évacuer la chaleur produite [Roberts & Nimmo, 2008]. Ces auteurs ont montré qu'un tel réservoir, d'épaisseur initiale (généreuse) de  $40 \text{ km}$ , disparaîtrait en environ  $30 \text{ Ma}$ . Cependant, Tobie *et al.* [2008] ont prouvé que l'existence d'une simple « mer » centrée au niveau du pôle sud d'Encelade et présente sur une partie importante de l'hémisphère austral, permet de produire une dissipation de plusieurs gigawatts. Cette étendue d'eau pourrait être une relique de périodes passées à fort chauffage de marée. L'aplatissement anormal par rapport à un ellipsoïde de référence [Porco *et al.*, 2006], au niveau des SPT, constitue peut-être une indication de l'existence de cette zone [Collins & Goodman, 2007].

Néanmoins, l'anomalie thermique actuelle [fig. 1(b)] indique qu'une grande quantité de chaleur est évacuée au sud, ce qui entraînerait, à long terme, la disparition de la couche liquide basale. Or, compte-tenu des nombreuses traces d'activité passée [Squyres *et al.*, 1983; Kargel & Pozio, 1996], il semble que ce réservoir ait été présent pendant une grande partie de l'histoire du satellite pour permettre une dissipation de marée suffisamment élevée. En effet, si la zone en question venait à disparaître, le chauffage deviendrait beaucoup trop faible pour qu'elle se reforme à nouveau. Une source d'alimentation, épisodique à continue, est donc nécessaire au maintien d'un tel réservoir. Le phénomène de fusion partielle, envisageable dans un milieu de glace en convection [Sotin *et al.*, 2002; Tobie *et al.*, 2003], pourrait ainsi être à l'origine de la migration d'eau liquide (plus dense que la glace) en profondeur.

L'objectif de ce travail est de comprendre les mécanismes à l'origine de l'étonnante activité d'Encelade. Ceci passe notamment par l'étude de la stabilité d'un réservoir de liquide à la base de la couche de glace et de son effet sur la dynamique du manteau. Dans la première partie de ce mémoire, nous nous attacherons à décrire le modèle physique utilisé et, dans la deuxième, les outils numériques employés. La dernière partie sera consacrée à la présentation et à la discussion des résultats obtenus.

# 1 Le modèle physique

Nous allons à présent introduire les fondements théoriques sur lesquels s'appuient nos modèles. Après avoir présenté le milieu d'étude, nous décrirons brièvement les équations gouvernant le transfert thermique au sein de celui-ci.

## 1.1 Le manteau de glace

Comme il a été mentionné en introduction, Encelade possède très probablement un fort degré de différenciation [Schubert *et al.*, 2007]. Dans le cadre de ce travail, seule une couche de glace pure est étudiée. L'épaisseur  $b$  de ce manteau est fixée à 82,8 km, pour un rayon du satellite égal à 252,3 km. La masse volumique du noyau de silicates est alors de 3 200 kg.m<sup>-3</sup>.

### Propriétés thermodynamiques

Nous considérons une glace de type I (glace cristalline classique), de masse volumique  $\rho$  égale à 920 kg.m<sup>-3</sup>. En effet, à la base d'une colonne d'épaisseur  $b$  d'un tel solide, la pression vaut  $\rho gb \simeq 8$  MPa, ce qui reste largement dans le domaine de stabilité de ce matériau.  $g$  est l'intensité du champ de pesanteur à la surface du satellite, peu élevée en raison des faibles masse et rayon du corps :  $g \simeq 0,11$  m.s<sup>-2</sup>. Le transfert thermique repose également sur un certain nombre d'autres paramètres thermodynamiques ; leurs valeurs sont données dans le tableau 1.

TAB. 1 – *Paramètres thermodynamiques du manteau de glace. Les valeurs choisies sont celles communément utilisées pour la glace I proche de son point de fusion ; la dépendance en température (et en pression) est négligée en première approximation.*

Grandeur	Symbole	Valeur et unité
Coefficient de dilatation volumique	$\alpha$	$1,68.10^{-4}$ K <sup>-1</sup>
Conductivité thermique	$k$	2,28 W.m <sup>-1</sup> .K <sup>-1</sup>
Diffusivité thermique	$\kappa$	$1,26.10^{-6}$ m <sup>2</sup> .s <sup>-1</sup>
Capacité thermique massique à pression constante	$c_p$	2 100 J.kg <sup>-1</sup> .K <sup>-1</sup>
Chaleur latente massique de cristallisation	$L$	300 kJ.kg <sup>-1</sup>

### Rhéologie

Dans les conditions de pression-température probables d'Encelade, le mécanisme de déformation dominant pour la glace reste assez incertain. Par simplicité, nous considérons que la glace I est un fluide newtonien, ce qui implique la loi constitutive suivante :

$$\sigma_{ij}^d = 2\mu\dot{\epsilon}_{ij}^d, \quad (1)$$

où  $\sigma_{ij}^d$  et  $\dot{\epsilon}_{ij}^d$  sont respectivement les parties déviatoriques des tenseurs de contraintes et de taux de déformation. Les valeurs effectives de ces deux grandeurs,  $\sigma$  et  $\dot{\epsilon}$ , sont alors définies comme étant les seconds invariants des tenseurs correspondants.  $\mu$  est la viscosité newtonienne, grandeur-clé pour la dynamique d'un fluide. Elle dépend de nombreux paramètres, dont le plus important est la température. Ainsi, lorsque cette dernière augmente,  $\mu$  décroît exponentiellement : des variations de plusieurs ordres de grandeur sont ainsi attendues à travers le manteau de glace. Pour des raisons déjà évoquées, la viscosité est supposée ici indépendante de la pression.

Nous avons utilisé deux types de formulation pour cette quantité. La première est une loi d'ARRHENIUS pour une rhéologie newtonienne classique :

$$\mu_A(T) = \mu_{ref} \exp \left[ \frac{E}{RT_{ref}} \left( \frac{T_{ref}}{T} - 1 \right) \right], \quad (2)$$

où  $T$  est la température,  $R$  la constante des gaz parfaits ( $R = 8,3144 \text{ J.K}^{-1}.\text{mol}^{-1}$ ) et  $E$  l'énergie d'activation. L'indice *ref* renvoie à des valeurs de référence utilisées dans le calcul.

La plupart du temps, l'approximation dite de FRANK-KAMENETSKII suffit amplement à décrire la viscosité dans la plus grande partie du manteau de glace :

$$\mu_{FK}(T) = \mu_f \exp\left(-\gamma \frac{T - T_f}{\Delta T}\right), \quad (3)$$

$\gamma$  étant un paramètre tel que  $\mu_{FK}(T_{ref}) \simeq \mu_A(T_{ref})$ .  $\Delta T$  est l'écart de température entre la base et le sommet la couche (cf. 1.2). L'indice *f* indique des grandeurs considérées au point de fusion. Le tableau 2 donne les valeurs utilisées pour les différents paramètres des équations (2) et (3).

TAB. 2 – Paramètres pour la viscosité du manteau de glace. Les valeurs de référence sont considérées pour un taux de déformation de  $10^{-10} \text{ s}^{-1}$  et une taille de grains de 2-3 mm. La partie de la glace en contact avec le réservoir d'eau liquide est supposée en équilibre thermique avec ce dernier.

Grandeur	Symbole	Valeur et unité
Énergie d'activation	$E$	50 kJ.mol <sup>-1</sup>
Température de référence	$T_{ref}$	263 K
Viscosité de référence	$\mu_{ref} = \mu(T_{ref})$	$5 \cdot 10^{14}$ Pa.s
Température de fusion	$T_f$	270 K
Saut de température à travers la couche	$\Delta T$	200 K
Viscosité au point de fusion	$\mu_f = \mu(T_f)$	$10^{14}$ Pa.s
Paramètre de la loi de FRANK-KAMENETSKII	$\gamma$	14 ou 16 $\emptyset$

## 1.2 Transferts de chaleur

Afin de comprendre l'origine de l'anomalie thermique au pôle sud d'Encelade, il est important d'avoir un modèle physique dynamique de l'intérieur du satellite. Pour cela, il convient de caractériser conjointement les mouvements de matières et les transferts de chaleur au sein du manteau de glace.

### Le problème de la convection thermique

Nous considérons une couche fluide (à l'échelle de temps géologiques) de nombre de PRANDTL infini<sup>1</sup>, dans une version faible de l'approximation de BOUSSINESQ. Cette dernière implique que la valeur des coefficients  $\alpha$ ,  $k$ ,  $\kappa$ ,  $c_p$  et  $g$  est constante à travers toute la couche de glace ; la masse volumique est formulée comme légèrement variable avec la température :  $\rho = \rho_0[1 - \alpha(T - T_0)]$ ,  $\rho_0$  étant la valeur à une référence  $T_0$ . Cette dépendance intervient seulement dans l'expression de la force d'ARCHIMÈDE. Enfin, la viscosité est considérée thermiquement très variable [éq. (2) ou (3)].

Les champs de température, de viscosité, de pression dynamique,  $p$  et de vitesse,  $\mathbf{V}$ , sont alors gouvernés par les équations de NAVIER-STOKES dans une approximation de fluide incompressible, mais dilatable, chauffé par la base et de l'intérieur. Il s'agit de la traduction de la conservation de la masse, de la quantité de mouvement et de l'énergie, dont la forme adimensionnée est :

$$\nabla \cdot \mathbf{V}' = 0, \quad (4)$$

$$\mathbf{0} = -\nabla p' + \nabla \cdot [\mu' (\nabla \mathbf{V}' + \nabla^T \mathbf{V}')] + RaT' \hat{\mathbf{e}}_z', \quad (5)$$

$$\frac{DT'}{Dt'} = \nabla^2 T' + H', \quad (6)$$

<sup>1</sup>Hypothèse d'une quantité de mouvement diffusée infiniment plus efficacement que la chaleur (termes inertiels négligeables dans les équations de la convection).

avec, rappelons-le, la notation suivante pour la dérivée lagrangienne du champ  $T'$  :

$$\frac{DT'}{Dt} = \frac{\partial T'}{\partial t} + \mathbf{V}' \cdot \nabla T'.$$

$t$  est le temps et  $\hat{\mathbf{e}}_z$  un vecteur unitaire dirigé suivant la verticale descendante. L'adimensionnement des variables, indiqué par le symbole « ' », est réalisé via certaines échelles, que sont la longueur ( $b$ ), l'écart de température caractéristique du système ( $\Delta T$ ), le temps diffusif ( $b^2/\kappa$ ) et la viscosité en surface ( $\mu_s$ ) :

$$T' = \frac{T - T_f}{\Delta T} \quad , \quad t' = \frac{\kappa}{b^2} t \quad , \quad p' = \frac{b^2}{\kappa \mu_s} p \quad , \quad \mathbf{V}' = \frac{b}{\kappa} \mathbf{V} \quad \text{et} \quad \mu' = \frac{\mu}{\mu_s}. \quad (7)$$

$H' = \frac{b^2}{\kappa \Delta T} H$  est ainsi le taux de chauffage adimensionné,  $H$  étant une production de chaleur interne volumique.  $Ra$  est le nombre de RAYLEIGH, intervenant dans le calcul de la flottabilité,  $Ra T' \hat{\mathbf{e}}'_z$  et directement issu du processus de mise sans dimension. Il s'agit du rapport de la force d'ARCHIMÈDE (moteur de la convection) aux forces de résistance liées à la viscosité et à la diffusion thermique (freins). Sa valeur permet donc d'avoir une idée de la vigueur de la convection, d'autant plus importante que  $Ra$  est élevé. Il est défini de la manière suivante :

$$Ra = \frac{\alpha \rho_0 g \Delta T b^3}{\kappa \mu_0}. \quad (8)$$

### Sources de chaleur

À présent se pose la question de l'apport d'énergie au système. La glace, pure ici, étant dépourvue de radionucléides, ne subit pas de chauffage radioactif,  $H_{rad}$ . Celui-ci a lieu au sein du noyau de silicates. Les éléments en question sont principalement ceux à longue période :  $^{238}\text{U}$ ,  $^{235}\text{U}$ ,  $^{232}\text{Th}$  et  $^{40}\text{K}$ . Ceux à courte durée de vie ( $^{26}\text{Al}$ ,  $^{60}\text{Fe}$  et  $^{53}\text{Mn}$ ) ne sont pas pris en compte. En effet, notre étude porte sur l'activité d'Encelade durant les derniers millions d'années ; ces isotopes ne furent abondants qu'aux premiers temps qui ont suivi l'accrétion.

Classiquement, la composition du noyau de silicates est choisie de type chondrites ordinaires. Le chauffage actuel peut alors atteindre  $5.10^{-12}$  à  $6.10^{-12}$   $\text{W.kg}^{-1}$ . Afin de considérer l'effet maximum de ce dernier – de toute façon incapable de maintenir, à lui seul, la convection thermique – nous avons pris la valeur  $H_{rad} = 6.10^{-12}$   $\text{W.kg}^{-1}$ . Le rayon du noyau dans le modèle de structure interne choisi étant de 169,5 km, le flux de chaleur correspondant, à la base de la couche de glace, vaut ainsi 1,1  $\text{mW.m}^{-2}$ .

Une autre source de chaleur entre en jeu dans le bilan thermique du manteau de glace : il s'agit du chauffage de marée (friction visqueuse), dont le rôle est primordial pour la présence d'eau liquide. D'une manière générale, ce phénomène – lié ici à l'attraction gravitationnelle de Saturne – est d'autant plus important que la masse du corps attracteur est élevée par rapport à celle du satellite, que l'orbite de ce dernier est excentrique et que le demi-grand axe de celle-ci est faible. Mais il repose fortement sur les propriétés mécaniques de l'intérieur d'Encelade, autrement dit sur sa capacité à se déformer. La dissipation de marée dépend ainsi du taux de déformation subi par la couche de glace et de la viscosité locale. Pour un corps viscoélastique de MAXWELL incompressible, soumis à une variation cyclique du taux de déformation, le taux de chauffage volumique moyen vaut :

$$H = \frac{2\mu \langle \dot{\varepsilon}_{ij}^2 \rangle}{1 + (\omega \mu / \mathcal{G})^2}, \quad (9)$$

où le produit  $\mu \langle \dot{\varepsilon}_{ij}^2 \rangle$  représente le travail des forces de marée moyenné sur un cycle orbital.  $\omega$  est la fréquence angulaire de révolution et  $\mathcal{G}$  le module élastique de rigidité.

En considérant qu'à un instant donné le taux de déformation est constant à travers toute l'épaisseur de glace, le chauffage adimensionné peut s'écrire [Tobie *et al.*, 2003] :

$$H' = \frac{2H'_{max}}{\mu/\mu_{opt} + \mu_{opt}/\mu}. \quad (10)$$

avec  $H_{max} = \langle \dot{\epsilon}_{ij}^2 \rangle \mathcal{G}/\omega$  le taux de dissipation maximal, atteint pour une viscosité optimale  $\mu_{opt} = \mathcal{G}/\omega$ .

La friction due aux forces de marée est donc difficile si  $\mu$  est élevée, mais est fortement atténuée si cette grandeur est trop faible. Dès lors, il devient évident qu'une valeur maximale ( $H_{max}$ ) est atteinte pour une certaine viscosité ( $\mu_{opt}$ ). L'hypothèse d'un taux de déformation homogène se justifie plus pour Europe (ou Titan), où un océan global sous la glace entraîne l'ensemble de la couche, de part son déplacement en réponse au potentiel de marée. Dans le cas d'Encelade, un tel réservoir semble peu probable : il s'agit plutôt d'une zone liquide restreinte, changeant localement le champ de déformation du manteau glacé. Mais cette approximation reste une première étape dans la compréhension du phénomène.

### La fusion partielle

Le transfert de la chaleur au sein de la glace donne lieu, si la température atteint le point de fusion ( $T_f$ ), à la production d'eau liquide. En raison de ses faibles variations, la pression est supposée ne pas affecter la valeur de ce seuil. Une quantité importante pour la dynamique du manteau est la fraction massique de liquide produit dans la glace,  $x_f$ . Le taux de production (ou de disparition) associé est lié à la chaleur latente de cristallisation et aux variations de température :

$$\frac{\partial x_f}{\partial t} = \frac{c_p}{L} \frac{\partial T}{\partial t}, \quad \text{si } T \geq T_f \text{ ou } x_f \geq 0. \quad (11)$$

Selon l'intensité de la fusion partielle, tout le liquide ou bien une partie de celui-ci reste au sein de la matrice. Il est donc nécessaire de prendre en compte son influence sur la force d'ARCHIMÈDE, mais aussi sur la viscosité du milieu. Ainsi, un terme de flottabilité négative [Tobie *et al.*, 2003],  $\mathbf{f}$ , est inclus dans le second membre de l'équation (5) :

$$\mathbf{f}' = (x_f - x_f^*) \left(1 - \frac{\rho}{\rho_l}\right) \frac{Ra}{\alpha \Delta T} \hat{\mathbf{e}}_z', \quad (12)$$

où  $x_f^*$  représente l'éventuelle fraction massique de liquide en excès, par rapport à une certaine limite (seuil de percolation  $x_f^s$ ), qui va pouvoir migrer vers la base de la couche de glace, puisque sa densité est plus élevée que celle du solide.  $\rho_l$  est la masse volumique de l'eau, soit  $1\,000 \text{ kg.m}^{-3}$ .

La viscosité se trouve diminuée par la présence de liquide au sein de la matrice. Cet effet est pris en compte par l'ajout d'un terme correctif dans le calcul de la grandeur [Tobie *et al.*, 2003] :

$$\mu_h = \mu \exp[-\gamma_f(x_f - x_f^*)], \quad (13)$$

avec  $\mu_h$  la viscosité incluant la phase liquide et  $\mu$  la viscosité de la phase solide uniquement [éq. (2) ou (3)]. La valeur du coefficient  $\gamma_f$  est choisie à 45, de telle sorte que 5 % de fusion entraînent une diminution d'un ordre de grandeur de la viscosité [De La Chapelle *et al.*, 1999]. Il importe ici de rappeler que nous nous plaçons dans l'approximation de BOUSSINESQ : la masse en chaque point de la couche de glace est supposée constante, ce qui nécessite que l'extraction des produits de fusion reste modérée.

Les équations (4), (5) et (6) ne possèdent pas de solution analytique. En outre, les aspects théoriques présentés dans cette partie sont valables pour un milieu continu. Il convient donc d'employer des approximations sur un domaine discrétisé. Ces techniques vont nous permettre de simuler (de manière plus ou moins simplifiée, grâce à des modèles numériques) le comportement de l'intérieur d'Encelade sur des échelles de temps géologiques.

## 2 Le modèle numérique

Nous allons maintenant présenter les outils numériques utilisés pour l'étude de la dynamique interne d'Encelade. Ce travail repose sur deux approches menées conjointement : l'une en géométrie cartésienne 2D, l'autre en géométrie sphérique. Dans un premier temps, les programmes, initialement conçus par Tobie *et al.* [2003] (2D) et Choblet *et al.* [2007] (3D), seront brièvement décrits dans leur structure générale. Puis, dans un second temps, les développements que j'ai pu apporter sur ces codes seront plus détaillés.

### 2.1 Les programmes utilisés

L'architecture principale des deux algorithmes<sup>2</sup> est la même, mais ils sont développés à différents degrés de complexité (du point de vue du modèle physique) : le programme cartésien permet l'étude de plus de grandeurs que son homologue sphérique. De plus, il nécessite des temps de calcul relativement courts, de l'ordre de la journée, qui se transposent à l'échelle de la semaine (voire plus) pour le code 3D. Pour ces deux raisons ils sont complémentaires, d'où notre choix d'une double approche géométrique dans cette étude.

#### Principes généraux

Fondamentalement, les deux programmes reposent sur les méthodes dites des *différences finies*, plus précisément des *volumes finis* pour le code sphérique : le problème est traité sur une grille discrète, dont les frontières sont indéformables. La résolution des équations adimensionnées de la convection [éq. (4) à (6)] est opérée selon le schéma général (explicite) suivant, valable à une itération  $i$  donnée :

- advection-diffusion du champ de température  $T'_i$  selon le champ de vitesse  $\mathbf{V}'_{i-1}$  : éq. (6) ;
- détermination du champ de viscosité  $\mu'_i$  à partir du champ  $T'_i$  : éq. (2) ou (3) ;
- évaluation de la force de volume (flottabilité) induite par  $T'_i$  : éq. (5) ;
- calcul des champs  $\mathbf{V}'_i$  et  $p'_i$  : éq. (4) et (5).

Le schéma d'advection employé, permettant d'amoinrir la diffusion numérique, est sensiblement différent dans les deux codes utilisés : de type SMOLARKIEWICZ (2D) ou, plus précis, GODUNOV (3D). En revanche, le principe du solveur utilisé pour le calcul de  $\mathbf{V}'_i$  et  $p'_i$  reste le même : il repose sur une méthode dite *multigrille*. Cette technique consiste à minimiser les composantes à grande longueur d'onde de l'erreur (via le résidu) associée au calcul de la solution numérique sur des maillages grossiers. Celle-ci ralentit en effet la convergence de la méthode itérative de résolution dans le cas d'une discrétisation fine. Ainsi, des grilles de plus en plus grossières sont employées, de manière cyclique, ce qui accélère le processus.

Enfin, le maillage utilisé, qu'il soit cartésien 2D ou sphérique, est de type *entrelacé*. Autrement dit, toutes les grandeurs ne sont pas définies aux mêmes points : les températures, viscosités et pressions sont considérées au centre des cellules alors que les vitesses le sont sur les bords.

#### Particularités du code 2D

Le programme calcule des grandeurs sur un domaine rectangulaire à deux dimensions, horizontale (coordonnée  $x$ ) et verticale (coordonnée  $z$ ), découpé en  $N_x$  et  $N_z$  cases, d'aire  $\delta x \times \delta z$ . L'épaisseur du manteau de glace d'Encelade est donc traduite directement par celle de la boîte cartésienne utilisée.

Un certain nombre de calculs sont effectués en plus par rapport au schéma simple ci-dessus. Ainsi, les champs de taux de déformation et de contrainte effectifs, de même que le chauffage de marée [éq. (10)] sont évalués à chaque itération. De plus, la fusion partielle est ici prise en compte [éq. (11)] : les produits qui en sont issus sont considérés comme immobiles ( $x_f^* = 0$ ) par

---

<sup>2</sup>Les programmes sont écrits en langage FORTRAN 77.

rapport à la matrice solide et sont donc entraînés par celle-ci. Ce phénomène est modélisé par l'advection de  $(x_f - x_f^*)$ , suivant le même schéma que celui de la température. La flottabilité est affectée par la fraction d'eau liquide restant dans la matrice [éq. (12)]. La loi de viscosité utilisée dans ce cas est de type ARRHENIUS modifié [éq. (2) et (13)]. Cette grandeur est limitée à une valeur maximale de  $\mu_s = 10^{22}$  Pa.s : une telle réduction de contraste avec la viscosité minimale à la base ( $\mu_f = 10^{14}$  Pa.s) est indispensable à la stabilité du solveur.

## ÆDIPUS

L'utilisation des coordonnées sphériques classiques est peu commode pour la définition d'une grille adaptée à la forme d'une planète. En effet, le croisement de tous les méridiens au niveau des pôles correspond à une singularité en ces points. Il convient donc d'utiliser des approches plus sophistiquées.

Ainsi, Ronchi *et al.* [1996] ont proposé une technique originale et efficace de discrétisation, la *sphère cubique*, reprise dans ÆDIPUS (*Origin, Evolution and Dynamics of the Interiors of Planets Using Simulation*). Sa construction géométrique est la suivante : les arêtes d'un cube inscrit dans la sphère (ou bien circonscrit à celle-ci) sont projetées sur cette dernière, à partir de son centre. Il en résulte un découpage de la surface en six zones parfaitement identiques, d'amplitude angulaire égale à  $\frac{\pi}{2}$ . Elles sont alors individuellement dotées d'une grille dont les noeuds sont définis par les intersections de grands cercles passant par les pôles (méridiens) et passant par deux points équatoriaux antipodaux (« méridiens horizontaux »). Ici, ce découpage est répété sur un certain nombre de sphères concentriques, afin de générer un maillage tridimensionnel [Choblet, 2005]. De cette manière, une coquille sphérique se trouve divisée en six blocs [fig. 2(a)]. Chacune de ces régions est munie de son propre système local de coordonnées curvilignes [fig. 2(b)] :  $r$ , coordonnée radiale classique,  $\xi$  et  $\eta$ , coordonnées azimutales, dont l'orientation va dépendre du bloc considéré. Ainsi, l'épaisseur du manteau de glace d'Encelade est paramétrée par le rapport  $\Gamma$  du rayon interne au rayon externe de la coquille sphérique [0,5 dans le cas de la figure 2(a)].

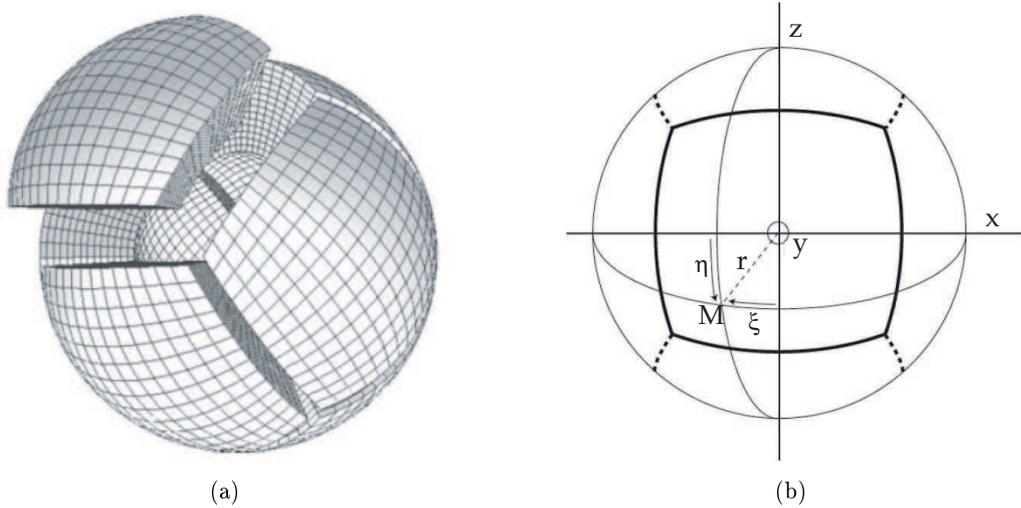


FIG. 2 – Le maillage de la sphère cubique. (a) Visualisation du découpage en six blocs et (b) représentation du système de coordonnées  $(r, \xi, \eta)$  associé pour un point  $M$  donné. Les axes de coordonnées cartésiennes classiques  $(x, y, z)$  sont également représentés. D'après Choblet *et al.* [2007].

Ce maillage présente de nombreux avantages. En premier lieu, son point fort, à l'origine de sa conception, est l'absence de singularité aux pôles. Ensuite, les six domaines sont rigoureusement identiques et caractérisés par une même métrique – soit un même système local de coordonnées ; cette particularité facilite leur couplage. De plus, la grille de chacun d'entre eux définit un découpage quasi-uniforme, ce qui permet l'utilisation de méthodes performantes développées pour les maillages cartésiens 3D. Enfin, la similarité des blocs rend l'utilisation du calcul parallèle particulièrement efficace.

Le code traite directement les équations de la convection sous leur forme projetée dans le système de coordonnées de la sphère cubique<sup>3</sup>. Compte-tenu de la complexité du processus de résolution numérique, seuls les champs de température, de viscosité (FRANK-KAMENETSKII), de vitesse et de pression sont calculés dans le code. Ce dernier étant construit pour une architecture de calcul parallèle, chaque bloc est traité indépendamment et communique avec ses voisins grâce à des bibliothèques particulières de sous-programmes, dites MPI (*Message Passing Interface*). La discrétisation adoptée pour le domaine géométrique est la suivante : chacun des 6 blocs est découpé en  $N_r$  cellules radialement,  $N_\xi$  et  $N_\eta$  dans les deux directions azimutales [ $N_r = N_\xi = N_\eta = 14$  dans le cas de la figure 2(a)]. Dans notre cas, ils sont aussi subdivisés orthoradialement en deux sous-blocs de tailles identiques, traités individuellement par un unique processeur.

## 2.2 Développements pour cette étude

Pour des raisons déjà évoquées, notamment le temps de calcul du code sphérique, j'ai surtout été amené à développer le programme 2D. J'ai ainsi pu introduire une prise en compte dynamique de la fusion partielle et d'une zone liquide sous une partie du manteau de glace. De plus, une approche simple de la plasticité des couches superficielles a été implémentée. Actuellement, le principal changement que j'ai pu apporter dans GEDIPUS est la possibilité d'imposer un réservoir de liquide fixe à la base.

### Programme cartésien

DYNAMIQUE DU RÉSERVOIR : Considérons une zone liquide d'étendue limitée. En première approximation, celle-ci a la forme d'un parallélépipède rectangle très allongé (fig. 3), d'épaisseur  $h$  (suivant  $z$ ), de largeur  $l$  (suivant  $x$ ) et de longueur  $e$  (suivant  $y$ , direction normale aux deux autres). En première approximation, nous pouvons considérer  $h$  comme négligeable devant l'épaisseur  $b$  de la couche de glace. De plus, dans notre approche 2D,  $e$  est sans importance. Ce réservoir est placé juste sous le domaine étudié, ce qui revient à le modéliser par un segment en base de la boîte, dont la largeur est proportionnelle à la masse d'eau stockée,  $m_l$  :

$$m_l = \rho_l h e l = \varrho e l, \quad (14)$$

avec  $\varrho$  la masse surfacique correspondante. Cette dernière permet de faire le lien entre le réservoir parallélépipédique et son modèle en segment (c'est-à-dire sans épaisseur).

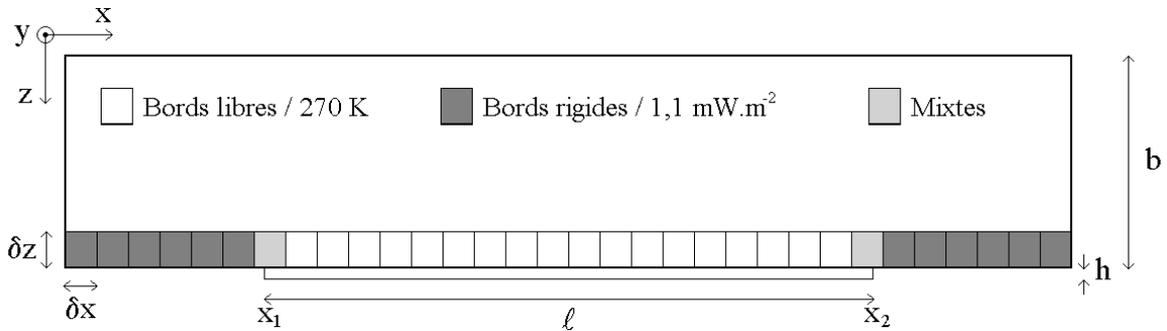


FIG. 3 – Principe de l'introduction d'une zone liquide dans le modèle cartésien 2D. Les symboles correspondent à ceux utilisés dans le calcul ci-dessous. Le rectangle situé sous le domaine (maillage) correspond au réservoir de liquide : il est considéré comme un segment ( $h \ll b$ ) disposé sur le bord inférieur. Les cellules basales de la grille sont représentées, de même que les conditions aux limites qui sont imposées sur leur bord inférieur (code couleur).

<sup>3</sup>Nous renvoyons le lecteur aux articles de Choblet [2005] et Choblet *et al.* [2007] pour une description détaillée de celles-ci.

La largeur de cette zone, située au contact des silicates, va varier en fonction de la quantité de chaleur que la convection de la glace sus-jacente va être capable d'évacuer. Le bilan de masse de liquide est ainsi donné par l'équation différentielle suivante :

$$L \frac{\partial m_l}{\partial t} = -e(h\Delta F_x + l\Delta F_z). \quad (15)$$

Les termes  $\Delta F_x$  et  $\Delta F_z$  sont les composantes horizontale et verticale de l'excès – ou du défaut – de flux de chaleur qui est évacué de l'étendue liquide. Leur expression peut être obtenue grâce à la loi de FOURIER :

$$\Delta F_x = k \left( \frac{\partial T}{\partial x} \Big|_{x_1} - \frac{\partial T}{\partial x} \Big|_{x_2} \right) \quad \text{et} \quad \Delta F_z = k \left\langle \frac{\partial T}{\partial z} \right\rangle - F_{sil}, \quad (16)$$

où  $\frac{\partial T}{\partial x} \Big|_{x_n}$  est le flux de chaleur latéral qui passe à travers les surfaces verticales gauche ( $x_1$ ) et droite ( $x_2$ ) de la zone liquide,  $\left\langle \frac{\partial T}{\partial z} \right\rangle$  le flux de chaleur vertical moyen en surface du réservoir et  $F_{sil}$  celui imposé à la base par les sources de chaleurs radioactives (silicates : 1,1 mW.m<sup>-2</sup>).

Cependant, afin de tenir compte de la possible alimentation de cette couche par les produits de la fusion partielle de la glace (cf. 1.2), il importe de compléter l'équation du bilan de masse. Dans notre cas, il s'agira d'ajouter un terme source de longueur du segment représentant la zone,  $\Delta l$ . Ainsi, en tenant compte des expressions (14) et (16), l'équation (15) devient, dans sa forme adimensionnée :

$$\frac{\partial}{\partial t'}(l' + \Delta l') = \frac{1}{L'} \left[ \frac{1}{h'} \left( F'_{sil} - \left\langle \frac{\partial T'}{\partial z'} \right\rangle \right) (l' + \Delta l') - \frac{\partial T'}{\partial x'} \Big|_{x_1} + \frac{\partial T'}{\partial x'} \Big|_{x_2} \right], \quad (17)$$

avec  $L' = \frac{L}{c_p \Delta T}$  et  $F'_{sil} = F_{sil} \frac{b}{k \Delta T}$ .

Le terme source est calculé de la manière suivante :

$$\Delta l' = \sum \delta l' = \frac{\rho}{\rho_l} \frac{\delta x' \delta z'}{h'} \sum \delta x_f^*, \quad (18)$$

où la somme est effectuée sur l'ensemble des  $N_x$  cellules de la rangée en base de grille (fig. 3). Chacune de celles-ci peut libérer une fraction massique de liquide en excès variable (voir plus bas),  $\delta x_f^*$ , correspondant à un terme source de longueur  $\delta l$ .

La résolution de l'équation (17) est opérée, à chaque pas de temps, suivant un schéma simple en différences finies, ce qui permet d'obtenir une évolution temporelle de la quantité  $l(t)$  (cf. 3.2). Le segment modélisant la couche liquide basale est toujours considéré comme centré par rapport à la boîte ; sa variation de longueur est alors répartie symétriquement de part et d'autre des deux moitiés du domaine (ce qui revient à imposer  $x_1 + x_2 = N_x \delta x$ ).

CONDITIONS AUX LIMITES MIXTES À LA BASE : La présence d'une zone à très faible viscosité (liquide) et, de surcroît, à température fixe ( $T_f$ ), nécessite d'imposer des comportements mécanique et thermique adaptés en base de boîte (fig. 3) : des conditions dites en *bords libres* (c'est-à-dire absence de cisaillement :  $\frac{\partial V_x}{\partial z} = 0$ ) et en température fixe ( $T = T_f$ ) doivent être prescrites pour la partie du maillage entièrement en contact avec la zone liquide. À l'inverse, les zones sans liquide, solidaires du noyau, seront en *bords rigides* ( $V_x = 0$ ) et auront un flux de chaleur imposé ( $F_{sil}$ ). La valeur de ce dernier sera multipliée par le coefficient  $\Gamma$ , afin de tenir compte de la courbure, bien évidemment non apparente dans le modèle cartésien. Le raisonnement à l'origine de cette correction est présenté en annexe (A.1).

Des conditions thermo-mécaniques de type mixte sont imposées pour les deux cellules situées au niveau des transitions latérales solide/liquide (fig. 3). De manière générale, une combinaison linéaire des deux types décrits plus haut est adoptée pour les cellules de la base du maillage. Le poids associé aux conditions traduisant la zone liquide,  $\beta$ , correspond à la proportion que le segment modélisant la première occupe sur la base d'une case donnée. Un coefficient  $(1 - \beta)$  est utilisé pour la configuration thermo-mécanique inverse. Ainsi,  $\beta$  vaut 1 au-dessus du réservoir, 0 à l'extérieur, et une valeur intermédiaire pour les cellules à cheval sur les limites de l'étendue d'eau. Cette approche reste la plus réaliste pour des cases discrètes (valeur constante de  $T$ ,  $p$ ,  $\mu$  et  $x_f$ ). Les poids  $\beta$  sont ainsi calculés à chaque pas de temps, selon la valeur de  $l(t)$ , prescrivant ainsi des conditions mécaniques et thermiques adéquates.

**MOBILITÉ DU LIQUIDE :** Comme annoncé plus haut, dans le code d'origine, les produits de fusion sont considérés comme immobiles par rapport à la matrice solide. En réalité, de part sa densité plus élevée que celle de la glace, l'eau doit s'écouler naturellement vers la base de la couche, participant ainsi à l'alimentation de la zone liquide.

Pour décrire la circulation de fluide, nous avons adopté un modèle simplifié d'écoulement vertical. À chaque pas de temps, l'éventuelle production d'eau liquide, calculée au sein d'une case donnée du maillage, reste dans la matrice et s'y accumule, et ce jusqu'à une certaine limite fixée ( $x_f^*$ ). Lorsque cette dernière est dépassée, la quantité d'eau excédentaire est transférée dans la maille sous-jacente. Un bilan de chaleur complet est alors réalisé : si le seuil est à nouveau franchi, l'opération est répétée dans la case suivante et ainsi de suite jusqu'à arriver à la dernière rangée. À ce niveau, la fraction d'eau en surplus sera incluse dans le calcul du terme source pour le réservoir [éq. (18)]. La fraction de liquide restant au sein de la glace,  $(x_f - x_f^*)$ , est advectée.

Ces choix reviennent à considérer que l'écoulement de liquide ne se produit que lorsque la matrice est au point de fusion. Dans le cas contraire, la porosité de celle-ci, par conséquent sa perméabilité, est supposée nulle : dès lors que  $T_f$  est atteint, les différentes parcelles de liquide contenues dans la glace sont interconnectées et s'écoulent très efficacement. Une autre hypothèse extrême, que nous avons testée (cf. 3.2), consiste à supposer que la porosité est non nulle, même en-dessous du point de fusion, et que toute l'eau produite est transportée très rapidement vers la base de la couche de glace, sans échange d'énergie avec la matrice.

Les processus réels d'écoulement sont probablement intermédiaires, avec une porosité non nulle, même à basse température, qui évolue en fonction de cette dernière et de la teneur en liquide. Une loi d'écoulement de type DARCY serait plus adaptée. Néanmoins, les changements de phase solide/liquide et la variabilité thermique de la porosité rendent la mise en œuvre assez délicate. L'approche choisie ici suffit cependant pour introduire le phénomène.

**RHÉOLOGIE PLASTIQUE :** Le dernier grand développement effectué en 2D concerne le caractère plastique d'une partie du manteau de glace. Notre approche est inspirée de celle utilisée par Auth *et al.* [2003]. Une nouvelle quantité est ainsi introduite :  $d$ , un paramètre d'endommagement, sans dimension. Son principal effet est de diminuer la viscosité apparente. Cet artifice numérique, qui englobe des phénomènes physiques comme la fatigue des matériaux, la rupture, la porosité ou encore la réduction de la taille de grains, ne reproduit évidemment pas les mécanismes de rupture de la lithosphère d'Encelade. Il permet néanmoins de prendre en compte une mobilité non-nulle de celle-ci. Pour des raisons de stabilité numérique, nous avons dû recourir à l'approximation de FRANK-KAMENETSKII ( $\gamma = 16$ ) dans les simulations où l'endommagement a été pris en compte. Ainsi, la loi que nous utiliserons pour celle-ci prendra la forme :

$$\mu' = \frac{1}{1 + d^m} \exp(-\gamma T'), \quad (19)$$

où  $m$  est un paramètre réglant le degré de dépendance de  $\mu$  à  $d$ . La valeur de référence pour l'adimensionnement de la viscosité [éq. (7)] est alors définie pour  $T' = 0$  et  $d = 0$ .

La rupture est simulée par une augmentation brutale de  $d$ , grâce à un incrément arbitraire,  $\delta d$ , lorsque la contrainte efficace est au-delà d'un certain seuil ( $\sigma_Y$ ). La production d'endommagement est ensuite entretenue par le travail<sup>4</sup> dû à la convection et aux forces de marée,  $\sigma\dot{\epsilon} + H_{max}$  (terme source). À température élevée, un autre phénomène va entrer en jeu : le recuit (terme puits). Il s'agit d'une recristallisation de la matrice, correspondant par exemple à une cicatrisation des fissures ou bien à une augmentation de la taille de grains. L'évolution temporelle suivante sera donc considérée :

$$\frac{Dd}{Dt} = \underbrace{a(\sigma'\dot{\epsilon}' + H'_{max}) - c \exp(\gamma T')d}_{\text{si } d > 0} + \underbrace{\delta d}_{\text{si } \sigma' \geq \sigma_Y}, \quad (20)$$

avec  $a$  la fraction de travail utilisée pour créer de l'endommagement et  $c$  le taux de décroissance de  $d$  pour  $T' = 0$ , ainsi que les adimensionnements  $\sigma' = \frac{b^2}{\kappa\mu_s}\sigma$  et  $\dot{\epsilon}' = \frac{b^2}{\kappa}\dot{\epsilon}$ .

L'avantage majeur de cette formulation réside dans l'effet mémoire qu'elle permet de simuler pour la déformation des matériaux : la fragilisation est en partie conservée au sein du milieu, ce qui permet de simuler une croûte préfracturée.  $d$  est advecté de la même manière que  $T$  et la quantité  $(x_f - x_f^*)$ ; son bilan [éq.(20)] est évalué dans tout le maillage et à chaque itération, ce qui permet d'inclure son effet sur la viscosité [éq. (19)] et donc sur la dynamique de la couche.

CONDITIONS THERMIQUES EN SURFACE : Pour les simulations mettant en jeu la rupture, nous avons considéré la température de surface,  $T_s$ , comme un paramètre libre. À chaque pas de temps, elle est calculée en considérant un équilibre<sup>5</sup> radiatif entre le flux solaire moyen au niveau de Saturne,  $F_{sol}$  ( $\sim 4 \text{ W.m}^{-2}$ ) et le flux de chaleur d'origine interne pris au sommet de la couche de glace.  $T_s$  est ainsi déterminée, via une méthode itérative de NEWTON, à partir d'une version adimensionnée et développée en différences finies de l'équation suivante :

$$\sigma_{SB} T_s^4 = (1 - \mathcal{A}) F_{sol} + k \left. \frac{\partial T}{\partial z} \right|_s, \quad (21)$$

avec  $\sigma_{SB}$  la constante de STEFAN-BOLTZMANN ( $\sigma_{SB} \simeq 5,67.10^{-8} \text{ W.m}^{-2}.\text{K}^{-4}$ ) et  $\mathcal{A}$  l'albédo moyen d'Encelade (0,88), l'indice  $s$  désignant des valeurs en surface.

## Programme sphérique

Une modification fondamentale pour notre étude a été réalisée dans le code  $\text{\textcircled{E}DIPUS}$ . De manière similaire à l'approche 2D, il s'agit de l'introduction d'une couche liquide à la base de la glace. Elle est choisie fixe, dans le but d'évaluer son effet sur la structure générale de la convection thermique et est toujours considérée comme d'épaisseur négligeable. Toutefois, sa forme est ici celle d'une calotte sphérique pleine, centrée au pôle sud. L'étendue de cette dernière est alors paramétrée par son amplitude angulaire<sup>6</sup>,  $2(\pi - \theta_l)$ , où  $\theta_l$  est la valeur limite de la colatitude au-delà de laquelle une zone liquide est imposée.

Le principe du poids  $\beta$  pour les conditions aux limites associées au réservoir de liquide est le même que celui de l'approche 2D :  $\beta$  est cette fois-ci égal à la proportion surfacique des cellules de la base occupée par la zone liquide. En raison de la courbure et du maillage particulier de la sphère cubique (cf. 2.1), la détermination exacte de cette fraction n'est pas immédiate et requiert de longs développements. En conséquence, nous avons utilisé l'approximation suivante pour les cellules mixtes, largement suffisante et économique en temps de calcul :

$$\beta_{mix} = \frac{1}{2} + \frac{\theta_j - \theta_l}{\Delta\theta}, \quad (22)$$

où  $\theta_j$  et  $\Delta\theta$  sont respectivement la colatitude au centre de la case mixte  $j$  et son amplitude angulaire approximative, choisie égale à  $\frac{\pi}{2} \times \frac{1}{N_\xi}$ ,  $N_\xi$  étant toujours égal à  $N_\eta$  (cf. 3.1).

<sup>4</sup>L'expression considérée ici est une puissance par unité de volume.

<sup>5</sup>Justifié puisque, dans ce cas, les pas de temps sont au minimum de l'ordre du millier d'années.

<sup>6</sup>Voir, à ce sujet, la figure 7 (p. 17) pour le passage entre 2D et 3D.

### 3 Résultats

Dans cette partie, nous présentons les principaux résultats issus des simulations numériques réalisées. Pour le programme cartésien 2D, les calculs ont été effectués sur une machine UNIX biprocesseur (bicœur : 3 GHz). Concernant le code **ÆDIPUS** (parallélisé), nous avons utilisé 12 processeurs (bicœur : 2,8 GHz) d'un *Cluster*, soit un pour chaque sous-bloc du maillage 3D (cf. 2.1). Dans un premier temps, nous présenterons les solutions numériques convectives obtenues au terme de l'étude sphérique. Puis, dans un deuxième temps, nous nous intéresserons à l'évolution dynamique liée à la présence d'une couche liquide de taille variable à la base du manteau de glace, via le modèle cartésien. Enfin, nous discuterons des conséquences des résultats de ces simulations pour l'activité au pôle sud d'Encelade.

#### 3.1 Structure thermique du manteau de glace

Le domaine utilisé dans la modélisation tridimensionnelle du manteau de glace est discrétisé en  $N_r = 64$ ,  $N_\xi = 64$  et  $N_\eta = 64$  cellules pour chacun des six blocs composant la coquille sphérique, de rapport de rayon  $\Gamma = 0,67$ . Le saut de viscosité à travers la couche mis en jeu ici est élevé : de l'ordre de  $\exp(\gamma)$ , soit environ  $1,2 \cdot 10^6$  ( $\gamma = 14$ ) pour l'approximation de FRANK-KAMENETSKII utilisée. De ce fait, les solutions présentées ci-dessous sont issues d'un long processus mis en œuvre afin d'introduire ce contraste de manière progressive dans le code, limitant ainsi les problèmes numériques. La démarche utilisée est la suivante : une première solution stationnaire a été obtenue pour une couche liquide globale (c'est-à-dire  $T = T_f$  sur toute la base) et un manteau isovisqueux ( $\gamma = 0$ ). Puis cette configuration a servi de point de départ pour l'obtention d'une nouvelle pour  $\gamma = 2$  et ainsi de suite pour un paramètre  $\gamma$  augmentant petit à petit : 4, 8, 12 puis 14. Une fois calculée la solution au contraste de viscosité souhaité, une couche liquide fixe d'étendue variable et centrée au pôle sud a été imposée. Un nouvel équilibre a dû être atteint pour les trois solutions présentées plus bas. Notons que, pour chaque étape, la convergence statistique a été atteinte au terme de 50 000 à 70 000 itérations, ce qui correspond en moyenne à une semaine de calcul. Actuellement, le chauffage de marée n'est pas inclus dans ces simulations (réalisées pour des conditions en bords rigides à la base et en surface du domaine).

#### Effet d'une couche liquide fixe

La structure thermique de la convection obtenue est sensiblement différente de celle qui serait observée pour une couche liquide globale. En effet, le caractère localisé du réservoir restreint le régime convectif juste au-dessus celui-ci, puisque les panaches montants prennent naissance au niveau de la couche limite thermique chaude. La coquille sphérique se trouve scindée en deux domaines. L'hémisphère nord – ou un peu plus selon l'étendue de la zone liquide – est caractérisé par un régime purement conductif, puisqu'un flux de chaleur trop faible pour que la convection démarre est imposé à la base du domaine ( $1,1 \text{ mW} \cdot \text{m}^{-2}$ , cf. 1.2). Ainsi, la zone centrée autour du pôle nord est particulièrement froide donc très visqueuse. L'hémisphère sud – au moins en partie – est, à l'inverse, sujet à la convection. Cette dichotomie thermique est illustrée à la figure 4, à travers deux coupes méridiennes permettant de visualiser la viscosité et l'écart entre la température et la valeur moyenne de celle-ci à un rayon donné. Ce contraste, préféré à  $T$ , permet un meilleur discernement des panaches chauds. La couche liquide basale imposée ici est d'amplitude angulaire égale à  $120^\circ$ .

Nous pouvons remarquer, au niveau de la zone de transition thermique, à cheval entre les régions conductives et convectives, d'importantes variations latérales de température, donc de viscosité. Les panaches prenant naissance sur la partie externe de la zone liquide ont ainsi des profils asymétriques, alors qu'il sont plus réguliers vers le pôle sud. Cette distribution géométrique est particulièrement visible dans la vue en perspective de la figure 5. L'isosurface de la valeur  $\mu = 10^{16} \text{ Pa} \cdot \text{s}$  englobe la zone dans laquelle le chauffage de marée serait principalement concentré. Les bombements de celle-ci marquent le sommet des structures de panaches à grande échelle qui dominant la convection dans cette région.

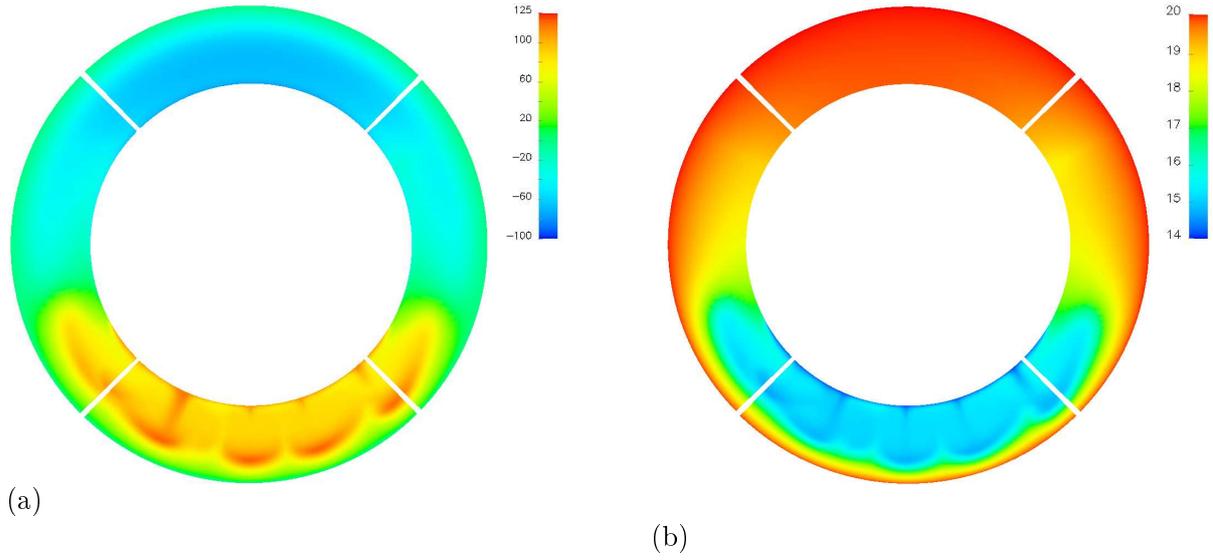


FIG. 4 – *Solution sphérique pour une couche liquide de  $120^\circ$ . Coupes méridiennes (longitude 0) à travers deux champs : (a) écart entre la température et sa valeur moyenne à un rayon donné ( $K$ ) et (b) viscosité [ $\log_{10}(\mu)$ , Pa.s]. L'échelle est donnée par les rayons interne (169,5 km) et externe (252,3 km) de la coquille sphérique. Les séparations des différents blocs sont visibles [également aux figures 5 et 6(a)] : il s'agit d'un artifice de la technique de visualisation employée.*

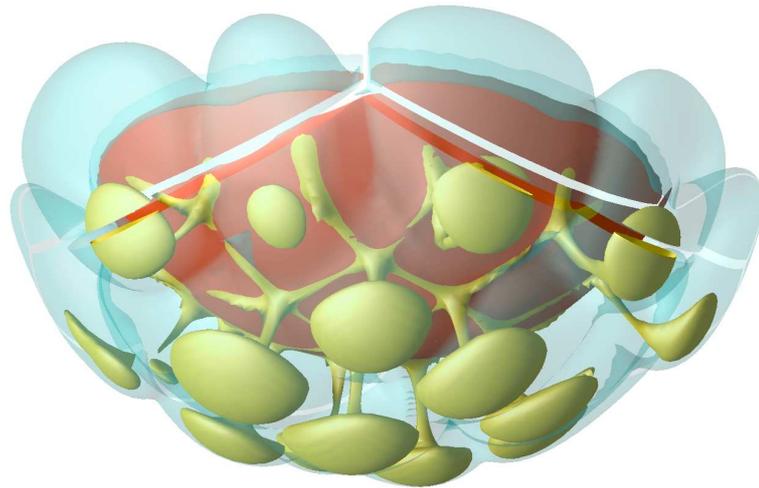


FIG. 5 – *Structure 3D de la convection pour une zone liquide de  $120^\circ$ . La vue présente la région polaire sud, où est concentrée l'activité thermique. Trois isosurfaces sont représentées : une de température ( $T=255$  K, en rouge), une autre d'écart entre la température et sa moyenne à un rayon donné (+105 K, en jaune) et une de viscosité ( $\mu=10^{16}$  Pa.s, en bleu transparent); les panaches sont ainsi visibles dans leurs parties interne et externe. Échelle : 218 km entre le point le plus à gauche et celui le plus à droite de l'isotherme.*

## Influence de la taille de la zone liquide

Nous avons mené à terme trois solutions numériques d'amplitude  $2(180 - \theta_l)$  de couche liquide égale à  $60^\circ$ ,  $120^\circ$  et  $180^\circ$ . La structure thermique générale décrite ci-dessus est semblable pour ces différentes configurations. Évidemment, le nombre de panaches sera d'autant plus faible que le réservoir sera restreint dans l'espace. Dans le cas extrême  $\theta_l = 60^\circ$ , seul un individu régulier est visible, juste au niveau du pôle sud, entouré de six autres, plus modestes et irréguliers. La figure 6(a) présente une coupe méridienne à travers le champ de température pour ce cas précis. La zone chaude de la coquille sphérique est ici particulièrement localisée.

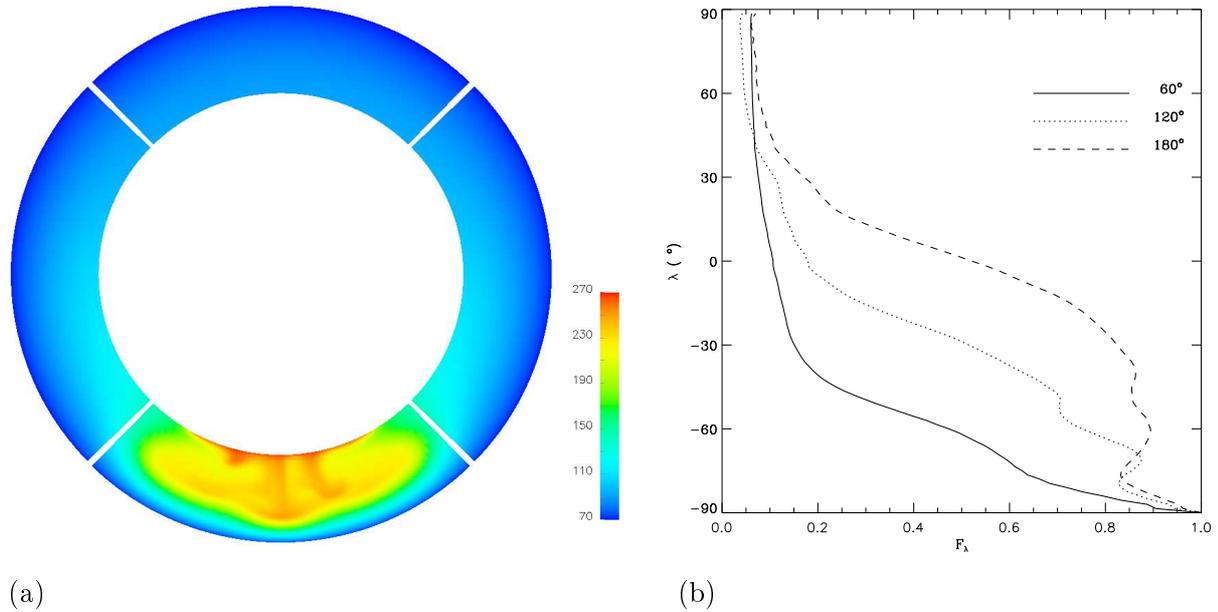


FIG. 6 – Effet de l'étendue de la zone liquide. (a) Coupe méridienne (longitude 0) du champ de température (K) : exemple pour un réservoir de  $60^\circ$  – voir fig. 4 pour l'échelle – et (b) flux de chaleur relatif en surface ( $F_\lambda$ , normalisation à sa valeur maximale) moyenné à chaque latitude ( $\lambda$ ), pour les trois cas étudiés.

Le flux de chaleur moyen en surface de la coquille sphérique [fig. 6(b)] est bien évidemment dépendant de la latitude : il sera faible et peu variable du pôle nord<sup>7</sup> jusqu'à une limite comprise entre  $\lambda \simeq 60^\circ$  (cas du réservoir à  $180^\circ$ ) et  $\lambda \simeq -30^\circ$  (cas du réservoir à  $60^\circ$ ), pour ensuite croître de manière importante jusqu'au niveau du pôle sud, où il atteint une valeur maximale ; une structure intermédiaire est visible pour la zone liquide à  $120^\circ$  d'amplitude. Enfin, il faut noter la présence de sauts dans les valeurs de flux, concernant les deux plus grandes amplitudes de couche. Ceux-ci traduisent la localisation des groupes de panaches : ils ne se retrouvent pas sur l'autre courbe en raison de la présence d'un seul large individu. En revanche, la rupture de pente observée un peu avant ces sauts, plus au nord, est commune aux trois courbes : il s'agit de la trace des panaches irréguliers.

Les valeurs de flux de surface et de puissance totale atteintes à l'équilibre sont référencées dans le tableau 3. Elles permettent d'avoir une première idée de l'énergie requise pour stabiliser une zone liquide basale d'amplitude donnée, même s'il importe de tenir compte des effets de marée pour aller plus loin. Ainsi, 2,4 à 8 GW sont nécessaires à l'équilibre d'un réservoir d'amplitude de  $60^\circ$  à  $180^\circ$ . Cette valeur est comparable à celle de l'évaluation<sup>8</sup> de Spencer *et al.* [2006] ( $5,8 \pm 1,9$  GW) sur les régions polaires sud d'Encelade. En réalité, une concentration de la chaleur est observée au niveau des « Tiger Stripes » : dans une approche autorisant la rupture en surface, les valeurs des maxima de flux obtenus seraient supérieures à celles (absolues) de la figure 6.

<sup>7</sup>Les valeurs respectives des minima s'expliqueraient par des degrés de convergence numérique différents.

<sup>8</sup>Valeur probablement sous-estimée en raison du domaine de longueur d'onde limité ( $7\text{-}1\,000\ \mu\text{m}$ ) de l'instrument CIRS à l'origine des données thermiques.

TAB. 3 – Flux de chaleur et puissance à l'équilibre en surface de la coquille sphérique. Noter que, pour chacune des solutions numériques obtenues, les valeurs indiquées sont considérées avec tous les points à la surface de la sphère et non les valeurs moyennes [comme à la figure 6(b)].

Amplitude de couche (°)	Flux minimum (mW.m <sup>-2</sup> )	Flux maximum (mW.m <sup>-2</sup> )	Flux moyen (mW.m <sup>-2</sup> )	Puissance totale (GW)
60	0,7	16,4	3,0	2,4
120	0,2	18,1	6,2	4,9
180	0,2	20,1	10,1	8,0

Les champs de viscosité des trois solutions numériques présentées plus haut ont été transmis à O. ČADEK de la *Charles University* (Prague). Le but de cette collaboration est de pouvoir bénéficier d'un calcul cohérent de dissipation de marée à partir des variations latérales de  $\mu$ , via un code spectral [Tobie *et al.*, 2008]. Le champ de chauffage correspondant pourra alors être directement inclus dans les simulations GEDIPUS.

L'approche 3D, dans son développement actuel, ne nous permet pas de décrire l'évolution du réservoir d'eau liquide et la localisation de la chaleur en des zones restreintes au pôle sud d'Encelade. C'est ici que notre approche complémentaire en géométrie cartésienne trouve tout son intérêt, notamment grâce à la possibilité de rupture de la couche de glace en surface.

### 3.2 Dynamique de la couche de glace et évolution d'un réservoir de liquide

Plaçons-nous à présent dans un cas plan : le maillage est subdivisé en  $N_x = 512$  et  $N_z = 128$  cellules carrées. L'épaisseur de couche de glace étant, rappelons-le, de  $b = 82,8$  km, la largeur de la boîte vaut 331,2 km, ce qui représente, à la surface d'Encelade, une amplitude angulaire de  $75,3^\circ$ . La courbure n'est donc pas négligeable (fig. 7), c'est pourquoi il convient de rappeler que les simulations qui seront présentées ci-dessous ne visent pas à reproduire directement l'intérieur d'Encelade, mais à comprendre les phénomènes qui contribuent à la dynamique de la zone liquide.

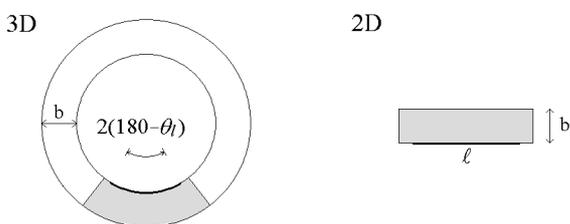


FIG. 7 – Principe de passage du modèle sphérique au modèle cartésien. Dans ce dernier, une petite portion ( $75,3^\circ$ ) de la coquille sphérique – vue en coupe – d'épaisseur  $b$  est considérée. Le secteur en noir représente le réservoir d'eau liquide (ici d'amplitude  $60^\circ$ ; longueur  $\ell$  en 2D). Rappel :  $\theta_l$  est la colatitude limite pour la zone liquide (voir p. 13), ici  $150^\circ$ .

Comme annoncé au 2.1, la loi de viscosité utilisée est de type ARRHENIUS. La valeur optimale pour le chauffage de marée,  $\mu_{opt}$ , est fixée à celle au point de fusion ( $\mu_f$ ), soit  $10^{14}$  Pa.s. Seules les simulations où a été introduite la possibilité de rupture de la lithosphère ont été réalisées avec une approximation de FRANK-KAMENETSKII ( $\gamma = 16$ ). L'épaisseur constante de la zone liquide (cf. 2.2) a été fixée à 500 m. De plus, à l'exception de certains tests présentés plus bas, nous avons toujours prescrit des conditions miroir (c'est-à-dire identiques de part et d'autre de la frontière) sur les marges et en bords libres à la base et en surface.

## Conditions thermo-mécaniques à la base de la couche

Avant de considérer une couche liquide basale variable, il est nécessaire d'étudier l'effet de celle-ci, pour une taille fixe, sur la structure thermique du manteau de glace. Considérons tout d'abord le cas simple, sans chauffage interne ni fusion partielle, dans lequel une température est imposée entièrement sur la base de la couche (convection de RAYLEIGH-BÉNARD). La figure 8(a) présente le champ de température à l'équilibre obtenu dans une telle configuration, ainsi que les vitesses relatives superposées<sup>9</sup>. Le contraste de viscosité à travers la couche ( $\sim 10^8$ ) est tel que la convection a lieu dans le régime de couvercle rigide, comme dans le cas des solutions 3D. Le flux de chaleur à la base est également indiqué [fig. 8(b)] : il traduit directement l'expression des panaches froids qui arrivent au contact de la couche limite thermique chaude (pic de flux à  $30 \text{ mW.m}^{-2}$ ) ou de leurs homologues chauds, s'élevant au centre et sur les bords du domaine (faible flux).

Dans le cas d'une couche liquide imposée sur seulement 60% de la base (fig. 9), la structure est caractérisée par un unique panache chaud qui s'élève et vient s'étaler à la base du couvercle stagnant. L'épaisseur de ce dernier est plus variable : 30 à 50 km, contre 25 à 30 km dans le cas précédent (valeurs basées sur l'isotherme  $T = 225 \text{ K}$ ). De part et d'autre du réservoir d'eau, un transport horizontal de matériau chaud a lieu vers les zones conductives latérales. Ici, le faible flux de chaleur imposé par les silicates ( $1,1 \text{ mW.m}^{-2}$ ) ne suffit pas à empêcher le refroidissement de la glace. Les maxima de flux basal [ $65$  à  $70 \text{ mW.m}^{-2}$ , fig. 9(a)] sur les bords de la zone liquide apportent une justification pour l'hypothèse concernant la dynamique du réservoir : celui-ci est en effet supposé cristalliser par ses limites latérales (cf. 2.2), qui correspondent bien aux endroits où la quantité de chaleur évacuée est la plus importante. De plus, la symétrie de ces pics suggère un taux de cristallisation égal de chaque côté, comme cela a été calculé.

La plupart des simulations 2D présentées dans ce mémoire ont été réalisées en considérant une base de couche en bords libres. Toutefois, les zones du manteau de glace reposant sur le noyau de silicates pourront être soumises à des cisaillements, contrairement aux régions situées au contact du liquide. Il importe donc d'examiner quel est l'effet de conditions aux limites mécaniques mixtes (cf. 2.2) sur les structures thermiques calculées. La figure 10 présente ainsi le champ de température obtenu à l'équilibre pour la même configuration que celui de la figure 9(a), mais avec des conditions basales en bords rigides à l'extérieur de la zone liquide.

La structure thermique générale reste la même, puisqu'elle est déterminée par les conditions thermiques à la base (inchangées). Cependant, deux différences importantes sont visibles par rapport au cas en bords libres sur tout le bas de la couche. La première est la plus faible amplitude latérale du grand panache : le refroidissement a toujours lieu de manière conductive, mais sur une plus petite étendue. En effet, la prescription de déplacements nuls à la base des régions conductives va sensiblement réduire l'intensité du champ de vitesse au niveau de la transition latérale eau-glace. Ceci aura pour effet de rendre moins efficace l'apport de matière chaude venant du panache et facilitera donc la diffusion thermique sur les bords, par conséquent plus froids. En outre, la structure géométrique obtenue est plus régulière : il semble que son confinement, par des zones plutôt conductives, a tendance à stabiliser l'ensemble. Toutefois, les valeurs de flux de chaleur à la base ne sont que peu différentes de celles obtenues pour la situation en bords libres ( $qq \text{ mW.m}^{-2}$ ) ; une discussion plus complète sur les conditions aux limites mécaniques est présentée en annexe de ce mémoire (A.2), à travers une série de tests réalisés pour le modèle 2D.

## Influence du chauffage de marée

Nous pouvons maintenant examiner l'effet du chauffage de marée sur la dynamique du réservoir d'eau liquide. Les simulations présentées ci-dessous ont été effectuées en laissant la taille de la zone liquide évoluer comme paramètre libre au gré de la quantité de chaleur que la convection du manteau de glace sus-jacent va pouvoir évacuer.

---

<sup>9</sup>Toutes les figures présentant un champ de température 2D cartésien inclueront le champ de vitesse associé.

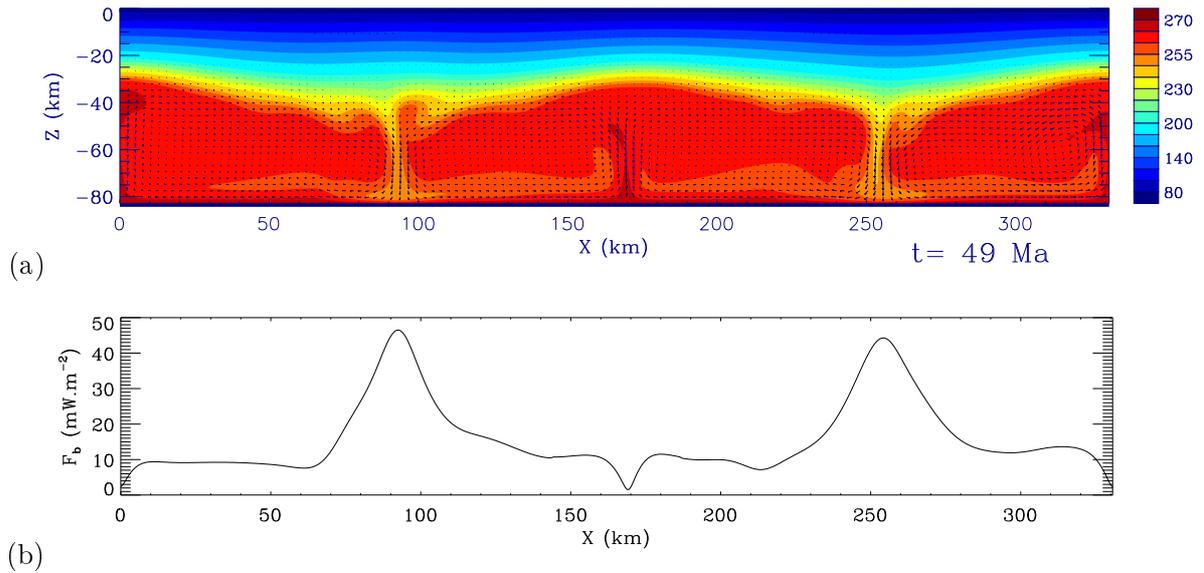


FIG. 8 – Équilibre thermique pour une couche liquide sur toute la base de la glace. (a) Champ de température ( $K$ ) et (b) flux de chaleur basal ( $F_b$ ). En complément, le champ de vitesses est superposé (longueur des vecteurs en unités arbitraires). Le temps n'est qu'indicatif et donne une idée de la rapidité de la convergence numérique (à comparer à ceux des figures 9 et 10).

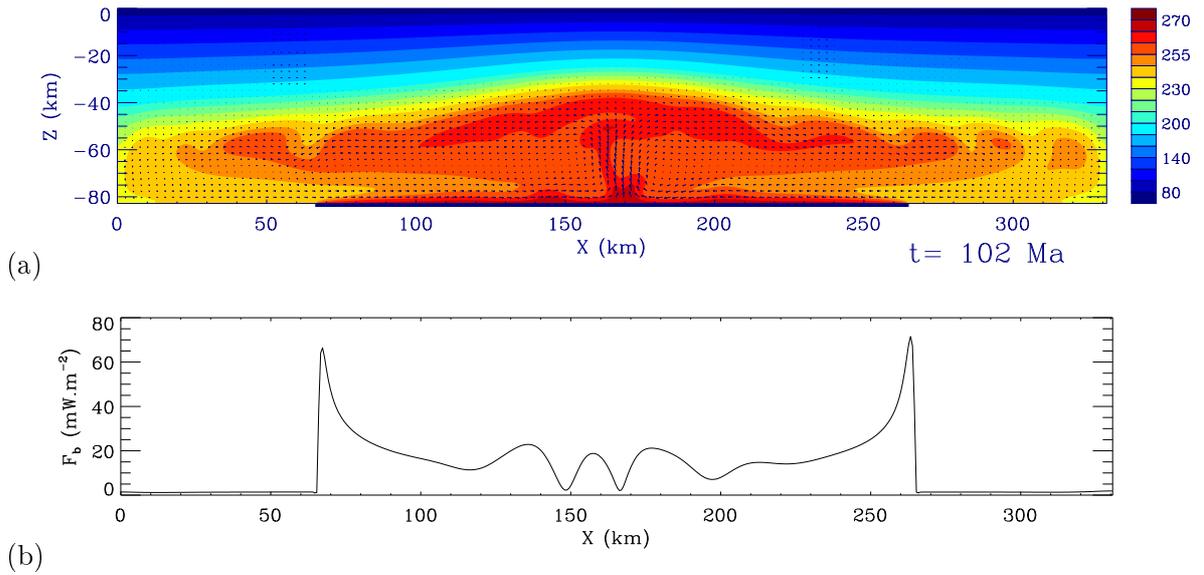


FIG. 9 – Équilibre thermique pour une couche liquide sur 60 % de la base de la glace. (a) Champ de température ( $K$ ) et (b) flux de chaleur à la base correspondant ( $F_b$ ). Le trait sous le domaine indique l'emplacement du réservoir liquide.

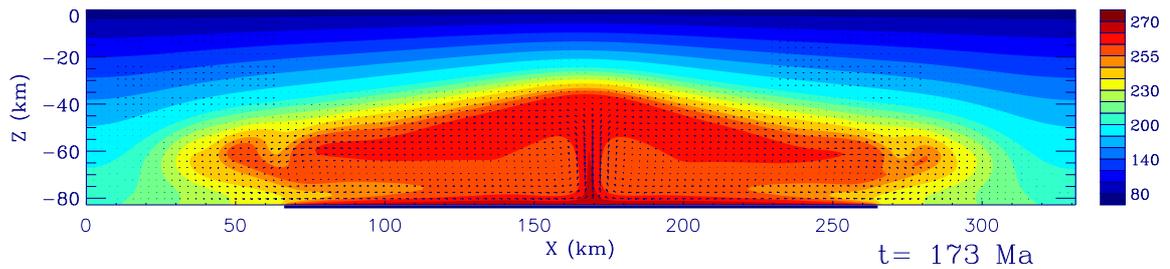


FIG. 10 – Effet de conditions aux limites mécaniques mixtes. Champ de température ( $K$ ) : même configuration qu'à la figure 9, mais avec des conditions à la base en bords libres seulement au niveau du réservoir (trait sous le domaine) et en bords rigides ailleurs.

Nous avons testé un certain nombre d'intensités maximales du chauffage de marée [éq.(10)], toutes comprises entre les valeurs extrêmes attendues (cf. 1.2) :  $10^{-7}$  à  $10^{-6}$   $\text{W.m}^{-3}$ . La figure 11 présente un exemple des résultats obtenus pour une taille initiale donnée de couche liquide.

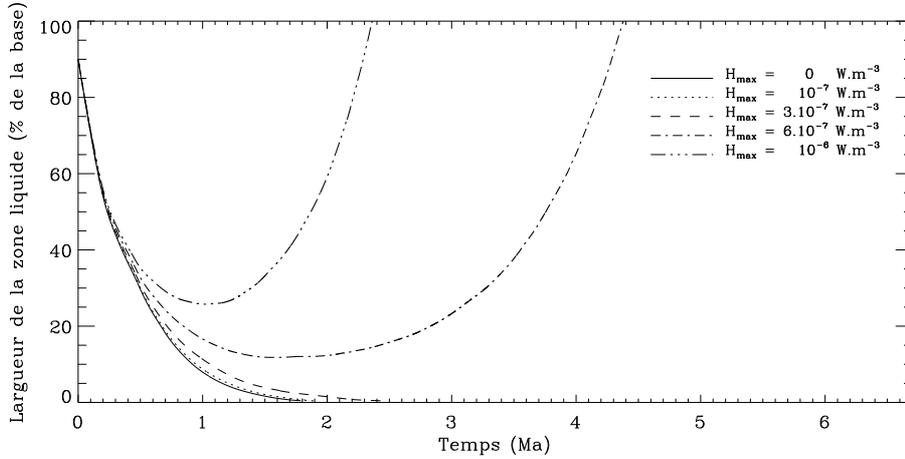


FIG. 11 – *Effet du chauffage de marée sur l'évolution de la couche liquide. Cas d'une couche initialement sur 90 % de la base, pour différentes valeurs du chauffage maximal ( $H_{max}$ ). À titre de comparaison, une simulation sans chauffage ( $H_{max} = 0$ ) a également été incluse.*

Le premier point à noter est la forme générale des courbes, en accord avec un modèle théorique simple. En effet, à partir de l'équation (15) et en considérant l'excès de flux horizontal sortant de la zone liquide comme négligeable devant son équivalent vertical<sup>10</sup>, ainsi qu'une valeur constante pour ce dernier, une loi d'évolution exponentielle est obtenue.

De plus, lorsque le chauffage de marée est absent ou trop faible (ici  $H_{max} \leq 3.10^{-7}$   $\text{W.m}^{-3}$ ), la couche liquide initiale cristallise entièrement, en 2 à 2,5 Ma. À partir d'un certain seuil ( $3.10^{-7} < H_{max} \leq 6.10^{-7}$   $\text{W.m}^{-3}$ ), le réservoir commence à cristalliser puis, pour une certaine limite inférieure de taille, se reforme à nouveau (fusion latérale) et recouvre entièrement la base du manteau de glace. Cette remontée semble d'autant plus abrupte que le chauffage est important : les temps de refonte totale sont ainsi de l'ordre de 4,4 et 2,4 Ma, pour  $H_{max}$  valant respectivement  $6.10^{-7}$  et  $10^{-6}$   $\text{W.m}^{-3}$ . En outre, la taille minimale atteinte pour le réservoir augmente avec le chauffage ; ce fait est confirmé dans d'autres jeux de simulations, réalisées pour des tailles de liquide initiales plus faibles.

Il est donc clair que la dissipation de marée doit être suffisamment importante pour maintenir une étendue liquide en base de manteau. Si cette dernière vient à disparaître, les simulations montrent que les mouvements de matière cessent petit à petit : l'ensemble de la couche se refroidit par conduction thermique, suivant une durée de l'ordre du temps diffusif, soit  $\frac{b^2}{\kappa} \sim 170$  Ma. En effet, le chauffage devient négligeable lorsque le manteau de glace n'est plus désolidarisé du noyau rocheux. À l'inverse, une fois que le réservoir a recouvert entièrement la base, la convection s'instaure et l'équilibre thermique finit par être atteint (fig. 8).

Il faut noter ici qu'en première approximation, l'influence de la taille de l'étendue d'eau sur l'amplitude du chauffage de marée a été négligée, alors que celle-ci a un rôle important [Tobie *et al.*, 2008]. En particulier, lorsque la largeur de la zone découplante est en dessous d'une valeur critique, la dissipation visqueuse dans la glace chute brutalement. En conséquence, cette source de chaleur est surestimée dans l'étude présente. Enfin, une description cohérente de la distribution du liquide implique de tenir compte de la fusion qui va avoir lieu au sein des panaches chauds.

<sup>10</sup>Fait vérifié dans les simulations : la puissance horizontale par unité de longueur est, la plupart du temps, 2 à 3 ordres de grandeur en dessous de son homologue vertical.

## Prise en compte de la fusion partielle du manteau de glace

La capacité de la glace à contenir une fraction non négligeable d'eau liquide est déterminante pour sa dynamique. En effet, plus cette teneur est élevée, moins la quantité disponible pour alimenter l'étendue basale est importante. De plus, une masse moindre d'eau mobile a plus de chance de cristalliser entièrement avant son arrivée en base de manteau. Ceci a des conséquences fortes pour l'évolution de la couche d'eau. Cet effet est illustré à la figure 12. Un ensemble de simulations avec fusion partielle où le chauffage optimal a été fixé à  $H_{max} = 6.10^{-7} \text{W.m}^{-3}$  (cas favorable pour une zone liquide, voir fig. 11) est présenté pour diverses valeurs maximales du seuil  $x_f^s$ . La fusion partielle a principalement lieu dans la région centrale. Plus la quantité d'eau liquide stable au sein de la glace est élevée, plus la durée de reformation du réservoir est importante : pour la taille initiale considérée ici, correspondant à 90 % de la largeur du domaine, ce délai varie entre 1,9 et 4,1 Ma, pour  $x_f^s$  compris entre 0 et 5 %. L'eau finit toujours par atteindre la base. Cependant, du fait de son échange de chaleur avec la glace durant la percolation, la quantité disponible pour le réservoir est plus faible pour des seuils élevés, ce qui explique ces différences de durées.

Nous avons testé un certain nombre d'autres cas pour des chauffages plus modérés : en raison d'une fusion moins développée, l'apport d'eau n'a jamais eu le temps de prendre le dessus sur la cristallisation de la couche liquide et, par conséquent, le comportement observé a été le même que dans les simulations sans inclusion de la fusion partielle. Les valeurs parfois extrêmes choisies pour  $x_f^s$  permettent d'envisager la variabilité de comportement du système étudié.

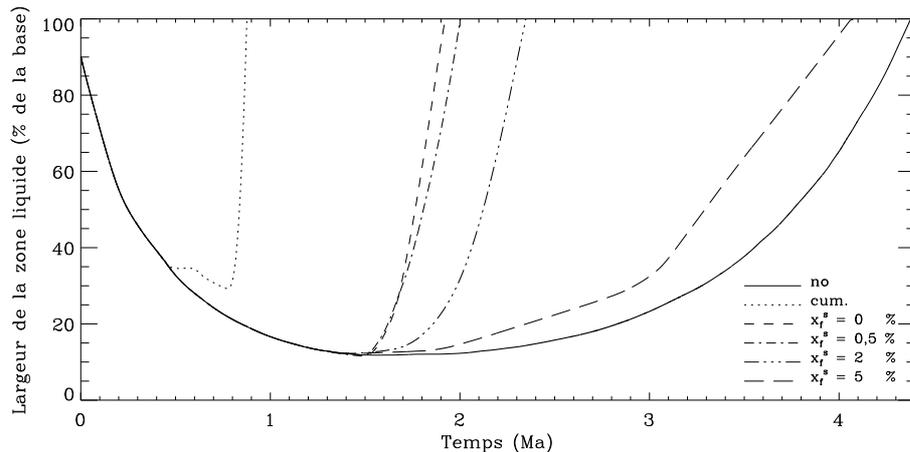


FIG. 12 – *Effet de la fraction de liquide maximale dans la glace. Évolution de la taille de la zone liquide pour différents seuils de percolation ( $x_f^s$ ) dans la matrice, avec  $H_{max}=6.10^{-7} \text{W.m}^{-3}$ . Un cas sans prise en compte de la fusion partielle (voir fig. 11) est représenté (« no ») ainsi qu'une simulation correspondant à une accumulation directe de produits de fusion (« cum. »), sans échange de chaleur avec la matrice durant la percolation.*

Un autre phénomène vient s'ajouter à l'effet décrit plus haut. Nous avons vu, au 1.2, que la fusion partielle qui se produit au sein des zones ascendantes à haute température est responsable d'une composante de flottabilité négative [éq. (12)], due à la fraction d'eau liquide restée dans la matrice de glace. Comme l'ont montré Tobie *et al.* [2003], ces panaches finissent par retomber lorsque cette force l'emporte sur sa concurrente thermique. L'arrivée de ce matériau encore chaud et dont la température s'élève à l'approche de la zone liquide, entraîne une diminution du flux de chaleur. La stabilité et le développement du réservoir s'en trouvent ainsi favorisés.

## Plasticité des couches superficielles

La dernière étape pour étudier la stabilité d'une zone liquide en base de la glace concerne la possibilité de fragilisation de cette dernière. En effet, les forces mises en jeu conjointement par la

dynamique du manteau et la fusion partielle conduisent à des contraintes en surface de l'ordre de 100 kPa, voire plus. Bien que les échantillons de glace étudiés en laboratoire possèdent classiquement des seuils de rupture de plusieurs fois cette valeur, la préfracturation de la lithosphère d'Encelade pourrait faciliter un tel processus. Comme l'ont montré Showman & Han [2005], dans une étude sur la dynamique de la couche de glace d'Europe, différents régimes vont avoir lieu selon la valeur de cette contrainte seuil,  $\sigma_Y$ . Ainsi, plus elle est faible, plus le couvercle conducteur sera affecté par la dynamique; en dessous de 20 kPa, ces auteurs obtiennent un recyclage permanent de la lithosphère. Cependant, ils utilisent  $\sigma_Y$  pour faire diminuer artificiellement et brutalement la viscosité dans les zones fragilisées. Leur approche ne tient pas compte de l'histoire de la fracturation. Or, un effet mémoire de la déformation de la lithosphère est attendu, comme dans le cas de la Terre, où la rupture se produit essentiellement par réactivation d'anciennes failles. C'est pourquoi nous avons préféré nous inspirer de l'approche d'endommagement de Auth *et al.* [2003], décrite au 2.2.

Nous avons mené un ensemble de simulations pour étudier l'effet de la plasticité des couches superficielles sur la stabilité du réservoir basal. En première étape, pour étudier le phénomène, le seuil d'eau liquide dans la matrice a été fixé à 0. Pour des valeurs raisonnables des paramètres de la loi d'endommagement [ $0, 2 \leq a \leq 1, 3.10^{-7} \leq H_{max} \leq 10^{-6} \text{ W.m}^{-3}, 0 \leq \delta d \leq 10$ , avec  $\dot{\epsilon} \sim 10^{-12} \text{ s}^{-1}$  et  $m = 1$ ; éq. (19) et (20)] et un seuil de rupture  $\sigma_Y$  allant de 8 à 80 kPa, nous avons constaté les résultats suivants : compte-tenu de la faiblesse des termes sources réalistes utilisés, l'endommagement s'accumule lentement, principalement au niveau des zones de concentration des contraintes (au-dessus des panaches). Ainsi, dans les cas où le chauffage de marée est trop faible (par exemple  $H_{max} \leq 3.10^{-7} \text{ W.m}^{-3}$ , voir fig. 11), la couche liquide disparaît rapidement, avant même que la viscosité de surface ne soit significativement diminuée [éq. (19)] par l'endommagement. À l'inverse, pour des taux de dissipation plus élevés ( $H_{max} \geq 6.10^{-7} \text{ W.m}^{-3}$ ), une fragilisation significative a le temps de se produire. Mais, que celle-ci ait lieu avant ou après le développement de la couche liquide sur toute la base de la glace, l'évacuation de chaleur provoquée par la remontée de matériau chaud vers la zone rupture est responsable de la disparition du réservoir. Une conséquence de cette ascension est, à terme, le renouvellement d'une partie de la surface de la glace (resurfaçage).

### 3.3 Implications pour l'activité au pôle sud

Nous n'avons donc obtenu aucune solution 2D avec équilibre à long terme ( $\geq 0,5 \text{ Ma}$ ) d'une couche d'eau liquide, du moins pour la formulation que nous avons adoptée pour la dynamique de cette zone (cf. 2.2). Toutefois, une telle approche, utile pour comprendre les mécanismes généraux de la dynamique et de la stabilité du réservoir, reste insuffisante pour décrire de manière cohérente l'évolution de celui-ci. Le secteur considéré ne représente que  $75,3^\circ$  d'amplitude angulaire : une couche liquide sur toute cette étendue (ou moins) ne permet pas d'obtenir un chauffage de marée effectif au niveau des régions polaires sud [Tobie *et al.*, 2008]. En considérant un domaine cartésien plus large, la courbure devient réellement problématique et une approche axisymétrique serait plus adaptée. Mais la géométrie sphérique reste incontournable pour décrire correctement le réservoir austral.

#### Possibilités d'un resurfaçage

Plaçons-nous à présent dans deux cas extrêmes : soit la couche liquide est irrémédiablement vouée à disparaître, soit elle reste présente en permanence à la base de la glace. Dans le premier scénario, elle est de petite amplitude angulaire, correspondant typiquement à la solution numérique 3D pour une zone de  $60^\circ$  (cf. 3.1). En effet, Tobie *et al.* [2008] ont montré qu'une telle configuration n'était pas favorable à un chauffage de marée suffisamment efficace pour la maintenir. Le second scénario repose, cette fois-ci, sur une étendue liquide pérenne et donc suffisamment grande, par exemple la solution 3D à  $120^\circ$  : la structure et l'amplitude du champ de dissipation sont alors favorables au maintien du réservoir [Tobie *et al.*, 2008].

Les simulations montrent que le premier scénario donne lieu, après disparition de la couche liquide, à un resurfaçage que nous qualifierons de type « froid ». Ce phénomène se déroule en quatre phases. Tout d’abord, un refroidissement important a lieu par la base, via la descente de panaches froides [phase  $\mathcal{A}$ , fig. 13(a)] : la couche liquide disparaît ainsi petit à petit. La conjugaison de l’arrivée de matériau à la base et de la rupture en surface (c’est-à-dire la diminution suffisante de sa viscosité) entraîne ensuite une ascension générale des secteurs chauds. Celle-ci s’accompagne du développement de nombreuses et petites instabilités froides, qui prennent naissance juste sous le couvercle fragilisé [phase  $\mathcal{B}$ , fig. 13(b)]. Puis la remontée se focalise vers le centre (phase  $\mathcal{C}$ ) et la zone finit par atteindre le sommet de la couche. Du fait du caractère indéformable des frontières de la boîte cartésienne, la matière se répartit de part et d’autre de son point de remontée [phase  $\mathcal{D}$ , fig. 13(c)]. Cette phase d’extension en surface a lieu quasi-symétriquement par rapport au centre : il s’agit d’une conséquence de notre hypothèse de couche liquide toujours centrée. En effet, le panache chaud, au milieu, est actif tant que celle-ci subsiste et, de ce fait, la remontée de matériau est favorisée au centre du domaine.

Il se produit donc un renouvellement passif de la surface – remplacement par de la glace plus chaude – alors même que le manteau est globalement en train de refroidir. Dans la suite, nous désignerons par  $\mathcal{D}_0$  l’instant initial de la phase  $\mathcal{D}$  et par  $\mathcal{D}_{1/4}$  et  $\mathcal{D}_{1/2}$  deux stades suivants, correspondant respectivement à une surface renouvelée sur le quart ( $b$ ) ou la moitié ( $2b$ ) de sa longueur. Dans ces types de simulation, le chauffage de marée, initialement calculé pour  $H_{max} = 10^{-6} \text{ W.m}^{-3}$ , a été annulé une fois le réservoir entièrement cristallisé, pour tenir compte de la cessation du découplage entre la couche de glace et le noyau silicaté.

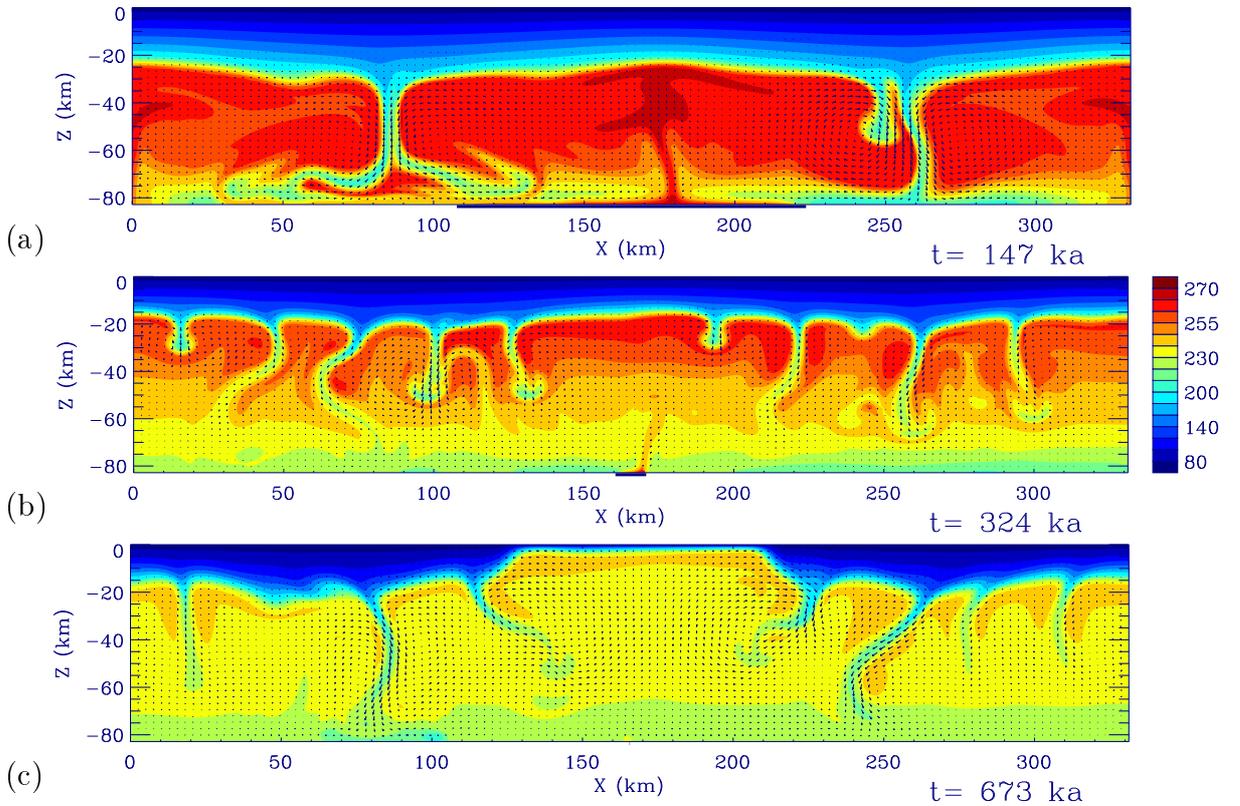


FIG. 13 – Déroulement du resurfaçage de type « froid ». Champ de température à diverses étapes des phases  $\mathcal{A}$  (a),  $\mathcal{B}$  (b) et  $\mathcal{D}$  (c) : stade  $\mathcal{D}_{1/4}$ . Noter, en phase  $\mathcal{D}$ , la déflexion des instabilités froides descendantes, en raison de l’étalement du matériau chaud en surface. Source d’endommagement prise constante à 0,25 une fois le seuil de rupture dépassé ;  $\delta d = 0$  ; limite supérieure de  $d$  fixée à  $10^3$  ;  $c = 2,76 \cdot 10^{-6}$  (tel que le recuit l’emporte sur la source d’endommagement pour  $T > 230 \text{ K}$ ) ;  $\sigma_Y = 20 \text{ kPa}$ . Taille initiale du réservoir de liquide (trait épais) : 90 % de la base.

Le second scénario (couche liquide pérenne) donne lieu à un resurfaçage de type « chaud », suivant des phases similaires à celles décrites plus haut. Néanmoins, le refroidissement a lieu uniquement par la surface et via la descente d’instabilités froides. Dans les simulations, la phase  $\mathcal{C}$  ne s’est jamais déroulée au milieu du domaine ; de nombreux petits panaches chauds sont présents à la base : cette remontée se produit au niveau du plus actif, pas nécessairement au centre.

Le tableau 4 compare les flux de chaleur et vitesses caractéristiques des deux types de phénomènes envisagés. Ces valeurs restent des ordres de grandeur, permettant d’apprécier les différences entre deux phénomènes à contextes opposés, mais reposant sur un même mécanisme. Les simulations pour le resurfaçage de type « chaud » ont posé particulièrement problème après un certain temps de calcul (contraste de viscosité. . .), d’où l’absence de données pour le stade  $\mathcal{D}_{1/2}$ .

TAB. 4 – *Grandeurs caractéristiques des resurfaçages de type « froid » et « chaud » ; temps ( $t$ ,  $ka$ ), flux de chaleur maximum en surface ( $F_s^{max}$ ,  $mW.m^{-2}$ ) et moyenné sur la zone renouvelée ( $\langle F_s \rangle$ ,  $mW.m^{-2}$ ), vitesse maximale en surface ( $V_x^{max}$ ,  $cm.an^{-1}$ ) et moyenne RMS de celle-ci ( $V_x^{RMS}$ ,  $cm.an^{-1}$ ). L’instant  $t = 0$  est choisi au début de la phase  $\mathcal{D}$  :  $t(\mathcal{D}_0) = 0$ .*

Resurfaçage	« froid »			« chaud »	
	Stade	$\mathcal{D}_0$	$\mathcal{D}_{1/4}$	$\mathcal{D}_0$	$\mathcal{D}_{1/4}$
$t$	0	104	665	0	99
$\langle F_s \rangle$	-	200,7	102,9	-	142,8
$F_s^{max}$	194,4	272,2	153,5	151,9	373,2
$V_x^{RMS}$	16,9	14,9	6,8	34,2	32,3
$V_x^{max}$	34,4	34,6	13,9	66,5	69,1

## Discussion

Les flux de chaleur obtenus sont du même ordre de grandeur que la valeur de l’évaluation actuelle pour les terrains polaires sud ( $\sim 250 mW.m^{-2}$ ), moyenne sur la zone en dessous de  $65^\circ S$  [Spencer *et al.*, 2006]. Cependant, cette estimation reste régionale et est sûrement plus forte localement. En revanche, les vitesses de surface sont sensiblement plus élevées que celles déduites de calculs de flux de chaleur par McKinnon & Barr [2007] ( $\sim 3,5 cm.an^{-1}$ ). Dans leur étude, ces auteurs s’appuient sur la présence de zones en compression au niveau des bordures externes des terrains polaires sud [Porco *et al.*, 2006] pour considérer les « *Tiger Stripes* » comme des centres d’accrétion. Selon ce modèle, il s’agirait d’analogues de dorsales médio-océaniques terrestres, différenciant toutefois par leur mécanisme moteur : il s’agirait plutôt d’un écartement actif dans ce cas, et non dominé par la traction de plaques en subduction comme sur Terre. L’extension constatée en surface dans nos simulations apporte donc des arguments nouveaux pour un tel scénario. Des phénomènes semblables ont peut-être eu lieu ailleurs sur Encelade, en particulier dans des zones équatoriales [Bland *et al.*, 2007], associées alors à des flux de 110 à 220  $mW.m^{-2}$ .

Les résultats présentés pour les deux scénarios de renouvellement de surface doivent être considérés avec prudence. En effet, de nombreuses impasses numériques ont été rencontrées lors de la prise en compte de la plasticité des couches superficielles. En particulier, la difficulté liée au contraste de viscosité n’a jamais vraiment pu être éliminée, si ce n’est à travers un lissage du champ  $\mu$ . Cet artifice numérique, initialement peu utilisé, devient réellement problématique : les variations latérales ne sont plus supportées par le solveur et, de ce fait, le lissage nécessaire devient plus important, bien que nous ayons essayé diverses techniques pour minimiser celui-ci. Par conséquent, la viscosité est plutôt mal estimée durant la phase  $\mathcal{D}$ . Les diverses valeurs fournies au tableau 4 donnent simplement une première idée du phénomène de resurfaçage. Il conviendrait de recourir à une méthode de calcul plus précise, même s’il semble bien que nous atteignons là les limites du code 2D pour modéliser le phénomène de rupture sous un tel contraste de viscosité.

## Conclusion et perspectives

Ce travail nous a permis d’obtenir des solutions numériques 3D pour la convection dans le manteau de glace d’Encelade – pourvu, à sa base, d’une couche liquide localisée. Les structures thermiques observées correspondent à des puissances globales en surface similaires à celles qui sont évaluées au pôle sud. Toutefois, ces modèles n’expliquent pas la localisation de l’énergie et n’autorisent pas une évolution de la zone liquide. Pour cela, une approche cartésienne 2D complémentaire a été utilisée, incluant le chauffage de marée, la fusion partielle et une rhéologie plastique simple. Deux hypothèses extrêmes ont été testées : le maintien d’un large réservoir de liquide ( $\geq 120^\circ$ ), ou bien la disparition de celui-ci, trop restreint pour être stable ( $\sim 60^\circ$ ). Un renouvellement partiel de la surface a été obtenu dans les deux cas, sur des échelles de temps de l’ordre de 100 000 ans. Les flux de chaleur de surface mis en jeu lors de ce phénomène ( $150$  à  $300 \text{ mW.m}^{-2}$ ) sont en bon accord avec les observations actuelles.

Une couche liquide sous la glace est requise pour permettre un fort chauffage de marée. Sa disparition pourrait engendrer un resurfaçage de type « froid ». Dans ce scénario, l’activité thermique actuelle au pôle sud d’Encelade traduirait une phase de libération de chaleur associée à la rupture et à l’extension de la lithosphère de glace. Un tel renouvellement de surface est peut-être intervenu par le passé, expliquant ainsi les traces d’activité anciennes. Cette hypothèse implique la présence d’une zone liquide à plusieurs reprises au cours de l’histoire d’Encelade : des périodes de forte résonance orbitale [Wisdom, 2004] ou d’excentricité élevée sont envisageables pour apporter l’énergie nécessaire à la reformation de cette zone. Un autre scénario possible est la persistance d’un réservoir d’eau liquide à l’échelle des temps géologiques. Son équilibre nécessiterait une chaleur interne plus forte, et donc une dissipation de marée dans Encelade et Saturne supérieure à celle estimée par Meyer & Wisdom [2007]. Cette hypothèse reste envisageable puisque le facteur de dissipation de la planète géante est mal connu. L’activité thermique passée et actuelle résulterait alors de resurfaçages de type « chaud ». La fusion partielle de la glace permettrait une alimentation en eau liquide, empêchant la disparition du réservoir. La formation initiale de ce dernier reste mystérieuse : elle pourrait résulter d’hétérogénéités de flux de chaleur en surface du noyau silicaté, ou plus simplement d’une différenciation manteau-noyau précoce.

De nombreux points restent à préciser. En particulier, la méthode pour introduire la plasticité des matériaux (2D), inspirée des travaux de Auth *et al.* [2003], s’est révélée problématique pour les contrastes de viscosité mis en jeu. Ensuite, la formulation du chauffage de marée dans les simulations cartésiennes reste approximative puisqu’elle n’inclut pas de dépendance en latitude. Nous prévoyons d’ajouter, dans le modèle 3D, la dissipation de marée calculée à partir du champ de viscosité associé aux solutions sphériques obtenues. En outre, la zone liquide reste approximée par une couche infiniment mince, introduite à travers les conditions aux limites thermo-mécaniques à la base de la couche de glace. L’évolution de celle-ci n’a été étudiée qu’en géométrie cartésienne 2D : une approche sphérique serait nécessaire. Enfin, pour une véritable comparaison aux données actuelles, divers processus de transfert d’énergie en surface doivent être pris en compte : la focalisation de la chaleur au niveau de fractures (« *Tiger Stripes* »), la vaporisation de glace et la dissociation de clathrates proches de la surface, l’inclusion d’autres composés, comme  $\text{NH}_3$ , dans le réservoir ou encore la possibilité d’une surface poreuse isolante.

## Remerciements

Je tiens à remercier mes deux tuteurs : GABRIEL TOBIE, pour son dynamisme et les nombreuses discussions intéressantes que nous avons eues et GAËL CHOBLET, pour m’avoir fourni un double des clés de sa forteresse, (EDIPUS, et guidé dans les couloirs de celle-ci. Merci aussi à GUILLAUME ROBUCHON, ÉRIC BEUCLER, ANTOINE MOCQUET, OLIVIER VERHOEVEN, OLIVIA GOLLE, JEAN-YVES BONNET, ÉMILIE OSTANCIAUX, OLIVIER GRASSET, CLAUDE DUTREILLY, STÉPHANE LE MOUËLIC, PIERRE-ANDRÉ ARRIAL, ONDŘEJ ČADEK, MARIE BĚHOUNKOVÁ, CAROLINE DUMOULIN, SABRINA CARPY. Merci enfin à ma dévouée relectrice.



# Annexes



## A.1 Correction de la courbure pour le flux de chaleur à la base

Nous présentons ici un raisonnement plan simple permettant d'apporter une première correction à un flux de chaleur en base d'une boîte cartésienne, à partir d'une valeur associée à un domaine courbe. La figure 14 illustre l'aspect des deux zones géométriques considérées ici : l'une incurvée – une portion d'anneau – autrement dit la surface qu'il faudrait effectivement considérer dans une approche plane et l'autre rectangulaire, approximation de la première, utilisée dans le code 2D (cf. 2.1).

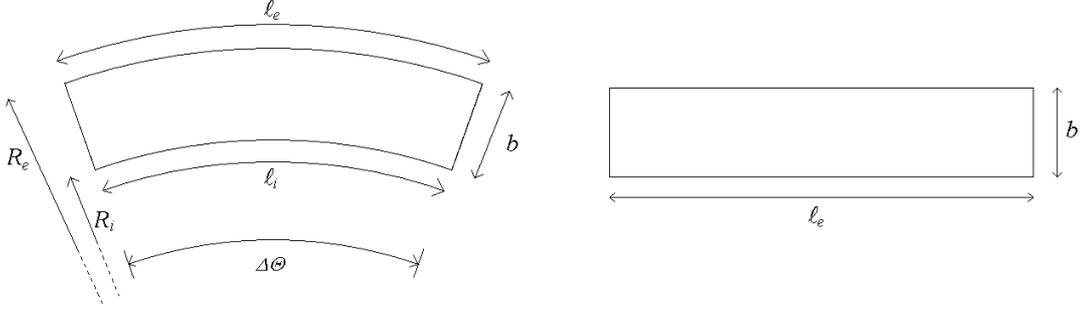


FIG. 14 – *Domaine géométrique courbe (2D) et approximation cartésienne. Les symboles identifient les longueurs et l'angle ( $\Delta\Theta$ ) utilisés dans le calcul ci-dessous.*

Considérons la puissance radioactive par unité de longueur,  $\mathcal{P}$ , fournie à travers la base du manteau de glace. Il s'agit d'une puissance locale, obtenue par intégration de la quantité de radionucléides dans le secteur restant – le noyau rocheux – sous la région étudiée. Cette zone interne est une portion de disque, de rayon  $R_i$  et d'amplitude angulaire  $\Delta\Theta$ , dans le cas d'une géométrie courbe. Son équivalent cartésien correspond donc à un rectangle de même aire, soit de longueur  $\frac{R_i^2}{2\ell_e}\Delta\Theta$ . Les flux de chaleur correspondant à la base s'expriment alors en divisant  $\mathcal{P}$  par la longueur de celle-ci, soit, respectivement pour les domaines courbe et rectangulaire :

$$F_b^c = \frac{\mathcal{P}}{\ell_i} \quad \text{et} \quad F_b^r = \frac{\mathcal{P}}{\ell_e}. \quad (23)$$

En réexprimant  $\ell_i$  :

$$\ell_i = (R_e - b)\Delta\Theta = \ell_e - b\Delta\Theta, \quad (24)$$

le rapport des deux flux peut s'écrire :

$$\begin{aligned} \frac{F_b^r}{F_b^c} &= \frac{\ell_e - b\Delta\Theta}{\ell_e} \\ &= 1 - \frac{b}{R_e} \\ &= \frac{R_e - b}{R_e} \\ &= \frac{R_i}{R_e}, \end{aligned}$$

soit :

$$F_b^r = \Gamma F_b^c. \quad (25)$$

Ainsi, le flux basal imposé dans le code 2D correspond au produit de la valeur théorique, calculée pour une composition chondritique (cf. 1.2), par le rapport du rayon interne au rayon externe de la couche de glace ( $\Gamma$ ). L'opération est effectuée de manière inverse lorsqu'il s'agit d'étudier les flux à la base obtenus au terme d'une simulation donnée. Par définition, une telle correction est inutile pour les flux en surface, la longueur  $\ell_e$  étant commune aux deux domaines. Cet artifice reste toutefois imparfait, puisqu'il repose sur un choix de puissances disponibles égales pour les deux domaines...

## A.2 Effets des conditions aux limites mécaniques

Nous avons réalisé une série de tests sur les conditions aux limites mécaniques à la base pour le modèle cartésien 2D, sans chauffage interne. Des solutions numériques convergées ont été obtenues pour 100 % (convection de type RAYLEIGH-BÉNARD) ou 60 % de liquide sous la couche de glace, et ce pour des conditions en bords libres, rigides ou bien mixtes (cf. 2.2). Les conséquences sur la structure thermique obtenue à l'équilibre sont importantes, comme présenté au 3.2. *A fortiori*, le champ de déformation associé est également modifié. La figure 15 présente deux possibilités extrêmes pour cette grandeur : conditions basales en bords libres ou bien rigides.

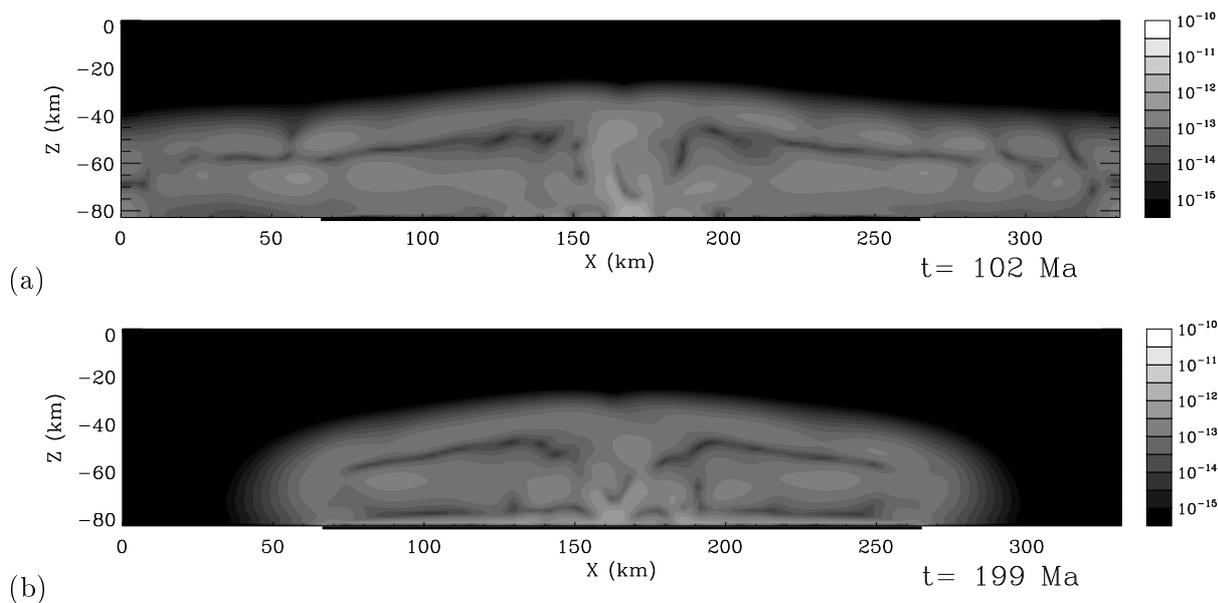


FIG. 15 – *Champs de taux de déformation pour différentes conditions mécaniques. Plus exactement, la quantité visualisée est  $\dot{\epsilon}$  ( $s^{-1}$ ), le taux de déformation effectif. Exemple pour la base de la couche de glace entièrement (a) en bords libres ou (b) rigides ; la taille de l'étendue liquide (trait sous le domaine) représente 60 % de la longueur de la boîte cartésienne.*

Le couvercle rigide contraste avec une zone à forte déformation – la région chaude – dont l'étendue latérale est sensiblement différente dans les deux cas de la figure 15. En effet, dans le premier, la déformation effective est importante ( $> 10^{-13} s^{-1}$ ) sur toute la moitié inférieure de la couche de glace alors que, dans le second, elle reste confinée au niveau de la large structure du panache. Cette dissemblance, déjà visible avec les champs de température présentés au 3.2, semble encore plus exprimée à travers le taux de déformation. En outre, dans la solution en bords libres, il faut noter la présence d'un mince secteur à faible déformation. Celui-ci est présent dans les parties latérales du panache chaud, à une profondeur correspondant au centre de ce dernier ; il coïncide avec les régions de transfert horizontal de matière, caractérisées par des variations de vitesse moindres, et donc une déformation particulièrement faible. Ce fin ruban se retrouve, toutefois moins étendu, dans la solution en bords rigides.

De plus, le second exemple montre une autre zone à faible déformation au sein du milieu chaud, juste au-dessus de la base où, à l'inverse, cette grandeur atteint de fortes valeurs. L'explication est simple : la prescription d'une vitesse horizontale nulle en bordure inférieure du domaine va nécessairement entraîner un fort gradient de vitesse juste au-dessus. Autrement dit, la déformation sera concentrée en cet endroit et donc beaucoup moins importante par dessus. L'interdiction du cisaillement basal rend bien entendu impossible une telle localisation dans la solution du premier exemple.

À présent, intéressons-nous à l'effet des conditions aux limites sur le flux de chaleur vertical qui va pouvoir être évacué de la couche liquide. Le tableau 5 illustre, pour cette grandeur considérée à la base, les résultats que nous avons obtenus pour les différentes configurations thermo-mécaniques testées.

TAB. 5 – Flux de chaleur basal à l'équilibre pour différentes conditions thermo-mécaniques. Pour deux tailles de couche liquide, les flux de chaleur moyens à la base ( $\langle F_b \rangle$ ) et le pic de flux atteint ( $F_b^{max}$ ) sont reportés ( $mW.m^{-2}$ ). Les premiers sont calculés seulement au niveau de la zone liquide ; à l'extérieur (cas à 60 % de liquide), une valeur constante de  $1,1 mW.m^{-2}$  est maintenue (silicates ; cf. 1.2).

Zone liquide	Grandeur	Bords rigides	Bords libres	Conditions mixtes
100 %	$\langle F_b \rangle$	15,5	17,3	-
	$F_b^{max}$	39,0	54,3	-
60 %	$\langle F_b \rangle$	17,3	19,7	19,2
	$F_b^{max}$	85,4	82,5	93,1

Il ressort que l'effet des conditions aux limites mécaniques reste minime. Dans le détail, le flux de chaleur moyen, au niveau de la zone liquide à 60 %, sera plus fort de  $2,4 mW.m^{-2}$  en conditions en bords libres, par rapport à la configuration opposée, avec une valeur intermédiaire pour la solution mixte. Là encore, l'explication est aisée : le déplacement basal de matière, autorisé dans le premier cas, va permettre un acheminement de matériau chaud plus facile vers le panache central (voir champs de température et de vitesse au 3.2). Par conséquent, la température au-dessus du réservoir sera plus faible, produisant un flux de chaleur plus élevé. Cette différence se retrouve dans la solution de type RAYLEIGH-BÉNARD, dans une moindre mesure ( $+1,8 mW.m^{-2}$ ). Enfin, comparativement, une quantité d'énergie plus importante va pouvoir être évacuée de la couche à 60 %. Ceci est lié aux valeurs au moins deux fois plus élevées des pics de flux de chaleur observés sur les bords de la zone liquide, par rapport à celles des maxima localisant les panaches froids descendants présents pour 100 % de liquide.

L'ensemble des autres simulations 2D, pour l'étude de la stabilité de l'étendue d'eau liquide, a été réalisé avec des conditions aux limites en bords libres à la base. En effet, les tests présentés ci-dessus ont été effectués en parallèle du reste et, de ce fait, nous avons conservé les conditions mécaniques initialement prises pour la 2D, dans un souci de cohérence de l'ensemble. Cependant, les résultats du tableau 5 laissent penser que la quantité de chaleur qu'il est possible d'évacuer du réservoir n'a été que légèrement surestimée. L'effet majeur des conditions mécaniques à la base reste la modification de la géométrie du champ de température ou de taux de déformation (fig. 10 et 15). Étant donné les temps de calcul importants nécessaires pour les simulations 3D, nous n'avons pas encore pu réaliser des tests semblables à ceux présentés dans cette annexe, même s'il semble naturel que nous obtenions des résultats du même type.

## Liste des symboles

La présente liste regroupe l'ensemble des symboles utilisés tout au long de ce mémoire. Bien que ces derniers soient définis au fur et à mesure de leur introduction, il m'a semblé utile, pour le lecteur, de fournir une table (tab. 6) permettant, entre autre, un rapide accès aux grandeurs physiques rencontrées.

TAB. 6 – *Symboles et notations utilisés dans ce mémoire. Les dénominations en caractères italiques indiquent les paramètres sur lesquels reposent directement les modèles mis en œuvre. Par défaut, les propriétés physiques font référence à la glace de type I. Les pages indiquées renvoient à la première apparition du symbole.*

SYMBOLE	DÉNOMINATION	PAGE
<hr/>		
Grandeurs thermodynamiques		
$\alpha$	<i>Coefficient de dilatation volumique</i>	4
$\rho$	<i>Masse volumique</i>	4
$\rho_l$	<i>Masse volumique de l'eau liquide</i>	7
$k$	<i>Conductivité thermique</i>	4
$\kappa$	<i>Diffusivité thermique</i>	4
$c_p$	<i>Capacité thermique massique à pression constante</i>	4
$L$	<i>Chaleur latente massique de cristallisation</i>	4
$T$	Température	5
$\Delta T$	<i>Saut de température à travers la couche</i>	5
$H_{rad}$	Taux de chauffage radioactif des silicates	6
$H$	Taux de chauffage interne volumique (marée)	6
$H_{max}$	<i>Taux maximal de dissipation de marée</i>	7
$F_b$	Flux de chaleur à la base	19
$F_{sil}$	<i>Flux de chaleur imposé à la base par les silicates</i>	11
$F_\lambda$	Flux de chaleur en surface moyenné en latitude	16
$F_b^c$	Flux de chaleur en base du domaine courbe (2D)	29
$F_b^r$	Flux de chaleur en base du domaine rectangulaire (2D)	29
$\mathcal{P}$	Puissance radioactive par unité de longueur (2D)	29
$p$	Champ de pression dynamique	5
<hr/>		
Grandeurs rhéologiques		
$\mu$	Viscosité newtonienne	4
$\mu_h$	Viscosité newtonienne incluant la phase liquide	7
$\mu_A$	Viscosité pour une loi d'ARRHENIUS	4
$\mu_{FK}$	Viscosité pour une loi de FRANK-KAMENETSKII	5
$\gamma$	<i>Paramètre de la loi de FRANK-KAMENETSKII</i>	5
$E$	<i>Énergie d'activation</i>	5
$\sigma_{ij}^d$	Partie déviatorique du tenseur des contraintes	4
$\sigma$	Contrainte effective	4
$\dot{\epsilon}_{ij}^d$	Partie déviatorique du tenseur des taux de déformation	4
$\dot{\epsilon}$	Taux de déformation effectif	4
$\mathcal{G}$	Module élastique de rigidité	6
$\mu_{opt}$	<i>Viscosité optimale pour la dissipation de marée</i>	7

*Suite ci-après...*

SYMBOLE	DÉNOMINATION	PAGE
(Suite)		
$d$	Paramètre d'endommagement	12
$\delta d$	Incrément arbitraire d'endommagement (rupture)	13
$\sigma_Y$	Contrainte (seuil) de rupture	13
$m$	Paramètre de sensibilité de la viscosité à l'endommagement	12
$a$	Fraction de travail utile pour la création d'endommagement	13
$c$	Taux de décroissance d'endommagement pour $T' = 0$	13

#### Fusion partielle et zone liquide

$x_f$	Fraction massique de liquide produite	7
$x_f^s$	Seuil de percolation du liquide	7
$x_f^*$	Fraction massique de liquide en excès	7
$\delta x_f^*$	Fraction massique de liquide en excès d'une cellule basale	11
$\mathbf{f}$	Composante de flottabilité négative (fusion)	7
$\gamma_f$	Paramètre correctif pour la viscosité (fusion)	7
$h, l, e$	Épaisseur, largeur et longueur de la couche liquide	10
$m_l$	Masse d'eau dans la zone liquide	10
$\varrho$	Masse surfacique du réservoir d'eau liquide	10
$\Delta F_x, \Delta F_z$	Excès/défaut de flux de chaleur (horizontal et vertical) sortant de la couche liquide	11
$\left. \frac{\partial T}{\partial x} \right _{x_n}$	Flux de chaleur passant à travers les surfaces horizontales (coord. $x_n$ ) de la zone liquide	11
$\Delta l$	Terme source de longueur total de la couche liquide	11
$\delta l$	Source de longueur du réservoir associée à $\delta x_f^*$	11
$\beta$	Poids associé aux conditions aux limites pour la zone liquide (2D, 3D)	12
$\beta_{mix}$	Poids $\beta$ pour une case mixte (3D)	13
$\theta_l$	Colatitude limite pour la zone liquide (3D)	13

#### Géométrie (2D/3D)

$b$	Épaisseur du manteau de glace	4
$R_i, R_e$	Rayons interne et externe du manteau	29
$\Gamma$	Rapport du rayon interne au rayon externe du manteau	9
$\ell_i, \ell_e$	Largeurs interne et externe du domaine courbe (2D)	29
$\Delta\Theta$	Amplitude angulaire du domaine courbe (2D)	29
$x, y, z$	Coordonnées cartésiennes	8
$r, \xi, \eta$	Coordonnées du système de la sphère cubique	9
$\lambda$	Latitude	16
$N_x, N_z$	Tailles (nombre de cellules) horizontale et verticale du maillage 2D	8
$\delta x, \delta z$	Étendues horizontale et verticale d'une cellule du maillage 2D	8
$N_r, N_\xi, N_\eta$	Taille (nombre de cellules) d'un bloc de sphère cubique selon les direction $r, \xi$ et $\eta$	10
$\theta_j$	Colatitude du centre d'une cellule $j$ donnée (3D)	13
$\Delta\theta$	Amplitude angulaire approximative d'une cellule (3D)	13

Suite ci-après...

SYMBOLE	DÉNOMINATION	PAGE
<i>(Suite)</i>		
Constantes		
$\mathbf{g} = g \hat{\mathbf{e}}_z$	<i>Champ de pesanteur en surface d'Encelade</i>	4
$\mathcal{A}$	<i>Albédo moyen d'Encelade</i>	13
$F_{sol}$	<i>Flux radiatif solaire moyen au niveau de Saturne</i>	13
$\omega$	<i>Fréquence angulaire orbitale d'Encelade</i>	6
$R_S$	<i>Rayon équatorial moyen de Saturne</i>	1
$R$	<i>Constante des gaz parfaits</i>	5
$\sigma_{SB}$	<i>Constante de STEFAN-BOLTZMANN</i>	13
Notations		
$\bullet^{max}$	<i>Valeur maximum</i>	24
$\langle \bullet \rangle$	<i>Valeur moyenne</i>	11
$\bullet'$	<i>Variable adimensionnée</i>	6
$\bullet_i$	<i>Grandeur calculée à une itération <math>i</math> donnée</i>	8
$\bullet_f$	<i>Valeur au point de fusion</i>	5
$\bullet_s$	<i>Valeur en surface</i>	6
$\bullet_{ref}$ ou $\bullet_0$	<i>Valeur de référence</i>	5
$\frac{D\bullet}{Dt}$	<i>Dérivée lagrangienne (ou particulaire)</i>	6
$\dot{\bullet} = \frac{\partial \bullet}{\partial t}$	<i>Notation pointée pour la dérivée temporelle</i>	4
Autres		
$\mathbf{V}$	<i>Champ de vitesse</i>	5
$V_x$	<i>Composante horizontale de la vitesse (2D)</i>	11
$Ra$	<i>Nombre de RAYLEIGH</i>	6
$\mathcal{A}$ à $\mathcal{D}$	<i>Phase du resurfaçage</i>	23
$\mathcal{D}_0$	<i>Instant initial de la phase <math>\mathcal{D}</math> du resurfaçage</i>	23
$\mathcal{D}_{1/4}, \mathcal{D}_{1/2}$	<i>Stades de la phase <math>\mathcal{D}</math> du resurfaçage</i>	23
$\hat{\mathbf{e}}_z$	<i>Vecteur unitaire dirigé suivant la verticale descendante</i>	6
$t$	<i>Temps</i>	6
$M$	<i>Point générique sur la sphère</i>	9

## Table des figures

1	<i>La surface d'Encelade</i> . . . . .	1
2	<i>Le maillage de la sphère cubique</i> . . . . .	9
3	<i>Principe de l'introduction d'une zone liquide dans le modèle cartésien 2D</i> . . . . .	10
4	<i>Solution sphérique pour une couche liquide de 120°</i> . . . . .	15
5	<i>Structure 3D de la convection pour une zone liquide de 120°</i> . . . . .	15
6	<i>Effet de l'étendue de la zone liquide</i> . . . . .	16
7	<i>Principe de passage du modèle sphérique au modèle cartésien</i> . . . . .	17
8	<i>Équilibre thermique pour une couche liquide sur toute la base de la glace</i> . . . . .	19
9	<i>Équilibre thermique pour une couche liquide sur 60 % de la base de la glace</i> . . . . .	19
10	<i>Effet de conditions aux limites mécaniques mixtes</i> . . . . .	19
11	<i>Effet du chauffage de marée sur l'évolution de la couche liquide</i> . . . . .	20
12	<i>Effet de la fraction de liquide maximale dans la glace</i> . . . . .	21
13	<i>Déroulement du resurfaçage de type « froid »</i> . . . . .	23
14	<i>Domaine géométrique courbe (2D) et approximation cartésienne</i> . . . . .	29
15	<i>Champs de taux de déformation pour différentes conditions mécaniques</i> . . . . .	30

## Sources des images

- figure 1(a) : URL = [http://ciclops.org/media/ir/2005/1266\\_3112\\_1.png](http://ciclops.org/media/ir/2005/1266_3112_1.png) ;
- figure 1(b) : Spencer & Grinspoon [2007], fig. 1 (p. 377), URL = <http://saturn.jpl.nasa.gov/multimedia/images/moons/images/PIA09037-br500.jpg> ;
- figure 2(a) : Choblet *et al.* [2007], fig. 2 (p. 13) ;
- figure 2(b) : Choblet *et al.* [2007], fig. 1 (p. 12).

## Liste des tableaux

1	<i>Paramètres thermodynamiques du manteau de glace</i> . . . . .	4
2	<i>Paramètres pour la viscosité du manteau de glace</i> . . . . .	5
3	<i>Flux de chaleur et puissance à l'équilibre en surface de la coquille sphérique</i> . . . . .	17
4	<i>Grandeurs caractéristiques des resurfaçages de type « froid » et « chaud »</i> . . . . .	24
5	<i>Flux de chaleur basal à l'équilibre pour différentes conditions thermo-mécaniques</i> . . . . .	31
6	<i>Symboles et notations utilisés dans ce mémoire</i> . . . . .	32

## Références

- Auth, C., Bercovici, D., & Christensen, U. R., 2003. Two-dimensional convection with a self-lubricating, simple-damage rheology, *Geophysical Journal International*, **154**, 783–800.
- Barr, A. C. & McKinnon, W. B., 2007. Convection in Enceladus' ice shell : Conditions for initiation, *Geophysical Research Letters*, **34**, 9202–+.
- Bland, M. T., Beyer, R. A., & Showman, A. P., 2007. Unstable extension of Enceladus' lithosphere, *Icarus*, **192**, 92–105.
- Brown, R. H., Clark, R. N., Buratti, B. J., Cruikshank, D. P., Barnes, J. W., Mastrapa, R. M. E., Bauer, J., Newman, S., Momary, T., Baines, K. H., Bellucci, G., Capaccioni, F., Cerroni, P., Combes, M., Coradini, A., Drossart, P., Formisano, V., Jaumann, R., Langevin, Y., Matson, D. L., McCord, T. B., Nelson, R. M., Nicholson, P. D., Sicardy, B., & Sotin, C., 2006. Composition and Physical Properties of Enceladus' Surface, *Science*, **311**, 1425–1428.
- Choblet, G., 2005. Modelling thermal convection with large viscosity gradients in one block of the “cubed sphere”, *Journal of Computational Physics*, **205**, 269–291.
- Choblet, G., Cadek, O., Couturier, F., & Dumoulin, C., 2007. EDIPUS : a new tool to study the dynamics of planetary interiors, *Geophysical Journal International*, **170**(1), 9–30.
- Collins, G. C. & Goodman, J. C., 2007. Enceladus' south polar sea, *Icarus*, **189**, 72–82.
- Cruikshank, D. P., 1980. Near-infrared studies of the satellites of Saturn and Uranus, *Icarus*, **41**, 246–258.
- De La Chapelle, S., Milsch, H., Castelnau, O., & Duval, P., 1999. Compressive creep of ice containing a liquid intergranular phase : rate-controlling processes in the dislocation creep regime, *Geophysical Research Letters*, **26**, 251–254.
- Dougherty, M. K., Khurana, K. K., Neubauer, F. M., Russell, C. T., Saur, J., Leisner, J. S., & Burton, M. E., 2006. Identification of a Dynamic Atmosphere at Enceladus with the Cassini Magnetometer, *Science*, **311**, 1406–1409.
- Grott, M., Sohl, F., & Hussmann, H., 2007. Degree-one convection and the origin of Enceladus' dichotomy, *Icarus*, **191**, 203–210.
- Hansen, C. J., Esposito, L., Stewart, A. I. F., Colwell, J., Hendrix, A., Pryor, W., Shemansky, D., & West, R., 2006. Enceladus' Water Vapor Plume, *Science*, **311**, 1422–1425.
- Jones, G. H., Roussos, E., Krupp, N., Paranicas, C., Woch, J., Lagg, A., Mitchell, D. G., Krimigis, S. M., & Dougherty, M. K., 2006. Enceladus' Varying Imprint on the Magnetosphere of Saturn, *Science*, **311**, 1412–1415.
- Kargel, J. S. & Pozio, S., 1996. The Volcanic and Tectonic History of Enceladus, *Icarus*, **119**, 385–404.
- Kieffer, S. W., Lu, X., Bethke, C. M., Spencer, J. R., Marshak, S., & Navrotsky, A., 2006. A Clathrate Reservoir Hypothesis for Enceladus' South Polar Plume, *Science*, **314**, 1764–.
- McKinnon, W. B. & Barr, A. C., 2007. The Mimas Paradox Revisited Plus Crustal Spreading on Enceladus?, *LPI Contributions*, **1357**, 91–92.
- Meyer, J. & Wisdom, J., 2007. Tidal heating in Enceladus, *Icarus*, **188**, 535–539.
- Nimmo, F. & Pappalardo, R. T., 2006. Diapir-induced reorientation of Saturn's moon Enceladus, *Nature*, **441**, 614–616.

- Nimmo, F., Spencer, J. R., Pappalardo, R. T., & Mullen, M. E., 2007. Shear Heating at the “Tiger Stripes” of Enceladus?, in *Lunar and Planetary Institute Conference Abstracts*, vol. 38, pp. 1876–+.
- Porco, C. C., Helfenstein, P., Thomas, P. C., Ingersoll, A. P., Wisdom, J., West, R., Neukum, G., Denk, T., Wagner, R., Roatsch, T., Kieffer, S., Turtle, E., McEwen, A., Johnson, T. V., Rathbun, J., Veverka, J., Wilson, D., Perry, J., Spitale, J., Brahic, A., Burns, J. A., DelGenio, A. D., Dones, L., Murray, C. D., & Squyres, S., 2006. Cassini Observes the Active South Pole of Enceladus, *Science*, **311**, 1393–1401.
- Rappaport, N. J., Iess, L., Tortora, P., Anabtawi, A., Asmar, S. W., Somenzi, L., & Zingoni, F., 2007. Mass and interior of Enceladus from Cassini data analysis, *Icarus*, **190**, 175–178.
- Roberts, J. H. & Nimmo, F., 2008. Tidal heating and the long-term stability of a subsurface ocean on Enceladus, *Icarus*, **194**, 675–689.
- Ronchi, C., Iacono, R., & Paolucci, P. S., 1996. The “cubed sphere” : a new method for the solution of partial differential equations in spherical geometry, *Journal of Computational Physics*, **124**(1), 93–114.
- Ross, M. N. & Schubert, G., 1989. Viscoelastic models of tidal heating in Enceladus, *Icarus*, **78**, 90–101.
- Schubert, G., Anderson, J. D., Travis, B. J., & Palguta, J., 2007. Enceladus : Present internal structure and differentiation by early and long-term radiogenic heating, *Icarus*, **188**, 345–355.
- Showman, A. P. & Han, L., 2005. Effects of plasticity on convection in an ice shell : Implications for Europa, *Icarus*, **177**, 425–437.
- Sotin, C., Head, J. W., & Tobie, G., 2002. Europa : Tidal heating of upwelling thermal plumes and the origin of lenticulae and chaos melting, *Geophysical Research Letters*, **29**, 74–1.
- Spencer, J. & Grinspoon, D., 2007. Planetary science : Inside Enceladus, *Nature*, **445**, 376–377.
- Spencer, J. R., Pearl, J. C., Segura, M., Flasar, F. M., Mamoutkine, A., Romani, P., Buratti, B. J., Hendrix, A. R., Spilker, L. J., & Lopes, R. M. C., 2006. Cassini Encounters Enceladus : Background and the Discovery of a South Polar Hot Spot, *Science*, **311**, 1401–1405.
- Spitale, J. N. & Porco, C. C., 2007. Association of the jets of Enceladus with the warmest regions on its south-polar fractures, *Nature*, **449**, 695–697.
- Squyres, S. W., Reynolds, R. T., & Cassen, P. M., 1983. The evolution of Enceladus, *Icarus*, **53**, 319–331.
- Tobie, G., Choblet, G., & Sotin, C., 2003. Tidally heated convection : Constraints on Europa’s ice shell thickness, *Journal of Geophysical Research (Planets)*, **108**, 5124–+.
- Tobie, G., Mocquet, A., & Sotin, C., 2005. Tidal dissipation within large icy satellites : Applications to Europa and Titan, *Icarus*, **177**, 534–549.
- Tobie, G., Čadež, O., & Sotin, C., 2008. Solid tidal friction above a liquid water reservoir as the origin of the south pole hotspot on Enceladus, *Icarus*, **196**, 642–652.
- Waite, J. H., Combi, M. R., Ip, W.-H., Cravens, T. E., McNutt, R. L., Kasprzak, W., Yelle, R., Luhmann, J., Niemann, H., Gell, D., Magee, B., Fletcher, G., Lunine, J., & Tseng, W.-L., 2006. Cassini Ion and Neutral Mass Spectrometer : Enceladus Plume Composition and Structure, *Science*, **311**, 1419–1422.
- Wisdom, J., 2004. Spin-Orbit Secondary Resonance Dynamics of Enceladus, *The Astronomical Journal*, **128**, 484–491.

# Modélisation numérique de la dynamique interne d'Encelade : implications pour l'activité au pôle sud

## Résumé

Une étonnante activité thermique est en place au pôle sud d'Encelade. L'importante quantité de chaleur dégagée (4 à 8 GW) est probablement liée à un intense chauffage de marée au sein du manteau de glace. Des traces d'activité ancienne visibles en surface suggèrent que cette dissipation a été active par le passé. Ce phénomène nécessite la présence d'eau liquide en profondeur sur une partie de l'hémisphère sud. Ce travail consiste à étudier l'effet d'une zone liquide restreinte sur la dynamique de la couche de glace d'Encelade. Un modèle sphérique de convection thermique a permis d'obtenir une puissance totale en surface compatible avec celle estimée grâce à l'instrument CIRS/*Cassini*. Mais celui-ci n'explique pas la concentration de la chaleur observée au pôle sud. Dans ce contexte, une approche cartésienne 2D complémentaire a été menée afin d'étudier la dynamique locale et l'évolution du réservoir d'eau liquide pour divers paramètres-clés, tels que l'intensité du chauffage de marée ou l'importance de la fusion partielle. L'influence de la plasticité sur la mobilité de la lithosphère a été envisagée. Pour deux hypothèses extrêmes, une zone liquide ample et stable ou bien la cristallisation totale de l'étendue d'eau, un phénomène de localisation de l'énergie en surface, par renouvellement des couches superficielles, a été observé. Les flux de chaleur obtenus (150 à 300 mW.m<sup>-2</sup>) sont en bon accord avec les données *Cassini*.

---

## Numerical modelling of Enceladus' internal dynamics: implications for the south polar activity

### Abstract

Enceladus' south pole exhibits a surprising thermal activity. The large amount of heat released (4–8 GW) is probably due to significant tidal heating within the icy mantle. Evidences for ancient activity suggest this dissipation has been active in the past. This phenomenon requires the presence of deep liquid water over a portion of the southern hemisphere. In this work, the effect of a limited liquid zone on Enceladus ice layer dynamics is studied. A spherical model of thermal convection allow us to obtain a total surface power compatible with the CIRS/*Cassini*-derived estimates. But it cannot explain the observed heat concentration at the south pole. In this context, a complementary 2D Cartesian approach is also used to study the evolution of the liquid water reservoir for various key parameters, such as tidal heating intensity or partial melting. The influence of plasticity on the mobility of the lithosphere is investigated. For two endmember hypotheses, a wide-ranging and stable liquid layer or the complete crystallization of an initially narrow water pool, a concentration of energy to the surface owing to lithospheric overturn is observed. The obtained heat flows (150–300 mW.m<sup>-2</sup>) are in good agreement with the *Cassini* data.

---

### Adresse du laboratoire d'accueil

Laboratoire de Planétologie et Géodynamique, UMR-CNRS 6112,  
Université de Nantes, UFR Sciences et Techniques,  
2 rue de la Houssinière, BP 92208, 44322 NANTES Cédex 3 - FRANCE