

UNIVERSITÉ DE NANTES

ÉCOLE DOCTORALE

SCIENCES ET TECHNOLOGIES DE L'INFORMATION
ET MATHÉMATIQUES

Année 2010

N° B.U. : ED 503-106

**LOCALISATION MULTI-CAPTEURS D'UN VEHICULE
ROUTIER SOUS CONTRAINTES CARTOGRAPHIQUES**

Mise en œuvre d'un filtre particulière et d'une modélisation multivoies
de la route par des clothoïdes

THÈSE DE DOCTORAT

Spécialité : Automatique et Traitement du Signal

Présentée et soutenue publiquement par

AHMED SELLOUM

Le 19 Novembre 2010

au Laboratoire Central des Ponts et Chaussées

Jury

Rapporteurs :	Philippe BONNIFAIT	Professeur, Université de Compiègne
	Dominique MEIZEL	Professeur, ENSI Limoges
Examineurs :	Jean-Yves TOURNERET	Professeur, ENSEEIHT, Toulouse
	François PEYRET	Directeur de Recherche, LCPC, Nantes
	David BETAILLE	Chargé de Recherche, LCPC, Nantes
	Eric LE CARPENTIER	Maître de Conférence, Ecole Centrale de Nantes

Résumé

Dans le domaine des Systèmes de Transport Intelligents, de nombreuses aides à la conduite nécessitent la localisation précise et fiable du véhicule en temps réel sur une carte numérique. La technologie GPS, associée à une carte standard, s'avère généralement satisfaisante pour les systèmes classiques de navigation, toutefois elle souffre de sérieux problèmes quand l'application nécessite une précision au niveau de la voie de circulation avec un indicateur de confiance associé. La thèse s'appuie sur trois propositions qui permettent d'apporter une solution innovante au problème posé : 1) l'utilisation d'une carte numérique précise décrivant toutes les voies de la route sous la forme d'une succession de clothoïdes ; 2) le choix d'un vecteur d'état discret-continu comprenant directement les coordonnées du véhicule sur la carte ; 3) l'utilisation du filtrage particulaire qui permet de traiter les multi-hypothèses, d'estimer les probabilités associées à chacune et d'appliquer aisément les contraintes cartographiques. D'un point de vue pratique, cette assignation du véhicule à un tronçon de voie sur la carte est importante puisque les règles de conduite automobile et certaines informations au conducteur sont attachées à l'infrastructure à ce niveau de détail. La mise en œuvre de ce système a été menée en deux étapes. Dans un premier temps, la localisation du véhicule est effectuée par un filtre particulaire sous contraintes spatiales définies par une carte précise. Les résultats obtenus en simulation et à partir de données réelles font apparaître en détail les intérêts de la méthode proposée par rapport à un système classique. Dans un deuxième temps, l'exploitation de la contrainte directionnelle de la route et d'un multi-modèle d'évolution du véhicule permet de pallier les effets éventuels d'un mauvais gyromètre.

Abstract

In the field of Intelligent Transportation Systems, many Advanced Driver Assistance Systems require reliable and precise location of the vehicle in real time on a digital map. The GPS technology, combined with a standard map, is generally satisfactory for conventional navigation systems, however, it suffers from serious problems when the application requires an accuracy at a road lane level with a confidence indicator associated. The thesis is based on three proposals that bring an innovative solution to the problem : 1) the use of a precise digital map describing all the lanes of the road as a series of clothoids (spirals), 2) the choice of a discrete-continuous state vector that comprises directly the coordinates of the vehicle on the map, 3) the use of a particle filter that can handle multiple hypotheses, estimate the probabilities associated with each of them and apply easily cartographic constraints. From a practical standpoint, this assignment of the vehicle to a road lane on the map is important because the driving rules and some driver information are tied to the infrastructure at this level of detail. The implementation of this system was conducted in two steps. First, the location of the vehicle is done by a particle filter with space constraints defined by a precise map. The results obtained from simulation and real data show in detail the interests of the proposed method compared to a conventional system. In a second step, the use of the directional constraint of the road and of a vehicle evolution multi-model allows to remedy the possible effects of a bad gyro.

Remerciements

Je remercie tous les membres de mon jury, Monsieur Jean-Yves Tourneret pour l'avoir présidé, Monsieur Philippe Bonnifiat et Monsieur Dominique Meizel pour l'intérêt qu'ils ont porté à mon travail en acceptant d'être rapporteurs.

Je remercie également mon directeur de thèse Francois Peyret pour m'avoir accueilli dans son labo. Je souhaite remercier tout particulièrement David Bétaille et Eric Le Carpentier pour m'avoir encadré durant toutes ces années, pour leurs précieux conseils et leurs idées innovantes ainsi que pour toute la patience dont ils ont fait preuve lors de la correction de ce manuscrit.

Bien sur je remercie l'ensemble des personnes que j'ai pu cotoyer à la division Métrologie et Instrumentation du LCPC de Nantes, notamment Rafael Toledo-Moreo (chercheur invité), Miguel, Christian et sa femme, Philippe et sa femme, Jean-Marc, Sylvie et son mari, Fleury, Florian, Ré-Mi, William, Ahmed, Marie-Christine, Yveline et tous ceux que j'ai oubliés.

Enfin mes dernières pensées vont à l'ensemble des personnes de ma famille qui m'ont toujours encouragé à poursuivre cette voie et soutenu dans les moments difficiles. Je tiens à remercier beaucoup ma femme pour son soutien moral et son aide concernant les corrections orthographiques.

Table des matières

Table des matières	i
1 Introduction	1
2 Localisation embarquée	7
1 Localisation absolue	7
1.1 Description	7
1.2 Description du système GPS	8
1.3 Localisation absolue par satellites GPS	9
1.4 Localisation différentielle par mesure de pseudo-distances . . .	11
1.5 Localisation différentielle par mesure de phases	12
1.6 Points faibles du GPS	14
2 Localisation à l'estime	14
2.1 Odomètre	14
2.2 Gyromètre	15
2.3 Modèle cinématique du véhicule	16
2.4 Avantages et inconvénients de la localisation à l'estime	18
3 Localisation hybride	19
1 Modèle de Markov caché	20
2 Théorie du filtrage bayésien	21
2.1 Notations	21
2.2 Récurrence	22
3 Modèle linéaire et filtrage de Kalman	23
4 Modèle non-linéaire et extensions du filtrage de Kalman	25
4.1 Généralités	25
4.2 De la linéarisation au filtrage de Kalman étendu	26
4.3 Commentaires	26
5 Filtrage particulière	27
5.1 Approximation particulière	28
5.2 Application à l'estimation bayésienne	28
5.3 Filtre bootstrap	29
6 Application : localisation hybride lâche	32
6.1 Etat et observations du modèle markovien	32
6.2 Modèle de Markov caché	33
6.3 Test de rejet de l'observation GPS	34
6.4 Filtre de kalman étendu lâche	35
6.5 Filtre particulière lâche	37
7 Conclusion	37

4	Cartes standard et map-matching	39
1	Etat de l'art en matière de cartes numériques routières	39
1.1	Aspects géométriques	40
1.2	Aspects topographiques	41
1.3	Attributs	41
2	Etat de l'art en matière de map-matching	41
2.1	Les approches géométriques	41
2.2	Les approches multidimensionnelles	42
2.3	Les approches topologiques	42
3	Nouvelles données cartographiques pour les ADAS	43
4	Localisation aidée par la carte	44
5	Cartes précises	47
1	Modélisation clothoïdale par voie	47
1.1	Profil longitudinal	47
1.2	Profil transversal	49
1.3	Coordonnées de Frenet associées à une clothoïde	49
2	Estimation du profil longitudinal	51
3	Liens topologiques entre les éléments géométriques	56
4	Attributs de position relative entre éléments	58
5	Structure de la base de données	61
6	Localisation sous contrainte spatiale	63
1	Problématique	63
2	Caractérisation des données	64
2.1	Odomètre et gyromètre	64
2.2	GPS	66
2.3	Carte routière précise (ou Emap)	67
3	Modèle cinématique dans un repère de Frenet	67
3.1	Hypothèses du modèle cinématique	68
3.2	Calcul de $\ell[n]$	70
3.3	Calcul de $d[n]$	71
3.4	Bilan	72
4	Modèle markovien du système de positionnement	73
5	Modèle d'évolution	74
5.1	Phase de pré-évolution	75
5.2	Phase de changement d'élément	76
6	Loi d'observation	79
7	Filtre particulaire sous contrainte spatiale	79
7.1	Etape 1 : initialisation	80
7.2	Etape 2 : évolution	80
7.3	Etape 3 : correction GPS	82
7.4	Etape 4 : estimateur	83
7.5	Etape 5 : rééchantillonnage	85
7.6	Algorithme	86
8	Simulations	87
8.1	Site de test	87
8.2	Trajectoire de référence	88

8.3	Système classique de positionnement du véhicule	89
8.4	Réglage des deux filtres	90
8.5	Scénario de validation	91
8.6	Scénario avec un biais sur le GPS	93
8.7	Scénario avec un masque GPS	102
8.8	Bilan des simulations	106
9	Résultats expérimentaux	107
9.1	Carte précise du site de Satory-Versailles	107
9.2	Trajectoire de référence	107
9.3	Réglage des deux filtres	109
9.4	Scénario avec des capteurs haut de gamme	109
9.5	Scénario avec un gyromètre moyenne gamme et un masque GPS	112
10	Limites des performances du système proposé	114
11	Conclusion du chapitre	116
7	Robustification	117
1	Méthode de validation pour les mesures gyrométriques	118
2	Modification du test de consistance GPS	120
3	Résultats expérimentaux	122
3.1	Scénario avec un capteur MEMS et sans masque GPS	122
3.2	Scénario avec un capteur MEMS et un masque GPS	125
4	Conclusions	126
	Conclusion générale	129
	Conclusion	129
	Perspectives	130
	Bibliographie	131
	Liste des publications	137

TABLE DES MATIÈRES

Chapitre 1

Introduction

De nos jours, se déplacer dans la circulation est une activité qui reste dangereuse. Chaque année on estime le nombre des usagers de la route (automobilistes, deux-roues, piétons...) tués sur les routes européennes à 40 000 et le coût de ces accidents à 2% du PIB de l'Europe. Voilà une des raisons pour laquelle, à partir de 2001 et jusqu'à 2010, la communauté européenne s'est donnée comme objectif de réduire la surcharge des réseaux routiers et de diviser le nombre de tués sur la route par deux, le tout dans une optique de « mobilité durable ». Or, les méthodes dites de « sécurité passive » (airbags, protection de l'habitacle...) semblent avoir atteint leurs limites. D'où une orientation des recherches vers des systèmes de « sécurité active » depuis le milieu des années 80. Ces systèmes appartiennent à la famille des ITS (*Intelligent Transport systems*).

Les services offerts par les ITS ont pour ambition de répondre aux problématiques liées à la gestion de l'accroissement des déplacements de personnes et des flux relatifs au transport, selon trois volets « optimisation, sécurité/sûreté et confort ». Les recherches dans le domaine des ITS sont orientées sur six grands axes [Péa04] :

- les systèmes avancés de gestion du trafic (ATMS),
- les systèmes avancés d'information du voyageur (ATIS),
- les systèmes avancés d'aide à la conduite (ADAS),
- la gestion de flotte (CVO),
- les systèmes avancés pour les transports publics (APTS),
- et les systèmes avancés pour le transport rural (ARTS).

Nos recherches s'inscrivent dans la famille des ADAS. Le principe de ces systèmes d'aide est d'agir directement sur les automobilistes par le biais d'informations diffusées pour les aider à annuler ou diminuer un risque lié soit au trafic, soit à l'infrastructure locale. Parmi les applications de type ADAS, on peut citer les exemples suivants (voir figure 1.1) :

- **limiteur adaptatif de vitesse** (*Adaptive Cruise Control*) : le véhicule réduit automatiquement sa vitesse pour ne pas dépasser la limite autorisée sur la portion de route où il se trouve. Dans ce cas, le système doit distinguer les différentes voies entre elles pour pouvoir prendre la décision de réduire la vitesse automatiquement.
- **limiteur prédictif de vitesse** (*Predictive Cruise Control*) : le système assure une réduction automatique de la vitesse pour éviter la perte de contrôle dans les virages ou lors de présence d'obstacles sur la voie. Dans ce cas, le système doit aussi distinguer les différentes voies entre elles. En plus, il doit avoir une

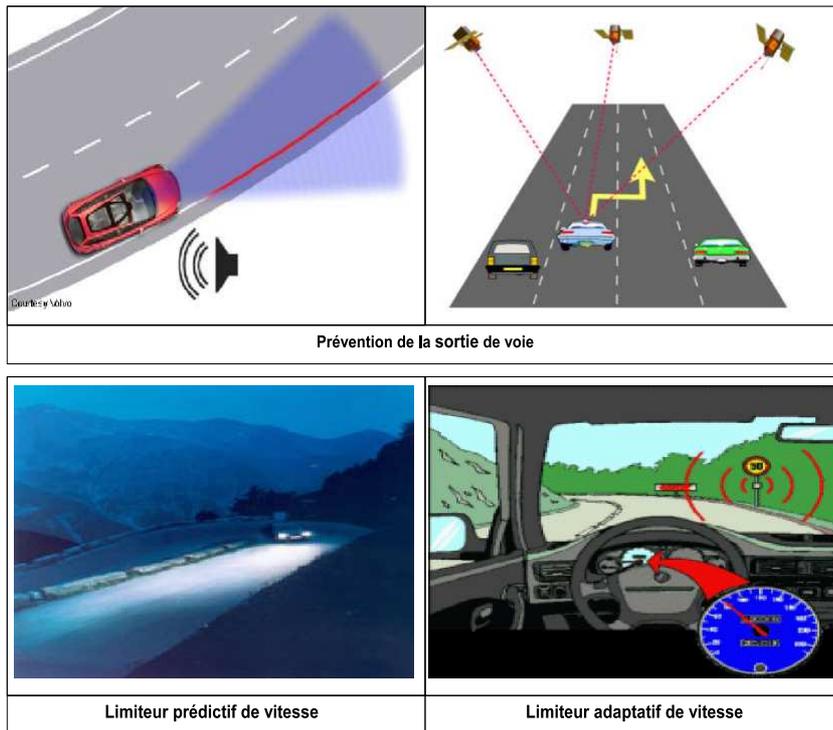


FIGURE 1.1 – Illustration de quelques applications avancées d'aide à la conduite

- bonne modélisation de la route et en particulier des virages.
- **prévention de la sortie de voie** (*Lane Keeping*) : grâce à la connaissance de sa position précise sur sa voie de circulation, le véhicule ajuste automatiquement sa position latérale pour ne pas sortir de sa voie.
- **assistance d'entrée sur autoroute** (*Intelligent Merging*) : lors de l'entrée sur une route rapide, l'insertion du véhicule dans le flux est facilitée grâce à une communication entre véhicules afin de ménager automatiquement un espace nécessaire au nouvel entrant.
- **conduite automatisée** : le contrôle du véhicule est entièrement automatisé. Le passager humain n'a plus qu'à entrer les coordonnées d'arrivée. Utilisée surtout pour les transports en commun (bus sans chauffeur) et aussi pour les futurs « Véhicules Individuels Publics (VIP) » qui sont des véhicules à usage partagé et à utilisation individuelle dédiés aux petits déplacements interurbains (projet CityVIP).

Pour que de telles applications puissent fonctionner, il est indispensable de localiser le véhicule sur la route. La structure fonctionnelle de ces systèmes peut être décomposée en trois blocs (voir figure 1.2) : les sources d'information, le système de localisation proprement dit et enfin l'application d'assistance au conducteur, par exemple : indiquer la meilleure route au conducteur. Dans les ADAS les plus avancés, ce dernier sous-système peut fournir par exemple toutes les informations et les commandes nécessaires pour éviter un obstacle ou une sortie de voie. Il est souvent

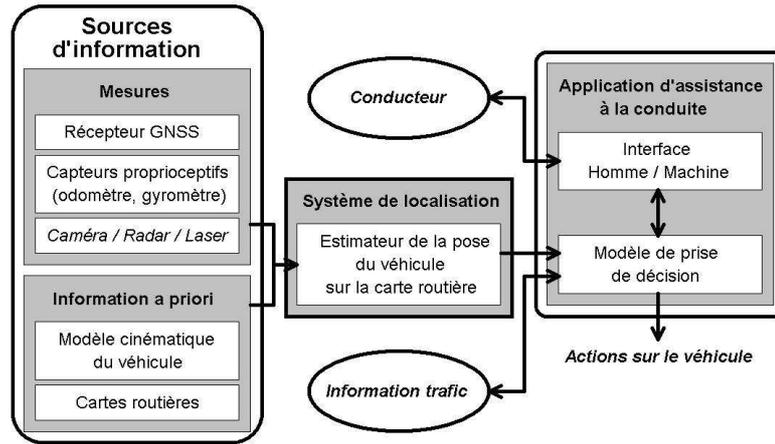


FIGURE 1.2 – Architecture fonctionnelle d'un ADAS

complexe et peut lui-même être décomposé en plusieurs modules fonctionnels. A titre d'exemple, dans le cas d'un système d'aide à la navigation (couramment appelé à tort « GPS »), ces modules sont :

- un module de planification, qui estime le meilleur itinéraire local selon une destination définie par le conducteur,
- une interface homme-machine (écran, haut-parleur...) qui propose des conseils et diffuse des informations au conducteur pour faire en sorte que le véhicule suive l'itinéraire calculé.

Quant au système de localisation, il estime et fournit au module d'assistance différentes informations sur l'état cinématique du véhicule comme sa position et sa vitesse. Par conséquent, l'efficacité et la performance du module d'assistance sont fortement liées à la précision, la fiabilité et le temps de réponse du système de localisation.

Pour estimer l'état cinématique du véhicule, le système de localisation peut se contenter d'un simple récepteur GPS, mais, pour les applications les plus avancées, il est souvent incontournable de faire appel à la fusion de données en provenance de plusieurs sources d'information. Ces données peuvent provenir (voir figure 1.2) :

- des systèmes de positionnement global terrestre (GNSS),
- d'autres systèmes de radionavigation terrestres (RF-based navigation),
- de capteurs proprioceptifs qui observent la cinématique du véhicule (odomètre et centrale inertielle),
- et enfin de capteurs extéroceptifs de type Camera/Radar/Laser fournissant des images.

Toutes ces informations sont généralement utilisées actuellement, soit dans les ADAS existants soit dans le cadre des recherches et développements qui sont menés pour améliorer leurs performances et préparer les ADAS futurs. Par ailleurs, toute infor-

mation utile et disponible pouvant contribuer à l'amélioration des performances peut également faire partie des données qui sont nécessaires à la fusion. Dans cette catégorie, une source d'information particulièrement intéressante est la carte numérique de la route. Toutefois, tout modèle cinématique du véhicule traduisant des contraintes sur son évolution peut également être rangé dans cette catégorie d'informations a priori.

Actuellement, les systèmes de localisation utilisés pour la navigation ont une précision de quelques mètres. Cette précision est suffisante pour, par exemple, avertir le conducteur d'un changement de direction avant un carrefour. En revanche, la plupart des ADAS, notamment ceux que l'on a présentés plus haut, exigent une précision plus élevée, typiquement sub-métrique, afin de pouvoir localiser le véhicule à l'intérieur d'une voie de circulation.

Les approches existantes capables de répondre à ces exigences de précision sont des approches utilisées dans la communauté de la robotique mobile. Ces systèmes de localisation se basent en général sur le principe de la fusion des informations provenant de systèmes de positionnement par satellites (GPS différentiel de phase par exemple pour les engins de chantier automatisés) et des systèmes inertiels de haute précision (notamment dans les véhicules militaires). Cependant, dans le domaine automobile ces capteurs restent chers, difficiles à mettre en oeuvre (il y a par exemple la nécessité d'avoir une station de base à proximité du véhicule pour l'utilisation du GPS différentiel de phase) et sont souvent peu fiables, ce qui écarte l'utilisation de ces techniques de localisation pour répondre à notre problématique.

Pour répondre à cette problématique, nous avons centré les recherches dans cette thèse sur la localisation contrainte sur une carte routière précise, en cherchant à exploiter au maximum les informations pouvant être présentes dans cette carte. En effet, si on connaît la (ou les) voie(s) sur laquelle (lesquelles) le véhicule peut être, l'introduction de contraintes routières est possible et rend non seulement le problème de localisation théoriquement mieux configuré au sens de l'observabilité mais peut également augmenter la précision de la localisation du véhicule. A priori, il faut donc avoir une carte précise. Pour cela, nous utilisons un nouveau modèle de carte, décrivant de façon précise toutes les voies de circulation, tant d'un point de vue géométrique que topologique.

Dans cette thèse, on propose un système de localisation embarquée susceptible de répondre à la fois à l'exigence de précision (le niveau de la voie) et aux contraintes du monde de l'automobile, à savoir le faible coût, la facilité de mise en oeuvre et la fiabilité du système. Ainsi, les sources d'informations utilisées dans ce système sont : un GPS naturel ou corrigé par EGNOS¹(quand celui-ci est disponible), un odomètre, un gyromètre de technologie MEMS² ou FOG³ et une carte précise de l'environnement routier.

La première partie du rapport est bibliographique. Elle se décompose en trois chapitres. Le premier chapitre rappelle les technologies de localisation usuelles utilisées dans le monde automobile, en séparant la localisation absolue de la localisation à l'estime. Le deuxième chapitre présente les principes de la localisation hybride utilisant la théorie du filtrage bayésien, en particulier le filtre de Kalman étendu et

1. EGNOS : European Geostationary Navigation Overlay Service

2. MEMS : Microelectromechanical systems

3. FOG : fibre optic gyroscope

le filtre particulière de type Bootstrap. Le troisième chapitre est consacré aux cartes routières numériques et aux méthodes de map-matching qui permettent d'obtenir la position du véhicule sur la carte. Un état d'art est également fait pour présenter les méthodes qui introduisent les informations de la carte dans le processus de localisation du véhicule sur la route.

La deuxième partie est originale et présente une approche 2D de la problématique de la localisation hybride sous contraintes cartographiques. Trois chapitres composent cette partie : le premier présente le modèle de carte précise qui a été développé pour les besoins de notre approche. Le deuxième décrit le système proposé pour la localisation contrainte sur une carte précise. Il repose sur une méthode de fusion bayésienne combinant les données proprioceptives et extéroceptives sous contraintes cartographiques. Enfin, le troisième présente une version améliorée de ce système, utilisant une information cartographique également sur le cap du véhicule, permettant ainsi de pallier d'éventuels défauts du gyromètre.

Chapitre 2

Localisation embarquée dans les systèmes d'aide à la conduite

Introduction

En robotique mobile, on distingue trois types de localisation différente selon la nature des informations utilisées. (1) **La localisation absolue** où les mesures des capteurs extéroceptifs permettent de déterminer directement la position du robot dans un référentiel donné. (2) **La localisation à l'estime** où la position relative du robot est calculée par intégrations successives des informations des capteurs proprioceptifs décrivant son déplacement relatif, et enfin, (3) **la localisation hybride** où la position du robot est estimée en utilisant conjointement les deux types de capteurs. Dans ce chapitre, on présente ces deux premières méthodes de localisation du véhicule, la troisième étant détaillée dans le chapitre suivant.

1 Localisation absolue

1.1 Description

La localisation absolue est une méthode de localisation qui utilise des informations fournies par des capteurs extéroceptifs pour estimer la position du véhicule, soit directement dans un référentiel global, soit dans un référentiel local. Un capteur extéroceptif mesure soit la distance entre le véhicule et des balises situées dans son environnement, soit l'angle du véhicule par rapport à une direction donnée. Par exemple, les compas et les inclinomètres mesurent respectivement des angles par rapport au nord magnétique et à la gravité terrestre. On peut citer également les systèmes optiques (caméras, lidars, systèmes infrarouges) qui mesurent des distances ou des angles par rapport à des balises artificielles ou amers naturels disposés dans l'environnement. Signalons que le capteur extéroceptif le plus utilisé est sans aucun doute le système GPS qui mesure la distance de l'antenne du récepteur par rapport aux satellites de la constellation GPS en vue. La principale force du système GPS est d'abord son coût abordable, découlant de sa production à très grande échelle, mais aussi sa couverture mondiale qui en a fait une technologie extrêmement populaire pour les milliers d'applications qui requièrent la connaissance de la position des biens et des personnes. C'est pour ces raisons qu'on a décidé d'utiliser ce système

1. LOCALISATION ABSOLUE

dans nos expérimentations dans la suite de ce manuscrit. Le principe du système GPS est détaillé dans le paragraphe suivant.

1.2 Description du système GPS

Le système GPS (*Global Positioning System*) a été mis en oeuvre par le Ministère de la Défense Américaine (DOD). Il a été mis en place à partir de 1978 avec le lancement des premiers satellites et a été déclaré officiellement opérationnel en février 1994. Ce système est composé de trois segments : spatial, de contrôle et utilisateur.

Le segment spatial

Ce segment comporte un minimum de 24 satellites répartis sur six orbites planes quasi-circulaires à raison de quatre satellites par orbite (voir figure 2.1). Ces orbites ont toutes une inclinaison de 55° par rapport au plan de l'équateur. Les satellites évoluent à une altitude d'environ 20 200 km et avec une période d'à peu près 11 heures 58 minutes. Tous les satellites transmettent les signaux des messages de navigation sur deux porteuses de la bande L : L1 (1575,42 Mhz) et L2 (1227,6 Mhz). Ces porteuses sont modulées par deux codes pseudo-aléatoires de type PRN (*Pseudo Random Noise*) : C/A et P. Ces codes permettent aux récepteurs de calculer les (pseudo)distances aux satellites et également de distinguer les satellites entre eux. Le message de navigation inclut l'heure d'émission du message par le satellite, la position du satellite émetteur dans le référentiel ECEF (*Earth Centered Earth Fixed*) utilisé par le système (WGS 84), la description de l'orbite suivie (éphéméride) et diverses autres informations nécessaires au calcul des distances et de la position. Ces informations sont calculées et transmises aux satellites par les stations émettrices du segment de contrôle.

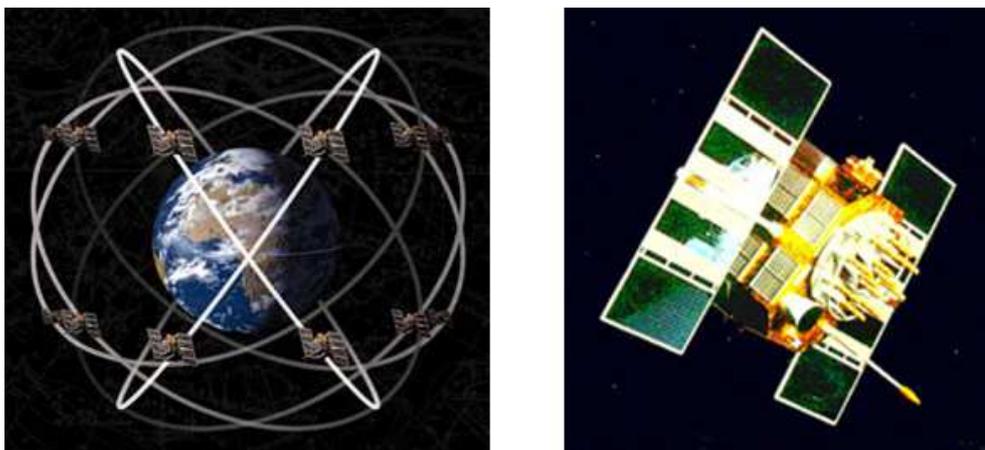


FIGURE 2.1 – Constellation et satellite GPS

Le segment de contrôle

Ce segment est composé d'un centre de calcul (MCS : Master Control Station) situé dans une base américaine à Colorado Springs (voir figure 2.2), de trois stations émettrices (Ground Antenna) qui remontent les paramètres estimés par la MSC aux

satellites et de cinq stations de contrôle réparties à travers le monde (Hawaii, Kwa-jalein, Ascension Island, Diego Garcia, Colorado Springs). Les stations de contrôle acquièrent et enregistrent les signaux de tous les satellites en vue et les transmettent au MSC. Ces informations sont traitées au centre de calcul MCS qui estime en temps réel tous les paramètres du système GPS dans son ensemble, en particulier les orbites des satellites et les paramètres de leurs horloges atomiques. Ces informations sont ensuite utilisées par les satellites pour mettre à jour leur message de navigation. Les paramètres nécessaires aux satellites leur sont transmis par les stations émettrices.

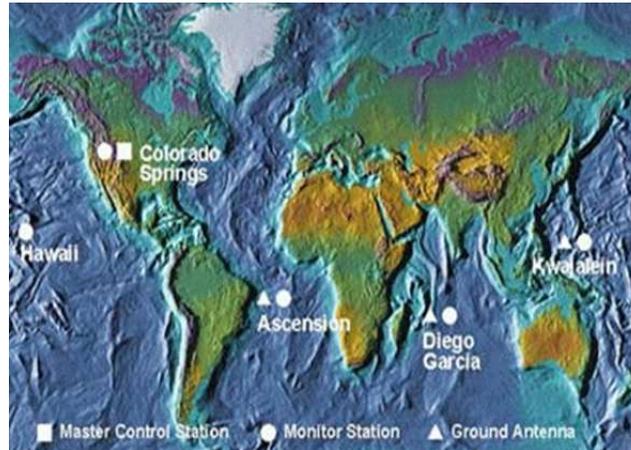


FIGURE 2.2 – Constellation et satellite GPS

Le segment utilisateur

Ce segment comprend l'ensemble des récepteurs civils et militaires qui reçoivent (et ne font que recevoir) les signaux des satellites du système. Ces récepteurs estiment la position, la vitesse et le temps précis de l'utilisateur à tout instant et à tout endroit du globe terrestre. Cette estimation peut être réalisée selon deux méthodes différentes. La première n'utilise que les signaux reçus par le récepteur lui-même et est appelée localisation absolue par satellites ou encore GPS naturel (stand-alone en anglais). L'autre méthode utilise une station de base (dont la position est parfaitement connue) qui transmet au récepteur des informations lui permettant de corriger ses estimations de pseudo-distances et ainsi d'améliorer sa précision. Cette méthode s'appelle la localisation relative par satellites.

1.3 Localisation absolue par satellites GPS

Le principe est de mesurer les distances du récepteur à plusieurs satellites simultanément et d'en déduire, à partir des coordonnées des satellites, la position du récepteur [HWLC10]. Pour cela, le récepteur détermine les distances entre son antenne et chacun des satellites visibles par le récepteur. Cette distance est estimée à partir des mesures du temps de propagation du signal satellite-récepteur. Pour calculer le temps de parcours du trajet satellite-récepteur, le récepteur compare le signal satellitaire reçu (codé par les codes C/A et P sur la fréquence L1 et par le code P seulement sur L2) avec un signal identique généré par le récepteur. Cette réplique du signal est alignée avec le signal satellitaire reçu par décalages successifs

1. LOCALISATION ABSOLUE

du code de la réplique. Quand les deux signaux s'alignent, le récepteur est en mesure de calculer la différence de temps correspondante à la durée de propagation estimée du signal entre le satellite et le récepteur. On note Δt_n le temps de propagation du signal entre le satellite n et le récepteur. Ce temps de propagation multiplié par la vitesse de propagation de l'onde (la vitesse de la lumière dans le vide en première approximation) donne une mesure de distance entre le satellite et le récepteur. Cette distance est par la suite appelée pseudo-distance pour rendre compte du fait qu'elle est entachée d'une erreur systématique due à la non synchronisation de l'horloge du récepteur avec le temps GPS. De manière générale, il existe de nombreuses sources d'erreurs pouvant dégrader la mesure de pseudo-distance. On peut détailler les principales erreurs de la façon suivante :

1. l'erreur d'éphéméride E_{orb} causée par les écarts entre les paramètres exacts des orbites des satellites et les paramètres transmis au récepteur.
2. l'erreur due au décalage des horloges du récepteur dt_{rec} et du satellite dt_{sat} par rapport au temps GPS. Le premier écart est considéré comme une inconnue et estimé en même temps que les coordonnées du récepteur, tandis que le deuxième est partiellement modélisé.
3. les erreurs atmosphériques E_{atm} sont des retards dus à la traversée de l'ionosphère et de la troposphère.
4. le bruit du récepteur B_{rec} dépend de la qualité de l'électronique utilisée dans le récepteur, en particulier de ses corrélateurs qui constituent le coeur du récepteur.
5. l'erreur apportée par les multitrajets E_{mtr} causés par les réflexions ou les diffractions des signaux sur les obstacles du milieu environnant.

Ainsi, la pseudo-distance mesurée ρd_n par rapport au satellite n est différente de la mesure géométrique ρ_n satellite-récepteur.

$$\rho d_n = c.\Delta t_n = \rho_n + c.(dt_{sat_n} - dt_{rec}) + E_{orb} + E_{atm} + B_{rec} + E_{mtr} \quad (2.1)$$

avec :

$$\rho_n = \sqrt{(x_{ut} - x_{sat_n})^2 + (y_{ut} - y_{sat_n})^2 + (z_{ut} - z_{sat_n})^2} \quad (2.2)$$

où (x_{ut}, y_{ut}, z_{ut}) sont les coordonnées du récepteur et $(x_{sat_n}, y_{sat_n}, z_{sat_n})$ sont les coordonnées du satellite n . Le référentiel utilisé est le référentiel ECEF (Earth Centered Earth Fixed) appelé WGS 84 (World Geodetic System 1984). C'est un repère cartésien ayant comme origine le centre de la Terre, l'axe Oz est l'axe de rotation de la Terre ; l'axe Ox passe par l'intersection de l'équateur avec le méridien de Greenwich et l'axe Oy est orthogonal à Ox dans le plan de l'équateur.

Les erreurs ionosphériques et troposphériques peuvent être corrigées en utilisant des modèles de correction basés sur les données météorologiques [DBP⁺06]. Les erreurs d'éphéméride sont corrigées en faisant des mesures précises des positions des satellites qui sont par la suite actualisées régulièrement par les segments de contrôle. Le bruit du récepteur peut être réduit en améliorant les composants électroniques du récepteur. Le décalage de l'horloge du satellite est calculé à partir des paramètres du message GPS. Les coordonnées du satellite sont données par le message GPS. Ainsi, dans le cas où les erreurs de multitrajets sont négligées, on a donc 4 inconnues : $(x_{ut}, y_{ut}, z_{ut}, dt_{rec})$. Pour résoudre ce système, il faut au moins 4 équations donc 4

pseudo-distances sur 4 satellites. Alors, selon le principe de trilatération, la position du récepteur est l'intersection des 4 sphères dont les centres sont chacun des satellites et le rayon la pseudo-distance séparant le satellite du récepteur. Dans la pratique, le calcul est effectué de manière numérique, par une méthode de type moindres carrés, Newton ou filtrage de Kalman.

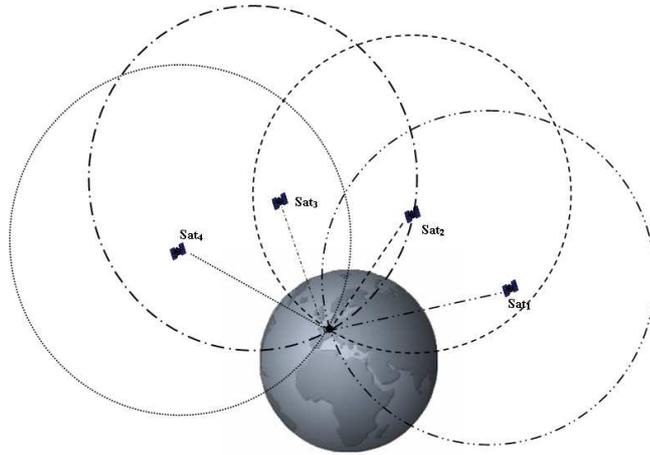


FIGURE 2.3 – Principe de la localisation absolue par satellite

En terme de précision de localisation, les sources d'erreurs liées au segment spatial et au contrôle sont submétrique. Il reste principalement des erreurs liées à l'utilisateur : d'une part, les modèles de corrections atmosphériques sont limités et nécessitent des mesures complémentaires qu'on ne fait jamais en pratique (mesures de température et d'humidité des couches d'air) ; d'autre part, l'environnement direct de l'antenne crée des trajets multiples (réflexions), dont les effets (i.e. des biais sur les pseudo-distances) coïncident souvent avec une diminution du nombre de satellites visibles... et donc à des erreurs de positions potentiellement grandes. La plupart des récepteurs GPS, sauf les plus haut de gamme avec rejet de multi-trajets, ne peuvent conserver dans de telles conditions d'usage la précision de quelques mètres typique du GPS naturel en environnement dégagé [DBP⁺06].

1.4 Localisation différentielle par mesure de pseudo-distances

Un moyen efficace permettant de réduire l'impact des erreurs inhérentes au GPS est le positionnement relatif. Le principe consiste à recueillir simultanément des observations de code au récepteur mobile de position inconnue et des observations similaires à une station de référence dont les coordonnées sont connues. Les mesures de distances effectuées pour cette station de référence sont comparées aux distances théoriques calculées à partir des coordonnées connues de la station et des satellites. Ces différences de distance représentent les erreurs de mesure et sont calculées pour chaque satellite à chaque époque d'observations. Par la suite, ces différences de distance deviennent des termes correctifs (aussi appelées corrections différentielles) qui sont appliqués aux mesures de distances déterminées par le récepteur mobile. De cette façon, les erreurs d'observations communes de la station de référence et du récepteur mobile sont éliminées ou fortement diminuées. Les erreurs sont d'autant plus corrélées que les 2 récepteurs sont plus rapprochés et donc l'amélioration de la

1. LOCALISATION ABSOLUE

précision finale en est d'autant meilleure.

Ce mode de calcul est principalement utilisé en temps réel, mais peut être également utilisé en temps différé. Les moyens de transmission sont extrêmement variés, allant de la sous-porteuse RDS de la bande FM aux systèmes de télécommunication cellulaire GSM ou GPRS, en passant par les modems UHF ou VHF, les émetteurs GO des balises côtières ou encore les satellites de télécommunication géostationnaires. Chaque moyen de transmission a ses avantages et ses inconvénients, les plus utilisés de nos jours étant les satellites géostationnaires et les réseaux de téléphonie cellulaire.

La précision peut être significativement améliorée par rapport au GPS naturel, le gain étant dépendant du système de DGPS utilisé et également de la proximité de la station de référence. Typiquement, une distribution d'erreur 2D standard en environnement dégagé de 3 m à 95% en GPS naturel peut être divisée par 3 ou 4 pour descendre en dessous des 0.8 m à 95% pour un très bon GPS différentiel. Le gain est de nos jours nettement moins intéressant qu'il ne l'était avant 2000 quand la Selective Availability (SA) était opérationnelle et que la précision du GPS naturel à 95% avoisinait les 100 m. En environnement très contraint, de type urbain dense, les erreurs dues aux multitrajets étant prédominantes et non corrigées par le principe du différentiel, le gain de précision devient encore moins important.

Le principe du GPS différentiel temps réel mono-référence a été étendu au concept du réseau de stations de référence, qui peut être déployé à l'échelle régionale, nationale ou même mondiale, avec un principe de calcul des corrections " à la demande " en utilisant non plus les corrections issues d'une seule référence mais une espèce de moyenne pondérée des corrections issues d'un groupe de stations de référence. Sur le territoire français, on peut citer les réseaux temps réel opérationnels suivants, basés sur des liens de télécommunication terrestres : ORPHEON, TERIA, S@t-Info. Les principaux services privés s'appuyant sur des satellites de télécommunication sont : OMNISTAR et NavCom (John Deere)

Parmi les systèmes différentiels existants, il convient de citer particulièrement le système européen EGNOS, conçu à l'origine pour l'aviation civile, qui a l'avantage de permettre, en plus de l'amélioration apportée en précision, un calcul de niveau de protection grâce aux informations relatives aux modèles d'erreur sur les pseudo-distances corrigées qui sont transmises à l'utilisateur par les satellites géostationnaires du système. Ces niveaux de protection permettent d'apporter de l'intégrité au service de positionnement, dans la mesure où les conditions de l'environnement du récepteur ne sont pas trop éloignées de celles d'un aéronef.

Pour conclure, en DGPS il reste comme source d'erreur prédominante les trajets multiples. En environnement dégagé où ceux-ci sont inexistantes, la précision de positionnement est submétrique à 95 %, et d'autant meilleure que les corrections différentielles sont élaborées sur zone.

1.5 Localisation différentielle par mesure de phases

Cette technique, la plus sophistiquée et performante du monde GPS, s'appuie à la fois sur le principe du GPS différentiel, qui utilise des données acquises sur une ou plusieurs stations de référence, et sur le principe de la mesure de phase, qui consiste à utiliser non plus le code porté par la porteuse, mais la porteuse elle-

même, L1 ou L2, pour calculer les pseudo-distances [DP04]. Ce mode de calcul est couramment appelé " mode cinématique ". Avec les mesures de phases se pose le problème de la résolution des ambiguïtés entières, provenant du fait qu'il est impossible de déterminer le déphasage complet entre 2 sinusoides à la mise en route des circuits électroniques.

Ce mode est beaucoup plus compliqué à mettre en oeuvre que celui basé sur le code. Pour cela, il existe des récepteurs spécifiques permettant d'exploiter le code et la phase sur les deux porteuses, la difficulté des calculs, principalement des calculs de levée des ambiguïtés, nécessitant d'exploiter toute l'information disponible dans les signaux GPS. Pour cela, le code militaire P doit être « contourné » par des méthodes mathématiques complexes qui permettent d'accéder à la phase de la porteuse L2 et également aux pseudo-distances du code P. Ces récepteurs bi-fréquences, du fait de leur électronique et de leurs firmwares sophistiqués sont nettement plus coûteux que les récepteurs standards utilisant le code L1, les réservant aux applications professionnelles de grande précision. Le mode cinématique peut être appliqué soit en temps réel, on parle alors de RTK (Real Time Kinematic) ; soit en mode post-traitement en temps différé à l'aide de logiciels spécialisés, auquel cas on parle de PPK (Post Processing Kinematic).

Les principaux inconvénients de cette technique de positionnement proviennent donc du fait que le nombre entier de longueur d'onde initial contenu dans la distance récepteur-satellite n'est pas mesurable par le récepteur. En effet, lorsque le récepteur compare la phase $\phi_{rec}(t_{rec})$ de son signal à la phase $\phi_{sat}(t_{sat})$ du signal émis par le satellite à l'instant t_{sat} et reçu par le récepteur à l'instant t_{rec} , on obtient un déphasage $\Delta\phi$ compris entre 0 et 1 cycle où un cycle représente 2π . Ce déphasage représente la partie fractionnaire de la différence $\phi_{rec}(t_{rec}) - \phi_{sat}(t_{sat})$. La différence de phase totale est :

$$\phi_{rec}(t_{rec}) - \phi_{sat}(t_{sat}) = \Delta\phi(t_{rec}) + N_{rec-sat}(t_{rec}) \quad (2.3)$$

où $N_{rec-sat}(t_{rec})$ est un nombre entier inconnu de cycles que le récepteur ne peut pas mesurer. Cette quantité est appelée *ambiguïté de phase* initiale. Par contre, une fois l'ambiguïté déterminée à l'instant initial, le récepteur est à même de compter le nombre entier de cycles cumulés depuis la première mesure, qu'il peut ajouter à la partie fractionnaire mesurée de façon continue, s'il n'y a pas d'interruption dans la réception du signal. Une interruption du signal d'un satellite nécessite une nouvelle phase d'initialisation sur le signal concerné, ce qui peut être très rapide si le nombre de satellites restants en vue est suffisant pour calculer la position.

La résolution de l'ambiguïté peut se faire soit en initialisant le GPS en un point dont la position est connue avec une très grande précision (clous IGN), soit par des algorithmes d'initialisation. Dans les modèles récents de GPS RTK, cette phase d'initialisation dure environ une minute et peut être effectuée « en vol », c'est à dire pendant le déplacement du mobile, contrairement aux premiers modèles dont la phase d'initialisation était bien plus longue et exigeait un arrêt pendant plusieurs minutes. Malgré le manque de robustesse dû au problème des ambiguïtés et à un prix élevé, la grande précision du GPS RTK (de l'ordre de 1 à 5 cm) justifie son utilisation dans de nombreuses applications de positionnement en environnement extérieur.

1.6 Points faibles du GPS

Le principal point faible du GPS est la disponibilité très variable des signaux et donc de la position qui en découle. En effet, la réception des signaux peut s'avérer très difficile, voire impossible, dans certains milieux (forêt, tunnel, bâtiment, etc.). Ce problème justifie l'utilisation des capteurs proprioceptifs dans les applications qui nécessitent une disponibilité continue de la position. Un autre point faible, dont l'origine est identique à celle du point précédent, est la dégradation des performances dans les environnements contraints. Dans les cas où le signal n'est pas complètement masqué, mais se propage dans un environnement contraint par des obstacles, il donne lieu à des réflexions qui se mélangent au signal direct et peuvent créer des biais sur les mesures de pseudo-distances, ces biais pouvant être de plusieurs mètres voire de dizaines de mètres sur les observables de code. Plusieurs moyens de lutter contre ce phénomène sont d'ores et déjà implémentés ou en cours de recherche, soit au niveau de corrélateurs eux-mêmes du récepteur, soit au niveau des mesures de pseudo-distances, en utilisant des techniques de FDE (Fault Detection and Exclusion) basées sur des tests statistiques [Mar10]. Le couplage ou la fusion de données avec des capteurs proprioceptifs peut s'avérer, là encore, très utile pour aider ou améliorer les algorithmes de FDE standard ne traitant que les pseudo-distances.

2 Localisation à l'estime

La localisation à l'estime, encore appelée localisation relative, repose sur une intégration des déplacements orientés successifs depuis sa configuration de départ pour estimer la pose du véhicule¹ au cours du temps. Ces déplacements orientés sont mesurés par des capteurs proprioceptifs. Parmi les capteurs les plus utilisés, on peut citer les codeurs optiques disposés dans les roues du véhicule ou sur un organe de la transmission (odomètres), les radars (ou sonar) à effet Doppler qui peuvent mesurer des vitesses dans le plan 2D, les accéléromètres et les gyromètres. Dans le cadre des travaux de cette thèse, on choisit d'utiliser l'odomètre et le gyromètre de cap. Ceux-ci sont décrits ci-dessous, ainsi qu'un modèle d'évolution du véhicule qui permet de les exploiter.

2.1 Odomètre

Un odomètre permet de fournir une quantification des déplacements curvilignes du véhicule en mesurant la rotation des roues. Ces mesures sont généralement réalisées par des codeurs incrémentaux couplés à l'axe des roues, la précision de la mesure dépendant ici directement de la résolution du codeur. On peut déduire aussi la vitesse de rotation angulaire par la différence de distance parcourue par la roue droite et gauche du véhicule entre 2 instants, mais cette utilisation n'a pas été considérée dans la thèse.

Pour l'odomètre utilisé dans notre cas, il est monté en sortie de boîte de vitesse. Il fonctionne sur le principe de la roue crantée tournant devant un capteur de proximité et envoie une impulsion à chaque fois que les roues ont parcouru 19.54 cm. Le comptage des impulsions nous donne une mesure de la distance parcourue par les

1. La pose du véhicule est définie ici par la position et le cap du véhicule

roues avant du véhicule. On note $ds[n]$ la distance réelle parcourue par le véhicule entre les instants $n - 1$ et n ; et $ds_{\text{Odo}}[n]$ la distance mesurée par l'odomètre. On a alors :

$$ds[n] = ds_{\text{Odo}}[n] + \epsilon_{\text{Odo}}[n] \quad (2.4)$$

où $\epsilon_{\text{Odo}}[n]$ est l'erreur de mesure. D'après [Lan06], cette erreur est composée de deux catégories.

1. Les erreurs systématiques : ces erreurs sont de deux natures : a) les erreurs sur les paramètres mécaniques du véhicule (diamètre apparent variable du fait des variations de pression du pneumatique ou de la variation de la charge du véhicule, etc.), elles sont en général compensées en utilisant des méthodes de calibrage ; b) les erreurs de mesure (résolution des codeurs, fréquence d'échantillonnage inexacte, etc.), qui ne peuvent pas être corrigées, mais sont généralement négligeables si le système de mesure n'est pas défaillant.
2. Les erreurs non systématiques : ces erreurs sont dues au contact véhicule/terrain et dépendent en général des caractéristiques de la surface de roulement : irrégularités (trous et bosses), présence d'objets sur la route ou encore glissement du véhicule (virage, terrain glissant). Ces erreurs non plus ne peuvent pas être corrigées.

Dans notre cas, un seul odomètre sur le train avant est utilisé. Les auteurs de [Lan06] montrent, par des essais expérimentaux, que l'erreur sur la distance parcourue par le véhicule, dans des conditions d'usage normal, est toujours inférieure à 1%. Nous supposons donc que l'erreur sur la donnée odométrique peut être décrite par la loi normale centrée d'écart-type :

$$\sigma_{\text{Odo}}[n] = \frac{ds_{\text{Odo}}[n]}{100} \quad (2.5)$$

2.2 Gyromètre

Un gyromètre permet de mesurer des vitesses de rotation angulaire. En robotique mobile, ce type de capteur constitue le complément idéal d'un capteur odométrique. Placé sur l'axe vertical du véhicule, il permet de mesurer la vitesse de rotation de celui-ci, encore appelée vitesse de variation de cap. On note $w[n]$ la vitesse de rotation réelle de l'axe vertical du véhicule entre les instants $n - 1$ et n , et $w_{\text{Gyro}}[n]$ la vitesse angulaire mesurée par le gyromètre. On a alors :

$$w[n] = K_{\text{Gyro}}w_{\text{Gyro}}[n] + \epsilon_w[n] \quad (2.6)$$

où

- K_{Gyro} est le facteur d'échelle,
- $\epsilon_w[n]$ modélise le bruit de mesure.

Dans [Hou04], [PBI96], ou encore [Par04] les auteurs affirment que l'on peut considérer que trois sources d'erreur influencent la mesure d'un gyromètre :

- **Le facteur d'échelle K_{Gyro}** : il n'évolue pas ou peu dans le temps, en conséquence une procédure de calibration permet d'estimer ce paramètre de manière définitive.

2. LOCALISATION À L'ESTIME

- **Le bruit de mesure** : il a pour origine le bruit des composants électroniques, le bruit de quantification, etc., il est en général considéré comme un bruit gaussien centré blanc.
- **Le biais b_{Gyro}** : il est différent à chaque mise sous tension et il évolue en fonction de la température. Plusieurs méthodes existent pour déterminer ce paramètre. La première consiste à placer le gyromètre dans une enceinte thermostatée, à effectuer plusieurs montées en température et à mesurer ce biais une fois que la température de tous les composants du capteur est stabilisée. Ensuite, lors de la localisation en temps réel, on ajuste ce paramètre en fonction de la température mesurée au niveau du gyromètre (tous ces capteurs sont en général équipés d'une sonde de température interne). Dans certains capteurs, cette compensation est faite de manière automatique, mais donne généralement de piètres résultats. Une deuxième méthode consiste à estimer la valeur du biais lors du processus de localisation en considérant que le biais peut être décrit par un processus markovien de type filtre autorégressif [Par04]. La méthode que nous avons utilisée dans notre approche consiste à déterminer le biais avant chaque expérimentation par une procédure d'apprentissage. Elle consiste à attendre quelques minutes que la température des composants du gyromètre soit stabilisée, véhicule à l'arrêt. Le biais est alors estimé en effectuant la moyenne des données fournies par le gyromètre pendant quelques minutes supplémentaires :

$$b_{\text{Gyro}} = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N K_{\text{Gyro}} w_{\text{Gyro}}[i] \quad (2.7)$$

où N est le nombre de données gyrométriques acquises pendant l'apprentissage. Alors, après la phase d'apprentissage, le biais est considéré connu et constant pendant une certaine durée, considérée comme suffisamment longue pour réaliser nos expérimentations.

Ainsi, nous supposons que l'erreur sur la donnée gyrométrique peut être décrite par la loi normale :

$$\epsilon_w[n] \sim \mathcal{N}(b_{\text{Gyro}}, ARW_{\text{construc}} / \sqrt{\Delta T[n]}) \quad (2.8)$$

où $\Delta T[n]$ est le temps écoulé entre deux instants successifs d'acquisition des données gyrométriques. Le terme ARW_{construc} représente la marche aléatoire angulaire (angular random walk) du gyromètre indiquée par le constructeur [Sto03]. Elle est exprimée en $\text{rad/s}/\sqrt{\text{Hz}}$, ou plus communément en $\text{deg}/\sqrt{\text{h}}$.

Rappelons que l'objectif de la localisation à l'estime est de déterminer la position du véhicule en intégrant successivement des déplacements orientés élémentaires mesurés par l'odomètre (ds) et le gyromètre (w). Ces capteurs mesurant des paramètres cinématiques du véhicule pendant son évolution (variations de distance parcourue et variations de sa direction), la connaissance de la cinématique du véhicule permettant de calculer la pose du véhicule à partir de ces mesures est ici requise.

2.3 Modèle cinématique du véhicule

Nous proposons ici les équations cinématiques permettant d'obtenir la pose du véhicule. Nous avons choisi un modèle très simple de type bicyclette, les objectifs

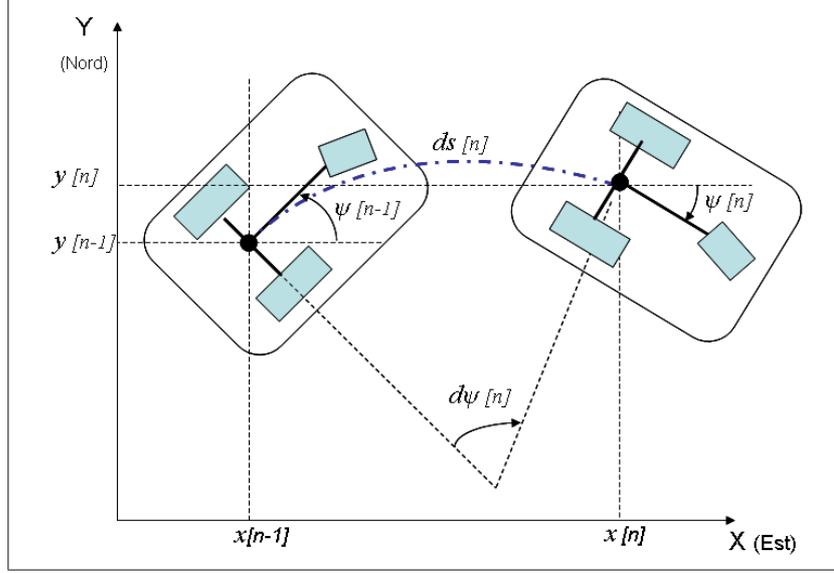


FIGURE 2.4 – Trajectoire du véhicule

de notre travail étant ailleurs que sur cet aspect du problème de localisation. Un schéma du véhicule est présenté sur la figure 2.4. Les notations employées sont :

- $(x[n-1], y[n-1])$: coordonnées du centre des roues arrière à l'instant $n-1$;
- $\psi[n-1]$: angle de cap compté entre l'axe X (Est) et l'axe central du véhicule.

Le déplacement élémentaire orienté est caractérisé par deux données :

- $ds[n]$: distance réelle parcourue par le véhicule entre les instants $n-1$ et n (longueur de l'arc de cercle parcouru). Cette distance réelle est modélisée par l'équation suivante :

$$ds[n] = ds_{\text{Odo}}[n] + \epsilon_{\text{Odo}}[n] \quad (2.9)$$

où $ds_{\text{Odo}}[n]$ est la distance mesurée par l'odomètre et $\epsilon_{\text{Odo}}[n]$ est l'erreur sur cette mesure. On suppose qu'elle suit la loi normale $\mathcal{N}\left(0, \frac{ds^{\text{Odo}}[n]}{100}\right)$.

- $d\psi[n]$: angle réel de rotation du véhicule entre les instants $n-1$ et n . Cet angle réel est modélisé par l'équation suivante :

$$d\psi[n] = d\psi_{\text{Gyro}}[n] + \epsilon_{\psi}[n] \quad (2.10)$$

où :

- $d\psi_{\text{Gyro}}[n]$ est l'angle de rotation du véhicule mesuré entre les instants $n-1$ et n . Cet angle est calculé à partir de la vitesse de rotation $w_{\text{Gyro}}[n]$ mesurée par le gyromètre :

$$d\psi_{\text{Gyro}}[n] = w_{\text{Gyro}}[n]\Delta T[n] \quad (2.11)$$

avec $\Delta T[n]$ le temps écoulé entre les instants $n-1$ et n .

- $\epsilon_{\psi}[n]$ est l'erreur commise sur l'angle calculé à partir de la mesure du gyromètre. Elle est égale à l'erreur sur la vitesse de rotation $\epsilon_w[n]$ multipliée par le temps $\Delta T[n]$.

Comme l'erreur $\epsilon_w[n]$ suit la loi normale $\mathcal{N}(b_{\text{Gyro}}, ARW_{\text{construc}}/\sqrt{\Delta T[n]})$ (cf. équation 2.8), alors on démontre que :

$$\epsilon_{\psi}[n] \sim \mathcal{N}(b_{\text{Gyro}}\Delta T[n], ARW_{\text{construc}}\sqrt{\Delta T[n]}) \quad (2.12)$$

2. LOCALISATION À L'ESTIME

En supposant que la trajectoire du véhicule entre les instants $n - 1$ et n est un **arc de cercle** ou une **ligne droite**, et connaissant la position du véhicule à l'instant $n - 1$ ainsi que l'angle de cap (noté $\psi[n - 1]$), le modèle d'évolution de la position et de l'orientation du véhicule à l'instant n s'écrit [JBP08] [Spa09] [Sve02] :

$$\begin{cases} x[n] &= x[n - 1] + ds[n] \cdot \operatorname{sinc}\left(\frac{d\psi[n]}{2}\right) \cos\left(\psi[n] + \frac{d\psi[n]}{2}\right) + \epsilon_x[n] \\ y[n] &= y[n - 1] + ds[n] \cdot \operatorname{sinc}\left(\frac{d\psi[n]}{2}\right) \sin\left(\psi[n] + \frac{d\psi[n]}{2}\right) + \epsilon_y[n] \\ \psi[n] &= \psi[n - 1] + d\psi[n] + \epsilon_\psi[n] \end{cases} \quad (2.13)$$

où $\epsilon_x[n]$, $\epsilon_y[n]$ et $\epsilon_\psi[n]$ sont des erreurs dues à la non exactitude du modèle. Elles sont modélisées par un bruit gaussien centré. La navigation à l'estime consiste à calculer la récurrence ci-dessus en négligeant les bruits.

2.4 Avantages et inconvénients de la localisation à l'estime

Le principal avantage du positionnement à l'estime est d'être indépendant de l'environnement dans lequel le véhicule évolue et de permettre également une cadence d'acquisition élevée, sans problème jusqu'à 100 Hz si nécessaire. Par contre, à long terme, cette méthode dérive en raison de l'accumulation des erreurs lors des intégrations successives des déplacements élémentaires.

Pour ces raisons, la position à l'estime s'avère être une technologie parfaitement complémentaire des technologies extéroceptives de type GNSS par exemple. Il est intéressant de coupler ou de fusionner les deux technologies, on parle alors de localisation hybride. Dans ces systèmes fusionnés, le GNSS apporte le rattachement à un référentiel absolu et, dans de bonnes conditions de mesures, une bonne précision de positionnement dans ce référentiel, alors que la localisation à l'estime apporte sa continuité, sa cadence élevée et sa très bonne précision relative entre des instants de mesure consécutifs, permettant ainsi le filtrage et la densification des points de mesure GNSS, parfois soumis à des biais significatifs.

Chapitre 3

Localisation hybride

Dans le domaine de l'automobile, un système de localisation hybride est fondé sur l'idée d'utiliser conjointement la localisation relative et la localisation absolue. On parle alors de recalage dynamique. Cette idée se justifie par la complémentarité évidente des capteurs proprioceptifs et des capteurs extéroceptifs. En effet, le système de localisation absolue est en général chargé de corriger régulièrement l'estimation du système de localisation relative afin de remédier aux problèmes de dérive des estimations rencontrés avec celui-ci. D'un autre côté, le système de localisation relative est presque toujours capable de fournir des estimations sur la position du véhicule et notamment lorsque le système de localisation absolue ne peut pas le faire à cause de problèmes sur la visibilité des satellites. La littérature inclut de très nombreuses références qui traitent de l'hybridation d'IMU (unités de mesures inertielles) et de récepteurs GPS, les ouvrages de référence suivants : [FB98, Rog03] sont incontournables en la matière.

Le système de localisation hybride le plus utilisé est un système où l'on fusionne les informations de GPS, odomètre et gyromètre. On peut différencier deux sortes de fusion : 1) une fusion lâche lorsqu'on utilise les positions ou les vitesses estimées par le récepteur GPS, 2) une fusion serrée quand on utilise directement les observations brutes du récepteur GPS.

Les systèmes de localisation hybrides sont en général représentés par une modélisation de type markovienne dans laquelle l'état contient la position à estimer. Ensuite, suivant le modèle retenu pour mettre en oeuvre un système de localisation, de nombreuses techniques sont disponibles. Une très bonne étude bibliographique est présentée dans [GLM04]. Ces techniques peuvent être séparées en quatre grandes classes : 1) les approches analytiques telles que le filtre de Kalman et ses extensions, 2) les approches numériques telles que le filtre particulaire et ses extensions [DGA00] [DJ09] [Gir05] [CDDV05] [CDD07], 3) les approches ensemblistes, que ce soit les approches à erreur bornée [Hal97] ou les approches par analyse d'intervalles [Kie99] [SKL05], et enfin 4) les approches basées sur la théorie des croyances [Roy02] [Naj05] ou la théorie des possibilités [Ous98].

Comme les approches analytiques, et notamment le filtre de Kalman étendu, sont les plus utilisées dans les approches hybrides de localisation, nous allons détailler la théorie de ce filtre. Cependant, le choix du filtre de Kalman étendu est discutable dans des environnements routiers comportant plusieurs voies de circulation car il est nécessaire de gérer des situations multimodales. Pour résoudre ce problème, notre choix s'est alors porté sur le filtre particulaire.

1. MODÈLE DE MARKOV CACHÉ

Le filtre de Kalman étendu et le filtre particulaire sont deux approximations très différentes du filtrage bayésien. Le filtrage bayésien s'applique sur un modèle de Markov caché. Nous allons dans un premier temps rappeler le principe du modèle de Markov caché puis la théorie du filtrage bayésien et développer les deux approximations : le filtre de Kalman étendu et le filtre particulaire. Cette partie est inspirée du manuscrit [Car10]. Ensuite, nous présenterons l'exemple classique du système de localisation hybride lâche GPS/odomètre/gyromètre.

1 Modèle de Markov caché

Un modèle de Markov caché correspond à la donnée de deux processus stochastiques :

- le processus d'état $(Z[n])_{n \geq 1}$, qui comprend des grandeurs physiques non observables,
- le processus d'observation $(Y[n])_{n \geq 1}$, qui comprend en pratique les mesures fournies par divers capteurs,

pour lesquels on fait les hypothèses simplificatrices suivantes :

- la séquence $(Z[n])_{n \geq 1}$ est une chaîne de Markov ;

$$p_{Z[n+1]|Z[1:n]} = p_{Z[n+1]|Z[n]} \quad (3.1)$$

- conditionnellement à la suite des états, la suite des observations est indépendante ;

$$p_{Y[1:n]|Z[1:n]} = \prod_{k=1}^n p_{Y[k]|Z[1:n]} \quad (3.2)$$

- connaissant la suite des états, pour tout k , l'observation à l'instant k ne dépend que de l'état à l'instant k ;

$$p_{Y[k]|Z[1:n]} = p_{Y[k]|Z[k]} \quad (3.3)$$

Un modèle de Markov caché est donc caractérisé par les lois suivantes :

- la loi de l'état initial, de densité $p_{Z[1]}$;
- pour tout $n \geq 1$, la loi d'évolution (transition), de densité $p_{Z[n+1]|Z[n]}$;
- pour tout $n \geq 1$, la loi d'observation, de densité $p_{Y[n]|Z[n]}$ (soit, à observation connue, la vraisemblance locale).

Une réalisation $(y[n])_{n \geq 1}$ de la séquence d'observation est générée par la récurrence schématisée sur la figure 3.1. L'objectif est maintenant, à partir d'une suite d'observations, de reconstruire la suite des états. Cette reconstruction peut être :

hors-ligne : on a enregistré une suite d'observations, et on a donc accès aux futures pour reconstruire l'état à un instant donné, voire toute la trajectoire de l'état jusqu'à un instant donné ; on parle de lissage ;

en ligne : on cherche à reconstruire l'état courant « au vol », en ne connaissant que les observations passées ; on parle de filtrage.

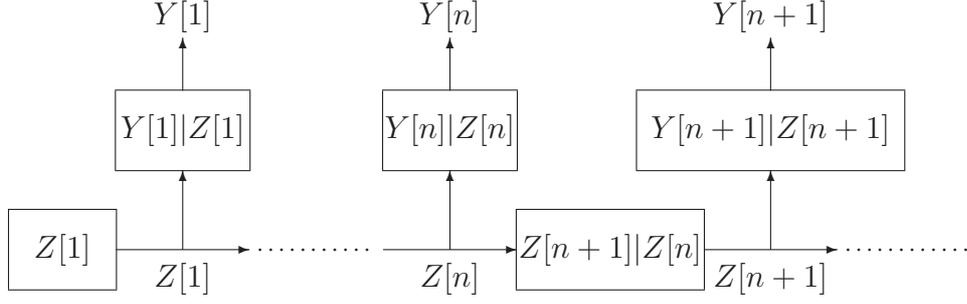


FIGURE 3.1 – Modèle de Markov caché (canal sans mémoire)

2 Théorie du filtrage bayésien

On observe $Y[1 : n]$, avec n croissant. Il s'agit d'écrire la récurrence sur les lois de probabilité qui permettront, par estimation bayésienne, d'estimer l'état courant, voire de prédire l'état et l'observation futurs.

2.1 Notations

Pour simplifier les notations, on introduit l'exposant $^{|n}$ qui signifie « connaissant l'observation $Y[1 : n]$ » ; en particulier, pour les densités de probabilité, pour tout (y, z, z_+) :

$$\begin{aligned} p_{Z[n]|Y[1:n-1]}(z_+, y[1 : n-1]) & \text{ notée } p_{Z[n]}^{|n-1}(z_+) \\ p_{Y[n]|Y[1:n-1]}(y, y[1 : n-1]) & \text{ notée } p_{Y[n]}^{|n-1}(y) \\ p_{Z[n]|Y[1:n]}(z, y[1 : n]) & \text{ notée } p_{Z[n]}^{|n}(z) \end{aligned}$$

De même, pour les opérateurs espérance, variance et covariance :

$$\begin{aligned} \mathbf{E}\{.\mid Y[1 : n]\} & \text{ notée } \mathbf{E}^{|n}\{.\} \\ \mathbf{Var}\{.\mid Y[1 : n]\} & \text{ notée } \mathbf{Var}^{|n}\{.\} \\ \mathbf{Cov}\{.,.\mid Y[1 : n]\} & \text{ notée } \mathbf{Cov}^{|n}\{.,.\} \end{aligned}$$

Le problème d'estimation doit être résolu de façon récursive en traitant les observations au fur et à mesure de leur disponibilité. On va voir plus loin que chaque itération (c'est-à-dire chaque instant n) de la récurrence sur les lois de probabilité permettra de calculer d'abord une prédiction de l'état à l'instant n , suivie d'une prédiction de l'observation future à l'instant n , puis, après l'observation proprement dite, une estimation de l'état. Par exemple, si on choisit l'estimateur MMSE (minimum mean square error), c'est à dire celui qui minimise l'erreur quadratique moyenne entre la valeur exacte et la valeur estimée, cette cascade de calculs fournira :

$$\begin{aligned} \text{prédiction du } (n)^{\text{e}} \text{ état} & \quad \hat{Z}^{|n-1}[n] = \mathbf{E}^{|n-1}\{Z[n]\} = \int z_+ p_{Z[n]}^{|n-1}(z_+) dz_+ \\ \text{prédiction de la } n^{\text{e}} \text{ observation} & \quad \hat{Y}[n] = \mathbf{E}^{|n-1}\{Y[n]\} = \int y p_{Y[n]}^{|n-1}(y) dy \\ \text{estimation du } n^{\text{e}} \text{ état} & \quad \hat{Z}^{|n}[n] = \mathbf{E}^{|n}\{Z[n]\} = \int z p_{Z[n]}^{|n}(z) dz \end{aligned}$$

2. THÉORIE DU FILTRAGE BAYÉSIEN

ainsi que les variances et covariances :

$$\begin{aligned} \mathbf{V}[n] &= \text{Var}^n\{Y[n]\} \\ \mathbf{C}[n] &= \text{Var}^n\{Y[n], Z[n]\} \\ \mathbf{P}^{n-1}[n] &= \text{Var}^{n-1}\{Z[n]\} \\ \mathbf{P}^n[n] &= \text{Var}^n\{Z[n]\} \end{aligned}$$

2.2 Récurrence

La récurrence est initialisée par $p_{Z[1]}^0$, c'est-à-dire la densité de la loi *a priori* sur l'état initial, avant toute observation. C'est donc naturellement la loi de l'état initial; pour tout z_+ :

$$\text{loi } a \text{ priori de l'état initial} \quad p_{Z[1]}^0(z_+) = p_{Z[1]}(z_+) \quad (3.4)$$

Ensuite, pour tout $n \geq 1$, on propage les densités de probabilité, en appliquant successivement la loi des probabilités totales, puis la loi de Bayes après mesure de $Y[n]$, puis de nouveau la loi des probabilités totales; pour tout (y, z, z_+) :

$$\text{loi } a \text{ priori du } (n)^{\text{e}} \text{ état} \quad p_{Z[n]}^{n-1}(z_+) = \int p_{Z[n]|Z[n-1]}(z_+, z) p_{Z[n-1]}^{n-1}(z) dz \quad (3.5)$$

$$\begin{aligned} \text{loi } a \text{ priori de la } n^{\text{e}} \text{ observation} \quad p_{Y[n]}^{n-1}(y) &= \int p_{Y[n]|Z[n]}(y, z) p_{Z[n]}^{n-1}(z) dz \\ n^{\text{e}} \text{ observation} \quad \text{soit } Y[n] \end{aligned} \quad (3.6)$$

$$\text{loi } a \text{ posteriori du } n^{\text{e}} \text{ état} \quad p_{Z[n]}^n(z) = \frac{p_{Y[n]|Z[n]}(Y[n], z) p_{Z[n]}^{n-1}(z)}{p_{Y[n]}^{n-1}(Y[n])} \quad (3.7)$$

La formule (3.7) a été obtenue grâce au subterfuge de notation suivant :

$$p_{Z[n]|Y[n]}^{n-1}(z, Y[n]) = p_{Z[n]}^{n-1}(z)$$

Maintenant que les équations du filtrage bayésien sont établies, que faire en pratique ? Deux cas se dégagent selon que l'on puisse ou non résoudre explicitement les équations 3.5 3.6 et 3.7.

Ces équations admettent une solution explicite dans le cas linéaire/gaussien. On obtient alors le filtre de Kalman. Dans le cas non linéaire, le filtre n'admet pas de solution explicite. Il est donc nécessaire de faire appel à des techniques d'approximation. La première idée développée a été de linéariser le système autour de l'estimée courante : c'est l'idée du filtre de Kalman étendu. C'est une technique qui présente de nombreux avantages mais, d'une part, elle ne donne pas de résultats satisfaisants dans tous les cas surtout les cas avec forte non linéarité et, d'autre part, elle n'est pas adaptée pour le vecteur d'état composé d'une partie continue et d'une partie discrète.

Enfin, une deuxième solution consiste à utiliser les méthodes d'approximation particulaire qui ont connu un développement important. Ces techniques sont simples à mettre en oeuvre, robustes en pratique et adaptées à tous les types de vecteurs d'états.

3 Modèle linéaire et filtrage de Kalman

Dans le cas linéaire, le modèle s'écrit, pour tout $n \geq 1$:

$$Z[n] = F_n Z[n-1] + G_n (U[n] + \epsilon_U[n]) + \epsilon_{\text{mod}}[n] \quad (3.8)$$

$$Y[n] = H_n Z[n] + h_n + \epsilon_{\text{obs}}[n] \quad (3.9)$$

sous les hypothèses suivantes :

- l'état initial $Z[1]$ est de moyenne $\hat{Z}[1]$ et de variance $\text{Var}\{Z[1]\}$ connues ;
- le vecteur d'entrée (commande) du système $U[n]$ est supposé connu ;
- la séquence $\epsilon_U[n]$ est supposée centrée, de matrice variance-covariance connue $Q_U[n] = \text{Var}\{\epsilon_U[n]\}$. Elle représente le bruit sur le vecteur de commande $U[n]$.
- les suites $(F_n)_{n \geq 1}$, $(G_n)_{n \geq 1}$, $(H_n)_{n \geq 1}$, $(h_n)_{n \geq 1}$ sont connues, éventuellement indépendantes de n (l'indice n est donc introduit ici par souci de généralité) ;
- les séquences $(\epsilon_{\text{mod}}[n])_{n \geq 1}$ et $(\epsilon_{\text{obs}}[n])_{n \geq 1}$ sont supposées centrées et indépendantes, de variance connue ;
on note $Q_{\text{mod}}[n] = \text{Var}\{\epsilon_{\text{mod}}[n]\}$, $Q_{\text{obs}}[n] = \text{Var}\{\epsilon_{\text{obs}}[n]\}$ avec $Q_{\text{mod}}[n]$ qui représente la précision de la loi d'évolution et $Q_{\text{obs}}[n]$ la précision sur le processus d'observation $(Y[n])_{n \geq 1}$;
- il y a indépendance mutuelle entre les séquences $(\epsilon_{\text{mod}}[n])_{n \geq 1}$, $(\epsilon_{\text{obs}}[n])_{n \geq 1}$, $(\epsilon_U[n])_{n \geq 1}$ et l'état initial $Z[1]$.

Il est équivalent de dire que les suites $(Z[n])_{n \geq 1}$ et $Y[n]$ forment un modèle de Markov caché à canal sans mémoire, avec des lois de probabilité vérifiant :

- $p_{Z[1]}$: une loi normale de moyenne $\hat{Z}[1]$ et variance $P^1[1] = \text{Var}\{Z[1]\}$.
- $p_{Y[n]|Z[n]}(y, z) = p_{\epsilon_{\text{obs}}[n]}(y - H_n z - h_n)$: avec $p_{\epsilon_{\text{obs}}[n]}$ densité d'une loi centrée de variance $Q_{\text{obs}}[n]$.
- $p_{Z[n]|Z[n-1]}(z, z^*) = p_{G_n \epsilon_U[n] + \epsilon_{\text{mod}}[n]}(z - F_n z^* - G_n U[n])$ avec $p_{G_n \epsilon_U[n] + \epsilon_{\text{mod}}[n]}$ densité d'une loi centrée de variance $G_n Q_U[n] G_n^T + Q_{\text{mod}}[n]$.

Si on suppose que ces lois sont normales pour tout n , alors, à chaque itération, les lois impliquées dans les formules (3.5), (3.6) et (3.7) restent normales, il suffit donc de transmettre moyennes, variances et covariances définies au paragraphe 2.1. Les moyennes obtenues fournissent l'estimateur MMSE.

On obtient alors le filtre de Kalman. Cependant, dans l'application qu'on en fera, on introduira une procédure d'initialisation spécifique utilisant la première observation (algorithme 3.1). L'équation fondamentale en est l'estimation de l'état, qui corrige la prédiction à l'aide du gain de Kalman $K[n]$ et du processus d'innovation $(Y[n] - \hat{Y}[n])_{n \geq 1}$:

$$\hat{Z}^n[n] = \hat{Z}^{n-1}[n] + K[n] (Y[n] - \hat{Y}[n])$$

Le processus d'innovation pondéré par le gain de Kalman $K[n]$ représente la quantité d'information supplémentaire à apporter à la correction lors d'une nouvelle mesure. La matrice gain de Kalman joue un rôle très important dans l'étape de l'estimation d'état. Le gain de Kalman permet de connaître la confiance que l'on peut apporter à la mesure par rapport à la prédiction. Il devient d'autant plus important que la covariance $Q_{\text{obs}}[n]$ du bruit de mesure tend vers une matrice nulle, ce qui privilégie la mesure devant la prédiction. A l'inverse, si la covariance $P^{n-1}[n]$ prédite tend vers une matrice nulle, et donc lorsque les matrices $Q_{\text{mod}}[n]$ et $Q_U[n]$ tendent elles-mêmes vers une matrice nulle, le gain de Kalman tend aussi vers une matrice nulle. Alors le

3. MODÈLE LINÉAIRE ET FILTRAGE DE KALMAN

S'applique au modèle	
$\begin{cases} Z[n] = F_n Z[n-1] + G_n (U[n] + \epsilon_U[n]) + \epsilon_{\text{mod}}[n] \\ Y[n] = H_n Z[n] + h_n + \epsilon_{\text{obs}}[n] \end{cases}$	avec $\begin{cases} \text{Var}\{\epsilon_{\text{obs}}[n]\} = Q_{\text{obs}}[n] \\ \text{Var}\{\epsilon_{\text{mod}}[n]\} = Q_{\text{mod}}[n] \\ \text{Var}\{\epsilon_U[n]\} = Q_U[n] \end{cases}$
Initialisation	
estimation du 1 ^{er} état $\begin{cases} \hat{z}^1[1] \\ P^1[1] \end{cases}$	
Récurrence ($n \geq 2$)	
prédiction du (n) ^e état	$\begin{cases} \hat{Z}^{n-1}[n] = F_n \hat{Z}^{n-1}[n-1] + G_n U[n] \\ P^{n-1}[n] = F_n P^{n-1}[n-1] F_n^T + G_n Q_U[n] G_n^T + Q_{\text{mod}}[n] \end{cases}$
prédiction de la n ^e obs.	$\begin{cases} \hat{Y}[n] = H_n \hat{Z}^{n-1}[n] + h_n \\ V[n] = H_n P^{n-1}[n] H_n^T + Q_{\text{obs}}[n] \\ C[n] = H_n P^{n-1}[n] \end{cases}$
n ^e observation	soit $Y[n]$
estimation du n ^e état	$\begin{cases} \hat{Z}^n[n] = \hat{Z}^{n-1}[n] + \underbrace{C^T[n] V^{-1}[n]}_{\text{gain de Kalman } K[n]} \underbrace{(Y[n] - \hat{Y}[n])}_{\text{innovation}} \\ P^n[n] = P^{n-1}[n] - C^T[n] V^{-1}[n] C[n] \end{cases}$

ALGO. 3.1 – *Filtre de Kalman*

filtre privilégie la prédiction devant la mesure. Il s'agit donc d'un compromis entre la prédiction et l'information apportée par la nouvelle observation.

Dans la récurrence, les variances $P^{n-1}[n]$, $V[n]$ et $P^n[n]$ correspondent aux variances d'erreur d'estimation (ou de prédiction) conditionnellement à l'observation :

$$\begin{aligned} P^{n-1}[n] &= \text{Var}^{n-1}\{\hat{Z}^{n-1}[n] - Z[n]\} \\ V[n] &= \text{Var}^{n-1}\{\hat{Y}[n] - Y[n]\} \\ P^n[n] &= \text{Var}^n\{\hat{Z}^n[n] - Z[n]\} \end{aligned}$$

et, comme les estimateurs sont sans biais et ces variances sont indépendantes de l'observation, ces dernières correspondent donc aux variances d'erreur d'estimation calculées conjointement :

$$\begin{aligned} P^{n-1}[n] &= \text{Var}\{\hat{Z}^{n-1}[n] - Z[n]\} \\ V[n] &= \text{Var}\{\hat{Y}[n] - Y[n]\} \\ P^n[n] &= \text{Var}\{\hat{Z}^n[n] - Z[n]\} \end{aligned}$$

Si on lève l'hypothèse gaussienne sur une partie des bruits ou sur l'état initial, on montre que l'on conserve, à chaque étape, l'absence de biais et le minimum de variance (conjointe) parmi les estimateurs linéaires. Les variances $P^{n-1}[n]$, $V[n]$ et $P^n[n]$ conservent alors l'interprétation de variance de l'estimateur (conjointement) mais perdent l'interprétation de variance conditionnellement à l'observation.

4 Modèle non-linéaire et extensions du filtrage de Kalman

4.1 Généralités

On suppose que le modèle de formation des données s'écrit, pour tout $n \geq 1$:

$$\begin{cases} Z[n] = f_n(Z[n-1], U[n], \epsilon_U[n], \epsilon_{\text{mod}}[n]) \\ Y[n] = h_n(Z[n], \epsilon_{\text{obs}}[n]) \end{cases} \quad (3.10)$$

sous les hypothèses suivantes :

- l'état initial $Z[1]$ est de moyenne $\hat{Z}[1]$ et variance $\text{Var}\{Z[1]\}$ connues ;
- le vecteur de commande du système $U[n]$ est supposé connu ;
- la séquence $\epsilon_U[n]$ est supposée centrée, de matrice variance-covariance connue $Q_U[n] = \text{Var}\{\epsilon_U[n]\}$. Elle représente le bruit sur le vecteur de commande $U[n]$;
- les suites de fonctions $(f_n)_{n \geq 1}$ et $(h_n)_{n \geq 1}$ sont connues, éventuellement indépendantes de n (l'indice n est donc introduit ici par souci de généralité) ;
- les séquences $(\epsilon_{\text{mod}}[n])_{n \geq 1}$ et $(\epsilon_{\text{obs}}[n])_{n \geq 1}$ sont supposées centrées et indépendantes, de variance connue ;
on note $Q_{\text{mod}}[n] = \text{Var}\{\epsilon_{\text{mod}}[n]\}$, $Q_{\text{obs}}[n] = \text{Var}\{\epsilon_{\text{obs}}[n]\}$;
- il y a indépendance mutuelle entre les séquences $(\epsilon_{\text{mod}}[n])_{n \geq 1}$, $(\epsilon_{\text{obs}}[n])_{n \geq 1}$, $(\epsilon_U[n])_{n \geq 1}$, et l'état initial $Z[1]$.

Les suites $(Z[n])_{n \geq 1}$ et $Y[n]$ forment alors un modèle de Markov caché à canal sans mémoire, mais il n'est pas nécessaire d'explicitier l'expression des densités impliquées dans ce modèle puisqu'on cherche à s'inspirer du filtrage de Kalman pour calculer par récurrence une *approximation* des moyennes et variances $\hat{Z}^{[n-1]}[n]$, $\mathbf{P}^{[n-1]}[n]$, $\hat{Y}[n]$, $\mathbf{V}[n]$, $\hat{Z}^{[n]}[n]$ et $\mathbf{P}^{[n]}[n]$. La première approximation est de conserver l'estimation de l'état du filtre de Kalman standard, soit la formule (3.13). La récurrence s'écrit donc, en notant :

$$\text{prédiction du } (n)^{\text{e}} \text{ état} \begin{cases} \hat{Z}^{[n-1]}[n] &= \mathbf{E}^{[n-1]} \{ f_n(Z[n-1], U[n], \epsilon_U[n], \epsilon_{\text{mod}}[n]) \} \\ \mathbf{P}^{[n-1]}[n] &= \text{Var}^{[n-1]} \{ f_n(Z[n-1], U[n], \epsilon_U[n], \epsilon_{\text{mod}}[n]) \} \end{cases} \quad (3.11)$$

$$\text{prédiction de la } n^{\text{e}} \text{ obs.} \begin{cases} \hat{Y}[n] &= \mathbf{E}^{[n-1]} \{ h_n(Z[n], \epsilon_{\text{obs}}[n]) \} \\ \mathbf{V}[n] &= \text{Var}^{[n-1]} \{ h_n(Z[n], \epsilon_{\text{obs}}[n]) \} \\ \mathbf{C}[n] &= \text{Cov}^{[n-1]} \{ h_n(Z[n], \epsilon_{\text{obs}}[n]), Z[n] \} \end{cases} \quad (3.12)$$

n^{e} observation soit $Y[n]$

$$\text{estimation du } n^{\text{e}} \text{ état} \begin{cases} \hat{Z}^{[n]}[n] &\simeq \hat{Z}^{[n-1]}[n] + \mathbf{C}^T[n] \mathbf{V}^{-1}[n] (Y[n] - \hat{Y}[n]) \\ \mathbf{P}^{[n]}[n] &\simeq \mathbf{P}^{[n-1]}[n] - \mathbf{C}^T[n] \mathbf{V}^{-1}[n] \mathbf{C}[n] \end{cases} \quad (3.13)$$

Si les fonctions h_n et f_n sont linéaires, les équations (3.11) et (3.12) se ramènent aux calculs effectués dans le filtre de Kalman standard. Sinon, le calcul exact est en général impossible ; il s'agit d'approcher moyenne et variance de l'image par une fonction non linéaire d'une variable aléatoire de moyenne et variance connue (ainsi que la covariance entre l'image et l'antécédent) ; on parle de transformation de l'incertitude.

4. MODÈLE NON-LINÉAIRE ET EXTENSIONS DU FILTRAGE DE KALMAN

Cette transformation va être effectuée par linéarisation pour le filtrage de Kalman étendu (« extended Kalman filter », EKF).

4.2 De la linéarisation au filtrage de Kalman étendu

Soit X une variable aléatoire de moyenne $\mathbf{E}\{X\}$ et de matrice variance-covariance $\mathbf{Cov}\{X, X\}$ connues. On cherche à approcher la moyenne et la variance de $\phi(X)$, ainsi que la covariance entre $\phi(X)$ et X , avec ϕ une fonction non linéaire. Si ϕ est dérivable, une solution naturelle consiste à linéariser la fonction ϕ autour de la valeur moyenne de X :

$$\phi(X) \simeq \phi(\mathbf{E}\{X\}) + \left[\frac{d\phi}{dX}(\mathbf{E}\{X\}) \right]^T (X - \mathbf{E}\{X\})$$

On obtient alors :

$$\mathbf{E}\{\phi(X)\} \simeq \phi(\mathbf{E}\{X\}) \quad (3.14)$$

$$\mathbf{Var}\{\phi(X)\} \simeq \left[\frac{d\phi}{dX}(\mathbf{E}\{X\}) \right]^T \mathbf{Cov}\{X, X\} \left[\frac{d\phi}{dX}(\mathbf{E}\{X\}) \right] \quad (3.15)$$

$$\mathbf{Cov}\{\phi(X), X\} \simeq \left[\frac{d\phi}{dX}(\mathbf{E}\{X\}) \right]^T \mathbf{Cov}\{X, X\} \quad (3.16)$$

On applique cette approximation à la formule (3.11) en prenant $X = \begin{bmatrix} Z[n] \\ \epsilon_U[n] \\ \epsilon_{\text{mod}}[n] \end{bmatrix}$ connaissant $Y[1 : n - 1]$, et à la formule (3.12) en prenant $X = \begin{bmatrix} Z[n] \\ \epsilon_{\text{obs}}[n] \end{bmatrix}$ connaissant $Y[1 : n - 1]$. On obtient le filtrage de Kalman étendu (algorithme 3.2)

4.3 Commentaires

Une alternative au filtrage de Kalman étendu est le filtrage de Kalman sans parfum (« unscented Kalman filter », UKF), qui remplace la linéarisation par une transformée sans parfum [Jul99]. Les filtres de Kalman étendu et sans parfum sont deux généralisations possibles du filtrage de Kalman, lorsque le modèle est non linéaire. Si on les applique « par mégarde » à un modèle linéaire, on retrouve rigoureusement le filtrage de Kalman standard.

Les matrices $\mathbf{P}^{n-1}[n]$, $\mathbf{V}[n]$, $\mathbf{C}[n]$ et $\mathbf{P}^n[n]$ sont aléatoires (elles dépendent de l'observation) et peuvent être considérées comme des approximations de variances et covariances des erreurs d'estimation conditionnellement à l'observation :

$$\begin{aligned} \mathbf{P}^{n-1}[n] &\simeq \mathbf{Var}^{n-1}\{\hat{Z}^{n-1}[n] - Z[n]\} \\ \mathbf{V}[n] &\simeq \mathbf{Var}^{n-1}\{\hat{Y}[n] - Y[n]\} \\ \mathbf{C}[n] &\simeq \mathbf{Cov}^{n-1}\{\hat{Y}[n] - Y[n], \hat{Z}^{n-1}[n] - Z[n]\} \\ \mathbf{P}^n[n] &\simeq \mathbf{Var}^{n-1}\{\hat{Z}^n[n+1] - Z[n+1]\} \end{aligned}$$

Il est difficile de dégager des résultats théoriques généraux quant aux performances de ces extensions du filtrage de Kalman fondées sur des approximations. Cependant, en pratique, le filtre de Kalman sans parfum se comporte mieux que le filtre de

S'applique au modèle	
$\begin{cases} Z[n] = f_n(Z[n-1], U[n], \epsilon_U[n], \epsilon_{\text{mod}}[n]) \\ Y[n] = h_n(Z[n], \epsilon_{\text{obs}}[n]) \end{cases} \quad \text{avec} \quad \begin{cases} \text{Var}\{\epsilon_{\text{obs}}[n]\} = Q_{\text{obs}}[n] \\ \text{Var}\{\epsilon_{\text{mod}}[n]\} = Q_{\text{mod}}[n] \\ \text{Var}\{\epsilon_U[n]\} = Q_U[n] \end{cases}$	
Initialisation	
estimation du 1 ^{er} état $\begin{cases} \hat{Z}^1[1] \\ P^1[1] \end{cases}$	
Récurrence ($n \geq 2$)	
jacobienne de f_n	$\begin{cases} F_Z[n] = \left[\frac{\partial f_n}{\partial Z}(\hat{Z}^{n-1}[n-1], U[n], 0, 0) \right]^T \\ F_U[n] = \left[\frac{\partial f_n}{\partial \epsilon_U}(\hat{Z}^{n-1}[n-1], U[n], 0, 0) \right]^T \\ F_{\text{mod}}[n] = \left[\frac{\partial f_n}{\partial \epsilon_{\text{mod}}}(\hat{Z}^{n-1}[n-1], U[n], 0, 0) \right]^T \end{cases}$
prédiction du (n) ^e état	$\begin{cases} \hat{Z}^{n-1}[n] = f_n(\hat{Z}^{n-1}[n-1], U[n], 0, 0) \\ P^{n-1}[n] = F_Z[n] P^{n-1}[n-1] F_Z^T[n] \\ \quad + F_U[n] Q_U[n] F_U^T[n] + F_{\text{mod}}[n] Q_{\text{mod}}[n] F_{\text{mod}}^T[n] \end{cases}$
jacobienne de h_n	$\begin{cases} H_Z[n] = \left[\frac{\partial h_n}{\partial Z}(\hat{Z}^{n-1}[n], 0) \right]^T \\ H_{\text{obs}}[n] = \left[\frac{\partial h_n}{\partial \epsilon_{\text{obs}}}(\hat{Z}^{n-1}[n], 0) \right]^T \end{cases}$
prédiction n^e obs.	$\begin{cases} \hat{Y}[n] = h_n(\hat{Z}^{n-1}[n], 0) \\ V[n] = H_Z[n] P^{n-1}[n] H_Z^T[n] + H_{\text{obs}}[n] Q_{\text{obs}}[n] H_{\text{obs}}^T[n] \\ C[n] = H_Z[n] P^{n-1}[n] \end{cases}$
n^e observation	soit $y[n]$
estimation du n^e état	$\begin{cases} \hat{Z}^n[n] = \hat{Z}^{n-1}[n] + C^T[n] V^{-1}[n] (y[n] - \hat{Y}[n]) \\ P^n[n] = P^{n-1}[n] - C^T[n] V^{-1}[n] C[n] \end{cases}$

 ALGO. 3.2 – *Filtre de Kalman étendu (EKF)*

Kalman étendu, et ne nécessite pas de calculer des matrices jacobiennes. Le filtre de Kalman étendu peut toutefois se montrer préférable si le calcul de la matrice jacobienne est numériquement moins coûteux que la transformée sans parfum.

Si le filtre de Kalman sans parfum ne donne pas de résultats convenables, on peut se tourner vers une méthode de Monte-Carlo séquentielle telle que le filtrage particulaire [DFGS01].

5 Filtrage particulaire

On considère, comme dans la partie précédente, un modèle de Markov caché, de processus d'état $(Z[n])_{n \geq 1}$ et d'observation $(Y[n])_{n \geq 1}$, et on cherche à estimer en ligne l'état, en approchant les formules du filtrage bayésien (3.5), (3.6) et (3.7), page 22, par une méthode de Monte Carlo. On parle de méthode de Monte-Carlo séquentielle.

On ne se contente plus, comme dans les filtres de type Kalman, de transmettre moyenne et variance, mais une approximation particulaire d'une loi de probabilité.

5.1 Approximation particulière

Soit Z une variable aléatoire. On cherche à faire une approximation de $E\{\phi(Z)\} = \int \phi(z) p_Z(z) dz$ pour une fonction ϕ définie sur le support de Z telle que cette espérance existe.

On suppose que l'on sait simuler Z (mais il n'est pas nécessaire de savoir exprimer p_Z).

Soit $(\xi^{(q)})_{1 \leq q \leq n_q}$ une suite de variables aléatoires i.i.d., toutes régies par la loi de Z . La variable aléatoire obtenue par moyenne arithmétique $\sum_{q=1}^{n_q} \frac{1}{n_q} \phi(\xi^{(q)})$ est de moyenne $E\{\phi(Z)\}$ (soit la grandeur à calculer), et de variance $\frac{1}{n_q} \text{Var}\{\phi(Z)\}$ (si $\phi(Z)$ est de variance finie). On peut donc écrire l'approximation :

$$E\{\phi(Z)\} \simeq \sum_{q=1}^{n_q} \frac{1}{n_q} \phi(\xi^{(q)}) \quad (3.17)$$

Les méthodes de Monte-Carlo consistent à simuler $(\xi^{(q)})_{1 \leq q \leq n_q}$, la réalisation fournira alors une approximation de $E\{\phi(Z)\}$; on vérifie facilement que ce calcul se ramène au calcul d'une espérance mathématique de la forme :

$$E\{\phi(Z)\} \simeq \int \phi(z) \hat{p}_Z(z) dz \quad \text{avec} \quad \hat{p}_Z(x) = \sum_{q=1}^{n_q} \frac{1}{n_q} \delta(z - \xi^{(q)})$$

La loi de densité \hat{p}_Z est une approximation particulière de la loi de Z . Cette approximation est aléatoire. Les variables aléatoires $\xi^{(q)}$, $1 \leq q \leq n_q$ (ou leur réalisation) sont appelées particules. La densité est approchée par une somme d'impulsions de Dirac centrées sur les particules, toutes de même poids $\frac{1}{n_q}$.

5.2 Application à l'estimation bayésienne

On cherche à prédire la valeur prise par une variable aléatoire Z . On a obtenu l'approximation particulière suivante :

$$\hat{p}_Z(z) = \sum_{q=1}^{n_q} \frac{1}{n_q} \delta(z - \xi^{(q)}) \quad (3.18)$$

Si Z est continue, l'approximation de Monte Carlo du prédicteur MMSE s'écrit simplement comme la moyenne des particules :

$$\hat{Z}_{\text{MMSE}} = \sum_{q=1}^{n_q} \frac{1}{n_q} \xi^{(q)}$$

on peut aussi utiliser l'estimateur MAP dans ce context.

Si Z est discrète, l'approximation de Monte Carlo du prédicteur du maximum *a priori* est le vote majoritaire :

$$\hat{Z}_{\text{map}} = \arg \max_z \sum_{q|\xi^{(q)}=z} \frac{1}{n_q}$$

Si Z est mixte continue-discrète, soit $Z = (Z_c, Z_d)$, l'impulsion δ dans la formule (3.18) est mixte Dirac-Kronecker ; cette formule peut s'écrire alors :

$$\hat{p}_Z(z_c, z_d) = \sum_{q=1}^{n_q} \frac{1}{n_q} \delta(z_c - \xi_c^{(q)}) \delta(z_d - \xi_d^{(q)})$$

Si on choisit un prédicteur du maximum *a priori* marginal pour les variables discrètes, et de l'espérance *a priori* conditionnelle pour les variables continues, on obtient :

$$\begin{aligned} \hat{Z}_d &= \arg \max_{z_d} \sum_{q|\xi_d^{(q)}=z} \frac{1}{n_q} && \text{maximum } a \text{ priori marginal} \\ \hat{Z}_c &= \frac{1}{\sum_{q|\xi_d^{(q)}=\hat{Z}_d} 1} \sum_{q|\xi_d^{(q)}=\hat{Z}_d} \xi_c^{(q)} && \text{espérance } a \text{ priori conditionnelle} \end{aligned}$$

La transposition aux estimateurs *a posteriori* est immédiate. Dans les algorithmes qui suivent, on indiquera l'estimateur de l'espérance *a posteriori* (MMSE), mais celui-ci pourrait être remplacé par un autre estimateur.

5.3 Filtre bootstrap

Le filtrage particulaire consiste à obtenir préalablement une approximation particulaire de la loi de densité $p_{Z[1]}^0 = p_{Z[1]}$, puis à propager cette approximation par filtrage bayésien, à l'aide des formules (3.5), (3.6), (3.7), page 22. On parle de condensation (« conditional density propagation »).

On initialise le filtre en tirant une suite i.i.d. de particules $(\xi^{(q)}[1])_{1 \leq q \leq n_q}$, toutes de même loi que $Z[1]$. On obtient l'approximation particulaire :

$$\hat{p}_{Z[1]}^0(z) = \sum_{q=1}^{n_q} \frac{1}{n_q} \delta(z - \xi^{(q)}[1])$$

La récurrence s'écrit en partant d'une approximation particulaire de $p_{Z[n-1]}^{n-1}$:

$$\hat{p}_{Z[n-1]}^{n-1}(z) = \sum_{q=1}^{n_q} \omega^{(q)}[n-1] \delta(z - \xi^{(q)}[n-1])$$

On propage par la formule (3.5), on obtient une approximation de la densité de la loi *a priori* de l'état à l'instant n :

$$\hat{p}_{Z[n]}^{n-1}(z) = \int p_{Z[n]|Z[n-1]}(z, z^-) \hat{p}_{Z[n-1]}^{n-1}(z^-) dz^- = \sum_{q=1}^{n_q} \omega^{(q)}[n-1] p_{Z[n]|Z[n-1]}(z, \xi^{(q)}[n-1])$$

C'est une loi de mélange, elle n'est pas sous forme particulaire. Il faut donc, pour poursuivre les calculs, en obtenir une approximation particulaire en échantillonnant n_q nouvelles particules suivant cette loi. Comme toute loi de mélange, cette loi peut être considérée comme la marginale d'une loi conjointe entre une variable discrète

5. FILTRAGE PARTICULAIRE

et une variable continue. La variable discrète est l'indice de la particule qui sera *sélectionnée*. Pour tout $q \in \{1, \dots, n_q\}$, on tire la variable discrète $K^{(q)}[n-1]$ de densité définie, pour tout $k \in \{1, \dots, n_q\}$, par $p_{K^{(q)}[n-1]}(k) = \omega_k[n-1]$, pour obtenir l'indice de la particule parente; la particule descendante $\xi^{(q)}[n]$ est ensuite tirée suivant la loi $Z[n] \mid Z[n-1] = \xi_{K^{(q)}[n-1]}[n-1]$, c'est la *mutation*. On obtient l'approximation particulière $\hat{p}_{Z[n]}^{|n|}$, où toutes les particules sont de même poids, qu'on va pouvoir propager à nouveau

$$\hat{p}_{Z[n]}^{|n-1|}(z) = \sum_{q=1}^{n_q} \frac{1}{n_q} \delta(z - \xi^{(q)}[n])$$

où la particule $\xi^{(q)}[n]$ est tirée suivant la loi $Z[n] \mid Z[n-1] = \xi_{K^{(q)}[n-1]}[n-1]$, c'est la *mutation*. Dans le modèle non linéaire 3.22 proposé page 33, cette mutation consiste à tirer les bruits $\epsilon_{\text{mod}}[n]$ et $\epsilon_U[n]$, puis à calculer $f_n(\xi^{(q)}[n-1], U[n], \epsilon_U[n], \epsilon_{\text{mod}}[n])$.

La particule $\xi^{(q)}[n]$ descend donc de la particule $\xi_{K^{(q)}[n-1]}[n-1]$. L'ordre des particules importe peu, on préfère souvent présenter ce processus en tirant d'abord le nombre $N_{\text{desc}}(k)$ de particules descendant de chaque particule $\xi_{K^{(q)}[n-1]}[n-1]$ (échantillonnage multinomial) avant de réaliser l'étape de mutation; on fait intervenir des particules intermédiaires ($\tilde{\xi}^{(q)}[n-1], \tilde{\omega}^{(q)}[n-1]$) parmi lesquelles la particule $\xi_k[n]$ apparaît $N_{\text{desc}}(k)$ fois; on parle de rééchantillonnage, ou de redistribution. Dans certaines présentations du filtrage particulaire, il est proposé de ne pas rééchantillonner à chaque itération, pour favoriser la diversité des particules à court terme, mais cela se fait au prix d'une instabilité à plus long terme; on rééchantillonnera "au fil de l'eau", c'est-à-dire à chaque observation [DJ09].

Ensuite, lorsqu'une observation arrive $Y[n]$, par la formule (3.6), on obtient une approximation de la densité de la loi *a priori* de l'observation :

$$\hat{p}_{Y[n]}^{|n-1|}(Y[n]) = \int p_{Y[n]|Z[n]}(Y[n], z) \hat{p}_{Z[n]}^{|n-1|}(z) dz = \sum_{q=1}^{n_q} \frac{1}{n_q} p_{Y[n]|Z[n]}(Y[n], \xi^{(q)}[n])$$

Par la formule (3.7), on obtient une approximation de la densité de la loi *a posteriori* de l'état :

$$\begin{aligned} \hat{p}_{Z[n]}^{|n|}(z) &= \frac{p_{Y[n]|Z[n]}(Y[n], z) \hat{p}_{Z[n]}^{|n-1|}(z)}{\hat{p}_{Y[n]}^{|n-1|}(Y[n])} \\ &= \sum_{q=1}^{n_q} \frac{\frac{1}{n_q} p_{Y[n]|Z[n]}(Y[n], \xi^{(q)}[n])}{\hat{p}_{Y[n]}^{|n-1|}(Y[n])} \delta(z - \xi^{(q)}[n]) \\ &= \sum_{q=1}^{n_q} \omega^{(q)}[n] \delta(z - \xi^{(q)}[n]) \quad \text{avec} \quad \begin{cases} \bar{\omega}^{(q)}[n] = p_{Y[n]|Z[n]}(Y[n], \xi^{(q)}[n]) \\ \omega^{(q)}[n] = \frac{\bar{\omega}^{(q)}[n]}{\sum_{\ell=1}^{n_q} \bar{\omega}^{(\ell)}[n]} \end{cases} \end{aligned}$$

On constate donc que les particules sont inchangées, mais sont maintenant affectées d'un poids proportionnel à la vraisemblance locale de la particule, qui mesure l'adéquation de la particule aux données. A partir de cette densité de la loi *a posteriori*, on peut calculer l'estimateur de l'espérance *a posteriori* (MMSE) de l'état.

En résumé, on obtient l'algorithme 3.3.

S'applique à un modèle de Markov caché de processus d'état $(Z[n])_{n \geq 1}$ et d'observation $(Y[n])_{n \geq 1}$.

S'applique si on sait - exprimer la densité $p_{Y[n]|Z[n]}$,
 - simuler la chaîne de Markov $(Z[n])_{n \geq 1}$.

Instant initial ($n = 1$)

1 ^{re} observation	soit $Y[1]$
estimation du 1 ^{er} état	$\begin{cases} \hat{Z}^{1^1}[1] \\ P^{1^1}[1] \end{cases}$
échantillonnage ($\forall q$)	Tirer $\xi^{(q)}[1]$ (poids $\frac{1}{n_q}$) suivant loi normale de moyenne $\hat{Z}^{1^1}[1]$ et variance $P^{1^1}[1]$

Récurrence ($n \geq 2$)

Supposons que	$\hat{p}_{Z[n-1]}^{n-1}(z) = \sum_{q=1}^{n_q} \frac{1}{n_q} \delta(z - \xi^{(q)}[n-1])$
mutation	($\forall q$) Tirer $\tilde{\xi}^{(q)}[n]$ suivant la loi de $Z[n] Z[n-1] = \xi^{(q)}[n-1]$
préd. (n) ^e état	$\hat{Z}^{n-1}[n] = \sum_{q=1}^{n_q} \frac{1}{n_q} \tilde{\xi}^{(q)}[n]$
n ^e observation	soit $Y[n]$
mise à jour poids	($\forall q$) $\bar{\omega}^{(q)}[n] = p_{Y[n] Z[n]}(Y[n], \tilde{\xi}^{(q)}[n])$
normalisation	($\forall q$) $\omega^{(q)}[n] = \frac{\bar{\omega}^{(q)}[n]}{\sum_{\ell=1}^{n_q} \bar{\omega}^{(\ell)}[n]}$
estimation n ^e état	$\hat{Z}^n[n] = \sum_{q=1}^{n_q} \omega^{(q)}[n] \tilde{\xi}^{(q)}[n]$
redistribution	$\begin{cases} \text{Tirer } (N_{\text{desc}}(z))_{1 \leq z \leq n_q} \text{ suivant loi multinom.} \\ (n_q, \omega_1[n], \dots, \omega_{n_q}[n]) \\ (\xi_q[n])_{1 \leq q \leq n_q} = \left(\underbrace{\tilde{\xi}_z[n]}_{N_{\text{desc}}(z) \text{ fois}} \right)_{1 \leq z \leq n_q} \end{cases}$

ALGO. 3.3 - *Filtre bootstrap*

6. APPLICATION : LOCALISATION HYBRIDE LÂCHE

Dans ce filtre, les particules $\xi^{(a)}[n]$ de fort poids ont plus de chance d'avoir une nombreuse descendance, et celles de faible poids ont plus de chance d'être sans descendance, le poids (via la vraisemblance locale) étant une mesure d'adéquation aux données. Ce processus rappelle la théorie de l'évolution, où les individus peu adaptés au milieu ont une forte chance d'être sans descendance, les individus fortement adaptés au milieu ont une forte de chance de se reproduire en nombre, et leur descendance, par mutation, est mieux adaptée au milieu.

Lorsque le modèle est faiblement prédictif et les observations faiblement bruitées, ce filtre est en général mis en défaut car toutes les particules peuvent être de vraisemblance nulle. Une solution consiste à faire de l'adaptation, c'est-à-dire de tirer les particules suivant une loi tenant compte de l'observation la plus récente [PS99] mais il est alors impossible de faire de la prédiction. Dans les modèles très prédictifs que l'on présentera plus loin, ceci n'est pas nécessaire, et même impossible car on utilisera la prédiction pour évaluer la consistance de l'observation et ainsi rejeter les observations aberrantes.

6 Application : localisation hybride lâche

Dans ce paragraphe, nous allons détailler le système hybride lâche le plus utilisé : Odomètre/Gyromètre/GPS. Les données des capteurs ne sont pas synchrones, la fréquence des données GPS est plus petite par rapport à celle des données odométriques et gyrométriques. On suppose qu'on lit les informations de l'odomètre à la même cadence que celles du gyromètre.

On note dans la suite n_{gps} les instants d'acquisition des données de GPS et n_{gyro} les instants d'acquisition des données gyrométriques et odométriques.

A chaque instant n_{gyro} on a :

- $ds_{\text{Odo}}[n_{\text{gyro}}]$ la mesure de la distance parcourue entre les instants $n_{\text{gyro}} - 1$ et n_{gyro} . Cette mesure est caractérisée par une erreur supposée blanche gaussienne centrée d'écart-type :

$$\sigma_{\text{Odo}}[n] = \frac{ds_{\text{Odo}}[n]}{100}$$

- $d\psi_{\text{Gyro}}[n_{\text{gyro}}]$ la mesure de l'angle de rotation du véhicule entre les instants $n_{\text{gyro}} - 1$ et n_{gyro} . Cette mesure est caractérisée par une erreur supposée, une fois le biais retiré, blanche gaussienne centrée d'écart-type :

$$\sigma_{\psi}[n_{\text{gyro}}] = ARW_{\text{construc}} \sqrt{\Delta T[n_{\text{gyro}}]}$$

où ARW_{construc} est la marche aléatoire angulaire du gyromètre indiquée par le constructeur (en deg/\sqrt{h}) et $\Delta T[n_{\text{gyro}}]$ le temps écoulé entre les instants $n_{\text{gyro}} - 1$ et n_{gyro} .

6.1 Etat et observations du modèle markovien

Pour modéliser le système de localisation hybride Odomètre/Gyromètre/GPS, on définit trois vecteurs :

1. le vecteur d'état $Z[n]$ contient, à chaque instant n , $(x[n], y[n])$ la position du véhicule dans un repère cartésien et $\psi[n]$ l'angle de cap :

$$Z[n] = \begin{bmatrix} x[n] \\ y[n] \\ \psi[n] \end{bmatrix} \quad (3.19)$$

2. le vecteur d'entrée (commande) $U[n_{\text{gyro}}]$ contient à l'instant n_{gyro} , la mesure odométrique $ds_{\text{Odo}}[n_{\text{gyro}}]$ et la mesure gyrométrique $d\psi_{\text{Gyro}}[n_{\text{gyro}}]$:

$$U[n_{\text{gyro}}] = \begin{bmatrix} ds_{\text{Odo}}[n_{\text{gyro}}] \\ d\psi_{\text{Gyro}}[n_{\text{gyro}}] \end{bmatrix} \quad (3.20)$$

3. le vecteur d'observation $Y[n_{\text{GPS}}]$ contient la position du véhicule calculée par le récepteur GPS à l'instant n_{GPS} :

$$Y[n_{\text{GPS}}] = \begin{bmatrix} x_{\text{GPS}}[n_{\text{GPS}}] \\ y_{\text{GPS}}[n_{\text{GPS}}] \end{bmatrix} \quad (3.21)$$

6.2 Modèle de Markov caché

On suppose que le système est représenté par le modèle non-linéaire suivant :

$$\begin{cases} Z[n] &= f(Z[n-1], U[n] + \epsilon_U[n]) + \epsilon_{\text{mod}}[n] \\ Y[n_{\text{GPS}}] &= h(Z[n_{\text{GPS}}]) + \epsilon_{\text{obs}}[n_{\text{GPS}}] \end{cases} \quad (3.22)$$

où :

- la séquence $(\epsilon_U[n_{\text{gyro}}])_{n_{\text{gyro}} \geq 1}$ représente l'erreur de l'odomètre et du gyromètre. On suppose que ce bruit est gaussien centré de matrice de variance-covariance :

$$Q_U[n_{\text{gyro}}] = \begin{bmatrix} (\sigma_{\text{Odo}}[n_{\text{gyro}}])^2 & 0 \\ 0 & (\sigma_{\psi}[n_{\text{gyro}}])^2 \end{bmatrix} \quad (3.23)$$

- la séquence $(\epsilon_{\text{mod}}[n])_{n \geq 1}$ représente les erreurs de modèle. Leur présence vient du fait que le véhicule ne suit pas exactement le modèle que l'on s'est fixé (dans notre cas, le modèle impose un roulement sans glissement sur une trajectoire circulaire ou rectiligne). En général, on modélise ces erreurs comme des variables aléatoires gaussiennes, résultat de l'intégration d'un bruit blanc. Leur matrice de variance-covariance est donc :

$$Q_{\text{mod}}[n] = \begin{bmatrix} (S_e)^2 \Delta T[n] & 0 \\ 0 & (S_e)^2 \Delta T[n] \end{bmatrix} \quad (3.24)$$

où $\Delta T[n]$ est le temps écoulé entre les instants $n-1$ et n . Pour le paramètre S_e , on choisit de le régler de telle sorte que l'écart-type des erreurs soit par exemple de 0.5m au bout d'une seconde (une voiture fait rarement des écarts de plus de 50cm sur une seconde).

- la séquence $(\epsilon_{\text{obs}}[n_{\text{GPS}}])_{n_{\text{GPS}} \geq 1}$ représente l'erreur du GPS. On suppose que cette erreur est gaussienne centrée de matrice de variance-covariance :

$$Q_{\text{obs}}[n_{\text{GPS}}] = \begin{bmatrix} (\sigma_{\text{GPS}})^2 & 0 \\ 0 & (\sigma_{\text{GPS}})^2 \end{bmatrix} \quad (3.25)$$

où σ_{GPS} représente la précision de positionnement, par exemple lorsque le récepteur GPS fonctionne en mode différentiel on a $\sigma_{\text{GPS}} = 1 \text{ m}$ et quand il fonctionne en mode naturel on a $\sigma_{\text{GPS}} = 5 \text{ m}$.

6. APPLICATION : LOCALISATION HYBRIDE LÂCHE

- la fonction f décrit le modèle d'évolution du système. Elle représente le modèle cinématique choisi pour décrire l'évolution cinématique du véhicule dans un repère cartésien. On peut utiliser le modèle développé dans le chapitre 2 :

$$f(Z[n-1], U[n] + \epsilon_U[n]) = \begin{bmatrix} x[n-1] + ds[n] \cdot \text{sinc}\left(\frac{d\psi[n]}{2}\right) \cos\left(\psi[n] + \frac{d\psi[n]}{2}\right) \\ y[n-1] + ds[n] \cdot \text{sinc}\left(\frac{d\psi[n]}{2}\right) \sin\left(\psi[n] + \frac{d\psi[n]}{2}\right) \\ \psi[n-1] + d\psi[n] \end{bmatrix} \quad (3.26)$$

où :

$$\begin{aligned} ds[n] &= ds_{\text{Odo}}[n] + \epsilon_{\text{Odo}}[n] \\ d\psi[n] &= d\psi_{\text{Gyro}}[n] + \epsilon_{\psi}[n] \end{aligned}$$

En théorie, on doit utiliser cette équation pour tout instant n_{Gyro} correspondant à une mesure gyrométrique, mais aussi pour tout instant n_{GPS} correspondant à une mesure GPS, les mesures GPS revenant à une fréquence beaucoup plus faible. En pratique, aucune mesure gyrométrique n'étant synchrone avec une mesure GPS, on extrapolera à partir de l'instant n_{Gyro} le plus récent l'entrée $U[n_{\text{GPS}}]$ et les variances associées en supposant que la vitesse et la vitesse angulaire sont constantes entre n_{Gyro} et n_{GPS} .

- La fonction h décrit le modèle d'observation. Elle vaut :

$$h(Z[n_{\text{GPS}}]) = \begin{bmatrix} x[n_{\text{GPS}}] \\ y[n_{\text{GPS}}] \end{bmatrix} \quad (3.27)$$

Sous les hypothèses suivantes :

- l'état initial $Z[1]$ est de moyenne $\hat{Z}[1]$ et variance $\text{Var}\{Z[1]\}$ connues ;
- il y a indépendance mutuelle entre les séquences $(\epsilon_{\text{mod}}[n])_{n \geq 1}$, $(\epsilon_{\text{obs}}[n_{\text{GPS}}])_{n_{\text{GPS}} \geq 1}$, $(\epsilon_U[n_{\text{gyro}}])_{n_{\text{gyro}} \geq 1}$, et l'état initial $Z[1]$.

Les suites $(Z[n])_{n \geq 1}$ et $Y[n_{\text{GPS}}]$ forment un modèle de Markov caché à canal sans mémoire, dont la densité de la loi d'observation s'écrit :

$$p_{Y[n_{\text{GPS}}]|Z[n_{\text{GPS}}]}(y, z) = p_{\epsilon_{\text{obs}}[n_{\text{GPS}}]}(y - h(z))$$

avec $p_{\epsilon_{\text{obs}}[n_{\text{GPS}}]}$ densité d'une loi centrée de variance $Q_{\text{obs}}[n_{\text{GPS}}]$.

La densité $p_{Z[n]|Z[n-1]}$ de la loi d'évolution est plus difficile à exprimer, les bruits n'étant pas additifs, mais on n'en aura pas besoin dans les filtres bayésiens retenus.

6.3 Test de rejet de l'observation GPS

Dans un filtre de Kalman étendu ou un filtre particulière, on obtient (naturellement dans l'EKF, ou par moyennage des particules) une prédiction de l'observation $\hat{Y}[n_{\text{GPS}}]$ conduisant à l'innovation $\hat{Y}[n_{\text{GPS}}] - Y[n_{\text{GPS}}]$ dont la matrice de variance-covariance est $V[n_{\text{GPS}}] = \text{Var}\{\hat{Y}[n_{\text{GPS}}] - Y[n_{\text{GPS}}]\}$.

Comme le modèle bayésien utilisé ne prend pas en compte la possibilité de mesures GPS aberrantes (telles que celles dues aux multi-trajets), on va utiliser cette estimation accompagnée de sa variance pour définir un test de rejet de points GPS

aberrants, sous la forme d'un test d'hypothèses, en supposant de plus que la **prédiction de l'observation est bien conforme à la réalité**. L'hypothèse nulle (c'est-à-dire que la mesure GPS est correcte) est que la variable aléatoire $\hat{Y}[n_{\text{GPS}}] - Y[n_{\text{GPS}}]$ est normale centrée de variance $V[n_{\text{GPS}}]$.

Le paramètre de test T est défini par la distance de Mahalanobis suivante :

$$T = \left(\hat{Y}[n_{\text{GPS}}] - Y[n_{\text{GPS}}] \right)^T V^{-1}[n_{\text{GPS}}] \left(\hat{Y}[n_{\text{GPS}}] - Y[n_{\text{GPS}}] \right) \quad (3.28)$$

On démontre que la variable aléatoire T est distribuée selon la loi du χ^2 à 2 degrés de liberté (dans le cas 2D). On définit un risque α (dit de 1^{ère} espèce) qui représente la probabilité de rejeter à tort un point GPS, ce risque vaut :

$$\begin{aligned} \alpha &= Pr [\text{rejeter le point GPS} \mid \text{le point GPS est correct}] \\ &= Pr [T > \mu \mid T \text{ suit la loi } \chi^2 \text{ à 2 degrés de liberté}] \end{aligned}$$

où μ est un seuil calculé grâce à la table du χ^2 , par exemple pour $\alpha = 0.01$ on obtient $\mu = 9.21$. Ainsi, si la distance de Mahalanobis de la réalisation de l'écart est supérieure à μ , nous en déduisons que l'hypothèse nulle est fausse, et le point GPS est alors rejeté, la prédiction étant supposée correcte.

Au final, le test peut se résumer par l'algorithme suivant :

```

Calculer une prédiction  $\hat{Y}[n_{\text{GPS}}]$  des mesures GPS et la matrice de
variance-covariance  $V[n_{\text{GPS}}]$  de l'innovation.

Calculer  $T = \left( \hat{Y}[n_{\text{GPS}}] - Y[n_{\text{GPS}}] \right)^T V^{-1}[n_{\text{GPS}}] \left( \hat{Y}[n_{\text{GPS}}] - Y[n_{\text{GPS}}] \right)$ 

Si  $T \leq \mu$ 
    - Accepter le point GPS et continuer l'algorithme de filtrage
Sinon
    - Rejeter le point GPS en poursuivant l'algorithme de filtrage comme
      s'il y avait un masque GPS à l'instant courant
    
```

ALGO. 3.4 - *algorithme de test de rejet de l'observation GPS*

On peut noter que dans plusieurs travaux de recherche [GT05] [SCJ+10], les auteurs ont proposé de conserver les mesures aberrantes de GPS et de les corriger en incluant des changements de moyennes dans le modèle de mesure. Dans nos travaux, on a choisi de rejeter complètement ces mesures aberrantes de GPS pour éviter d'ajouter une variable dans le vecteur d'état qui représente la moyenne dans le modèle de mesure.

6.4 Filtre de kalman étendu lâche

En utilisant le filtre de Kalman étendu pour le système de localisation lâche Odomètre/Gyromètre/GPS, on obtient l'algorithme 3.5.

L'équation d'évolution utilisée est **non linéaire** par rapport à l'état, et l'algorithme EKF va procéder par linéarisation pour calculer une prédiction de l'état accompagnée de sa matrice de variance-covariance. Une condition *sine qua non* pour

S'applique au modèle	
$\begin{cases} Z[n] = f(Z[n-1], U[n] + \epsilon_U[n]) + \epsilon_{\text{mod}}[n] \\ Y[n] = H Z[n] + \epsilon_{\text{obs}}[n] \end{cases} \quad \text{avec} \quad \begin{cases} \text{Var}\{\epsilon_U[n]\} = Q_U[n] \\ \text{Var}\{\epsilon_{\text{mod}}[n]\} = Q_{\text{mod}}[n] \\ \text{Var}\{\epsilon_{\text{obs}}[n]\} = Q_{\text{obs}}[n] \end{cases}$	
Initialisation	
estimation du 1 ^{er} état à partir de 1 ^{er} point GPS (cf. eq. 3.29)	$\begin{cases} \hat{Z}[1] \\ P[1] \end{cases}$
Pour tout instant $n \geq 2$ correspondant à une mesure gyromètre ou GPS	
calcul de $U[n]$ et $Q_U[n]$ ou par extrapolation	à partir des mesures gyro et odométrique à partir de $U[n-1]$ et $Q_U[n-1]$
jacobiennes de f	$\begin{cases} F_Z[n] = \left[\frac{\partial f}{\partial Z}(\hat{Z}[n-1], U[n]) \right]^T \\ F_{\epsilon_U}[n] = \left[\frac{\partial f}{\partial \epsilon_U}(\hat{Z}[n-1], U[n]) \right]^T \end{cases}$
prédiction du (n) ^e état	$\begin{cases} \hat{Z}[n] = f(\hat{Z}[n-1], U[n]) \\ P[n] = F_Z[n] P[n-1] F_Z^T[n] + F_{\epsilon_U}[n] Q_U[n] F_{\epsilon_U}^T[n] \\ \quad + Q_{\text{mod}}[n] \end{cases}$
prédiction n ^e observation	$\begin{cases} \hat{Y}[n] = H \hat{Z}[n] \\ V[n] = H P[n] H^T + Q_{\text{obs}}[n] \\ C[n] = H P[n] \end{cases}$
n ^e observation	soit $Y[n]$
Calculer	$T = (\hat{Y}[n] - Y[n])^T V^{-1}[n] (\hat{Y}[n] - Y[n])$
si $T \leq \mu$	le point GPS est accepté
estimation du n ^e état	$\begin{cases} \hat{Z}[n] \leftarrow \hat{Z}[n] + C^T[n] V^{-1}[n] (Y[n] - \hat{Y}[n]) \\ P[n] \leftarrow P[n] - C^T[n] V^{-1}[n] C[n] \end{cases}$

ALGO. 3.5 – *Filtre de Kalman étendu lâche Odomètre/Gyromètre/GPS*

que les effets de cette linéarisation soient négligeables, est de proposer une estimation « correcte » de l'état initial.

En ce qui concerne la position, celle-ci est initialisée avec le **premier point GPS** : $Y[1_{\text{GPS}}]$. La matrice de variance-covariance associée est donc $Q_{\text{obs}}[1_{\text{GPS}}]$ (matrice de variance-covariance de la solution GPS).

En ce qui concerne l'angle, on ne le connaît pas *a priori*. Pourtant, l'utilisation des fonctions cosinus et sinus empêchent de l'initialiser de façon arbitraire. Dans la littérature [JBP08], on peut distinguer deux types d'initialisation :

1. La première solution consiste à démarrer avec 4 filtres de Kalman étendus où seuls les caps initiaux sont différents : $\hat{\psi}^{11}[1] = 0$, $\hat{\psi}^{12}[1] = \frac{\pi}{2}$, $\hat{\psi}^{13}[1] = \pi$ ou $\hat{\psi}^{14}[1] = \frac{3\pi}{2}$, tous ces caps initiaux associés à une variance de $\sigma_{\psi_0}^2 = \frac{\pi^2}{48}$ (variance d'une distribution uniforme comprise entre $-\frac{\pi}{4}$ et $\frac{\pi}{4}$). Ensuite, après quelques observations GPS, on gardera le filtre qui correspond le mieux aux observations.
2. La deuxième solution revient à chercher le cap qui correspond le mieux aux

premiers points GPS calculés. Ceci impose de rouler en ligne droite au début de l'essai. Un écart-type de 3° ($\sigma_{\psi_0} = 3^\circ$) semble réaliste (et signifie que la linéarisation des équations pourra se faire dans de bonnes conditions).

Ensuite, on suppose que la position initiale n'est pas corrélée avec l'angle de cap initial. On a donc :

$$\hat{Z}^{|1}[1] = \begin{bmatrix} x^{GPS}[1_{GPS}] \\ y^{GPS}[1_{GPS}] \\ \psi_0 \end{bmatrix} \quad \text{et} \quad P^{|1}[1] = \begin{bmatrix} Q_{\text{obs}}[1_{GPS}] & 0_{2 \times 1} \\ 0_{1 \times 2} & \sigma_{\psi_0}^2 \end{bmatrix} \quad (3.29)$$

où ψ_0 et sa variance sont déterminés selon la méthode d'initialisation adoptée.

6.5 Filtre particulaire lâche

Contrairement au filtre de Kalman étendu, dans le filtre particulaire lâche Odomètre/Gyromètre/GPS (cf. algo. 3.6), on ne calcule pas la jacobienne de la fonction d'évolution (il n'y a pas de linéarisation). Ceci veut dire qu'on n'a pas les mêmes contraintes pour initialiser le filtre que celle qu'on a vu dans l'EKF. En effet, dans le filtre particulaire, l'angle de cap initial pour chaque particule peut être initialisé par un tirage uniforme entre $-\pi$ et π . En revanche, la position est initialisée de la même façon que celle utilisée dans l'EKF, c'est-à-dire qu'on utilise le premier point GPS : $Y[1_{GPS}]$. La matrice de variance-covariance associée est donc $Q_{\text{obs}}[1_{GPS}]$.

7 Conclusion

On a présenté dans ce chapitre les techniques d'approximation du filtrage bayésien (filtrage de Kalman étendu et filtrage particulaire) et leur application à la localisation telle que rencontrée dans la littérature. L'EKF est beaucoup moins coûteux du point de vue calculatoire et donne en pratique des résultats satisfaisants sous réserve de proposer une technique d'initialisation convenable. L'intérêt du filtrage particulaire est donc discutable dans ce contexte de localisation globale [JBP08].

Cependant, la technique du filtrage particulaire est adaptée aux cas où l'état comprend des composantes discrètes, par exemple l'indice de voie sur une carte routière. On reprendra plus loin le filtrage particulaire dans le contexte de localisation sur une carte et l'on verra comment cette technique permet de s'affranchir d'une procédure coûteuse de projection.

7. CONCLUSION

S'applique au modèle

$$\begin{cases} Z[n] = f(Z[n-1], U[n] + \epsilon_U[n]) + \epsilon_{\text{mod}}[n] \\ Y[n_{\text{GPS}}] = h(Z[n_{\text{GPS}}]) + \epsilon_{\text{obs}}[n_{\text{GPS}}] \end{cases} \quad \text{avec} \quad \begin{cases} \text{Var}\{\epsilon_U[n]\} = Q_U[n] \\ \text{Var}\{\epsilon_{\text{mod}}[n]\} = Q_{\text{mod}}[n] \\ \text{Var}\{\epsilon_{\text{obs}}[n_{\text{GPS}}]\} = Q_{\text{obs}}[n_{\text{GPS}}] \end{cases}$$

Instant initial ($n = 1$)

1_{GPS} ^{re} observation soit $Y[1_{\text{GPS}}]$ avec une matrice de variance $Q_{\text{obs}}[1_{\text{GPS}}]$

tirer N particules i.i.d. (poids $\frac{1}{n_q}$)

$$\forall q \quad \xi^{(q)}[1] = \begin{cases} (x^{(q)}[1], y^{(q)}[1]) \text{ tirer selon la loi normale } N(Y[1_{\text{GPS}}], Q_{\text{obs}}[1_{\text{GPS}}]) \\ \psi^{(q)}[1] \text{ tirer selon la loi uniforme entre } -\pi \text{ et } \pi \end{cases}$$

Récurrence ($n \geq 2$) : supposons que $\hat{p}_{Z[n-1]}^{[n-1]}(z) = \sum_{q=1}^{n_q} \frac{1}{n_q} \delta(z - \xi^{(q)}[n-1])$

Pour tout instant $n \geq 2$ correspondant à une mesure gyromètre ou GPS

calcul de $U[n]$ et $Q_U[n]$ à partir des mesures gyro et odométrique
ou par extrapolation à partir de $U[n-1]$ et $Q_U[n-1]$

bruit de commande ($\forall q$) tirer $\epsilon_U^{(q)}[n]$ suivant la loi $N(0, Q_U[n])$

bruit de modèle ($\forall q$) tirer $\epsilon_{\text{mod}}^{(q)}[n]$ suivant la loi $N(0, Q_{\text{mod}}[n])$

mutation ($\forall q$) $\xi^{(q)}[n] = f(\xi^{(q)}[n-1], U[n] + \epsilon_U^{(q)}[n]) + \epsilon_{\text{mod}}^{(q)}[n]$

prédiction (n)^e état $\begin{cases} \hat{Z}[n] = \sum_{q=1}^{n_q} \frac{1}{n_q} \xi^{(q)}[n] \\ P[n] = \sum_{q=1}^{n_q} \frac{1}{n_q} (\xi^{(q)}[n] - \hat{Z}[n]) (\xi^{(q)}[n] - \hat{Z}[n])^T \end{cases}$

si n correspond à une mesure GPS, soit $Y[n]$ le n ^e observation

prédiction n ^e obs. $\begin{cases} \zeta^{(q)}[n] = h(\tilde{\xi}^{(q)}[n], 0) \\ \hat{Y}[n] = \sum_{q=1}^{n_q} \frac{1}{n_q} \zeta^{(q)}[n] \\ V[n] = \sum_{q=1}^{n_q} \frac{1}{n_q} (\zeta^{(q)}[n] - \hat{Y}[n]) (\zeta^{(q)}[n] - \hat{Y}[n])^T + Q_{\text{obs}}[n] \end{cases}$

Calculer $T = (\hat{Y}[n] - Y[n])^T V^{-1}[n] (\hat{Y}[n] - Y[n])$

si $T \leq \mu$ le point GPS est accepté

mise à jour poids ($\forall q$) $\begin{cases} \bar{\omega}^{(q)}[n] = p_{Y[n]|Z[n]}(Y[n], \xi^{(q)}[n]) \\ = \frac{1}{\sqrt{\det(2\pi Q_{\text{obs}}[n])}} \exp(\zeta^{(q)}[n] - Y[n])^T Q_{\text{obs}}^{-1}[n] (\zeta^{(q)}[n] - Y[n]) \end{cases}$

normalisation ($\forall q$) $\omega^{(q)}[n] = \frac{\bar{\omega}^{(q)}[n]}{\sum_{i=1}^{n_q} \bar{\omega}^{(i)}[n]}$

estimation n ^e état $\begin{cases} \hat{Z}[n] = \sum_{q=1}^{n_q} \omega^{(q)}[n] \xi^{(q)}[n] \\ P[n] = \sum_{q=1}^{n_q} \omega^{(q)}[n] (\xi^{(q)}[n] - \hat{Z}[n]) (\xi^{(q)}[n] - \hat{Z}[n])^T \end{cases}$

redistribution $\begin{cases} \text{Tirer } (N_{\text{desc}}(z))_{1 \leq z \leq n_q} \text{ suivant loi multinom.} \\ (n_q, \omega^{(1)}[n], \dots, \omega^{(n_q)}[n]) \\ (\xi^{(q)}[n])_{1 \leq q \leq n_q} = \left(\underbrace{\tilde{\xi}^{(z)}[n]}_{N_{\text{desc}}(z) \text{ fois}} \right)_{1 \leq z \leq n_q} \end{cases}$

ALGO. 3.6 – *Filtre particulière lâche Odomètre/Gyromètre/GPS*

Chapitre 4

Cartes standard et map-matching

Introduction

Dans les système d'aide à la conduite (ADAS), le système de localisation comprend en général deux modules. Le premier module estime la position du véhicule dans un référentiel global en utilisant les données provenant de capteurs extéroceptifs (par exemple GPS), proprioceptifs (par exemple odomètre et gyromètre) et, éventuellement, des informations provenant d'une base de données cartographiques utilisée comme capteur dans ce cas [Bon05].

Le deuxième module consiste à mettre en correspondance la position estimée dans le référentiel global avec les données de la base cartographique pour obtenir la position du véhicule dans le référentiel de la carte. Cette tâche est dite *map-matching*.

Dans ce chapitre, nous commençons par faire un état d'art des cartes standard et des techniques de map-matching. Nous abordons également les dernières avancées en matière de cartes pour les ADAS. Enfin, les principales investigations utilisant la carte comme aide au positionnement (MAL : Map Aided Location) sont présentées à la fin.

1 Etat de l'art en matière de cartes numériques routières

Actuellement, les systèmes de navigation représentent les routes par une ou plusieurs polygones (selon que les voies représentées sont séparées physiquement). Les voies non séparées physiquement n'en font qu'une, indifféremment de leur sens de circulation réglementaire [MQea07].

Sur la figure 4.1, on présente un exemple d'une carte standard. On distingue :

- des jonctions ou noeuds (représentées par des carrés) : elles définissent les extrémités des éléments topologiques, eux-mêmes constitués de segments. Elles permettent de modéliser notamment les carrefours, les entrées et les sorties.
- des points de forme (représentés par des ronds) : ils constituent les sommets de la polygone et ont pour but de décrire la géométrie réelle de la route. Plus il y a de points de forme, mieux on modélise les virages.



FIGURE 4.1 – Représentation des routes par des polygones

1.1 Aspects géométriques

Dans une base de données routières standard, les seules informations géométriques disponibles sont les coordonnées géographiques des noeuds et des points de forme. En général, ces coordonnées sont exprimées dans le référentiel géodésique WGS 84 (latitude et longitude, la hauteur n'est pas gérée). Pour des raisons d'espace mémoire, ces coordonnées sont données avec un nombre limité de chiffres après la virgule induisant une résolution limitée souvent au mètre. Pour cette raison, les points sont espacés d'au moins 2 mètres, rendant impossible de cartographier tous les détails des routes. Par exemple, de petits ronds-points seront modélisés par des noeuds et certaines bretelles d'accès seront volontairement omises. La qualité de la carte numérique est évaluée par :

- sa précision absolue : l'écart entre les coordonnées estimées d'un point de la carte et sa position réelle dans le référentiel géodésique.
- sa précision relative : elle correspond à l'erreur de distance mesurée entre deux points de forme proches.

En général, la précision relative est meilleure que la précision absolue.

De nos jours, la plupart des bases de données routières sont dérivées des cartes nationales papier. Par conséquent, les bases de données routières existantes conservent les décalages appliqués lors de la représentation graphique pour rendre les cartes lisibles. D'autres données sont saisies directement par photogrammétrie. Se présentent alors les difficultés bien connues de recouvrement des différentes restitutions photogrammétriques entre elles et avec l'ensemble de la base, notamment sur les zones obtenues par scan des cartes papier. On considère finalement que les cartes numériques standards présentent une précision absolue inférieure à 15 mètres (généralement 5 dans les zones urbaines) et une précision relative d'environ 3 mètres [Bon05], ce qui n'est pas suffisant pour les applications à venir dans l'industrie automobile.

1.2 Aspects topographiques

Dans les cartes numériques, on exploite la topologie des noeuds pour faciliter le map-matching (nous y reviendrons dans la section suivante). En effet, les systèmes de navigation, après initialisation, gèrent des "caches de routes" dans lesquels sont explorés les segments possibles où projeter la position GPS courante. On ne cherche évidemment pas à projeter cette position sur la totalité de la base. La mise à jour des caches de routes au fur et à mesure d'un itinéraire se fait en utilisant les liens topologiques entre noeuds, chaque noeuds pointant vers plusieurs autres, etc. L'organisation détaillée des bases de données ne nous est pas connue et reste le secret de leurs éditeurs.

1.3 Attributs

La représentation polygonale de la route et la topologie ne suffisent pas pour mettre en oeuvre certaines applications ADAS, comme l'alerte sur la vitesse d'approche d'un virage et l'alerte de sortie de voie, ou encore la gestion optimale d'un itinéraire en fonction du trafic. Des informations pertinentes appelées attributs doivent être renseignées, par exemple, la vitesse limite autorisée, la courbure de la route, le nombre de voies ou encore la largeur de la route (attributs statiques), et l'état du trafic (attribut dynamique).

2 Etat de l'art en matière de map-matching

Le map-matching permet de relier une position fournie par un système de positionnement à un élément de la carte routière. Une bibliographie couvrant l'ensemble des algorithmes de map-matching a été produite au sein du Département Géomatique à Imperial College et nous nous y référerons dans cette section [MQea07].

Trois types d'approche peuvent être distingués : les approches géométriques, les approches multi-critères et les approches topologiques.

2.1 Les approches géométriques

Dans ces approches, l'association de la position à un élément de la carte repose sur des calculs de distance. Deux approches peuvent être citées : le map-matching point à point dans lequel la position est associée au noeud ou au point de forme le plus proche et le map-matching point à courbe où la position est associée avec le segment de route le plus proche [BK96, KLK⁺96, WBK03, TBS⁺01].

Ces approches sont très simples à mettre en oeuvre mais ne fonctionnent pas très bien dans des réseaux routiers denses où apparaissent de nombreuses ambiguïtés dans le choix de l'élément de la carte (intersections, routes parallèles, passages supérieurs/inférieurs etc.). De plus, elles sont très sensibles aux erreurs de positionnement et aux erreurs dans la représentation du réseau routier (résolution, zones de recouvrement, problème d'échelle etc.).

2.2 Les approches multidimensionnelles

Afin d'améliorer les approches géométriques, de nombreux auteurs ont proposé d'ajouter d'autres critères de sélection au critère de distance. Par exemples, certains proposent d'utiliser le sens de circulation [WBK03], d'autres des notions de proximité et de différence d'orientation [QOZN03] ou encore la distance parcourue sur le segment [Sye04]. De plus, si les cartes contiennent des attributs spécifiques tels que les limites de vitesse, le nombre de voies... des contraintes sur le cheminement du véhicule dans le réseau routier peuvent être émises pour filtrer les segments probables [TBS⁺01, Naj05].

Intuitivement, prendre davantage de critères en considération devrait améliorer très nettement les performances du map-matching, cependant il peut arriver qu'un ou plusieurs facteurs soient en contradiction avec la solution de map-matching et portent à confusion. Pour régler ce problème, certains auteurs proposent de fusionner ces différents critères afin d'obtenir une solution déterministe au problème. Dans ce cas, les approches les plus simples combinent les critères de sélection avec un schéma de poids [KH01, Gre02] alors que d'autres plus compliquées utilisent la théorie des croyances et les règles de Dempster-Shafter [Naj05].

2.3 Les approches topologiques

Avec un choix méticuleux des critères de sélection, le map-matching est donc capable de sélectionner dans le temps un ensemble de segments qui doit refléter le trajet du véhicule dans le réseau routier. Cependant, il peut arriver que les segments sélectionnés ne soient pas connectés, alors la trajectoire obtenue présente des discontinuités ce qui est en contradiction avec le déplacement d'un véhicule. Pour résoudre ce problème deux solutions existent.

La première solution consiste à améliorer les méthodes de map-matching point à point ou point à courbe en orientant la recherche des segments en fonction de la topologie de la carte [WBK03, QOZN03, Sye04]. La mise en oeuvre de cette méthode est très simple et repose sur l'hypothèse suivante : si au temps t un segment de route est sélectionné sans ambiguïtés, alors au temps $t + 1$ celui-ci reste probablement le candidat sauf s'il a été entièrement parcouru auquel cas un segment qui lui est connecté devient le candidat suivant. Ainsi, tous les segments qui ne peuvent être atteints sont supprimés de l'espace de recherche, éliminant ainsi tout risque de discontinuité dans le trajet du véhicule. Néanmoins, l'efficacité de cette méthode dépend grandement du choix du segment initial. En effet une petite erreur au départ peut entraîner dans le temps un résultat de map-matching complètement aberrant.

Cette première solution est mise en oeuvre dans les systèmes de navigation pour automobiles, avec des "caches de routes" cohérents géométriquement et topologiquement avec la position du véhicule et son évolution au fur et à mesure d'un itinéraire.

La seconde solution consiste à confronter la trajectoire du véhicule (définie par l'historique des dernières positions) à des morceaux de courbes constitués par un ensemble de segments de la carte. Le critère de sélection est la norme L2 de la distance séparant le morceau de courbe de la trajectoire du véhicule qui au préalable peut avoir subi de petites rotations et translations. Cette méthode appelée map-matching courbe à courbe [WBK03], est très compliquée à mettre en oeuvre et n'apporte pas systématiquement un gain notable de performance par rapport aux

autres techniques.

3 Nouvelles données cartographiques pour les ADAS

Les ADAS concernées par la localisation précise ne peuvent se suffire des représentations cartographiques standards à cause de leur inexactitude et de leur simplification. Pour résumer, les erreurs globales et locales de la carte standard peuvent conduire à des erreurs de map-matching. De plus, le contenu insuffisant de ces cartes rend fondamentalement impossible la mise en oeuvre d'applications avancées.

Ces applications ont pourtant été jugées relativement faisables d'ici une décennie par les auteurs du rapport final du projet Enhanced Digital MAPping (EDMAP) du Département des Transports (DoT) des Etats-Unis et de l'Administration Fédérale des Routes (Federal Highway Administration) [Du04]. Ce rapport souligne que le positionnement par satellites a fait des progrès significatifs avec différents réseaux différentiels GPS (locaux ou globaux et privés ou publics) et avec des systèmes d'augmentation qui ont vu le jour en Amérique du Nord, au Japon et en Europe. Néanmoins, ce rapport montre aussi que la qualité des cartes numériques reste un cran en arrière dans la plupart des services commerciaux proposés aux automobilistes.

Ainsi, la plupart des agences cartographiques nationales et les fournisseurs de données pour la navigation ont prévu de livrer progressivement des données routières de meilleure qualité en utilisant d'autres méthodes de saisie comme le mobile mapping, en complément de la photogrammétrie.

Des nouveaux développements sont lancés chez les principaux éditeurs de cartes numériques, au moins au niveau de la recherche [Bro08, WD08] dans le but de rapprocher les standards des spécifications des ADAS. L'idée poursuivie est généralement de conserver la représentation par polygones, conforme au format GDF utilisé couramment (Geographic Data Files), et d'ajouter des attributs géométriques complémentaires pour les ADAS, tels que typiquement le nombre de voies et les largeurs correspondantes. Des expérimentations ont eu lieu comme par exemple dans le cadre du projet français ARCOS où NavTeq a développé le concept de cartes ADAS avec une base de données de précision absolue 5 mètres et de précision relative 1 mètre. D'autres sont en cours, comme par exemple dans le projet intégré européen SafeSPOT, et permettront à terme de conclure sur la pertinence des nouvelles représentations proposées par rapport aux exigences fonctionnelles des services visés d'ADAS.

D'autres données sont en train de devenir disponibles à grande échelle, par exemple en France, où l'IGN (Institut Géographique National) fournit une première base de données du bâti en 3D, incluant les zones 2D identifiées pour les piétons, les cycles, les voitures, les bus... dans le cadre d'un plan général de mise à disposition d'information géographique RGE (référentiel à grande échelle). Des projets de recherche en cours (comme CityVIP) doivent mettre à profit ces nouvelles bases de données, et les rendre accessibles en temps réel.

4 Localisation aidée par la carte

Certains auteurs ont montré que la carte elle-même est utile pour aider à la localisation : c'est le concept de la localisation aidée par la carte (MAL : Map Aided Location) car elle donne des informations a priori sur le positionnement du véhicule. Néanmoins, l'introduction de ces informations routières dans la localisation du véhicule sur la carte reste un sujet de recherche difficile. Dans ce problème, la difficulté réside dans le fait que la position estimée, généralement rencontrée dans la littérature, est exprimée dans un référentiel global (par exemple WGS84) alors que les informations routières, en particulier la largeur, sont exprimées dans un repère local associé à la route. La prise en compte de ces informations dans la localisation nécessite donc le passage non linéaire des coordonnées du repère global au repère local, i.e. map-matching. Plusieurs recherches ont été menées pour répondre à cette problématique. On distingue deux types de méthodes utilisées pour introduire les informations de la carte :

1. Les données de la carte vues comme des observations

Dans [Sco94] et [LWG07], les auteurs proposent d'utiliser la dimension transversale de l'élément sur lequel on map-matche comme une observation caractérisée par une loi de probabilité uniforme [Sco94] et normale centrée sur l'axe central de l'élément [LWG07]. Ainsi, la carte corrige principalement la dimension transversale de l'erreur accumulée par la navigation à l'estime ou occasionnée par des positions GPS biaisées par suite de multitrajet par exemple. Nous mentionnerons également les travaux de recherche de [Fou10] à l'Université de Technologie de Compiègne, où la localisation à l'estime est corrigée d'une part au moyen des mesures de distance entre véhicule et satellites, et d'autre part au moyen de la direction de la route, la consistante de ces observations étant dûment vérifiée. Ainsi les auteurs proposent d'utiliser dans la fusion des données, une observation du cap fournie par la carte qui permet une correction directe du cap estimé par intégration de la mesure de vitesse angulaire. Ces travaux s'appuient sur les cartes standards. Le concept est particulièrement intéressant quand on utilise un gyromètre bas-coût ou bien en phase d'initialisation quand un tel gyromètre n'est pas correctement calibré.

2. Les données de la carte vues comme des contraintes

Dans les travaux [CG03] et [FHAG02], le positionnement par satellites (voire par GPS hybridé avec des capteurs à l'estime) **et** le map-matching sont faits ensemble. On parle alors de positionnement sous contrainte cartographique. Ces travaux modélisent la route par des équations polynomiales (de degré 1 ou 2) établissant de fait un couplage entre les coordonnées x, y et z locales (ou bien Est, Nord et hauteur). De sorte que le problème de localisation à 3 inconnues de position se résume à un problème à une seule inconnue. La contrainte introduite est telle que le problème perd deux degrés de liberté. En particulier, il n'existe plus de dimension transversale sur la route... sauf à modéliser toutes les voies de la route, ce qui n'est pas fait dans les recherches citées.

Dans les travaux [Sye05, UDL07, HR03], les auteurs ont proposé des méthodes pour introduire les informations de la carte (largeur et orientation) comme une contrainte de l'estimateur obtenu par un filtre de Kalman étendu. En résumé,

dans un premier temps, on calcule un estimateur de la position et du cap du véhicule à l'aide d'un EKF, puis on projette cette position estimée sur la carte avant d'utiliser enfin les données de l'élément choisi pour corriger l'estimateur de l'EKF. Néanmoins, avec cette méthode, les informations de la carte ne sont pas incluses dans la variance mais uniquement dans la moyenne. Pour cette raison, les auteurs de [LTH09] ont proposé de remplacer l'EKF par un UKF (Unscented Kalman Filter).

En conclusion, les travaux de cette thèse suivent l'approche coopérative de Map Aided Location entre les capteurs embarqués et la carte. Notre approche n'appliquera pas une contrainte déterministe telle que [CG03] et [FHAG02] : on verra notamment que la dimension transversale du positionnement y sera conservée, dans les limites de la largeur de voie courante (cf. chapitre 6). De plus dans cette thèse, nous mettrons comme [Fou10] également à profit l'utilisation de la direction de la route (cf. chapitre 7).

Du point de vue cartographique, on étendra la représentation géométrique à toutes les voies, non par des polynômes mais, on l'a vu, par les équations paramétriques des clothoïdes auxquelles correspond effectivement la géométrie routière. Dans le chapitre 5 à suivre, nous introduisons le modèle de carte précise qui nous est nécessaire.

4. LOCALISATION AIDÉE PAR LA CARTE

Chapitre 5

Cartes précises

Introduction

Dans ce chapitre, on présente notre proposition en terme de modélisation des routes par des cartes précises, lesquelles permettent ensuite de mettre en oeuvre le concept de localisation sous contraintes cartographiques : chapitres 6 et 7. L'origine de cette modélisation revient aux chercheurs en géolocalisation du LCPC pour le projet européen CVIS et le principal article de revue qui synthétise cette proposition est [BM10]. Nous reprenons ici le modèle, et exposons des compléments qui y ont été ajoutés par le fait de nos propres investigations pendant cette thèse.

L'idée force est la suivante : contrairement aux cartes routières numériques dédiées à la navigation, les projets de tracé routier modélisent l'axe de la route à l'aide de primitives géométriques bidimensionnelles (de la ligne au cercle en passant par des clothoïdes). Alors que la modélisation polyligne donne une vue déformée et simplifiée de la réalité de la route, cette remarque est à l'origine d'une modélisation alternative qui consiste à proposer une représentation qui s'inspire de celle mise en oeuvre en construction des routes.

1 Modélisation clothoïdale par voie

Pour remédier aux inconvénients de la représentation polygonale, nous allons supposer que la carte est structurée à la manière d'un projet routier, c'est à dire que chaque voie de la route est découpée en tronçons repérés en abscisse curviligne, et que chaque tronçon est décrit par :

- son profil longitudinal ;
- son profil transversal ;

Ces tronçons ont une abscisse de début et une abscisse de fin. Ils se suivent : la fin d'un tronçon égale le début du tronçon suivant.

1.1 Profil longitudinal

La forme longitudinale d'une voie de la route est composée d'un ou plusieurs éléments géométriques :

- une droite ;
- un cercle ;

1. MODÉLISATION CLOTHOÏDALE PAR VOIE

- une clothoïde.

On peut décrire tous ces éléments par une clothoïde m dont l'équation obéit à la formulation intégrale suivante (dite "formulation de Fresnel"), où ℓ est l'abscisse curviligne du point (x^m, y^m) (cf. figure 5.1) :

$$\begin{cases} x^m(\ell) = x_0^m + \int_0^\ell \cos(\tau^m(s)) ds, & 0 < \ell < L^m \\ y^m(\ell) = y_0^m + \int_0^\ell \sin(\tau^m(s)) ds, & 0 < \ell < L^m \end{cases} \quad (5.1)$$

où :

$$\tau^m(s) = \tau_0^m + \kappa_0^m s + \frac{c^m s^2}{2}. \quad (5.2)$$

avec

- x_0^m et y_0^m les coordonnées du point initial (Est, Nord), pour la clothoïde m ,
- τ_0^m l'orientation au point initial par rapport à l'Est,
- κ_0^m la courbure au point initial,
- c^m la variation de courbure égale à $\partial\kappa^m/\partial s$ (constante), κ^m désignant la courbure,
- L^m la longueur totale.

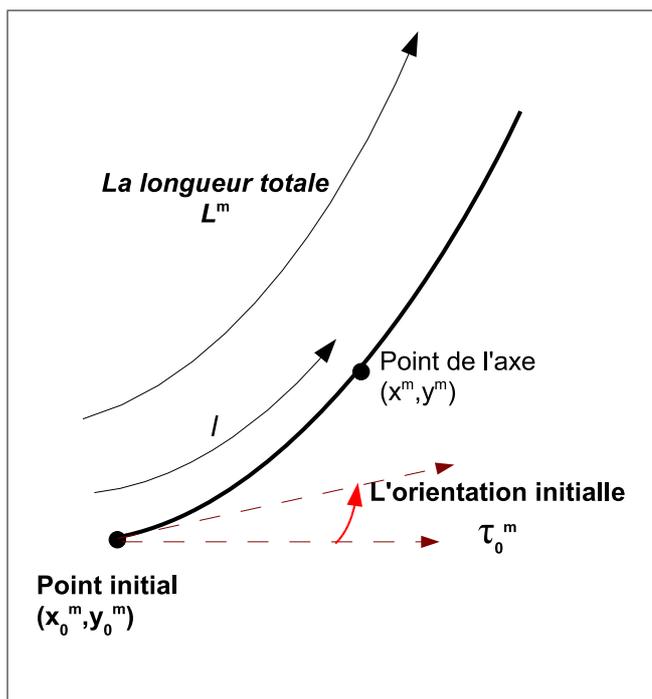


FIGURE 5.1 – La clothoïde m

Ainsi, tout point (x^m, y^m) appartenant à la courbe, peut être calculé en fonction des coordonnées du point initial (x_0^m, y_0^m) de la courbe, des paramètres de la forme géométrique de la courbe m ($\tau_0^m, \kappa_0^m, c^m, L^m$) et d'une abscisse curviligne ℓ . Dans le cas routier, ℓ est la distance longitudinale parcourue par le véhicule sur l'élément m . Les relations (5.1) et (5.2) peuvent aussi décrire tout point d'un cercle, lorsque la variation de la courbure c^m est nulle ou encore décrire tout point d'une ligne droite si la variation de courbure c^m et la courbure initiale κ_0^m sont toutes deux nulles. Par

conséquent, la forme longitudinale de chaque voie de circulation est décrite par une ou plusieurs clothoïdes.

1.2 Profil transversal

La représentation filaire par clothoïde, tout comme la représentation par polygones, décrit seulement la géométrie de l'axe central de la route. Pourtant, pour les systèmes d'aide à la conduite tels que le Lane Keeping ou l'Auto Cruise Control, il est nécessaire de connaître le comportement du véhicule à l'intérieur des voies de circulation. Des informations sur la géométrie transversale des voies sont alors requises. En général, la largeur d'une voie de circulation est constante le long de son axe, mais il faut aussi pouvoir modéliser des cas particuliers de largeur variable. Donc, pour chaque élément courbe d'une voie de circulation nous supposons que la largeur $D(\ell)$ varie linéairement le long de cet élément. On verra plus loin comment on calcule cette largeur.

1.3 Coordonnées de Frenet associées à une clothoïde

Soit m un élément géométrique d'une voie de circulation (cf. figure 5.2). Son profil longitudinal est défini par une clothoïde de paramètres : (x_0^m, y_0^m) , τ_0^m , κ_0^m , c^m et L^m . Et son profil transversal est défini par une largeur $D(\ell)$ qui varie linéairement entre D_0 la largeur initiale de m et D_L la largeur finale de m . Chaque point M de l'élément m peut être repéré soit par des coordonnées cartésiennes (x, y) , soit par un couple (ℓ, d) défini de la façon suivante :

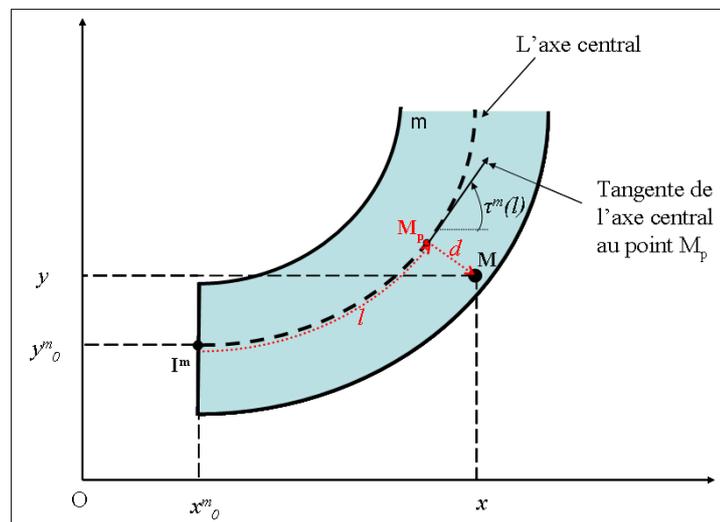


FIGURE 5.2 – Coordonnées de Frenet (ℓ, d) dans le repère de l'axe central de l'élément m

- ℓ : l'abscisse curviligne de M_p qui représente la projection orthogonale de M sur la clothoïde m .
- d : la distance algébrique entre le point M et la clothoïde m . On choisit d positive si M se trouve à droite de la clothoïde m lorsqu'on la parcourt dans le sens croissant de l'abscisse curviligne.

1. MODÉLISATION CLOTHOÏDALE PAR VOIE

On appelle le couple (ℓ, d) les "coordonnées de Frenet" associées à l'élément m . Pour déterminer (ℓ, d) à partir de (x, y) , il faut résoudre le problème suivant :

$$\begin{cases} \text{minimiser } f(\ell) = \|(x, y) - (x^m(\ell), y^m(\ell))\| \\ \ell \in [0, L^m] \end{cases} \quad (5.3)$$

$$d = \pm \|(x, y) - (x^m(\ell), y^m(\ell))\| \quad (5.4)$$

où $(x^m(\ell), y^m(\ell))$ sont les coordonnées cartésiennes d'un point de l'axe central de l'élément m et d'abscisse curviligne ℓ (cf. équation 5.1).

Le problème de minimisation de la fonction $f(\ell)$ n'a une solution analytique que dans le cas où l'élément m est une droite ou un arc de cercle. En effet, dans le cas où l'élément m est une droite, c'est à dire $\kappa_0^m = c^m = 0$, on a alors :

$$f(\ell) = (x - x_0^m - \ell \cos(\tau_0^m))^2 + (y - y_0^m - \ell \sin(\tau_0^m))^2 \quad (5.5)$$

La solution du problème de minimisation de la fonction $f(\ell)$ est :

$$\ell = (x - x_0^m) \cos(\tau_0^m) + (y - y_0^m) \sin(\tau_0^m) \quad (5.6)$$

Dans le cas où l'élément m est un arc de cercle, c'est à dire $c^m = 0$ et $\kappa_0^m \neq 0$, on a alors :

$$f(\ell) = (x - x_0^m - \frac{1}{\kappa_0^m} (\sin(\tau_0^m + \kappa_0^m \ell) - \sin(\tau_0^m)))^2 + (y - y_0^m + \frac{1}{\kappa_0^m} (\cos(\tau_0^m + \kappa_0^m \ell) - \cos(\tau_0^m)))^2 \quad (5.7)$$

La solution du problème de minimisation de la fonction $f(\ell)$ est :

$$\ell = \frac{1}{\kappa_0^m} \left[-\tau_0^m - \arctan\left(\frac{(x - x_0^m)\kappa_0^m + \sin(\tau_0^m)}{(y - y_0^m)\kappa_0^m - \cos(\tau_0^m)}\right) \right] \quad (5.8)$$

En revanche, dans le cas d'un élément géométrique "zone de transition", les intégrales de Fresnel sont insolubles et le problème de minimisation ne peut être résolu de manière analytique. Deux solutions sont alors envisageables :

1. soit une approximation de Taylor de ces intégrales est réalisée et alors une méthode de Newton Raphson peut être utilisée pour résoudre le problème de minimisation,
2. soit on procède à une discrétisation (selon l'axe curviligne) de l'élément géométrique en petits éléments géométriques "ligne droite" ou "arc de cercle" auquel cas le problème de minimisation revient à une solution analytique.

La première solution de développement limité autour de 0 n'est pas valable avec des éléments géométriques qui ont une longueur L^m grande. En revanche, la seconde solution ne requiert qu'une discrétisation fine de l'élément géométrique et est très simple à mettre en oeuvre. Ainsi, à chaque fois qu'on a besoin de déterminer les coordonnées de Frenet à partir de coordonnées cartésiennes, on utilisera la seconde solution.

Dans certains cas, il peut être intéressant également de pouvoir réaliser la transformation inverse qui permet de passer des coordonnées de Frenet aux coordonnées

cartésiennes. Supposons que le point M de l'élément m a pour coordonnées de Frenet (ℓ, d) dans le repère associé à l'axe de l'élément m . On note M_p le point de l'axe central de l'élément m et qui a pour abscisse curviligne ℓ (cf. figure 5.2). On a alors :

$$\vec{OM} = \vec{OM}_p + M_p \vec{M} \quad (5.9)$$

où O est l'origine du repère cartésien. Or, on a :

$$\vec{OM}_p = \begin{pmatrix} x^m(\ell) \\ y^m(\ell) \end{pmatrix} \quad (5.10)$$

De plus, le vecteur $M_p \vec{M}$ est orthogonal à la tangente de l'axe central de l'élément m au point M_p . Cette tangente a pour angle d'orientation $\tau^m(\ell) = \tau_0^m + \kappa_0^m \ell + \frac{c^m \ell^2}{2}$. On a alors :

$$M_p \vec{M} = \begin{pmatrix} d \sin(\tau^m(\ell)) \\ -d \cos(\tau^m(\ell)) \end{pmatrix} \quad (5.11)$$

D'après les équations 5.1, 5.9, 5.10 et 5.11, on en déduit que :

$$\begin{cases} x = x_0^m + \int_0^\ell \cos(\tau^m(s)) ds + d \sin(\tau^m(\ell)) \\ y = x_0^m + \int_0^\ell \sin(\tau^m(s)) ds - d \cos(\tau^m(\ell)) \end{cases} \quad (5.12)$$

2 Estimation du profil longitudinal

D'après la section 1.1, la géométrie longitudinale d'un segment de route dépend uniquement des paramètres x_0 , y_0 , τ_0 , κ_0 , c et L . Ces paramètres sont définis par les géomètres lors de la construction des routes et sont donc a priori connus. Cependant, aucune base de données contenant les paramètres de construction des ouvrages routiers n'existe, ainsi pour obtenir les paramètres analytiques il est nécessaire de consulter les plans de construction (soit sur support informatique soit sur support papier); c'est donc un travail long et fastidieux qui peut potentiellement ne pas aboutir lorsque les plans sont perdus. De plus, la construction des routes n'étant pas parfaite, la géométrie des segments de route peut ne pas respecter avec exactitude les plans de construction; alors ces paramètres peuvent ne pas être cohérents avec la réalité.

Dans l'optique de réaliser une carte précise, la technique du mobile mapping s'avère utile. Cette technique consiste à cartographier la route avec un véhicule géo-localisé. Celui que nous avons utilisé pour faire le mobile mapping de nos cartes précises est équipé d'un récepteur GPS bi-fréquence (qui, en différentiel avec une station de référence sur zone, donne des positions de précision jusqu'à centimétrique en post-traitement cinématique), d'un odomètre et d'un gyromètre mono-axial à fibre optique. Les relevés topographiques pourraient être directement déduits du post-traitement GPS cinématique, cependant ils sont obtenus après lissage des positions GPS par un filtrage de Kalman alimenté par les données proprioceptives odomètre et gyromètre [Bét08]. Un tel filtrage permet aussi de "densifier" les points : ils sont généralement distants les uns des autres d'environ 10 mètres en GPS seul à 1 Hz en circulant en ville, contre 1 mètre (c'est un ordre de grandeur) grâce à l'utilisation des capteurs de navigation à l'estime de fréquence généralement supérieure à 10 Hz.

2. ESTIMATION DU PROFIL LONGITUDINAL

Une fois, les relevés topographiques calculés, il suffit d'ajuster un ensemble de droites, de cercles ou de clothoïdes passant par les points GPS lissés pour déterminer les paramètres géométriques de chaque segment de route. Néanmoins, deux problèmes apparaissent : 1) il est difficile d'associer correctement les points topographiques aux différents éléments géométriques de la route notamment lors de la transition entre deux éléments consécutifs, 2) à cause des équations de Fresnel, le problème d'ajustement d'une clothoïde à un ensemble de points topographiques est un problème non linéaire dont les dérivées ne peuvent être calculées analytiquement ainsi les méthodes de moindres carrés traditionnelles comme les méthodes de Newton Raphson ou de Levenberg Marquadt ne peuvent être utilisées.

Pour résoudre ces problèmes, nous proposons d'estimer les paramètres de la géométrie longitudinale à l'aide d'un filtre de Kalman étendu.

En effet, supposons que les paramètres géométriques du profil longitudinal d'un élément m (axe central de la voie de circulation) sont un processus stochastique en fonction de la distance curviligne l parcourue et dont les observations sont données par les points topographiques. Le modèle dynamique de ce processus est obtenu par un développement de Taylor de la description analytique d'une clothoïde (cf. équation 5.13) et ce quel que soit le type d'élément géométrique (droite, cercle ou clothoïde) :

$$\begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix}^m(\ell + \Delta\ell) = \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix}^m(\ell) + \frac{\partial \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix}^m(\ell)}{\partial \ell} \Delta\ell + \frac{1}{2!} \frac{\partial^2 \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix}^m(\ell)}{\partial^2 \ell} \Delta\ell^2 + \frac{1}{3!} \frac{\partial^3 \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix}^m(\ell)}{\partial^3 \ell} \Delta\ell^3 + \dots \quad (5.13)$$

En se limitant au second ordre et en tenant compte du fait que la seule information qui alimente ce processus est la distance curviligne parcourue, alors :

$$\begin{cases} x^m(\ell + \Delta\ell) = x^m(\ell) + \Delta\ell \cos \tau^m(\ell) - \frac{\Delta\ell^2 \kappa^m(\ell) \sin \tau^m(\ell)}{2} \\ y^m(\ell + \Delta\ell) = y^m(\ell) + \Delta\ell \sin \tau^m(\ell) + \frac{\Delta\ell^2 \kappa^m(\ell) \cos \tau^m(\ell)}{2} \end{cases} \quad (5.14)$$

où

$$\begin{cases} \tau^m(\ell) = \tau_0^m + \kappa_0^m \ell + \frac{c^m \ell^2}{2} \\ \kappa^m(\ell) = \kappa_0^m + c^m \ell \end{cases} \quad (5.15)$$

Des équations (5.14), il est possible de déduire une représentation d'état où les variables ℓ , τ_0^m , κ_0^m , c^m , x^m et y^m sont des inconnues que l'on cherchera à estimer à l'aide d'une technique de filtrage bayésien en considérant qu'une observation de x et y est fournie par les relevés topographiques. Le vecteur d'état de ce système est alors :

$$X[n] = (\ell[n], \tau_0^m[n], \kappa_0^m[n], c^m[n], x^m[n], y^m[n])^T \quad (5.16)$$

régi par le modèle dynamique :

$$X[n] = f(X[n-1], \Delta\ell[n] + \epsilon^{\text{odo}}[n]) + \epsilon^{\text{mod}}[n] \quad (5.17)$$

c'est-à-dire :

$$\left\{ \begin{array}{l} \ell[n] = \ell[n-1] + \Delta\ell[n] + \epsilon^{\text{odo}}[n] \\ \tau_0^m[n] = \tau_0^m[n-1] \\ \kappa_0^m[n] = \kappa_0^m[n-1] \\ c^m[n] = c^m[n-1] \\ x^m[n] = x^m[n-1] + (\Delta\ell[n] + \epsilon^{\text{odo}}[n]) \cos \tau^m(\ell[n-1]) \\ \quad - \frac{(\Delta\ell[n] + \epsilon^{\text{odo}}[n])^2 \kappa(\ell[n-1]) \sin \tau^m(\ell[n-1])}{2} + \epsilon^x[n] \\ y^m[n] = y^m[n-1] + (\Delta\ell[n] + \epsilon^{\text{odo}}[n]) \sin \tau^m(\ell[n-1]) \\ \quad + \frac{(\Delta\ell[n] + \epsilon^{\text{odo}}[n])^2 \kappa(\ell[n-1]) \cos \tau^m(\ell[n-1])}{2} + \epsilon^y[n] \end{array} \right. \quad (5.18)$$

avec

$$\left\{ \begin{array}{l} \tau^m(\ell[n-1]) = \tau_0^m[n-1] + \kappa_0^m[n-1]\ell[n-1] + \frac{c^m(\ell[n-1])^2}{2} \\ \kappa(\ell[n-1]) = \kappa_0[n-1] + c[n-1]\ell[n-1] \end{array} \right. \quad (5.19)$$

où :

- $\Delta\ell[n]$ est la distance parcourue entre deux points topographiques, distance fournie par l'odomètre du véhicule ;
- la séquence $(\epsilon^{\text{odo}}[n])_{n \geq 1}$ est l'erreur des mesures de l'odomètre ;
- les séquences $(\epsilon^x[n])_{n \geq 1}$ et $(\epsilon^y[n])_{n \geq 1}$ représentent les erreurs dues aux approximations de Taylor utilisées pour faire évoluer les coordonnées (x^m, y^m) .

Notons que les variables τ_0 , κ_0 et c n'évoluent pas d'un instant à l'autre car les paramètres géométriques longitudinaux pour un segment de route donné sont fixes. On suppose en plus que les erreurs $(\epsilon^x[n])_{n \geq 1}$ et $(\epsilon^y[n])_{n \geq 1}$ sont nulles.

Comme nous l'avons dit précédemment, dans notre approche, les points topographiques que l'on notera $Y_{\text{topo}} = (x_{\text{topo}}, y_{\text{topo}})^T$ sont considérés comme des observations. Ainsi l'équation d'observation de ce système d'état est donnée par :

$$Y_{\text{topo}} = \mathbf{H}_{\text{topo}} X[n] + \epsilon^{\text{topo}} \quad (5.20)$$

où

$$\mathbf{H}_{\text{topo}} = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \quad (5.21)$$

et

$$\epsilon^{\text{topo}} \sim \mathcal{N}(0, \mathbf{Q}^{\text{topo}}) \quad (5.22)$$

avec \mathbf{Q}^{topo} la matrice de covariance qui définit le bruit des observations topographiques. Dans notre cas, cette matrice égale :

$$\mathbf{Q}_{\text{topo}} = \begin{pmatrix} 0.2^2 & 0 \\ 0 & 0.2^2 \end{pmatrix} \quad (5.23)$$

ce qui correspond à des solutions GPS cinématique à ambiguïtés fixées ou flottantes de précision au pire décimétrique.

2. ESTIMATION DU PROFIL LONGITUDINAL

L'estimation de l'état initial est définie par :

$$\mathbf{X}^1[1] = \begin{pmatrix} 0 \\ \arctan\left(\frac{y_{\text{topo}}[2] - y_{\text{topo}}[1]}{x_{\text{topo}}[2] - x_{\text{topo}}[1]}\right) \\ 0 \\ 0 \\ x_{\text{topo}}[1] \\ y_{\text{topo}}[1] \end{pmatrix} \quad (5.24)$$

où $Y_{\text{topo}}[1] = (x_{\text{topo}}[1], y_{\text{topo}}[1])^T$ et $Y_{\text{topo}}[2] = (x_{\text{topo}}[2], y_{\text{topo}}[2])^T$ sont les deux premiers points de l'observation topographique. On définit aussi la matrice de variance-covariance de l'état initial comme suit :

$$\mathbf{P}^1[1] = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0.1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0.25 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0.25 \end{pmatrix} \quad (5.25)$$

Avec la méthode proposée, il n'est possible d'estimer que les paramètres géométriques longitudinaux d'un seul élément géométrique. Pour estimer les paramètres longitudinaux d'une succession d'éléments géométriques et répéter ce processus autant de fois qu'il y a d'éléments géométriques, il est donc nécessaire de détecter les transitions entre les éléments au sein des relevés topographiques. Ces transitions sont progressives et vont coïncider avec l'occurrence d'une série de points topographiques observés qui n'appartiennent pas à la clothoïde en cours d'extraction. Commençons donc par détecter un tel point. Pour ce faire, prenons en compte l'hypothèse suivante : tout point topographique (une observation) appartient au profil longitudinal de l'élément géométrique m , si et seulement si, le profil longitudinal a priori est proche de cette observation aux erreurs près de prédiction et d'observation. Mathématiquement cette hypothèse est caractérisée à chaque instant n par la distance de Mahalanobis séparant la prédiction $\hat{Y}_{\text{topo}}^{|n-1}[n]$ du point topographique observé $Y_{\text{topo}}[n]$:

$$d^2[n] = (Y_{\text{topo}}[n] - \hat{Y}_{\text{topo}}^{|n-1}[n])^T V^{-1}[n] (Y_{\text{topo}}[n] - \hat{Y}_{\text{topo}}^{|n-1}[n]) \quad (5.26)$$

où

$$\hat{Y}_{\text{topo}}^{|n-1}[n] = H_{\text{topo}} \hat{X}^{|n-1}[n] \quad (5.27)$$

et

$$V[n] = H_{\text{topo}} P^{|n-1}[n] H_{\text{topo}}^T + Q_{\text{topo}}[n] \quad (5.28)$$

où $P^{|n-1}[n]$ est la matrice de variance-covariance de l'état prédit à l'instant n .

On démontre que la variable d^2 est distribuée selon la loi du χ^2 à 2 degrés de liberté. Grâce à la table du χ^2 , nous pouvons trouver un seuil tel que la valeur de la distance soit systématiquement inférieure à ce seuil avec une probabilité de risque de rejet à tord de $t\%$. Nous notons μ ce seuil. Pour une probabilité de risque de rejet à tord égale à 1%, on a $\mu = 9.2$. Ainsi, si la distance de Mahalanobis de la réalisation de

l'écart est supérieure à μ , nous en déduisons que ce point topographique est aberrant (dû à des multi-trajets) ou n'appartient pas à la clothoïde en cours d'extraction. Alors on ne prend pas en compte l'observation dans la mise à jour de l'état.

Cependant, même si le point topographique est accepté par le test de Mahalanobis à l'instant n , la nouvelle clothoïde, obtenue après la mise à jour de l'état, peut être non cohérente avec les observations précédentes, c'est-à-dire que cette nouvelle clothoïde n'inclut pas une partie des points topographiques observés avant l'instant n . Il apparaît donc qu'un test plus complet soit requis. Ainsi, à chaque instant n , après la mise à jour des paramètres de la clothoïde (qui inclut le point topographique accepté), on effectue le test suivant :

- on calcule le nombre de points topographiques $(Y_{\text{topo}}[i])_{i < n}$ qui ont une distance à la nouvelle clothoïde supérieure à un seuil. On considère qu'un point topographique n'appartient pas à cette clothoïde si la distance qui les sépare est supérieure à 5cm.
- si ce nombre est supérieur à 2, on considère que la nouvelle clothoïde n'est pas cohérente avec les observations précédentes. Donc, on invalide la dernière mise à jour d'observation et on revient à l'ensemble des paramètres de clothoïde estimés avant.
- un autre compteur est incrémenté à chaque fois que le précédent test conclut à une invalidation, et décrétementé dans le cas contraire.
- lorsque ce compteur dépasse 4, on considère qu'une nouvelle clothoïde a commencé. En effet, 4 points topographiques est le nombre minimal d'observations pour pouvoir estimer la géométrie des éléments. Pour ce qui concerne la clothoïde courante, on conserve les paramètres géométriques longitudinaux de l'élément géométrique m dans une base de données d'informations géographiques tels que :

$$\begin{cases} \tau_0^m &= \tau_0^m(k|k) \\ \kappa_0^m &= \kappa_0^m(k|k) \\ c^m &= c^m(k|k) \\ L^m &= \ell^m(k|k) \end{cases} \quad (5.29)$$

où k est l'instant de la dernière mise à jour valide, et à condition qu'au moins 4 points aient été inclus. Ensuite, le filtre de Kalman est réinitialisé pour estimer les paramètres géométriques du nouvel élément, et ce à partir des derniers paramètres estimés pendant l'extraction de la clothoïde précédente :

$$\begin{cases} \ell^m(0|0) &= 0 \\ \tau_0^m(0|0) &= \tau^{m-1}(k|k) \\ \kappa_0^m(0|0) &= \kappa^{m-1}(k|k) \\ c^m(0|0) &= 0 \\ x^m(0|0) &= x(l^{m-1}(k|k)) \\ y^m(0|0) &= y(l^{m-1}(k|k)) \end{cases} \quad (5.30)$$

On notera que ces paramètres vont ensuite évoluer et qu'au final il n'existera pas de continuité parfaite des paramètres entre clothoïdes consécutives.

Dans la figure 5.3, on présente un exemple d'une carte précise obtenue avec cette méthode d'estimation des éléments géométriques de la route pour le site de test du

3. LIENS TOPOLOGIQUES ENTRE LES ÉLÉMENTS GÉOMÉTRIQUES

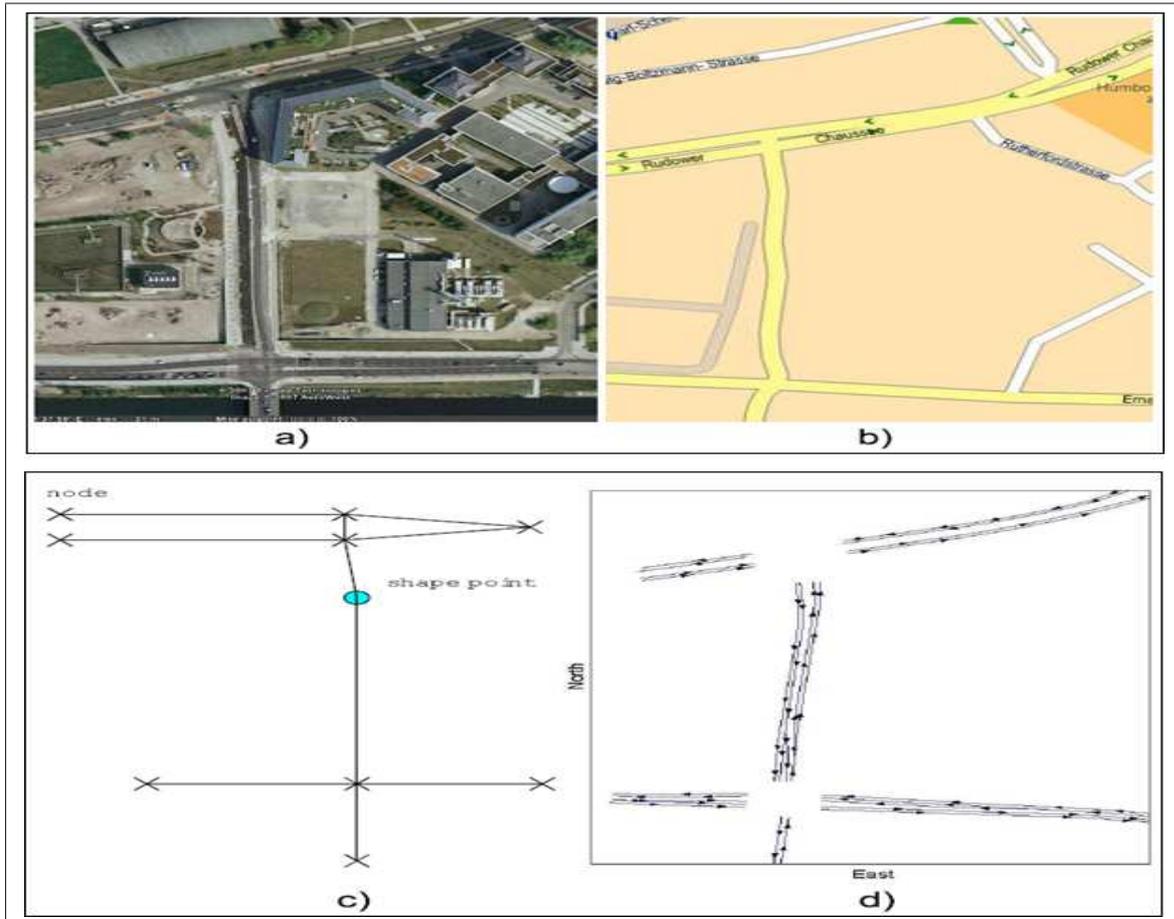


FIGURE 5.3 – Carte précise du site de test à Berlin dans le projet CVIS. (a) vue aérienne du site, (b) plan du site, (c) carte standard du site et (d) carte précise par notre algorithme

projet européen CVIS à Berlin. Dans cette carte précise, chaque voie de la route est composée de plusieurs éléments géométriques contrairement à une carte standard où on modélise uniquement les chaussées.

Après avoir déterminé les éléments géométriques qui décrivent la route, on va maintenant caractériser la relation qui peut exister entre les éléments. L'ensemble des relations existantes représente la topologie de la base de données, laquelle permet d'en faciliter l'exploitation.

3 Liens topologiques entre les éléments géométriques

Des liens topologiques entre les éléments géométriques sont introduits selon [BM10]. La méthodologie conduisant à déterminer ces liens est détaillée dans l'article cité, et ne sera pas reprise dans ce manuscrit. Nous résumerons simplement que les liens sont établis entre segments et non entre noeuds, c'est à dire que la transition d'un segment à un autre est possible non seulement au voisinage des noeuds (comme dans les systèmes de navigation actuels) mais aussi tout au long du segment. La détermination des liens se fait selon les étapes suivantes :

- recherche des candidats : pour chaque élément m , on cherche tous les éléments

de la base dont au moins un point est assez près d'un point de m . L'altitude est utilisée pour éliminer les liens impossibles en cas de passage supérieur ou inférieur. Une tolérance de 5 m est fixée, qui convient bien vu la résolution spatiale des points utilisés pour déterminer les éléments connexes à l'élément m .

- identification des noeuds communs : on va chercher quelle est la configuration des deux clothoïdes liées. Par exemple, aucun noeud commun signifie que l'une est parallèle à l'autre, mais commence après et finit avant. Un seul noeud commun indique une intersection. Plusieurs cas différents sont listés dans l'article ainsi que leur interprétation. Le même seuil de 5 m est conservé.
- détermination du type de lien : selon les noeuds communs et les orientations (directions des clothoïdes) en ces noeuds, on détermine enfin si le lien est vers l'avant, vers la gauche ou vers la droite.

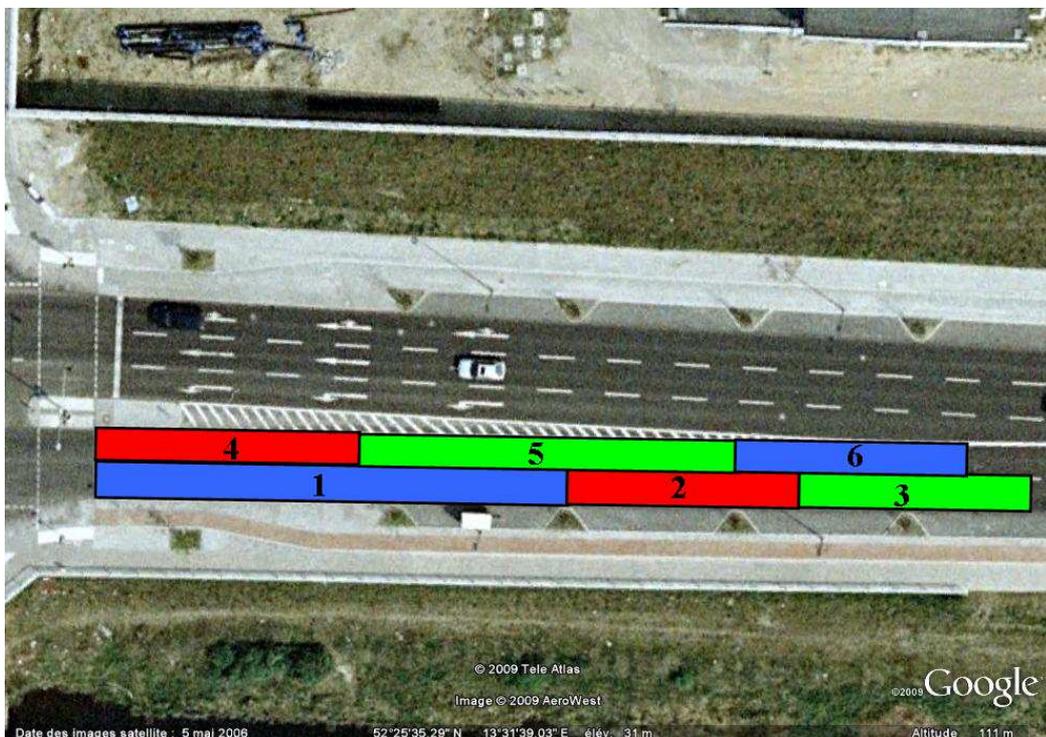


FIGURE 5.4 – Nouvelle base de données

Ainsi, on peut distinguer deux types de liens : transversaux et longitudinaux. Quand le véhicule roule dans le sens de circulation et quitte transversalement l'élément m , on définit deux sortes de liens transversaux associés à cet élément m :

- *éléments à gauche* : tous les éléments où le véhicule peut se trouver en serrant à gauche. Par exemple, l'élément 2 dans la figure 5.4 a deux éléments à gauche 5 et 6.
- *éléments à droite* : tous les éléments où le véhicule peut se trouver en serrant à droite. Par exemple, l'élément 5 dans la figure 5.4 a deux éléments à droite 1 et 2.

4. ATTRIBUTS DE POSITION RELATIVE ENTRE ÉLÉMENTS

Concernant les liens longitudinaux, notons que les auteurs précités de [BM10] ne considèrent pas le lien vers l'arrière, pourtant trivial en cas de dépassement sur voie de circulation opposée.

Dans notre recherche, pour chaque élément m de la carte, on distingue deux types de liens : longitudinaux et transversaux, comme précédemment, mais en traitant le lien vers l'arrière. En tenant compte du sens de circulation, on différencie deux sortes de liens longitudinaux :

- *éléments en face* : tous les éléments où le véhicule peut se trouver s'il quitte longitudinalement m dans le sens de circulation. Par exemple, l'élément 2 dans la figure 5.4 a un élément en face 3. On peut avoir plusieurs éléments en face notamment dans le cas d'une bretelle.
- *éléments précédents* : tous les éléments probables où le véhicule peut se trouver s'il quitte longitudinalement m dans le sens contraire de la circulation. Par exemple, l'élément 3 dans la figure 5.4 a un élément précédent 2.

Les liens topologiques ne suffisent pas pour décrire la route. En effet, il manque la position relative entre les éléments qui ont un lien topologique entre eux.

4 Attributs de position relative entre éléments

Les informations nécessaires pour positionner un élément géométrique par rapport à un autre dépendent de la nature du lien topologique qui les relie.

En effet, pour un élément m , soient $F1$ et $F2$ deux liens longitudinaux de type face (cf. figure 5.5), pour positionner ces deux éléments par rapport à m , il suffit de connaître les coordonnées de Frenet de leur point initial dans le repère associé à l'axe central de l'élément m . Par exemple, soit $I1$ le point initial de l'axe central de l'élément $F1$. Et soient (ℓ_{I1}^m, d_{I1}^m) les coordonnées de Frenet du point $I1$ dans le repère associé à l'axe central de l'élément m qu'on suppose infini. Alors, la position relative de l'élément $F1$ par rapport à m est caractérisée par deux attributs (cf. figure 5.5) :

- un écart longitudinal : il représente la distance longitudinale entre la fin de m et le début de $F1$. on le note $\Delta L_{F1/m}$ et on a $\Delta L_{F1/m} = \ell_{I1}^m - L^m$. Cet écart est négatif quand $F1$ commence avant la fin de m .
- un écart transversal : il représente la distance transversale entre $I1$ (le point initial de l'axe central de $F1$) et l'axe central de m . On le note $\Delta D_{F1/m}$ et on a $\Delta D_{F1/m} = d_{I1}^m$. Si cet écart est non nul, alors $F1$ n'est pas sur la même voie que m . Et il est positif si $F1$ est à droite de m .

Maintenant, supposons que l'élément m possède deux éléments précédents : $P1$ et $P2$ (cf. figure 5.6). D'une manière analogue à celle du cas précédent, pour positionner ces deux éléments ($P1$ et $P2$) par rapport à m , il faut déterminer les coordonnées de Frenet de leur point final dans le repère associé à l'axe central de l'élément m . Par exemple, soit $E1$ le point final de l'axe central de l'élément $P1$. Et soit (ℓ_{E1}^m, d_{E1}^m) les coordonnées de Frenet du point $E1$ dans le repère associé à l'axe central de l'élément m qu'on suppose infini. Alors, la position relative de l'élément $E1$ par rapport à m est caractérisée par deux attributs (cf. figure 5.6) :

- un écart longitudinal : il représente la distance longitudinale entre le début de

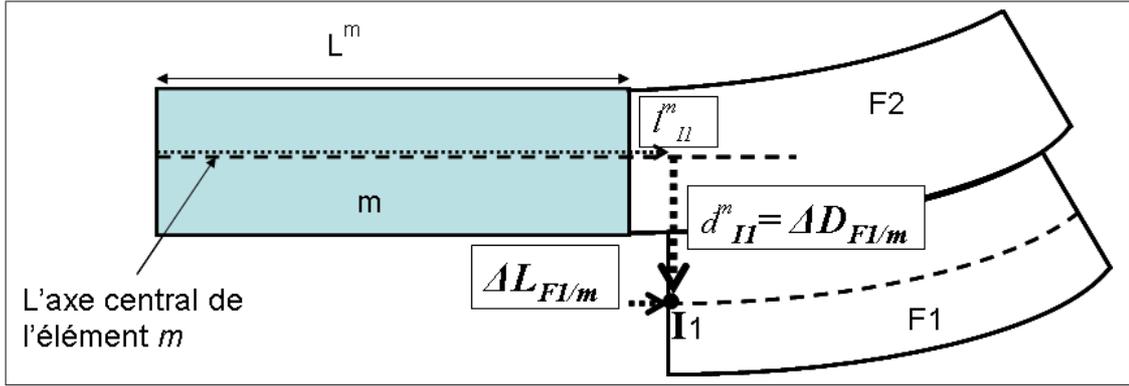


FIGURE 5.5 – Attributs de positionnement relatif de l'élément $F1$ par rapport à l'élément m où $F1$ est un voisin en face de m

m et la fin de $P1$. on le note $\Delta L_{P1/m}$ et on a $\Delta L_{P1/m} = \ell_{E1}^m$. Cet écart est négatif quand m commence après la fin de $P1$.

- un écart transversal : il représente la distance transversale entre $E1$ (le point final de l'axe central de $P1$) et l'axe central de m . On le note $\Delta D_{P1/m}$ et on a $\Delta D_{P1/m} = d_{E1}^m$. Si cet écart est non nul, alors $P1$ n'est pas sur la même voie que m . Et il est positif si $P1$ est à droite de m .

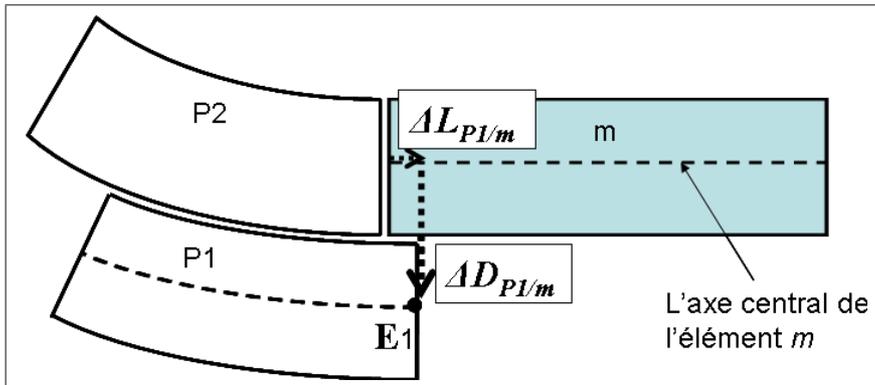


FIGURE 5.6 – Attributs de positionnement relatif de l'élément $P1$ par rapport à l'élément m où $P1$ est un voisin précédent à m

Par contre, pour positionner les liens topologiques transversaux par rapport à un élément m , il faut connaître la position relative de deux extrémités (points initial et final) de ces liens par rapport à m . En effet, supposons que l'élément m a un voisin de droite R (cf. figure 5.7). Et soient I le point initial et E le point final de l'axe central de l'élément R . Dans le repère associé à l'axe central de l'élément m , le point I a pour coordonnées de Frenet (ℓ_I^m, d_I^m) , et le point E a pour coordonnées (ℓ_E^m, d_E^m) . Alors, la position relative de l'élément R par rapport à m est caractérisée par quatre attributs (cf. figure 5.7) :

- $L_{R/m}^I$: représente la distance longitudinale, définie par rapport à l'axe central de m , entre le début de m et le début de R . Et on a $L_{R/m}^I = \ell_I^m$.
- $D_{R/m}^I$: représente la distance transversale entre I (le point initial de l'axe

4. ATTRIBUTS DE POSITION RELATIVE ENTRE ÉLÉMENTS

- central de R) et l'axe central de m . Et on a $D_{R/m}^I = d_I^m$. Cette distance est positive parce que R est à droite de l'élément m .
- $L_{R/m}^E$: représente la distance longitudinale, définie par rapport à l'axe central de m , entre le début de m et la fin de R . Et on a $L_{R/m}^E = \ell_E^m$.
 - $D_{R/m}^E$: représente la distance transversale entre E (le point final de l'axe central de R) et l'axe central de m . Et on a $D_{R/m}^E = d_E^m$. Cette distance est positive parce que R est à droite de l'élément m .

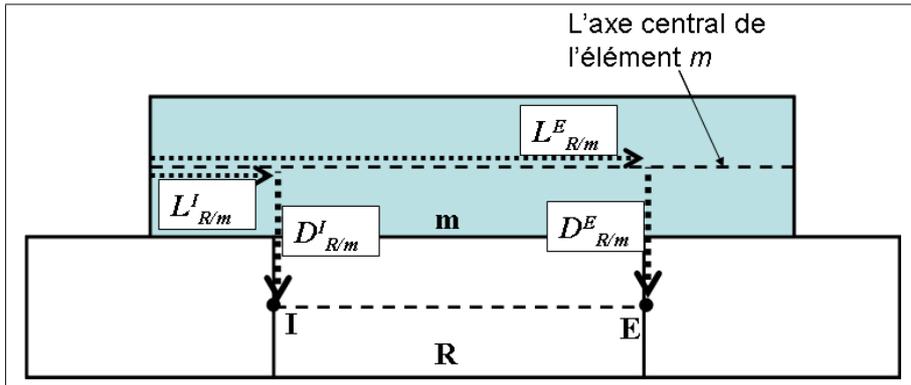


FIGURE 5.7 – Attributs de positionnement relatif de l'élément R par rapport à l'élément m où R est un voisin à droite de m

En plus, connaissant ces quatre attributs, on peut estimer la largeur de la partie droite de l'élément m en fonction de l'abscisse curviligne. En effet, supposons que cette largeur varie linéairement en fonction de l'abscisse curviligne ℓ entre $L_{R/m}^I$ et $L_{R/m}^E$. On note cette largeur D_{droite}^m . On a alors :

$$D_{droite}^m(\ell) = \frac{1}{2} \frac{L_{R/m}^E D_{R/m}^I - L_{R/m}^I D_{R/m}^E}{L_{R/m}^E - L_{R/m}^I} + \frac{1}{2} \frac{D_{R/m}^E - D_{R/m}^I}{L_{R/m}^E - L_{R/m}^I} \ell, \quad L_{R/m}^I < \ell < L_{R/m}^E \quad (5.31)$$

Et on fait de même pour chaque voisin de droite. On en déduit que la largeur D_{droite}^m est une fonction linéaire par morceaux.

D'une manière analogue, pour positionner chaque voisin de gauche G de l'élément m , on introduit quatre attributs : $L_{G/m}^I$, $D_{G/m}^I$, $L_{G/m}^E$ et $D_{G/m}^E$. Les distances transversales ($D_{G/m}^I$ et $D_{G/m}^E$) sont négatives dans ce cas parce que l'élément G est à gauche de m . Et pour la largeur de la partie gauche de l'élément m (noté D_{gauche}^m) à l'abscisse curviligne ℓ entre $L_{G/m}^I$ et $L_{G/m}^E$, on a :

$$D_{gauche}^m(\ell) = \frac{1}{2} \frac{L_{G/m}^E D_{G/m}^I - L_{G/m}^I D_{G/m}^E}{L_{G/m}^E - L_{G/m}^I} + \frac{1}{2} \frac{D_{G/m}^E - D_{G/m}^I}{L_{G/m}^E - L_{G/m}^I} \ell, \quad L_{G/m}^I < \ell < L_{G/m}^E \quad (5.32)$$

Ainsi, pour chaque voisin de l'élément m , on aura des attributs qui vont nous permettre de positionner ces voisins par rapport à m afin d'améliorer l'exploitation de la base de données.

5 Structure de la base de données

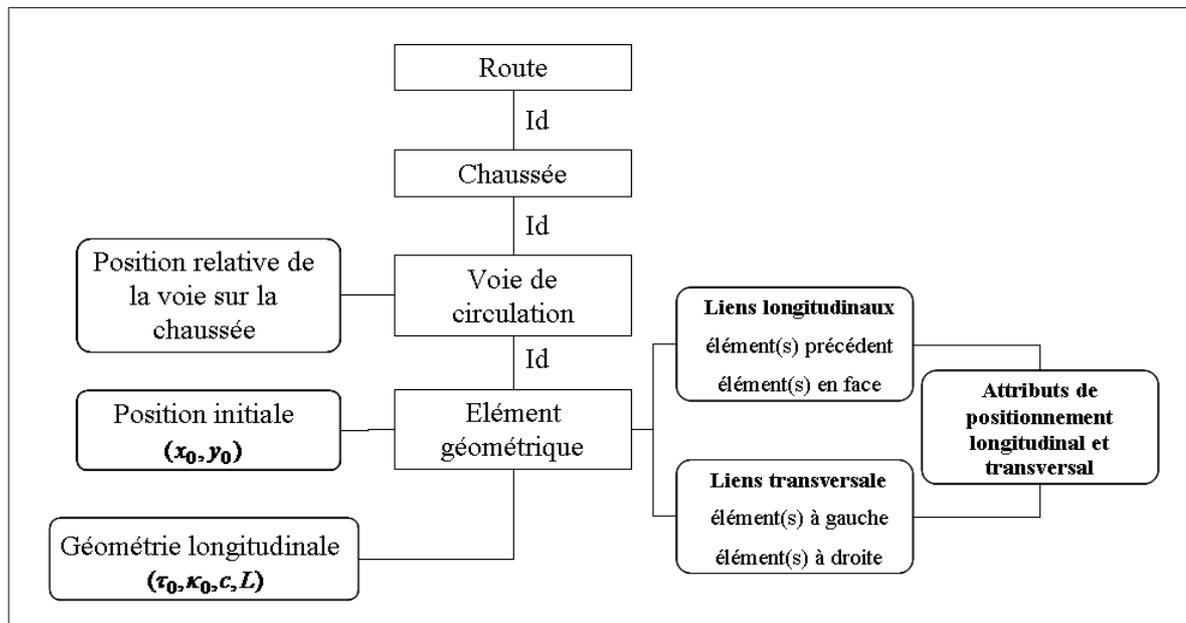


FIGURE 5.8 – Modèle de la base de données d'une carte précise

Les données sont hiérarchisées comme suit (cf. 5.8) : chaque route est constituée d'une ou plusieurs chaussées, qui elles-mêmes sont constituées d'une ou plusieurs voies de circulation. Et une voie de circulation est décrite par un ou plusieurs éléments géométriques caractérisés par un profil longitudinal (son axe central) et un profil transversal (largeur). Afin de positionner ces éléments géométriques sur les chaussées, on attribue à chaque élément le nombre de voies que compte la chaussée et sa position relative sur cette chaussée. Par exemple, l'élément 2 dans la figure 5.4 est dans une chaussée à 2 voies et c'est le 1^{er} à droite si on roule dans le sens de circulation. Son attribut de position dans la chaussée est donc : "1/2", c'est-à-dire qu'il est sur la première voie (voie la plus à droite ou voie lente), sur un total de 2 voies pour cette chaussée.

Les informations topologiques intégrées dans la base de données de la carte nous seront utiles par la suite dans le système de localisation sous contraintes cartographiques du véhicule, la carte (et les limites de "l'espace roulant") constituant des informations à priori.

5. STRUCTURE DE LA BASE DE DONNÉES

Chapitre 6

Localisation sous contrainte spatiale

1 Problématique

En l'état de l'art, un système de localisation contrainte de véhicule sur une carte numérique routière est composé de deux étapes :

- l'étape d'estimation de la position du véhicule dans le repère cartésien Est-Nord local ;
- l'étape de map-matching.

Dans la première étape, le système est modélisé par une chaîne de Markov cachée dans laquelle, pour tout instant n , le vecteur d'état $Z[n]$ contient en particulier les coordonnées cartésiennes $(x[n], y[n])$ du véhicule dans le repère cartésien, et le vecteur d'observation $Y[n]$ contient soit la position fournie par le GPS (couplage lâche), soit les pseudo-distances mesurées par le GPS (couplage serré). Le choix d'une modélisation basée sur les coordonnées cartésiennes simplifie à la fois la loi d'évolution et la loi d'observation du système. En effet, la loi d'évolution dépend directement du modèle cinématique du véhicule qui s'exprime naturellement dans un repère cartésien fixe, et c'est pour cette raison que dans la majorité des recherches, on utilise la modélisation cartésienne. L'utilisation d'un estimateur de type bayésien fournit alors une estimation de la position cartésienne $(\hat{x}[n], \hat{y}[n])$ assortie d'une matrice de variance-covariance de l'erreur d'estimation notée $P[n]$.

Dans le processus de map-matching, quelle que soit la méthode utilisée pour estimer la position du véhicule sur la carte numérique, on est obligé de faire une projection pour passer des coordonnées cartésiennes à des coordonnées exprimées dans un repère associé à la route. Par exemple, si on utilise la méthode point à point, l'élément sélectionné est l'élément le plus proche au sens de la distance euclidienne. Ensuite, si on souhaite déterminer une probabilité d'appartenance à l'élément sélectionné, on peut alors calculer l'intégrale sur cet élément de la densité de la loi normale $N((\hat{x}[n], \hat{y}[n]), P[n])$ obtenue dans la précédente étape.

Cette intégrale n'a pas de solution analytique. Pour la calculer, une solution naturelle consiste à utiliser les méthodes de Monte-Carlo. L'idée est de produire un échantillon de N tirages (i.e. positions) indépendants et identiquement distribués (i.i.d.) selon la loi $N((\hat{x}[n], \hat{y}[n]), P[n])$. Puis, pour chaque tirage, on associe l'élément routier le plus proche. Ainsi, on peut estimer la probabilité d'appartenance à l'élément par comptage des tirages qui lui sont affectés. L'inconvénient de cette solution est le temps de calcul de la détermination des éléments routiers associés à

2. CARACTÉRISATION DES DONNÉES

l'ensemble des positions tirées, chacune devant être map-matchée. En plus, l'utilisation d'une carte précise composée de clothoïdes rend le problème de map-matching impossible à résoudre analytiquement sauf dans des cas particuliers (droite, arc de cercle) ce qui conduit à utiliser une méthode numérique approximative et coûteuse en temps de calcul. Dans [MB09], les auteurs utilisent un vecteur d'état contenant à la fois les coordonnées cartésiennes et les coordonnées de Frenet relatives à les éléments géométriques de la route dans le but de ne pas faire un map-matching à chaque instant mais uniquement quand le véhicule change d'élément géométrique.

On propose ici une nouvelle solution, qui consiste en un système défini par un modèle de Markov dont l'état contient directement l'indice de l'élément routier et les coordonnées du véhicule exprimées dans un repère associé à cet élément (i.e. repère de Frenet). L'idée est de manipuler directement l'abscisse curviligne ℓ le long d'un élément routier m et l'écart latéral d sans passer par les coordonnées cartésiennes. Ce choix permet de fusionner les processus d'"estimation" et de "map-matching" en un seul processus qui va localiser directement le véhicule sur la carte. En plus, il permet aussi de simplifier l'intégration des informations cartographiques dans le processus de localisation pour améliorer la précision. En revanche, cette modélisation complique la loi d'observation et demande de réécrire la loi d'évolution dans un repère associé à la route. En effet, la loi d'évolution est définie par un modèle cinématique qui doit être exprimée dans un repère de Frenet.

Ce chapitre est organisé comme suit. Il commence par une présentation des données qu'on va utiliser. On présente ensuite le modèle cinématique dans un repère de Frenet. Après, on définit un modèle markovien qui décrit la position du véhicule sur la carte. Ensuite, on détaille le filtre particulaire bootstrap utilisé pour implémenter ce modèle markovien. Enfin, on montre des résultats en simulation et lors d'essais en vraie grandeur.

2 Caractérisation des données

Dans notre problème de localisation du véhicule sur la carte, les données utilisées sont fournies par les sources d'information suivantes : un GPS, un gyromètre et un odomètre, ainsi qu'une carte précise où les voies de la route sont modélisées par une succession de clothoïdes.

Les données des capteurs ne sont pas synchrones, la fréquence des données GPS est plus petite que celle des données odomètre et gyromètre. On suppose qu'on lit les informations de l'odomètre à la même cadence que celles du gyromètre. Dans la suite, on note :

- n_{gyro} les instants d'acquisition des mesures gyrométriques et odométriques,
- n_{GPS} les instants d'acquisition des informations GPS.

2.1 Odomètre et gyromètre

Données odométriques et gyrométriques

En raison du caractère récursif des méthodes de fusion de données (filtre de Kalman et filtre particulaire dans notre cas), l'odomètre et le gyromètre doivent permettre d'évaluer respectivement $\Delta s[n]$ la distance parcourue par le véhicule et

$\Delta\psi[n]$ la variation de son cap entre les instants $n-1$ et n . Trois cas de figure peuvent être rencontrés (cf. figure 6.1) :

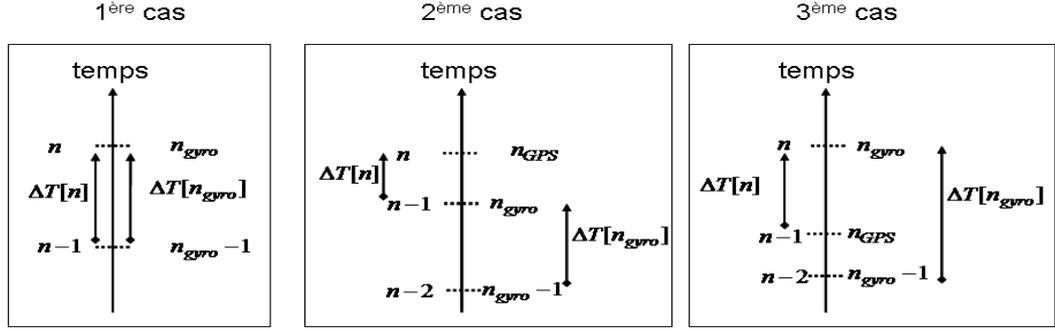


FIGURE 6.1 – Trois cas rencontrés pour calculer $\Delta s[n]$ la distance parcourue par le véhicule et $\Delta\psi[n]$ la variation de son cap entre les instants $n-1$ et n .

- **1^{er} cas** : les instants $n-1$ et n correspondent à des instants d'acquisition des mesures gyrométrique et odométrique (i.e. $n = n_{\text{gyro}}$ et $n-1 = n_{\text{gyro}}-1$), c'est-à-dire aucune information GPS n'est traitée par le système entre les instants $n-1$ et n . Dans ce cas, on a tout simplement :

$$\begin{cases} \Delta s[n] &= \Delta s_{\text{odo}}[n_{\text{gyro}}] \\ \Delta\psi[n] &= \Delta\psi_{\text{gyro}}[n_{\text{gyro}}] \end{cases}$$

où :

- $\Delta s_{\text{odo}}[n_{\text{gyro}}]$ est la mesure odométrique de la distance parcourue entre les instants $n_{\text{gyro}}-1$ et n_{gyro} ,
- $\Delta\psi_{\text{gyro}}[n_{\text{gyro}}]$ la mesure gyrométrique de l'angle de rotation du véhicule entre les instants $n_{\text{gyro}}-1$ et n_{gyro} .
- **2^{ème} cas** : l'instant $n-1$ correspond à un instant d'acquisition des mesures gyrométrique et odométrique (i.e. $n-1 = n_{\text{gyro}}$) et l'instant n correspond à un instant d'acquisition d'une information GPS (i.e. $n = n_{\text{GPS}}$). Dans ce cas, il est nécessaire d'effectuer une extrapolation des données odométrique et gyrométrique pour déterminer la distance a priori parcourue par le véhicule et la variation a priori de son cap entre les instants $n-1$ et n . Ainsi en considérant une extrapolation linéaire on a :

$$\begin{cases} \Delta s[n] &= \Delta s_{\text{odo}}[n_{\text{gyro}}] \frac{\Delta T[n]}{\Delta T[n_{\text{gyro}}]} \\ \Delta\psi[n] &= \Delta\psi_{\text{gyro}}[n_{\text{gyro}}] \frac{\Delta T[n]}{\Delta T[n_{\text{gyro}}]} \end{cases}$$

où

- $\Delta s_{\text{odo}}[n_{\text{gyro}}]$ et $\Delta\psi_{\text{gyro}}[n_{\text{gyro}}]$ sont respectivement les mesures odométrique et gyrométrique acquises à l'instant $n-1 = n_{\text{gyro}}$,
- $\Delta T[n_{\text{gyro}}]$ est le temps écoulé entre les instants $n_{\text{gyro}}-1$ et n_{gyro} ,
- $\Delta T[n]$ est le temps écoulé entre les instants $n-1$ et n ,
- **3^{ème} cas** : l'instant $n-1$ correspond à un instant d'acquisition d'une information GPS (i.e. $n-1 = n_{\text{GPS}}$) et l'instant n correspond à un instant d'acquisition des mesures gyrométrique et odométrique (i.e. $n = n_{\text{gyro}}$). D'une

2. CARACTÉRISATION DES DONNÉES

manière analogue au deuxième cas, en considérant une interpolation linéaire on a :

$$\begin{cases} \Delta s[n] &= \Delta s_{\text{odo}}[n_{\text{gyro}}] \frac{\Delta T[n]}{\Delta T[n_{\text{gyro}}]} \\ \Delta \psi[n] &= \Delta \psi_{\text{gyro}}[n_{\text{gyro}}] \frac{\Delta T[n]}{\Delta T[n_{\text{gyro}}]} \end{cases}$$

Incertitude des données odométriques et gyrométriques

A chaque instant n :

- la distance a priori parcourue par le véhicule ($\Delta s[n]$) est caractérisée par une erreur supposée blanche gaussienne centrée d'écart-type :

$$\sigma_{\text{odo}}[n] = \frac{\Delta s[n]}{100} \quad (6.1)$$

- la variation a priori du cap du véhicule ($\Delta \psi[n]$) est caractérisée par une erreur supposée blanche gaussienne centrée d'écart-type¹ :

$$\sigma_{\text{gyro}}[n] = ARW_{\text{construc}} \sqrt{\Delta T[n]} \quad (6.2)$$

où ARW_{construc} est la marche aléatoire angulaire (angular random walk) du gyromètre indiquée par le constructeur et exprimée en rad/\sqrt{s} , ou plus communément en deg/\sqrt{h} , et $\Delta T[n]$ le temps écoulé entre les instants $n - 1$ et n .

2.2 GPS

Données GPS

D'après la section 1, un récepteur GPS fournit les coordonnées géographiques du véhicule à savoir sa longitude, sa latitude et sa hauteur ellipsoïdale données dans le système de coordonnées WGS84. Pour que ces informations soient compatibles avec les données fournies par les autres capteurs et la base des données géographiques, les coordonnées géodésiques du récepteur GPS doivent être converties en coordonnées locales tangentes. Ainsi, à chaque instant n_{GPS} d'acquisition des données GPS, on a les coordonnées cartésiennes du véhicule ($x_{\text{GPS}}[n_{\text{GPS}}], y_{\text{GPS}}[n_{\text{GPS}}]$) dans le repère local tangent de la carte.

Incertitude des données GPS

Dans la plupart des travaux de localisation du véhicule utilisant un récepteur GPS bas coût, les incertitudes sur les données GPS sont approchées par un bruit blanc gaussien centré de matrice de variance-covariance suivante :

$$R_{\text{GPS}} = \begin{pmatrix} \sigma_{\text{GPS}}^2 & 0 \\ 0 & \sigma_{\text{GPS}}^2 \end{pmatrix} \quad (6.3)$$

où σ_{GPS} est l'écart-type sur la position fournie par le récepteur GPS. Par exemple, pour un récepteur GPS qui fonctionne en mode EGNOS, l'écart-type est de l'ordre de 0.5 m et pour un récepteur qui fonctionne en mode naturel, l'écart-type est de

1. une fois le biais retiré par une procédure d'étalonnage, voir section 2.2

l'ordre de $2m$. Il faut noter que l'écart-type dépend de l'environnement où l'antenne du GPS se trouve (la visibilité) et aussi de la configuration géométrique de satellites par rapport à l'antenne du GPS.

2.3 Carte routière précise (ou Emap)

Base de données

D'après le chapitre 5, on peut décrire la route par un ensemble de N_{ch} chaussées :

$$\text{Route} = [\text{chaussée}(1) \dots \text{chaussée}(N_{\text{ch}})]$$

et pour tout $i \in \{1, \dots, N_{\text{ch}}\}$, la chaussée(i) est constituée d'un ensemble de $N_{\text{voie}}^{(i)}$ voies :

$$\text{chaussée}(i) = \left[\text{voie}(i, 1) \dots \text{voie}(i, N_{\text{voie}}^{(i)}) \right]$$

où chaque voie de circulation est modélisée par un ensemble d'éléments géométriques. Chaque élément géométrique $m \in E_{\text{map}}$ (l'ensemble de tous les éléments) est caractérisé par :

- un profil longitudinal (i.e. l'axe central) défini par une clothoïde caractérisée par 5 paramètres : le point initial (x_0^m, y_0^m) , l'angle initial τ_0^m , la courbure initiale κ_0^m , la variation de courbure c^m et la longueur totale L^m .
- un ensemble de N_m voisins de cet élément m . Chaque voisin est caractérisé par le type de lien topologique qui le lie à l'élément m (i.e. à droite, à gauche, derrière ou en face) et les attributs de positionnement par rapport à l'élément m .

Incertitude de carte précise

Dans les travaux du LCPC utilisés dans cette thèse, les cartes précises ont été réalisées à partir des mesures effectuées par mobile mapping de précision $0.2m$. Donc, par la suite, on n'a pas pris en compte les erreurs de la carte, ces erreurs restant négligeables devant celle d'un GPS standard en mode naturel.

3 Modèle cinématique dans un repère de Frenet

Dans un repère de Frenet associé à une clothoïde m , un modèle cinématique exprimé dans ce repère décrit l'évolution des coordonnées de Frenet (ℓ, d) de la position du véhicule par rapport à cette clothoïde m . Pour tout point M (une position du véhicule) de coordonnées cartésiennes (x, y) (cf. Fig. 6.2), ses coordonnées de Frenet (ℓ, d) sont définies selon le système suivant :

$$\begin{cases} x = x^m(\ell) + d \sin(\tau^m(\ell)) \\ y = y^m(\ell) - d \cos(\tau^m(\ell)) \end{cases} \quad (6.4)$$

Le couple $(x^m(\ell), y^m(\ell))$ représente les coordonnées cartésiennes du point M_{\perp} qui correspond à la projection orthogonale du point M sur la clothoïde m . Ces coordonnées cartésiennes vérifient le système suivant :

$$\begin{cases} x^m(\ell) = x_0^m + \int_0^{\ell} \cos(\tau^m(s)) ds \\ y^m(\ell) = y_0^m + \int_0^{\ell} \sin(\tau^m(s)) ds \end{cases} \quad (6.5)$$

3. MODÈLE CINÉMATIQUE DANS UN REPÈRE DE FRENET

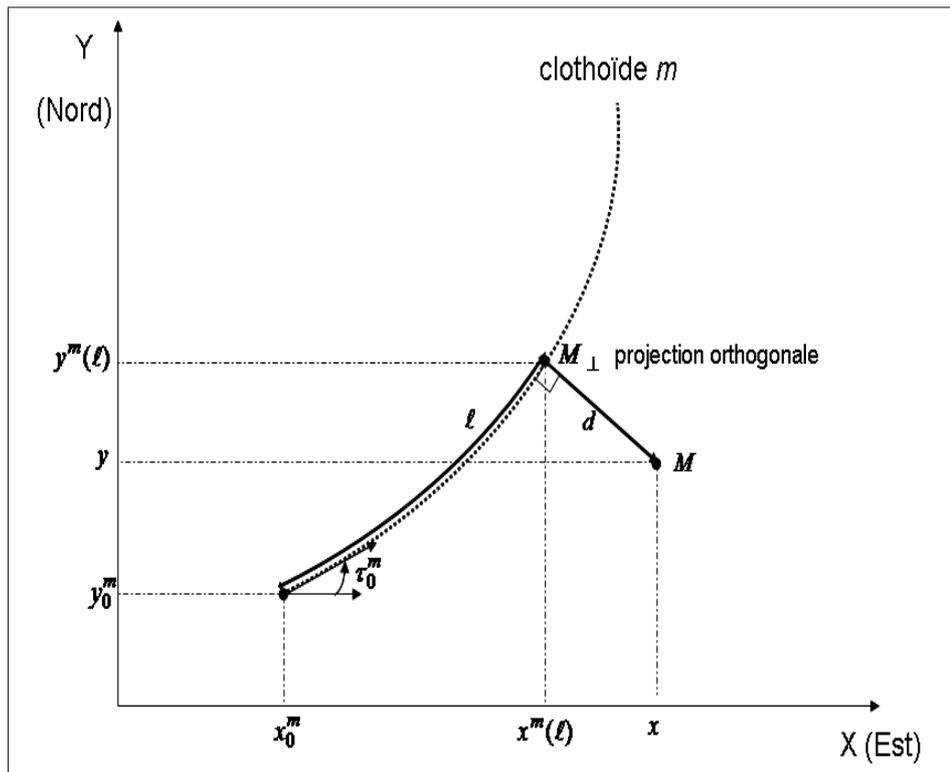


FIGURE 6.2 – Coordonnées de Frenet définies par rapport à la clothoïde m

avec :

$$\tau^m(s) = \tau_0^m + \kappa_0^m s + \frac{c^m s^2}{2} \quad (6.6)$$

On rappelle que pour la clothoïde m :

- (x_0^m, y_0^m) sont les coordonnées cartésiennes du point initial,
- τ_0^m est l'orientation au point initial par rapport à l'axe Est,
- κ_0^m est la courbure au point initial,
- c^m est la variation constante de courbure qui est égale à $\partial\kappa^m(s)/\partial s$ (constante), où $\kappa^m(s)$ désigne la courbure à l'abscisse curviligne s :

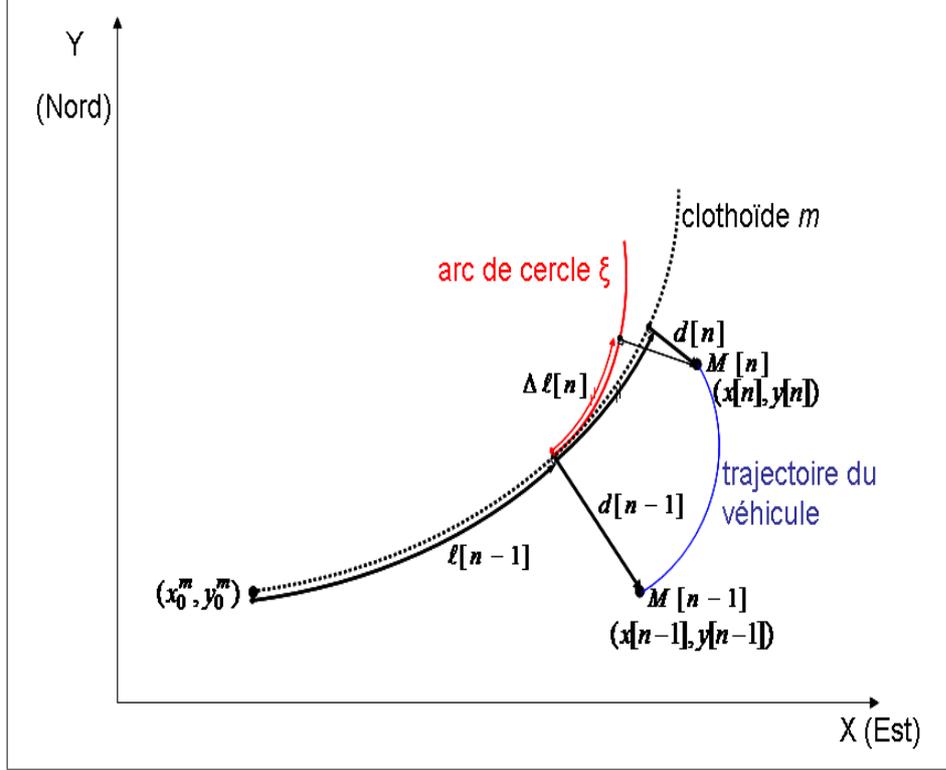
$$\kappa^m(s) = \kappa_0^m + c^m s \quad (6.7)$$

L'objectif de ce paragraphe est de définir un modèle cinématique qui permet, à chaque instant n , de calculer les coordonnées de Frenet du véhicule $(\ell[n], d[n])$ à partir de :

- $(\ell[n-1], d[n-1])$: coordonnées de Frenet du véhicule à l'instant $n-1$;
- $\psi[n-1]$: angle de cap du véhicule à l'instant $n-1$, cet angle est défini entre l'axe Y et l'axe central du véhicule ;
- $\Delta s[n]$: distance parcourue par le véhicule entre les instants $n-1$ et n ;
- $\Delta\psi[n]$: angle dont a tourné le véhicule entre les instants $n-1$ et n ;
- les paramètres de la clothoïde m : (x_0^m, y_0^m) , τ_0^m , κ_0^m , c^m .

3.1 Hypothèses du modèle cinématique

Pour définir le modèle cinématique, on fait les hypothèses suivantes :


 FIGURE 6.3 – Modèle cinématique du véhicule entre les instants $n - 1$ et n

– **(H1)** : Hypothèse sur la trajectoire du véhicule

Le roulement est sans glissement et il n'y a pas de changement de braquage, donc la trajectoire du véhicule entre les instants $n - 1$ et n sera un arc de cercle (cf. Fig. 6.3). Alors, d'après le modèle cinématique cartésien défini dans le paragraphe 2.3, les coordonnées cartésiennes de la position du véhicule $M[n]$ à l'instant n sont exprimées selon les équations suivantes :

$$\begin{cases} x[n] = x[n-1] + \Delta s[n] \operatorname{sinc} \frac{\Delta \psi[n]}{2} \cos \left(\psi[n-1] + \frac{d\psi[n]}{2} \right) \\ y[n] = y[n-1] + \Delta s[n] \operatorname{sinc} \frac{\Delta \psi[n]}{2} \sin \left(\psi[n-1] + \frac{d\psi[n]}{2} \right) \end{cases} \quad (6.8)$$

où $(x[n-1], y[n-1])$ sont les coordonnées cartésiennes de la position du véhicule $M[n-1]$ à l'instant $n - 1$.

– **(H2)** : Hypothèse sur la clothoïde m

La portion de la clothoïde m , sous l'hypothèse de petits déplacements entre les abscisses curvilignes $\ell[n-1]$ et $\ell[n]$, sera considérée comme un arc de cercle, on le note ζ (cf. Fig. 6.3). Sous cette hypothèse, pour toute abscisse curviligne s , le point (x^ζ, y^ζ) de la courbe ζ vérifie le système suivant :

$$\begin{cases} x^\zeta(s) = x^m(\ell[n-1]) + \frac{1}{\kappa^\zeta} \left[\sin(\tau_0^\zeta + \kappa^\zeta s) - \sin(\tau_0^\zeta) \right] \\ y^\zeta(s) = y^m(\ell[n-1]) - \frac{1}{\kappa^\zeta} \left[\cos(\tau_0^\zeta + \kappa^\zeta s) - \cos(\tau_0^\zeta) \right] \end{cases} \quad (6.9)$$

où

- le point $(x^m(\ell[n-1]), y^m(\ell[n-1]))$ est le point de la clothoïde m à l'abscisse curviligne $\ell[n-1]$. Ce point correspond au point initial de l'arc ζ .

3. MODÈLE CINÉMATIQUE DANS UN REPÈRE DE FRENET

- l'orientation initiale τ_0^ζ correspond à l'angle d'orientation de la clothoïde m à l'abscisse curviligne $\ell[n-1]$. C'est à dire $\tau_0^\zeta = \tau^m(\ell[n-1])$ (cf. eq. 6.6).
- la courbure constante κ^ζ est égale à la courbure de la clothoïde m à l'abscisse curviligne $\ell[n-1]$. C'est à dire $\kappa^\zeta = \kappa^m(\ell[n-1])$ (cf. eq. 6.7).
- la variation de la courbure est nulle parce qu'on suppose que la courbe ζ est un arc de cercle.

D'autre part, par construction de la courbe ζ (cf. Fig. 6.3), le couple $(0, d[n-1])$ correspond aux coordonnées de Frenet du point $M[n-1]$ dans le repère de Frenet associé à l'arc de cercle ζ . En appliquant les équations 6.4, pour $(x, y) = (x[n-1], y[n-1])$ et $m = \zeta$, on a alors :

$$\begin{cases} x[n-1] = x^m(\ell[n-1]) + d[n-1] \sin(\tau_0^\zeta) \\ y[n-1] = y^m(\ell[n-1]) - d[n-1] \cos(\tau_0^\zeta) \end{cases} \quad (6.10)$$

Ainsi, l'équation (6.8) devient alors :

$$\boxed{\begin{cases} x[n] = x^m(\ell[n-1]) + d[n-1] \sin(\tau_0^\zeta) + \Delta s[n] \operatorname{sinc} \frac{\Delta \psi[n]}{2} \cos \left(\psi[n-1] + \frac{\Delta \psi[n]}{2} \right) \\ y[n] = y^m(\ell[n-1]) - d[n-1] \cos(\tau_0^\zeta) + \Delta s[n] \operatorname{sinc} \frac{\Delta \psi[n]}{2} \sin \left(\psi[n-1] + \frac{\Delta \psi[n]}{2} \right) \end{cases}} \quad (6.11)$$

où $\tau_0^\zeta = \tau^m(\ell[n-1])$.

Ces équations expriment les coordonnées cartésiennes du véhicule à l'instant n (i.e. point $M[n]$) en fonction des coordonnées de Frenet $(\ell[n-1], d[n-1])$ de la position du véhicule à l'instant $n-1$, des paramètres de la clothoïde m (ou la courbe ζ) et finalement des mesures odométriques et gyrométriques. A partir de ces coordonnées cartésiennes, on peut exprimer les coordonnées de Frenet $(\ell[n], d[n])$ du point $M[n]$ en fonction des mêmes données.

3.2 Calcul de $\ell[n]$

En désignant par $\Delta \ell[n]$ l'abscisse curviligne du point $M[n]$ à l'instant n sur la courbe ζ , il vient : $\ell[n] \approx \ell[n-1] + \Delta \ell[n]$. Il reste maintenant à calculer $\Delta \ell[n]$. Par définition, l'abscisse curviligne $\Delta \ell[n]$ est l'abscisse curviligne qui minimise la distance entre le point $M[n]$ et la courbe ζ . Donc $\Delta \ell[n]$ est la solution du problème suivant :

$$\text{minimiser } f(s) = \|(x[n], y[n]) - (x^\zeta(s), y^\zeta(s))\|^2 \quad (6.12)$$

En utilisant les équations (6.9) et (6.11), on obtient :

$$f(s) = \left[A - \frac{1}{\kappa^\zeta} \left[\sin(\tau_0^\zeta + \kappa^\zeta s) - \sin(\tau_0^\zeta) \right] \right]^2 + \left[B - \frac{1}{\kappa^\zeta} \left[\cos(\tau_0^\zeta + \kappa^\zeta s) - \cos(\tau_0^\zeta) \right] \right]^2 \quad (6.13)$$

où A et B sont deux constantes par rapport à s :

$$\begin{aligned} A &= d[n-1] \sin(\tau_0^\zeta) + \Delta s[n] \operatorname{sinc} \frac{\Delta \psi[n]}{2} \cos \left(\psi[n-1] + \frac{\Delta \psi[n]}{2} \right) \\ B &= d[n-1] \cos(\tau_0^\zeta) - \Delta s[n] \operatorname{sinc} \frac{\Delta \psi[n]}{2} \sin \left(\psi[n-1] + \frac{\Delta \psi[n]}{2} \right) \end{aligned}$$

Par construction, ce problème de minimisation admet une unique solution $\Delta\ell[n]$. On a donc $\Delta\ell[n]$ la solution de l'équation $f'(s) = 0$. On montre alors que $\Delta\ell[n]$ vérifie l'équation suivante :

$$\begin{aligned} \sin(\kappa^\zeta \Delta\ell[n]) & \left[d[n-1] + \frac{1}{\kappa^\zeta} + \Delta s[n] \operatorname{sinc} \frac{\Delta\psi[n]}{2} \sin \left(\tau_0^\zeta - \psi[n-1] - \frac{\Delta\psi[n]}{2} \right) \right] \\ & = \cos(\kappa^\zeta \Delta\ell[n]) \left[\Delta s[n] \operatorname{sinc} \frac{\Delta\psi[n]}{2} \cos \left(\tau_0^\zeta - \psi[n-1] - \frac{\Delta\psi[n]}{2} \right) \right] \end{aligned}$$

D'où :

$$\Delta\ell[n] = \frac{1}{\kappa^\zeta} \arctan \frac{\Delta s[n] \operatorname{sinc} \frac{\Delta\psi[n]}{2} \cos \left(\tau_0^\zeta - \psi[n-1] - \frac{\Delta\psi[n]}{2} \right)}{d[n-1] + \frac{1}{\kappa^\zeta} + \Delta s[n] \operatorname{sinc} \frac{\Delta\psi[n]}{2} \sin \left(\tau_0^\zeta - \psi[n-1] - \frac{\Delta\psi[n]}{2} \right)} \quad (6.14)$$

où $\tau_0^\zeta = \tau^m(\ell[n-1])$ et $\kappa^\zeta = \kappa^m(\ell[n-1])$.

Finalement, on peut conclure que :

$$\ell[n] = \ell[n-1] + \frac{1}{\kappa^\zeta} \arctan \frac{\Delta s[n] \operatorname{sinc} \frac{\Delta\psi[n]}{2} \cos \left(\tau_0^\zeta - \psi[n-1] - \frac{\Delta\psi[n]}{2} \right)}{d[n-1] + \frac{1}{\kappa^\zeta} + \Delta s[n] \operatorname{sinc} \frac{\Delta\psi[n]}{2} \sin \left(\tau_0^\zeta - \psi[n-1] - \frac{\Delta\psi[n]}{2} \right)} \quad (6.15)$$

3.3 Calcul de $d[n]$

Maintenant, nous allons chercher à exprimer la distance latérale $d[n]$. Le point $M[n]$ ayant les coordonnées de Frenet $(\ell[n], d[n])$ dans le repère associé à la clothoïde m , on a alors :

$$\begin{cases} x[n] = x^m(\ell[n]) + d[n] \sin(\tau^m(\ell[n])) \\ y[n] = y^m(\ell[n]) - d[n] \cos(\tau^m(\ell[n])) \end{cases} \quad (6.16)$$

D'autre part, en utilisant les équations 6.9 pour $s = \Delta\ell[n]$ et sous l'hypothèse **H2**, on peut conclure l'approximation suivante :

$$\begin{cases} x^m(\ell[n]) \approx x^\zeta(\Delta\ell[n]) = x^m(\ell[n-1]) + \frac{1}{\kappa^\zeta} \left[\sin(\tau_0^\zeta + \kappa^\zeta \Delta\ell) - \sin(\tau_0^\zeta) \right] \\ y^m(\ell[n]) \approx y^\zeta(\Delta\ell[n]) = y^m(\ell[n-1]) - \frac{1}{\kappa^\zeta} \left[\cos(\tau_0^\zeta + \kappa^\zeta \Delta\ell) - \cos(\tau_0^\zeta) \right] \end{cases} \quad (6.17)$$

on rappelle que $\tau_0^\zeta = \tau^m(\ell[n-1])$ est l'orientation initiale de l'arc ζ et $\kappa^\zeta = \kappa^m(\ell[n-1])$ est sa courbure initiale.

En combinant les équations 6.16 et 6.17, on obtient alors :

$$\begin{cases} x[n] = x^m(\ell[n-1]) + \frac{1}{\kappa^\zeta} \left[\sin(\tau_0^\zeta + \kappa^\zeta \Delta\ell) - \sin(\tau_0^\zeta) \right] + d[n] \sin(\tau^m(\ell[n])) \\ y[n] = y^m(\ell[n-1]) - \frac{1}{\kappa^\zeta} \left[\cos(\tau_0^\zeta + \kappa^\zeta \Delta\ell) - \cos(\tau_0^\zeta) \right] - d[n] \cos(\tau^m(\ell[n])) \end{cases} \quad (6.18)$$

3. MODÈLE CINÉMATIQUE DANS UN REPÈRE DE FRENET

En utilisant l'équation 6.11, on peut déduire que :

$$\left\{ \begin{array}{l} d[n] \sin(\tau^m(\ell[n])) = d[n-1] \sin(\tau_0^\zeta) + \Delta s[n] \cdot \operatorname{sinc}\left(\frac{\Delta\psi[n]}{2}\right) \cos\left(\psi[n-1] + \frac{\Delta\psi[n]}{2}\right) \\ \quad - \frac{1}{\kappa^\zeta} \left[\sin(\tau_0^\zeta + \kappa^\zeta \Delta\ell) - \sin(\tau_0^\zeta) \right] \\ d[n] \cos(\tau^m(\ell[n])) = d[n-1] \cos(\tau_0^\zeta) - \Delta s[n] \cdot \operatorname{sinc}\left(\frac{\Delta\psi[n]}{2}\right) \sin\left(\psi[n-1] + \frac{\Delta\psi[n]}{2}\right) \\ \quad - \frac{1}{\kappa^\zeta} \left[\cos(\tau_0^\zeta + \kappa^\zeta \Delta\ell[n]) - \cos(\tau_0^\zeta) \right] \end{array} \right. \quad (6.19)$$

En multipliant la première équation du système 6.19 par $\sin(\tau^m(\ell[n]))$ et la deuxième équation par $\cos(\tau^m(\ell[n]))$, puis en sommant les deux équations, on obtient alors :

$$\boxed{d[n] = d[n-1] \cos\left(\tau^m(\ell[n]) - \tau_0^\zeta\right) + \Delta s[n] \cdot \operatorname{sinc}\left(\frac{\Delta\psi[n]}{2}\right) \sin\left(\tau^m(\ell[n]) - \psi[n-1] - \frac{\Delta\psi[n]}{2}\right) - \frac{1}{\kappa^\zeta} \left[\cos(\tau^m(\ell[n]) - \tau_0^\zeta - \kappa^\zeta \Delta\ell[n]) - \cos(\tau^m(\ell[n]) - \tau_0^\zeta) \right]} \quad (6.20)$$

Cette équation permet de calculer la distance latérale $d[n]$ en fonction de $(\ell[n-1], d[n-1], \psi[n-1])$ et $(\Delta s[n], \Delta\psi[n])$ ainsi que la géométrie de la route $(\tau_0^\zeta, \kappa^\zeta)$. On note aussi que $d[n]$ dépend aussi de $\ell[n]$ lui-même calculé en fonction des mêmes données.

3.4 Bilan

Finalement, le modèle cinématique dans un repère de Frenet est décrit par les équations suivantes :

$$\boxed{\begin{array}{l} \ell[n] = f_\ell(m, \ell[n-1], d[n-1], \psi[n-1], \Delta s[n], \Delta\psi[n]) \\ d[n] = f_d(m, \ell[n-1], d[n-1], \psi[n-1], \Delta s[n], \Delta\psi[n]) \end{array}} \quad (6.21)$$

où f_ℓ est le second membre de l'équation 6.15 et f_d est le second membre de l'équation 6.20. Ce modèle cinématique permet de calculer à chaque instant n la position du véhicule par rapport à la clothoïde m à partir de :

- $(\ell[n-1], d[n-1], \psi[n-1])$ la position et le cap du véhicule par rapport à m à l'instant $n-1$;
- $\Delta s[n]$ la distance parcourue et $\Delta\psi[n]$ la variation de l'angle de cap entre les instants $n-1$ et n ,
- l'angle de l'orientation et la courbure de la clothoïde m à l'abscisse curviligne $\ell[n-1]$.

Dans le cas particulier où la clothoïde est une ligne droite caractérisée par une orientation constante τ_0^m , le modèle cinématique est plus simple et il s'écrit comme suit :

$$\boxed{\begin{array}{l} \ell[n] = \ell[n-1] + \Delta s[n] \cdot \operatorname{sinc}\left(\frac{\Delta\psi[n]}{2}\right) \cos\left(\tau_0^m - \psi[n-1] - \frac{\Delta\psi[n]}{2}\right) \\ d[n] = d[n-1] + \Delta s[n] \cdot \operatorname{sinc}\left(\frac{\Delta\psi[n]}{2}\right) \sin\left(\tau_0^m - \psi[n-1] - \frac{\Delta\psi[n]}{2}\right) \end{array}} \quad (6.22)$$

4 Modèle markovien du système de positionnement

L'idée générale est d'utiliser la base de données (les liens topologiques et les attributs de positionnement) comme un graphe pour faire évoluer l'état du système $Z[n]$ sans passer par l'étape de map-matching. Pour cela, à chaque instant n , l'état $Z[n]$ contient l'indice de l'élément géométrique $m[n]$, ainsi que les coordonnées de Frenet $(\ell[n], d[n])$, c'est-à-dire la position du véhicule comptée relativement à $m[n]$. On ajoute aussi le cap du véhicule $\psi[n]$ dans l'état $Z[n]$. On a alors un vecteur d'état composé d'une variable aléatoire discrète $m[n]$ définie dans l'ensemble des éléments géométriques de la carte E_{map} et d'une variable aléatoire continue $[\ell[n], d[n], \psi[n]]$:

$$Z[n] = (m[n], \ell[n], d[n], \psi[n]) \quad (6.23)$$

On définit en outre un vecteur "de commande" $U[n]$, analogue au vecteur de commande dans les problèmes d'automatique, mais qui ici contient les données brutes odométriques $\Delta s[n]$ et gyrométriques $\Delta \psi[n]$:

$$U[n] = (\Delta s[n], \Delta \psi[n]) \quad (6.24)$$

D'autre part, le processus d'observation $Y[n_{\text{GPS}}]$ contient la position du véhicule fournie par un récepteur GPS à l'instant n_{GPS} :

$$Y[n_{\text{GPS}}] = (x_{\text{GPS}}[n_{\text{GPS}}], y_{\text{GPS}}[n_{\text{GPS}}]) \quad (6.25)$$

Cette position fournie par le récepteur GPS est exprimée dans le repère cartésien Est-Nord local.

On suppose que le système est représenté par le modèle non-linéaire suivant :

$$\begin{cases} Z[n] &= f(Z[n-1], U[n] + \epsilon_U[n], \epsilon_{\text{mod}}[n]) \\ Y[n_{\text{GPS}}] &= h(Z[n_{\text{GPS}}]) + \epsilon_{\text{obs}}[n_{\text{GPS}}] \end{cases} \quad (6.26)$$

où :

- La fonction f décrit le modèle d'évolution du système. Elle représente le modèle cinématique choisi pour décrire l'évolution cinématique du véhicule dans un repère de Frenet défini sur la route.
- La fonction h décrit le modèle d'observation. Elle décrit la relation entre le vecteur d'état (défini dans un repère de Frenet) et le vecteur d'observation (défini dans un repère cartésien).
- la séquence $(\epsilon_U[n])_{n \geq 1}$ représente l'erreur de l'odomètre et du gyromètre. On suppose que ce bruit est gaussien centré de matrice de variance-covariance :

$$Q_U[n] = \begin{bmatrix} (\sigma_{\text{odo}}[n])^2 & 0 \\ 0 & (\sigma_{\text{gyro}}[n])^2 \end{bmatrix} \quad (6.27)$$

où $\sigma_{\text{odo}}[n]$ et $\sigma_{\text{gyro}}[n]$ sont les écarts-types sur les données d'odomètre et de gyromètre à l'instant n (cf. les équations 6.1 et 6.2).

- la séquence $(\epsilon_{\text{mod}}[n])_{n \geq 1}$ représente les erreurs de modèle. Leur présence vient du fait que le véhicule ne suit pas exactement le modèle sous hypothèses que l'on s'est fixé.

5. MODÈLE D'ÉVOLUTION

- la séquence $(\epsilon_{\text{obs}}[n_{\text{GPS}}])_{n_{\text{GPS}} \geq 1}$ représente l'erreur du GPS. On suppose que cette erreur est gaussienne centrée de matrice de variance-covariance :

$$Q_{\text{obs}}[n_{\text{GPS}}] = \begin{bmatrix} (\sigma_{\text{GPS}})^2 & 0 \\ 0 & (\sigma_{\text{GPS}})^2 \end{bmatrix} \quad (6.28)$$

où σ_{GPS} représente la précision de positionnement.

Sous les hypothèses suivantes :

- l'état initial $Z[1]$ est de moyenne $\hat{Z}[1]$ et variance $\text{Var}\{Z[1]\}$ connues ;
- il y a indépendance mutuelle entre les séquences $(\epsilon_{\text{mod}}[n])_{n \geq 1}$, $(\epsilon_{\text{obs}}[n_{\text{GPS}}])_{n_{\text{GPS}} \geq 1}$, $(\epsilon_U[n_{\text{gyro}}])_{n_{\text{gyro}} \geq 1}$, et l'état initial $Z[1]$;

les suites $(Z[n])_{n \geq 1}$ et $(Y[n_{\text{GPS}}])_{n_{\text{GPS}} \geq 1}$ forment un modèle de Markov caché à canal sans mémoire, dont la densité de la loi d'observation s'écrit :

$$p_{Y[n_{\text{GPS}}]|Z[n_{\text{GPS}}]}(y, z) = p_{\epsilon_{\text{obs}}[n_{\text{GPS}}]}(y - h(z))$$

avec $p_{\epsilon_{\text{obs}}[n_{\text{GPS}}]}$ densité d'une loi centrée de variance $Q_{\text{obs}}[n_{\text{GPS}}]$. Notons que le modèle d'observation est non linéaire.

Quant à la loi d'évolution, sa densité $p_{Z[n]|Z[n-1]}$ est particulièrement difficile à exprimer, les bruits n'étant pas additifs. Il va donc s'agir par la suite de proposer un filtre bayésien de type Bootstrap pour lequel il ne sera pas nécessaire d'explicitier la densité de cette loi. Enfin, une difficulté supplémentaire du modèle d'évolution tient au fait que l'évolution des coordonnées de Frenet (ℓ, d) dépend de l'évolution de l'indice de l'élément m .

5 Modèle d'évolution

Pour la variable aléatoire de cap ψ , la loi d'évolution est très simple parce qu'elle ne dépend pas de l'élément géométrique m . En effet, entre les instants $n - 1$ et n , l'évolution de la variable de cap est modélisée par l'équation suivante :

$$\psi[n] = \psi[n - 1] + \Delta\psi[n] + \epsilon_{\text{gyro}}[n] + \epsilon_{\psi}[n] \quad (6.29)$$

où $\epsilon_{\psi}[n]$ est un bruit blanc additif qui modélise l'incertitude sur le modèle de transition choisi.

En revanche, les coordonnées de Frenet $(\ell[n], d[n])$ sont définies par rapport à l'élément géométrique $m[n]$. Il faut donc d'abord connaître la variable $m[n]$ pour pouvoir exprimer les variables $(\ell[n], d[n])$. Or, les équations d'évolution (6.21) ne s'expriment que lorsqu'on ne change pas d'élément. Pour résoudre ce problème, l'idée de base est de faire évoluer l'état $Z[n]$ en deux étapes. Dans un premier temps, on suppose qu'entre les instants $n - 1$ et n , le véhicule reste sur l'élément géométrique $m[n - 1]$ éventuellement étendu et on exprime l'évolution de la position du véhicule sur cet élément. Cette position est caractérisée par les coordonnées de Frenet $(\ell_{\text{inter}}[n], d_{\text{inter}}[n])$ exprimées dans le repère de Frenet défini par l'axe de l'élément $m[n - 1]$ supposé infini. On l'appelle "la position intermédiaire". On a alors :

$$(\ell_{\text{inter}}[n], d_{\text{inter}}[n]) = f_{\text{inter}}(Z[n - 1], U[n] + \epsilon_U[n]) + \epsilon_{\text{mod}}[n] \quad (6.30)$$

où f_{inter} est la fonction d'évolution du véhicule exprimée dans le repère de Frenet associé à l'élément $m[n-1]$.

Ensuite, en fonction des caractéristiques de l'élément $m[n-1]$ (longueur, largeur, liens topologiques), on obtient les variables aléatoires $(m[n], \ell[n], d[n])$ par une procédure purement géométrique, simple à mettre en œuvre et qui nous permet d'éviter de faire la procédure de map-matching. On a alors :

$$(m[n], \ell[n], d[n]) = f_{\text{trans}}(m[n-1], \ell_{\text{inter}}[n], d_{\text{inter}}[n]) \quad (6.31)$$

où f_{trans} est la transformation qui permet de passer de coordonnées intermédiaires aux coordonnées $(m[n], \ell[n], d[n])$.

L'évolution de l'état du système Z s'effectue donc en deux étapes comme indiqué par l'équation suivante :

$$Z[n] = f_{\text{trans}}(f_{\text{inter}}(Z[n-1], U[n] + \epsilon_U[n]) + \epsilon_{\text{mod}}[n]) \quad (6.32)$$

Maintenant, on va présenter les deux étapes nécessaires pour pouvoir prédire les variables aléatoires (m, ℓ, d) entre les instants $n-1$ et n .

5.1 Phase de pré-évolution

Dans cette étape on fait l'hypothèse suivante :

($H\beta$) : le véhicule reste sur l'élément $m[n-1]$ entre les instants $n-1$ et n .

En d'autres termes, on suppose que l'élément $m[n]$ est infini dans les deux dimensions : la longueur de l'axe central et la largeur sont infinies. Sous cette hypothèse, on prédit la position "intermédiaire" du véhicule sur la carte $(\ell_{\text{inter}}[n], d_{\text{inter}}[n])$ associée à l'élément $m[n-1]$. La prédiction de position "intermédiaire" du véhicule, sur l'élément $m[n-1]$ à l'instant n , est donnée par les lois suivantes :

$$\begin{cases} \ell_{\text{inter}}[n] &= f_{\ell}(Z[n-1], U[n] + \epsilon_U[n]) + \epsilon_{\ell}[n] \\ d_{\text{inter}}[n] &= f_d(Z[n-1], U[n] + \epsilon_U[n]) + \epsilon_d[n] \end{cases} \quad (6.33)$$

où :

- f_{ℓ} et f_d sont les fonctions qui décrivent le modèle cinématique du véhicule dans un repère de Frenet associé à l'élément $m[n-1]$. Ces équations ont été développées dans le paragraphe 3 (cf. les équations 6.15 et 6.20).
- $(\epsilon_{\ell}[n], \epsilon_d[n])$ sont des bruits blancs additifs qui modélisent les erreurs dues aux approximations faites dans le modèle cinématique. On modélise ces erreurs comme des variables aléatoires gaussiennes résultant de l'intégration d'un bruit blanc. Leur matrice de variance-covariance est donc :

$$Q_{\text{mod}}[n] = \begin{bmatrix} (e_{\ell})^2 \Delta T[n] & 0 \\ 0 & (e_d)^2 \Delta T[n] \end{bmatrix} \quad (6.34)$$

où $\Delta T[n]$ est le temps écoulé entre les instants $n-1$ et n . On choisit de régler les paramètres (e_{ℓ}, e_d) de telle sorte que l'écart-type des erreurs, au bout d'une seconde, soit de e_{ℓ} mètres pour l'abscisse curviligne et de e_d mètres pour la distance latérale.

Après avoir prédit la position "intermédiaire" du véhicule $(\ell_{\text{inter}}[n], d_{\text{inter}}[n])$ associée à l'élément $m[n-1]$, on vérifie l'hypothèse $H\beta$ dans la phase de test et changement d'élément.

5.2 Phase de changement d'élément

Dans la base de donnée, l'élément $m[n-1]$ est caractérisé par :

- la longueur totale : $L^{m[n-1]}$;
- l'ensemble de ses voisins topologiques ;
- les attributs de positionnement relatifs à $m[n]$ pour chaque voisin.

En fonction des caractéristiques de l'élément $m[n-1]$ (longueur, largeur, liens topologiques), on peut vérifier si l'hypothèse $H3$ est respectée ou non, c'est à dire vérifier que :

$$\begin{cases} 0 & \leq \ell_{\text{inter}}[n] & \leq L^{m[n-1]} \\ D_{\text{gauche}}^{m[n-1]}(\ell_{\text{inter}}[n]) & \leq d_{\text{inter}}[n] & \leq D_{\text{droite}}^{m[n-1]}(\ell_{\text{inter}}[n]) \end{cases} \quad (6.35)$$

où :

- $D_{\text{gauche}}^{m[n-1]}(\ell_{\text{inter}}[n])$ est la largeur de la partie gauche de l'élément géométrique $m[n-1]$ à l'abscisse curviligne $\ell_{\text{inter}}[n]$. Cette largeur est calculée à partir des attributs de positionnement associés aux voisins de l'élément $m[n-1]$ selon la méthode décrite dans le chapitre 5. On rappelle que cette largeur est négative par définition.
- $D_{\text{droite}}^{m[n-1]}(\ell_{\text{inter}}[n])$ est la largeur de la partie droite de l'élément géométrique $m[n-1]$ à l'abscisse curviligne $\ell_{\text{inter}}[n]$.

Selon la position « intermédiaire » du véhicule $(\ell_{\text{inter}}[n], d_{\text{inter}}[n])$ et les caractéristiques de l'élément $m[n-1]$, on peut distinguer 6 cas possibles :

1) Pas de changement d'élément :

si les coordonnées $(\ell_{\text{inter}}[n], d_{\text{inter}}[n])$ vérifient les conditions (6.35), alors l'état du processus $Z[n]$ est bien défini dans l'élément géométrique $m[n-1]$ et on a donc :

$$Z[n] = \begin{pmatrix} m[n-1] \\ \ell_{\text{inter}}[n] \\ d_{\text{inter}}[n] \\ \psi[n] \end{pmatrix} \quad (6.36)$$

2) Passage à droite :

si

$$\begin{cases} 0 \leq \ell_{\text{inter}}[n] \leq L^{m[n-1]} \\ d_{\text{inter}}[n] > D_{\text{droite}}^{m[n-1]}(\ell_{\text{inter}}[n]) \\ \text{l'élément géométrique } m[n-1] \text{ possède des voisins à droite} \end{cases} \quad (6.37)$$

alors l'état du processus $Z[n]$ est défini sur un des voisins à droite de l'élément géométrique $m[n-1]$. Supposons que l'élément géométrique $m[n-1]$ possède N_{droite} voisins à droite, on les note : $(m_j)_{1 \leq j \leq N_{\text{droite}}}$. Dans la base de données, chaque voisin m_j est caractérisé par quatre attributs de positionnement (2 pour le point initial et 2 pour le point final) $\{(\ell_I^{m_j/m[n-1]}, d_I^{m_j/m[n-1]}), (\ell_E^{m_j/m[n-1]}, d_E^{m_j/0/m[n-1]})\}$ indiquant la position de l'élément m_j relativement à l'élément $m[n-1]$ (cf. Fig. 6.4). Alors, l'état du processus $Z[n]$ est défini sur l'élément caractérisé par $\ell_I^{m_j/m[n-1]}$ et $\ell_E^{m_j/m[n-1]}$ tel que :

$$\ell_I^{m_j/m[n-1]} \leq \ell_{\text{inter}}[n] \leq \ell_E^{m_j/m[n-1]} \quad (6.38)$$

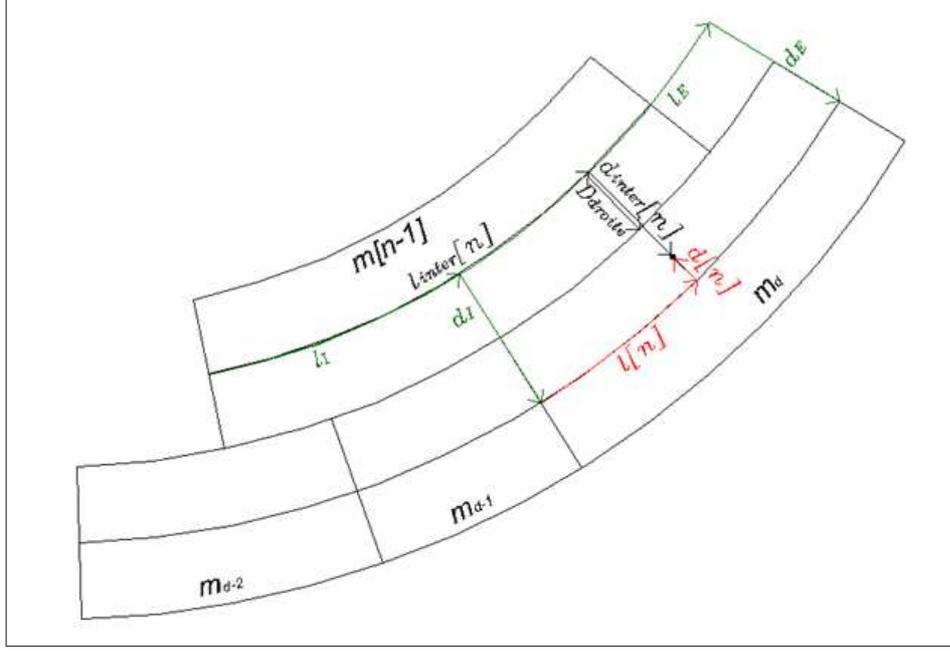


FIGURE 6.4 – Changement d'élément à droite

On note cet élément m_d . Etant donné que l'état du processus change d'élément géométrique, il faut calculer les coordonnées de Frenet de cet état dans le repère associé à l'élément m_d . Pour faire cela, on suppose que les éléments $m[n-1]$ et m_d ont le même rayon de courbure (on néglige la distance latérale entre eux par rapport au rayon de courbure), on obtient alors :

$$Z[n] = \begin{pmatrix} m_d \\ \ell_{\text{inter}}[n] - \ell_I^{m_d/m[n-1]} \\ d_{\text{inter}}[n] - 2 \cdot D_{\text{droite}}^{m[n-1]}(\ell_{\text{inter}}[n]) \\ \psi[n] \end{pmatrix} \quad (6.39)$$

3) Passage à gauche :

si

$$\begin{cases} 0 \leq \ell_{\text{inter}}[n] \leq L^{m[n-1]} \\ d_{\text{inter}}[n] < D_{\text{gauche}}^{m[n-1]}(\ell_{\text{inter}}[n]) \\ \text{l'élément géométrique } m[n-1] \text{ possède des voisins à gauche} \end{cases} \quad (6.40)$$

alors l'état du processus $Z[n]$ est défini sur un des voisins à gauche de l'élément géométrique $m[n-1]$. D'une manière analogue au cas précédent, on détermine d'abord l'élément m_g sur lequel l'état du processus $Z[n]$ est défini, puis on calcule les coordonnées de Frenet de l'état du processus $Z[n]$ dans le repère associé à l'élément m_g par la relation suivante :

$$Z[n] = \begin{pmatrix} m_g \\ \ell_{\text{inter}}[n] - \ell_I^{m_g/m[n-1]} \\ d_{\text{inter}}[n] - 2 \cdot D_{\text{gauche}}^{m[n-1]}(\ell_{\text{inter}}[n]) \\ \psi[n] \end{pmatrix} \quad (6.41)$$

5. MODÈLE D'ÉVOLUTION

4) Passage en face :

si

$$\begin{cases} \ell_{\text{inter}}[n] > L^{m[n-1]} \\ \text{l'élément géométrique } m[n-1] \text{ possède des voisins en face} \end{cases} \quad (6.42)$$

Dans ce cas, l'état du processus $Z[n]$ est défini sur un des voisins en face de l'élément géométrique $m[n-1]$. Supposons que l'élément géométrique $m[n-1]$ possède N_{face} voisins en face, on les note : $(m_j)_{1 \leq j \leq N_{\text{face}}}$. Pour déterminer l'élément géométrique sur lequel l'état du processus $Z[n]$ est *a priori* défini, il faut calculer d'abord les coordonnées de Frenet de la position "intermédiaire" du véhicule $(\ell_{\text{inter}}[n], d_{\text{inter}}[n])$ dans chaque élément en face m_j . On note ces coordonnées $(\ell_{m_j}[n], d_{m_j}[n])$. Pour ce faire, on utilise les deux attributs de position associés à chaque élément en face m_j : $(\Delta L^{m_j/m[n-1]}, D^{m_j/m[n-1]})$. Rappelons que ces deux attributs représentent la distance latérale et longitudinale entre le point initial de l'axe central de l'élément m_j et le point final de l'axe central de l'élément $m[n-1]$. En supposant que ces éléments sont localement assimilés à une droite, on démontre que les coordonnées de Frenet $(\ell_{m_j}[n], d_{m_j}[n])$ du point "intermédiaire" dans chaque élément en face m_j sont :

$$\begin{cases} \ell_{m_j}[n] = (\ell_{\text{inter}}[n] - L^{m[n-1]} - \Delta L^{m_j/m[n-1]}) \cos(\tau^{m[n-1]}(0) - \tau^{m[n-1]}(L^{m[n-1]})) \\ \quad - (d_{\text{inter}}[n] - D^{m_j/m[n-1]}) \sin(\tau^{m[n-1]}(0) - \tau^{m[n-1]}(L^{m[n-1]})) \\ d_{m_j}[n] = (\ell_{\text{inter}}[n] - L^{m[n-1]} - \Delta L^{m_j/m[n-1]}) \sin(\tau^{m[n-1]}(0) - \tau^{m[n-1]}(L^{m[n-1]})) \\ \quad + (d_{\text{inter}}[n] - D^{m_j/m[n-1]}) \cos(\tau^{m[n-1]}(0) - \tau^{m[n-1]}(L^{m[n-1]})) \end{cases} \quad (6.43)$$

Alors, l'état du processus $Z[n]$ est défini sur l'élément qui minimise la distance $d_{m_j}[n]$, notons cet élément m_f . On obtient donc :

$$Z[n] = \begin{pmatrix} m_f \\ \ell_{m_f}[n] \\ d_{m_f}[n] \\ \psi[n] \end{pmatrix} \quad (6.44)$$

5) Passage en arrière :

si

$$\begin{cases} \ell_{\text{inter}}[n] < 0 \\ \text{l'élément géométrique } m[n-1] \text{ possède des voisins précédents} \end{cases} \quad (6.45)$$

Dans ce cas, l'état du processus $Z[n]$ est défini sur un des voisins précédents de l'élément géométrique $m[n-1]$. D'une manière analogue au cas précédent, on calcule les coordonnées de Frenet de la position du véhicule dans chaque voisin précédent de l'élément $m[n-1]$. Ensuite, on détermine l'élément sur lequel l'état du processus est défini, on note cet élément m_b . Puis on définit l'état du processus $Z[n]$ dans l'élément m_b par la relation suivante :

$$Z[n] = \begin{pmatrix} m_b \\ \ell_{m_b}[n] \\ d_{m_b}[n] \\ \psi[n] \end{pmatrix} \quad (6.46)$$

où $(\ell_{m_b}[n], d_{m_b}[n])$ sont les coordonnées de Frenet de la position "intermédiaire" prédite du véhicule $F_{\text{inter}}[n]$ dans l'élément m_b , ces coordonnées sont calculées de manière analogue au cas précédent.

6) **En dehors de la route :**

si la position "intermédiaire" prédite du véhicule $(\ell_{\text{inter}}[n], d_{\text{inter}}[n])$ n'est pas sur l'espace roulable défini par la base de données, par exemple, si $d_{\text{inter}}[n] < D_{\text{gauche}}^{m[n-1]}(\ell_{\text{inter}}[n])$ alors que l'élément $m[n-1]$ n'a pas de voisin à gauche. Dans ce cas, on considère que la position "intermédiaire" prédite du véhicule ne représente pas correctement l'état du processus $Z[n]$. Cette erreur de prédiction est typiquement provoquée par un défaut de modélisation des bruits des capteurs (odomètre et gyromètre) à l'instant n (présence par exemple d'un biais).

A la fin de cette étape, on a donc l'état *a priori* du processus $Z[n]$ décrit par une densité de probabilité $p(Z[n]|Y[n_{\text{GPS}}])$ avec $n_{\text{GPS}} < n$.

6 Loi d'observation

L'équation d'observation s'écrit, pour tout n_{GPS} où le GPS est disponible :

$$Y[n_{\text{GPS}}] = h(Z[n_{\text{GPS}}]) + w^{\text{GPS}}[n_{\text{GPS}}] \quad (6.47)$$

où w^{GPS} est le bruit additif applicable aux points GPS, supposé gaussien, et h est la fonction s'écrivant, pour tout $z = [m \ell d \psi]$:

$$h(z) = \begin{bmatrix} x_0^m \\ y_0^m \end{bmatrix} - d \begin{bmatrix} -\sin \tau^m(\ell) \\ \cos \tau^m(\ell) \end{bmatrix} + \int_0^\ell \begin{bmatrix} \cos \tau^m(s) \\ \sin \tau^m(s) \end{bmatrix} ds \quad (6.48)$$

La densité de la loi d'observation s'écrit donc :

$$P_{Y[n_{\text{GPS}}]|Z[n_{\text{GPS}}]=z}(y) = p_{w_{\text{GPS}}[n_{\text{GPS}}]}(y - h(z)) \quad (6.49)$$

La formulation intégrale de la formule 6.48 est en pratique approchée par une somme finie.

7 Filtre particulière sous contrainte spatiale

On rappelle le modèle non-linéaire du système :

$$\begin{cases} Z[n] &= f_{\text{trans}}(f_{\text{inter}}(Z[n-1], U[n] + \epsilon_U[n]) + \epsilon_{\text{mod}}[n]) \\ Y[n_{\text{GPS}}] &= h(Z[n_{\text{GPS}}]) + \epsilon_{\text{obs}}[n_{\text{GPS}}] \end{cases} \quad (6.50)$$

Le filtre particulière se prête bien à une telle formalisation avec un état mixte continu-discret. De plus, les non linéarités des modèles seront mieux prises en considération que dans un filtre de Kalman étendu. Le filtrage particulière consiste à obtenir préalablement une approximation particulière de la loi de densité $p_{Z[1]}^1$ de l'état initial du système, puis à propager cette approximation par filtrage bayésien.

On a implanté un algorithme de filtrage particulière de type "Bootstrap".

7.1 Etape 1 : initialisation

L'instant initial ($n = 1$) correspond à la première solution GPS ($x_{\text{GPS}}[1], y_{\text{GPS}}[1]$) caractérisée par une variance σ_{GPS}^2 pour les deux coordonnées supposées indépendantes. En projetant dans un premier temps cette position sur la carte par la méthode de map-matching point à point, on détermine :

- l'élément géométrique sur lequel le véhicule se trouve à l'instant $n = 1$, on note cet élément $m[1]$,
- les coordonnées de Frenet ($\ell[1], d[1]$) du véhicule défini dans le repère de Frenet associé à l'élément $m[1]$.

Ensuite, à partir de ces coordonnées de Frenet ($\ell[1], d[1]$), on distribue N particules sur l'élément $m[1]$ selon la méthode suivante :

- l'abscisse curviligne $\ell_{\text{inter}}^{(q)}[1]$ est tirée selon la loi normale $\mathcal{N}(\ell[1], \sigma_{\text{GPS}}^2)$,
- la distance latérale $d_{\text{inter}}^{(q)}[1]$ est tirée selon la loi normale $\mathcal{N}(d[1], \sigma_{\text{GPS}}^2)$,
- pour le cap initial, étant donné qu'il est inconnu, on fait l'hypothèse que cet angle suit une loi normale caractérisée par un écart-type de $\frac{\pi}{4}$ et une moyenne égale à l'angle d'orientation de l'élément géométrique $m[1]$ à l'abscisse curviligne $\ell[1]$, c'est à dire $\tau^{m[1]}(\ell[1])$ (cf. eq. (6.6)). Ainsi on tire N angles de cap $\psi^{(q)}[1]$ selon la loi normale $\mathcal{N}(\tau^{m[1]}(\ell[1]), (\frac{\pi}{4})^2)$.

On obtient alors N particules $\xi_{\text{inter}}^{(q)}[1] = [m[1], \ell_{\text{inter}}^{(q)}[1], d_{\text{inter}}^{(q)}[1], \psi^{(q)}[1]]$ qui ont le même élément géométrique $m[1]$. Donc, pour chaque particule $\xi_{\text{inter}}^{(q)}[1]$, on vérifie si ses coordonnées de Frenet ($\ell_{\text{inter}}^{(q)}[1], d_{\text{inter}}^{(q)}[1]$) respectent les limites géométriques de l'élément $m[1]$ (i.e. la largeur et la longueur) et en utilisant la fonction f_{trans} de la transformation des coordonnées de Frenet d'un élément à un autre (cf. paragraphe 5.2), on obtient alors N particules :

$$\xi^{(q)}[1] = f_{\text{trans}}(\xi_{\text{inter}}^{(q)}[1]) \quad \text{pour } q = 1, \dots, N \quad (6.51)$$

Dans le cas où un couple de coordonnées de Frenet ($\ell_{\text{inter}}^{(q)}[1], d_{\text{inter}}^{(q)}[1]$) ne correspond à aucun élément géométrique de la base de données (i.e. la particule quitte l'espace routier), on refait un nouveau tirage de ses coordonnées de Frenet jusqu'à ce qu'on tire une particule sur l'espace roulant.

Enfin, les poids des particules sont tous égaux à $1/N$. Ainsi, on obtient une approximation particulière de la densité de la loi *a posteriori* de l'état initial :

$$\hat{p}_{Z[1]}^1(z) = \sum_{q=1}^{n_q} \frac{1}{n_q} \delta(z - \xi^{(q)}[1])$$

où $\xi^{(q)}[1] = [m^{(q)}[1], \ell^{(q)}[1], d^{(q)}[1], \psi^{(q)}[1]]$.

7.2 Etape 2 : évolution

Pour tout instant $n > 1$, l'étape de l'évolution permet d'obtenir une approximation de la densité de la loi *a priori* de l'état $\hat{p}_{Z[n]}^{n-1}(z)$ en partant d'une approximation particulière de la densité de la loi *a posteriori* de l'état à l'instant $n - 1$ supposée égale à :

$$\hat{p}_{Z[n-1]}^{n-1}(z) = \sum_{q=1}^{n_q} \omega^{(q)}[n-1] \delta(z - \xi^{(q)}[n-1])$$

En effet, en propageant chaque particule $\xi^{(q)}[n-1]$ par le modèle d'évolution défini précédemment, on obtient alors une nouvelle particule $\xi^{(q)}[n]$. Cette évolution se fait en deux phases.

Phase : pré-évolution

Pour toute particule $\xi^{(q)}[n-1] = [m^{(q)}[n-1], \ell^{(q)}[n-1], d^{(q)}[n-1], \psi^{(q)}[n-1]]$ avec $q = 1, \dots, N$, en faisant l'hypothèse qu'elle restera sur son élément géométrique $m^{(q)}[n-1]$ à l'instant n , on obtient une particule intermédiaire $\xi_{inter}^{(q)}[n]$ définie comme suit :

$$\xi_{inter}^{(q)}[n] = [m^{(q)}[n-1], \ell_{inter}^{(q)}[n], d_{inter}^{(q)}[n], \psi^{(q)}[n]]$$

avec :

$$\begin{cases} [\ell_{inter}^{(q)}[n], d_{inter}^{(q)}[n]] & = f_{inter}(\xi^{(q)}[n-1], U[n] + \epsilon_U^{(q)}[n]) + \epsilon_{mod}^{(q)}[n] \\ \psi^{(q)}[n] & = \psi^{(q)}[n] + \epsilon_{gyro}^{(q)}[n] + \epsilon_{\psi}^{(q)}[n] \end{cases} \quad (6.52)$$

où :

- f_{inter} est le modèle cinématique défini dans le repère de Frenet associé à l'élément $m^{(q)}[n-1]$. Il est décrit par les fonctions f_ℓ et f_d (cf. les équations 6.15 et 6.20).
- $U[n] = (\Delta s[n], \Delta \psi[n])$ sont respectivement les mesures de la distance parcourue par le véhicule et de la variation de son cap entre les instants $n-1$ et n . Etant donné que l'instant n peut correspondre soit à une mesure de GPS soit à une mesure gyrométrique (l'odomètre est supposé synchrone au gyromètre), pour tout instant n on calcule les composantes de U par les formules suivantes :

$$\begin{aligned} \Delta s[n] &= \Delta s[n_{gyro}] \frac{\Delta T[n]}{\Delta T[n_{gyro}]} \\ \Delta \psi[n] &= \Delta \psi[n_{gyro}] \frac{\Delta T[n]}{\Delta T[n_{gyro}]} \end{aligned} \quad (6.53)$$

où

- n_{gyro} est le dernier instant de mesure du gyromètre disponible.
 - $[\Delta s[n_{gyro}], \Delta \psi[n_{gyro}]]$ sont les mesures brutes odométrique et gyrométrique à l'instant n_{gyro} ,
 - $\Delta T[n_{gyro}]$ est le temps écoulé entre les instants $n_{gyro}-1$ et n_{gyro} .
 - $\Delta T[n]$ est le temps écoulé entre les instants $n-1$ et n .
- On obtient ces équations en supposant que la vitesse du véhicule et la vitesse de rotation restent constantes entre les instants n_{gyro} et n . On utilise principalement ces formules quand l'instant n correspond à un instant de mesure GPS.
- $(\epsilon_U^{(q)}[n] = (\epsilon_{odo}^{(q)}[n], \epsilon_{gyro}^{(q)}[n]))$ est un tirage aléatoire d'une loi qui modélise les erreurs sur les mesures odométriques et gyrométriques. On suppose que ces erreurs suivent une loi normale centrée de matrice de variance-covariance :

$$Q_U[n] = \begin{bmatrix} (\frac{\Delta s[n]}{100})^2 \Delta T[n] & 0 \\ 0 & (ARW_{const})^2 \Delta T[n] \end{bmatrix} \quad (6.54)$$

où ARW_{const} est la marche aléatoire angulaire du gyromètre. La valeur donnée par le constructeur du capteur représente une valeur minimale pour ce réglage.

7. FILTRE PARTICULAIRE SOUS CONTRAINTE SPATIALE

- $(\epsilon_{\text{mod}}^{(q)}[n] = (\epsilon_\ell^{(q)}[n], \epsilon_d^{(q)}[n]))$ est un tirage aléatoire d'une loi qui modélise les erreurs dues aux approximations faites dans le modèle cinématique. On suppose que ces erreurs suivent une loi normale centrée de matrice de variance-covariance :

$$Q_{\text{mod}}[n] = \begin{bmatrix} (e_\ell)^2 \Delta T[n] & 0 \\ 0 & (e_d)^2 \Delta T[n] \end{bmatrix} \quad (6.55)$$

où e_ℓ (resp. e_d) représente l'écart-type de l'erreur sur l'abscisse curviligne (resp. distance latérale) faite par le modèle cinématique au bout d'une seconde. Par exemple $e_\ell = e_d = 0.5\text{m}$.

Phase : changement d'élément

Pour toute particule intermédiaire $\xi_{\text{inter}}^{(q)}[n] = [m^{(q)}[n-1], \ell_{\text{inter}}^{(q)}[n], d_{\text{inter}}^{(q)}[n], \psi^{(q)}[n]]$ avec $q = 1, \dots, N$, on vérifie si les coordonnées intermédiaires de Frenet $[\ell_{\text{inter}}^{(q)}[n], d_{\text{inter}}^{(q)}[n]]$ respectent les limites géométriques de l'élément $m^{(q)}[n-1]$. Dans le cas contraire, on utilise la fonction f_{trans} qui permet de transformer ces coordonnées de Frenet dans un nouvel élément géométrique $m^{(q)}[n]$ auquel cette particule appartient. On obtient alors N nouvelles particules $\xi^{(q)}[n] = [m^{(q)}[n], \ell^{(q)}[n], d^{(q)}[n], \psi^{(q)}[n]]$ où :

$$[m^{(q)}[n], \ell^{(q)}[n], d^{(q)}[n]] = f_{\text{trans}}(m^{(q)}[n-1], \ell_{\text{inter}}^{(q)}[n], d_{\text{inter}}^{(q)}[n]) \quad (6.56)$$

Dans le cas où un couple de coordonnées intermédiaires de Frenet $(\ell_{\text{inter}}^{(q)}[n], d_{\text{inter}}^{(q)}[n])$ ne correspond à aucun élément géométrique dans la base de données (i.e. la particule quitte l'espace roulant), on rejette cette particule et on la remplace par une autre particule tirée aléatoirement parmi l'ensemble des particules qui restent sur la route.

Ainsi, à la fin de cette phase, on obtient une approximation de la densité *a priori* de l'état du système à l'instant n :

$$\hat{p}_{Z[n]}^{n-1}(z) = \sum_{q=1}^{n_q} \tilde{\omega}^{(q)}[n] \delta(z - \xi^{(q)}[n])$$

7.3 Etape 3 : correction GPS

Comme son nom l'indique, cette étape est réalisée pour tout instant n qui correspond à une position donnée par le GPS : $Y[n_{\text{GPS}}]$. Dans cette étape on a donc $n = n_{\text{GPS}}$.

Toutefois, avant d'utiliser cette position GPS, il faut vérifier si elle est correcte ou aberrante (due aux multi-trajets par exemple). Pour cela, on commence par calculer une prédiction de l'observation $\hat{Y}[n]$ par la formule suivante :

$$\hat{Y}[n] = \sum_{q=1}^{n_q} \tilde{\omega}^{(q)}[n] h(\xi^{(q)}[n]) \quad (6.57)$$

où h est la fonction d'observation du système et permet de passer des coordonnées de Frenet à des coordonnées cartésiennes.

Ensuite, à partir de cette prédiction d'observation on calcule l'innovation $\hat{Y}[n] - Y[n]$ et sa matrice de variance-covariance $\mathbf{V}[n] = \mathbf{E} \left[\left(\hat{Y}[n] - Y[n] \right) \left(\hat{Y}[n] - Y[n] \right)^T \right]$.

Cette matrice est calculée par la relation suivante :

$$V[n] = \sum_{q=1}^{n_q} \tilde{\omega}^{(q)}[n] \left(h(\xi^{(q)}[n]) - \hat{Y}[n] \right) \left(h(\xi^{(q)}[n]) - \hat{Y}[n] \right)^T + Q_{\text{obs}}[n] \quad (6.58)$$

où $Q_{\text{obs}}[n]$ représente la matrice de variance-covariance de la position donnée par GPS.

Par la suite, on définit un test de rejet de points GPS aberrants, sous la forme d'un test d'hypothèse, en supposant de plus que la **prédiction de l'observation est bien conforme à la réalité**. L'hypothèse nulle (c'est-à-dire que la mesure GPS est correcte) est que la variable aléatoire $\hat{Y}[n] - Y[n]$ est normale centrée de variance $V[n]$.

Le paramètre de test T est défini par la distance de Mahalanobis suivante :

$$T = \left(\hat{Y}[n] - Y[n] \right)^T V^{-1}[n] \left(\hat{Y}[n] - Y[n] \right) \quad (6.59)$$

On démontre que la variable aléatoire T est distribuée selon la loi du χ^2 à 2 degrés de liberté (dans le cas 2D). On définit un risque α (dit de 1^{ère} espèce) qui représente la probabilité de rejeter à tort un point GPS. Ce risque vaut :

$$\begin{aligned} \alpha &= Pr [\text{rejeter le point GPS} \mid \text{le point GPS est correct}] \\ &= Pr [T > \mu \mid T \text{ suit la loi } \chi^2 \text{ à 2 degrés de liberté}] \end{aligned}$$

où μ est un seuil calculé grâce à la table du χ^2 , par exemple pour $\alpha = 0.01$ on obtient $\mu = 9.21$.

Dans le cas où $T \leq \mu$, le point GPS est accepté et on met à jour les poids des particules selon la formule suivante :

$$\omega^{(q)}[n] = \tilde{\omega}^{(q)}[n] p_{w_{\text{gps}}}[n](y[n] - h(z^{(q)})) \quad (6.60)$$

Par contre, dans le cas $T > \mu$, nous en déduisons que l'hypothèse nulle est fautive et le point GPS est alors rejeté. On ne change le poids d'aucune particule : $\omega^{(q)}[n] = \tilde{\omega}^{(q)}[n]$ pour tout $q = 1, \dots, N$.

A la fin de cette étape, on a l'approximation de la densité *a posteriori* de l'état à l'instant n égale à :

$$\hat{p}_{Z[n]}^n(z) = \sum_{q=1}^{n_q} \omega^{(q)}[n] \delta(z - \xi^{(q)}[n])$$

7.4 Etape 4 : estimateur

Pour chaque instant n la loi **a posteriori** de $Z[n]$ conditionnellement au passé de l'observation $\{Y[k], k \leq n\}$ est approchée par un nuage de N particules pondérées : $(\xi^{(q)}[n], \omega^{(q)}[n])_{1 \leq q \leq N}$. La probabilité que le véhicule soit sur un élément géométrique k est égale à la somme des poids des particules qui lui sont affectées :

$$Pr [m[n] = k] = \sum_{q | \xi^{(q)}[n] \in \text{élément } k} \omega^{(q)}[n] \quad \text{pour } k = 1, \dots, N_{\text{elem}}$$

7. FILTRE PARTICULAIRE SOUS CONTRAINTE SPATIALE

La probabilité que le véhicule soit sur une voie de circulation j est la somme des probabilités que le véhicule soit sur les éléments géométriques de cette voie :

$$\Pr [\text{voie}[n] = j] = \sum_{k|\text{élément } k \in \text{voie } j} \Pr [m[n] = k] \quad \text{pour } j = 1, \dots, N_{\text{voie}}$$

La probabilité que le véhicule soit sur une chaussée de la route i est la somme des probabilités que le véhicule soit sur les voies de cette chaussée :

$$\Pr [\text{chaussée}[n] = i] = \sum_{j|\text{voie } j \in \text{chaussée } i} \Pr [\text{voie}[n] = j] \quad \text{pour } i = 1, \dots, N_{\text{ch}}$$

Donc, d'une manière intuitive, à l'instant n la chaussée estimée $\widehat{\text{chaussée}}[n]$ est celle qui maximise cette probabilité :

$$\widehat{\text{chaussée}}[n] = \underset{i}{\operatorname{argmax}} (\Pr [\text{chaussée}[n] = i])$$

Ensuite, la voie estimée $\widehat{\text{voie}}[n]$ est celle qui maximise la probabilité que le véhicule soit sur une des voies de circulation de la chaussée estimée $\widehat{\text{chaussée}}[n]$. On a alors :

$$\widehat{\text{voie}}[n] = \underset{j \in \widehat{\text{chaussée}}[n]}{\operatorname{argmax}} (\Pr [\text{voie}[n] = j])$$

De même, l'élément géométrique estimé $\widehat{m}[n]$ est celui qui maximise la probabilité que le véhicule soit sur un des éléments de la voie estimée $\widehat{\text{voie}}[n]$:

$$\widehat{m}[n] = \underset{k \in \widehat{\text{voie}}[n]}{\operatorname{argmax}} (\Pr [m[n] = k])$$

Enfin, la position estimée de véhicule est définie par des coordonnées de Frenet $(\widehat{\ell}[n], \widehat{d}[n])$ qui sont attachées à l'élément estimé $\widehat{m}[n]$. On estime les coordonnées de Frenet de cette position par la moyenne pondérée de toutes les particules attachées à l'ensemble des éléments de la chaussée estimée $\widehat{\text{chaussée}}[n]$:

$$\begin{aligned} \widehat{\ell}[n] &= \sum_{q|\xi^{(q)}[n] \in \widehat{\text{chaussée}}[n]} \frac{\omega^{(q)}[n]}{\Pr [\text{chaussée}[n] = \widehat{\text{chaussée}}[n]]} \tilde{\ell}^{(q)}[n] \\ \widehat{d}[n] &= \sum_{q|\xi^{(q)}[n] \in \widehat{\text{chaussée}}[n]} \frac{\omega^{(q)}[n]}{\Pr [\text{chaussée}[n] = \widehat{\text{chaussée}}[n]]} \tilde{d}^{(q)}[n] \end{aligned}$$

où :

$$\left(\tilde{\ell}^{(q)}[n], \tilde{d}^{(q)}[n] \right) = f_{\text{trans}} \left(m^{(q)}[n], \ell^{(q)}[n], d^{(q)}[n], \widehat{m}[n] \right)$$

avec f_{trans} la fonction de transformation qui permet de passer des coordonnées $(\ell^{(q)}[n], d^{(q)}[n])$ exprimées dans l'élément $m^{(q)}[n]$ à des coordonnées $(\tilde{\ell}^{(q)}[n], \tilde{d}^{(q)}[n])$ exprimées dans l'élément estimé $\widehat{m}[n]$. Elle dépend bien sûr de la nature du voisinage entre ces éléments.

Cette position estimée est caractérisée par les variances suivantes :

$$\begin{aligned} \sigma_{\widehat{\ell}}^2[n] &= \sum_{q|\xi^{(q)}[n] \in \widehat{\text{ch}}[n]} \frac{\omega^{(q)}[n]}{\Pr [\text{chaussée}[n] = \widehat{\text{chaussée}}[n]]} \left(\tilde{\ell}^{(q)}[n] - \widehat{\ell}[n] \right)^2 \\ \sigma_{\widehat{d}}^2[n] &= \sum_{q|\xi^{(q)}[n] \in \widehat{\text{ch}}[n]} \frac{\omega^{(q)}[n]}{\Pr [\text{chaussée}[n] = \widehat{\text{chaussée}}[n]]} \left(\tilde{d}^{(q)}[n] - \widehat{d}[n] \right)^2 \end{aligned}$$

7.5 Etape 5 : rééchantillonnage

On rééchantillonne les particules après chaque correction GPS. Au fur et à mesure de l'accumulation des observations GPS (i.e. n correspond à un instant d'acquisition d'une observation GPS), l'incertitude sur l'état, initialement importante, diminue : la connaissance de l'état est de plus en plus précise. En d'autres termes, le support $p_{Z[n]}^n(z)$, initialement large, se réduit au cours du temps. Par contre, les particules se dispersent dans l'espace d'état suivant une marche aléatoire. En conséquence, on peut se retrouver après quelques corrections GPS dans une situation où une majorité de particules sont dispersées dans des zones où $p_{Z[n]}^n(z)$ est très faible, et donc possèdent un poids très faible. L'intensité de ce phénomène dépend du choix de la loi d'échantillonnage utilisée dans le modèle d'évolution et de la variance du bruit de mesure : plus elle est faible, plus la dégénérescence est rapide.

Pour pallier la dégénérescence des particules, on fait un rééchantillonnage. L'idée est d'éliminer les particules de poids négligeable et de dupliquer les particules de fort poids. Ainsi, sans altérer la qualité de l'approximation particulaire $\hat{p}_{Z[n]}^n(z)$, et sans modifier le nombre total de particules, on assure qu'un maximum de particules seront présentes dans les zones de forte densité de probabilité. Il existe différentes méthodes pour le choix des particules à dupliquer ou éliminer [Leg03]. La plus utilisée est nommée SIR (pour Sampling Importance Resampling), qui consiste à construire un nouvel ensemble de particules en effectuant N tirages avec remise parmi l'ensemble des particules avec la probabilité de choisir la particule q égale à son poids $\omega^{(q)}[n]$. l'algorithme 6.1 est appelé multinomial resampling (rééchantillonnage multinomial) :

Tirer aléatoirement un nombre α entre 0 et 1 suivant une loi uniforme.
 Chercher q tel que $\alpha \in \left[\sum_{j=0}^{q-1} \omega^{(j)}[n], \sum_{j=0}^q \omega^{(j)}[n] \right]$ (en posant $\omega^{(0)}[n] = 0$).
 Il existe qu'un seul j permettant de placer la valeur α dans un tel intervalle.
 Incrémenter de 1 le nombre de fils de la particule (q) (obtenue à l'étape 2).
 Répéter encore $N - 1$ fois les étapes 1 à 3 (tirer indépendamment α).

ALGO. 6.1 - *algorithme de rééchantillonnage de particules*

Même si l'étape de redistribution est indispensable au bon fonctionnement du filtre particulaire, il est important de noter qu'elle peut produire des effets néfastes sur le fonctionnement du filtre et sur la qualité de l'approximation particulaire. En effet, les particules de fort poids sont dupliquées en de nombreuses particules filles, qui ont même vecteur d'état. Il y a donc regroupement des particules autour d'une même position. Si le bruit d'état est faible, les particules filles restent très proches les unes des autres au cours des itérations suivantes et l'espace d'état est insuffisamment exploré. C'est pour cette raison que dans la plupart des recherches dans le domaine du positionnement robotique, on choisit d'effectuer la redistribution uniquement lorsque il y a une dégénérescence des particules. Un indicateur permettant de la détecter est le nombre efficace de particules N_{eff} qui vaut N si tous les poids sont égaux et diminue avec la dégénérescence. Un seuil usuel de déclenchement d'une redistribution est $N_{eff} \leq N$.

7. FILTRE PARTICULAIRE SOUS CONTRAINTE SPATIALE

Rappelons que notre objectif est de localiser un véhicule en utilisant des capteurs bas coût. On peut être sûr que le bruit d'état ne sera jamais faible. On a donc choisi de rééchantillonner les particules à chaque observation GPS pour éviter tout risque de dégénérescence. Ainsi, à la fin de cette étape, on a l'approximation de la densité *a posteriori* de l'état à l'instant n égale à :

$$\hat{p}_{Z[n]}^n(z) \approx \sum_{q=1}^{n_q} \frac{1}{n_q} \delta(z - \xi^{(q)}[n])$$

7.6 Algorithme

l'algorithme 6.2 résume le filtre particulaire sous les contraintes spatiales.

Initialisation	$(n = 1)$
Récurrence	$(n \geq 2)$: supposons que $\hat{p}_{Z[n-1]}^{n-1}(z) = \sum_{q=1}^{n_q} \frac{1}{n_q} \delta(z - \xi_c^{(q)}[n-1]) \delta(z - m^{(q)}[n-1])$ avec $\xi_c^{(q)}[n-1] = [\ell^{(q)}[n-1], d^{(q)}[n-1], \psi^{(q)}[n-1]]$
Pour tout instant $n \geq 2$ correspondant à une mesure gyromètre ou GPS	
calcul de $U[n]$ et $Q_U[n]$	à partir des mesures gyro et odométrique ou par extrapolation à partir de $U[n-1]$ et $Q_U[n-1]$
bruit de commande	$(\forall q)$ tirer $\epsilon_U^{(q)}[n]$ suivant la loi $N(0, Q_U[n])$
bruit de modèle	$(\forall q)$ tirer $\epsilon_{\text{mod}}^{(q)}[n]$ suivant la loi $N(0, Q_{\text{mod}}[n])$
pré-évolution	$(\forall q)$ $\xi^{(q)}[n] = f_{\text{inter}}(\xi^{(q)}[n-1], U[n] + \epsilon_U^{(q)}[n]) + \epsilon_{\text{mod}}^{(q)}[n]$
changement d'élément	$(\forall q)$ $\xi^{(q)}[n] = f_{\text{trans}}(\xi^{(q)}[n])$
si une particule quitte la route, on la remplace par une autre particule tire uniformément parmi les particules qui restent sur la route	
estimation n^{e} état	$[\hat{m}[n], \hat{\ell}[n], \hat{d}[n], \hat{\psi}[n]]$ et la matrice de variance covariance
si n correspond à une mesure GPS, soit $Y[n]$ le n^{e} observation	
prédiction n^{e} obs.	$\begin{cases} \zeta^{(q)}[n] &= h(\tilde{\xi}^{(q)}[n], 0) \\ \hat{Y}[n] &= \sum_{q=1}^{n_q} \frac{1}{n_q} \zeta^{(q)}[n] \\ V[n] &= \sum_{q=1}^{n_q} \frac{1}{n_q} (\zeta^{(q)}[n] - \hat{Y}[n]) (\zeta^{(q)}[n] - \hat{Y}[n])^T \\ &\quad + Q_{\text{obs}}[n] \end{cases}$
Calculer	$T = (\hat{Y}[n] - Y[n])^T V^{-1}[n] (\hat{Y}[n] - Y[n])$
si $T \leq \mu$	le point GPS est accepté
mise à jour poids	$\begin{cases} \bar{\omega}^{(q)}[n] &= p_{Y[n] Z[n]}(Y[n], \xi^{(q)}[n]) \\ &= \frac{1}{\sqrt{\det(2\pi Q_{\text{obs}}[n])}} \exp(\zeta^{(q)}[n] - Y[n])^T Q_{\text{obs}}^{-1}[n] (\zeta^{(q)}[n] - Y[n]) \end{cases}$
normalisation	$(\forall q)$ $\omega^{(q)}[n] = \frac{\bar{\omega}^{(q)}[n]}{\sum_{i=1}^{n_q} \bar{\omega}^{(i)}[n]}$
estimation n^{e} état	$[\hat{m}[n], \hat{\ell}[n], \hat{d}[n], \hat{\psi}[n]]$ et la matrice de variance covariance
redistribution	

ALGO. 6.2 – Filtre particulaire lâche Odomètre/Gyromètre/GPS sous les contraintes spatiales

8 Simulations

Dans cette partie, on compare le comportement de l'algorithme par rapport à un algorithme de référence en utilisant des données simulées sur une trajectoire du véhicule elle-même simulée sur un site de test du projet européen CVIS à Berlin pour lequel on dispose d'une carte précise.

8.1 Site de test

On considère une partie du réseau routier dans le site de test du projet européen CVIS à Berlin (cf. Fig. 6.5). Cette partie de la route est modélisée par 33 éléments

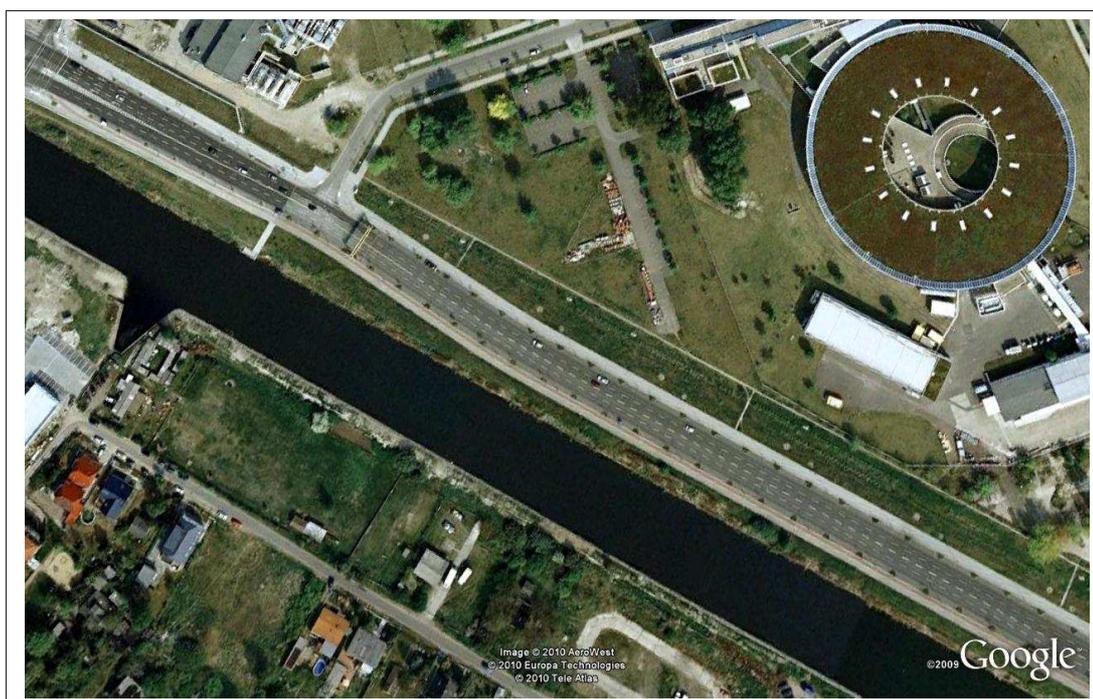


FIGURE 6.5 – Partie du site de test du projet européen CVIS à Berlin

géométriques où l'axe central de chaque élément est décrit par une clothoïde (cf. Fig. 6.6). Les paramètres de chaque clothoïde ont été estimés par l'algorithme développé dans le chapitre 5 à partir des données mesurées par mobile mapping. Cette partie de la route est constituée de deux chaussées elles-mêmes constituées de voies définies comme suit :

- voie 1 de la chaussée 1 : constituée des éléments 38 à 46,
- voie 2 de la chaussée 1 : constituée des éléments 86 à 91,
- voie 3 de la chaussée 1 : constituée des éléments 17 et 18,
- voie 1 de la chaussée 2 : constituée des éléments 50 à 57,
- voie 2 de la chaussée 2 : constituée des éléments 68 à 75.

Les deux chaussées sont séparées par une ligne discontinue sur la partie 1 de la carte et par une ligne continue sur la partie 2. La ligne continue signifie que le conducteur n'a pas le droit de traverser d'une chaussée à l'autre. Dans la base de données, on prend en compte ces règles de circulation. On a par exemple l'élément géométrique numéro 88 qui est connecté à l'élément 72, par contre l'élément 89 n'est pas connecté à l'élément 71.

8. SIMULATIONS

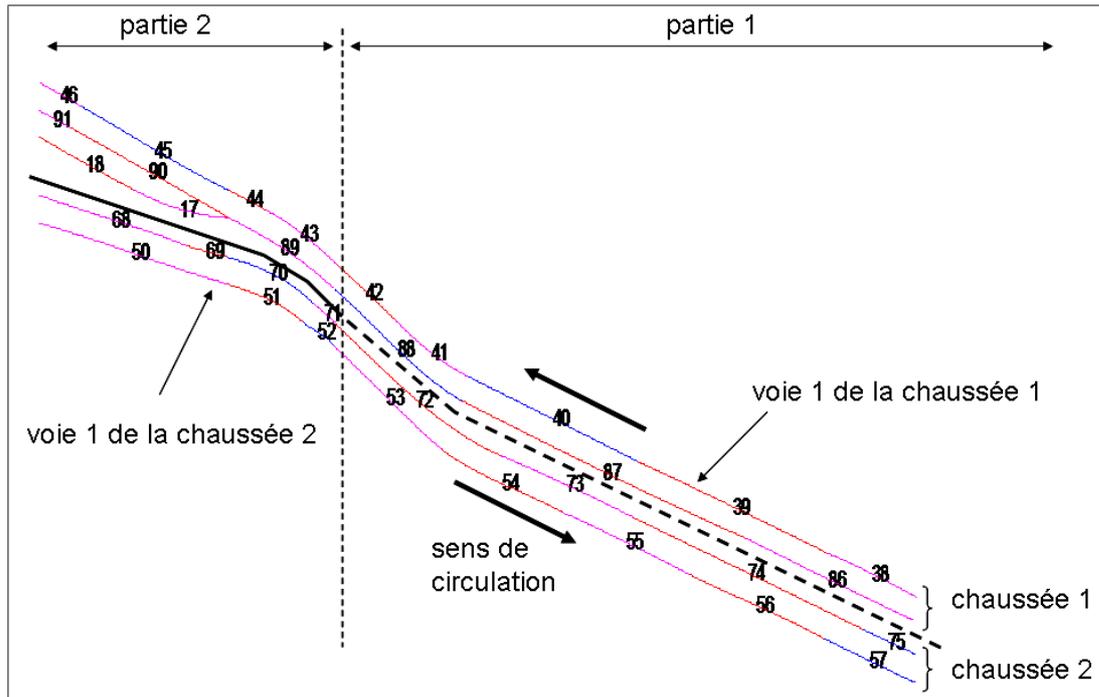


FIGURE 6.6 – Carte précise du site de test du projet européen CVIS à Berlin, les traits fins colorés et portant les numéros représentent les axes des éléments géométriques qui constituent les voies

En plus des contraintes routières définies par les limites géométriques de la route et aussi par les règles de circulation, on peut utiliser des données statistiques qui décrivent les probabilités de transition du véhicule d'un élément géométrique à un autre. Par manque de ces données statistiques pour le site de Berlin, on a fait l'hypothèse que la probabilité de transition entre l'élément 88 et l'élément 72 est nulle. En effet, d'une manière empirique, un conducteur standard ne passera jamais de l'élément 88 à l'élément 72 sauf dans des cas particuliers (exemple : ambulance, police, etc). Ainsi, on peut supposer que les deux chaussées sont complètement séparées.

8.2 Trajectoire de référence

Dans tous les scénarios considérés, le véhicule évolue sur une même trajectoire de référence d'une longueur fixe de 520m et sur laquelle le véhicule roule à une vitesse constante de 36 km/h. De plus, afin de tester l'efficacité du filtre, nous avons envisagé d'imposer au véhicule différents changements de voies (cf. Fig. 6.7). Il roulera donc tout d'abord sur la voie 1 de la chaussée 1 (éléments 38 à 40) puis il prendra la voie 2 (éléments 88 à 89) pour aller prendre enfin l'embranchement constitué par la voie 3 de la même chaussée (éléments 17 à 18). Pour créer cette trajectoire de référence, le plus simple a été de considérer une succession de clothoïdes du fait que ce type de courbe permet de décrire aisément l'évolution du cap du véhicule le long de cette trajectoire. Les équations des différentes clothoïdes nous permettent également de calculer les coordonnées cartésiennes de l'ensemble des positions du véhicule sur cette trajectoire. Pour obtenir une continuité dans la trajectoire, les positions et

les caps du véhicule sont déterminés tous les 1 cm parcourus, ce qui correspond à une fréquence de 1000 Hz pour la vitesse considérée (36 km/h). A partir de ces données de trajectoire de référence, on simule des mesures idéales de l'odomètre et du gyromètre à une fréquence de 10 Hz et des mesures idéales du récepteur GPS à une fréquence de 1 Hz.

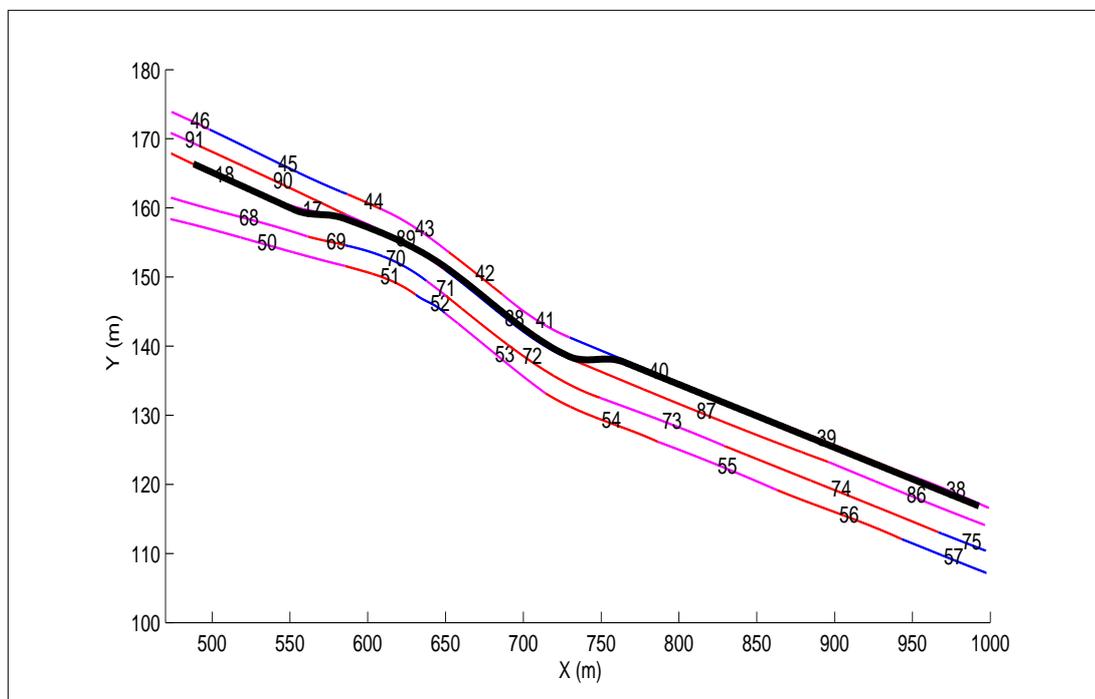


FIGURE 6.7 – Trajectoire simulée du véhicule sur la carte de site CVIS à Berlin

8.3 Système classique de positionnement du véhicule

Pour étudier le comportement de notre système de positionnement du véhicule, on va le comparer à un système classique le plus utilisé actuellement dans les systèmes de navigation.

La figure 6.8 décrit l'architecture de ce système classique de positionnement du véhicule sur une carte routière à partir des données d'odomètre, du gyromètre, du GPS et de la base de données routières. Ce système classique de positionnement est composé de deux processus :

- le processus de localisation qui estime la position (\hat{x}, \hat{y}) du véhicule dans le repère cartésien Est-Nord par la fusion des données des capteurs : odomètre, gyromètre et GPS. Cette fusion est réalisée à l'aide d'un filtre de Kalman Etendu décrit par l'algorithme 3.2 dans le chapitre 3.
- le processus de map-matching qui détermine, à partir de la position cartésienne estimée du véhicule, l'élément routier m sur lequel le véhicule existe et sa position (ℓ, d) dans cet élément. La précision du résultat de map-matching dépend en partie de la précision de la carte utilisée dans le système. Donc, pour ne pas désavantager le système classique par rapport à notre système de positionnement, on a choisi d'utiliser la même carte précise pour les deux systèmes. Dans ce système classique, on utilisera la méthode de map-matching point à courbe.

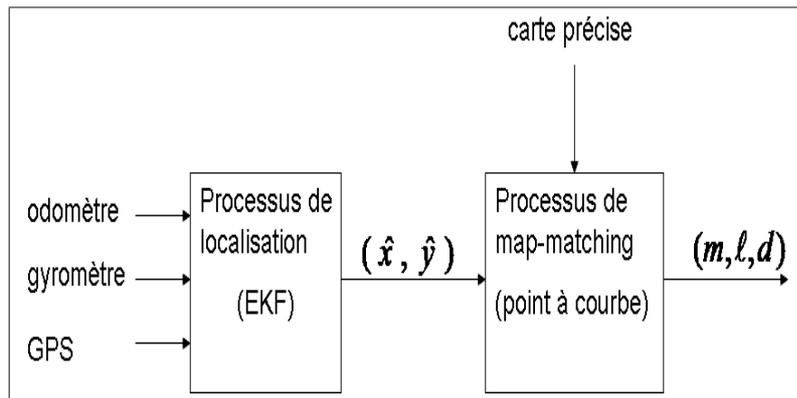


FIGURE 6.8 – Architecture d'un système classique de positionnement du véhicule sur la carte routière

Ainsi, pour déterminer la position du véhicule sur la carte précise, il faut calculer la distance entre la position estimée (\hat{x}, \hat{y}) et les différentes clothoïdes de la base de données puis choisir celle la plus proche de cette position estimée. Etant donné que le problème de minimisation de distance entre un point et une clothoïde n'a pas de solution analytique, on a choisi d'échantillonner les différentes clothoïdes avec un pas de 1 mm.

8.4 Réglage des deux filtres

Le comportement des deux filtres dépend de l'incertitude donnée pour les modèles d'évolution : cartésien pour l'EKF et de Frenet pour le filtre particulaire. Rappelons que dans le modèle de Frenet, on fait la même hypothèse que celle du modèle cartésien et en plus, on suppose que l'axe central d'une voie de circulation est localement circulaire. Dans le site de Berlin, les voies de circulation sont quasiment rectilignes (pas de grands virages), on peut donc considérer que l'incertitude de l'hypothèse sur la géométrie de la route est négligeable devant l'incertitude de l'hypothèse de roulement sans glissement et sans changement de braquage. Ainsi, on peut prendre la même valeur pour les incertitudes des deux modèles d'évolution. Pour le cap du véhicule, son modèle d'évolution est parfaitement linéaire, donc l'incertitude de son évolution est nulle. Les paramètres de filtre EKF du système classique sont résumés dans la table 6.1 et la table 6.2 représente les paramètres de réglage du filtre particulaire sous contrainte spatiale de la route.

Ecart-type sur x au bout d'une seconde	$e_x = 0.5$ m
Ecart-type sur y au bout d'une seconde	$e_x = 0.5$ m
Ecart-type du bruit de modèle sur ψ	$e_\psi = 0$ deg

TABLE 6.1 – Paramètres de réglage du filtre EKF

Concernant le filtre particulaire, pour avoir de bons résultats il faut choisir un nombre de particules suffisant sans oublier la contrainte de temps réel. Le nombre de particules dépend de la dimension du vecteur d'état du système, dans notre cas on a un vecteur de dimension 4 et on choisit de fixer le nombre de particules à 500. Enfin,

Nombre de particules	$N = 200$
Ecart-type sur ℓ au bout d'une seconde	$e_\ell = 0.5$ m
Ecart-type sur d au bout d'une seconde	$e_d = 0.5$ m
Ecart-type du bruit de modèle sur ψ	$e_\psi = 0$ deg

TABLE 6.2 – Paramètres de réglage du filtre particulaire sous contrainte spatiale de la route

pour tenir compte de la non-répétabilité du filtre particulaire, les erreurs moyennes ont été calculées pour 50 tirages de Monte Carlo.

8.5 Scénario de validation

Données des capteurs haut de gamme

L'objectif de ce scénario est de valider la modélisation du système de positionnement avec les coordonnées de Frenet. Pour cela, un scénario de capteurs haut de gamme est considéré. A partir des données de la trajectoire de référence (GPS, odomètre et gyromètre), on introduit des bruits conformément aux caractéristiques données par les constructeurs et résumées en table 6.3.

Bruit de mesure odomètre	$\sigma_{\text{odo}} = 1$ %
Bruit de mesure gyromètre	$\sigma_{\text{gyro}} = 0.083$ deg/ $\sqrt{\text{h}}$
Bruit de mesure GPS	$\sigma_{\text{GPS}} = 0.5$ m

TABLE 6.3 – Paramètres de simulation pour le scénario des capteurs haut de gamme

Analyse du comportement des filtres

Contrairement au filtre particulaire, le comportement du filtre de Kalman Etendu est très sensible à la justesse et à la précision de l'état initial, en particulier celles du cap initial. Ainsi pour ne pas désavantager l'EKF par rapport au PF, on choisit donc d'initialiser les filtres par un cap initial d'erreur moyenne nulle (on prend le cap de la trajectoire de référence) et d'écart-type de 1 deg. Pour la position initiale du véhicule, on utilise la première position donnée par le GPS.

Avec un état initial défini comme ci-dessus ainsi que des bruits faibles sur les mesures des capteurs, on suppose que l'EKF appliqué au modèle d'évolution en coordonnées cartésiennes (faiblement non linéaire) est un filtre de référence pour ce scénario idéal. Cela justifie donc de l'utiliser comme filtre de référence pour valider le PF appliqué au modèle d'évolution en coordonnées de Frenet.

Pour réaliser cette comparaison, on calcule pour chaque filtre les quatre paramètres suivants :

- *Taux de bonne estimation de la voie* : c'est le pourcentage de bonne estimation de la voie de circulation sur laquelle le véhicule roule.
- *Erreur moyenne sur ℓ* : c'est l'erreur moyenne de la distance longitudinale entre la trajectoire de référence et la trajectoire estimée. Cette erreur moyenne est caractérisée par un écart-type qui représente la précision de l'estimation.

8. SIMULATIONS

- *Erreur moyenne sur d* : c'est l'erreur moyenne de la distance latérale entre la trajectoire de référence et la trajectoire estimée.
- *Erreur moyenne sur ψ* : c'est l'erreur moyenne de l'angle du cap du véhicule entre la trajectoire de référence et la trajectoire estimée.

Les résultats obtenus pour ce scénario sont présentés dans la table 6.4. On observe que le PF donne des résultats très similaires à ceux de l'EKF. Ces derniers nous permettent de valider le modèle d'évolution créé sur les coordonnées de Frenet.

	système classique (EKF)	PF sous contraintes spatiales de la route
Taux de bonne estimation de la voie	99.28 %	99.22 %
Erreur moyenne sur ℓ	0.10 m \pm 0.28	0.09 m \pm 0.28
Erreur moyenne sur d	-0.04 m \pm 0.34	-0.04 m \pm 0.33
Erreur moyenne sur ψ	-0.06 deg \pm 0.12	-0.06 deg \pm 0.12

TABLE 6.4 – Comparaison des résultats du PF sous contrainte et de l'EKF pour le scénario des capteurs haut de gamme

Dans ce scénario idéal, les contraintes spatiales ont été peu sollicitées par le filtre particulaire. En effet, le nombre de particules rejetées par ces contraintes reste très faible sur toute la trajectoire (inférieur à 1 %), comme le montre la figure 6.9.

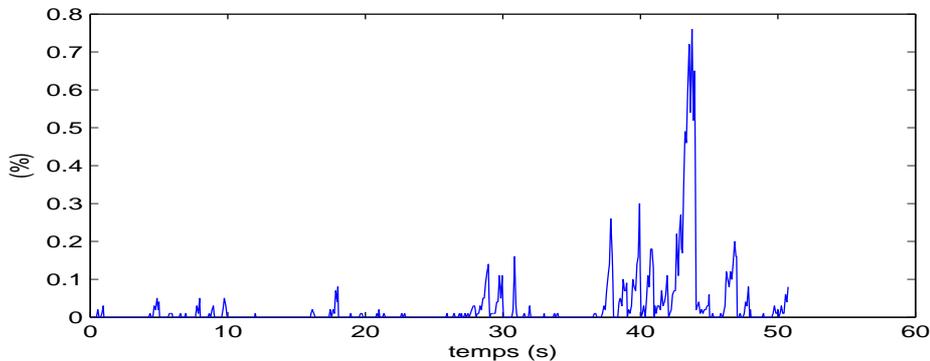


FIGURE 6.9 – Pourcentage de particules rejetées par les contraintes spatiales de la route dans le filtre particulaire

Pour l'estimation de la voie de circulation, le filtre particulaire a l'avantage d'estimer une probabilité (ou une confiance) pour chaque voie sélectionnée contrairement à un EKF classique qui ne fournit qu'une confiance binaire (0 ou 1). Dans la figure 6.10, on présente les probabilités estimées par le PF pour chacune des voies de la chaussée 1. Ces probabilités permettent de quantifier l'ambiguïté sur la sélection des voies. On peut définir l'ambiguïté comme le rapport entre la probabilité de la deuxième voie la plus probable et la probabilité de la voie la plus probable. Ainsi, on aura une ambiguïté nulle si on a une seule voie sélectionnée et une ambiguïté maximale égale à 1 si on a une probabilité égale pour les deux voies les plus probables. Sur la figure 6.10, on trace l'ambiguïté pour ce scénario idéal. On observe une faible ambiguïté (< 0.3) sur la sélection de la voie tout au long du parcours

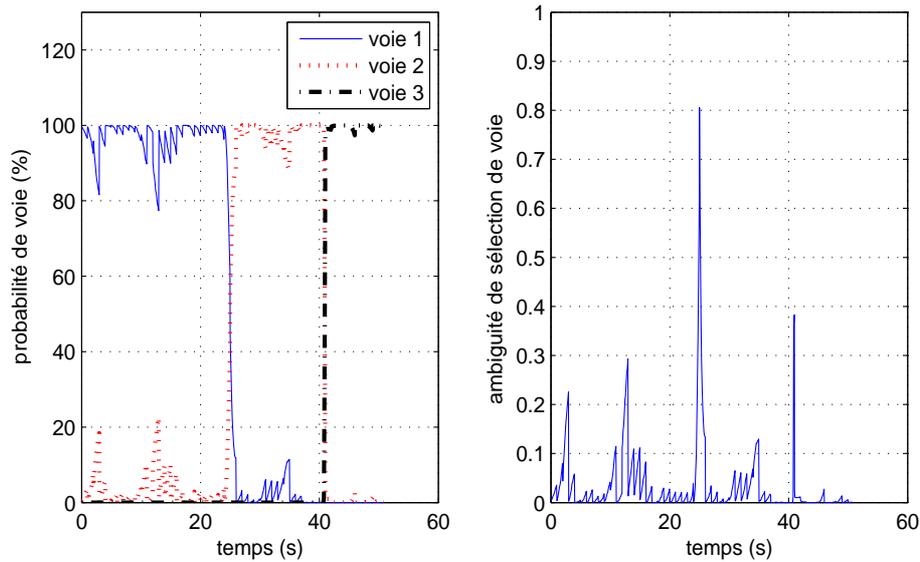


FIGURE 6.10 – Probabilités des voies et ambiguïté de la sélection de voies estimées par le PF pour le scénario de validation

sauf lors du premier changement de voie où l’ambiguïté augmente jusqu’à atteindre la valeur de 0.8 à l’instant 25 s. Concernant le deuxième changement de voie, on observe une augmentation très rapide de la probabilité de la voie 3. Cela s’explique par le fait que la voie 3 est une bretelle de sortie et donc que son point initial se situe sur l’axe de la voie 2, en conséquence, les particules transitent rapidement de la voie 2 à la bretelle. Dans ce cas, on constate que l’ambiguïté augmente mais elle reste inférieure à la valeur de 0.4.

En conclusion, ces premiers résultats permettent de valider le modèle d’évolution qui a été développé sur la base des coordonnées de Frenet. Il est intéressant à présent d’étudier son comportement sur des scénarios de simulation plus réalistes où les contraintes spatiales seraient davantage sollicitées.

8.6 Scénario avec un biais sur le GPS

L’objectif de ce scénario est d’étudier l’efficacité des filtres lorsqu’on utilise un gyromètre bas de gamme ainsi qu’un GPS bas de gamme qui, en présence de grands bâtiments ou de végétation dense, fournit des positions biaisées dues aux multitrajets. Dans un premier temps, on utilise les caractéristiques fournies par les constructeurs (table 6.5) pour générer des données bruitées sans biais des capteurs bas de gamme.

Bruit de mesure odomètre	$\sigma_{\text{odo}} = 1 \%$
Bruit de mesure gyromètre	$\sigma_{\text{gyro}} = 3.5 \text{ deg}/\sqrt{\text{h}}$
Bruit de mesure GPS	$\sigma_{\text{GPS}} = 3 \text{ m}$

TABLE 6.5 – Paramètres de simulation pour le scénario des capteurs bas de gamme

Dans un deuxième temps, on introduit un biais sur les positions données par

8. SIMULATIONS

le GPS. En général, un biais sur le GPS affecte les deux coordonnées cartésiennes (x, y) , cependant, on peut également décomposer ce biais en un biais longitudinal suivant l'axe de la route et un biais latéral suivant la perpendiculaire à cet axe. Dans le cas d'un biais longitudinal, il n'y a que l'abscisse curviligne qui en est affectée et par conséquent, les contraintes spatiales ne sont pas sollicitées. Ainsi, les deux filtres donnent les mêmes résultats. Par contre dans le cas d'un biais latéral, les contraintes spatiales sont sollicitées et l'utilisation de ces contraintes améliore a priori l'estimation de la position du véhicule sur la route.

Pour montrer l'apport de ces contraintes, on se propose de tester les filtres pour deux cas de biais latéraux : un biais latéral à droite de +5 m et un biais latéral à gauche de -5 m. Pour tester l'efficacité des filtres dans la sélection des voies de circulation, le biais est introduit de l'instant $t = 19.6$ s à l'instant $t = 39.6$ s, intervalle comprenant le premier changement de voie ($t = 26$ s).

Cas 1 : biais latéral à droite de +5 m sur le GPS

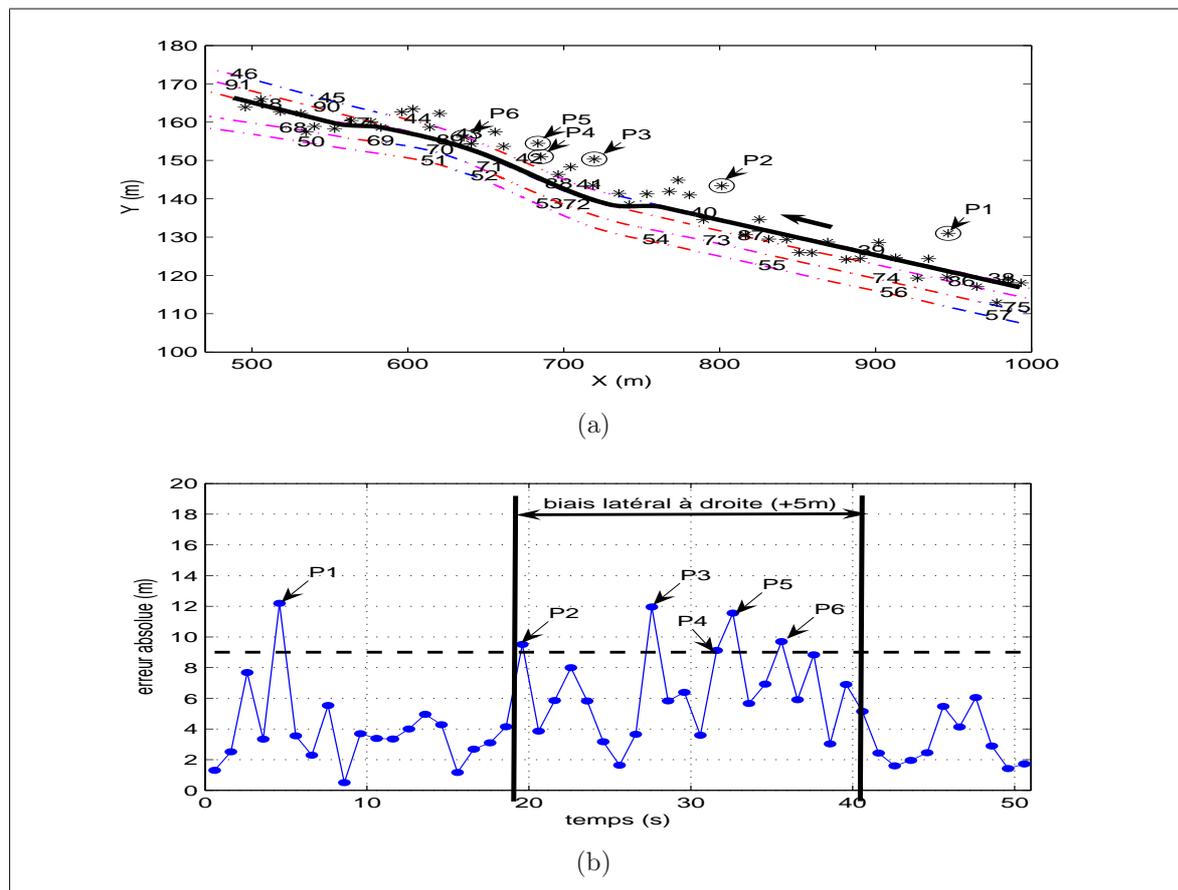


FIGURE 6.11 – Scénario avec un biais latéral GPS de +5 m. (a) : positions GPS biaisées et trajectoire de référence, (b) : erreur absolue en distance des positions GPS biaisées par rapport à la trajectoire de référence et son enveloppe de confiance à 99% (en ligne discontinue)

La figure 6.11 présente les erreurs des observations GPS simulées pour ce scénario.

	système classique (EKF)	PF sous contraintes spatiales de la route
Taux de bonne estimation de la voie	41.14 %	40.89 %
Erreur moyenne sur ℓ	0.11 m \pm 1.30	-0.02 m \pm 1.18
Erreur moyenne sur d	1.79 m \pm 2.76	1.10 m \pm 1.97
Erreur moyenne sur ψ	-0.43 deg \pm 0.56	-0.28 deg \pm 0.37

TABLE 6.6 – Comparaison des résultats de l’EKF et du PF sous contrainte spatiale pour le scénario avec un biais latéral de +5 m sur les positions GPS

On observe 6 positions aberrantes : la position aberrante P1 due aux erreurs de tirage aléatoire du bruit et les positions aberrantes P2, P3, P4, P5 et P6 dues au biais.

Analyse des résultats :

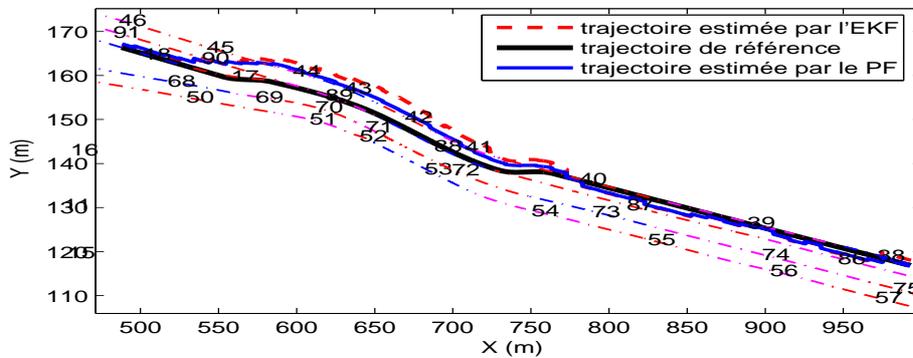


FIGURE 6.12 – Estimation de la trajectoire par l’EKF et le PF pour le scénario avec un biais latéral GPS de +5 m à droite de la trajectoire de référence

Sur la figure 6.12, on a tracé la trajectoire estimée par l’EKF, système qui ne prend pas en compte les contraintes spatiales, et la trajectoire estimée par le PF qui lui a utilisé ces contraintes spatiales pour estimer la position du véhicule. On observe que sur l’intervalle de temps où a été introduit le biais latéral sur le GPS, la trajectoire estimée par l’EKF s’éloigne fortement de la trajectoire de référence jusqu’à même quitter la chaussée 1. En revanche, la trajectoire estimée par le PF reste sur la chaussée 1.

Le tableau 6.6 résume les résultats obtenus par l’EKF et le PF. On constate que les deux filtres donnent des résultats proches pour la sélection des voies même si la position estimée par le PF s’avère meilleure. En effet, pendant la période où l’EKF estime que le véhicule est sorti de la chaussée 1, le map-matching (dans le système classique) sélectionne à tort la voie 1 parce qu’elle est la plus proche de la position estimée. Le PF, quant à lui, même en utilisant les contraintes spatiales, n’arrive pas à éliminer entièrement l’effet du biais et estime donc également à tort que le véhicule roule sur la voie 1.

Afin d’étudier plus en détail l’apport des contraintes spatiales dans la localisation du véhicule, on se propose d’analyser les résultats obtenus par les deux filtres. Sur la figure 6.13, on a tracé les erreurs d’estimation des deux filtres pour la distance longitudinale, la distance latérale et l’angle du cap.

8. SIMULATIONS

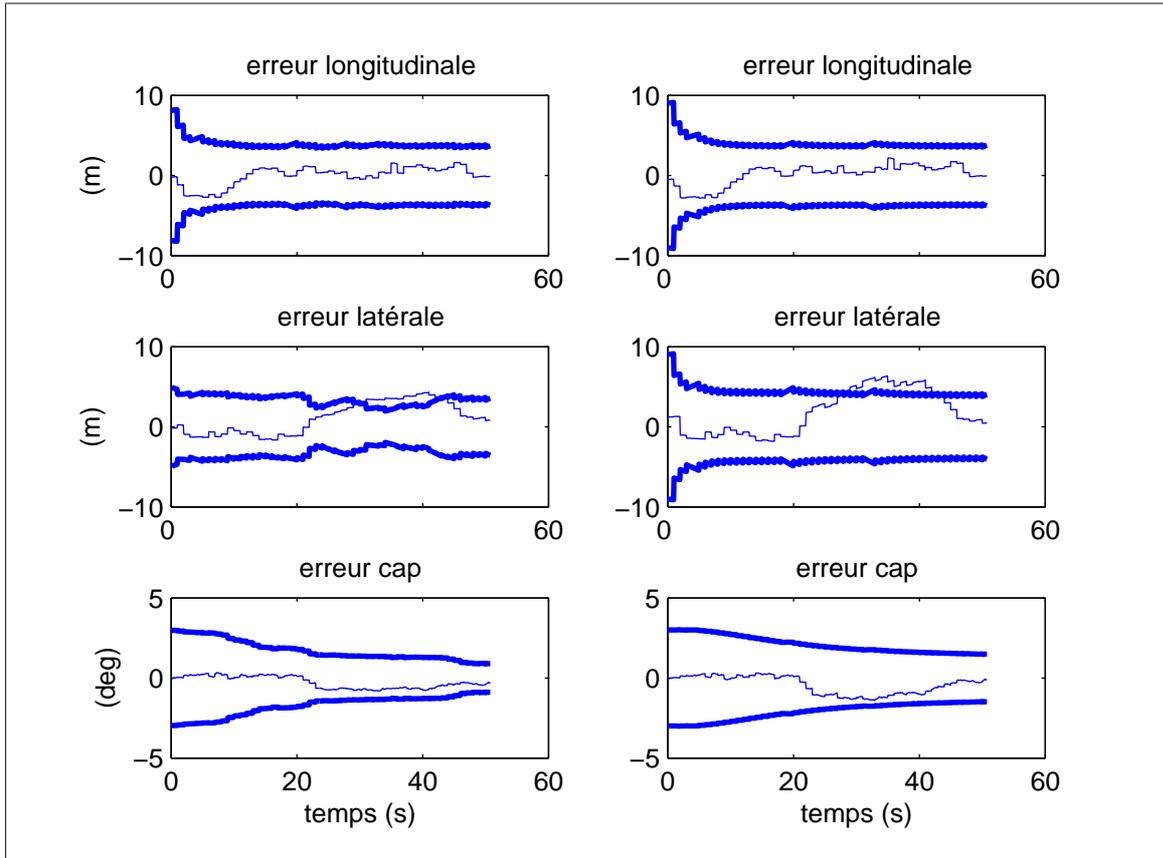


FIGURE 6.13 – Erreurs d’estimation de la position et du cap du véhicule obtenues par le PF sous contrainte (à gauche) et l’EKF sans contrainte (à droite). La courbe en gras représente l’enveloppe de confiance à 99% (3σ)

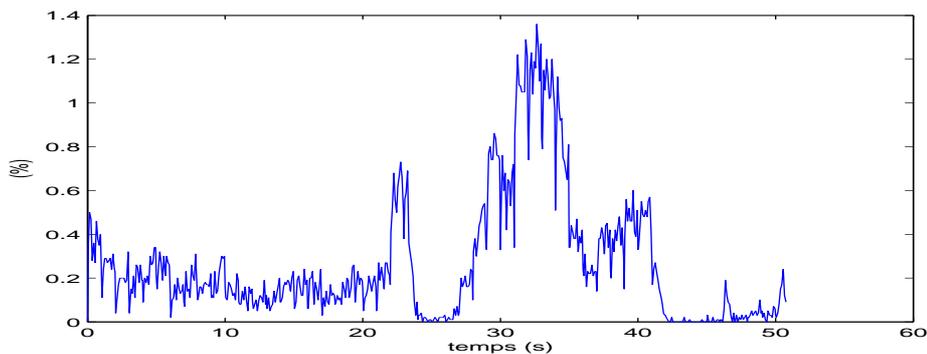


FIGURE 6.14 – Pourcentage de particules rejetées par les contraintes spatiales de la route dans le filtre particulaire pour le scénario avec un biais sur le GPS à droite

Pour la distance longitudinale, les deux filtres donnent quasiment les mêmes résultats. Ceci confirme le fait que les contraintes spatiales ne s’appliquent pas sur la distance longitudinale du véhicule sur la route.

Pour la distance latérale, on constate tout d’abord que l’état initial de l’EKF est caractérisé par une enveloppe de confiance à 99% égale à 9 m alors que celui du PF est caractérisé par une enveloppe égale à 4.8 m. La raison principale vient du fait

que l'on utilise les contraintes spatiales lors de l'initialisation du PF. En effet, dans cette étape d'initialisation, on génère d'abord les particules autour de la première position donnée par le GPS avec une enveloppe de 9 m (i.e. $3\sigma_{GPS}$) puis on élimine toutes les particules qui se trouvent en dehors de la route. Ceci explique la réduction de l'enveloppe de confiance. Ainsi, grâce aux contraintes spatiales, le PF améliore la précision (i.e. la variance) de l'état initial.

Dans l'intervalle [19.6 s, 39.6 s], le biais sur le GPS augmente l'erreur sur la distance latérale obtenue par l'EKF jusqu'à atteindre une valeur de 6.31 m. En revanche, dans le PF, les contraintes spatiales atténuent l'effet de ce biais et l'erreur sur la distance latérale n'atteint qu'une valeur maximum de 3.8 m. Effectivement, on observe sur la figure 6.14 que la sollicitation de ces contraintes augmente pendant cet intervalle. En même temps, pour le PF, on observe que l'enveloppe de confiance sur la distance latérale diminue en fonction du nombre de particules rejetées. En effet, à chaque fois que les contraintes spatiales sont sollicitées, on remplace toutes les particules rejetées par un ensemble de particules qui vérifient ces contraintes. Ainsi, au fur à mesure qu'on rejette des particules, la dispersion latérale des particules diminue et par conséquent l'enveloppe latérale diminue. Dans le chapitre 7, on proposera une autre méthode pour remplacer les particules rejetées sans affecter la dispersion latérale des particules.

De l'instant $t = 40$ s jusqu'à la fin, les deux filtres se comportent de la même manière.

En ce qui concerne l'angle de cap, on observe que le PF donne également une meilleure estimation que l'EKF. En effet, lorsque l'écart entre l'angle de cap d'une particule et l'angle de l'orientation de la route est grand, cette particule peut quitter la route et par conséquent elle est rejetée par les contraintes spatiales. Donc plus on rejette de particules, plus on privilège le cap de la route, ce qui nous permet de corriger le cap du véhicule parce que l'on roule selon l'axe de la route dans ce scénario.

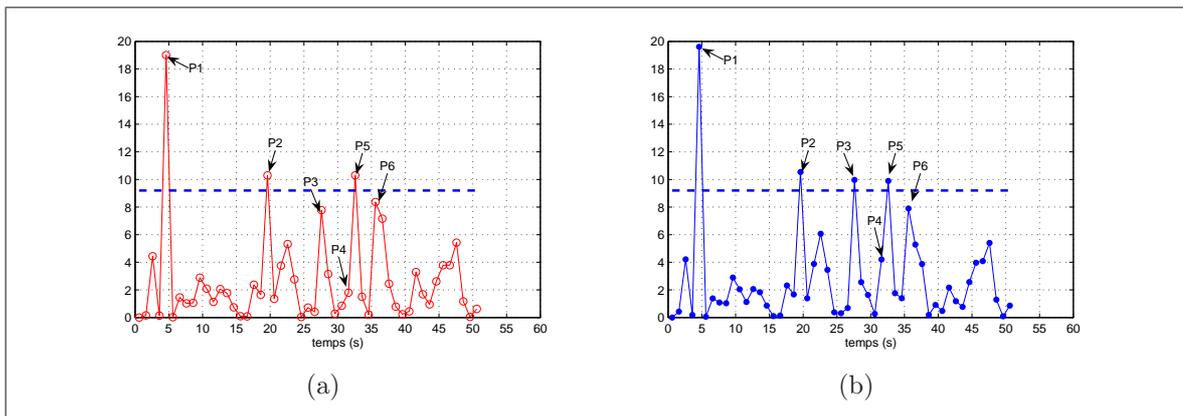


FIGURE 6.15 – Paramètre T de test de consistance GPS dans le scénario avec un biais latéral GPS de +5 m. (a) : l'EKF sans contraintes, (b) : le PF sous contraintes. La ligne discontinue représente le seuil du paramètre T .

De plus, l'apport des contraintes sur l'estimation de la position du véhicule dans le PF améliore aussi le test de consistance des positions GPS. Sur la figure 6.15, on a tracé le paramètre de test de consistance des positions GPS calculé par les deux filtres. On observe que l'EKF rejette à raison les positions P1, P2 et P5 mais accepte

8. SIMULATIONS

à tort les positions aberrantes P3, P4 et P6. Ceci s'explique par le fait que lorsque la position P3, P4 ou P6 arrive, la prédiction calculée par l'EKF est fautive ce qui rend le test de rejet faux. En revanche, le PF rejette à raison les positions P1, P2, P3 et P5 et il accepte à tort les positions P4 et P6.

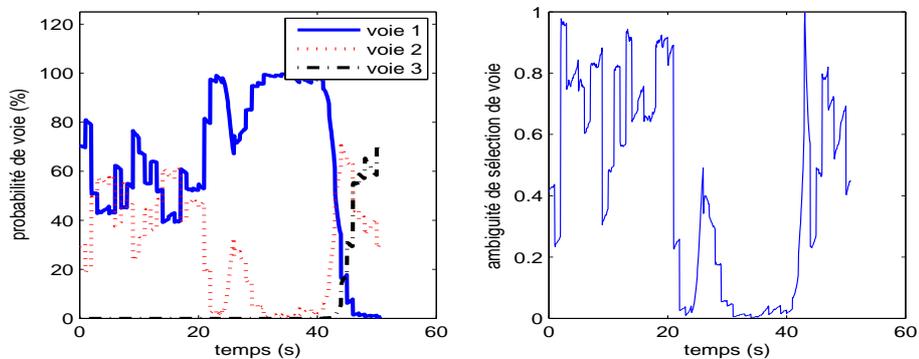


FIGURE 6.16 – Estimation par le filtre particulaire de la probabilité que le véhicule soit sur les voies de la chaussée 1 et l'ambiguïté de la sélection des voies pour le scénario avec un biais du GPS de +5 m

Concernant la sélection de voie de circulation, la figure 6.16 représente les probabilités estimées par le PF pour chaque voie de la chaussée 1 ainsi que l'ambiguïté de la sélection de la voie la plus probable. Contrairement au premier scénario, on observe une forte ambiguïté (en moyenne égale à 0.6) sur la sélection de la voie pendant l'intervalle $[0\text{ s}, 19.6\text{ s}]$. Ceci est dû aux observations GPS qui ne sont pas autant précises que celles du premier scénario. Dans l'intervalle $[19.6\text{ s}, 39.6\text{ s}]$ (le biais sur le GPS), on observe une faible ambiguïté qui atteint même la valeur de 0. Cette faible ambiguïté s'explique par le fait que toutes les particules se situent sur la voie 1 parce que la variance diminue comme on l'a vu précédemment.

Dans ce scénario, les observations recueillies permettent donc déjà de comprendre l'intérêt qu'apporte les contraintes spatiales pour atténuer l'effet des positions GPS biaisées et améliorer ainsi l'estimation de la position du véhicule. D'où l'avantage d'un filtre capable de gérer ces contraintes.

Cas 2 : biais latéral à gauche de -5 m sur le GPS

La figure 6.17 présente les erreurs des observations GPS pour ce scénario. On observe 6 positions GPS aberrantes : la position aberrante P1 due aux erreurs de tirage aléatoire du bruit et les positions aberrantes P2, P3, P4, P5 et P6 dues au biais.

La figure 6.18 représente la trajectoire estimée par l'EKF et la trajectoire estimée par le PF sous contraintes spatiales. On observe que sur l'intervalle de temps où a été introduit le biais latéral sur le GPS, la trajectoire estimée par l'EKF s'éloigne fortement de la trajectoire de référence jusqu'à même quitter la chaussée 1 et aller sur la chaussée 2. La trajectoire estimée par le PF, en revanche, reste sur la chaussée 1 et ne subit que faiblement la présence du biais sur le GPS.

Le tableau 6.7 résume les résultats obtenus par les deux filtres. On constate que le PF donne des résultats nettement meilleurs que ceux de l'EKF. Cela s'explique

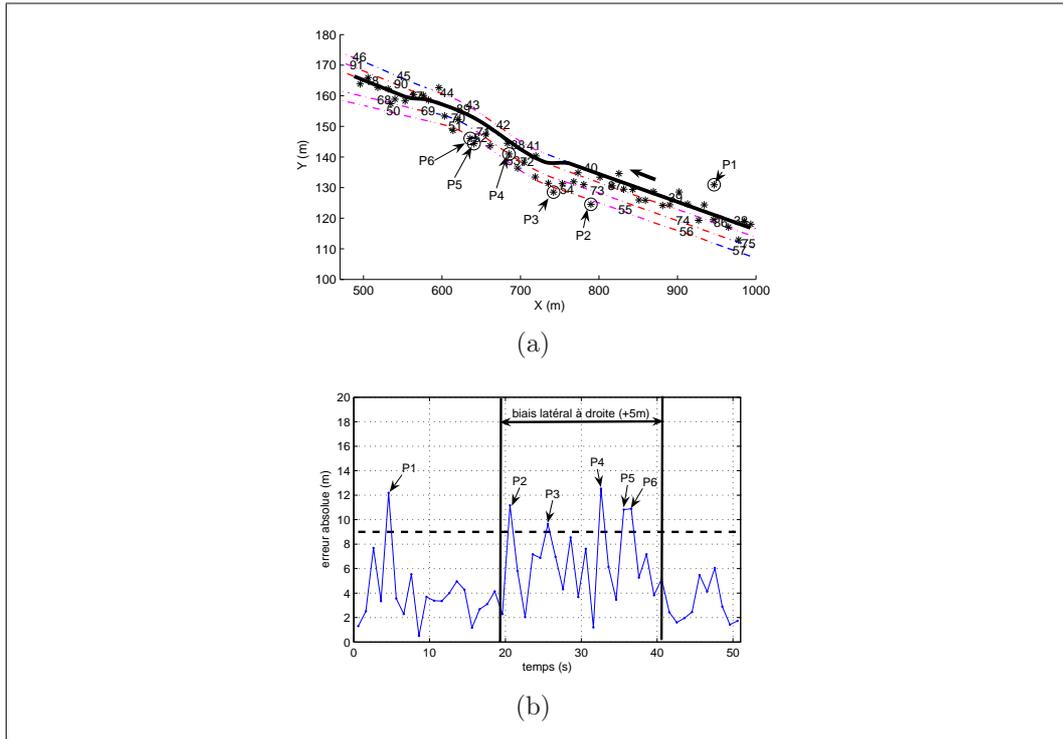


FIGURE 6.17 – Scénario avec un biais latéral GPS de -5 m. (a) : positions GPS biaisées et trajectoire de référence, (b) : erreur absolue en distance des positions GPS biaisées par rapport à la trajectoire de référence et son enveloppe de confiance à 99% (en ligne discontinue)

	système classique (EKF)	PF sous contraintes spatiales de la route
Taux de bonne estimation de la voie	31.12 %	79.61 %
Erreur moyenne sur ℓ	$-0.28 \text{ m} \pm 1.20$	$-0.40 \text{ m} \pm 1.05$
Erreur moyenne sur d	$-2.83 \text{ m} \pm 1.98$	$-0.89 \text{ m} \pm 0.61$
Erreur moyenne sur ψ	$0.26 \text{ deg} \pm 0.24$	$-0.07 \text{ deg} \pm 0.13$

TABLE 6.7 – Comparaison des résultats de l’EKF et du PF sous contrainte spatiale pour le scénario avec un biais latéral à gauche sur les positions GPS

par le fait que dans le PF on utilise, en plus des contraintes spatiales, les données statistiques sur la transition entre les chaussées. En effet, ces données statistiques qui expriment la probabilité qu’un conducteur ordinaire passe d’une chaussée à l’autre sont supposées nulles sur ce site.

La figure 6.19 présente de façon plus approfondie comment les données cartographiques améliorent l’estimation de la position du véhicule dans le PF. Pour visualiser la sollicitation de ces contraintes, on a tracé sur la figure 6.20, le nombre des particules rejetées. On observe un pic de 12% des particules rejetées à l’instant $t = 25.35$ s qui correspond au moment où le véhicule passe de la voie 1 à la voie 2 lors du premier changement de voie.

L’amélioration apportée par les données cartographiques rend le test de consis-

8. SIMULATIONS

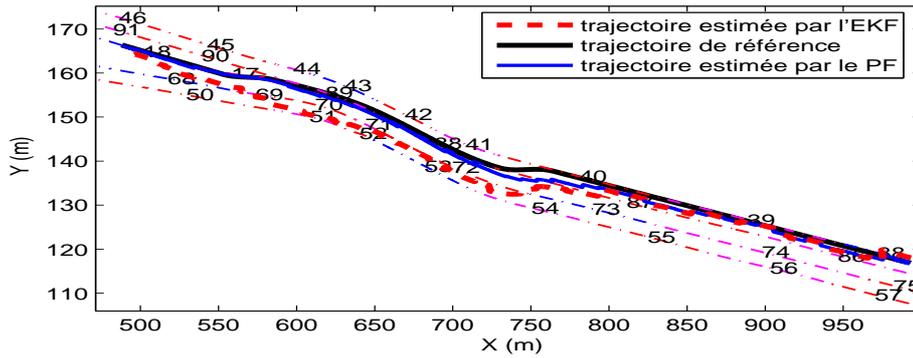


FIGURE 6.18 – Estimation de la trajectoire par l'EKF et le PF pour le scénario avec un biais GPS de -5 m à gauche de la trajectoire de référence

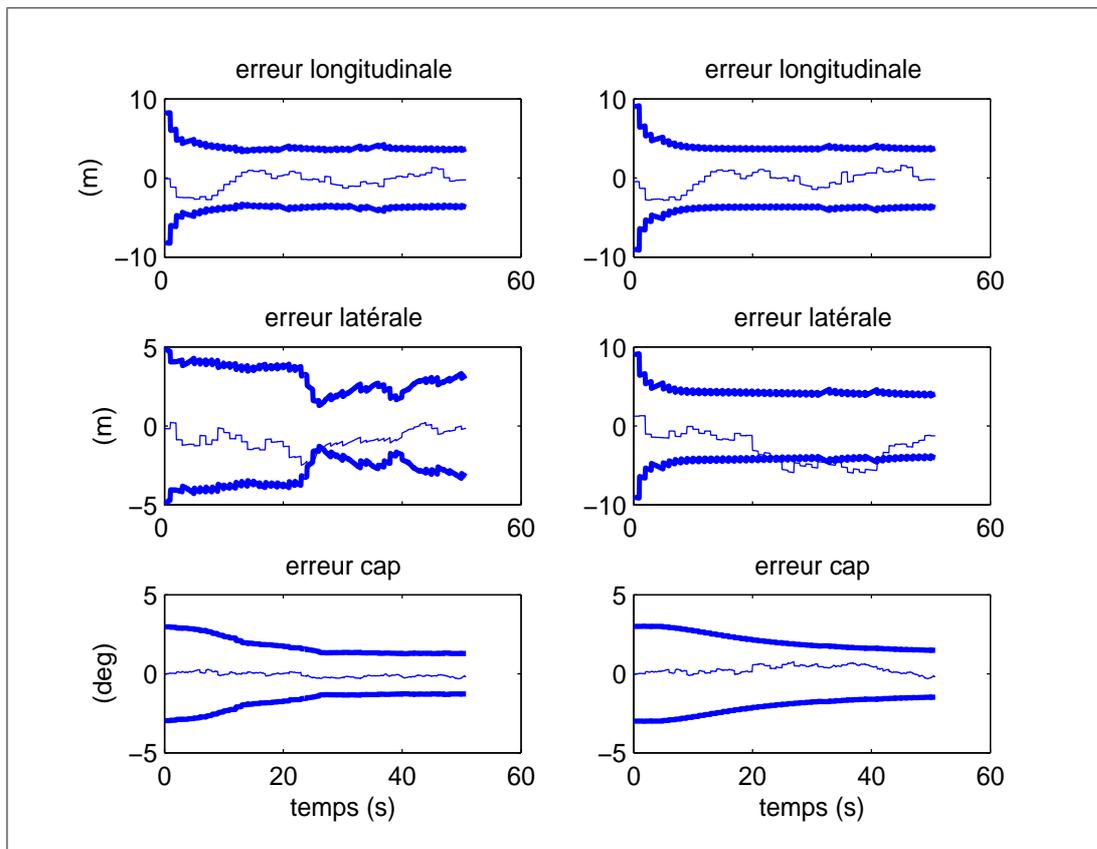


FIGURE 6.19 – Erreurs d'estimation de la position et du cap du véhicule obtenues par le PF sous contrainte (à gauche) et l'EKF sans contrainte (à droite). La courbe en gras représente l'enveloppe de confiance à 99% (3σ)

tance plus juste. En effet, comme on peut le voir sur la figure 6.21, le PF rejette à raison 5 positions aberrantes de GPS : P_1 , P_2 , P_4 , P_5 et P_6 . Alors que l'EKF ne rejette à raison que 2 positions aberrantes de GPS : P_1 et P_4 . En plus, il rejette à tort une position valable P' parce que sa prédiction est tellement mauvaise que le test de consistance devient faux.

Sur la figure 6.22, on représente les probabilités estimées par le PF pour chaque voie de la chaussée 1 et l'ambiguïté de la sélection de voie.

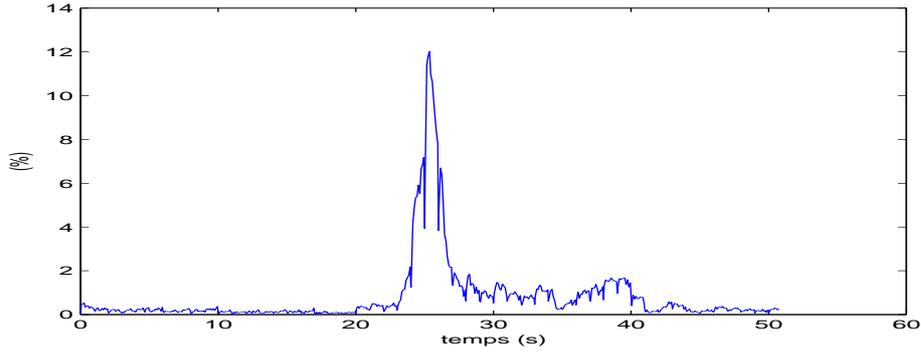


FIGURE 6.20 – Pourcentage de particules rejetées par les contraintes spatiales de la route dans le filtre particulaire pour le scénario avec un biais sur le GPS à gauche

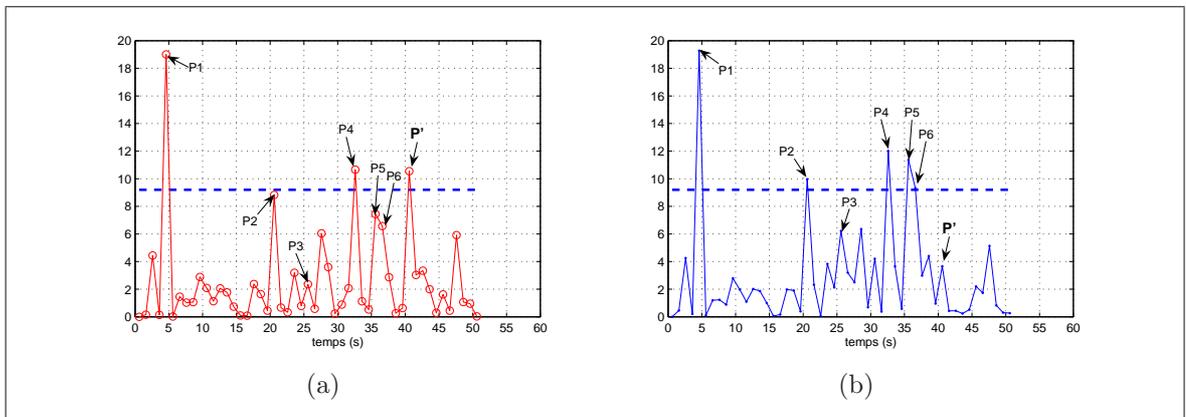


FIGURE 6.21 – Paramètre T de test de consistance GPS dans le scénario avec un biais latéral GPS de -5 m. (a) : l'EKF sans contraintes, (b) : le PF sous contraintes. La ligne discontinue représente le seuil du paramètre T .

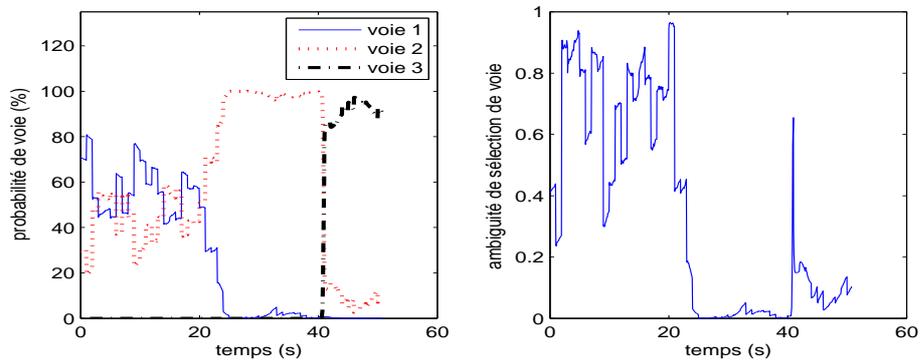


FIGURE 6.22 – Estimation par le filtre particulaire de la probabilité que le véhicule soit sur les voies de la chaussée 1 et l'ambiguïté de la sélection des voies pour le scénario avec un biais du GPS de -5 m

8.7 Scénario avec un masque GPS

Dans le milieu urbain, on peut avoir des situations où les conditions de réception du signal GPS sont dégradées (moins de 4 satellites observés par le récepteur) créant ainsi une absence totale de solutions GPS. Dans ce cas, les deux filtres fonctionnent en utilisant uniquement l'odomètre et le gyromètre pour effectuer la localisation, on parle alors de "localisation à l'estime". La performance des filtres dépend bien sûr de la précision des capteurs mais aussi de l'exactitude de l'état estimé lorsqu'on perd le signal GPS. En effet, lorsque le cap initial et la position initiale sont justes (i.e. exacts), l'EKF ainsi que le PF donnent de bons résultats. Par contre, lorsqu'il y a une erreur sur le cap initial, un EKF sans contrainte dévie.

Dans cette partie, on se propose d'étudier l'effet de l'erreur de cap initial sur les performances des deux filtres. On va ainsi simuler deux cas : le premier cas avec une erreur négative sur le cap initial et le deuxième cas avec une erreur positive. Dans ces deux cas, on utilisera les données simulées du gyromètre et de l'odomètre du scénario précédent et on appliquera un masque GPS tout le long de la trajectoire. Pour la position initiale, on initialise les deux filtres sur le même point, qui présente une erreur de -0.45 m sur ℓ et de 1.22 m sur d et un écart-type de 3 m.

Cas avec un biais négatif sur le cap initial

Dans ce cas, le cap initial pour les deux filtres est entaché d'un biais négatif de -2 deg, auquel s'ajoute un bruit blanc gaussien d'écart-type 10 deg.

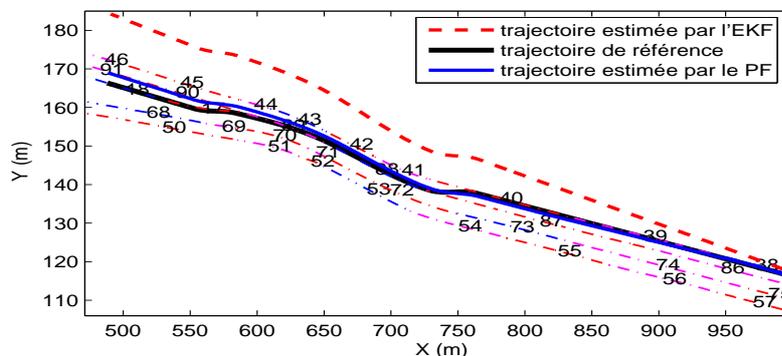


FIGURE 6.23 – Estimation de la trajectoire par l'EKF et le PF avec une erreur négative sur le cap et un masque GPS

L'erreur d'orientation à l'état initial est clairement visible sur la trajectoire estimée par l'EKF : il quitte la chaussée 1 (cf. Fig. 6.23). En revanche, la trajectoire estimée par le PF est contrainte par les données cartographiques : elle reste donc sur la chaussée. Le tableau 6.8 résume les résultats obtenus par les deux filtres dans ce premier cas.

La figure 6.24 permet d'examiner en détail comment les contraintes cartographiques améliorent l'estimation de la position du véhicule par le PF. Pour le PF, les contraintes cartographiques ont effectivement limité à la fois la valeur moyenne et la variance de l'estimation de la distance latérale, ce qui améliore aussi l'estimation et la précision de l'angle du cap. En effet, une particule est éliminée par ces contraintes lorsqu'elle a une mauvaise distance latérale qui elle-même est obtenue

	système classique (EKF)	PF sous contraintes spatiales de la route
Taux de bonne estimation de la voie	48.52 %	77.88 %
Erreur moyenne sur ℓ	$-0.56 \text{ m} \pm 0.47$	$-0.24 \text{ m} \pm 0.08$
Erreur moyenne sur d	$9.69 \text{ m} \pm 4.86$	$0.58 \text{ m} \pm 1.10$
Erreur moyenne sur ψ	$-1.90 \text{ deg} \pm 0.07$	$-0.36 \text{ deg} \pm 0.40$

TABLE 6.8 – Comparaison des résultats de l'EKF et du PF sous contrainte spatiale pour le scénario avec une erreur négative sur le cap et un masque

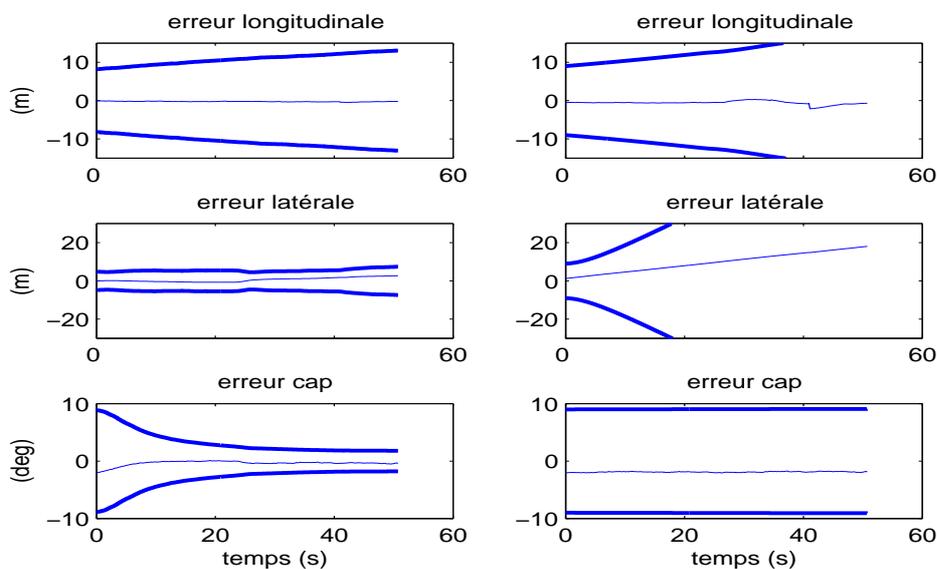


FIGURE 6.24 – Erreurs d'estimation de la position et du cap obtenues par l'EKF (à droite) et le PF (à gauche) avec une erreur négative sur le cap et un masque GPS. La courbe en gras représente l'enveloppe de confiance à 99% (3σ)

en partie à cause d'un mauvais cap par rapport à l'angle d'orientation de la route. Donc, au bout de quelques secondes, les particules ayant un cap très différent de la route finissent par en sortir d'où leur élimination et une convergence du cap du véhicule vers l'angle d'orientation de la route. La figure 6.25 décrit l'utilisation de ces contraintes dans la localisation par le PF. Au moment du changement de voie ($t \approx 25 \text{ s}$), on observe un pic de nombre de particules rejetées. Cela s'explique par la variation importante du cap mesuré par le gyromètre pour effectuer le changement du voie, ce qui pousse un grand nombre de particules qui se trouvaient déjà sur la voie 2 à quitter la chaussée. On constate aussi que le nombre de particules rejetées finit par se stabiliser à 0.2%.

La figure 6.26 représente les probabilités estimées par le PF pour chaque voie de la chaussée 1 ainsi que l'ambiguïté de la sélection de voie. On peut ainsi observer que l'effet du masque GPS crée une forte ambiguïté sur la sélection des voies.

8. SIMULATIONS

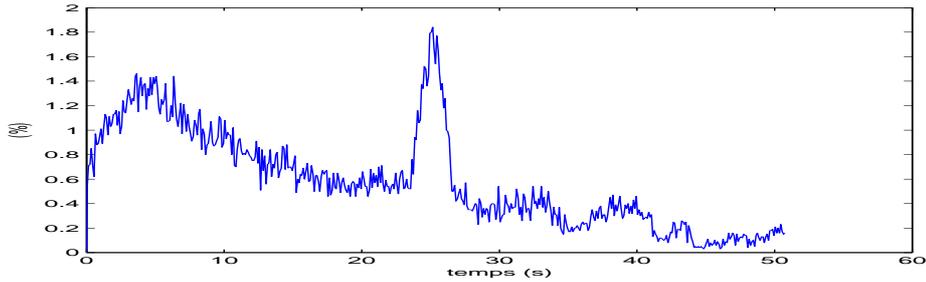


FIGURE 6.25 – Pourcentage de particules rejetées par les contraintes spatiales de la route dans le PF avec une erreur négative sur le cap et un masque GPS.

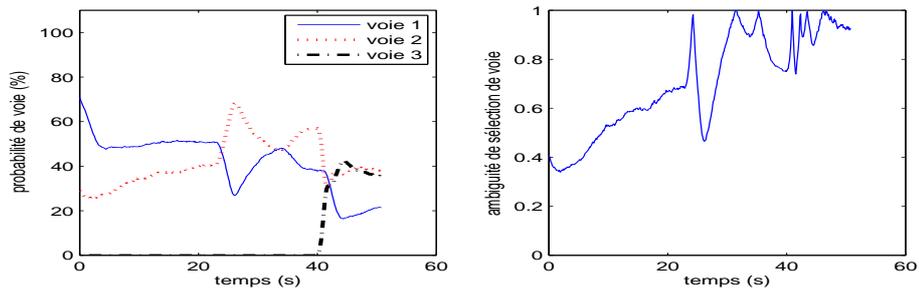


FIGURE 6.26 – Estimation par le PF de la probabilité de sélection de chaque voie de la chaussée 1 et l’ambiguïté de la sélection des voies pour le scénario avec une erreur négative sur le cap et un masque GPS

Cas avec un biais positif sur le cap initial

Dans ce deuxième cas, le cap initial pour les deux filtres est entaché d’un biais positif de +2 deg, auquel s’ajoute un bruit blanc gaussien d’écart-type 10 deg.

Comme dans le cas précédent, à cause de l’erreur d’orientation présente à l’état initial, la trajectoire estimée par l’EKF quitte la chaussée 1 pour aller sur la chaussée 2 (cf. Fig. 6.27) alors que les données routières (ici ce sont les données statistiques) contraignent la trajectoire estimée par le PF à rester sur la chaussée. Le tableau 6.9 résume les résultats obtenus par les deux filtres dans ce cas. En comparaison avec

	système classique (EKF)	PF sous contraintes spatiales de la route
Taux de bonne estimation de la voie	12.96 %	64.22 %
Erreur moyenne sur ℓ	$-0.77 \text{ m} \pm 0.41$	$-0.34 \text{ m} \pm 0.10$
Erreur moyenne sur d	$-7.97 \text{ m} \pm 5.37$	$0.14 \text{ m} \pm 1.25$
Erreur moyenne sur ψ	$2 \text{ deg} \pm 0.07$	$0.36 \text{ deg} \pm 0.66$

TABLE 6.9 – Comparaison des résultats de l’EKF et du PF sous contrainte spatiale pour le scénario avec une erreur positive sur le cap et un masque

le cas précédent, on peut dire que la performance du système classique (EKF sans contrainte) de localisation du véhicule sur la route dépend du sens du biais du cap initial (positif ou négatif). En effet, on observe que le taux de bonne sélection de

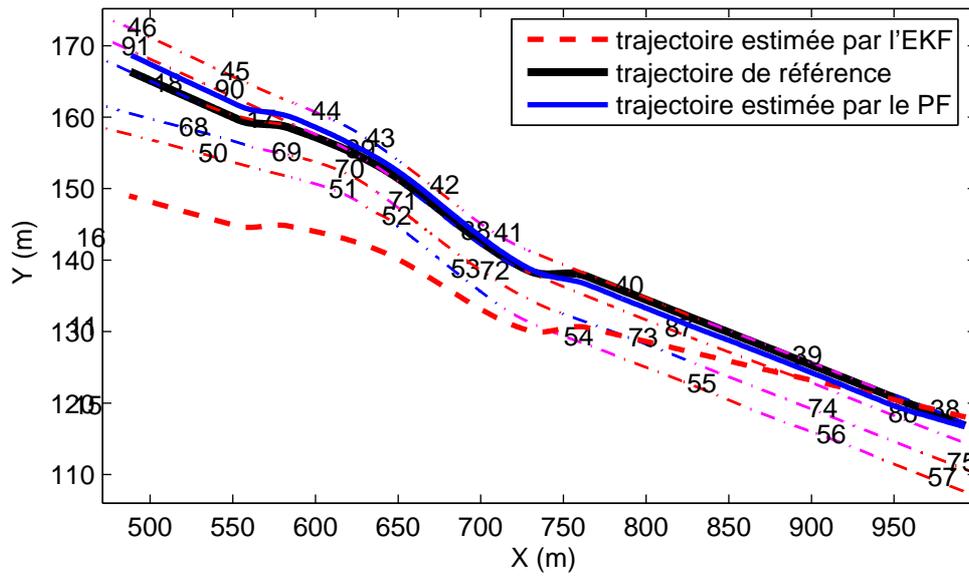


FIGURE 6.27 – Estimation de la trajectoire par l'EKF et le PF avec une erreur positive sur le cap et un masque GPS

la voie de ce système est de 48.52% dans le cas d'un biais positif alors qu'il est de 12.96 % dans le cas d'un biais négatif. Ceci dépend en grande partie de la carte et de la configuration de la trajectoire de référence. En revanche, pour le PF sous

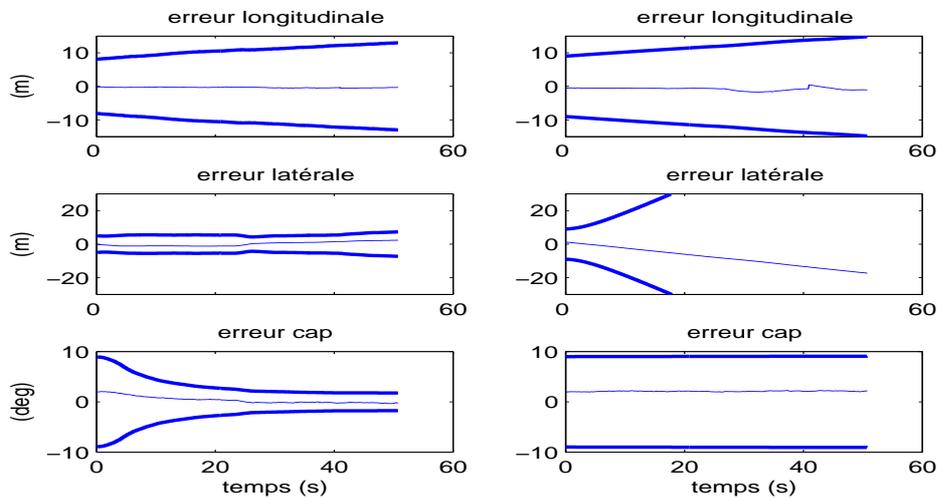


FIGURE 6.28 – Erreurs d'estimation de la position et du cap obtenues par l'EKF (à droite) et le PF (à gauche) avec une erreur positive sur le cap et un masque GPS. La courbe en gras représente l'enveloppe de confiance à 99% (3σ)

contraintes, celles-ci permettent de corriger l'effet du biais du cap initial comme on peut le voir sur les figures Fig. 6.28, Fig. 6.29 et Fig. 6.30. Ainsi, on peut dire que le PF sous contraintes est moins sensible au biais commis sur le cap initial qu'un EKF.

8. SIMULATIONS

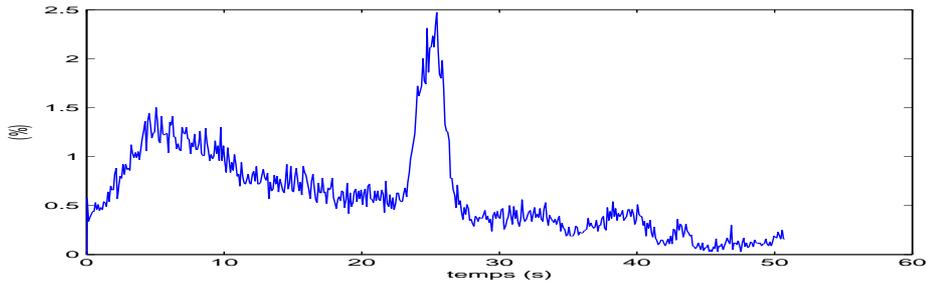


FIGURE 6.29 – Pourcentage de particules rejetées par les contraintes spatiales de la route dans le PF avec une erreur positive sur le cap et un masque GPS.

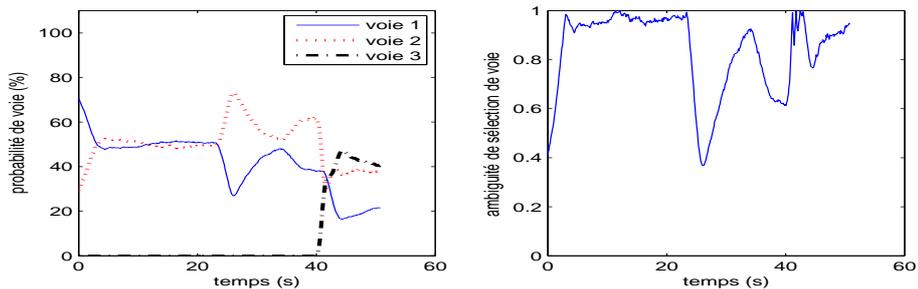


FIGURE 6.30 – Estimation par le PF de la probabilité de sélection de chaque voies de la chaussée 1 et l’ambiguïté de la sélection des voies pour le scénario avec une erreur positive sur le cap et un masque GPS

8.8 Bilan des simulations

Dans les scénarios avec un biais GPS ou avec un biais sur le cap initial combiné au masque GPS, le filtre particulaire sous contraintes cartographiques a montré sa supériorité par rapport au système classique de localisation sur la carte (EKF et map-matching point à point), celle-ci se manifestant sur plusieurs critères :

- l’erreur moyenne et la précision (i.e. l’enveloppe de confiance) de la position latérale initiale,
- l’erreur moyenne et la précision de la localisation du véhicule sur la carte au cours du trajet, en particulier la position latérale et l’angle du cap,
- la pertinence des tests de consistance des observations GPS,
- le pourcentage de bonne sélection de la voie au cours du trajet.

Cette supériorité s’explique par l’application des contraintes cartographiques qui contraignent l’état à rester dans un domaine réaliste, en position et en cap, par rapport à la route, limitant ainsi les écarts par rapport à la référence.

De plus, quel que soit le scénario, la possibilité d’estimer une probabilité et une ambiguïté d’affectation de voie par le filtre particulaire proposé reste un avantage permanent par rapport à la méthode classique.

Par le biais de ces scénarios, on a tenté de simuler des situations réalistes et souvent rencontrées dans des environnements urbains, et même périurbains. Toutefois, les données utilisées ont été simulées en supposant que les bruits des capteurs (GPS, odomètre et gyromètre) sont gaussiens et centrés, ce qui n’est pas toujours vrai dans la réalité. On a donc voulu également conforter les résultats obtenus par le PF sous

contraintes avec des résultats expérimentaux.

9 Résultats expérimentaux

Par manque de mesures réelles d'un essai avec changement de voie sur le site de Berlin présenté dans la section précédente, on a préféré utiliser un essai réalisé sur la piste de Satory-Versailles pour le compte du groupe Fudolo. Cet essai a été réalisé avant le début de cette thèse. Le choix de ce site est justifié par le fait que l'on possédait une carte précise décrivant les voies de la piste par des clothoïdes.

9.1 Carte précise du site de Satory-Versailles



FIGURE 6.31 – Circuit du site de Satory-Versailles

Ce circuit fait environ 3 km et est composé de deux voies qui ont le même sens de circulation (cf. Fig. 6.31). De plus, l'avantage de ce circuit est la diversité des types d'éléments géométriques qui le compose : lignes droites, arcs de cercle (grand virage) et clothoïdes. Cela nous permet de tester le filtre proposé dans ces différents cas.

Ce site est modélisé par 78 éléments géométriques (clothoïdes) (cf. Fig. 6.32). Les paramètres de chaque clothoïde ont été estimés par l'algorithme développé dans le chapitre 5 à partir des données mesurées par mobile mapping. Ces clothoïdes décrivent les deux voies du circuit :

- voie 1 : constituée des éléments 1 à 39,
- voie 2 : constituée des éléments 40 à 78.

Ces mesures permettent ainsi de constituer la carte précise sur laquelle on pourra réaliser nos tests.

9.2 Trajectoire de référence

Pour tester l'efficacité du filtre proposé, nous avons choisi d'utiliser un essai sur le circuit de Satory où le véhicule effectue plusieurs changements de voies (une quarantaine de changements) avec une vitesse moyenne de 60 km/h. La trajectoire

9. RÉSULTATS EXPÉRIMENTAUX

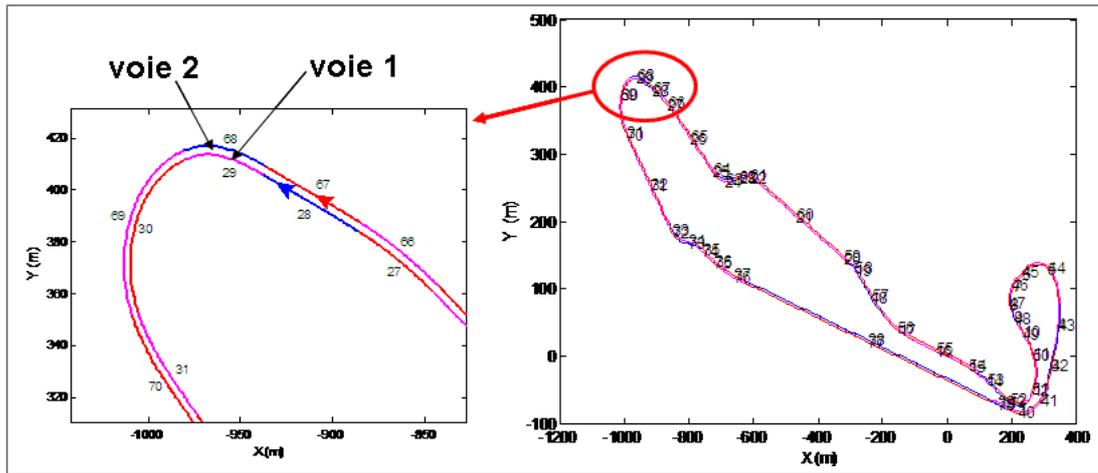


FIGURE 6.32 – Carte du site de test de Satory, les traits fins colorés et portant les numéros représentent les axes des éléments routiers qui constituent la route

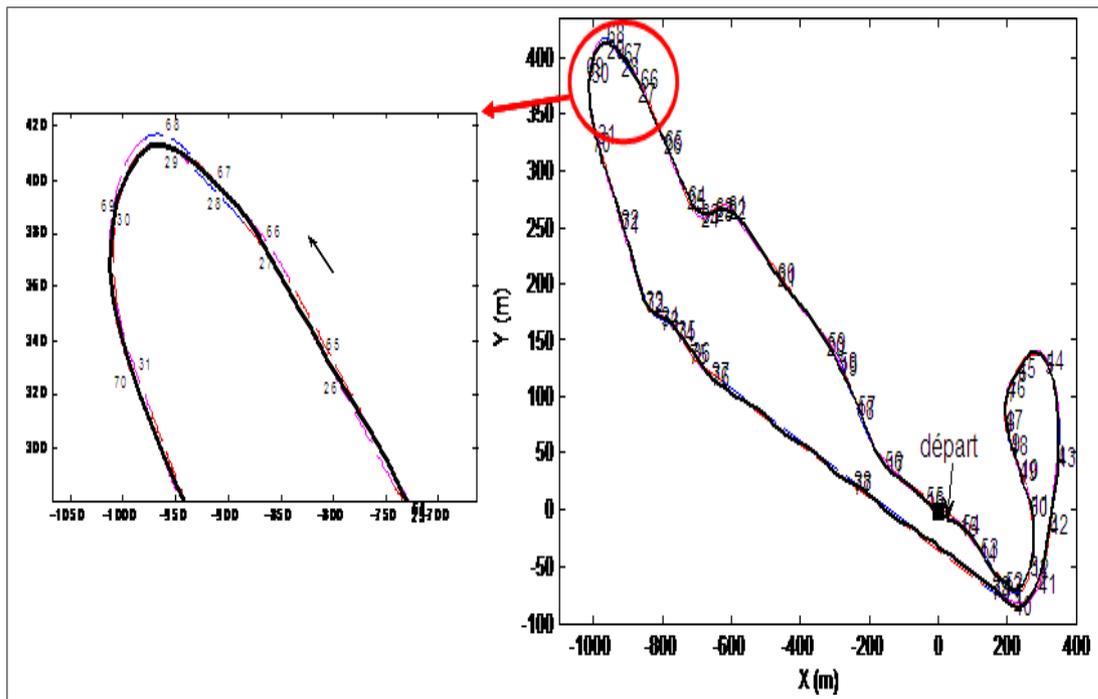


FIGURE 6.33 – Trajectoire de référence (courbe noire) du véhicule sur le circuit de Satory

de référence est représentée sur la figure 6.33, elle est mesurée par un récepteur GPS cinématique qui utilise les informations différentielles d'une station de référence locale disposée au milieu du circuit. La précision de ce mode positionnement par satellites est centimétrique.

9.3 Réglage des deux filtres

Initialisation :

Pour la position initiale des deux filtres, on utilise la première position donnée par GPS. Par contre, n'ayant aucune information sur le cap initial, on projette cette position sur la carte puis on utilise l'angle d'orientation de l'élément sélectionné par le map-matching comme valeur moyenne du cap initial pour les deux filtres. On fixe l'écart-type du cap initial à 10 deg.

Bruits du modèle d'évolution :

Contrairement au site de Berlin, les voies du circuit de Satory sont principalement composées de portions rectilignes reliées par des virages, dont certains serrés. Concernant ces derniers, l'hypothèse sur la géométrie de l'axe de la voie (arc de cercle) faite dans le modèle d'évolution du PF n'est pas toujours exacte. Il faut donc introduire un bruit sur le modèle d'évolution du PF pour modéliser l'incertitude de cette hypothèse géométrique. Ainsi, on aura deux cas pour les bruits du modèle d'évolution pour le PF :

1. cas d'une ligne droite ou un arc de cercle : l'écart-type du bruit du modèle sur ℓ et d est de 0.5 m au bout d'une seconde,
2. cas d'une clothoïde de forte variation de courbure : l'écart-type du bruit du modèle sur ℓ et d est de 1 m au bout d'une seconde.

Pour le cap du véhicule, son modèle d'évolution est parfaitement linéaire, donc l'incertitude de son évolution est nulle. Les paramètres de l'EKF dans le système classique sont les mêmes que ceux de la table 6.1.

Pendant la campagne du groupe Fudolo sur le circuit de Satory, plusieurs mesures ont été effectuées pour tester différents capteurs haut et bas de gamme. On va utiliser ces mesures pour tester notre filtre dans 3 scénarios différents.

9.4 Scénario avec des capteurs haut de gamme

Mesures des capteurs haut de gamme

Dans ce scénario, les capteurs haut de gamme que nous utilisons sont :

- Un gyromètre KVH E-core 2100 cadencé à 100Hz. Ce capteur haut de gamme est caractérisé par une variation de biais très faible en fonction du temps et un bruit de mesure également très faible. Le constructeur estime que la marche aléatoire du bruit de mesure pour ce gyromètre est de $0.083 \text{ deg} / \sqrt{h}$.

La figure 6.34 représente les mesures effectuées par le KVH pendant l'essai. Avant de commencer l'acquisition des données, le véhicule est resté immobile pendant un certain temps pour déterminer le biais de ce gyromètre. On estime ce biais à $0.029 \text{ deg} / s$.

- Un récepteur GPS Trimble Ag132 fonctionnant en mode EGNOS ou en mode naturel quand les corrections EGNOS ne sont pas disponibles.

La figure 6.35 représente les erreurs en coordonnées cartésiennes des positions fournies par ce GPS. On constate que les erreurs des observations ne dépassent pas en moyenne 1 m, on peut donc fixer l'écart-type du bruit des observations à 0.5 m.

9. RÉSULTATS EXPÉRIMENTAUX

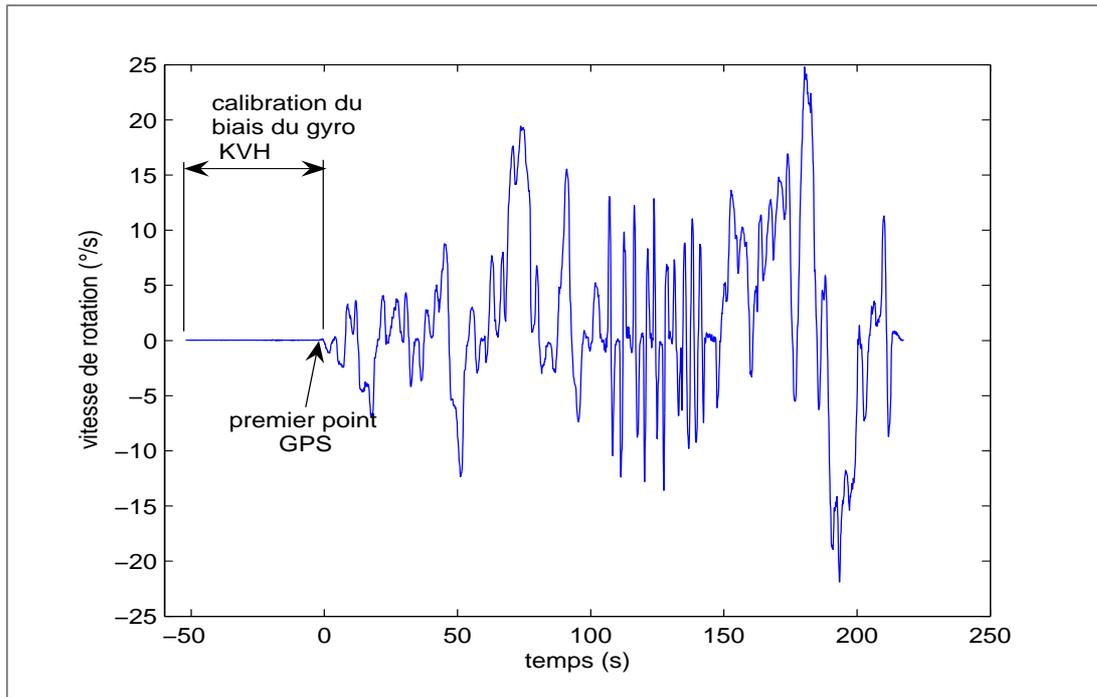


FIGURE 6.34 – Mesure de la vitesse de rotation par le capteur KVH

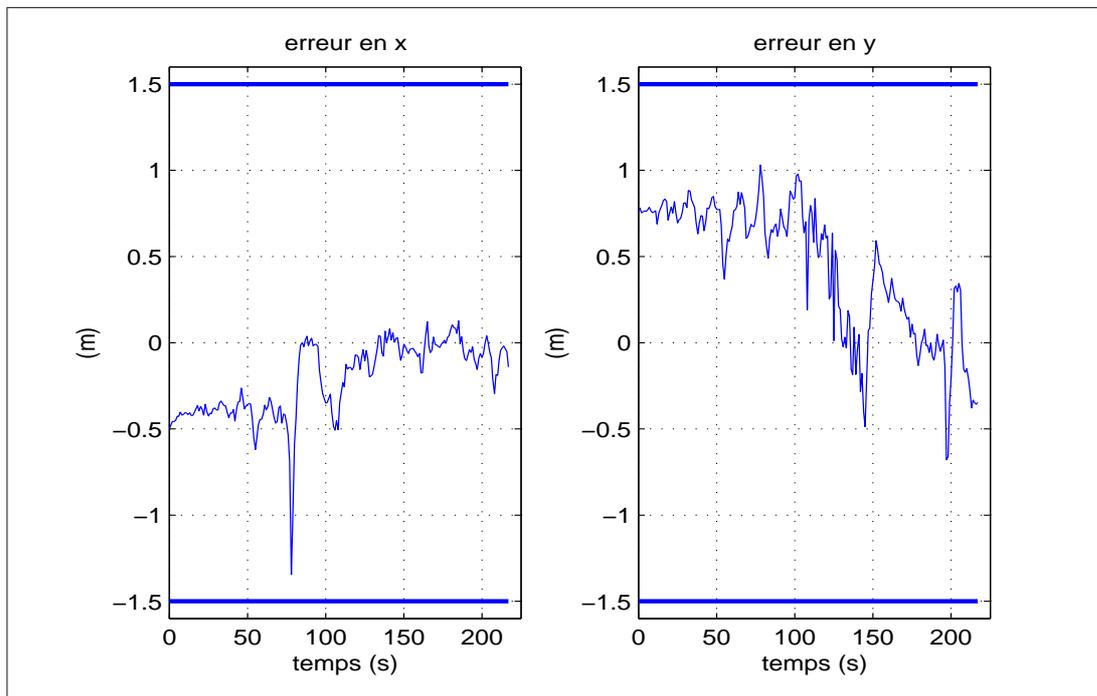


FIGURE 6.35 – Erreur de mesure du récepteur GPS en mode EGNOS (en coordonnées cartésiennes) avec son enveloppe de confiance à 99 % (courbe en gras)

- Un odomètre monté en sortie de boîte de vitesse dont le pas est de 19.54 cm. On suppose que l'écart-type du bruit de mesure de cet odomètre égale 1% de la valeur mesurée.

Résultats des deux filtres

Les résultats obtenus pour ce scénario sont présentés dans la table 6.10. On observe que le PF donne des résultats très similaires à ceux de l'EKF.

	système classique (EKF)	PF sous contraintes spatiales de la route
Taux de bonne estimation de la voie	95.56 %	94.81 %
Erreur moyenne sur ℓ	0.04 m \pm 0.47	0.03 m \pm 0.47
Erreur moyenne sur d	-0.03 m \pm 0.48	-0.04 m \pm 0.51

TABLE 6.10 – Comparaison des résultats du PF sous contrainte et de l'EKF pour le scénario avec capteurs haut de gamme

Dans ce scénario idéal, les contraintes spatiales ont été peu sollicitées par le filtre particulaire. En effet, le nombre de particules rejetées par ces contraintes reste très faible sur toute la trajectoire (inférieur à 2.5 %), comme le montre la figure 6.36.

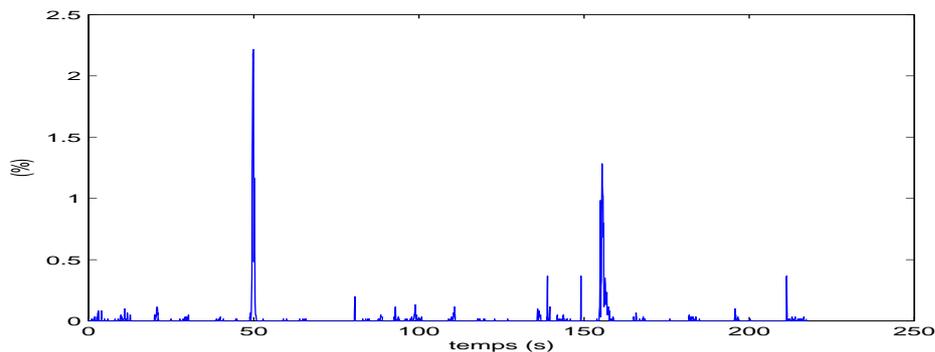


FIGURE 6.36 – Pourcentage de particules rejetées par les contraintes spatiales de la route dans le filtre particulaire pour le scénario avec capteurs haut de gamme

Pour l'estimation de la voie de circulation, le filtre particulaire a l'avantage d'estimer une probabilité (ou une confiance) pour chaque voie sélectionnée. Sur la figure 6.37, on représente donc les probabilités estimées par le PF pour chaque voie du circuit et l'ambiguïté de la sélection de voie. Les pics observés pour l'ambiguïté de la sélection de voie représentent les moments de changements de voies.

Conclusion

En conclusion, ces résultats expérimentaux permettent de valider le modèle d'évolution qui a été développé sur la base des coordonnées de Frenet. Il est intéressant à présent d'étudier son comportement avec des capteurs de moyenne gamme.

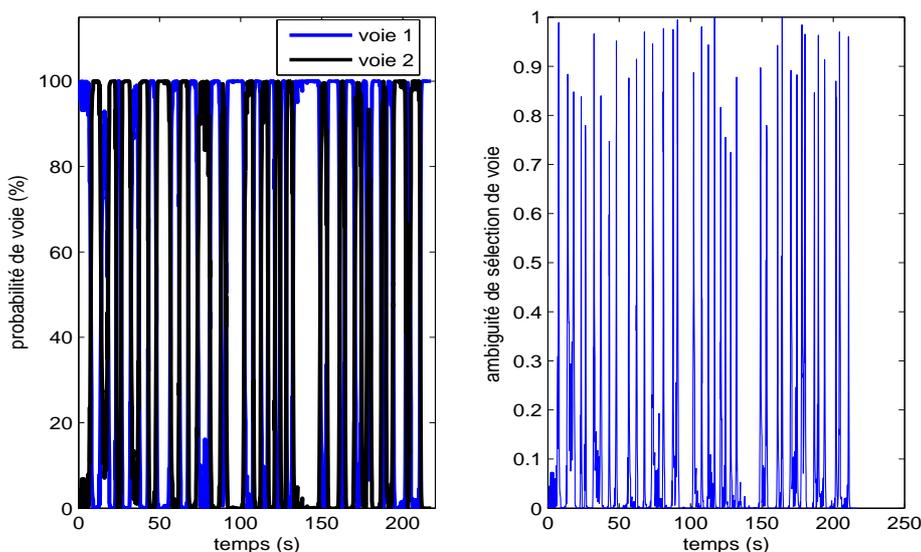


FIGURE 6.37 – Probabilités des voies et ambiguïté de la sélection de voies estimées par le PF pour le scénario de capteurs haut de gamme

9.5 Scénario avec un gyromètre moyenne gamme et un masque GPS

Mesures du gyromètre moyenne gamme

L'objectif de ce scénario est de tester le filtre avec un gyromètre moyenne gamme combiné à un masque GPS à partir de la deuxième mesure du GPS jusqu'à la fin de l'essai. Nous utilisons un gyromètre MEMS Crossbow VG400 cadencé à 76Hz. Ce capteur est caractérisé par une variation de biais faible en fonction du temps et un bruit de mesure caractérisé par une marche aléatoire de $2.25 \text{ deg} / \sqrt{h}$ (cette valeur est donnée par le constructeur). Contrairement au scénario précédent, on se place dans le cas où on ne connaît pas le biais du gyromètre (on suppose qu'il est nul). Pour l'odomètre, on utilise le même capteur que le scénario précédent.

Résultats des deux filtres

Le biais sur les mesures gyrométriques et l'imprécision du cap initial sont clairement mis en évidence sur la trajectoire estimée par l'EKF : il quitte la chaussée du circuit et il traverse le terre-plein central jusqu'à même retourner sur l'autre côté du circuit (cf. Fig. 6.38).

En revanche, les contraintes spatiales dans le PF ont permis de corriger les effets du biais du gyromètre et l'imprécision du cap initial : il reste donc sur la route. On peut observer sur la figure Fig. 6.39 le degré de la participation des contraintes spatiales dans la correction de l'estimation de la position du véhicule par le PF.

En l'absence des observations du GPS, on observe sur la figure 6.40 que l'ambiguïté de la sélection de la voie par le PF reste en moyenne très forte.

Dans ce scénario avec un gyromètre moyenne gamme combiné à un long masque GPS, le filtre particulière sous contraintes cartographiques a montré sa supériorité

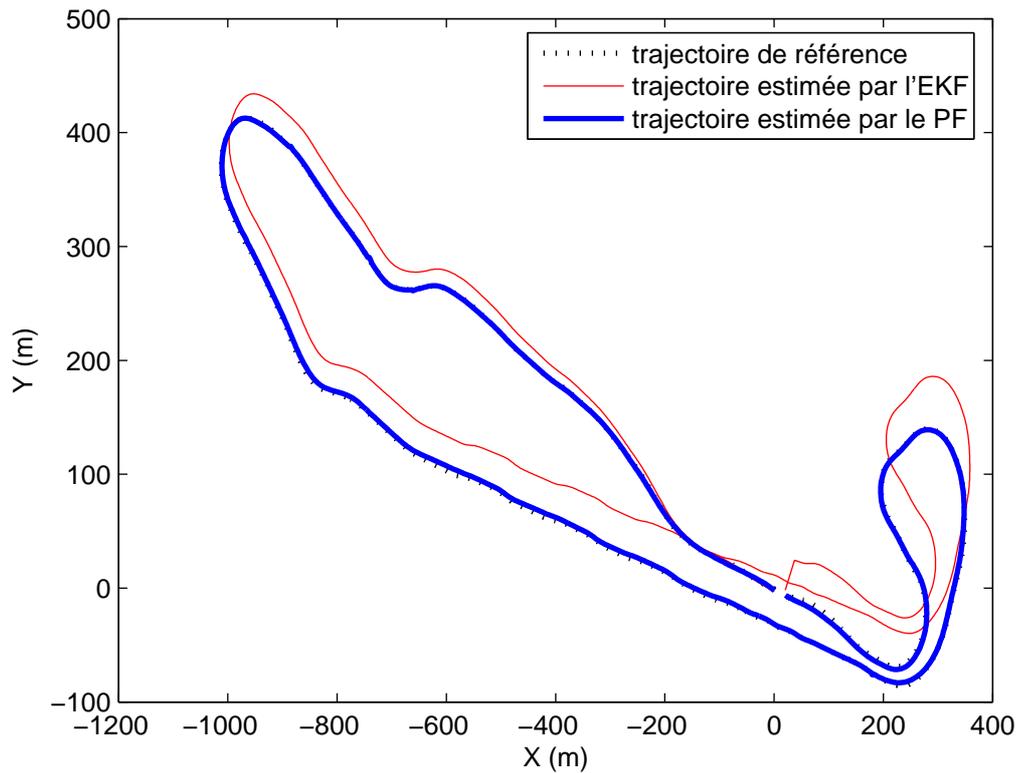


FIGURE 6.38 – Estimation de la trajectoire par l'EKF et le PF avec le gyro MEMS Crossbow et un masque GPS

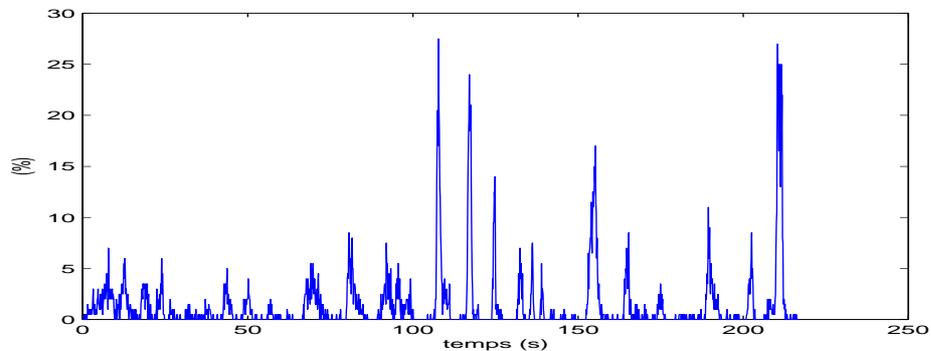


FIGURE 6.39 – Pourcentage de particules rejetées par les contraintes spatiales de la route dans le PF avec le gyro MEMS Crossbow et un masque GPS.

par rapport au système classique de localisation sur la carte (EKF et map-matching point à point), grâce à l'application des contraintes cartographiques qui tendent à corriger le biais du gyromètre et l'imprécision du cap initial en l'absence des observations GPS. Il faut noter que si on ajoute les observations GPS, l'EKF ne dérive pas et il donne de bons résultats tout comme le PF. Ceci s'explique par le fait que les observations GPS (précises dans cet essai) corrigent le biais du gyromètre ainsi qu'un biais sur le cap initial.

En revanche, quand l'erreur sur les mesures gyrométriques devient important, les

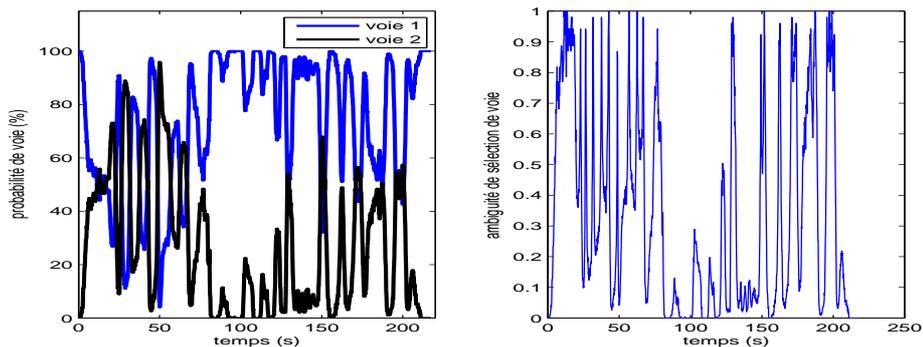


FIGURE 6.40 – Estimation par le PF de la probabilité de sélection de chaque voie de la chaussée 1 et l’ambiguïté de la sélection des voies pour le scénario avec le gyro MEMS Crossbow et un masque GPS.

observations GPS comme les contraintes cartographiques n’arrivent pas à corriger cette erreur.

10 Limites des performances du système proposé

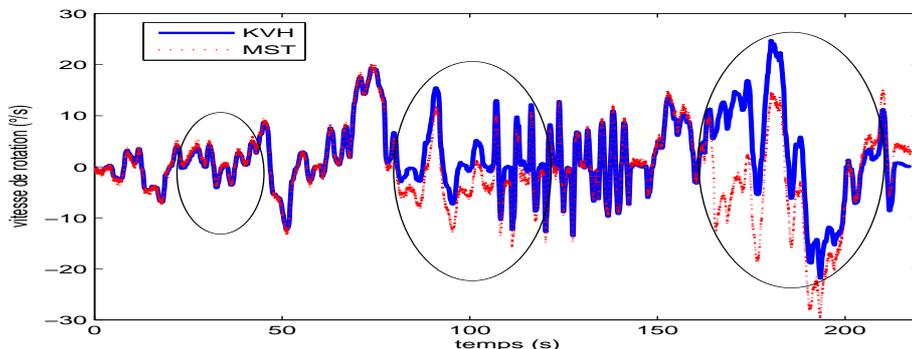


FIGURE 6.41 – Mesures de la vitesse de rotation par le gyromètre KVH (haut de gamme) et le gyromètre MEMS Microstrain (bas de gamme)

Pendant le même essai que les derniers réalisés, on avait sur le véhicule un gyromètre MEMS Microstrain 3DMG, de marche aléatoire $3.5 \text{ deg} / \sqrt{h}$. L’exploitation de ses mesures, a montré la limite du système proposé et aussi celle du système classique. En effet, ce gyromètre présente des erreurs aléatoires très importantes sur les mesures de la vitesse de rotation, comme on peut le voir sur la figure 6.41. Dans ce scénario, on utilise le gyromètre MEMS Microstrain 3DMG combiné à l’odomètre et GPS EGNOS déjà utilisés. les erreurs aléatoires sur les mesures du gyromètre non prises en compte dans la modélisation du bruit de ce capteur, provoquent une déviation de la trajectoire estimée par l’EKF (cf. Fig. 6.42) et un rejet de toutes les particules dans le PF (cf. Fig. 6.43). Pour l’EKF, si l’on caractérise le bruit de mesure du gyromètre par une marche aléatoire de $3.5 \text{ deg} / \sqrt{h}$, l’état prédit n’est pas correct quand l’erreur devient significative (c’est-à-dire : le biais de mesure grand).

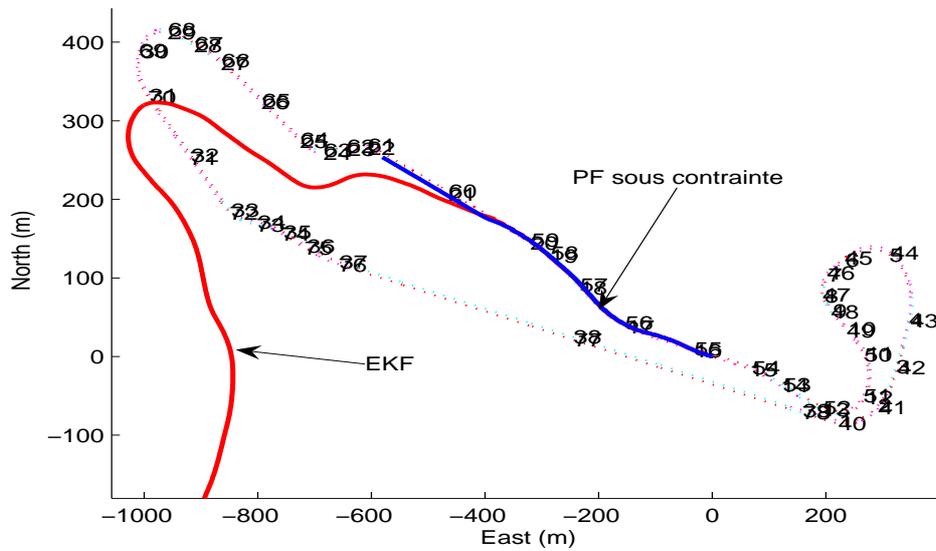


FIGURE 6.42 – Effet d’une grande erreur de la mesure gyrométrique sur l’estimation de la trajectoire par l’EKF et le PF

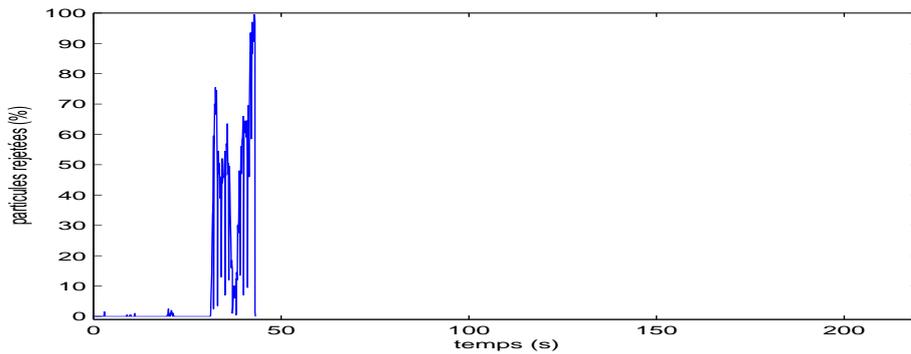


FIGURE 6.43 – Effet d’une grande erreur de la mesure gyrométrique sur le rejet des particules par les contraintes spatiales.

Alors, l’EKF rejettera des positions GPS à tort et divergera rapidement. Jusque là, on n’a pas trouvé de solution satisfaisante avec l’EKF pour ce problème. En particulier, la solution qui consiste à augmenter le bruit du gyromètre pour englober tous les erreurs aléatoires possibles rend le test de consistance du GPS peu crédible c’est à dire on accepte toutes les observations GPS même les plus erronées.

Pour le PF sous contraintes cartographiques, les erreurs aléatoires sur les mesures du gyromètre provoquent une déviation du nuage de particules jusqu’à que toutes les particules se trouve en dehors de l’espace roulant. Les contraintes spatiales ne sont pas suffisantes pour pallier les erreurs importantes générées par un gyromètre bas de gamme.

11 Conclusion du chapitre

Dans ce chapitre, nous avons proposé un système de localisation du véhicule sur une carte précise où chaque voie de circulation est modélisée par un ensemble de clothoïdes. Ce système de localisation est défini par un modèle de Markov dont le vecteur d'état contient directement l'indice de l'élément géométrique et les coordonnées de Frenet de la position du véhicule associées à cet élément. Le premier avantage de cette modélisation de Frenet par rapport à une modélisation classique basée sur les coordonnées cartésiennes, est qu'elle permet conjointement la localisation et le map-matching sur la carte. Le deuxième avantage est qu'elle rend plus facile la prise en compte des contraintes spatiales dans la formulation du problème de localisation.

Le processus de fusion repose sur l'utilisation d'un filtre particulière de type Bootstrap tenant compte des contraintes cartographiques. Comme nous l'avons montré à travers les scénarios simulés sur le site de Berlin et les essais expérimentaux sur le site de Satory, le filtre proposé présente des performances intéressantes, aussi bien lorsqu'on a de bonnes conditions de navigation (un état initial précis, un biais du gyromètre mesuré et de bonnes conditions de visibilité pour le GPS), que lorsque les conditions sont dégradées où les contraintes de la carte permettent d'atténuer l'effet d'un état initial non précis, un biais du gyromètre non mesuré et un masque de GPS. L'utilisation du filtre particulière autorise un suivi de multi-hypothèses pour la sélection des voies de circulation.

Cependant, le système proposé comme le système classique reste sensible aux erreurs importantes sur les mesures gyrométriques, comme on a pu le voir sur le dernier scénario où le biais est instable. Afin de contourner ces problèmes nous proposons dans le chapitre 7 des modifications pour rendre le système plus robuste face à de telles erreurs.

Chapitre 7

Robustification

Introduction

Les cartes précises ont montré leur capacité à aider la localisation de véhicules dans l'environnement cartographié, par application de contraintes latérales sur la position du véhicule. Cela a été vérifié en simulation et sur des essais en vraie grandeur au chapitre 6.

Certains travaux de recherche que nous avons mentionnés au chapitre 4 montrent qu'il est intéressant d'utiliser la direction de la route calculable entre noeuds et points de forme dans le processus de la localisation du véhicule sur la carte. Dans la littérature, on distingue deux façons pour introduire l'information de la direction et de la géométrie de la route dans le processus de localisation :

- Dans [Fou10], les auteurs ont utilisé la carte comme une source d'information extéroceptive. En effet, ils ont utilisé l'information géométrique et la direction de la route comme des observations qui permettent d'améliorer la précision de la localisation du véhicule sur une carte standard notamment lorsque les conditions de visibilité du GPS sont dégradées.
- Dans [LTH09], les auteurs ont proposé d'utiliser les informations de la carte comme des contraintes qui permettent de définir une limite pour l'état estimé.

Dans tous ces travaux, les auteurs ont utilisé une carte standard. Ici, dans le contexte d'une carte précise où cette direction est davantage "continue" qu'entre points de forme, la prise en compte de l'information de direction routière est a priori meilleure.

Dans la première section de ce chapitre, nous proposons d'introduire les informations spatiales et directionnelles de la route comme un critère pour vérifier si les mesures gyrométriques sont entachées d'erreurs. Dans le cas où on estime qu'il y a une erreur sur la mesure gyrométrique, on fait évoluer l'état du système par un modèle d'évolution où on suppose que le véhicule roule parallèlement à l'axe central de la route.

Par ailleurs, il subsiste une question cruciale quand on applique un test sur la consistance des observations GPS : pourquoi mettre en cause seulement les observations GPS, autrement dit : pourquoi ne pourrait-on pas mettre en cause aussi la position prédite lors de l'évolution des particules ? En particulier, cette prédiction n'est-elle pas douteuse quand un gyromètre bas-coût susceptible d'une grande variabilité du biais constitue l'instrument essentiel de la détermination du cap ? Ces

questions seront discutées dans la deuxième section de ce chapitre. On présentera ensuite quelques résultats expérimentaux pour mettre en avant l'apport de ces modifications.

1 Méthode de validation pour les mesures gyrométriques

Le filtre que nous avons proposé jusque là est efficace dans les périodes où le GPS est masqué. Mais l'algorithme s'avère mal adapté en cas d'erreurs significatives dans les mesures gyrométriques, due à l'utilisation d'un gyromètre bas-coût dont le biais a momentanément varié. En effet, dans ce cas, on peut avoir toutes les particules qui s'agglutinent sur le bord de la route, ou pire encore toutes les particules qui sortent de la route lors d'une étape de prédiction du filtre.

Pour résoudre ce problème, nous proposons dans ce chapitre un nouveau filtre particulière à deux modèles d'évolution, selon que les mesures du gyromètre passent ou ne passent pas un test de validation que nous proposons : ce test est à la fois basé sur les informations de la dimension latérale de la route et son angle d'orientation.

L'idée de base est d'utiliser la carte pour définir un espace où a priori le véhicule peut se situer. En effet dans l'étape d'évolution du filtre, dans sa version initiale déjà présentée dans le chapitre 6, pour chaque particule $Z^{(q)}[n] = [m^{(q)}[n], \ell^{(q)}[n], d^{(q)}[n], \psi^{(q)}[n]]$ ($i = 1, \dots, N$), on peut localement définir un espace où a priori cette particule doit être à partir des informations cartographiques. Cet espace de "confiance" est formulé par les intervalles suivants :

- intervalle de "confiance" latéral $S_{Lateral}^{(i)}[n + 1]$ pour la distance latérale :

$$S_{Lateral}^{(q)}[n] = \left[D_{gauche}^{m^{(q)}[n]}(\ell^{(q)}[n]), D_{gauche}^{m^{(q)}[n]}(\ell^{(q)}[n]) \right] \quad (7.1)$$

où $D_{gauche}^{m^{(q)}[n]}(\ell^{(q)}[n])$ et $D_{gauche}^{m^{(q)}[n]}(\ell^{(q)}[n])$ sont les demi-largeurs gauche et droite de l'élément $m^{(q)}[n]$ à l'abscisse curviligne $\ell^{(q)}[n]$.

- et, en addition à la position latérale, on ajoute un intervalle de "confiance" directionnel $S_{\psi}^{(q)}[n]$ pour le cap :

$$S_{\psi}^{(q)}[n] = \left[\varphi_{road}^{(q)}[n] - \Delta\varphi, \varphi_{road}^{(q)}[n] - \Delta\varphi \right] \quad (7.2)$$

où $\varphi_{road}^{(q)}[n] = \tau^{m^{(q)}[n]}(\ell^{(q)}[n])$ est la direction de l'élément $m^{(q)}[n]$ à l'abscisse curviligne $\ell^{(q)}[n]$ (cf. équation (6.6)), et $\Delta\varphi$ un paramètre à régler.

Ainsi, toute particule prédite $Z^{(q)}[n]$ est supposée valide si :

$$\begin{cases} \psi^{(q)}[n] \in S_{\psi}^{(q)}[n] \\ d^{(q)}[n] \in S_{Lateral}^{(q)}[n] \end{cases} \quad (7.3)$$

Supposons maintenant qu'il y a une particule prédite $Z^{(q)}[n]$ en dehors de son espace de "confiance", nous voyons deux raisons possibles pour expliquer cela :

- la particule d'origine $Z^{(q)}[n - 1]$ de la particule considérée $Z^{(q)}[n]$, bien que valide à l'instant $n - 1$, est proche des bornes des intervalles, en particulier en ce qui concerne le cap ;

- les mesures brutes du gyromètre, à l'instant n (ou légèrement auparavant) présentent une erreur importante, incompatible avec son modèle d'erreur ;
- on suppose que l'odomètre est toujours exact.

Dans le chapitre 6, on a choisi de remplacer les particules qui sortent de l'intervalle de confiance latéral par une autre particule tirée uniformément parmi l'ensemble des particules qui restent à l'intérieur de cet intervalle. En d'autres termes, on faisait un rééchantillonnage à chaque fois que les contraintes latérales sont sollicitées. Cette méthode de rééchantillonnage provoque une diminution de la variance de l'estimation. En effet, plus le nombre de particules rejetées par les contraintes spatiales est grand, plus la variance du nuage de particules acceptées diminue et en conséquence la variance du nuage des particules obtenues après le rééchantillonnage diminue aussi.

Dans ce chapitre, nous proposons de passer de la première méthode de rééchantillonnage à une autre méthode où chaque particule $Z^{(q)}[n]$ qui sort des intervalles de confiance latéral et directionnel est remplacée par une nouvelle particule à partir de la particule d'origine $Z^{(q)}[n-1]$ selon le modèle d'évolution suivant :

$$Z_{new}^{(q)}[n] = \begin{bmatrix} m^{(q)}[n-1] \\ \ell^{(q)}[n-1] + \Delta s[n] + \epsilon_{\ell}^{(q)}[n] \\ 0 + \epsilon_d^{(q)}[n-1] \\ \tau^{m^{(q)}[n-1]}(\ell^{(q)}[n-1]) + \epsilon_{\psi}^{(q)}[n] \end{bmatrix} \quad (7.4)$$

où

- $(m^{(q)}[n-1], \ell^{(q)}[n-1])$ sont l'élément géométrique et l'abscisse curviligne de la particule $Z^{(q)}[n-1]$ à l'instant $n-1$,
- $\tau^{m^{(q)}[n-1]}(\ell^{(q)}[n-1])$ est la direction de l'élément $m^{(q)}[n-1]$ à l'abscisse curviligne $\ell^{(q)}[n-1]$,
- $\Delta s[n]$ est la mesure odométrique de la distance parcourue par le véhicule entre les instants $n-1$ et n ,
- $\epsilon_{\ell}^{(q)}[n]$ est une réalisation aléatoire tirée selon une loi normale centrée,
- $\epsilon_d^{(q)}[n]$ est une réalisation aléatoire tirée selon une loi uniforme définie sur la largeur totale de l'élément $m^{(q)}[n-1]$,
- $\epsilon_{\psi}^{(q)}[n]$ est une réalisation aléatoire tirée selon une loi normale centrée.

Ce modèle d'évolution ne nécessite pas la mesure du gyromètre (considérée comme incorrecte ici) et suppose que le véhicule roule sur l'axe de l'élément $m^{(q)}[n-1]$. C'est pourquoi nous appelons ce modèle : "modèle de contrainte cinématique" dans la suite.

A la fin de ce nouveau processus d'évolution, nous obtenons une approximation de la loi de distribution de $Z[n]$ conditionnellement aux observations $\{Y[k], k \leq n-1\}$ par un nuage de particules qui vérifient les informations latérale et directionnelle de la route. Alors, nous pouvons estimer :

- $\hat{m}[n/n-1]$: l'élément où a priori le véhicule pourrait se trouver à l'instant n . Cet élément est celui pour lequel la somme des poids est maximale.
- $(\hat{\ell}[n/n-1], \hat{d}[n/n-1])$: les coordonnées de Frenet où a priori le véhicule pourrait être sur l'élément estimé $\hat{m}[n/n-1]$ à l'instant n .
- $(\sigma_{(\ell, \ell)}[n/n-1], \sigma_{(d, d)}[n/n-1])$: les variances de ℓ et d .

Examinons maintenant l'étape d'observation GPS. Quand une solution GPS est disponible, une mise à jour de l'état est faite après l'étape d'évolution. Cependant, avant cette mise à jour, nous proposons d'évaluer la consistance à la fois de la position

2. MODIFICATION DU TEST DE CONSISTANCE GPS

GPS et de la position prédite $((\hat{m}[n/n-1], \hat{\ell}[n/n-1], \hat{d}[n/n-1]))$ à l'instant n , de sorte de se prémunir de solutions GPS aberrantes mais aussi de toute dérive excessive de la navigation à l'estime. Ce test de consistance fait l'objet de la section suivante.

2 Modification du test de consistance GPS

Rappelons que les observation GPS sont définies dans un référentiel (Nord-Est), indépendant de la route. On suppose que l'observation GPS à l'instant n est caractérisée par :

- $Y[n] = (x_{GPS}, y_{GPS})$: la position fournie par le GPS.
- $R_{GPS}[n] = \sigma_{GPS}[n]I_2$: la matrice de variance-covariance des coordonnées cartésiennes (Nord-Est) et I_2 est la matrice identité de dimension 2.

Alors que la prédiction de la position du véhicule est définie dans le repère de Frenet associé à l'élément $\hat{m}[n/n-1]$. Elle est caractérisée par :

- $(\hat{\ell}[n/n-1], \hat{d}[n/n-1])$: les coordonnées de Frenet de la position prédite à l'instant n .
- $(\sigma_{(\ell,\ell)}[n/n-1], \sigma_{(d,d)}[n/n-1])$: les variances de ℓ et d .

Avant la mise à jour de l'état prédit par l'observation GPS dans l'étape de correction, nous devons évaluer la cohérence entre l'observation GPS et la position prédite à l'instant n , dans le but d'éviter une correction sur une position GPS aberrante. Pour vérifier la consistance de l'observation et de la prédiction, un même repère doit être choisi. Dans le chapitre 6, on a choisi de vérifier la consistance de l'observation GPS par rapport à la position prédite dans le repère cartésien. Pour évaluer la consistance de l'observation GPS, nous avons utilisé la distance de Mahalanobis entre la position prédite et l'observation GPS (cf. equation : 6.59). Le défaut de cette stratégie est qu'elle met toujours en cause l'observation GPS lorsque le test est négatif parce qu'on suppose toujours que la position prédite est valide.

Dans ce chapitre, on propose une autre méthode pour évaluer à la fois l'observation GPS et la position prédite, la dérive de cette dernière pouvant particulièrement s'aggraver dans le cas d'une erreur importante dans la mesure gyrométrique. En effet, on note que dans le modèle d'évolution en coordonnées de Frenet (équation 6.21), une erreur du gyromètre introduit plus d'erreur en distance latérale d qu'en abscisse curviligne ℓ . Donc, nous proposons un nouveau test statistique où nous évaluerons séparément la consistance de la distance latérale et de l'abscisse curviligne. Après avoir vérifié que la position fournie par le GPS est bien sur la route, nous calculons : $(\ell_{GPS}^{\hat{m}[n/n-1]}[n], d_{GPS}^{\hat{m}[n/n-1]}[n])$ les coordonnées de Frenet de cette position sur l'élément $\hat{m}[n+1/n]$, et on suppose que ces coordonnées sont caractérisées par la matrice de covariance $R_{GPS}[n] = \sigma_{GPS}[n]I_2$. En ce qui concerne la distance latérale, faisons l'hypothèse suivante H_1 :

- la distance latérale de la position prédite est valide.
- la distance latérale de l'observation GPS est valide.

Pour évaluer cette hypothèse, nous proposons le test statistique suivant basé sur le ratio :

$$T_d = \frac{\left(d_{GPS}^{\hat{m}[n/n-1]}[n] - \hat{d}[n/n-1]\right)^2}{\sigma_{GPS}[n] + \sigma_{(d,\hat{d})}[n/n-1]} \quad (7.5)$$

Sous l'hypothèse H_1 , On démontre que la variable aléatoire T_d est distribuée selon la loi du χ^2 à 1 degré de liberté. Soit $\alpha_d = P[\text{rejetée } H_1/H_1 \text{ vraie}]$ la probabilité de rejet à tort de H_1 . Alors, on a $P[T_d > \mu_d/H_1 \text{ vraie}] = \alpha_d$ où μ_d est un seuil tel que si $T_d > \mu_d$ on rejette H_1 . Avec la table de la loi du χ^2 , on peut calculer ce seuil, par exemple pour $\alpha_d = 0.01$, on a $\mu_d = 6.6349$. Donc, si $T_d \leq \mu_d$, l'hypothèse H_1 est valide.

De la même manière, une hypothèse H_2 et un test T_ℓ peuvent être faits sur l'abscisse curviligne.

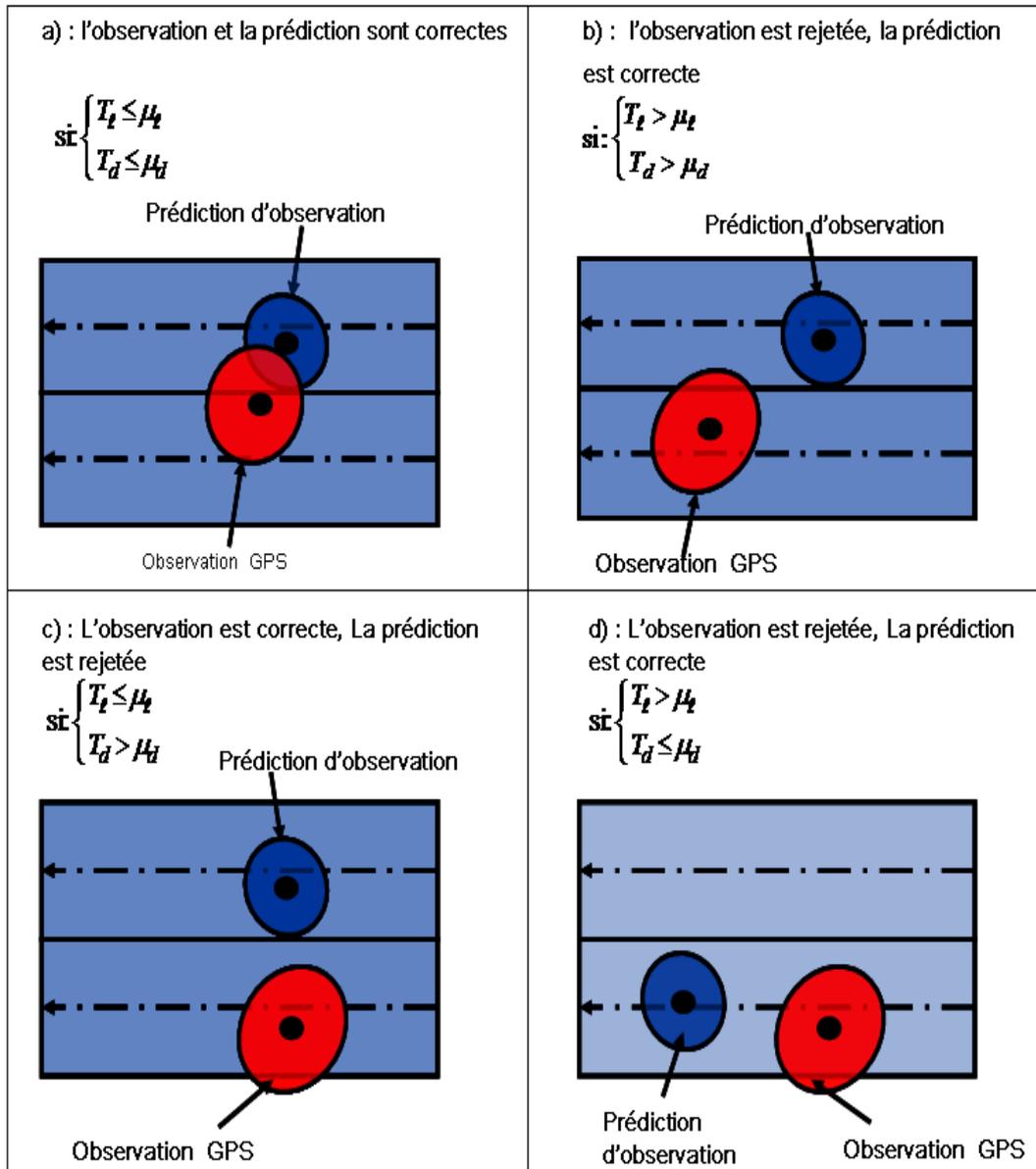


FIGURE 7.1 – Quatre cas possibles d'un test de consistance de l'observation GPS

D'après les résultats de ces tests, nous avons 4 cas :

- H_1 acceptée et H_2 acceptée : dans ce cas, on suppose que l'état prédit et l'observation GPS sont valides et on passe à l'étape de correction pour mettre à jour la position prédite (cf. Fig. 7.1 a)).

3. RÉSULTATS EXPÉRIMENTAUX

- H_1 et H_2 rejetées : dans ce cas on suppose que la position GPS n'est pas valide et on ne la prend pas en considération dans l'étape de correction (cf. Fig. 7.1 b)).
- H_1 rejetée et H_2 acceptée : dans ce cas on suppose que la position prédite n'est pas valide parce qu'il y a une erreur sur la mesure gyrométrique ce qui introduit une erreur sur la distance latérale. Donc, nous ré-initialisons le filtre sur l'observation GPS (cf. Fig. 7.1 c)).
- H_1 acceptée et H_2 rejetée : dans ce cas, nous avons deux possibilités : ou bien la position GPS n'est pas valide (à cause par exemple de multi-trajets), ou bien la position prédite n'est pas valide car l'odomètre est biaisé, introduisant une erreur sur l'abscisse curviligne. Ceci nous paraissant hautement improbable, on rejette donc dans ce cas l'observation GPS (cf. Fig. 7.1 d)).

A la fin de ce nouveau processus de test GPS et la correction, on obtient la loi a posteriori de $Z[n + 1]$ conditionnellement à $Y[n + 1]$ approché par un nuage de particules. Alors, on estime $(\hat{m}[n], \hat{\ell}[n], \hat{d}[n])$ avec la même méthode que celle présentée dans le chapitre 6.

3 Résultats expérimentaux

L'objectif des expérimentations présentées dans cette section est de valider le nouveau filtre particulaire dans les scénarios suivants :

1. scénario où on utilise un gyromètre bas de gamme de type MEMS Microstrain 3DMG avec les mesures GPS (i.e. sans masque).
2. scénario avec le même gyromètre et un masque GPS.

Pour cet objectif, on utilisera les données de la campagne du site de Versailles Satory (cf. chapitre 6) où le véhicule a effectué plusieurs changements de voie (cf. Fig. 7.2). On rappelle que le véhicule était équipé des capteurs suivants :

- d'un récepteur GPS EGNOS : Trimble Ag 132, mono-fréquence, L1.
- d'un récepteur GPS bi-fréquence, L1/L2 afin de fournir une référence de trajectoire.
- d'un gyromètre de cap : KVH E-core 2100 à fibre optique. Son bruit est caractérisé par une marche aléatoire angulaire de $0.083 \text{ deg}/\sqrt{\text{h}}$.
- d'une centrale inertielle MEMS Microstrain 3DMG (dont seul le gyro vertical sera considéré). Son bruit est caractérisé par une marche aléatoire angulaire de $3.5 \text{ deg}/\sqrt{\text{h}}$.
- d'un odomètre de résolution 1 pulse par 19.54 cm placé sur la boîte de vitesse.

3.1 Scénario avec un capteur MEMS et sans masque GPS

Dans ce scénario, nous testons le nouveau filtre particulaire avec le capteur MEMS dont on sait qu'il peut présenter des déviations importantes. La figure Fig. 7.3 montre l'erreur de vitesse angulaire pour l'IMU considérée calculée par rapport à la mesure FOG sur le même test. Nous voyons que le gyromètre MEMS de l'IMU a une petite erreur aléatoire depuis le début jusqu'à l'instant 80 s, une erreur sensiblement plus grande dans l'intervalle [80 s, 116 s] et une grande erreur entre [165 s, 200 s].

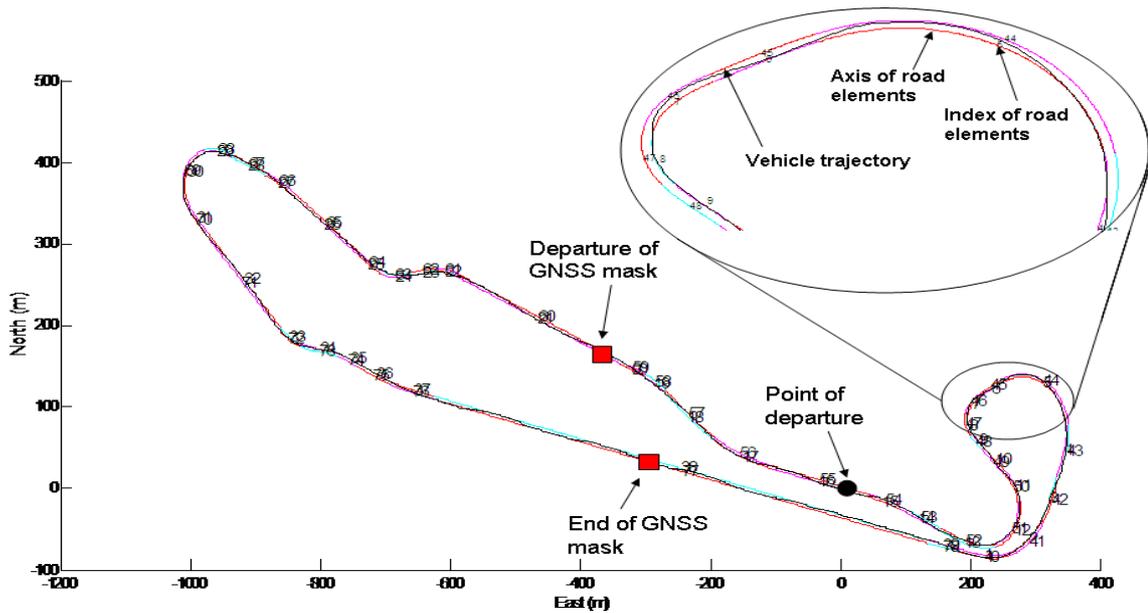


FIGURE 7.2 – La carte précise (Emap) du site de test de Satory (les clothoïdes sont en couleur avec leur identifiant), la trajectoire de référence (en noir) et l’emplacement du masque GPS pour le troisième scénario

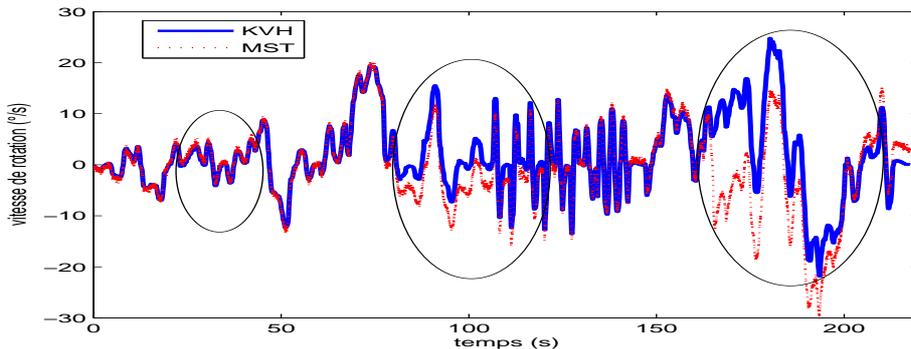


FIGURE 7.3 – Mesures de la vitesse de rotation par le gyromètre KVH (haut de gamme) et le gyromètre MEMS Microstrain (bas de gamme)

Pour l’EKF, si l’on caractérise le bruit de mesure du gyromètre par une marche aléatoire de $3.5 \text{ deg}/\sqrt{h}$, l’état prédit n’est pas correct quand l’erreur de mesure gyrométrique devient grand.

Au contraire, avec le nouveau filtre particulière, les informations de la carte permettent la détection des erreurs de mesure du gyroscope (cf. Fig. 7.4).

Pour l’erreur du gyromètre entre $[165 \text{ s}, 200 \text{ s}]$, ce filtre détecte immédiatement une déviation des mesures à l’instant 165 s . En effet, à cet instant on observe un pic du nombre de particules prédites qui dépassent les intervalles de confiances définies par la carte (cf. Fig. 7.5) et, grâce au modèle cinématique contraint, le filtre réduit l’impact de cette erreur. Sur la figure 7.5, le nombre de particules prédites, rejetées par les intervalles de confiances, représente le taux de participation du modèle cinématique contraint dans la localisation du véhicule sur la carte.

En cas d’une déviation moins importante telle celle entre $[80 \text{ s}, 116 \text{ s}]$, les infor-

3. RÉSULTATS EXPÉRIMENTAUX

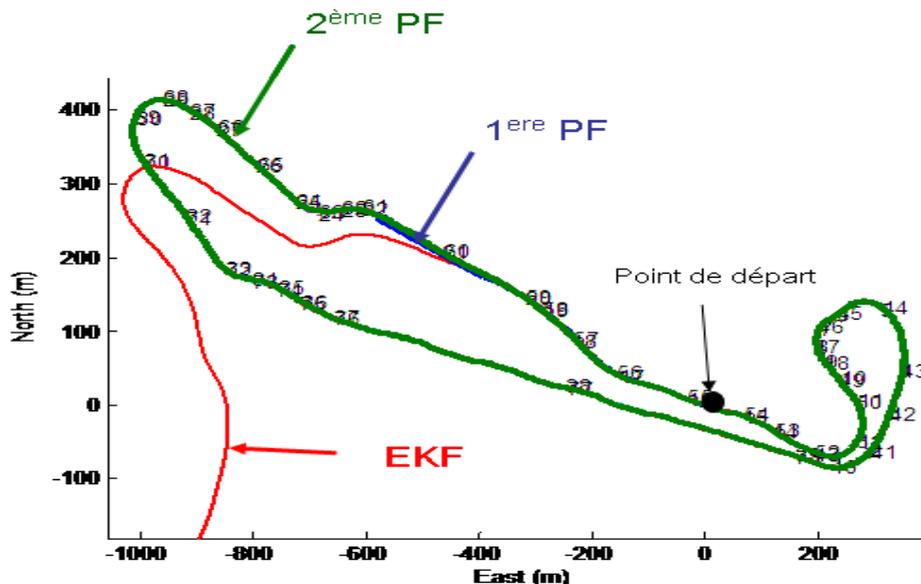


FIGURE 7.4 – Estimation de la trajectoire du véhicule avec le gyro MEMS Micros-train par l’EKF, le 1^{er} PF (sans les robustifications) et le 2^{ème} PF

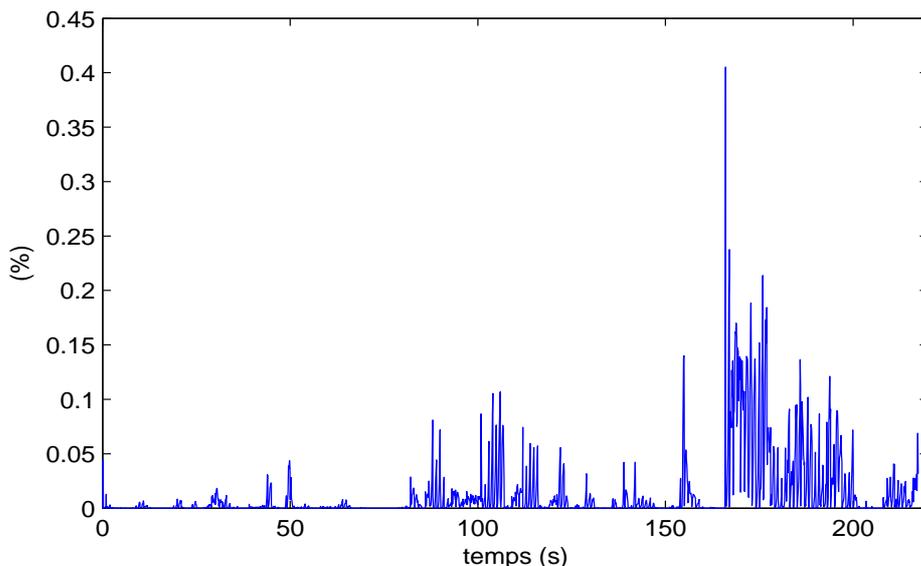


FIGURE 7.5 – Pourcentage de particules rejetées par les contraintes spatiale et directionnelle de la route

mations routières ne détectent pas immédiatement l’erreur parce que celui-ci n’affecte pas suffisamment les particules et il ne devient détectable du point de vue des informations routières qu’à l’instant 90 s où nous observons un pic du nombre de particules rejetées (cf. figure 7.5). Notons que l’erreur gyrométrique pourrait localement faire croire à un changement de voie. Dans ce cas où les informations routières ne sont pas capables de détecter assez vite un erreur du gyromètre, le test de consistance entre l’état prédit et la solution GPS (comme proposé en section 2) rend possible le rejet de cet état et l’utilisation de la solution GPS pour ré-initialiser le

	R_{assign}	$e_\ell \pm \sigma_\ell$	$e_d \pm \sigma_d$
nouveau PF	83.94%	-0.04 m \pm 0.50	0.09 m \pm 0.89

TABLE 7.1 – résultats du nouveau filtre particulaire avec le gyromètre MEMS et sans masque GPS

filtre. En effet, on observe juste après l’instant 80 s que le paramètre statistique T_d dépasse le seuil μ_d et pas le paramètre T_ℓ , ce qui signifie (selon notre analyse) que l’état prédit n’est pas valide (cf. Fig. 7.6).

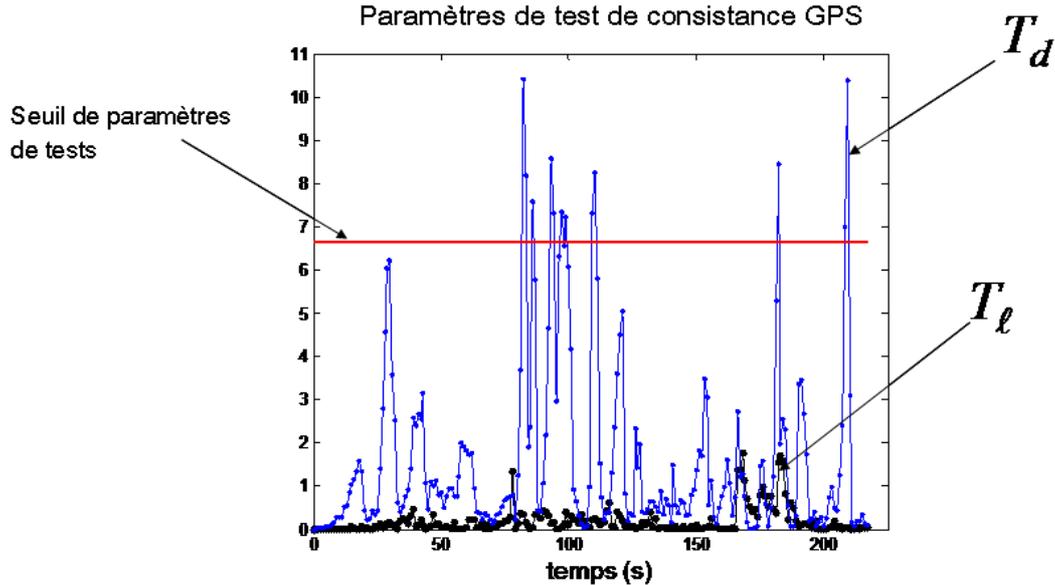


FIGURE 7.6 – Paramètres de test de consistance GPS

L’erreur du gyromètre la plus petite, au début de l’essai entre $[0\text{ s}, 80\text{ s}]$ produit une erreur négligeable sur le nuage de particules, qui reste indétectable par les informations routières. Comme nous avons à nouveau une erreur essentiellement transversale, l’utilisation des paramètres statistiques T_d and T_ℓ séparément permet au filtre de rejeter l’état prédit et de ré-initialiser le cas échéant (cf. Fig. 7.6).

Pour évaluer la performance du filtre, nous calculons :

- R_{assign} : le taux de bonne détection de la voie sur laquelle le véhicule évolue.
- (e_ℓ, e_d) : l’erreur moyenne (en abscisse curviligne et en distance latérale) entre la trajectoire estimée et la trajectoire de référence.
- σ_ℓ, σ_d : l’écart-type de l’erreur sur toute la séquence.

Le tableau 7.1 montre les résultats du filtre. Nous constatons que le nouveau filtre particulaire donne des résultats satisfaisants alors que l’EKF conventionnel ne fonctionne pas.

3.2 Scénario avec un capteur MEMS et un masque GPS

Pour ce scénario, un masque GPS est introduit entre 29 s and 119 s (cf. figure 7.2). L’objectif est ici de tester le filtre que nous proposons quand une erreur du gyromètre (toujours de technologie MEMS) n’est pas assez grande pour être détectée

4. CONCLUSIONS

	R_{assign}	$e_\ell \pm \sigma_\ell$	$e_d \pm \sigma_d$
nouveau PF	66.14%	0.48 m \pm 2.05	-0.16 m \pm 1.31

TABLE 7.2 – résultats du nouveau filtre particulaire avec le gyromètre MEMS et avec un masque GPS

	R_{assign}	$e_\ell \pm \sigma_\ell$	$e_d \pm \sigma_d$
nouveau PF	51.77%	1.15 m \pm 3.11	-0.58 m \pm 1.51

TABLE 7.3 – résultats du nouveau filtre particulaire avec le gyromètre MEMS et avec un masque GPS, sur la fenêtre temporelle du masque seulement

immédiatement et qu'en plus il n'y a pas localement de solution GPS disponible (présence d'un masque). Dans ce cas, juste après le début du masque GPS, on observe un pic du nombre de particules rejetées par les contraintes routières (cf. figure 7.7). En plus, pendant le masque GPS, le nombre de particules rejetées reste quasiment constant (autour de 10% de N) et le modèle cinématique contraint réduit l'effet de l'erreur du gyromètre sur l'état estimé.

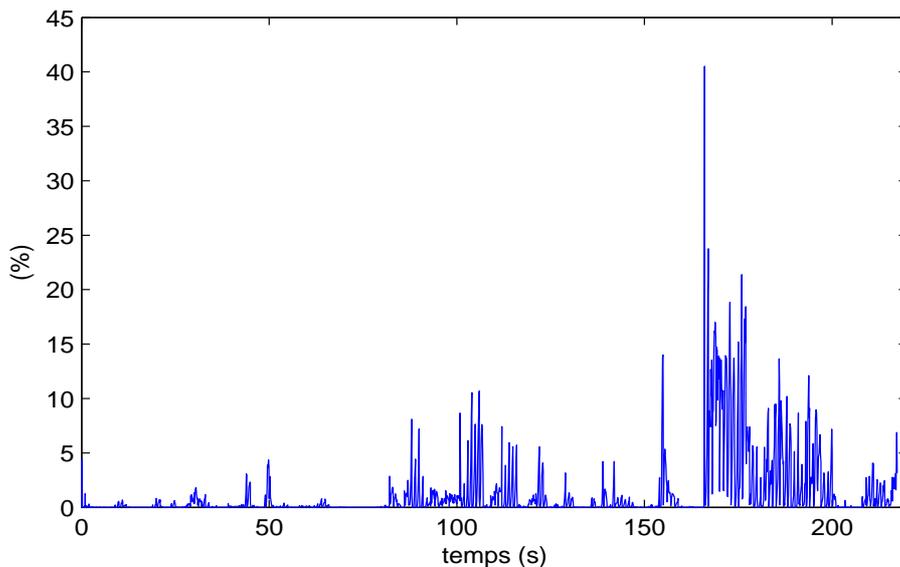


FIGURE 7.7 – Pourcentage de particules rejetées par les contraintes spatiale et directionnelle de la route pour le scénario avec un capteur MEMS et un masque GPS

Le tableau 7.2 montre les résultats du filtre pour ce scénario dans son intégralité, alors que le tableau 7.3 se focalise sur la fenêtre temporelle du masque seulement. Les résultats peuvent être plus ou moins satisfaisants, ceci dépendant si la voie sélectionnée est correcte en entrée du masque GPS.

4 Conclusions

La principale contribution de ce dernier chapitre de la thèse se focalise sur la capacité du nouveau filtre proposé de continuer à fonctionner correctement en dépit d'erreurs conséquentes du gyromètre, typiques des modèles bas-coût du secteur

automobile. A cette fin, la largeur et la direction de la route ont été utilisées conjointement pour contraindre la dispersion des particules, tout particulièrement là où le gyromètre a présenté une erreur significative.

De plus, quand une position GPS s'est avérée en décalage avec la trajectoire prédite seulement dans la direction transversale, c'est-à-dire sans décalage longitudinal, on a fait l'hypothèse que cela traduisait une erreur du gyromètre.

Dans un tel cas, on ré-initialise le filtre sur la position GPS, avec la direction de la route pour cap du véhicule. Bien sûr, cette hypothèse faite à propos de la signification d'une erreur essentiellement transversale d'un point GPS correspond à un choix a priori, considérant qu'on sait qu'on utilise un modèle de gyromètre bas-coût de forte instabilité de biais. Ceci doit être rediscuté pour toute autre instrumentation, car en contrepartie, c'est un choix qui empêche de détecter tout multi-trajet qui impacterait lui-aussi dans la même direction. Ces tests ont montré une amélioration significative comparée à la première version de notre filtre particulière à contrainte latérale seule, ce qui confirme tout l'intérêt d'utiliser la direction de la route pour robustifier l'estimation de cap et, du même coup, le positionnement du véhicule.

4. CONCLUSIONS

Conclusion générale

Conclusion

Le travail réalisé lors de cette thèse est une contribution pour la conception de systèmes de localisation de véhicule sur une carte routière précise. L'idée générale est d'introduire les informations d'une carte précise dans la formulation du problème de l'estimation de la position du véhicule. Le système proposé repose sur une méthode originale consistant à utiliser un modèle de Markov dont le vecteur d'état contient directement l'indice de l'élément géométrique ainsi que la position du véhicule sur cet élément (i.e. coordonnées de Frenet). Cette modélisation a l'avantage de fusionner le positionnement et le map-matching en un seul processus. De plus, elle facilite l'introduction des informations routières dans l'estimation de la position.

Dans ce mémoire, on a utilisé une carte précise où chaque voie de la route est modélisée par une succession de clothoïdes. Ensuite, on a introduit des attributs de positionnement entre les éléments ce qui a permis de compléter du point de vue géométrique le graphe décrivant les liens topologiques des éléments de la route. Notre objectif était alors d'utiliser ce graphe de la route pour faire évoluer le véhicule de façon relative et améliorer ainsi la localisation. Cette modélisation de la route a l'avantage de réduire la taille de la base de données et d'améliorer la description de la forme géométrique des voies de circulation.

Dans le chapitre 6, on a proposé d'utiliser un filtre particulière de type Bootstrap qui a permis de fusionner les données provenant des capteurs GPS, odomètre et gyromètre sous contraintes cartographiques. Le principe est d'éliminer les particules qui sortent de l'espace roulant défini par la largeur de la route. Le système proposé a montré des performances intéressantes dans des conditions dégradées où par exemple le GPS fournit des observations biaisées ou même en cas de perte totale de ces observations. Dans ces cas, l'évolution du véhicule suit le graphe de la route en utilisant alors principalement les capteurs proprioceptifs. De plus, l'avantage du filtre particulière par rapport à un filtre de Kalman Étendu est qu'il autorise un suivi multi-hypothèses pour la sélection des voies. En revanche, ce système reste très sensible à une erreur sur les mesures gyrométriques.

Pour résoudre ce problème, on a proposé dans le dernier chapitre d'utiliser les informations de la route (largeur et orientation) non plus comme des contraintes pour éliminer les particules mais comme un critère pour détecter une erreur sur les mesures gyrométriques. Dans le cas où on estime qu'il y a une erreur sur les mesures du gyromètre, on utilise un deuxième modèle où on suppose que le véhicule suit l'axe de la route. D'autre part, un test sur la consistance de l'observation GPS et de la position prédite a été élaboré afin d'éviter le problème de rejet des observations GPS correctes lié à une fausse prédiction due aux erreurs sur le gyromètre. L'idée

est que lorsqu'on a une observation GPS présentant un décalage seulement dans la direction transversale par rapport à la position prédite, on rejette cette dernière (on fait l'hypothèse qu'il y a alors une erreur sur le gyromètre) et on ré-initialise le filtre avec cette observation GPS. Ce système a montré des résultats intéressants dans des scénarios où on a une erreur importante sur les mesures gyrométriques.

Perspectives

Tout d'abord, en continuation directe du travail de thèse, les performances des méthodes développées doivent être validées de façon plus approfondie, sur des jeux de données réelles plus nombreux et plus variés, présentant des configurations diverses, en particulier avec des rampes d'accès et de sortie et utilisant des gammes de capteurs et d'environnements satellitaires les plus étendues possibles. Ensuite, il conviendra de s'attacher à la validation comparative des performances opérationnelles de ces méthodes, en mesurant les performances temps-réel des versions préindustrielles, codée en langage C++, à la fois sous l'angle des performances en termes d'exactitude, mais également sous l'angle de la rapidité, c'est-à-dire de compatibilité avec la contrainte de temps réel.

Une autre perspective de cette thèse consiste à mener une étude pour industrialiser la production des cartes précises. Nos Emaps ont été produites en laboratoire (Berlin, Satory...) pour des projets de recherche. Dernièrement pour CVIS, des images aériennes disponibles sur internet ont été utilisées par l'équipe de recherche en géolocalisation du LCPC (à la place du mobile mapping) pour constituer les cartes précises des zones de démonstration finale du projet CVIS à Stockholm (ITSWorld) et à Amsterdam (Intertraffic). L'IGN diffuse en France des données cartographiques compatibles en précision avec nos Emaps (BATI3D)..., mais le lien entre ces nouvelles données cartographiques et les bases navigables et implémentables pour les ITS reste à faire surtout du point de vue industriel, afin qu'une couverture largement plus grande que nos seules zones expérimentales soit finalement accessible.

Enfin, plusieurs idées sont citées à l'issue de ce travail de recherche pour lui donner des développements futurs possibles :

- l'utilisation d'une carte standard à défaut de cartes précises et étudier l'impact en termes de résultats
- la prise en compte des mesures de pseudo-distances entre le véhicule et les satellites observés (mesures brutes fournies par le GPS) à la place des coordonnées cartésiennes fournies par la solution de navigation GPS,
- l'introduction des mesures sur la distance latérale par rapport à l'axe de la route, ces mesures peuvent être obtenues par une camera,
- l'amélioration du filtrage particulière en termes de variance de l'estimation, par exemple par des méthodes d'adaptation aux données GPS lors des tirages des particules,
- la prise en compte des instationnarités des erreurs en particulier du GPS mais aussi des autres capteurs et de la carte (notamment pour des cartes standards) dans une approche multimodèle, où on détecte les ruptures permettant de privilégier un modèle au dépens des autres.

Bibliographie

- [BK96] D. BERSTEIN et A. L. KORNHAUSER :
An introduction to map matching for personal navigation assistants.
New Jersey, TIDE Center, 1996.
- [BM10] D. BÉTAILLE et R. Toledo MOREO :
Creating enhanced maps for lane level vehicle navigation.
IEEE Journal of Transaction On intelligent Transport Systems, 11:786
– 798, 2010.
- [Bon05] Ph. BONNIFAIT :
*Contribution à la localisation dynamique d'automobiles : application à
l'aide à la conduite.*
Thèse de doctorat, Université de Technologie de Compiègne, 2005.
HDR.
- [Bro08] Ch. BROWN :
Safespot local dynamic maps - context-dependent view generation of a
platform's state and environment.
In the 15th ITS World Congress, November 2008.
- [Bét08] D. BÉTAILLE :
Gyrolis : Post-processing of vehicle localization software via gps-
gyrometer-odometer coupling.
Bulletin des Laboratoires des Ponts et Chaussées, 2008.
- [Car10] E. Le CARPENTIER :
Traitement statistique du signal, Estimation, Simulation stochastique.
École centrale de Nantes, 2010.
- [CDD07] F. CARON, M. DAVY et E. DUFLOS :
Particle filtering for multisensor data fusion with switching observation
models. application to land vehicle.
In IEEE transactions on Signal Processing, volume 55, pages 2703–2719,
2007.
- [CDDV05] F. CARON, M. DAVY, E. DUFLOS et Ph. VANHEEGHE :
Fusion de capteurs potentiellement défaillants par filtrage particulière.
In 20° Colloque sur le traitement du signal et des images, pages 361–364,
2005.

BIBLIOGRAPHIE

- [CG03] Y. CUI et S. GE :
Autonomous vehicle positioning with gps in urban canyon environments.
In IEEE trans. on Rob. and Aut., pages 15–25, 2003.
- [DBP⁺06] F. DUQUENNE, S. BOTTON, F. PEYRET, D. BÉTAILLE et P. WILLIS :
GPS, localisation et navigation par satellites, 2ème édition revue et augmentée.
Hermes, 2006.
- [DFGS01] A. DOUCET, N. De FREITAS, N. GORDON et A. SMITH :
Sequential Monte Carlo Methods in Practice.
Springer-Verlag, New York, WA, 2001.
- [DGA00] A. DOUCET, S. GODSILL et Ch. ANDRIEU :
On sequential monte carlo sampling methods for bayesian filtering.
STATISTICS AND COMPUTING, 10:197–208, 2000.
- [DJ09] A. DOUCET et A. M. JOHANSEN :
A tutorial on particle filtering and smoothing : fifteen years later.
In Handbook of Nonlinear Filtering (eds). University Press, 2009.
- [DP04] S. DURAND et F. PEYRET :
Localisation précise en temps réel par mesures de phases des signaux GNSS.
Sciences pour le génie civil SI10. LCPC, 2004.
- [Du04] J. DU :
Enhanced digital mapping project - final report.
Rapport technique, United States Department of Transportation, 2004.
- [FB98] J. A. FARRELL et M. BARTH :
The Global Positioning System & Inertial Navigation.
McGraw-Hill, 1998.
- [FHAG02] U. FORSELL, P. HALL, S. AHLQVIST et F. GUSTAFSSON :
A novel map-aided positioning system.
In FISITA, 2002.
- [Fou10] C. FOUQUE :
Apport des cartes routières navigables pour le positionnement par satellites des véhicules terrestres.
Thèse de doctorat, Université de Technologie Compiègne, Juillet 2010.
- [Gir05] A. GIREMUS :
Apport des méthodes de filtrage particulière pour la navigation GPS.
Thèse de doctorat, Ecole Nationale Supérieure de l’Aéronautique et de l’Espace (SupAéro), décembre 2005.
- [GLM04] D. GRUYER, A. LAMBERT et B. MOURLLION :
Etat de l’art des stratégies de fusion de données pour la localisation.
Rapport technique, LIVIC (unité mixte INRET/LCPC), 2004.

- [Gre02] J. S. GREENFELD :
Matching gps observation to locations on a digital map.
In the 81st Annual Meeting of the Transportation Research Board, 2002.
- [GT05] A. GIREMUS et J. Y. TOURNERET :
Joint detection/estimation of multipath effects for the global positioning system.
ICASSP, 4:17–20, 2005.
- [Hal97] E. HALBWACHS :
Estimation à erreur bornée pour la génération d'hypothèses multiples de localisation d'un véhicule.
Thèse de doctorat, Université de Technologie Compiègne, 1997.
- [Hou04] H. HOU :
Modeling inertial sensors errors using allan variance.
Thèse de doctorat, Université de Calgary, Septembre 2004.
- [HR03] E. L. HASELTINE et J. B. RAWLINGS :
A critical evaluation of extended kalman filtering and moving horizon estimation.
Rapport technique, Texas-Wisconsin Modeling and Control Consortium (TWMCC), 2002-2003.
- [HWLC10] B. HOFMANN-WELLENHOF, H. LICHTENEGGER et J. COLLINS :
GPS, Theory and Practice, Fourth, revised edition.
Springer, 2010.
- [JBP08] C. JOLY, D. BÉTAILLE et F. PEYRET :
Etude comparative des techniques de filtrage non-linéaire appliquées à la localisation 2d d'un véhicule en temps réel.
Revue Traitement du Signal, 25:201–220, 2008.
- [Jul99] S.J. JULIER :
The scaled unscented transformation.
Rapport technique, Université d'Oxford, 1999.
- [KH01] S. KIM et J.H. HIM :
Adaptive fuzzy-network-based c-measure map-matching algorithm for car navigation system.
In IEEE Transactions on Industrial Electronics, pages 432–441, 2001.
- [Kie99] M. KIEFFER :
Estimation ensembliste par analyse par intervalles : Application à la localisation de véhicules.
Thèse de doctorat, Université de Paris Sud, 1999.
- [KLK⁺96] J.S. KIM, J.H. LEE, T.H. KANG, W.Y. LEE et Y.G. KIM :
Node based map matching algorithm for car navigation system.
In the 29th ISATA Symposium, pages 121–126, 1996.

BIBLIOGRAPHIE

- [Lan06] J. LANEURIT :
Perception multisensorielle pour la localisation de robot mobile en environnement extérieur, application aux véhicules routiers.
Thèse de doctorat, Université Blaise Pascal - Clermont II, 2006.
- [Leg03] F. LEGLAND :
Filtrage particulaire.
In Grets, 2003.
- [LTH09] K. LI, H.S. TAN et J. K. HEDRICK :
Map-aided gps/ins localization using a low-order constrained unscented kalman filter.
In the 48th IEEE Conference on Decision and Control jointly with the 28th Chinese Control Conference, pages 4607 – 4612, Avril 2009.
- [LWG07] K. W. LEE, S. WIJESOMA et J. Ibanez GUZMAN :
Safespot local dynamic maps - context-dependent view generation of a platform's state and environment.
In Robotics and Autonomous Systems, pages 527–540, 2007.
- [Mar10] O. Le MARCHAND :
Estimation robuste de la position d'un véhicule dans un environnement complexe et mesure de l'intégrité de l'information.
Thèse de doctorat, Université de Technologie Compiègne, juin 2010.
- [MB09] R. Toledo MOREO et D. BÉTAILLE :
Fusing gnss, dead-reckoning and enhanced maps for road vehicle lane-level navigation.
IEEE Journal of Selected Topics in Signal Processing, 3:798–809, 2009.
- [MQea07] A. M. Quddus et AL :
Current map-matching algorithms for transport applications : State-of-the art and future research directions.
Transportation research. Part C, Emerging technologies, 15:312–328, 2007.
- [Naj05] M. E. EL NAJJAR :
A road map matching method for precise vehicle localization using belief theory and kalman filtering.
Auton. Robots, 19:173–191, 2005.
- [Ous98] M. OUSSALAH :
Fusion de données par la théorie des possibilités, Application à la localisation d'un robot mobile.
Thèse de doctorat, Université d'Evry Val d'Essonne, 1998.
- [Péa04] S. PÉAN :
Le déploiement des ITS en France : réalisation et stratégies.
Thèse de doctorat, Ecole Nationale des Ponts et Chaussées, Décembre 2004.

- [Par04] M. PARK :
Error analysis and stochastic modelling of MEMS based inertial sensors for land vehicle navigation applications.
 Thèse de doctorat, Université de Calgary, Avril 2004.
- [PBI96] F. PETIT, D. BAUDOIS et J.P. ISRAËL :
 Evaluation de la composante blanche de signaux accélérométriques et gyrométriques par la méthode de la variance d'Allan.
Traitement du signal, 13:71–84, 1996.
- [PS99] M.K. PITT et N. SHEPARD :
 Filtering via simulation : Auxiliary particle filters.
Journal of the American Statistical Association, 94:590–599, 1999.
- [QOZN03] M. A. QUDDUS, W. Y. OCHIENG, L. ZHAO et R. B. NOLAND :
 A general map matching algorithm for transport telematics applications.
GPS Solutions Journal, 7:157–167, 2003.
- [Rog03] R. ROGERS :
Applied Mathematics in Integrated Navigation Systems.
 AIAA Education Series, 2003.
- [Roy02] C. ROYÈRE :
Contribution à la résolution du conflit dans la théorie de l'évidence. Applications à la perception et la localisation des véhicules intelligents.
 Thèse de doctorat, Université de Technologie de Compiègne, 2002.
- [SCJ⁺10] M. SPANGENBERG, V. CALMETTES, O. JULIEN, J.-Y. TOURNERET et G. DUCHATEAU :
 Detection of variance changes and mean value jumps in measurement noise for multipath mitigation in urban navigation.
Journal of the Institute of Navigation, 57:35–52, 2010.
- [Sco94] C.A. SCOTT :
Improved Positioning of Motor Vehicles Through Secondary Information Sources.
 Thèse de doctorat, University of Technology, Sydney, 1994.
- [SKL05] E. SEIGNEZ, M. KIEFFER et A. LAMBERT :
 Experimental vehicle localization by bounded-error state estimation using interval analysis.
In International Conference on Robotic and Automation, pages 1277–1282, 2005.
- [Spa09] M. SPANGENBERG :
Safe navigation for vehicles.
 Thèse de doctorat, Institut National Polytechnique de Toulouse, 2009.
- [Sto03] W. STOCKWELL :
 Angle random walk.
 Rapport technique, Crossbow Technology, Inc., 2003.

BIBLIOGRAPHIE

- [Sve02] N. SVENZEN :
Real time implementation of map aided positioning using a bayesian approach.
Mémoire de D.E.A., University of Linköping, Linköping, Sweden, 2002.
- [Sye04] S. SYED :
Gps-based map matching in the pseudorange measurement domain.
In ION GNSS, pages 1286–1291, 2004.
- [Sye05] S. SYED :
Development of Map Aided GPS algorithms for vehicle navigation in urban canyons.
Thèse de doctorat, Université de Calgary, Alberta, Juin 2005.
- [TBS⁺01] G. TAYLOR, G. BLEWITT, D. STEUP, S. CORBETT et A. CAR :
Road reduction filtering for gps-gis navigation.
In Transaction in GIS, volume 5, pages 193–207, 2001.
- [UDL07] S. UNGARALA, E. DOLENCE et K. LI :
Constrained extended kalman filter for nonlinear state estimation.
In 8th International IFAC Symposium on Dynamics and Control Process Systems, volume 2, pages 63–68, 2007.
- [WBK03] C. WHITE, D. BERNSTEIN et A. KORNHAUSER :
Some map-matching algorithms for personal navigation assistants.
Transportation Research, Part C, 8:91–108, 2003.
- [WD08] K. WEVERS et S. DREHERS. :
Digital maps for lane level positioning.
In the 15th ITS World Congress, November 2008.

Liste des publications

Communications à des revues avec comité de lecture :

- A. Selloum, D. Bétaille, E. le Carpentier and F. Peyret, 2D Vehicle Localisation using an Enhanced Map, Workshop GDR Robotique, CDROM aux éditions INRETS : Localisation Précise pour les Transports Terrestres, Paris, juin 2009.

Communications à des congrès internationaux avec acte :

- A. Selloum, D. Bétaille, E. le Carpentier and F. Peyret, Lane-Level Positioning using Particle Filtering, IEEE ITS Conference, Saint-Louis, october 2009.
- A. Selloum, D. Bétaille, E. le Carpentier and F. Peyret, Robustification of a map aided location process using road direction, IEEE ITS Conference, Madeira, october 2010.

Communications à des congrès nationaux avec acte :

- A. Selloum, E. le Carpentier, D. Bétaille et F. Peyret, Localisation 2D d'un mobile sur une carte numérique précise, Congrès du GRETSI, Dijon, septembre 2009.