

ÉCOLE DOCTORALE

MECANIQUE, THERMIQUE ET GENIE CIVIL

*Année 2006.*

N° B.U. :

Thèse de DOCTORAT

*Diplôme délivré conjointement par  
L'École Centrale de Nantes et l'Université de Nantes*

Spécialité : GENIE CIVIL

Présentée et soutenue publiquement par :

MOHAMMAD SHARIFIPOUR

le 13 décembre 2006  
à l'École Centrale de Nantes

TITRE

CARACTERISATION DES SOLS PAR PROPAGATION D'ONDES  
ANALYSE CRITIQUE DE LA TECHNIQUE DES BENDER EXTENDER ELEMENTS

JURY

Président :	M. Pierre FORAY	Professeur	Institut National Polytechnique de Grenoble
Rapporteurs :	M. Christophe COSTE M. Hervé DI BENEDETTO	Maître de conférences Professeur	Institut des Nano Sciences de Paris Ecole Nationale des Travaux Publics de l'Etat, Lyon
Examineurs :	M. Juan MARTINEZ M. Philippe COTE M. Pierre-Yves HICHER M. Christophe DANO	Professeur Directeur de Recherche Professeur Maître de conférences	Institut National des Sciences Appliquées, Rennes Laboratoire Central des Ponts et Chaussées, Nantes Ecole Centrale de Nantes Ecole Centrale de Nantes

---

Directeur de thèse : M. Pierre-Yves HICHER  
Laboratoire : Institut de Recherche en Génie Civil et Mécanique  
Co-encadrant : M. Christophe DANO  
Laboratoire : Institut de Recherche en Génie Civil et Mécanique

N° ED 0367xxx

## REMERCIEMENTS

Je souhaite ici remercier chaleureusement M. Pierre FORAY qui m'a fait l'honneur de présider le jury, MM. Hervé DI BENEDETTO et Christophe COSTE qui ont accepté d'être les rapporteurs de ce travail de thèse. Qu'ils trouvent en ses quelques lignes ma profonde gratitude pour les commentaires constructifs, les critiques objectives et les discussions scientifiques que nous avons pu avoir.

Je tiens également à remercier MM. Philippe COTE et Juan MARTINEZ pour avoir examiné ce travail de thèse.

Naturellement, j'exprime ma reconnaissance aux personnes qui m'ont encadré lors de cette thèse. Tout d'abord, Pierre-Yves HICHER, mon directeur de thèse, qui m'a fait profiter de sa grande expérience scientifique aux moments importants de cette recherche. Je remercie également Christophe DANO, qui a co-encadré ce travail, pour la confiance qu'il m'a accordée, pour sa participation aux études expérimentales, pour sa patience et sa compréhension pendant nos différentes discussions.

Tout au long de mes expérimentations, j'ai pu compter sur l'aide technique de Jean-Yves LE TOUZO, de Marc SCHABA et de Jean-Pierre REGOIN, sans qui mes essais n'auraient pu être réalisés.

Je remercie, en outre, le Laboratoire Central des Ponts et Chaussées et en particulier, Jean Noël ROUX et Luc THOREL pour leurs collaborations. Une pensée particulière pour Julien ANFOSSO dont l'aide désintéressée m'a été d'une utilité précieuse.

Je salue l'ensemble de mes collègues qui ont contribué à maintenir une ambiance conviviale au sein du laboratoire et plus particulièrement : Marta, Abbas, Abdelghafour, Ahmed, Emmanuel, Sébastien et Zhenyu.

Enfin, je profite de cette page de remerciements pour exprimer toute ma gratitude à ma chère famille ainsi que le fort attachement qui me lie à tous mes amis.

En particulier, je pense à mon épouse Leyla, mon fils Mesbah et ma petite fille Bita ainsi qu'à mes parents, qui m'ont toujours soutenu au cours de cette thèse.

D'autres personnes ont contribué à l'aboutissement de ce travail et je les en remercie.

## TABLES DES MATIERES

<b>REMERCIEMENTS</b>	<b>2</b>
<b>NOTATIONS</b>	<b>6</b>
<b>INTRODUCTION GENERALE</b>	<b>10</b>
<b>CHAPITRE 1 - APPROCHE CONVENTIONNELLE DE LA TECHNIQUE « BENDER ELEMENTS »</b>	<b>12</b>
1.1 - La raison d'être des « bender elements »	12
1.2 - Description du dispositif expérimental	15
1.2.1 - Le dispositif conventionnel	15
1.2.2 - Reconstitution des échantillons	15
1.2.3 - Les « bender-extend elements »	16
1.3 - Différents types d'ondes	21
1.4 - Interprétation conventionnelle	22
1.4.1 - Théorie du milieu continu effectif semi-infini	22
1.4.2 - Théorie du milieu continu effectif de dimensions finies	25
1.4.3 - Effet de la géométrie des échantillons	26
1.4.4 - Faisceau acoustique d'un transducteur plan	26
1.4.5 - Notions de champ proche (near-field) et de champ lointain (far-field)	27
1.5 - Détermination pratique des vitesses de propagation des ondes	29
1.5.1 - Distance de propagation	29
1.5.2 - Temps de propagation	30
1.6 - Résultats du test international	34
1.6.1 - Objectifs du test international	34
1.6.2 - Le contrat	36
1.6.3 - Nos résultats	37
1.6.4 - Conclusions du test international	39
1.7 – Conclusions	40
<b>CHAPITRE 2 - METHODES D'INTERPRETATION ALTERNATIVES</b>	<b>42</b>
2.1 – Introduction	42
2.2 - La corrélation croisée (cross-correlation)	43
2.3 – Terminologie	50
2.4 - Outils mathématiques	51
2.4.1 - Transformée de Fourier	51
2.4.2 – Convolution	52
2.4.3 – Corrélacion	53
2.4.4 - Vitesse de phase	53
2.4.5 - Théorème de Parseval	54

2.5 - Autre méthodes	54
2.6 - Problèmes d'interfaces	55
2.6.1 - Transmission et réflexion	55
2.6.2 - Conversion d'onde	55
2.6.3 - Impédance acoustique, coefficients de réflexion et de transmission	56
2.7 – Atténuation	57
2.8 - Application des méthodes alternatives	58
2.8.1 - La question de la linéarité du système	58
2.8.2 - La question de la répétabilité des signaux reçus	60
2.9 - Parties cohérente et incohérente des signaux	62
2.10 – Méthodologie	68
2.10.1 - Translation verticale des signaux	68
2.10.2 - Elimination des basses fréquences	68
2.10.3 - Mise en œuvre de la méthode fréquentielle	70
2.11 – Conclusions	74
<b>CHAPITRE 3 - CARACTERISATION DU SYSTEME SOL – CAPTEURS</b>	<b>76</b>
3.1 – Introduction	76
3.2 - Analyse des spectres d'amplitude	76
3.2.1 - Existence de pics de résonance	76
3.2.2 - Evolution des pics de résonance	77
3.3 - Etude expérimentale de la relation fréquence de résonance – contrainte	81
3.3.1 - Essais sur billes de verre Vattac	82
3.3.2 - Essais sur billes de plomb	98
3.3.3 - Essais sur le sable d'Hostun	102
3.3.4 - Essais sur billes de verre de différents diamètres	107
3.3.5 – Synthèse	111
3.4 - Coefficients d'amortissement	112
3.5 - Interprétation de la loi d'évolution des fréquences de résonance	113
3.5.1 - Approche globale de type mécanique des milieux continus	113
3.5.2 - Approche micro-mécanique de type Hertz	121
3.5.3 - Approche locale de type mécanique des milieux continus	123
3.6 - Validation des hypothèses	126
3.6.1 - Effet de la hauteur de l'échantillon sur les spectres fréquentiels	126
3.6.2 - Effet de la couche de matériaux autour des capteurs	128
3.7 - Commentaires sur l'évolution des fréquences et l'approche locale	131
3.8 - Conséquences sur la méthode fréquentielle	134
3.9 – Conclusions	136

<b>CHAPITRE 4 - PROPAGATION DES ONDES DANS DES MILIEUX PLUS COMPLEXES</b>	<b>137</b>
4.1 – Introduction	137
4.2 - Modèle de Biot	137
4.2.1 - Description des milieux poreux	138
4.2.2 - Equation du mouvement	139
4.2.3 - Propagation des ondes dans un milieu poreux saturé	140
4.2.4 - Effet de l'air occlus dans l'eau	141
4.2.5 - Vitesse d'onde de compression dans un sol saturé	142
4.2.6 - Effet de la fréquence	145
4.3 - Essais sur sable de Toyoura sec et saturé	146
4.3.1 - Saturation à l'eau de l'échantillon	146
4.3.2 - Ondes de cisaillement	146
4.3.3 - Ondes de compression	150
4.3.4 - Comparaison avec la théorie de Biot	152
4.3.5 - Evolution du coefficient d'amortissement	153
4.4 - Caractérisation des sols intermédiaires	154
4.4.1 - Programme expérimental	154
4.4.2 - Préparation des échantillons	154
4.4.3 - Résultats de l'essai au Grindo Sonic	156
4.4.4 - Essais de compression isotrope avec propagation d'ondes	157
4.4.5 - Résultats expérimentaux	157
4.4.6 - Evolution du module de cisaillement et du module d'Young	163
4.4.7 - Evolution des fréquences de résonance	164
4.4.8 - Effet du degré de saturation	166
4.4.9 – Commentaires	168
4.4.10 - Essais de compression axiale	168
4.5 – Conclusions	173
<b>CONCLUSIONS, RECOMMANDATIONS ET PERSPECTIVES</b>	<b>174</b>
<b>REFERENCES BIBLIOGRAPHIQUES</b>	<b>177</b>
<b>LISTE DES FIGURES</b>	<b>184</b>
<b>ANNEXE : RESULTATS DU TEST INTERNATIONAL</b>	<b>188</b>

## NOTATIONS

### Chapitre 1 :

$A$	amplitude d'un signal
$D$	dimension maximum du transducteur
$\Delta V$	diminution de volume de l'échantillon pendant la phase de consolidation
$d$	distance de parcours de l'onde
$E$	module d'Young [Pa]
$E_{sec}$	module sécant [Pa]
$e_{max}$	erreur dans la détermination du temps de propagation des ondes
$e_0$	indice des vides initial
$\underline{\underline{\varepsilon}}$	tenseur des déformations de Green-Lagrange
$f_{ap}$	fréquence d'onde du signal d'entrée
$f_{lim}$	fréquence définie par la règle du champ proche
$f_{max}$	fréquence maximum correspondant à un module normalisé du spectre croisé des signaux émis et reçus supérieur à 10 %
$f_{min}$	fréquence minimum correspondant à un module normalisé du spectre croisé des signaux émis et reçus supérieur à 10 %
$\vec{f}_v$	forces volumiques
$\Phi$	potentiel scalaire de dilatation
$G$	module de cisaillement [Pa]
$G_{max}$	module de cisaillement en petite déformation [Pa]
$\vec{\gamma}$	champ des vecteurs accélérations
$H$	épaisseur de l'élément (en mètres)
$H_0$	hauteur initiale de l'échantillon
$\underline{\underline{I}}$	tenseur identité de composante $\delta_{ij}$ (symbole de Kronecker)
$\lambda$	longueur d'onde
$\lambda$ et $\mu$ :	coefficients de Lamé
$NF_{SR}$	rapport spectral de champ proche
$\nu$	coefficient de Poisson
$p'$	contrainte moyenne effective
$R_d$	rapport de la longueur effective parcourue sur la longueur d'onde
$\rho$	masse volumique de l'échantillon
$\sigma'_c$	contrainte moyenne effective
$\underline{\underline{\sigma}}$	tenseur des contraintes de Cauchy
$T_{ap}$	période apparente du signal d'entrée
$t$	temps
$\vec{u}$	champ des vecteurs déplacements de composante (u, v, w) suivant les vecteurs de base
$V_0$	volume initial de l'échantillon
$V_{max}$	tension appliquée à l'élément (en Volts).
$V_p$	vitesse de l'onde de compression
$V_s$	vitesse de l'onde de cisaillement
$V_{res}$	déplacement de l'extrémité de l'élément à la résonance [m]

$\vec{\psi}$	potentiel vectoriel de distorsion
$\vec{x}$	coordonnées d'un point de l'espace

## Chapitre 2 :

$A_0$	amplitude maximale
$A(f)$	spectre d'amplitude
$cc_{12}(t)$	corrélation croisée de deux signaux
$\delta$	décroissement logarithmique
FFT	transformation de Fourier
FFT <sup>-1</sup>	transformation de Fourier inverse
$\varphi$	phase
$H(f)$	transformée de Fourier
$k$	nombre d'onde $k$ [rad.s <sup>-1</sup> ]
$\lambda$	longueur d'onde [m]
$\theta(f)$	spectre de phase
$R$	coefficient de réflexion
$s_1(t)$	signal d'entrée
$s_2(t)$	signal de sortie
$T$	période, représentant la durée d'une oscillation [s]
$T$	coefficient de transmission
$T_{cc12}$	temps correspondant à la maximisation de la corrélation croisée
$T_{group}$	temps correspondant à la vitesse de groupe
$T_{phase}$	temps correspondant à la vitesse de phase
$\xi$	coefficient d'amortissement
$V_{phase}$	vitesse de phase
$V_{groupe}$	vitesse de groupe

## Chapitre 3 :

$A$	aire de la section
$a$	rayon $a$ de la surface de contact entre deux particules
$c$	vitesse des ondes
$E_s$	module d'élasticité de la plaque du sol autour de capteur
$E$	module d'Young
$E_b$	module d'élasticité du capteur de « bender elements »
$F$	force normale appliquée sur les particules
$f$	densité linéique d'efforts transverses extérieurs
$f_i$	force d'inertie
$f_{res}$	fréquence de résonance à la pression $p'$
$f_{ref}$	fréquence de résonance à la pression $p'_0$
$H_p$	hauteur de la pluviation
$h$	distance entre l'extrémité libre de l'échantillon et le centre de la masse ponctuelle
$I_b$	inertie en flexion du capteur de « bender elements »
$k_s$	ressort équivalent de la plaque du sol autour de capteur

$k$	raideur du contact
$L$	hauteur de l'échantillon
$L_b$	longueur du capteur « bender elements »
$M$	masse totale de l'échantillon
$M$	moment fléchissant
$m$	masse linéique de l'échantillon
$m$	densité linéique de moments extérieurs
$m_b$	masse linéique du capteur du capteur « bender elements »
$N$	effort axial
$p'_0$	pression de référence
$Q$	débit massique par unité d'aire
$R$	rayon équivalent des particules
$T$	effort tranchant au cisaillement
$u(s,t)$	déplacement
$V_w$	vitesse de propagation des ondes de compression (indice 'p') ou des ondes de cisaillement (indice 's').
$V_{ref}$	vitesse de l'onde sous la pression de référence
$\omega_n$	fréquence propre

#### Chapitre 4 :

$A_i$	amplitude des ondes
$B$	rapport entre la variation de pression interstitielle et la variation de pression de confinement ( $B = \Delta u / \Delta P$ )
$\beta_f$	compressibilité de fluide ( $1 / \beta_f = 2200 \text{ MPa}$ )
$C_1$	vitesse de l'onde de compression rapide
$C_2$	vitesse de l'onde de compression lente
$D$	module de compressibilité volumique de la phase solide
$D_f$	module de compressibilité volumique de la phase fluide
$\delta$	coefficient de dispersion
$E$	module d'Young
$e_0$	Indice des vides initial
$\varepsilon_v$	déformation volumique
$\varepsilon_1$	déformation axiale
$\phi_{moy}$	diamètre moyenne de l'échantillon
$g$	accélération de la pesanteur
$H_{moy}$	hauteur moyenne de l'échantillon
$k$	perméabilité du milieu poreux
$n$	porosité du milieu poreux
$\nu$	coefficient de Poisson
$p$	pression interstitielle du fluide
$\rho_f$	masse volumique du fluide
$\rho_s$	masse volumique du solide constituant la matrice
$\rho_h$	masse volumique de l'échantillon humide
$\rho_d$	densité sèche de l'échantillon
$S_r$	degré de saturation

$\sigma'$	contrainte effective
$\sigma$	contrainte totale appliquée à l'échantillon
$u$	déplacement de la phase fluide
$V_t$	volume total du milieu
$V_v$	volume des pores
$V_f$	volume de la phase liquide
$\omega$	pulsation fréquentielle ( $\omega = 2\pi f$ )

## INTRODUCTION GENERALE

La détermination des propriétés mécaniques des sols dans le domaine des très petites déformations ( $\varepsilon < 10^{-5}$  à  $10^{-6}$ ) est reconnue pour être fondamentale dans bien des applications du génie civil et plus particulièrement de la géotechnique. Lors de la construction d'un ouvrage, hormis les zones fortement sollicitées au voisinage des fondations, le sol n'est soumis qu'à des niveaux faibles d'incrémentes de contraintes et de déformations.

Ce besoin d'identifier le module de cisaillement des sols a conduit au développement d'outils d'investigation spécifiques, aussi bien sur le terrain qu'en laboratoire. Les outils de terrain basés sur la propagation des ondes (méthodes SASW, cross-hole, down-hole ...) permettent de s'affranchir partiellement des problèmes de remaniement du terrain. Cependant, l'hétérogénéité naturelle des sols se prête mal à une étude plus fondamentale de la propagation des ondes dans les sols et de la détermination des propriétés élastiques.

C'est une des raisons pour laquelle les laboratoires se sont équipés de dispositifs permettant la mesure des propriétés élastiques des sols dans le domaine des très petites déformations. Historiquement, deux approches ont été considérées :

- l'approche souvent appelée « statique » qui consiste à suivre l'évolution des déformations même faibles au moyen d'une instrumentation locale de l'échantillon. Différents systèmes, utilisant des capteurs de déplacements - de type LVDT, LDT, sans contact, à effet Hall - ont ainsi été décrits dans la littérature.
- l'approche alternative dite « dynamique » basée sur la mise en résonance des échantillons (colonne résonnante) ou sur la propagation d'ondes.

Dans cette dernière catégorie, la technique des « bender elements », née des travaux de Shirley & Hampton [1978], permet de propager des ondes de cisaillement dans un sol. Elle a connu un essor important dans le monde géotechnique, au milieu des années 1990. Cet essor n'est pas lié en soi à la technologie mais plutôt aux différents travaux expérimentaux et numériques permettant d'améliorer l'interprétation des résultats obtenus. Ainsi, à la fin des années 1990, la technique des « bender elements » avait montré son intérêt et ses nombreux avantages expérimentaux : faible encombrement, facilité de mise en œuvre, simplicité du principe ... Une méthode d'interprétation que nous appellerons par la suite « méthode temporelle » semblait dégager une certaine unanimité, même si quelques doutes persistaient : elle consiste à déterminer le temps de vol de l'onde par observation visuelle ou assistée des signaux émis et reçus. En fait d'interprétation du signal reçu, on n'utilise que la partie du signal vide de toute information, correspondant à l'immobilité du capteur avant l'arrivée de l'onde.

Au début des années 2000, trois éléments nouveaux sont apparus :

- le premier d'ordre technologique avec l'apparition de bimorphes piézoélectriques placés sur le pourtour latéral de l'échantillon qui permettent de transmettre des ondes avec une direction de propagation horizontale et une polarisation soit horizontale, soit verticale. Ainsi une caractérisation plus fine de la matrice de rigidité des sols, en particulier de l'anisotropie, a pu être mise en œuvre ;
- le second lié aux méthodes d'interprétation issues du traitement du signal : corrélation croisée et interprétation fréquentielle des signaux ;

- le troisième également d'ordre technologique avec l'apparition des « bender – extenders » [Lings & Greening, 2001]. Un seul couple d'éléments ou capteurs piézo-électriques permet d'émettre et de recevoir des ondes de cisaillement et des ondes de compression et donc d'identifier deux paramètres élastiques au lieu d'un seul. Bien que commercialisés, ils restent néanmoins peu utilisés pour le moment.

Pour preuve de ce développement et de l'intérêt croissant de la technique par la communauté géotechnique, le comité technique 29 de la Société Internationale de Mécanique des Sols et Travaux de Fondations a lancé, en 2003, un test international intitulé « *International Parallel Test on the measurement of  $G_{max}$  using bender elements* ». Ce test, dont quelques résultats seront présentés dans ce document, fût l'occasion de faire l'état de l'art sur la technique des « bender elements » et des méthodes d'interprétation. Le matériau choisi pour servir de référence fût le sable de Toyoura, sachant que l'interprétation est souvent plus difficile dans les milieux granulaires. Il devait également servir de prémices à une norme réglementant ces essais de propagation d'ondes mais, comme nous le verrons, cet objectif est loin d'être atteint.

Le travail présenté dans ce document a plusieurs objectifs :

- faire l'état de l'art sur la technique des « bender elements » et présenter quelques résultats du test international organisé par le Comité Technique 29 de la ISSMFE (chapitre 1) ;
- développer dans notre laboratoire les méthodes d'interprétation les plus récentes (cross-correlation et méthodes fréquentielles) et apporter une critique objective à ces méthodes notamment dans le cas des milieux purement pulvérulents (chapitre 2).
- essayer d'exploiter plus rationnellement les signaux électriques reçus sur les capteurs récepteurs (chapitre 3). Cette tentative est basée sur l'intuition que cette fraction du signal contient de l'information relative au milieu granulaire et que l'on peut espérer en tirer des conclusions sur la structure du matériau testé.
- enfin, tester la spécificité de nos capteurs « bender-extenders » (en termes de propagation d'ondes de compression) dans les milieux saturés ou partiellement saturés.

Nous verrons alors le besoin d'une approche multidisciplinaire alliant mécanique et physique, travail expérimental et travail numérique (traitement du signal, modélisation numérique), et multi-échelles : depuis le contact inter-granulaire jusqu'à la théorie du milieu continu effectif. Cette approche multidisciplinaire a pris forme au travers de discussions avec des spécialistes de la modélisation discrète, des physiciens et des acousticiens, au travers également de confrontations expérimentales sur des matériaux modèles (billes de verre).

## CHAPITRE 1

### APPROCHE CONVENTIONNELLE DE LA TECHNIQUE « BENDER ELEMENTS »

---

#### 1.1 - La raison d'être des « bender elements »

L'évaluation du module de cisaillement  $G_{\max}$  et du module sécant  $G$  en fonction de la déformation est fondamentale pour l'analyse des structures géotechniques sollicitées dans le domaine des petites à très petites déformations [Atkinson, 2000 ; Burland, 1989]. Il s'agit par exemple de déformations dues à des sollicitations de type dynamique (séismes, vibrations dues à des machines tournantes) ou de déformations dues à des charges statiques en des points suffisamment éloignés du point d'application de ces charges. Dans ce document, on s'intéresse principalement aux propriétés élastiques dans le domaine des très petites déformations, c'est-à-dire le domaine en deçà d'une déformation seuil de  $10^{-5}$  et dans lequel la relation contrainte – déformation est encore linéaire. A ce niveau, les propriétés élastiques et les vitesses de propagation des ondes sont reliées d'une manière simple.

La mesure des propriétés élastiques dans le domaine des petites déformations peut se faire in situ par le biais d'essais de propagation d'ondes comme par exemple :

- la méthode cross-hole, la plus proche, en termes de principe, de la technique des bender-elements (Figure 1.1) : il s'agit en effet de déterminer le temps de parcours des ondes à partir de l'étude des signaux électriques émis et reçus par les géophones implantés à une même côte dans des forages distincts. La vitesse des ondes de compression et des ondes de cisaillement peut être mesurée par cette technique dont la pertinence dépend principalement de la qualité du scellement du tubage dans le sol ;
- les méthodes down-hole (respectivement up-hole – Figure 1.1), variantes de la méthode cross-hole, où l'émetteur (resp. les géophones récepteurs) est situé à la surface du sol à ausculter et les récepteurs (resp. l'émetteur) situés dans un forage à une profondeur prédéterminée ;
- la méthode SASW (*Spectral Analysis of Surface Waves*) [Audisio et al., 1999 ; Foti, 2000] dans laquelle l'émetteur et les récepteurs sont situés à la surface du sol. Cette méthode exploite donc les ondes de surface (principalement les ondes de Rayleigh) se propageant le long de la frontière représentée par la surface libre ;
- la sismique-réflexion et la sismique-réfraction, très utilisées dans l'exploration pétrolière, dont l'objectif est plus de donner une image de la structure du sol à grande profondeur que d'identifier ses propriétés élastiques.

Ces techniques présentent l'avantage de n'induire qu'un remaniement limité du terrain, qui existe cependant dans le cas des méthodes cross-hole, down-hole et up-hole en raison de la nécessité de forer le terrain. Cependant, l'hétérogénéité naturelle des sols peut rendre l'interprétation délicate.

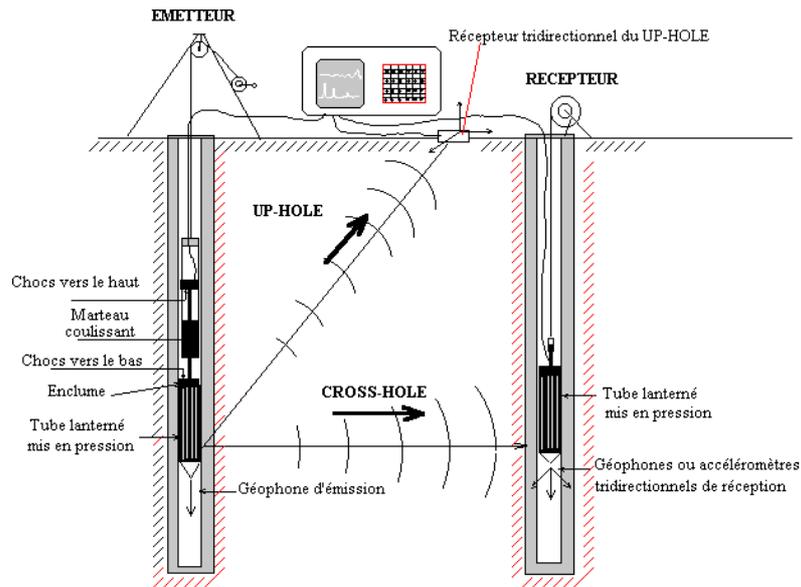


Figure 1.1. Principe de la méthode cross-hole (document Me2i).

En conservant en mémoire ce problème de remaniement associé au prélèvement du sol, en gardant à l'esprit la question de la représentativité des échantillons reconstitués en laboratoire, plusieurs techniques permettent de caractériser, en laboratoire, la rigidité des sols dans le domaine des très petites déformations :

- les techniques de mesure dites « statiques », basées sur une instrumentation locale des échantillons [Scholey et al., 1995]. Celle-ci permet de s'affranchir de la déformabilité propre des composants de la cellule triaxiale, des défauts de planéité et de parallélisme ... Les capteurs de haute précision utilisés dans ces dispositifs de mesure locale des déformations sont de type LVDT (*Linear Voltage Displacement Transducer*) [Pham Van Bang, 2004 ; Kuwano, 2004], LDT (*Local Deformation Transducer*) [Goto, 1991 ; Hoque, 1996], laser ou sans contact, à effet Hall [Tailliez, 1998], ... Ces techniques de mesure locale présentent en outre l'avantage de suivre l'évolution du module sécant jusqu'à des déformations de quelques pourcents. Cependant, elles privilégient la mesure dans la direction de la contrainte principale majeure et ne donnent a priori aucune information sur l'anisotropie du matériau testé. Nous n'avons pas utilisé dans ce travail de dispositif interne ;
- les techniques de mesure dites « dynamiques » basées sur la résonance d'échantillons de sol (essais à la colonne résonnante) [Hardin & Richart, 1963 ; Richart et al., 1970] ou sur la propagation d'ondes (shear plates, bender elements, bender – extender elements, ...). Ces essais sont sensibles au contact excitateur / sol et récepteur / sol. Un contact de mauvaise qualité, principalement dans les sols doués de cohésion et présentant une rigidité importante, peut ainsi conduire à une sous-estimation des propriétés élastiques.

La technique des « bender-extender elements » entre dans la catégorie des techniques de mesure dynamique par propagation d'ondes. Cette méthode, sans être la panacée, offre des avantages certains :

- le faible encombrement des capteurs piézo-électriques : ils peuvent donc être installés dans presque tous les appareillages standards de géotechnique : cellules triaxiales, cellules oedométriques [Schultheiss, 1983 ; Fam & Santamarina, 1997 ; Yun & Santamarina, 2005], colonne résonnante [Dyvik & Madshus, 1985 ; Connolly &

Kuwano, 1999], centrifugeuse géotechnique [Ismail & Hourani, 2003], cylindre creux [Di Benedetto et al., 2003] (Figure 1.2)... ;

- la possibilité de placer ces capteurs piézo-électriques aux deux extrémités de l'échantillon et / ou sur la surface latérale de l'échantillon [Pennington et al., 1997, 2001] : il devient alors possible de caractériser l'anisotropie des propriétés élastiques en orientant et en polarisant des couples de « bender elements » différemment [Nash et al., 1999 ; Jovicic & Coop, 1998 ; Belloti et al., 1996 ; Zeng & Ni, 1998 ; Kuwano et al., 2000] ;
- le contact direct entre les capteurs et le sol testé ;
- la simplicité de la technique expérimentale ;
- un couple de capteurs « bender extender » unique peut transmettre et recevoir des ondes de cisaillement et de compression alors que les techniques utilisées dans le passé nécessitaient l'installation de deux types de capteurs spécialisés, l'un pour les ondes S (« *shear plates* » plus adaptés au confinement élevé et aux matériaux grossiers, en raison d'une impédance assez différente de celle du sol), l'autre pour les ondes P (« *compression plates* ») (Figure 1.2). L'utilisation des « bender extender elements » limite donc l'encombrement au niveau des embases et atténue les difficultés d'alignement des capteurs ;
- la possibilité de comparer les résultats obtenus en laboratoire avec des mesures in situ en utilisant le même dispositif [De Groot & Landon, 2005] et par conséquent d'évaluer le remaniement induit par le prélèvement.

Ces qualités justifient le développement du dispositif « bender – extender elements » et l'intérêt porté par la communauté géotechnique internationale à cette technique. Cependant, comme toute technique expérimentale, les « bender – extender elements » ont des défauts :

- l'usure prématurée de la couche isolante des capteurs ;
- la nécessité d'une interprétation « experte » ;
- l'absence de procédure d'interprétation normalisée ;
- la variabilité technologique des dispositifs au niveau de la géométrie des capteurs, de leur implantation ;
- la gamme de déformations étant fixée, il n'est pas possible de suivre l'évolution du module sécant et du coefficient d'amortissement avec le niveau de déformation ;
- leur utilisation est optimale dans le cas des matériaux fins.



Figure 1.2. Association des bender elements et compression plates dans un cylindre creux [Di Benedetto et al., 2003].

## 1.2 - Description du dispositif expérimental

### 1.2.1 - Le dispositif conventionnel

L'ensemble triaxial (Figure 1.3) comprend :

- une cellule triaxiale Wykeham Farrance WF 11144 permettant de reconstituer des échantillons de sol de 100 mm de diamètre ;
- une couronne passe-fils insérée entre l'enceinte en Perspex de la cellule triaxiale et son embase ;
- un couple de contrôleurs pression – volume GDS Standard, de 200 cm<sup>3</sup> en volume et 1 MPa en pression ;
- un capteur de force immergé Maywood Instruments d'une capacité de 50 kN ;
- un capteur de pression Maywood Instruments P-102 0 – 1 MPa ;
- une presse Tritsch Digital pilotée en vitesse de déplacement ;
- un couple de capteurs piézo-électriques « bender – extender elements » développés par Lings & Greening [2001] pour le compte de GDS Instruments ([http://www.gdsinstruments.com/group\\_SP/bender.htm](http://www.gdsinstruments.com/group_SP/bender.htm)) ;
- un comparateur de 1/100<sup>ème</sup> de millimètre de précision, placé à l'extérieur de la cellule, fixé sur le piston ;
- une pompe à vide à palettes Ommer BVL5 créant une dépression de 30 kPa environ, utilisée lors de la phase de préparation des échantillons ;
- un conditionneur RDP Modular 600 à 3 canaux et 6 voies (2 canaux pour 4 capteurs de déplacements LVDT, 1 canal pour le capteur de force et le capteur de pression).

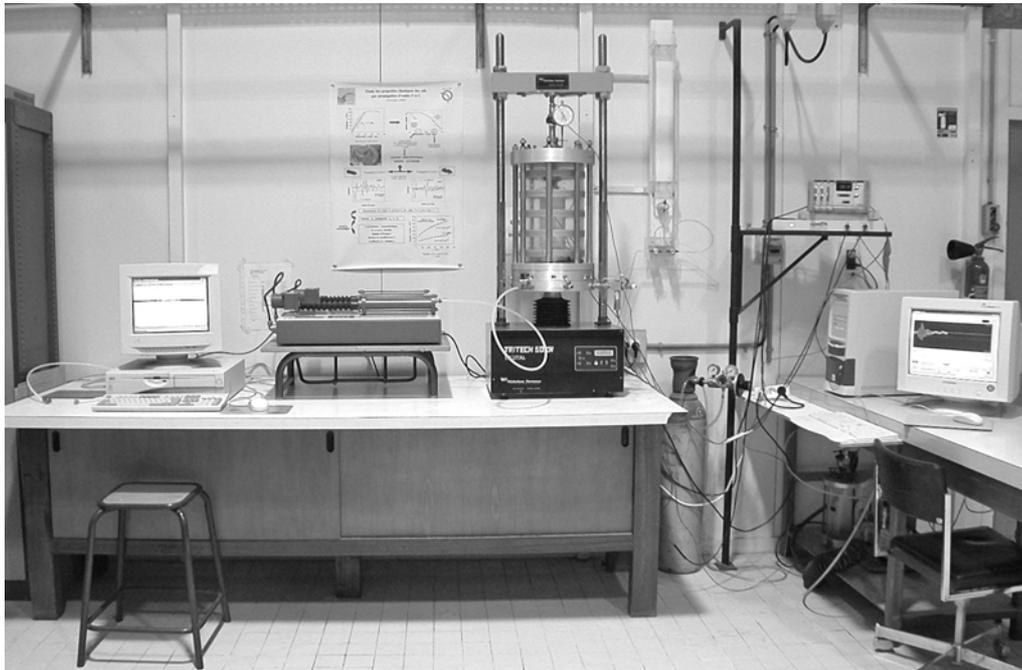


Figure 1.3. Vue générale des dispositifs au laboratoire.

### 1.2.2 - Reconstitution des échantillons

L'état initial des échantillons est un paramètre clé du comportement des sols. Aussi, la méthode de reconstitution des milieux granulaires doit assurer l'homogénéité des échantillons mais aussi la répétabilité du processus. Sauf indication contraire, les échantillons ont été

reconstitués par pluviation, en utilisant soit le pluviateur PSA4 décrit dans Levacher et al. [1994], soit un pluviateur emprunté au Laboratoire Central des Ponts et Chaussées, qui permet un meilleur contrôle de la hauteur de chute des grains du sol (Figure 1.4). Dans le cadre du test international, un dispositif de pluviation particulier, répondant aux normes japonaises, a été utilisé et sera décrit dans la partie consacrée à ce test.



Pluviateur PSA4 doté de la buse de pluviation de la norme japonaise.



Pluviateur LCPC

Figure 1.4. Dispositifs de pluviation.

Dans tous les cas, les échantillons sont protégés du fluide de confinement par une membrane en latex de  $5/10^{\text{ème}}$  de millimètre d'épaisseur, de 95 mm de diamètre intérieur. De par sa rigidité, elle engendre une contrainte de confinement additionnelle de 0,3 kPa.

### 1.2.3 - Les « bender-extend elements »

L'introduction des « bender-extend elements » dans une cellule triaxiale n'a qu'une incidence technique faible sur le dispositif expérimental. En effet, les capteurs piézo-électriques sont installés dans les embases inférieure et supérieure de la cellule, modifiées pour recevoir ces capteurs, de part et d'autre de l'échantillon. Seule la partie active des capteurs, c'est-à-dire la partie directement en contact avec le sol, est visible et permet de distinguer une cellule classique d'une cellule équipée de « bender-extend elements ». Cette partie active, de forme grossièrement parallélépipédique, est de dimensions relativement réduites : 2,5 mm de hauteur, 1 mm d'épaisseur, 10 mm de largeur (Figure 1.5). Ces capteurs sont protégés par une couche de résine époxy pour éviter tout contact entre l'élément piézo-électrique et l'eau. Dans notre système, le capteur placé dans l'embase inférieure est émetteur d'ondes de compression et récepteur d'ondes de cisaillement. Inversement, le capteur placé dans l'embase supérieure en Perspex est émetteur d'ondes de cisaillement et récepteur d'ondes de compression.

Pour mémoire, la piézo-électricité est la propriété de certains matériaux de se déformer sous l'action d'une tension électrique et inversement, de produire un signal électrique lorsqu'ils sont déformés.

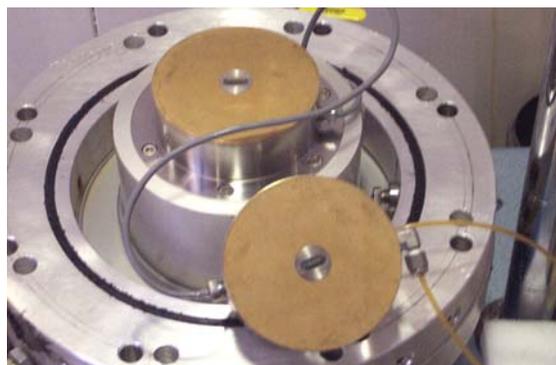


Figure 1.5. Les bender-extender elements.

Les « bender-extender elements » étant des produits commercialisés, il nous a été difficile, pour des raisons de confidentialité, d'obtenir des informations sur la nature et les propriétés des pastilles piézo-électriques. Toutefois, on peut raisonnablement penser que les pastilles sont des bilames constitués de deux couches en titanate-zirconate de plomb (PZT) de part et d'autre d'une couche centrale conductrice. Ainsi, les couches réagissent séparément à une charge électrique, provoquant selon la polarisation, une contraction (tension opposée à la polarisation) ou une extension (tension de même sens que la polarisation) de la pastille. Il en résulte une courbure du bilame.

Leur montage suit les recommandations de Dyvik & Madshus [1985], Pennington [1999] et Landon [2004]. Deux types de montage électrique sont possibles (Figure 1.6) :

- le montage parallèle où la polarisation est identique dans chacune des deux couches et le câblage effectué sur les couches extérieures et sur la couche conductrice centrale. Ce montage induit des mouvements de flexion d'amplitude plus importante à tension imposée égale par rapport au montage série. Aussi, ce montage parallèle est généralement utilisé pour les capteurs émetteurs, même si ce n'est pas toujours le cas en raison de la difficulté de câbler l'électrode centrale [Rio, 2006] ;
- le montage série où la polarisation est opposée dans chacune des deux couches piézo-électriques et le câblage effectué sur les faces extérieures. Ce montage série est généralement utilisé pour les capteurs récepteurs puisque pour la même amplitude de déplacement, le signal électrique est d'amplitude plus importante que pour le montage parallèle [Pennington, 1999].

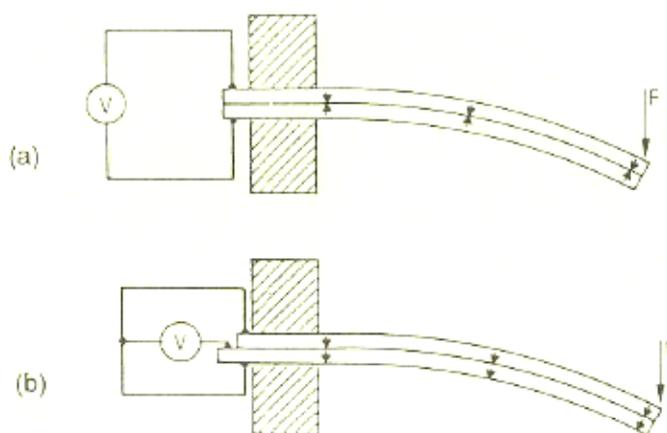


Figure 1.6. Montages électriques (a) en série et (b) en parallèle (d'après [Landon, 2004]).

Une modification proposée par Lings & Greening [2001] a permis de développer les « bender-extenders ». Une variation subtile du montage électronique permet en effet de générer un mouvement, non plus de flexion, mais d'extension – contraction donnant naissance à une onde de compression (onde P) d'amplitude cependant dix fois plus faible environ que celle des ondes de cisaillement (Figure 1.7) [Lings & Greening, 2001]. Ce montage est représenté sur la Figure 1.8. La conversion ondes P / ondes S se fait à la demande de l'utilisateur, au niveau du boîtier de contrôle.

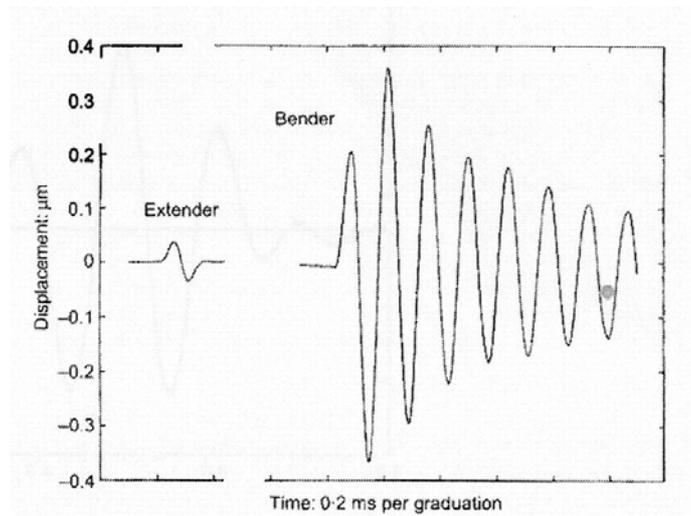
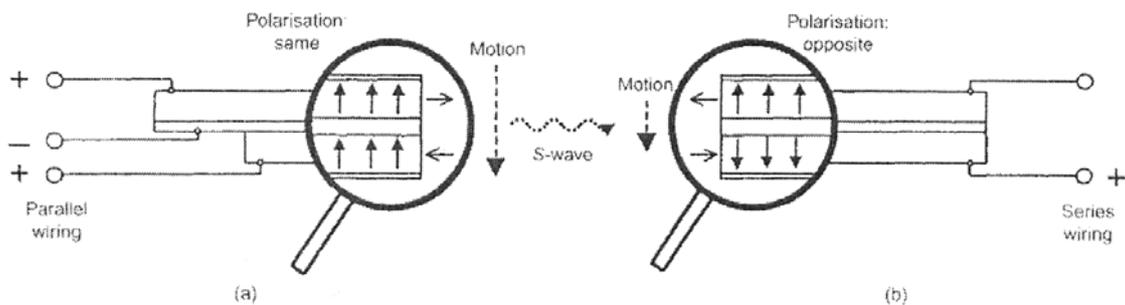
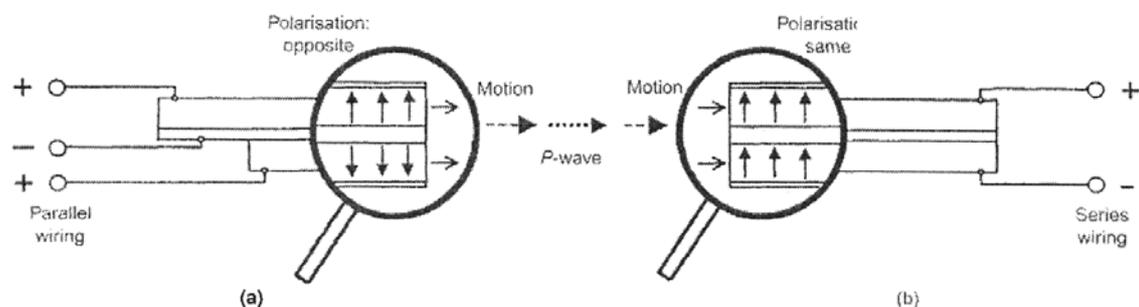


Figure 1.7. Amplitudes des mouvements du « bender-extenders » émetteur dans l'air (d'après [Lings & Greening, 2001]).



Montage électrique pour l'élément en flexion « bender » (a) émetteur et (b) récepteur



Montage électrique pour l'élément en extension « extender » (a) émetteur et (b) récepteur

Figure 1.8. Montages électriques pour les bender-extenders (d'après [Lings & Greening, 2001]).

Les « bender-extend elements » sont connectés à un boîtier de contrôle pour lequel les seules informations dont nous disposons sont celles des fréquences admissibles. Nous n'avons en particulier aucune donnée sur les systèmes d'amplification.

La gamme de fréquence est ainsi comprise entre 3 et 10 kHz. Cette gamme de fréquence peut éventuellement recouper la gamme de résonance des capteurs, mais, selon le constructeur, cela n'est en rien pénalisant. On peut estimer la fréquence de résonance des « bender elements » dans l'air par la relation suivante [Waanders, 1991] :

$$f_{res} = \frac{k \times H}{L^2}$$

où H est l'épaisseur de l'élément (en mètres), L la longueur libre de l'élément considéré comme une poutre console (en mètres également) et k une constante (Waanders [1991] mentionne une valeur k égale à 400).

La déflexion à la résonance est calculée par [Waanders, 1991] :

$$v_{res} = \frac{k' L^2}{H^2} \times V_{max}$$

où  $v_{res}$  est le déplacement de l'extrémité de l'élément à la résonance (en mètres),  $V_{max}$  la tension appliquée à l'élément (en Volts) et  $k'$  une constante physique (Waanders [1991] mentionne une valeur k égale à  $9 \times 10^{-10}$ ).

Ce calcul appliqué à nos éléments donne une fréquence de résonance dans l'air de l'ordre de 64 kHz et une déviation de l'extrémité de l'élément d'environ 0,4  $\mu\text{m}$ . Ceci conduit en première approximation à une déformation de l'ordre de 0,4  $\mu\text{m}$  sur le diamètre de l'éprouvette (0,1 m), soit une déformation de l'ordre de  $4 \times 10^{-6}$ . Landon [2004] précise que les fréquences de résonance obtenues par le calcul de Waanders ne sont valables que dans le cas des éléments sans couche époxy de protection. Cependant, les résultats de Pennington [1999] montrent que la couche protectrice n'induit que de faibles variations de la fréquence de résonance par rapport au cas développé ci-dessus (ordre de variation : -5% à +14%). L'évolution de ces fréquences de résonance lorsque le capteur est contraint est une question qui sera abordé dans les chapitres suivants.

Le boîtier de contrôle est relié à un PC d'acquisition sur lequel est installé un logiciel dédié appelé GDS-BES (version 1.4). Ce logiciel est un oscilloscope virtuel amélioré puisqu'il permet (Figure 1.9) :

- de visualiser et d'enregistrer les signaux émis et reçus ;
- de sélectionner le type d'ondes (P ou S) ;
- de choisir un certain nombre de paramètres : période du signal émis (correspondant à la gamme de fréquence précisée ci-dessus), amplitude du signal émis (jusqu'à  $\pm 7$  Volts crête à crête), fréquence d'échantillonnage, forme du signal émis ...

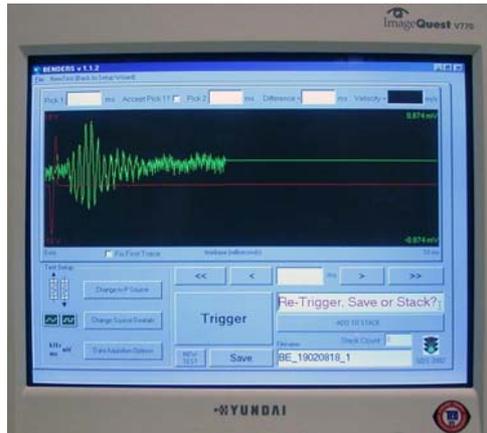


Figure 1.9. Logiciel GDS-BES.

Les signaux émis sont des impulsions de forme pseudo-sinusoïdale ou pseudo-carrée, la première étant généralement recommandée dans la littérature (Figure 1.10) : dans la suite du texte, nous ne mentionnerons plus le terme « pseudo » mais il faut garder en mémoire que le contenu fréquentiel de ces signaux est plus riche qu'un véritable signal sinusoïdal continu (dont le spectre de fréquence est un Dirac). Une troisième option (forme libre créée à partir d'un fichier séparé) n'a jamais fonctionné malgré nos sollicitations envers le constructeur.

Il est important de noter que le signal électrique présenté ici (que l'on désignera par la suite signal émis) n'est pas le signal acoustique véritablement véhiculé par le capteur. Rio [2006] a ainsi montré que le signal acoustique, correspondant au mouvement réel du capteur, dépend de la fréquence du signal électrique par rapport à la fréquence propre du capteur. Cependant, comme il n'est pas possible d'enregistrer le signal acoustique au niveau du capteur, les traitements ultérieurs seront réalisés sur les signaux électriques.

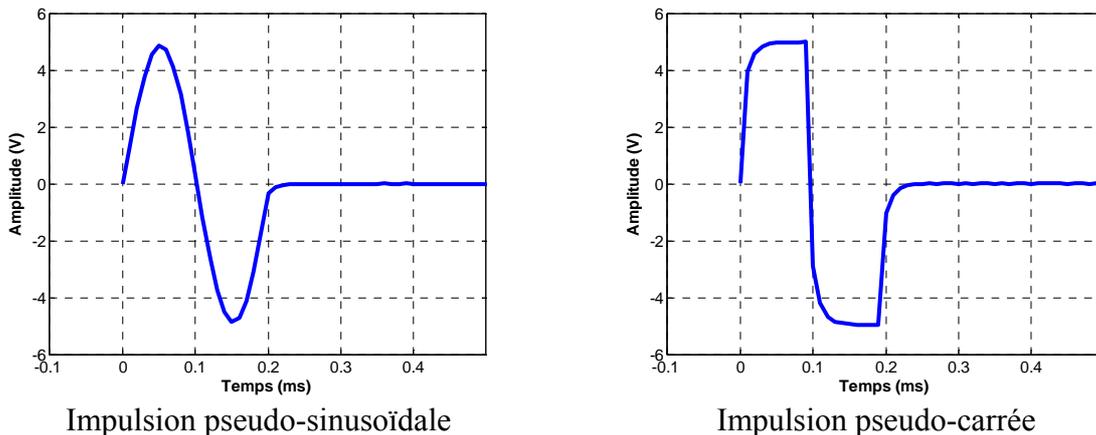


Figure 1.10. Forme des signaux électriques utilisés.

### 1.3 - Différents types d'ondes

Une onde de compression (aussi appelée onde P) est une onde longitudinale pour laquelle la direction de propagation est colinéaire aux mouvements vibratoires des particules (Figure 1.11). Ces ondes de compression se propagent aussi bien dans les solides que dans les fluides liquides ou gazeux.

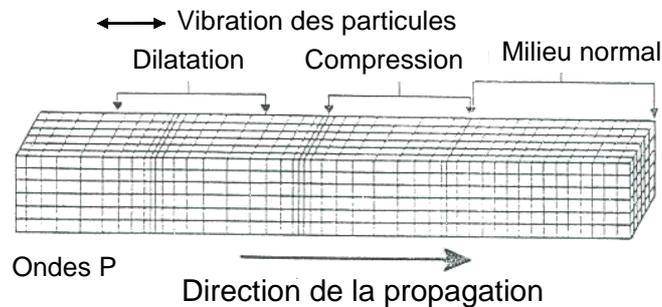


Figure 1.11. Propagation d'ondes de compression (ondes P).

Une onde de cisaillement (aussi appelée onde S) est une onde transversale pour laquelle la direction de propagation est perpendiculaire aux mouvements vibratoires des particules (Figure 1.12). Elles se propagent uniquement dans les solides ou dans les fluides très visqueux. Si les mouvements vibratoires des particules sont aléatoires dans le plan perpendiculaire à la direction de propagation de l'onde, celle-ci est dite non polarisée. Au contraire, si les mouvements vibratoires des particules se font suivant une direction bien définie dans le plan perpendiculaire à la direction de propagation, l'onde est dite polarisée. C'est le cas dans la technique des « bender-extend elements » en raison de la façon dont le capteur émetteur est excité. Cette propriété est également mise en avant pour caractériser l'anisotropie des propriétés élastiques des sols en orientant des couples de « bender elements » suivant des directions perpendiculaires.

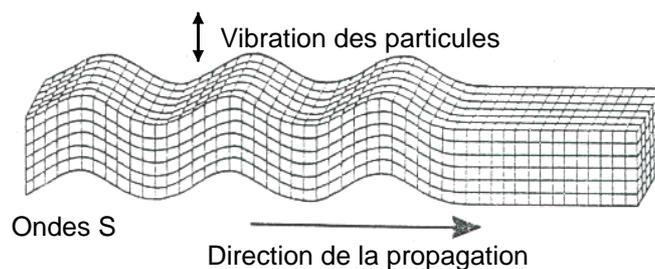


Figure 1.12. Propagation d'ondes de cisaillement (ondes S)

A ces deux types majeurs d'ondes viennent s'ajouter des ondes de surface (Figure 1.13), qui comme leur nom l'indique, se propagent à la surface des milieux traversés, sur une épaisseur de l'ordre de leur longueur d'onde, soit dans le cas des « bender-extend elements », des épaisseurs potentielles de l'ordre de 20 mm. On distingue les ondes de Rayleigh, se propageant à la surface des solides (Figure 1.13 haut), pour lesquelles le mouvement vibratoire des particules est elliptique, les ondes de Lamb (transformation des ondes de surface en ondes de plaque dans des milieux de faible épaisseur) et les ondes de Love qui ne

peuvent exister qu'en présence d'une couche superficielle souple au-dessus d'un milieu plus raide.

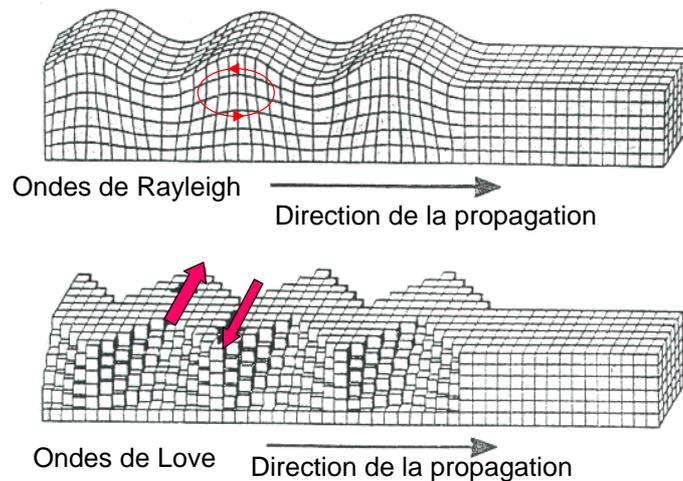


Figure 1.13. Propagation d'ondes de surface (ondes de Rayleigh et ondes de Love).

En fonction du mode de génération des ondes, elles peuvent se propager sous deux formes principales mais non exclusives : onde plane ou onde sphérique. Une onde est dite plane quand elle se propage suivant une direction donnée et que les surfaces d'ondes (surfaces d'égale intensité) sont parallèles entre elles. Une onde est dite sphérique quand elle se propage suivant toutes les directions et que les surfaces d'ondes sont des sphères. Dans ce cas, et en l'absence de tout phénomène d'atténuation, l'amplitude de l'onde décroît en fonction de la distance à la source par dissipation d'énergie dans un volume de plus en plus important. Ainsi, l'amplitude à la distance  $x$  de la source  $x_0$  s'écrit :

$$A(x) = A(x_0) \times \frac{1}{x - x_0} \quad (1-1)$$

## 1.4 - Interprétation conventionnelle

### 1.4.1 - Théorie du milieu continu effectif semi-infini

Un matériau granulaire est, par nature, un matériau discontinu, formé de grains de minéralogie parfois très différente, et mécaniquement hétérogène : les forces se transmettent de grain à grain au niveau des points de contacts dont la distribution dépend de la mise en place du matériau et de l'histoire des chargements.

Ce milieu peut cependant être considéré comme continu d'un point de vue mécanique lorsque la taille caractéristique des échantillons sollicités est au moins égale à dix fois le diamètre du plus gros granulat. Le volume est alors représentatif.

Du point de vue de la propagation des ondes, un matériau granulaire est assimilé à un milieu continu effectif quand la longueur d'onde du signal est nettement supérieure à la dimension caractéristique des défauts ou des granulats (un facteur 10 est généralement considéré). En

langage imagé, l'onde ignore la nature particulière du milieu traversé. La longueur d'onde est, par définition le rapport de la vitesse de l'onde sur la fréquence de celle-ci : d'une manière conservative, supposons que la vitesse de l'onde traversant un échantillon de sable dont le diamètre maximal des particules est de 1 centimètre est de 100 m/s et que la fréquence de l'onde est la fréquence maximale que l'on peut appliquer, soit 10 kHz. La longueur d'onde du signal est alors de 10 centimètres, valeur que l'on peut juger comme grande devant la dimension des granulats.

Dans ce cas, la mécanique des milieux continus déformables est classiquement employée pour relier les propriétés effectives (au sens homogénéisées) du matériau à la vitesse de propagation des ondes. Nous ne développerons ici que l'approche classique où l'on considère une onde plane se propageant de manière unidirectionnelle depuis l'émetteur vers le récepteur. Ce faisant, on occulte d'une part, l'existence de frontières matérielles et, d'autre part, le caractère local de la source de l'onde. Les effets de ces deux phénomènes seront abordés ultérieurement. Autrement dit, cette théorie ne permet pas d'expliquer la distorsion des signaux : le signal reçu devrait avoir la même forme que le signal émis dans un milieu élastique, isotrope et homogène.

La mécanique des milieux continus déformables repose sur les équations suivantes :

- les équations d'équilibre en élasto-dynamique :

$$\overrightarrow{\text{div}} \overline{\overline{\sigma}}(\vec{x}, t) + \rho \cdot \vec{f}_v = \rho \cdot \vec{\gamma} = \rho \cdot \frac{d^2 \vec{u}(\vec{x}, t)}{dt^2} \quad (1-2)$$

avec :

$\overrightarrow{\text{div}}$  : opérateur divergence ;

$\rho$  : masse volumique du milieu traversé ;

$\vec{f}_v$  : forces volumiques (en règle générale, elles sont négligées) ;

$\vec{\gamma}$  : champ des vecteurs accélération ;

$\vec{u}$  : champ des vecteurs déplacement de composante (u, v, w) suivant les vecteurs de base ;

t : temps ;

$\vec{x}$  : coordonnées d'un point de l'espace.

- le modèle de comportement : le faible niveau de déformations induit par la génération et la propagation des ondes permet de supposer le comportement d'un milieu granulaire comme élastique linéaire puisque l'on admet couramment que le seuil de déformation élastique est de l'ordre de  $10^{-5}$ . Le comportement élastique linéaire, auquel il faut ajouter l'hypothèse d'isotropie, certes contestable dans le cas des sols, est décrit par la loi de Hooke :

$$\overline{\overline{\sigma}} = 2\mu \cdot \overline{\overline{\varepsilon}} + \lambda \times \text{Tr}(\overline{\overline{\varepsilon}}) \cdot \overline{\overline{I}} \quad \Leftrightarrow \quad \overline{\overline{\varepsilon}} = \frac{1+\nu}{E} \cdot \overline{\overline{\sigma}} - \frac{\nu}{E} \times \text{Tr}(\overline{\overline{\sigma}}) \cdot \overline{\overline{I}} \quad (1-3)$$

avec :

$\overline{\overline{\sigma}}$  : tenseur des contraintes de Cauchy ;

$\overline{\overline{\varepsilon}}$  : tenseur des déformations de Green-Lagrange ;

$\overline{\overline{I}}$  : tenseur identité de composante  $\delta_{ij}$  (symbole de Kronecker) ;

$\lambda$  et  $\mu$  : coefficients de Lamé ;

$E$  : module d'Young ;

$\nu$  : coefficient de Poisson ;

$\text{Tr}(\ )$  : trace d'un tenseur (somme des composantes sur la diagonale du tenseur).

- l'hypothèse des petites perturbations et petits déplacements semble ici naturelle : les composantes du tenseur des déformations de Green-Lagrange sont reliées aux composantes du champ de déplacement par les relations :

$$\varepsilon = \frac{1}{2} \left[ \overrightarrow{\text{grad}}(\vec{u}) + \overrightarrow{\text{grad}}^T(\vec{u}) \right] \quad (1-4)$$

avec :

$\overrightarrow{\text{grad}}$  : opérateur gradient ;

$(\ )^T$  : opérateur transposée.

La combinaison de ce système d'équations aux dérivées partielles aboutit à l'équation de Navier, décrivant la propagation d'une onde dans un milieu élastique linéaire isotrope infini, valide en des points suffisamment éloignés de la source :

$$(\lambda + \mu) \times \overrightarrow{\text{grad}}[\text{div} \vec{u}] + \mu \times \Delta \vec{u} = \rho \times \frac{\partial^2 \vec{u}}{\partial t^2} \quad (1-5)$$

La résolution de l'équation de Navier fait généralement appel à la décomposition de Helmholtz. Le vecteur déplacement est ainsi partitionné en une composante de dilatation et une composante de distorsion, sous la forme :

$$\vec{u} = \overrightarrow{\text{grad}}\Phi + \overrightarrow{\text{rot}}\vec{\psi} \quad (1-6)$$

où  $\Phi$  est un potentiel scalaire de dilatation et  $\vec{\psi}$  est un potentiel vectoriel de distorsion.

On peut alors montrer que l'équation d'ondes est satisfaite si les potentiels  $\Phi$  et  $\vec{\psi}$  sont solutions des équations :

$$\begin{aligned} \Delta \Phi &= \frac{1}{V_p^2} \frac{\partial^2 \Phi}{\partial t^2} \quad \text{avec: } V_p = \sqrt{\frac{\lambda + 2\mu}{\rho}} \\ \Delta \psi_i &= \frac{1}{V_s^2} \frac{\partial^2 \psi_i}{\partial t^2} \quad \text{avec: } V_s = \sqrt{\frac{\mu}{\rho}} \end{aligned} \quad (1-7)$$

La première équation correspond à la propagation d'une onde de compression, à la vitesse  $V_p$ . La seconde équation correspond à la propagation d'ondes de cisaillement, à la vitesse  $V_s$ , polarisées verticalement (ondes SV) ou horizontalement (ondes SH). Il faut noter que ces vitesses  $V_p$  et  $V_s$  sous-entendent que le milieu est contraint latéralement puisque dans le cas d'un milieu à surface latérale libre, la vitesse serait telle que  $V_l^2 = E/\rho$ .

On peut donc déduire de ces relations, les valeurs du module de cisaillement  $G$  et du module d'Young  $E$  dans la direction de propagation de l'onde :

$$G = \mu = \rho \times V_s^2 \quad (1-8)$$

$$E = \frac{\mu(3\lambda + 2\mu)}{\lambda + \mu} = \frac{\rho V_s^2 (3V_p^2 - 4V_s^2)}{V_p^2 - V_s^2} \quad (1-9)$$

où  $\rho$  est la masse volumique de l'échantillon.

Connaissant les paramètres de la loi de Hooke ou les deux vitesses  $V_p$  et  $V_s$ , il est possible d'identifier la valeur du coefficient de Poisson  $\nu$  :

$$\gamma = \frac{V_p}{V_s} = \sqrt{\frac{\lambda + 2\mu}{\mu}} = \sqrt{\frac{2(1-\nu)}{1-2\nu}} \Rightarrow \nu = \frac{0.5\gamma^2 - 1}{\gamma^2 - 1} \quad (1-10)$$

Cette relation est représentée graphiquement sur la Figure 1.14.

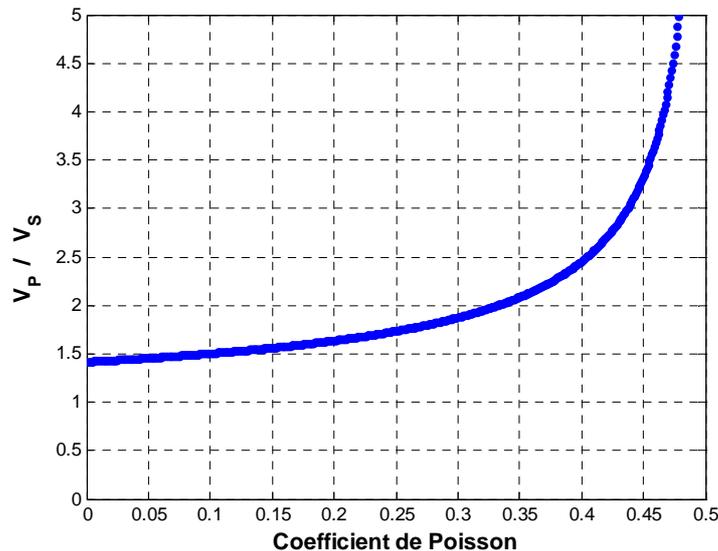


Figure 1.14. Relation entre le coefficient de Poisson et le rapport des vitesses de propagation.

Les géomatériaux présentent des valeurs de coefficient de Poisson généralement comprises entre 0 et 0,5. On en déduit que la vitesse des ondes de compression  $V_p$  est toujours supérieure à la vitesse des ondes de cisaillement  $V_s$ .

#### 1.4.2 - Théorie du milieu continu effectif de dimensions finies

L'hypothèse de la propagation d'ondes planes en milieu semi-infini peut être discutée puisque les essais de propagation d'ondes se font :

- d'une part, dans un échantillon de dimensions finies, avec des conditions aux limites imposées sur la surface latérale des échantillons. La combinaison des ondes locales (celles décrites par la théorie du milieu continu effectif semi-infini) peut donner naissance à des ondes modales comme, par exemple, des ondes de surface (Rayleigh,

Love ...) et des ondes guidées résultant de réflexions multiples d'ondes locales sur les parois ;

- et d'autre part, à partir d'une source de dimensions elles-aussi finies, à l'origine d'un problème bien connu des utilisateurs des « bender elements » : l'effet de champ proche.

### 1.4.3 - Effet de la géométrie des échantillons

La géométrie des échantillons n'a été que rarement prise en compte dans l'interprétation des essais de propagation d'onde en cellule triaxiale [Rio, 2006]. Ces échantillons peuvent être assimilés à des guides d'ondes : même si la frontière latérale n'est pas libre puisque elle est constituée d'une paroi absorbante (membrane en latex) et soumise à une pression hydrostatique, les ondes P générées lors de la flexion du capteur émetteur (Figure 1.15) peuvent se réfléchir plusieurs fois sur cette frontière. [Rio, 2006] propose, à partir d'une étude sur des échantillons synthétiques à surface latérale libre, que, pour des ratios  $H^2/D$  supérieurs à 45 mm, où H est ici la hauteur des échantillons et D leur diamètre, l'échantillon agit comme un guide d'ondes et que des ondes P réfléchies peuvent arriver avant l'onde de cisaillement, malgré leur distance de propagation plus importante. Au contraire, quand  $H^2/D$  est inférieur à 45 mm, alors l'hypothèse de propagation en milieu semi-infini est tout à fait justifiée. Pour un échantillon de 100 mm de diamètre, la hauteur seuil empirique serait alors de 67 mm (élancement inférieur à 1).

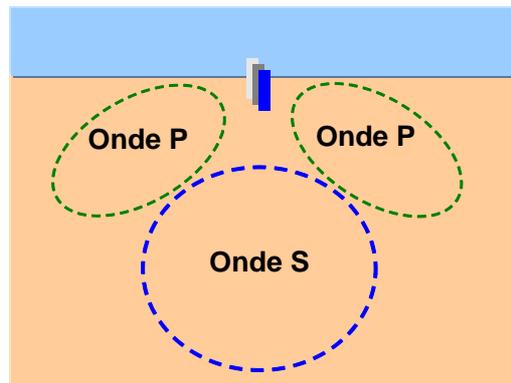


Figure 1.15. Sollicitations autour du « bender elements » émetteur.

### 1.4.4 - Faisceau acoustique d'un transducteur plan

Le champ acoustique d'un transducteur plan (supposé vibré comme un piston) peut être décomposé en deux zones à partir de l'émetteur :

la zone la plus proche, appelée champ proche ou zone de Fresnel (Figure 1.16), caractérisée par des irrégularités de la pression acoustique qui se traduisent sur l'axe par une succession de maxima et de minima dans la direction de propagation ;

la zone au-delà, appelé champ éloigné ou zone de Fraunhofer (Figure 1.16), pour laquelle la pression acoustique décroît de façon monotone vers la périphérie du faisceau et suivant l'axe, proportionnellement à la distance.

La répartition de pression est caractérisée par un élargissement continu défini par l'angle  $\alpha$  tel que :

$$\sin \alpha = k\lambda / D \quad (1-11)$$

où  $k$  est un paramètre constant,  $\lambda$  la longueur d'onde et  $D$  la dimension maximale du capteur. Dans le cas d'un capteur circulaire, la longueur du champ proche est  $2D^2/\lambda$ . La longueur du champ proche est d'autant plus grande que le diamètre du capteur est grand ou que la longueur d'onde est faible.

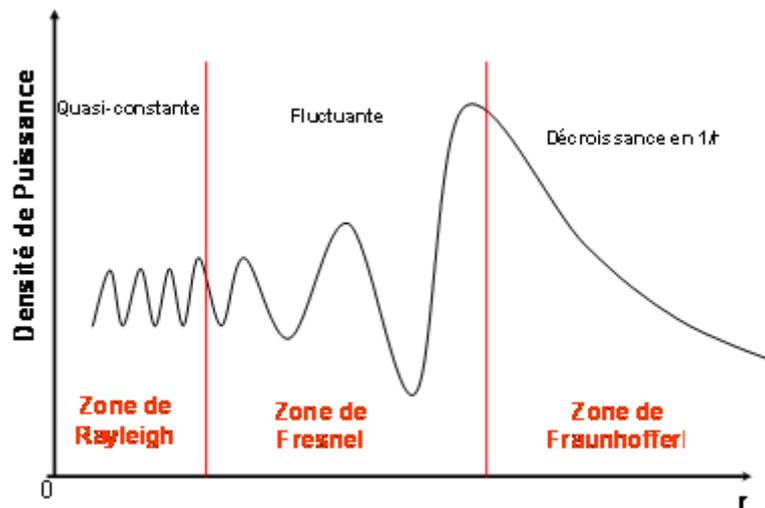


Figure 1.16. Le champ acoustique d'un transducteur plan.

#### 1.4.5 - Notions de champ proche (near-field) et de champ lointain (far-field)

Au voisinage de la source, il convient d'ajouter dans l'équation d'onde un terme additionnel représentant une source volumique d'effort [Arroyo, 2001] :

$$(\lambda + \mu) \times \overrightarrow{\text{grad}}[\text{div} \vec{u}] + \mu \times \Delta \vec{u} + \vec{f}_{\text{source}} = \rho \times \frac{\partial^2 \vec{u}}{\partial t^2} \quad (1-12)$$

La résolution de l'équation par l'intermédiaire des fonctions de Green [Sanchez-Salinerio, 1986 ; Jovicic et al., 1996 ; Arroyo, 2001] fait apparaître des termes :

- relatifs au champ lointain dont l'amplitude décroît en  $1/r$  où  $r$  est la distance par rapport à la source, dans le cas d'une propagation sphérique : il s'agit de la solution élémentaire en milieu semi-infini ;
- relatifs au champ proche dont l'amplitude décroît en  $1/r^2$  : ces termes correspondent à la propagation d'ondes de compression à la vitesse  $V_p$  et d'ondes de cisaillement à la vitesse  $V_s$  qui s'atténuent assez vite avec l'éloignement de la source [Jovicic et al., 1996 ; Arroyo, 2001] .

Si le récepteur se situe dans le champ proche, alors l'arrivée d'une onde de cisaillement peut être masquée par l'onde résultant du champ proche se propageant à la vitesse  $V_p$ . Par ailleurs, l'effet de champ proche dépend de la fréquence (phénomène dispersif) : il s'atténue lorsque la fréquence augmente. Aussi, le premier moyen d'apprécier l'intensité du champ proche est de

transmettre des impulsions de même forme et de même amplitude mais de fréquences différentes.

L'effet de champ proche est également plus facilement identifiable grâce à la technique des « bender extend elements ». La procédure expérimentale comprend alors deux étapes :

- une première étape où on propage une onde de compression se propageant à la vitesse  $V_p$  ;\*
- une deuxième étape où, les conditions expérimentales étant figées, on propage des ondes de cisaillement de même forme, de même amplitude mais de fréquences différentes. L'arrivée de l'onde résultant du champ proche est alors facilement identifiable de par la première étape [Brignoli et al., 1996].

Une alternative pour atténuer cet effet de champ proche est aussi d'augmenter la distance de parcours des ondes. Ce faisant, on diminue également l'amplitude des signaux reçus. Un compromis est donc à trouver.

Deux règles ont été proposées dans la littérature :

- la règle proposée par [Jovicic et al., 1996] et acceptée ensuite par [Brignoli et al., 1996 ; Lo Presti et al., 1998] selon laquelle la forme du signal de sortie est contrôlée par le rapport  $R_d$  de la longueur effective  $d$  parcourue par l'onde et la longueur d'onde  $\lambda_w$  du signal de fréquence  $f_w$  :

$$R_d = \frac{d}{\lambda_w} = \frac{df_w}{V_s} \quad (1-13)$$

Pour de faibles valeurs de  $R_d$  (entre 0,25 et 4 et surtout proches de 1), c'est-à-dire pour une longueur d'onde approximativement égale à la longueur  $L$  (la distance entre les extrémités des capteurs piézo-électriques), l'effet de champ proche est très marqué. Pour des valeurs plus importantes de  $R_d$  (supérieures à 4), l'effet de champ proche est très atténué et ne masque plus l'arrivée de l'onde de cisaillement. La première déviation du signal marque donc l'instant d'arrivée de l'onde de cisaillement recherchée. Le rapport  $R_d$  dépend de la fréquence du signal mais également de la vitesse de propagation et donc de la rigidité du matériau. Arroyo [2001] recommande un rapport  $R_d$  compris entre 2 et 4, d'une part pour s'éloigner des conditions de champ proche et d'autre part, pour limiter l'atténuation des signaux. La principale critique à ce critère tient dans le choix de la fréquence du signal : celle du signal émis ou celle du signal reçu ? Comme on le verra ultérieurement, ces deux fréquences peuvent être très différentes l'une de l'autre ;

- la règle proposée par [Arroyo, 2001] et [Rio, 2006] basée sur le calcul du rapport d'amplitude entre le champ proche et le champ lointain. Elle précise la règle précédente puisque la condition de champ lointain est atteinte pour une fréquence du signal  $f$  telle que :

$$f_{lim} = \frac{V_s}{\lambda} > \frac{V_s}{1.6d} \quad (1-14)$$

ce qui revient à considérer un rapport  $R_d$  de 0,625. L'erreur commise sur la détermination de la vitesse de l'onde de cisaillement est alors inférieure à 5 %.

[Arroyo, 2001] définit également un rapport spectral de champ proche utile pour l'analyse fréquentielle des signaux. Ce rapport est défini par :

$$NF_{SR} = \frac{f_{\max} - f_{\lim}}{f_{\max} - f_{\min}} \quad (1-15)$$

où  $f_{\min}$  et  $f_{\max}$  sont respectivement les fréquences correspondant à un module normalisé du spectre croisé des signaux émis et reçus supérieur à 10 % et  $f_{\lim}$ , la fréquence définie par la règle du champ proche. Trois cas sont à envisager :

- \*  $NF_{SR} < 0$  : toutes les fréquences sont dans le champ proche ;
- \*  $0 < NF_{SR} < 1$  : l'effet de champ proche décroît ;
- \*  $NF_{SR} > 1$  : l'essai se fait dans le champ éloigné.

## 1.5 - Détermination pratique des vitesses de propagation des ondes

Identifier les propriétés élastiques d'un sol revient donc à mesurer la vitesse de propagation des ondes de compression  $V_p$  et/ou des ondes de cisaillement  $V_s$  et suivre l'évolution de la densité du sol au cours de chargement. Dans la technique des « bender-extenders », les vitesses sont calculées comme étant le rapport de la distance de propagation de l'onde,  $d$  sur le temps de propagation  $t$  (indice « p » pour les ondes de compression et indice « s » pour les ondes de cisaillement) :

$$V_p = d / t_p \quad V_s = d / t_s$$

### 1.5.1 - Distance de propagation

La distance de propagation  $d$  est une longueur effective, pour ne pas dire fictive, de parcours de l'onde au travers de l'échantillon. Il s'agit du chemin le plus court, c'est-à-dire la ligne droite, entre l'émetteur et le récepteur. L'hypothèse sous-jacente est celle du milieu continu effectif, considérant que l'onde se propage linéairement alors que physiquement, cette propagation ne peut se faire que par des déplacements de particules en contact les unes avec les autres.

Les nombreuses études réalisées dans le passé [Dyvik & Madhus, 1985 ; Viggiani & Atkinson 1995 ; Brignoli et al., 1996] ont montré que la distance à prendre en compte dans le calcul de la vitesse de propagation d'une onde n'est pas la hauteur de l'échantillon mais la distance entre les extrémités libres – distance « tip-to-tip » - des capteurs émetteur et récepteur (dans notre cas  $d = H - 2 \times 2,5$  mm). La non prise en compte de cette longueur de pénétration induit une surestimation du module de cisaillement de 2,5 % environ [Dano, 2001]. Plus récemment, Rio [2006] a suggéré que la distance de propagation était la distance entre les points d'application de la résultante des efforts sur la partie active des capteurs : il estime, sur la base d'un calcul de poutre console, que ces points d'application se situent à 60 % de la hauteur du capteur (dans notre cas, cela se traduirait par  $d = H - 2 \times 1,5$  mm). Cependant, cette interprétation est sujette à caution alors que la distance « tip-to-tip » semble aujourd'hui validée et éprouvée, par comparaison avec d'autres techniques de mesure, par de nombreux auteurs [Dyvik & Madhus, 1985 ; Viggiani & Atkinson, 1995].

Aussi, la distance qui sera considérée par la suite dans les calculs de vitesse de propagation sera la distance entre les extrémités des capteurs.

### 1.5.2 - Temps de propagation

Les signaux émis et reçus sont enregistrés, soit sur un oscilloscope physique ou virtuel, soit sur un ordinateur. Moyennant quelques précautions (calibrage du temps de propagation dans les circuits, vérification de l'absence de propagation ailleurs que dans l'échantillon, prise en compte de l'effet du champ proche ...), il est possible d'identifier le temps de parcours d'une onde par une simple inspection visuelle des signaux émis et reçus : c'est ce qu'on appelle la méthode temporelle d'interprétation.

En ce qui concerne les ondes de compression ou ondes P, les plus rapides, le temps de parcours de l'onde  $t_p$  est mesurée comme le temps entre l'origine du signal émis et la première déviation du signal reçu.

En ce qui concerne les ondes de cisaillement ou ondes S, l'identification du temps de parcours des ondes est plus difficile compte tenu de l'existence possible du champ proche et d'autres phénomènes perturbateurs. Considérons un signal typique des essais de propagation d'ondes de cisaillement (Figure 1.17). On désigne par les lettres A, B et C respectivement le début de l'impulsion, le pic positif et le pic négatif du signal émis. De même, on désigne par :

- D la première déviation du signal reçu ;
- E le point correspondant au premier changement de signe de la dérivée du signal (premier pic après le point D) ;
- F le point correspondant à une amplitude nulle entre les deux pics E et G ;
- G le premier pic positif ;
- H le pic négatif succédant à G.

On peut alors considérer différents temps de vol de l'onde de cisaillement. Dans la littérature, on trouve ainsi :

- le temps de vol A-D : il s'agit du temps de vol correct en l'absence d'effet de champ proche ;
- le temps de vol A-E : longtemps considéré comme le temps de vol correct en présence d'effet de champ proche [Jovicic et al., 1996], il est aujourd'hui supplanté par le temps de vol A-F ;
- le temps de vol A-F, reconnu aujourd'hui pour être le temps de vol de l'onde de cisaillement en présence de l'effet de champ proche [Arulnathan et al., 1998 ; Boulanger et al., 1998 ; Kawaguchi et al., 2001]. Ceci signifie que si l'effet de champ proche était absent, l'amplitude du signal entre les points D et F serait nulle et le point F correspondrait alors à la première déviation du signal ;
- les temps de vol B-G et C-H : ces deux temps de vol sont généralement faciles à mesurer puisque les points B, C, G et H sont clairement identifiables. Cependant, ces mesures ne doivent servir qu'à titre indicatif car cette méthode suppose l'absence de distorsion du signal, ce qui est généralement loin d'être le cas. Cette méthode peut être employée uniquement lorsque la fréquence des signaux est élevée [Kawaguchi et al., 2000] ;
- Boulanger et al. [1998] ont proposé d'utiliser l'arrivée d'un deuxième train d'ondes sur le récepteur pour identifier la vitesse de propagation de l'onde de cisaillement. Ce deuxième train d'ondes résulte de la réflexion du premier train d'ondes sur le récepteur et sur l'émetteur : il a donc parcouru une distance supplémentaire égale à deux fois la distance entre les extrémités des « bender elements » [Riemer et al.,

1998]. Cette méthode n'est viable que dans le cas d'échantillons courts et peu atténuants sinon l'amplitude du deuxième train d'ondes se noie dans le bruit de fond.

En résumé, nous utiliserons le temps de vol B-G comme une première approximation du temps de propagation de l'onde de cisaillement et comme un indicateur de distorsion des signaux. Dans la suite, nous utiliserons comme temps de propagation de l'onde de cisaillement le temps de vol A-F. Pour améliorer la prédiction de ce temps de propagation, il conviendra d'atténuer la distorsion des signaux et de réaliser des impulsions à différentes fréquences pour identifier l'effet de champ proche, seules méthodes pour limiter le caractère subjectif de l'identification du temps de propagation (Figure 1.18).

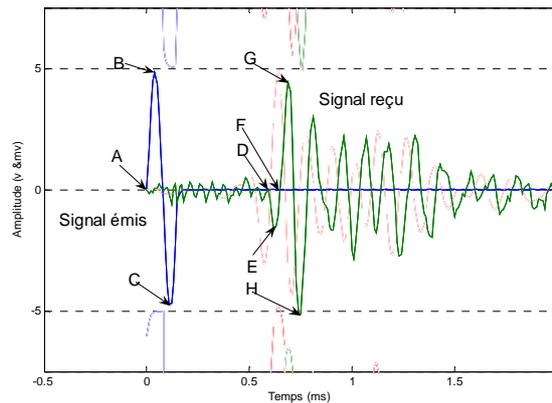


Figure 1.17. Résultat typique d'essais de propagation d'onde de cisaillement

### Calcul d'erreurs

L'erreur relative commise sur la détermination du module de cisaillement  $G_{\max}$  se calcule par combinaison des erreurs relatives sur la densité, la distance de propagation et le temps de propagation [Viggiani & Atkinson, 1995] :

$$\frac{\Delta G_{\max}}{G_{\max}} = \frac{\Delta \rho}{\rho} + 2 \frac{\Delta d}{d} + 2 \frac{\Delta t}{t} \quad (1-16)$$

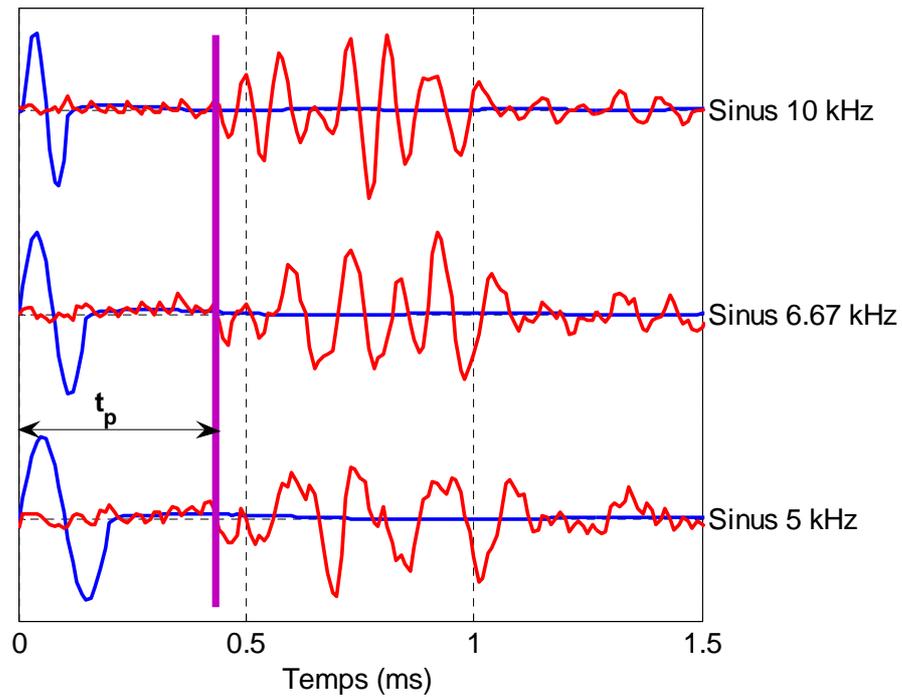
La principale erreur tient dans la détermination du temps de propagation des ondes. Selon [Arroyo, 2001], l'erreur maximale possible (Figure 1.19) est :

$$e_{\max} = \frac{T_{ap}(1+n)}{T_i} \quad (1-17)$$

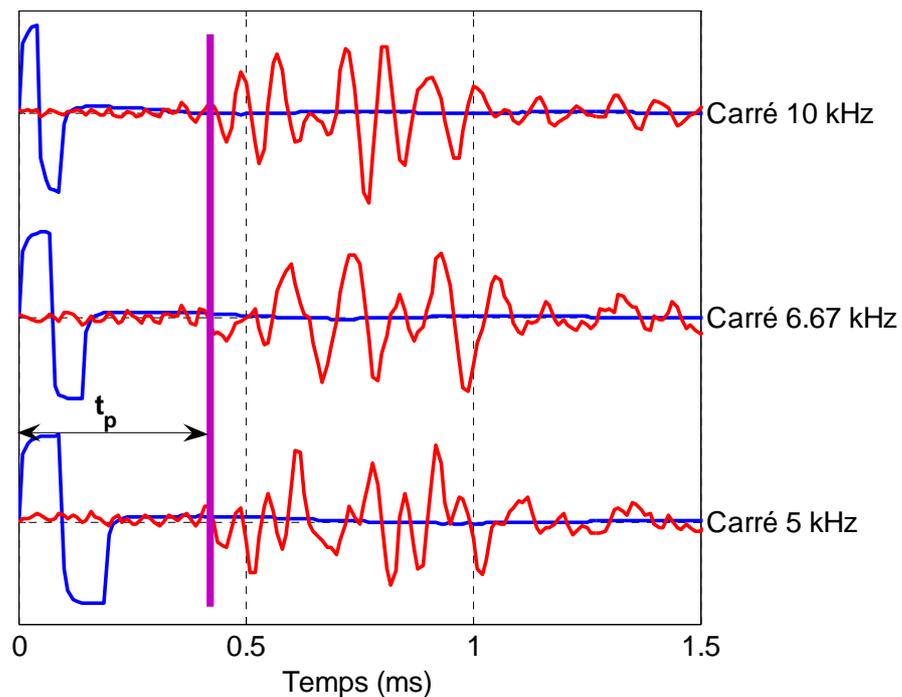
où  $T_{ap}$  représente la durée (ou période apparente) du signal d'entrée. La longueur du signal de sortie est plus grande que celle du signal d'entrée (augmentation du facteur  $n$ ).  $T_i$  désigne le temps d'arrivée idéal pour un signal non distordu. En introduisant la fréquence et la longueur d'onde du signal d'entrée (respectivement  $f_{ap}$  et  $\lambda_{ap}$ ), l'équation précédente peut se réécrire sous la forme suivante :

$$e_{\max} = \frac{1}{f_{ap}}(1+n)\frac{V}{d} = \frac{\lambda_{ap}}{d}(1+n) = \frac{(1+n)}{R_d} \quad (1-18)$$

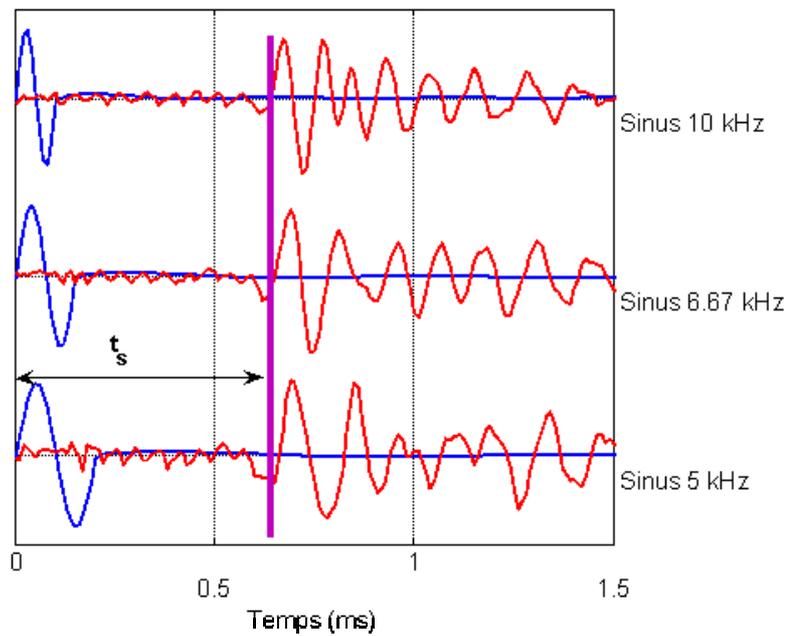
$R_d = d / \lambda_{ap}$  est un paramètre important des essais par impulsion : il représente le nombre de longueur d'ondes apparente entre la source et le récepteur. Il contrôle notamment l'effet de champ proche.



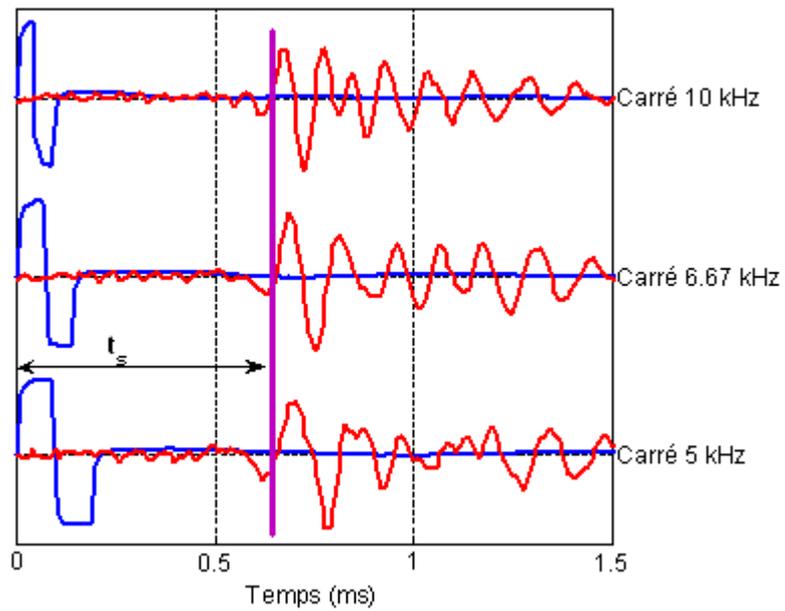
(a) Exemple d'une onde de compression sinusoïdale



(b) Exemple d'une onde de compression carrée



(c) Exemple d'une onde de cisaillement sinusoïdale.



(d) Exemple d'une onde de cisaillement carrée.

Figure 1.18. Identification des temps de propagation.

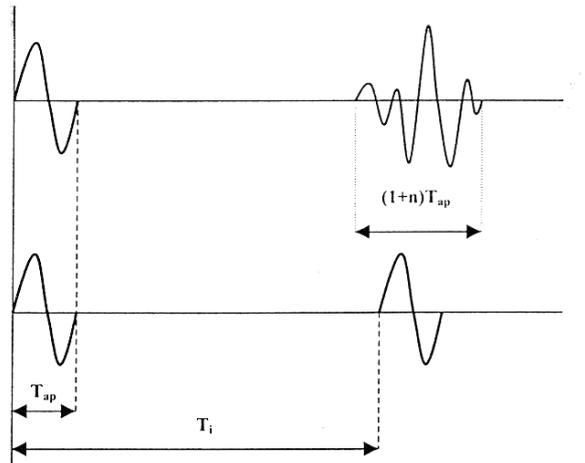


Figure 1.19. Estimation de l'erreur maximale admissible sur le temps de propagation (d'après [Arroyo, 2001]).

## 1.6 - Résultats du test international

### 1.6.1 - Objectifs du test international

Nous avons souhaité éprouver notre expérience de la technique des « bender elements » et de l'approche traditionnelle décrite ci-dessus à l'occasion d'un test international organisé, en 2003, par le Comité Technique 29 de la Société Internationale de Mécanique des Sols et Travaux de Fondations (ISSMFE). Le Symposium Torino99 avait vu le lancement d'un Round Robin Test (test comparatif international) sur la détermination des propriétés élastiques dans le domaine des très petites déformations par comparaison de différentes techniques expérimentales (colonne résonnante, cellule triaxiale avec instrumentation locale, « bender elements », ...). En 2003, le Symposium IS Lyon2003 a été l'occasion de présenter et lancer un nouveau test comparatif focalisé sur la détermination du module de cisaillement  $G$  dans le domaine des très petites déformations par la technique des « bender elements ». Le workshop consacré à ce test comparatif a mis en avant le désaccord qui pouvait exister entre les utilisateurs quant à la détermination du temps de propagation de l'onde  $S$  et l'absence de standardisation à la fois du matériel et des méthodes d'interprétation.

La Figure 1.20 extraite du rapport final du test international (dans laquelle nous sommes référencés n°1) présente d'une part le type d'essai réalisé (OM pour oedomètre, DS pour cisaillement direct, TX pour triaxial, le plus utilisé, RCTS pour colonne résonnante) et la dimension des échantillons : le diamètre des échantillons varie entre 38 et 100 mm (100 mm pour nos essais) et leur hauteur de 40 à 200 mm (200 mm pour nos essais) avec généralement un élancement de 2. Nous avons réalisé les essais de propagation dans les plus grands échantillons.

Cette diversité au niveau de la géométrie des échantillons se retrouve au niveau de la dimension des « bender elements » utilisés. On reporte sur la Figure 1.21 :

- la longueur active des capteurs qui, d'un laboratoire à l'autre, varie de 1 à 14 mm (2,5 mm pour les nôtres, nous nous plaçons donc plutôt dans la fraction basse) ;
- le rapport  $2L/H$  où  $L$  représente la longueur active des capteurs et  $H$  la hauteur de l'échantillon. Ce rapport varie de 2 à 60 % environ. Nous nous situons dans la fourchette basse avec un rapport  $2L/H$  de 2,5 % seulement.

No.	OM	DS	TX	RCTS	Size(mm)	No.	OM	DS	TX	RCTS	Size(mm)
1			○		100φ x 200h	12				○	50φ x 110h
2			○		50φ x 100h	13			○		70φ x 140h
3			○		38φ x 80h	14			○		50φ x 100h
4	○				75φ x 40h	15	○		○		39φx85, 62φx55
5	○				50φ x90/50h	16			○		50φ x 100h
6			○		66φ x 70h	17		○			48φ x 60h
7			○		75φ x 150h	18			○		70φ x 140h
8			○		76φ x 150h	19			○		50φ x 100h
9				○	50φ x 100h	20			○		50φ x 100h
10		○			75φ x 100h	21			○		53φ x 115h
11			○		50φ x 100h	22			○		70φx70/100/150
Total						3	2	16	2		

Figure 1.20. Caractéristiques des essais de l'ensemble des participants.

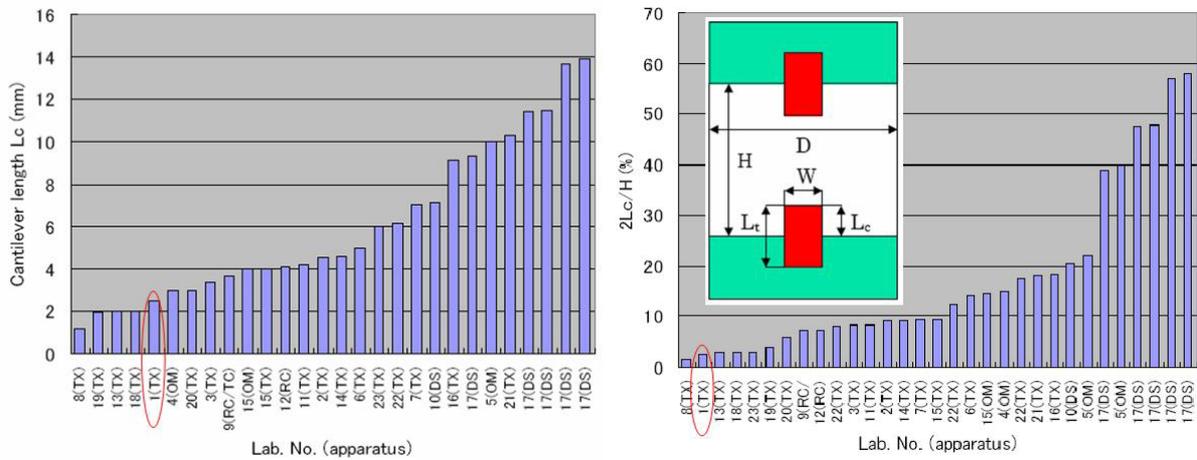


Figure 1.21. Dimensions caractéristiques des « bender elements ».

On peut cependant regretter que ce test ait été conduit sur le sable de Toyoura, sable de référence au Japon qui a déjà fait l'objet de nombreuses campagnes de caractérisation, y compris dans le domaine des très petites déformations. Les essais ne sont donc pas conduits en aveugle. La grande diversité des participants à ce test international (22 laboratoires, dont 10 japonais, représentant 11 pays) lui confère cependant une valeur certaine et permettra probablement d'établir des recommandations.

### 1.6.2 - Le contrat

Les conditions de réalisation du test international ont été clairement définies par l'organisateur. Nous en reportons les principales ci-dessous :

- les appareillages utilisés peuvent être des cellules triaxiales, des colonnes résonnantes, des oedomètres, pourvus qu'ils soient munis de « bender elements » ;
- le matériau testé est le sable de Toyoura dont un échantillon de 5 kg est fourni à chaque participant ;
- le matériau est mis en place par pluviation dans l'air, à hauteur de chute constante, selon les standards japonais en utilisant le tube plongeur fourni par l'organisateur (Figure 1.4) : l'embout est rectangulaire, d'ouverture 1,5 mm x 15 mm ;
- deux densités sont imposées :  $\rho = 1,465 \text{ g/cm}^3$  (soit un indice de densité relative de 50 %) et  $\rho = 1,553 \text{ g/cm}^3$  (soit un indice de densité relative de 80 %) sous une contrainte moyenne effective de 25 kPa ;
- la surface supérieure de l'échantillon est arasée avec une règle à coin droit ;
- les échantillons sont secs ou totalement saturés (sous une contre-pression de 100 kPa) ;
- trois chargements peuvent être réalisés :
  - un chargement de consolidation isotrope en conditions drainées ( $K = 1$ ) avec des mesures de propagation d'ondes de cisaillement à des contraintes moyennes de 50 kPa, 100 kPa, 200 kPa et 400 kPa (Figure 1.22) ;
  - un chargement de consolidation anisotrope en conditions drainées ( $K = 0,5$ ) depuis l'état de contrainte initial défini par  $\sigma'_v = 50 \text{ kPa}$  et  $\sigma'_h = 25 \text{ kPa}$  avec des mesures de propagation d'ondes de cisaillement pour des contraintes verticales effectives de 50 kPa, 100 kPa, 200 kPa et 400 kPa (Figure 1.22) ;
  - un chargement de consolidation oedométrique ( $K_0$ ) avec des mesures de propagation d'ondes de cisaillement pour des contraintes verticales effectives de 50 kPa, 100 kPa, 200 kPa et 400 kPa.
  - les montées en pression se font en moins de deux minutes et la consolidation dure au moins dix minutes ;
  - l'évolution de la hauteur et du volume des échantillons doit être enregistrée.
- la méthode d'interprétation des essais de propagation est libre mais doit être précisée.

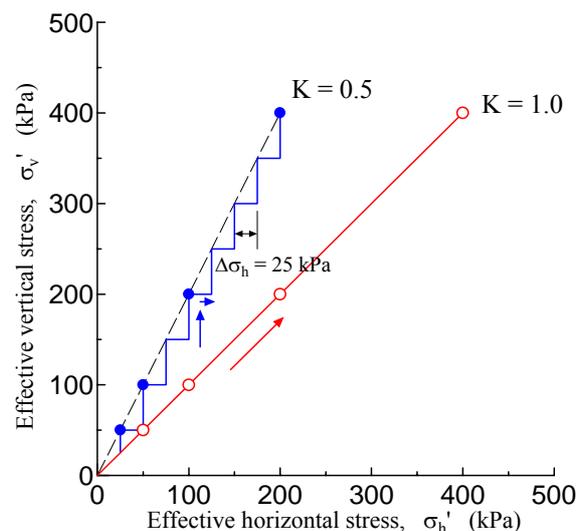


Figure 1.22. Programme de chargement prédéfini.

## Nos essais

Nous avons choisi de réaliser des essais en cellule triaxiale, sur des échantillons de 100 mm de diamètre et 200 mm de hauteur, selon un chargement de consolidation isotrope sur le sable de Toyoura sec, aux deux densités définies.

Par rapport aux contraintes du test, nous avons ajouté deux particularités :

- les essais ont été systématiquement doublés ;
- nous avons également enregistré la propagation des ondes de compression en profitant de la technologie « bender-extend elements ».

### 1.6.3 - Nos résultats

Le calibrage du système de pluviation (l'embout fourni par le Comité Technique 29 est monté sur le pluviateur PSA4 décrit précédemment) a conduit à adopter une hauteur de chute de 39 cm pour l'indice de densité relative de 50 % et de 61 cm pour l'indice de densité relative de 80 %.

Les caractéristiques initiales des échantillons sont précisées dans le Tableau 1.1.

Tableau 1.1. Caractéristiques des échantillons du sable de Toyoura.

Référence	Indice des vides initial	Hauteur de pluviation	Diamètre moyen	Hauteur moyenne	Densité sèche
<i>unités</i>	<i>e<sub>0</sub></i>	<i>(cm)</i>	<i>(cm)</i>	<i>(cm)</i>	<i>(g/cm<sup>3</sup>)</i>
Essai 1	0.693	61	9.798	19.691	1.557
Essai 4	0.694		9.796	19.647	1.555
Essai 2	0.801	39	9.751	19.647	1.463
Essai 3	0.816		9.685	19.583	1.451

Les essais de propagation d'ondes de cisaillement et de compression ont été effectués pour des contraintes effectives isotropes de 50, 100, 200 et 400 kPa. Pour chaque niveau de contraintes, des impulsions acoustiques de formes pseudo-sinusoïdale et pseudo-carrée, de fréquences 5, 6,67 et 10 kHz sont envoyées au travers de l'échantillon. Les valeurs des temps de propagation sont relativement homogènes d'une impulsion à l'autre quelles que soient la forme et la fréquence du signal (Annexe 1).

L'interprétation consiste à :

- d'une part, déterminer la distance de propagation des ondes (hauteur de l'échantillon moins la longueur de pénétration des capteurs piézo-électriques). Le raccourcissement de l'échantillon  $\Delta H$  sous le chargement isotrope est lu sur le comparateur extérieur. On en déduit également la variation de volume de l'échantillon par la relation (Norme Française P94-074 Annexe B) :

$$\Delta V = 3 \frac{V_0}{H_0} \Delta H \quad (1-19)$$

où :

$V_0$  est le volume initial de l'échantillon ;

$H_0$  est la hauteur initiale de l'échantillon ;

$\Delta V$  est la diminution de volume de l'échantillon pendant la phase de consolidation.

- d'autre part, déterminer le temps de propagation de l'onde. Trois méthodes sont utilisées : deux de ces méthodes, la corrélation croisée et le temps de vol B-G entre les pics positifs des signaux émis et reçus servent d'aide à la décision. Il faut noter que le maximum de la corrélation croisée n'est pas très éloigné dans ce cas précis du temps de vol A-F considéré comme le temps de propagation exact de l'onde de cisaillement. La troisième méthode a été référencée comme temps de vol A-F dans la section précédente.

Les résultats sont reportés en annexe 1. On représente sur la Figure 1.23 l'évolution du module de cisaillement  $G_{max}$ , du module d'Young  $E_{max}$  et du coefficient de Poisson  $\nu$ . Les modules suivent des lois en puissance classiques pour ce type de sol, avec des valeurs plus élevées pour la densité la plus importante. Le coefficient de Poisson est sensiblement constant et voisin de 0,2.

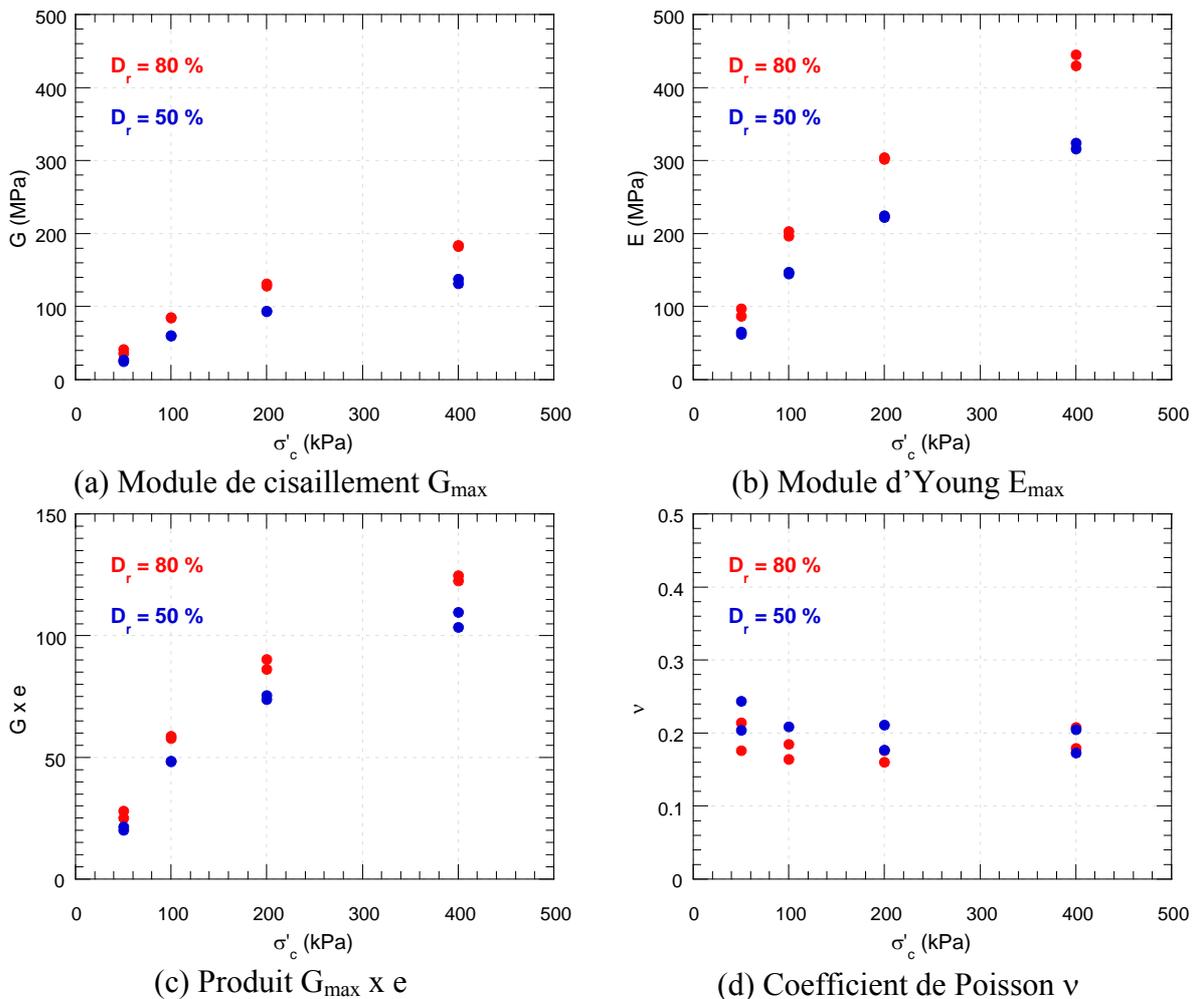


Figure 1.23. Nos résultats du test international.

### 1.6.4 - Conclusions du test international

Les principaux enseignements de ce test international sont les suivants :

- la distance de propagation des ondes est unanimement considérée comme la distance entre les extrémités des « bender elements » ;
- la méthode d'interprétation temporelle est la plus utilisée et celle qui conduit à la dispersion des résultats la plus faible (effet de nombre ?) : 17 laboratoires l'ont utilisé, contre 7 pour le temps de vol B-G et la corrélation croisée et 5 pour des méthodes fréquentielles ;
- malgré les conditions expérimentales strictes, il existe une dispersion assez importante des résultats qui se manifeste à la fois sur la valeur de l'indice des vides et sur la valeur du module de cisaillement (de 80 à 350 kPa pour le module de cisaillement sous chargement isotrope, à une contrainte moyenne effective de 400 kPa, pour un même indice des vides). On reporte, sur la Figure 1.24, le résultat de l'ensemble des laboratoires ayant réalisé des essais dans des conditions similaires aux nôtres ;
- la dispersion est d'autant plus grande que la contrainte effective appliquée est faible mais ne semble pas dépendre de l'indice des vides ;
- la dispersion est également moindre pour les échantillons saturés par rapport aux échantillons secs ;
- la dispersion semble également plus importante sur des essais en cellules oedométriques et lors des essais de cisaillement direct : les organisateurs du test suggèrent que cela pourrait être dû à une distance de propagation trop courte, dans le champ proche, et au frottement sur les parois rigides ;
- les valeurs moyennes du module de cisaillement  $G_{max}$  sont confirmées par des méthodes alternatives (colonne résonnante, instrumentation locale des échantillons dans des cellules triaxiales, accéléromètres, ...) et suivent des lois empiriques classiques du type :

$$\left( \frac{G_{max}}{G_{ref}} \right) = k \times f(e) \times \left( \frac{p'}{p'_{ref}} \right)^{0,4} \quad (1-20)$$

Nos résultats sont assez proches des valeurs moyennes, sauf pour la contrainte moyenne effective de 50 kPa où elles sont très en deçà de la moyenne. Nous avons réalisé d'autres essais dans les mêmes conditions de préparation que pour les essais 1 et 4 (indice de densité relative de 80 %), mais avec une hauteur initiale différente.

Les caractéristiques initiales des échantillons sont précisées dans le Tableau 1.2.

Tableau 1.2. Caractéristiques des échantillons du sable de Toyoura.

Référence	Indice des vides initial	Hauteur de pluviation	Diamètre moyen	Hauteur moyenne	Densité sèche
<i>unités</i>	$e_0$	(cm)	(cm)	(cm)	(g/cm <sup>3</sup> )
Essai 11	0.698	61	9.813	15.310	1.552
Essai 16	0.713		9.841	10.133	1.538

La Figure 1.25 montre un grand écart sur le module de cisaillement pour une pression moyenne effective faible. Cet écart peut être lié, en particulier, au champ proche et à une

erreur dans la détermination du temps de vol de l'onde (même si les signaux sont tous de qualité suffisante). En conclusion, pour éviter ces problèmes, nous avons décidé de réaliser des essais uniquement pour des pressions moyennes effectives supérieures à 100 kPa.

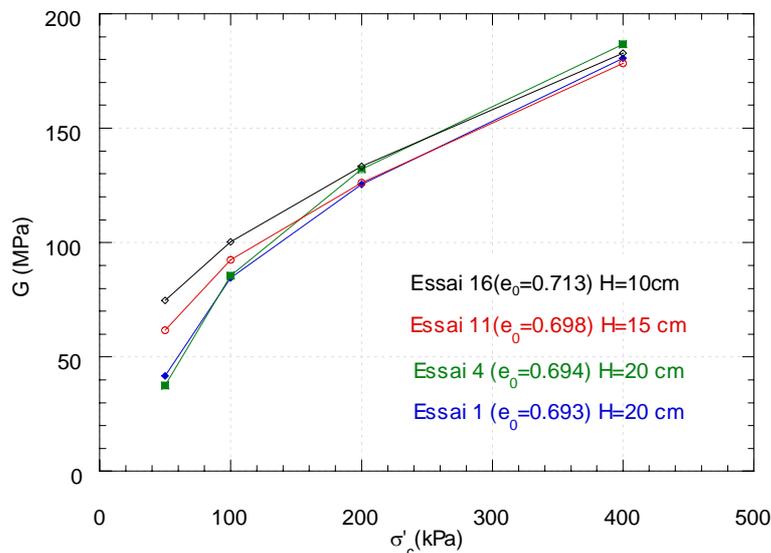


Figure 1.25. Evolution du module de cisaillement en fonction de la contrainte moyenne effective.

## 1.7 - Conclusions

Dans ce chapitre, nous avons présenté la technique des bender elements et la méthode traditionnelle d'interprétation (dite méthode temporelle). Cette méthode consiste à :

- considérer le temps de parcours des ondes comme étant la distance entre les extrémités des capteurs piézo-électriques : il faudrait donc pouvoir suivre de manière précise, au moyen d'une instrumentation locale par exemple, l'évolution de cette distance au cours d'un essai ;
- identifier le temps de parcours de l'onde à partir des signaux émis et reçus (pour les ondes de cisaillement, le temps de vol référencé A-F est conseillé).

Cette identification doit tenir compte d'un certain nombre de phénomènes (champ proche, effet de la géométrie des échantillons, dispersion, ...) dont la mise en évidence a conduit à un certain nombre de recommandations pratiques :

- faire des essais de propagation d'ondes avec des signaux de différentes fréquences de manière à caractériser l'effet de champ proche ;
- limiter la hauteur des échantillons pour éviter d'une part l'effet de guide d'ondes et d'autre part pour récupérer des signaux d'amplitude suffisante, supérieure au bruit ;
- utiliser des signaux de fréquences telles que la longueur d'onde du signal soit nettement supérieure à la dimension des granulats, condition essentielle pour l'application de la théorie des milieux continus effectifs.

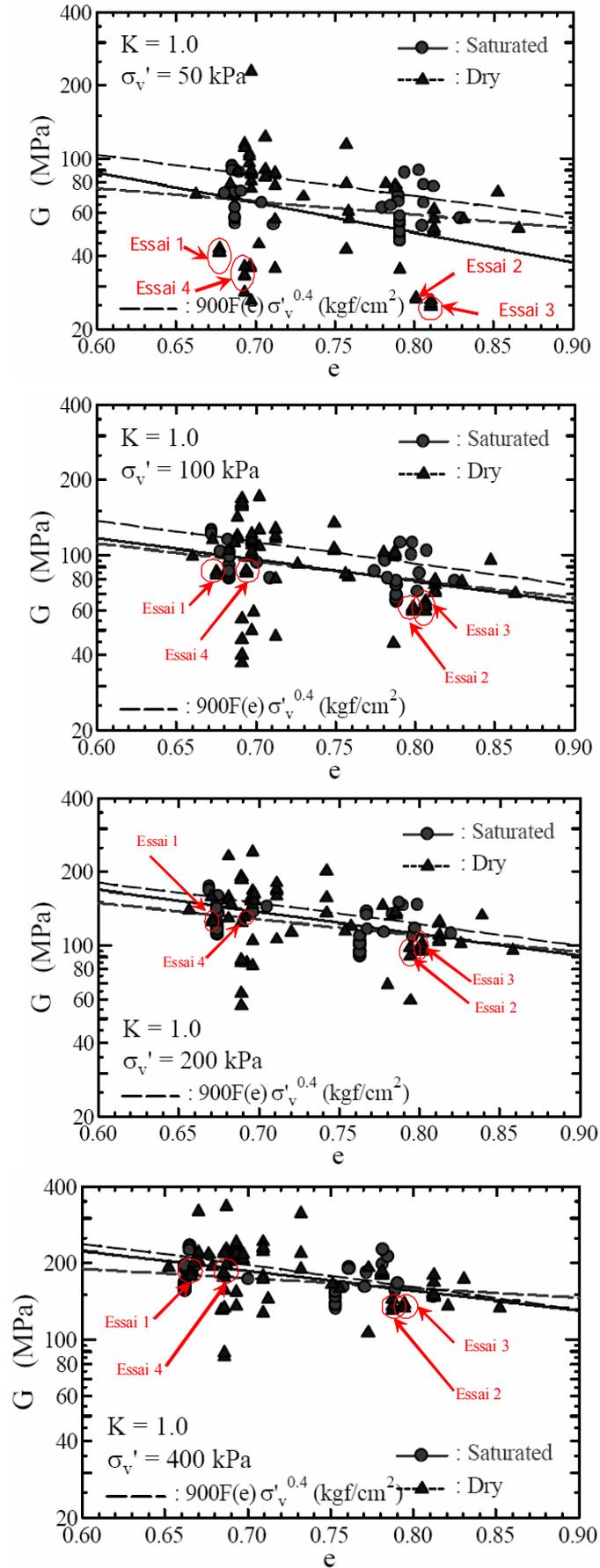


Figure 1.24. Comparaison avec l'ensemble des résultats.

## CHAPITRE 2

### METHODES D'INTERPRETATION ALTERNATIVES

#### 2.1 - Introduction

Le précédent chapitre a montré le caractère subjectif de l'identification du temps de vol des ondes de cisaillement par utilisation des points caractéristiques sur les signaux d'entrée et de sortie. L'exemple du test international sur le sable de Toyoura, pour la contrainte de confinement de 200 kPa, permet d'illustrer ce biais des méthodes temporelles (Figure 2.1). On reporte dans le Tableau 2.1, les différents temps de vol déterminés par les méthodes décrites dans le chapitre 1, pour différentes fréquences d'entrée et différentes formes du signal émis.

Tableau 2.1. Les temps de vol calculés par la méthode temporelle, exprimés en ms.

Fréquence (kHz)	Forme du signal émis	Temps de vol A-D	Temps de vol A-E	Temps de vol A-F	Temps de vol B-G	Temps de vol C-H
5	Sinus	0.73	0.8	0.82	0.80	0.78
	Carré	0.72	0.77	0.79	0.80	0.73
6.67	Sinus	0.73	0.80	0.82	0.80	0.79
	Carré	0.75	0.79	0.80	0.80	0.76
8.33	Sinus	0.77	0.80	0.81	0.80	0.80
	Carré	0.75	0.80	0.81	0.80	0.77
10	Sinus	0.76	0.80	0.81	0.80	0.80
	Carré	0.75	0.80	0.81	0.80	0.78

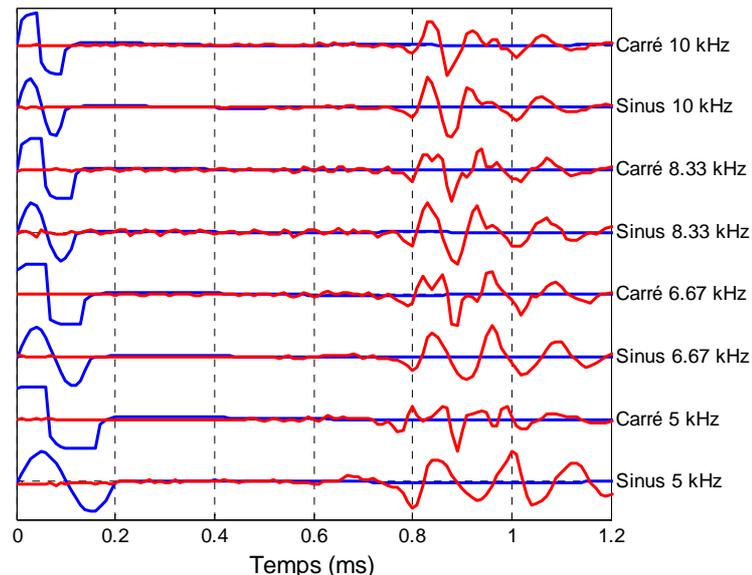


Figure 2.1. Signaux émis et reçus dans l'échantillon de sable de Toyoura (essai N2), sous une contrainte de confinement de 200 kPa.

L'écart maximal entre les temps de vol atteint de 0,09 ms, soit une incertitude sur la vitesse de propagation de l'ordre de 12 %.

Pour faire face à cette difficulté, on est tenté d'utiliser des méthodes alternatives et a priori plus objectives basées sur des outils mathématiques éprouvés. On les décrit successivement dans ce chapitre.

## 2.2 - La corrélation croisée (cross-correlation)

La technique des « bender elements » ressemblant fort à la technique cross-hole, il est normal de s'en inspirer en ce qui concerne les méthodes d'interprétation. Il en est ainsi de la corrélation croisée (cross-correlation) des signaux émis et reçus [Sanchez-Salinero et al., 1986 ; Mancuso et al., 1989 ; Viggiani & Atkinson, 1995]. Il faut cependant noter que la technique cross-hole fait appel à des récepteurs multiples exploitant mieux la corrélation croisée.

Soient un signal d'entrée  $s_1(t)$  et un signal de sortie  $s_2(t)$  quelconques. La corrélation croisée  $cc_{12}(t)$  de ces deux signaux consiste à calculer la grandeur suivante en fonction du temps  $t$  :

$$cc_{12}(t) = \lim_{T \rightarrow \infty} \left[ \frac{1}{T} \int_T s_1(\tau + t) \cdot s_2(\tau) \cdot d\tau \right] \quad (2-1)$$

où  $T$  est la durée totale des signaux (supposée identique) et  $t$  le décalage appliqué au signal d'entrée par rapport au signal de sortie. La corrélation croisée consiste en effet à faire glisser une fenêtre correspondant au signal d'entrée  $s_1(t)$ , d'une quantité  $t$ , le long de l'axe des abscisses (axe des temps  $T$ ) et à rechercher le décalage  $t$  qui permet de superposer avec une différence minimale les deux signaux (Figure 2.2). Il s'agit donc d'un critère de « ressemblance » des signaux émis et reçus, qui, on le pressent, donne des résultats d'autant meilleurs que la distorsion est faible.

Le temps  $T_{cc12}$  utilisé pour caractériser le temps de vol de l'onde est alors le décalage  $t$  qui maximise la corrélation croisée, c'est-à-dire le décalage pour lequel les deux signaux sont les plus proches en termes de fréquence et d'amplitude :

$$T_{cc12} = \text{Max}[cc_{12}(t)] \quad (2-2)$$

La Figure 2.3 montre un exemple de corrélation croisée obtenue dans le cas d'un échantillon de billes de verre soumis à une contrainte de confinement effective de 250 kPa, pour différentes fréquences du signal émis. On constate dans ce cas précis que le temps  $T_{cc12}$  est indépendant de la fréquence du signal d'entrée et il est proche :

- du temps entre les points caractéristiques désignés par A et F dans le chapitre 1 pour les fréquences du signal d'entrée les plus élevées (8 et 10 kHz) ;
- du temps entre les points caractéristiques désignés par A et E dans le chapitre 1 pour les fréquences du signal d'entrée les plus faibles (5 et 6.66 kHz) ;

et ne permet donc pas de lever l'incertitude sur la méthode des points caractéristiques. Cependant, toujours dans cet exemple, la méthode donne des résultats cohérents avec l'analyse temporelle.

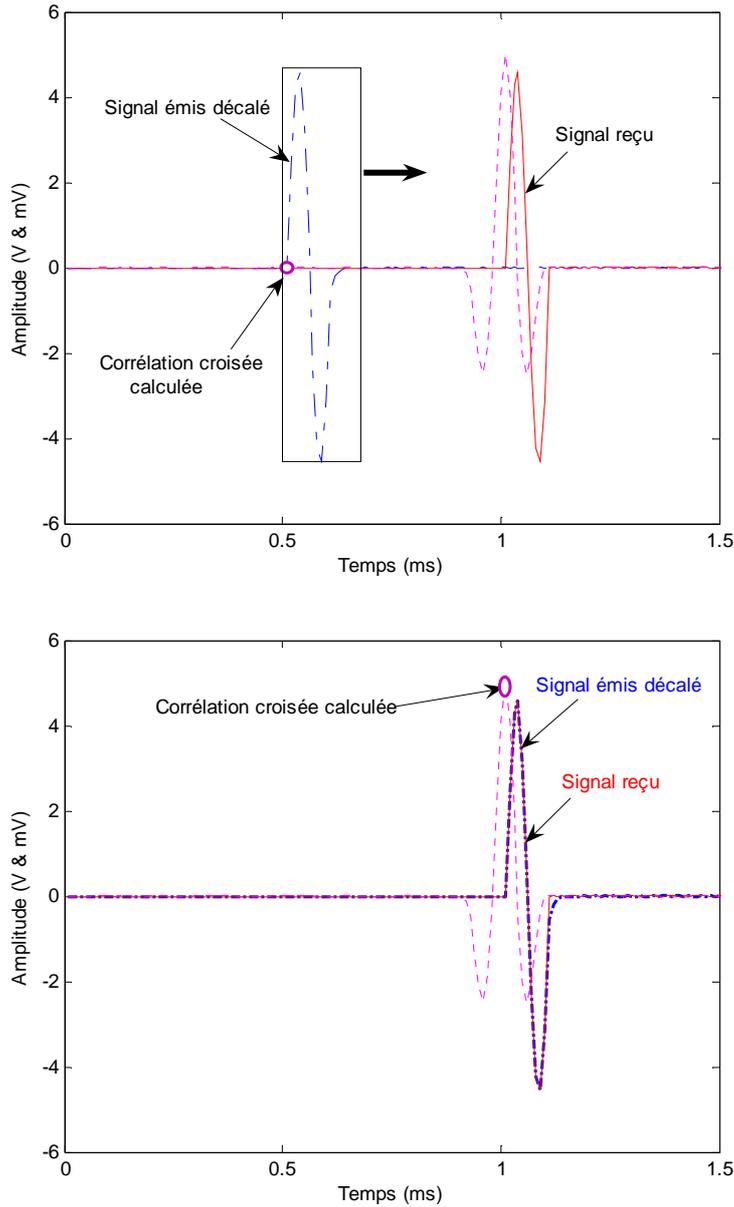


Figure 2.2. Principe de la corrélation croisée.

Malheureusement, dans la plupart des essais réalisés, la valeur maximale de la corrélation croisée aboutit à des temps de vol nettement différents de ceux donnés par les méthodes temporelles [Mohsin & Airey 2003 ; Sharifipour et al., 2004] . En analysant ce phénomène, on s'est aperçu que cela tenait essentiellement à la forme des signaux reçus : pour que les méthodes temporelles et la corrélation croisée convergent vers une solution proche, il est nécessaire que le premier pic significatif du signal de sortie ait une amplitude supérieure à tous les autres pics ultérieurs. Un raisonnement simple permet d'expliquer cela.

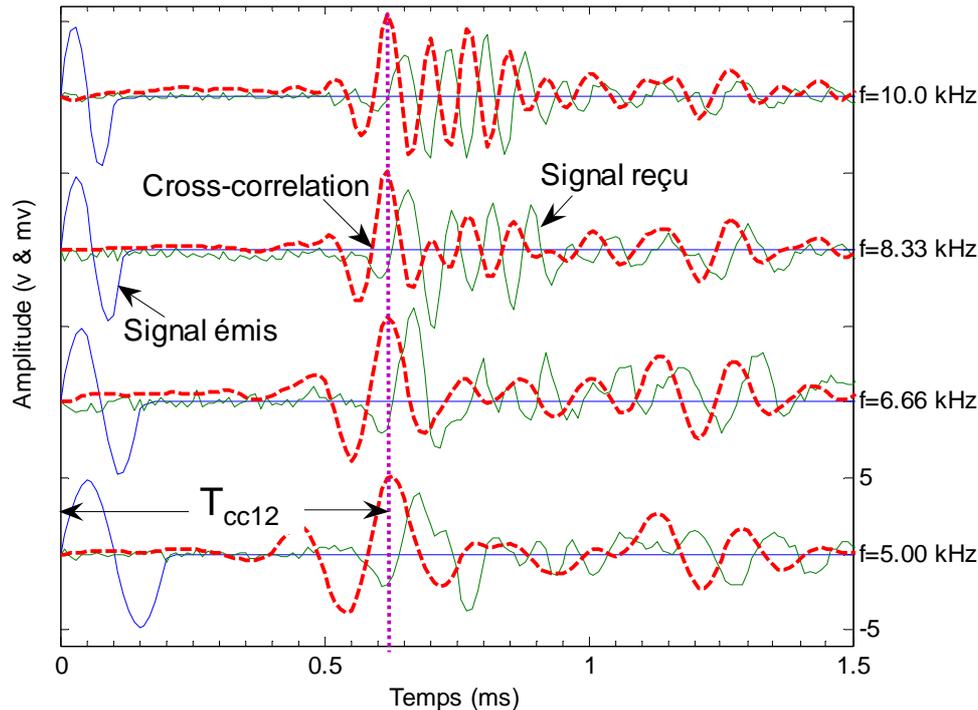


Figure 2.3. Corrélation croisée appliquée aux échantillons de billes de verre.

On considère un signal d'entrée  $s_1(t)$  sous la forme d'une impulsion pseudo-sinusoïdale. Le signal de sortie considéré  $s_2(t)$  résulte d'une combinaison linéaire du signal d'entrée. Différentes situations sont envisagées (Figure 2.4a à Figure 2.4e). Le temps de vol fictif de référence est le temps entre le début du signal d'entrée et le début du signal de sortie.

- Premier cas (Figure 2.4a) : le signal  $s_2(t)$  est identique au signal  $s_1(t)$  et translaté sur l'axe des abscisses (cas idéal de la propagation d'une onde dans un milieu élastique isotrope non dispersif et non atténuant). La corrélation croisée donne un temps de vol fictif égal au temps de référence.

- Deuxième cas (Figure 2.4b) : le signal  $s_2(t)$  est de même période que le signal  $s_1(t)$  mais d'amplitude plus faible (cas d'une onde sphérique se propageant dans un milieu élastique isotrope non dispersif et non atténuant). Là encore, la corrélation croisée donne un temps de vol fictif égal au temps de référence.

- Troisième cas (Figure 2.4c) : le signal  $s_2(t)$  est de même amplitude que le signal  $s_1(t)$  mais de période différente (simulation d'une distorsion du signal de sortie). Si le signal  $s_2(t)$  a une période plus faible (fréquence plus importante) que le signal  $s_1(t)$ , alors le temps de vol fictif correspondant au maximum de la corrélation croisée est inférieur au temps de référence. Inversement, si le signal  $s_2(t)$  a une période plus grande (fréquence plus faible) que le signal  $s_1(t)$ , alors le temps de vol fictif correspondant au maximum de la corrélation croisée est supérieur au temps de référence.

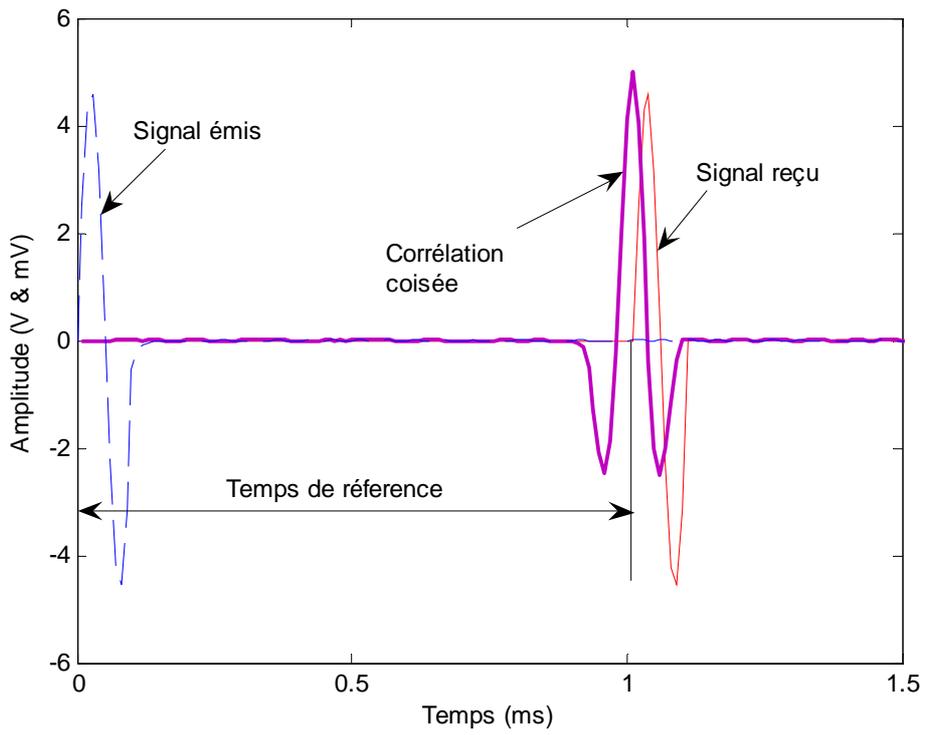
- Quatrième cas (Figure 2.4d) : le signal  $s_2(t)$  est composé de deux parties, la première pour laquelle l'amplitude et la période du signal sont identiques à celles du signal  $s_1(t)$ , la seconde pour laquelle la période est identique au signal  $s_1(t)$  mais d'amplitude plus faible. La corrélation croisée conduit à un temps de vol fictif égal au temps de référence.

- Le cinquième cas (Figure 2.4e) est analogue au précédent, sauf que les deux parties sont inversées : la période d'amplitude faible précède la période d'amplitude plus importante. La corrélation croisée conduit alors à un résultat erroné puisque le temps de vol fictif correspondant au maximum absolu de la corrélation croisée est égal à la somme du temps de référence et de la période du signal émis  $s_1(t)$ .

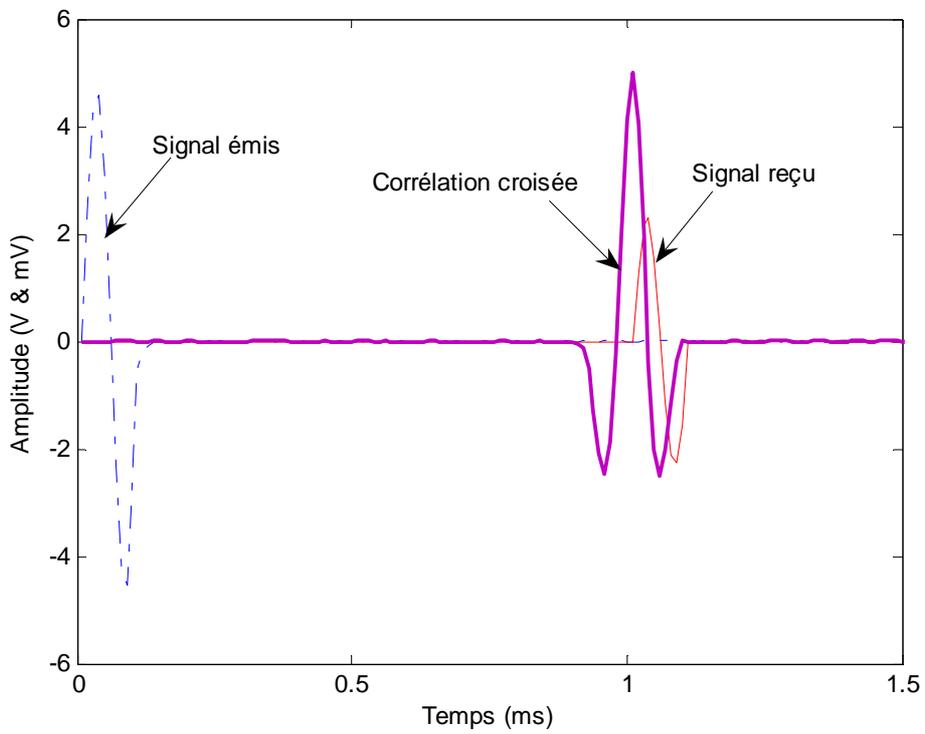
Ceci montre que la prédiction de la corrélation croisée n'est fiable que dans la mesure où aucune distorsion du signal de sortie n'existe. Ceci est rarement le cas dans les expériences sur les milieux granulaires (Figure 2.4).

L'observation préalable du signal de sortie par l'expérimentateur est nécessaire pour estimer la pertinence de la corrélation croisée. Si celui-ci juge que la forme du signal de sortie est compatible avec l'utilisation de la corrélation croisée, c'est-à-dire si le premier pic significatif est celui d'amplitude maximale, alors la corrélation croisée peut donner une indication, et seulement une indication, du temps de vol de l'onde. En aucun cas, la valeur donnée par la corrélation croisée n'est à prendre comme une donnée exacte et fiable.

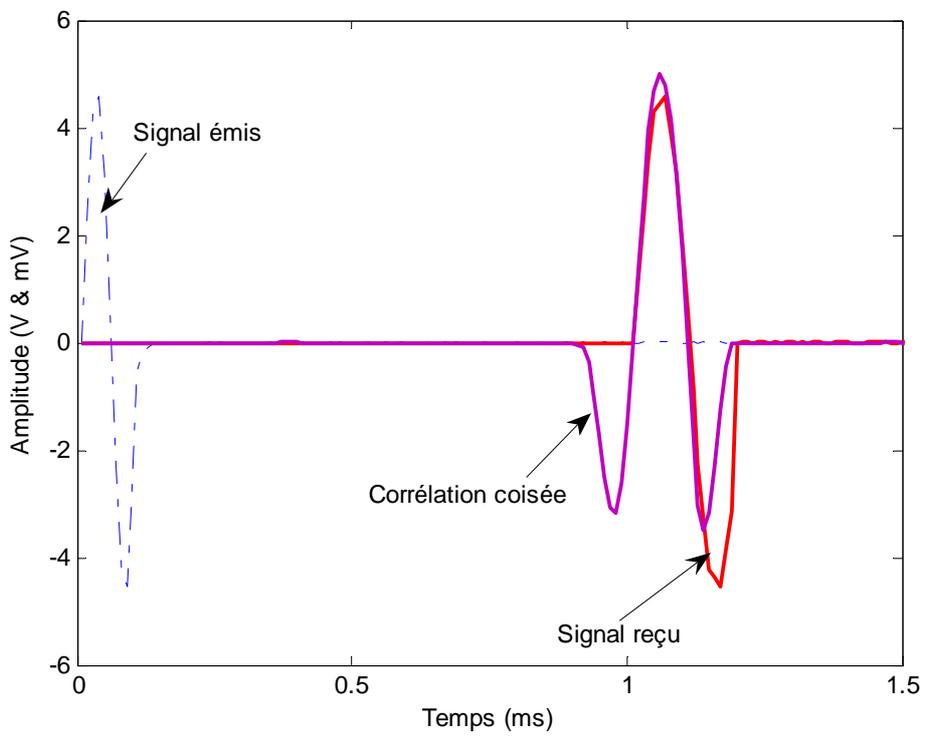
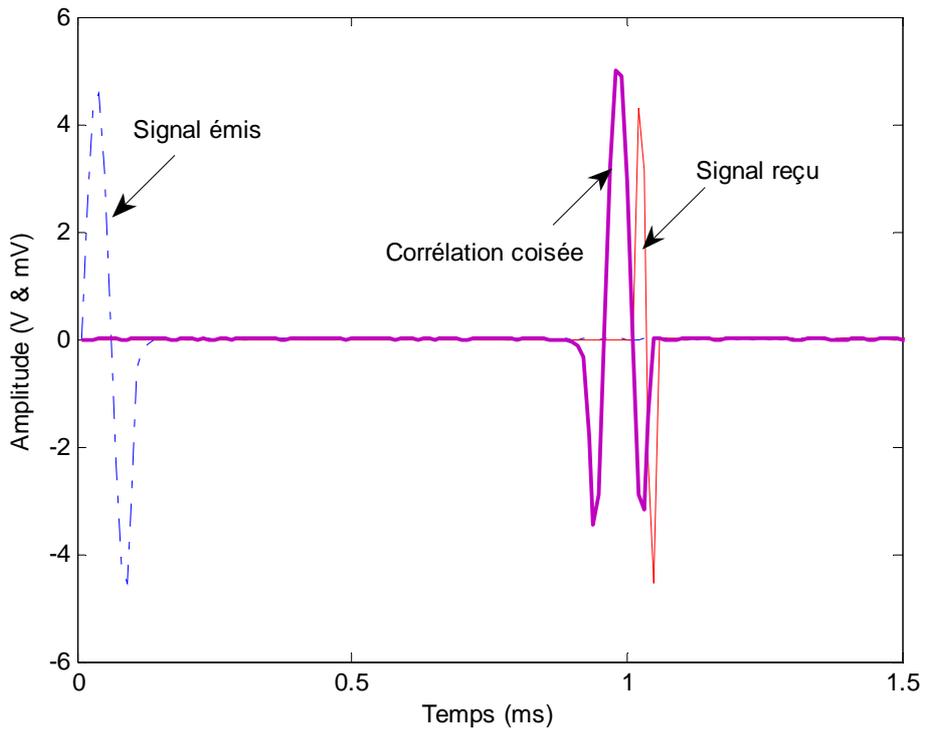
Avant de présenter les méthodes alternatives dites fréquentielles, on commence par rappeler quelques définitions puis on décrit les outils mathématiques utilisés par la suite.



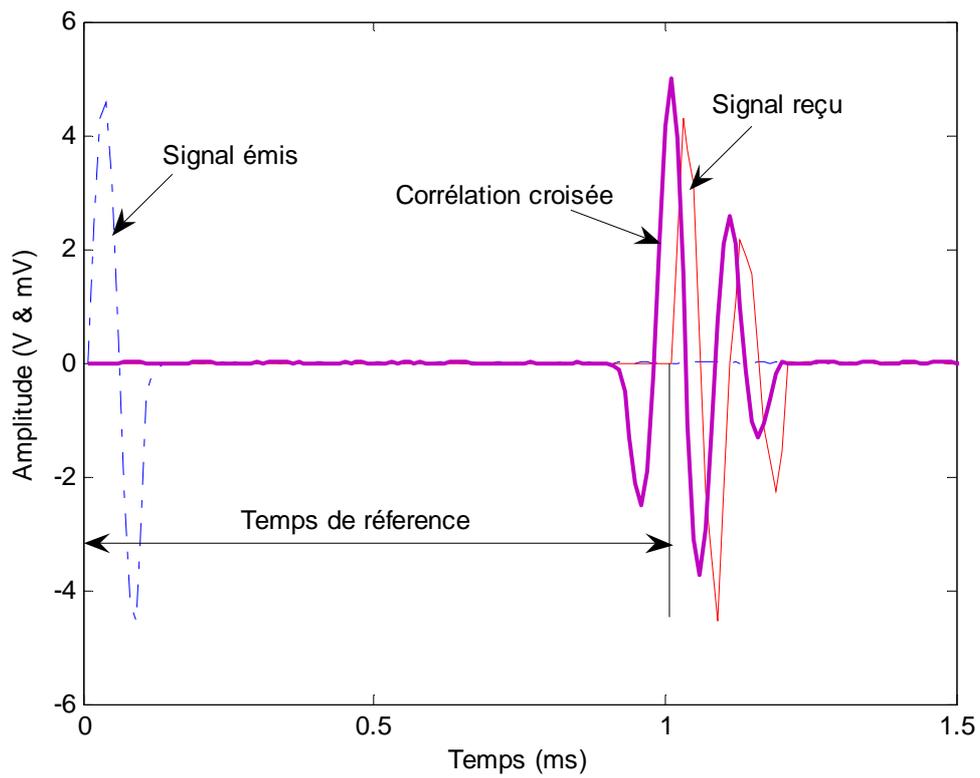
(a) Premier cas.



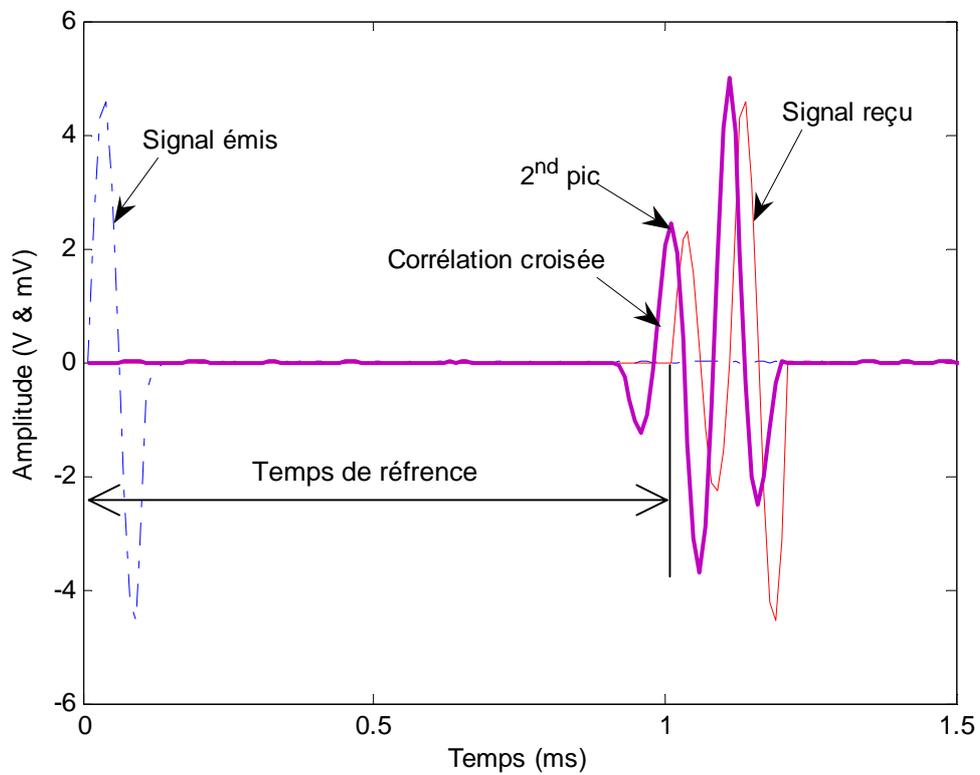
(b) Deuxième cas



(c) Troisième cas.



(d) Quatrième cas.



(e) Cinquième cas.

Figure 2.4. Biais sur la corrélation croisée apportée par la forme des signaux.

## 2.3 - Terminologie

Un mouvement périodique (Figure 2.5) peut être caractérisé par :

- sa période  $T$  [s] représentant la durée d'une oscillation, c'est-à-dire l'intervalle de temps séparant deux instants où le système se trouve dans le même état ;
- sa fréquence  $f$  [Hz] représentant le nombre d'oscillations par seconde : les ondes engendrées par les « bender-extenders » sont classées comme des ondes acoustiques puisque leur fréquence est comprise entre 3 et 10 kHz. La fréquence et la période sont liées par la relation  $f = \frac{1}{T}$  ;
- la pulsation  $\omega = 2\pi f$  [rad.s<sup>-1</sup>] ;
- l'amplitude maximale  $A_0$ , positive ou négative, de l'oscillation ;
- la longueur d'onde  $\lambda$  [m] est la distance séparant deux crêtes successives d'une onde périodique. Elle peut être reliée à la fréquence  $f$  par la relation :  $\lambda = V_{ph} / f$  où  $V_{ph}$  est la vitesse de phase de l'onde ;
- le nombre d'onde  $k$  [m<sup>-1</sup>] est l'équivalent spatial de la notion de pulsation utilisée pour une grandeur oscillant en fonction du temps :  $k = \frac{1}{\lambda} = \frac{f}{V_{ph}}$ . Une transformation de

Fourier sur des données dépendant du temps fournit un spectre en fonction de la fréquence. Une transformation de Fourier sur des données dépendant des coordonnées spatiales produit un spectre en fonction de ce nombre d'ondes.

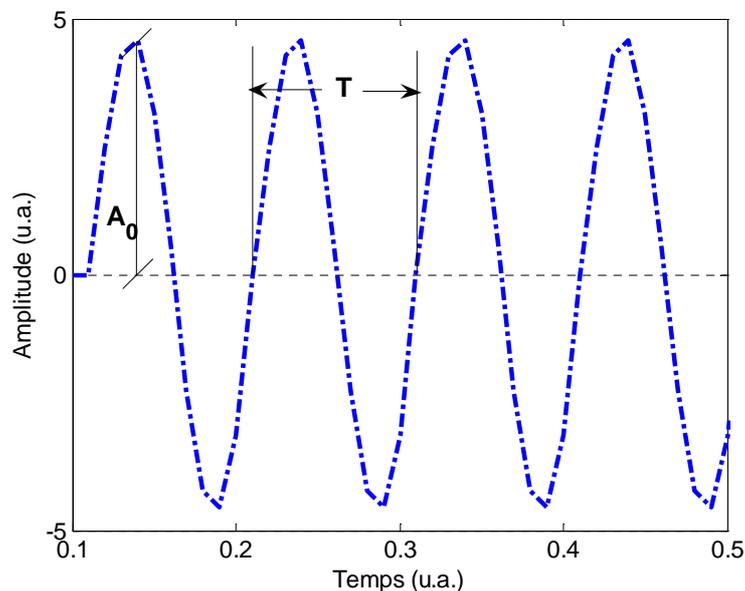


Figure 2.5. Mouvement périodique.

La relation entre la pulsation  $\omega$  et le nombre d'ondes  $k$  est appelée relation de dispersion. Elle dépend des propriétés physiques du milieu de propagation et de sa géométrie. Elle permet également de distinguer la vitesse de phase  $V_{phase}$  et la vitesse de groupe  $V_{groupe}$ . Ainsi :

$$V_{phase} = \frac{\omega}{\text{Re}[k]}$$

$$V_{groupe} = \frac{\partial \omega}{\partial \text{Re}[k]} \quad (2-3)$$

La partie imaginaire du nombre d'onde  $k$  correspond au coefficient d'atténuation de l'onde.

Une oscillation est dite harmonique si elle peut être représentée mathématiquement par une fonction sinusoïdale sous la forme :

$$A(t) = A_0 \times \sin(\omega t + \varphi)$$

où  $\omega$  est la pulsation et  $\varphi$  la phase. Une oscillation périodique quelconque peut se décomposer en la somme de plusieurs oscillations harmoniques.

On distingue également les ondes progressives qui se déplacent dans l'espace et les ondes stationnaires qui oscillent sans progresser spatialement.

## 2.4 - Outils mathématiques

### 2.4.1 - Transformée de Fourier

Les méthodes fréquentielles font largement appel à la transformée de Fourier qui permet de passer simplement d'une représentation d'un signal dans le domaine temporel à une représentation dans le domaine fréquentiel, et vice versa. Dans cette section, les fonctions du temps  $t$  seront désignées par des lettres minuscules tandis que les fonctions de la fréquence  $f$  ou de la pulsation  $\omega$  seront désignées par des lettres majuscules.

Par définition, la transformée de Fourier  $H(f)$  d'une fonction continue  $h(t)$  est le résultat de l'opération suivante :

$$H(f) = \int_{-\infty}^{\infty} h(t) \cdot e^{-i2\pi ft} dt \quad \text{ou} \quad H(\omega) = \int_{-\infty}^{\infty} h(t) \cdot e^{-i\omega t} dt \quad (2-4)$$

Cette opération est réversible :

$$h(t) = \int_{-\infty}^{\infty} H(f) \cdot e^{i2\pi ft} df \quad \text{ou} \quad h(t) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} H(\omega) \cdot e^{i\omega t} d\omega \quad (2-5)$$

La fonction  $H(f)$  est en général complexe. Les parties réelles  $\text{Re}[H(f)]$  et imaginaires  $\text{Im}[H(f)]$  valent respectivement :

$$\text{Re}[H(f)] = \int_{-\infty}^{\infty} h(t) \cdot \cos(2\pi \cdot f \cdot t) dt \quad (\text{fonction paire})$$

$$\text{Im}[H(f)] = \int_{-\infty}^{\infty} h(t) \cdot \sin(2\pi \cdot f \cdot t) dt \quad (\text{fonction impaire})$$

Elle peut aussi s'écrire sous la forme :

$$H(f) = A(f) \cdot e^{i\theta(f)}$$

où  $A(f)$  est le spectre d'amplitude et  $\theta(f)$  le spectre de phase :

$$|A(f)| = \sqrt{(\text{Re}[H(f)])^2 + \text{Im}[H(f)]^2}$$

$$\theta(f) = \text{Arc tan} \left[ \frac{\text{Im}[H(f)]}{\text{Re}[H(f)]} \right] \quad \text{avec } -\pi \leq \theta(f) \leq \pi \quad (2-6)$$

Cependant, les signaux enregistrés dans les expériences de propagation d'ondes sont mathématiquement des ensembles de 1000 valeurs équidistantes en temps avec un intervalle d'acquisition de 0,01 ms (soit une fréquence d'échantillonnage de 100 kHz). Il faut s'assurer que cette fréquence d'échantillonnage n'engendre pas de pertes d'information, c'est-à-dire que la fréquence d'échantillonnage est nettement supérieure aux fréquences contenues dans les signaux émis et reçus. La limite (fréquence de Nyquist-Shannon) est donnée par le théorème de Shannon que l'on peut énoncer de la manière suivante :

*« pour qu'un signal ne soit pas perturbé par l'échantillonnage, la fréquence d'échantillonnage doit être supérieure au double de la plus haute fréquence contenue dans le signal ».*

Cette condition est en général respectée dans nos applications dans lesquelles les fréquences les plus élevées avoisinent les 20 kHz. Par ailleurs, la transformation utilisée sera une transformation de Fourier discrète et sera désignée par FFT comme l'opérateur employé dans le logiciel commercial Matlab.

### 2.4.2 - Convolution

La convolution dans le domaine temporel de deux fonctions  $x(t)$  et  $h(t)$  est :

$$y(t) = x(t) * h(t) = \int_{-\infty}^{\infty} x(s) \cdot h(t-s) ds = \text{FFT}^{-1} \{ \text{FFT}[x(t)] \text{FFT}[h(t)] \} \quad (2-7)$$

où  $\text{FFT}^{-1}$  est la transformation de Fourier inverse. Le passage dans l'espace en fréquence permet de simplifier les calculs puisque le produit de convolution devient un simple produit scalaire. Ainsi, soient  $s_1(t)$  le signal, de transformée de Fourier  $S_1(f)$ , émis à l'entrée d'un système linéaire quelconque et  $s_2(t)$  le signal reçu en sortie, de transformée de Fourier  $S_2(f)$  :

$$s_2(t) = h(t) * s_1(t) \quad \Rightarrow \quad S_2(f) = H(f) \cdot S_1(f) \quad (2-8)$$

La fonction  $H(f)$  est la fonction de transfert du système linéaire.

### 2.4.3 - Corrélation

La corrélation de 2 signaux  $x(t)$  et  $h(t)$  est la mesure de la similitude pour tout décalage de temps  $s$  :

$$y(t) = \text{Corr}[x(t), h(t)] = \int_{-\infty}^{\infty} x(s+t) \cdot h(s) ds \quad (2-9)$$

Quand les fonctions  $x(t)$  et  $h(t)$  sont différentes, cette opération est appelée corrélation croisée. Quand les deux fonctions sont identiques, on parle d'auto-corrélation. L'auto-corrélation permet de détecter des régularités dans les signaux affectés par du bruit par exemple.

### 2.4.4 - Vitesse de phase

Soient deux signaux  $x_1(t)$  et  $x_2(t)$  et leurs transformées de Fourier respectives  $X_1(f)$  et  $X_2(f)$  :

$$X_1(f) = \text{FFT}[x_1(t)]$$

$$X_2(f) = \text{FFT}[x_2(t)] \quad (2-10)$$

On appelle spectre de puissance croisé la quantité  $G_{12}(f)$  telle que :

$$G_{12}(f) = X_1(f) \cdot X_2^*(f) = \text{FFT}[cc_{12}(t)] = \text{FFT}[\text{Corr}[x_1(t), x_2(t)]] \quad (2-11)$$

où le symbole  $X^*$  désigne le conjugué de  $X$ . Le spectre de puissance croisé n'est autre que la transformée de Fourier de la corrélation des deux signaux  $x_1(t)$  et  $x_2(t)$ .

La phase du spectre de puissance croisé est la quantité  $\theta_{12}(f)$  telle que :

$$\theta_{12}(f) = \text{Arc tan} \left[ \frac{\text{Im}[G_{12}(f)]}{\text{Re}[G_{12}(f)]} \right] \quad \text{avec } -\pi \leq \theta_{12}(f) \leq \pi \quad (2-12)$$

Ceci permet de calculer la vitesse de phase  $V_{\text{phase}}$  par :

$$V_{\text{phase}}(f) = \frac{d}{T_{\text{phase}}(f)} \quad \text{avec} \quad T_{\text{phase}}(f) = \frac{\theta_{12}(f)}{2\pi \cdot f} \quad (2-13)$$

où  $d$  est la distance parcourue par l'onde et  $T_{\text{phase}}$  le temps de propagation de l'onde à la vitesse  $V_{\text{phase}}$ .

On note que le calcul de la vitesse de phase passe par le calcul de la transformée de Fourier de la corrélation croisée. A priori, les conclusions obtenues sur la pertinence de la corrélation croisée sont également valables pour le calcul de la vitesse de phase, à savoir que la distorsion doit être faible pour que les temps de propagation des ondes mesurés par les méthodes temporelles et cette méthode alternative soient proches. La Figure 2.6 (extension du cas 2.4e) présente les signaux émis et reçu pour un matériau modèle et les temps calculés par la méthode de corrélation croisée ( $T_{\text{cc}}$ ) et par la méthode fréquentielle ( $T_{\text{groupe}}$  est le temps

correspondant à la vitesse de groupe et  $T_{\text{phase}}$  est le temps correspondant à la vitesse de phase). Ces trois temps de propagation sont effectivement proches.

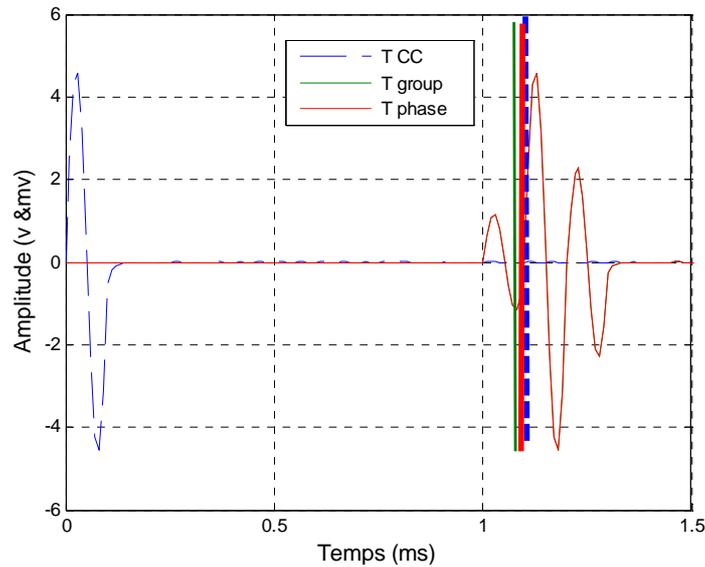


Figure 2.6. Signaux émis et reçus et le temps de vol calculé par différentes méthodes.

Finalement, la fonction de cohérence de deux signaux est, par définition :

$$\text{Coh}(f) = \left[ \frac{G_{12}(f) \cdot G_{12}^*(f)}{G_{11}(f) \cdot G_{22}(f)} \right]^{1/2} \quad (2-14)$$

Elle donne une indication sur le degré de corrélation de deux signaux (et par là, le niveau de bruit).

### 2.4.5 - Théorème de Parseval

D'après le théorème de Parseval, la quantité d'énergie contenue dans un signal  $x(t)$  est la même dans le domaine temporel et dans le domaine fréquentiel :

$$\int_{-\infty}^{\infty} |x(t)|^2 dt = \int_{-\infty}^{\infty} |X(f)|^2 df \quad (2-15)$$

### 2.5 - Autre méthodes

L'utilisation des méthodes fréquentielles peut être optimisée par la génération de signaux continus à fréquence constante ou variable (sweep signals) [Blewett et al., 1999 ; Greening et al., 2004]. Le système est alors soumis à un état de vibrations stationnaires, ce qui facilite l'interprétation. On peut également citer la méthode  $\pi$ -point dans laquelle on cherche à mettre

en phase les signaux émis et reçus pour faciliter les calculs [Greening & Nash 2004 ; Rio, 2006] (Figure 2.7).

Dans la méthode des signaux continus, la différence de phase entre les signaux est calculée pour une fréquence donnée et il faut réaliser différents essais avec différentes fréquences. Dans la méthode  $\pi$ -point, la fréquence est ajustée de manière à établir une différence de phase pré-définie entre les signaux émis et reçu, en général un multiple de  $\pi$  (Figure 2.7a, signaux en phase ; Figure 2.7b, signaux déphasés ; Figure 2.7c, signaux en opposition de phase).

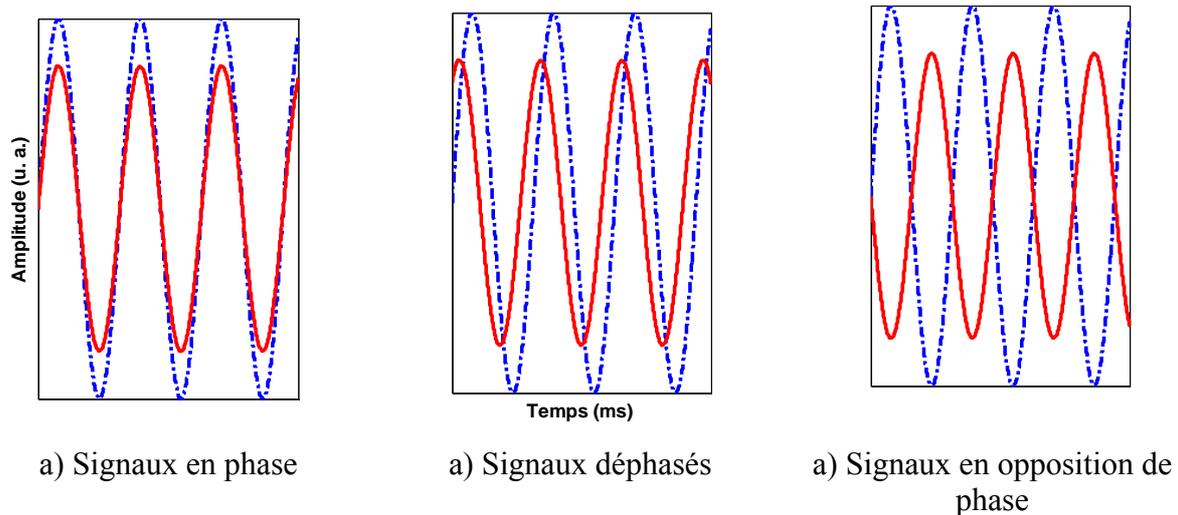


Figure 2.7. Position relative de deux signaux continus.

## 2.6 - Problèmes d'interfaces

Les ondes interagissent d'une manière plus ou moins complexe avec les défauts présents dans la matière et avec les frontières d'un milieu, modifiant leur parcours et la nature des ondes. Ainsi, une onde incidente parvenant sur une interface est en partie réfléchiée et en partie transmise ou réfractée. La direction et l'amplitude des ondes réfléchies et transmises sont déterminées par la loi de Snell-Descartes.

### 2.6.1 - Transmission et réflexion

Une onde incidente qui parvient sur une interface (frontière entre deux milieux de propriétés physiques et/ou mécaniques différentes) subit une part de transmission et une part de réflexion. L'amplitude de ces deux parts est évidemment plus faible que l'amplitude du signal incident. Elle dépend des coefficients de transmission et de réflexion fonction des contrastes d'impédance à la frontière des deux milieux.

### 2.6.2 - Conversion d'onde

Si l'onde incidente parvient obliquement sur l'interface, alors il se produit le phénomène de conversion d'onde. Une onde de compression incidente donne ainsi naissance à :

- une onde de cisaillement transmise au travers de l'interface ;
- une onde de cisaillement réfléchiée ;

mais aussi :

- une onde de compression transmise au travers de l'interface ;
  - une onde de compression réfléchie
- dont les vitesses de propagation dépendent des propriétés des milieux traversés.

Les relations entre l'angle des rayons sont fixées par la relation suivante :

$$\frac{\sin(i)}{V_1} = \frac{\sin(r)}{V_1} = \frac{\sin(t)}{V_2} \quad (2-16)$$

Dans cette équation, l'indice  $i$  représente l'angle du rayon incident avec la normale à l'interface. L'indice  $r$  et l'indice  $t$  désignent respectivement le rayon réfléchi et le rayon transmis à l'interface (Figure 2.8).  $V_1$  et  $V_2$  sont respectivement les vitesses des ondes dans le milieu 1 et le milieu 2.

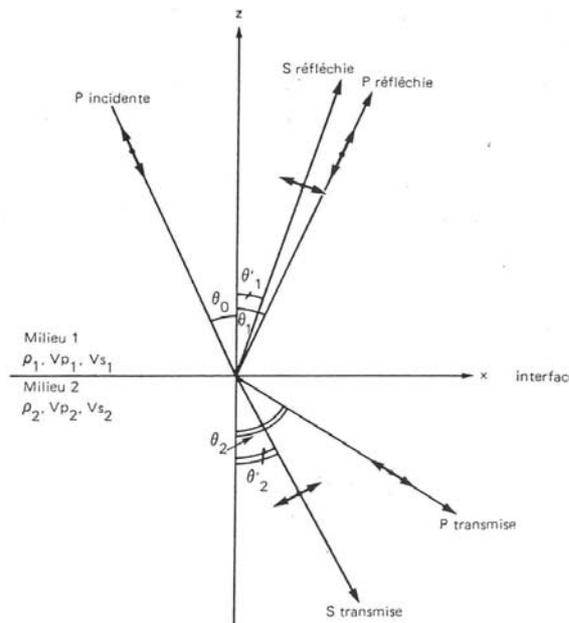


Figure 2.8. Relations angulaires entre rayons incidents, réfléchis et transmis d'une onde de compression sur une interface plane.

### 2.6.3 - Impédance acoustique, coefficients de réflexion et de transmission

L'impédance acoustique  $Z$  caractérise la qualité du matériau à transmettre les ondes. Dans le cas des ondes planes, l'impédance acoustique  $Z$  est égale au produit de la masse volumique du matériau par la vitesse de propagation  $V$  des ondes dans ce matériau :

$$Z = \rho \cdot V \quad (2-17)$$

Généralement  $Z$  est exprimée en  $10^6 \text{ kg}/(\text{m}^2 \cdot \text{s})$ .

En incidence normale, le coefficient de réflexion  $R$  est :

$$R = \frac{Z_2 - Z_1}{Z_2 + Z_1} \quad (2-18)$$

avec:

$Z_1$  : impédance acoustique dans le milieu d'incidence ;

$Z_2$  : impédance acoustique dans le milieu de transmission ;

Le coefficient de transmission T est :

$$T = \frac{2Z_2}{Z_2 + Z_1} \quad (2-19)$$

## 2.7 - Atténuation

Dans le domaine des vibrations, les principales sources de dissipation d'énergie sont :

- les frottements qui interviennent au niveau des interfaces entre les différents constituants ;
- la présence de certains éléments dissipatifs actifs (actionneurs, matériaux piézoélectriques, ...) ou passifs (amortisseur visqueux, ...) ;
- le comportement viscoélastique des matériaux.

Les mécanismes à l'origine de ces pertes d'énergie sont généralement mal connus et sont décrits par le coefficient d'amortissement  $\xi$  que l'on peut identifier par l'analyse des signaux.

Différentes méthodes permettent d'obtenir les valeurs de ce coefficient d'amortissement :

- la relation entre le décrément logarithmique  $\delta$  et le coefficient d'amortissement  $\xi$ , est définie par [Richart et al., 1970] :

$$\delta = Ln \frac{u_{i+1}}{u_i} = \frac{2\pi\xi}{\sqrt{1-\xi^2}} \quad (2-20)$$

où  $u_i$  et  $u_{i+1}$  sont les amplitudes du signal pour les instants  $i$  et  $i+1$  (Figure 2.9).

- le coefficient d'amortissement  $\xi$ , au voisinage de la fréquence de résonance d'un système (Figure 2.), est défini par la relation suivante [Richart et al., 1970] :

$$\frac{2\pi\xi}{\sqrt{1-\xi^2}} = \frac{\pi}{2} \frac{f_2^2 - f_1^2}{f_{\max}^2} \sqrt{\frac{A^2}{A_{\max}^2 - A^2}} \frac{\sqrt{1-2\xi^2}}{1-\xi^2} \quad (2-21)$$

Dans le cas d'un faible coefficient d'amortissement, on considère  $A = A_{\max}/\sqrt{2}$  :

$$\xi = \frac{f_2^2 - f_1^2}{4f_{\max}^2} \quad (2-22)$$

où  $f_1$ ,  $f_2$  et  $f_{\max}$  sont schématisées sur la Figure 2.10.

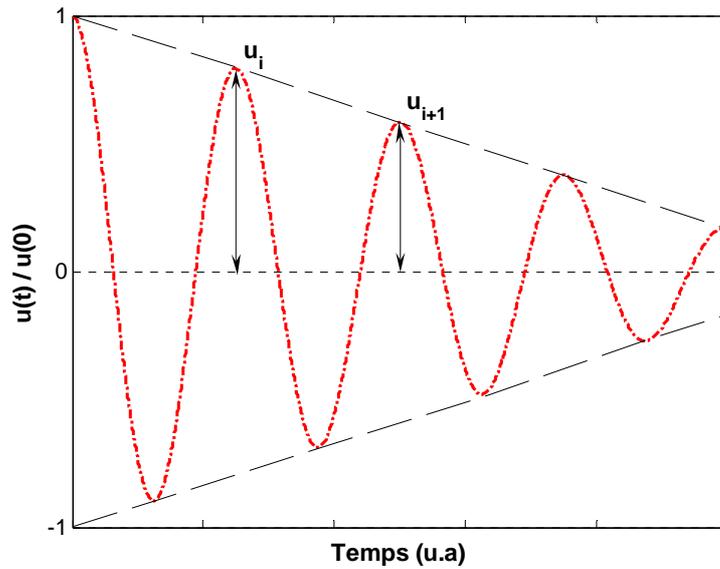


Figure 2.9. Définition du décrement logarithmique  $\delta$ .

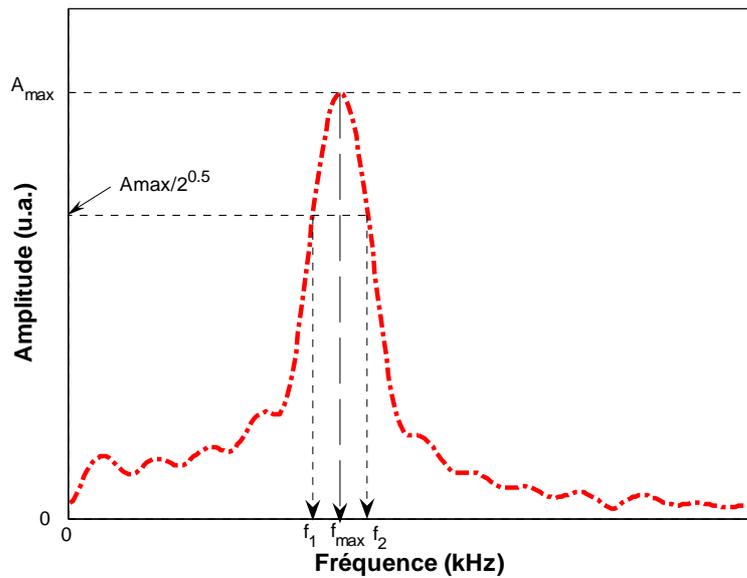


Figure 2.10. Forme typique du spectre de d'amplitude.

## 2.8 - Application des méthodes alternatives

### 2.8.1 - La question de la linéarité du système

On considère  $e_1(t)$  et  $e_2(t)$  deux signaux à l'entrée d'un système et  $s_1(t)$  et  $s_2(t)$  les signaux correspondants reçus en sortie. Le système est dit linéaire si le signal reçu à l'issue de la propagation du signal  $[\lambda_1 \cdot e_1(t) + \lambda_2 \cdot e_2(t)]$  est  $[\lambda_1 \cdot s_1(t) + \lambda_2 \cdot s_2(t)]$ .

Cependant, le système testé est complexe : il n'est pas constitué uniquement de l'échantillon mais d'une chaîne d'éléments :

- le générateur de signaux ;
- l'élément piézo-électrique émetteur ;
- l'échantillon de sol ;
- l'élément piézo-électrique récepteur ;
- l'amplificateur en sortie,

selon le schéma 2.11. En supposant que le parcours de l'information dans les circuits électroniques (générateur, amplificateur ...) est invariant dans le temps, les seules entités susceptibles d'évoluer d'un essai à l'autre sont par conséquent l'échantillon de sol et les deux éléments piézo-électriques, variables de par le contact entre les grains du sol et la partie active des « bender-extend elements ». Autrement dit, le signal de sortie, pour un même signal d'entrée, est affecté par les deux éléments piézo-électriques et le sol.

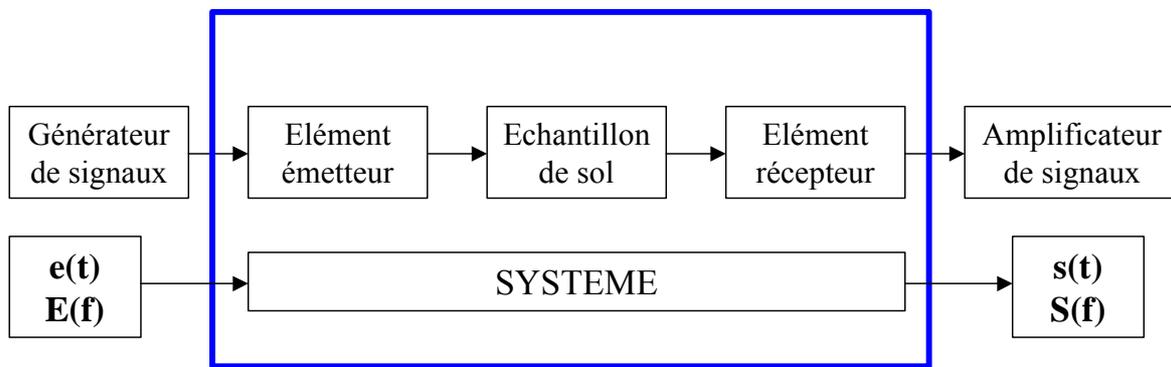


Figure 2.11. Schéma de la chaîne de propagation de l'information.

Le signal  $s(t)$  ou  $S(f)$  est par conséquent le produit de convolution de trois fonctions  $h_e(t)$  (de transformée de Fourier  $H_e(f)$ ),  $h_s(t)$  (de transformée de Fourier  $H_s(f)$ ) et  $h_r(t)$  (de transformée de Fourier  $H_r(f)$ ), correspondant respectivement à la propagation dans l'émetteur et à l'interface émetteur / sol (indice e), dans l'échantillon de sol (indice s) et à l'interface sol / récepteur et dans le récepteur (indice r), avec le signal d'entrée  $e(t)$  ou  $E(f)$  [Berthelot et al., 1992] :

$$s(t) = h_e(t) * h_s(t) * h_r(t) * e(t) \quad (2-23)$$

En utilisant les propriétés de la transformation de Fourier, cette équation de convolution se simplifie en produit scalaire tel que :

$$S(f) = H_e(f) \cdot H_s(f) \cdot H_r(f) \cdot E(f) \quad (2-24)$$

Comme il n'est *a priori* pas possible d'identifier séparément les deux fonctions de transfert des éléments piézo-électriques  $H_e(f)$  et  $H_r(f)$ , qui, par hypothèse, intègrent l'information sur le contact entre les éléments et le sol, on regroupe l'ensemble des fonctions de transfert des différentes parties du système, de telle sorte que :

$$S(f) = H_{\text{système}}(f) \cdot E(f) \Rightarrow H_{\text{système}}(f) = \frac{S(f)}{E(f)} \quad (2-25)$$

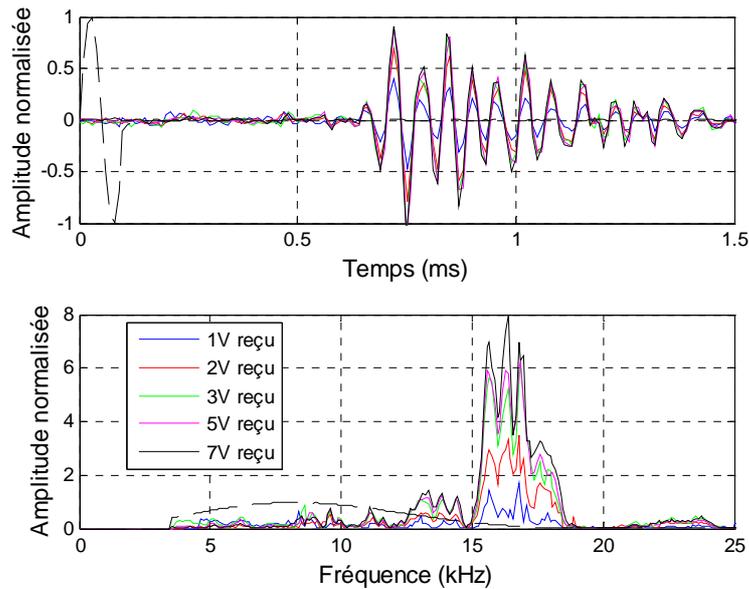
Des essais de propagation d'ondes dans un échantillon de sable de Toyoura sous une contrainte effective isotrope variant de 100 à 500 kPa avec un intervalle de mesure de 50 kPa, ont été réalisés en modifiant l'amplitude du signal émis : de  $\pm 1$  V à  $\pm 7$  V. L'échantillon de sable est préparé par pluviation à l'aide du pluviateur PSA4 et le poids volumique initial de l'échantillon est  $\gamma_d = 15,30$  kN/m<sup>3</sup>. Les résultats dans le domaine temporel et dans le domaine fréquentiel sont présentés sur la Figure 2.12.

La Figure 2.12 montre les résultats de la propagation des ondes de cisaillement (Figure 2.12a) et de compression (Figure 2.12b) dans le sable de Toyoura, sous une contrainte effective isotrope de 200 kPa. L'amplitude des signaux est normalisée par l'amplitude maximale du signal émis. Ainsi, si le système était linéaire, tous les signaux devraient se superposer. On voit que ce n'est pas tout à fait le cas, plus particulièrement pour les ondes de cisaillement. Des variations d'amplitude normalisée sont ainsi mises en évidence alors que la périodicité des signaux est parfaitement reproductible. Le système étudié n'est donc pas parfaitement linéaire. Les causes de cette non-linéarité ne sont pas expliquées mais on peut émettre l'idée qu'elle est liée au comportement mécanique des éléments piézo-électriques qui sera détaillé au chapitre 3. En dépit de ce constat, on admettra, pour des raisons de simplicité, que le système est linéaire.

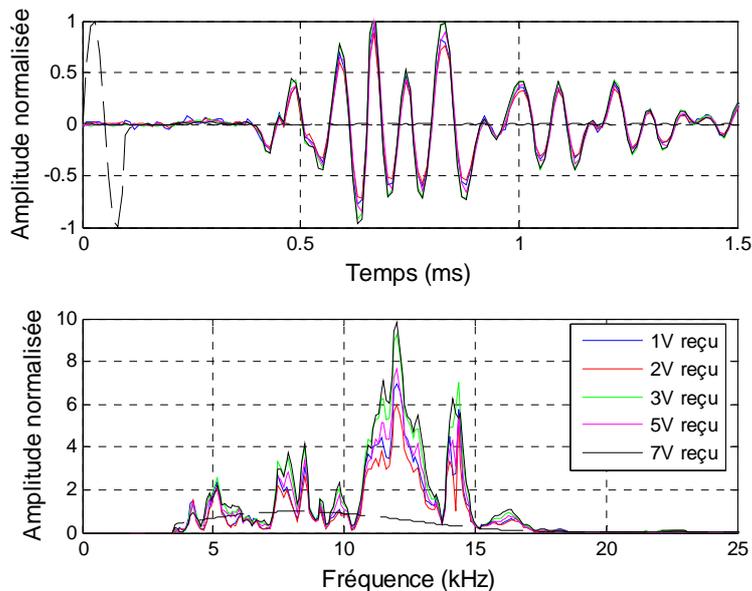
### **2.8.2 - La question de la répétabilité des signaux reçus**

D'après le principe de causalité, une même cause produit le même effet. Pourtant, on observe une variabilité des signaux reçus au cours du temps, toutes choses égales par ailleurs. Les sources de variabilité sont nombreuses. Elles peuvent être dues à des causes extérieures au système étudié (bruit, électronique) mais aussi liées intrinsèquement au phénomène de propagation de l'onde dans un milieu matériel.

Comme le montre la Figure 2.13, obtenue lors d'essais de propagation dans le sable de Toyoura, sous une contrainte effective isotrope de 100 kPa, cette variabilité n'affecte pas la première déviation des signaux reçus : autrement dit, une impulsion et une seule est nécessaire si l'on souhaite identifier le temps de vol des ondes par la méthode temporelle dans notre système où aucune moyenne n'est faite préalablement sur les signaux.



a) Cas des ondes de cisaillement.



b) Cas des ondes de compression.

Figure 2.12. Etude de la linéarité du système.

Par contre, les signaux contiennent une partie aléatoire affectant l'amplitude des signaux. Pour mettre en œuvre les méthodes fréquentielles exploitant la partie du signal reçu où l'amplitude varie, il est important d'atténuer cette part d'aléa. Deux solutions sont envisageables :

- imposer au système de réaliser plusieurs impulsions (ceci est faisable par l'utilisation d'oscilloscopes) et enregistrer la moyenne des signaux obtenus [Landon, 2004] ;
- réaliser une série d'essais de propagation dans des conditions identiques en enregistrant chacune des réponses indépendamment les unes des autres, puis en réaliser la moyenne.

Cette variabilité du signal impose d'étudier de manière statistique les données lorsque les méthodes fréquentielles doivent être mises en œuvre : en effet, la variabilité dans le domaine temporel se retrouve dans le domaine fréquentiel, et principalement lors du calcul de la phase des signaux comme le montre la Figure 2.13.

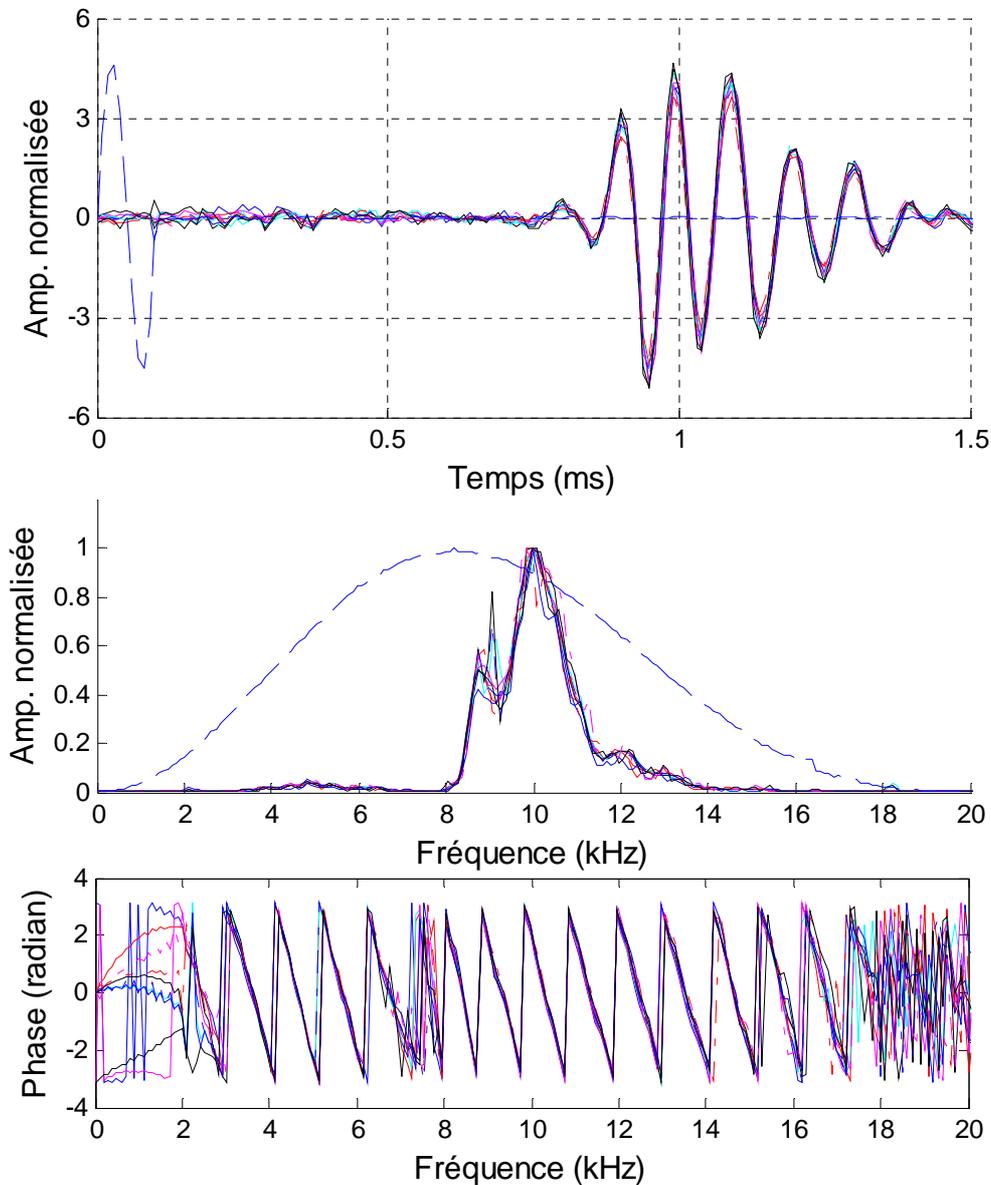


Figure 2.13. Etude de la répétabilité des signaux reçus (onde de cisaillement dans un échantillon de sable de Toyoura sous une pression isotrope de 100 kPa).

## 2.9 - Parties cohérente et incohérente des signaux

On a, jusqu'à présent, attribué la variabilité des signaux à des causes extérieures au système dont l'effet peut être atténué par une moyenne sur plusieurs essais. On peut également l'attribuer à des phénomènes internes au système liés à la propagation des ondes dans un milieu complexe. Cette variabilité est principalement liée à la méthode de fabrication des échantillons. Il est en effet illusoire d'espérer obtenir, par pluviation, deux échantillons

rigoureusement identiques à l'échelle des grains : même si les grandeurs macroscopiques sont similaires (indice des vides en particulier), la structure granulaire est nécessairement différente d'un échantillon à l'autre. Coste [2005] attribue ainsi, dans des assemblages ordonnés de quelques dizaines de particules supposées identiques, l'existence d'une partie cohérente d'un signal et d'une partie incohérente au désordre de contacts lié à une faible différence du diamètre des particules.

Autrement dit, pour mettre en évidence les parties cohérente et incohérente des signaux, il faut réaliser des essais de propagation d'ondes, sur deux échantillons :

- reconstitués puis testés dans des conditions expérimentales similaires ;
- mais nécessairement différents à l'échelle des grains ;
- et il faut moyenniser les signaux pour éliminer le bruit.

Une telle expérience (Figure 2.14) a été réalisée sur deux assemblages de billes de verre de 1 mm de diamètre, avec des indices des vides initiaux respectifs de 0,653 et 0,658. Les hauteurs des deux échantillons étant légèrement différentes (197,7 mm et 197,6 mm respectivement), le signal moyenné dans l'échantillon le plus grand est décalé d'un temps  $t = (197,7 - 197,6) / V_s$  où  $V_s$  est la vitesse de l'onde de cisaillement déterminée par la méthode temporelle. Ce décalage permet de mieux mettre en évidence les parties cohérentes (superposition parfaite des signaux) et incohérentes des signaux.

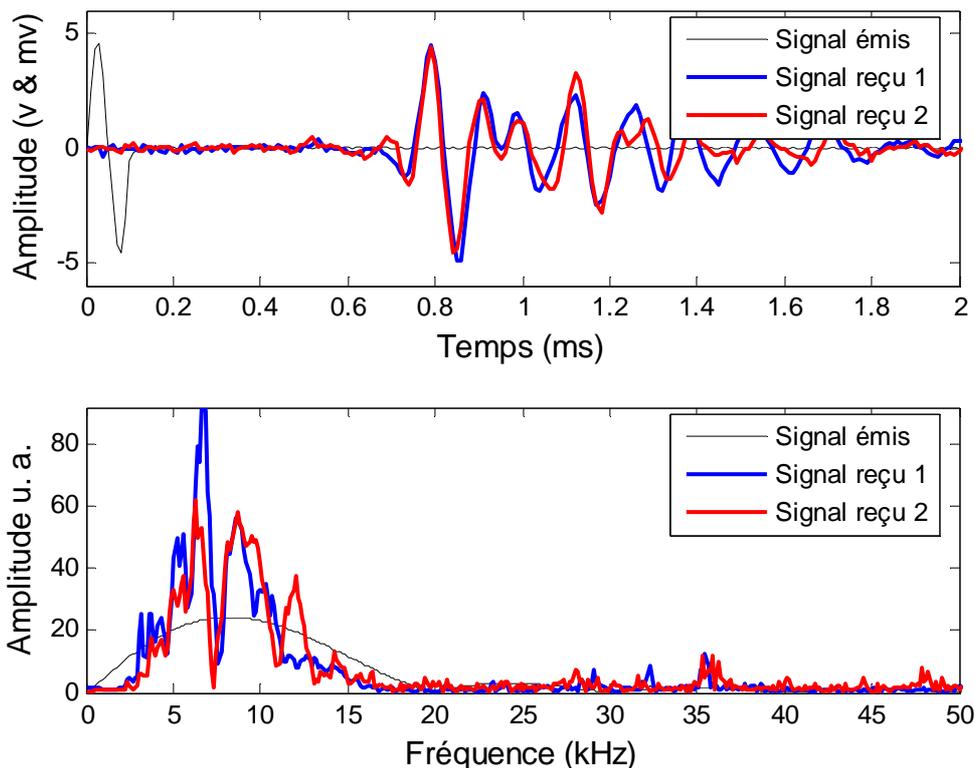


Figure 2.14. Etude des parties cohérente et incohérente des signaux dans les échantillons des billes de verre dégradées sous une pression isotrope de 200 kPa.

Un tel phénomène (Figure 2.15) est également observé sur deux assemblages de billes de verre de 1 mm de diamètre, de même indice des vides ( $e_0 = 0,65$ ) mais :

- dans le premier assemblage, les billes de verre ont un état de surface lisse ;
- dans le second assemblage, la surface des billes de verre a été modifiée par attaque acide.

En raison des hauteurs différentes des deux échantillons, une translation sur l'axe des temps analogue à ce qui a été fait précédemment a été effectuée.

Dans ces deux premiers cas, la première période des signaux de sortie se superpose parfaitement. Au-delà, on note une variabilité de l'amplitude et des fréquences des signaux.

On présente finalement deux autres cas :

- la Figure 2.16 représente les signaux reçus dans deux échantillons de sable de Toyoura, mis en place par pluviation à l'aide de pluviateur PSA4, à des indices des vides initiaux respectifs de 0,81 et 0,83. Une translation du signal est appliquée de manière à faire coïncider le temps d'arrivée supposé de l'onde.
- la Figure 2.17 représente les signaux reçus dans deux échantillons de sable de Toyoura, mis en place par pluviation à l'aide de pluviateur PSA4, au même indice des vides initial de 0,68, mais de hauteurs initiales nettement différentes : 152,7 mm et 100,9 mm. Une translation suivant l'axe des temps est appliquée de manière à faire coïncider le temps d'arrivée supposé de l'onde.

On note là encore un faible écart en fréquence sur la première période du signal reçu, alors que l'amplitude sur cette même période diffère. Au-delà, on observe le même phénomène que précédemment, à savoir une différence notable en amplitude et en fréquence.

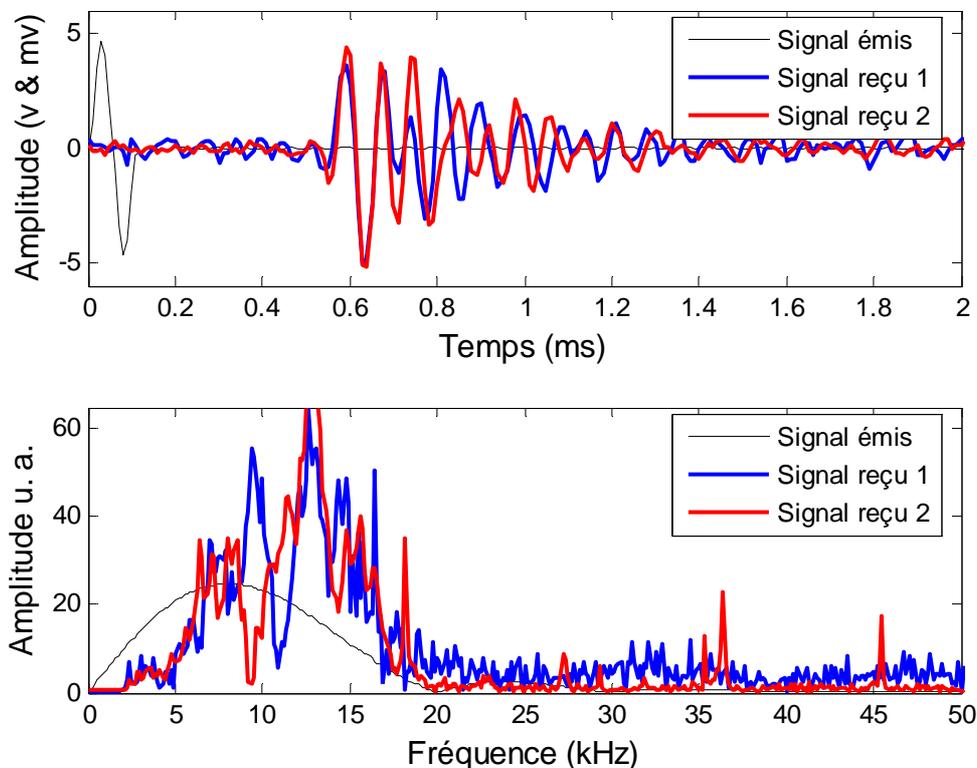


Figure 2.15. Etude des parties cohérente et incohérente des signaux dans 2 échantillons de billes non dégradées (en bleu) et dégradées (en rouge) sous une pression isotrope de 450 kPa.

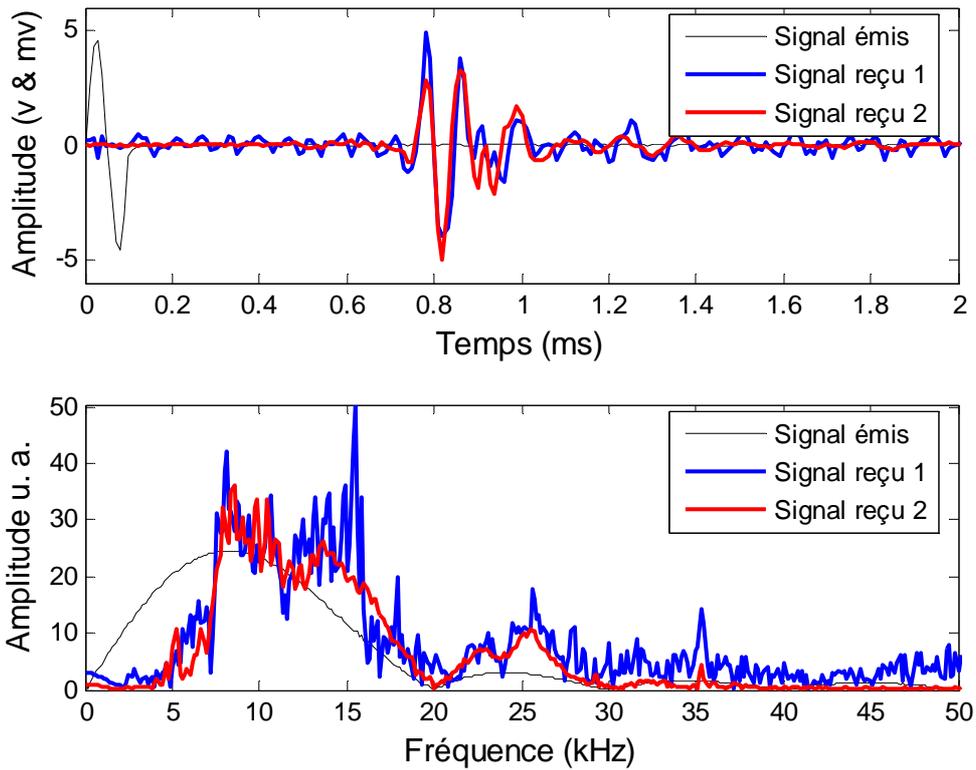


Figure 2.16. Etude des parties cohérente et incohérente des signaux dans 2 échantillons de sable de Toyoura.

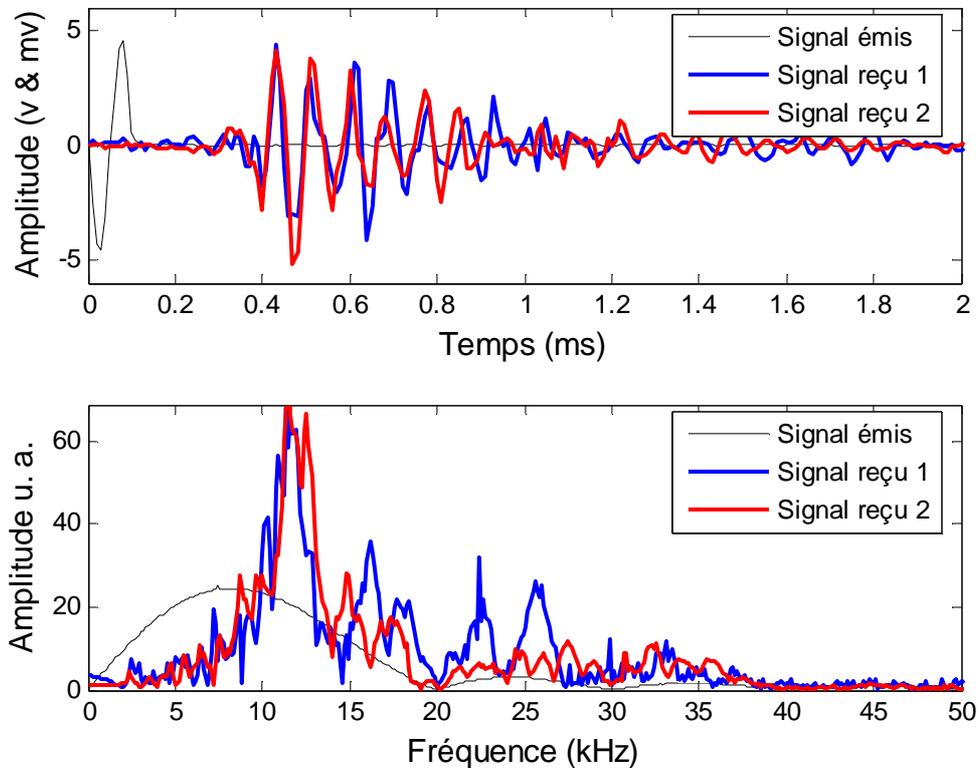


Figure 2.17. Etude des parties cohérente et incohérente des signaux dans 2 échantillons de sable de Toyoura à deux hauteurs différentes (en bleu :  $h \approx 150$  mm ; en rouge :  $h \approx 100$  mm).

La fréquence des signaux est choisie de telle sorte que leur longueur d'onde soit nettement supérieure à la dimension caractéristique des particules constituant le milieu traversé, de manière à se rapprocher des conditions de milieu continu. Cependant, le spectre des signaux émis présente un certain étalement et il n'est pas exclu que la condition de milieu continu ne soit pas toujours respectée. Ayant rappelé ce choix, l'interprétation des parties cohérente et incohérente est la suivante :

- la partie cohérente, invariante dans le temps si les conditions expérimentales sont maintenues, correspond à la propagation de l'onde dans le milieu continu effectif équivalent représenté par ses grandeurs macroscopiques décrivant la structure, en particulier l'indice des vides. Si ces grandeurs macroscopiques ne varient pas, alors la partie cohérente du signal reçu est invariante ;
- la partie incohérente résulte de l'interaction entre l'onde et la structure granulaire, variable d'un échantillon à l'autre.

Pour que les méthodes fréquentielles soient pleinement opérationnelles, il faudrait atténuer, voire éliminer, la partie incohérente des signaux en moyennant un ensemble de signaux correspondant à autant d'échantillons reconstitués dans des conditions identiques. Ceci est difficilement réalisable. Une solution alternative, utilisée par Anfosso [2004], consiste à réaliser, pour un même échantillon, des cycles de décharge – recharge successifs et à effectuer des essais de propagation d'ondes à l'issue de chaque cycle. Cette solution suppose que le cycle de charge – décharge modifie légèrement la structure granulaire du milieu traversé sans en affecter les propriétés macroscopiques, ce qui, dans le cadre des connaissances sur les milieux granulaires, paraît peu plausible.

Cependant, cette technique a été mise en œuvre à titre expérimental pour juger de sa pertinence, i.e savoir si après un certain nombre de cycles, éventuellement avec un incrément de charge variable, la partie incohérente est atténuée (les signaux se superposent alors parfaitement). La Figure 2.18 montre les signaux émis et reçus dans l'échantillon de sable de Toyoura, après des cycles de charge – décharge d'amplitude variable (Tableau 2.2) et des mesures sous pression de confinement de 150 kPa.

Tableau 2.2. Valeurs des pressions pour chaque cycle.

Cycle	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11
Pression maximale (kPa)	150	165	180	200	225	250	300	350	400	450	500
Incrément de charge (kPa)	0	15	30	50	75	100	150	200	250	300	350

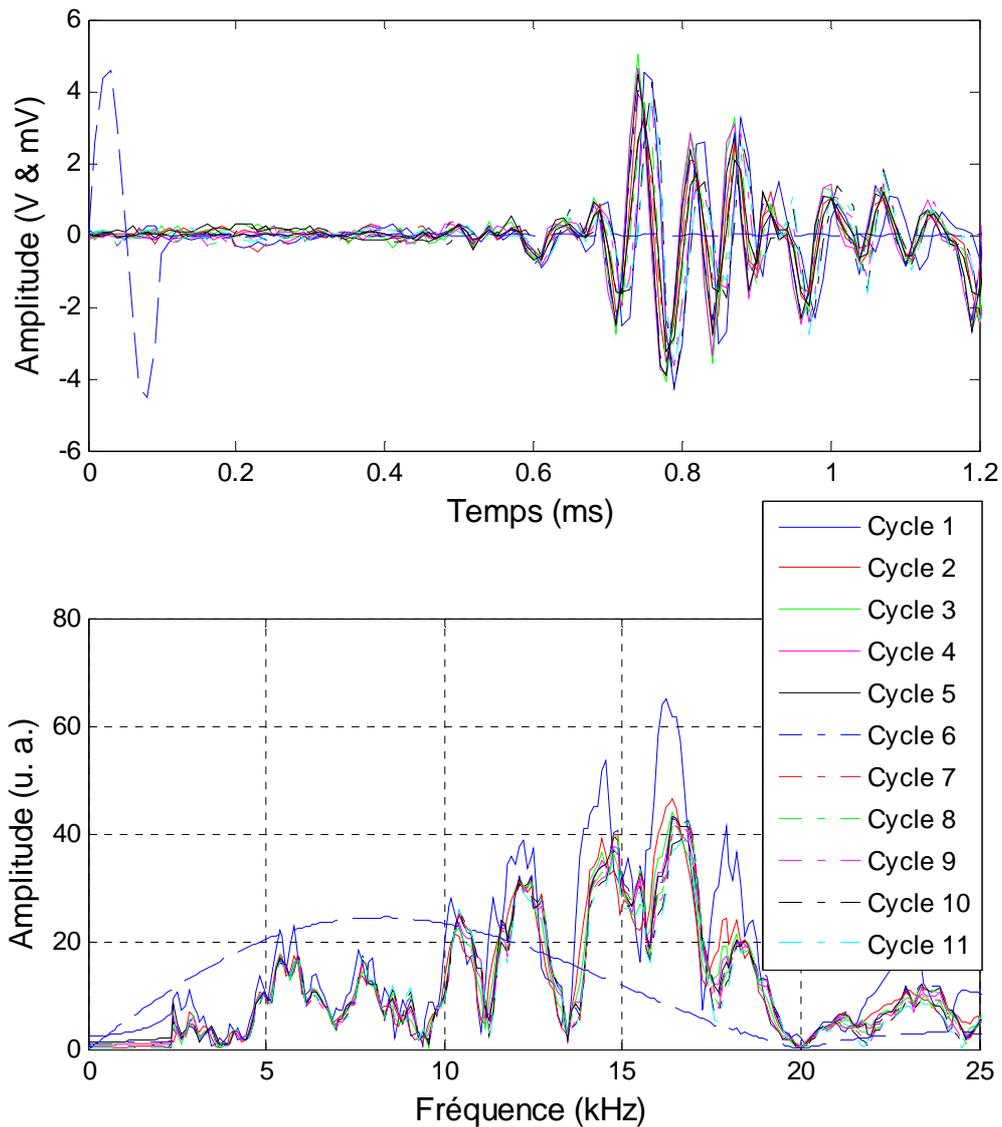


Figure 2.18. Etude des parties cohérente et incohérente des signaux dans l'échantillon de sable de Toyoura sous des cycles de charge – décharge.

On voit bien sur la Figure 2.18 que la forme des signaux reçus n'est pas identique. Avec l'accroissement de l'incrément de charge, les signaux reçus sont décalés légèrement vers la gauche, c'est-à-dire que le temps de vol diminue et l'amplitude du spectre également. Ces résultats montrent que les cycles successifs de charge - décharge modifient légèrement la structure granulaire du milieu traversé, mais ils ne permettent pas d'améliorer la cohérence des signaux reçus.

On est donc dans l'obligation de tenir compte de la partie incohérente des signaux pour utiliser les méthodes fréquentielles supposant toutes l'invariance du milieu traversé. On devrait en toute logique n'utiliser que la partie cohérente du signal pour identifier la vitesse de phase et la vitesse de groupe : on montrera par la suite que cela améliore considérablement la

concordance des résultats entre les méthodes temporelle et fréquentielle. Ce faisant, la diminution du nombre de données expérimentales impliquées dans les calculs altère la qualité de la transformation de Fourier discrète.

## **2.10 - Méthodologie**

### **2.10.1 - Translation verticale des signaux**

Les signaux enregistrés par le logiciel GDS-BES sont transférés sur le logiciel Matlab pour l'interprétation fréquentielle. La Figure 2.19 montre des signaux originaux enregistrés par le logiciel GDS-BES pour le sable d'Hostun sous une pression de confinement de 300 kPa. Pour une raison inconnue, l'amplitude moyenne des signaux n'est pas nulle. L'amplitude moyenne est assez proche de l'amplitude à l'origine des signaux. Elle est relativement constante pour le signal émis et varie entre -1.38 V à -1.39 V.

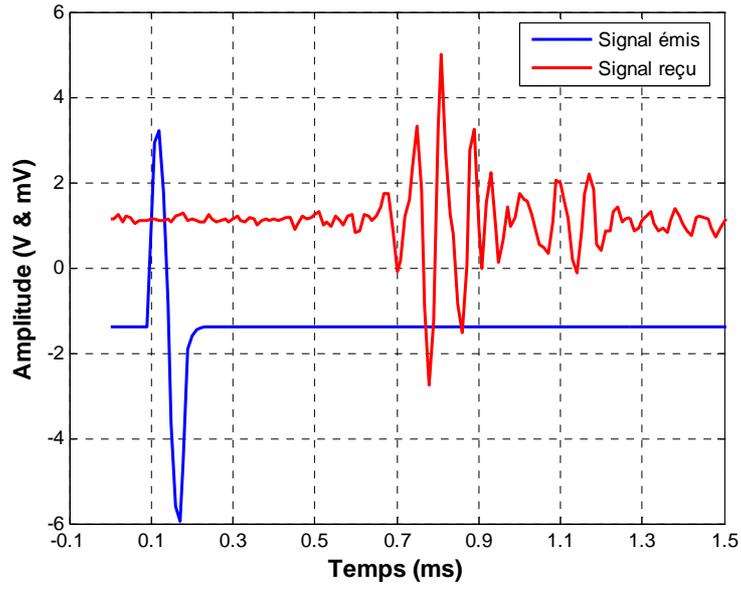
L'amplitude moyenne des signaux reçus est plus aléatoire. La première étape de l'interprétation consiste donc à traduire verticalement les signaux de manière à ce que l'amplitude moyenne soit nulle. Par ailleurs, il faut signaler que la déviation du signal émis n'intervient qu'après un temps compris entre 0.05 et 0.1 ms pour un signal sinusoïdal et entre 0.01 et 0.05 ms pour un signal carré. Une translation horizontale est donc appliquée de manière à faire coïncider l'origine des temps avec la première déviation du signal émis.

### **2.10.2 - Elimination des basses fréquences**

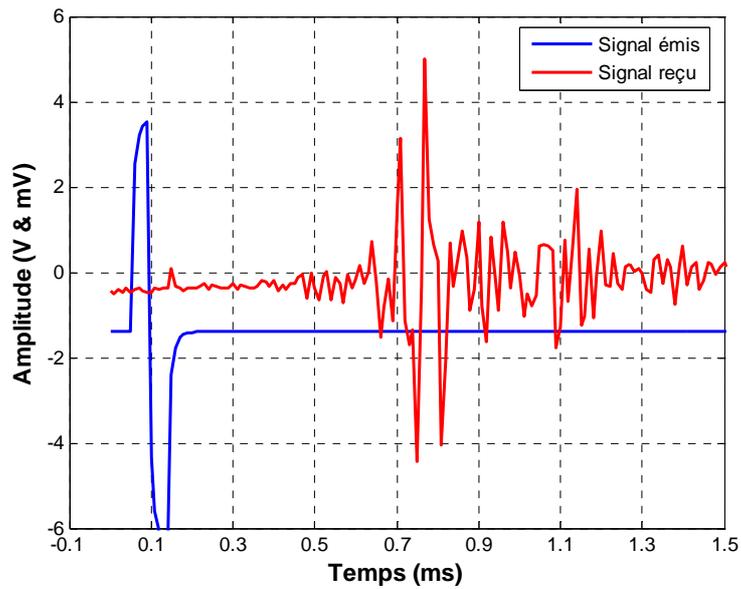
Les signaux reçus contiennent en général des basses fréquences. On peut raisonnablement penser qu'il s'agit de bruit puisqu'une moyenne sur plusieurs signaux permet de l'annuler. On peut aussi les éliminer en filtrant les basses fréquences. Dans le domaine fréquentiel, le signal obtenu par transformation de Fourier se présente sous la forme indiquée sur la Figure 2.20, pour un échantillon de sable d'Hostun RF (essai N2) sous une contrainte de confinement de 200 kPa.

Le filtrage porte sur les fréquences comprises entre 0 et un seuil correspondant à 20% de l'amplitude maximale du spectre au delà de 2 kHz. Une transformée de Fourier inverse (fonction IFFT) est alors appliquée pour obtenir le nouveau signal dans le domaine temporel (Figure 2.21).

La courbe en vert correspond au signal reçu initial et la courbe en rouge au signal reçu reconstitué après l'application du filtrage des basses fréquences et d'une transformée de Fourier inverse.



a) Onde de cisaillement sinusoïdale



b) Onde de cisaillement carré

Figure 2.19. Signaux typiques enregistrés par le logiciel GDS-BES.

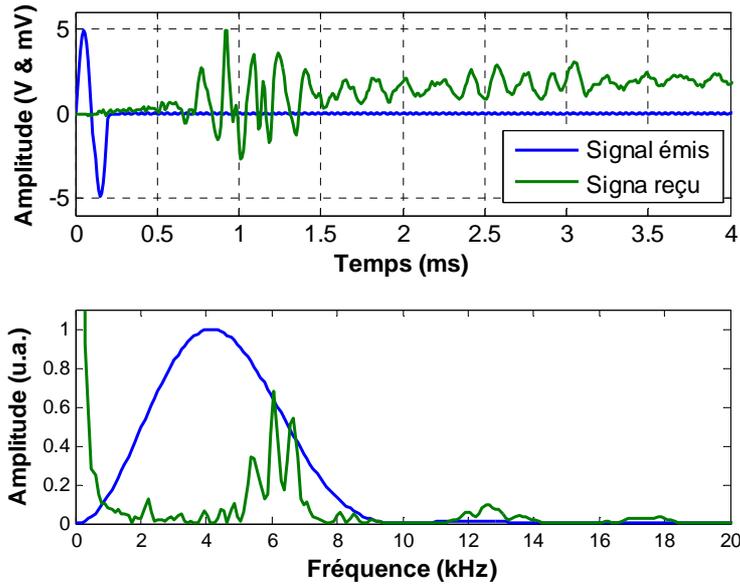


Figure 2.20. Signaux émis et reçu et leur spectre de fréquence pour les ondes S.

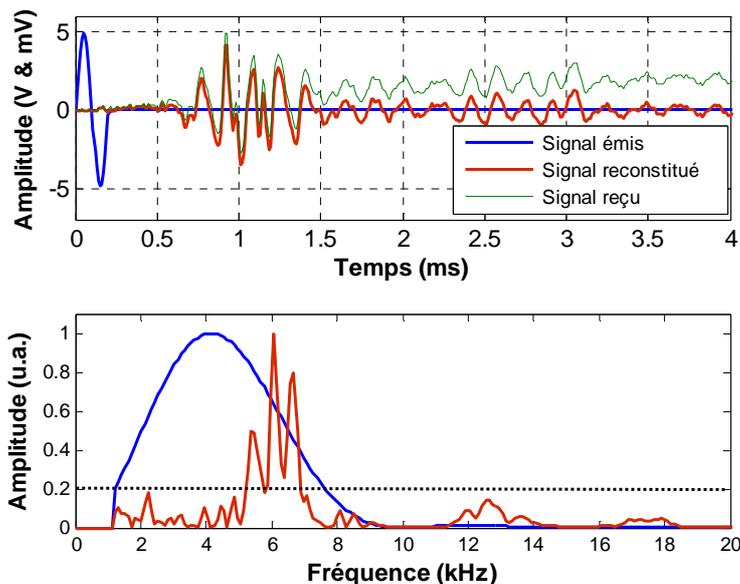


Figure 2.21. Exemple d'élimination des basses fréquences.

### 2.10.3 - Mise en œuvre de la méthode fréquentielle

Le principe de la méthode fréquentielle est donné dans le paragraphe 2.4. Cette méthode consiste à :

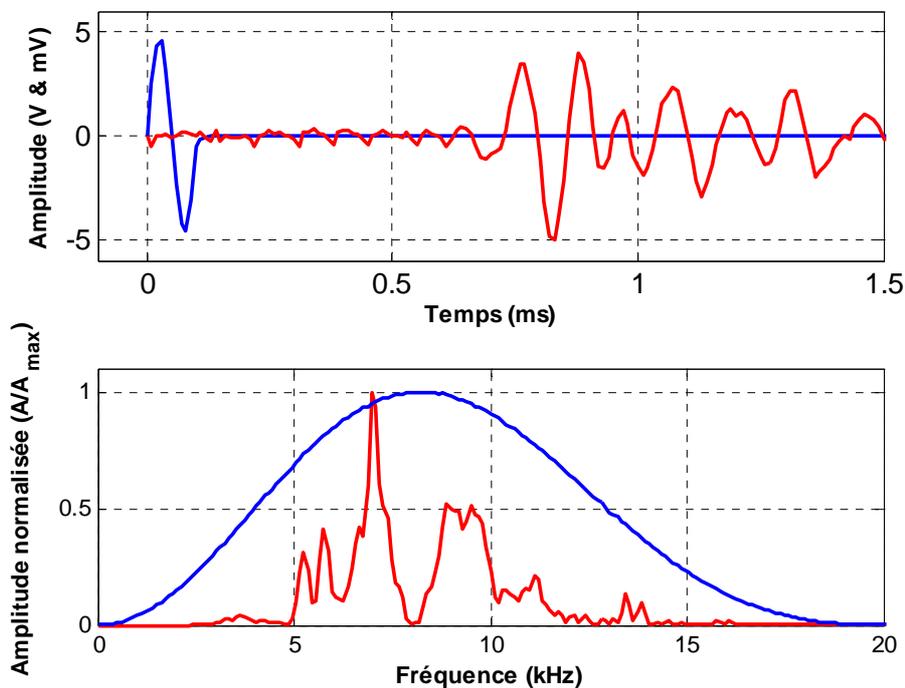
- calculer la transformée de Fourier des signaux émis et reçu préalablement traités pour éliminer les basses fréquences ;
- calculer le spectre de puissance croisé des signaux  $G_{12}(f)$  et le spectre de puissance de chacun des deux signaux  $G_{11}(f)$  et  $G_{22}(f)$  (Figure 2.22) ;

- en déduire le spectre d'amplitude  $|G_{12}(f)|$  et la phase  $\theta_{12}(f)$  bornée entre  $-\pi$  et  $+\pi$  (Figure 2.23).

Il faut alors dérouler la phase (*unwrapping*) en utilisant l'algorithme de déroulement de phase disponible dans la bibliothèque Matlab. En effet, le calcul de la vitesse de phase suppose que l'évolution de la phase est monotone. L'algorithme utilisé s'écrit :

$$\theta_i^u = \theta_i^w + 2\pi \sum_{j=2}^i (\theta_j^w - \theta_{j-2}^w) \quad (2-26)$$

où l'exposant « u » désigne la phase déroulée (*unwrapped*) et l'exposant « w » la phase non déroulée (*wrapped*). Un exemple de phase non déroulée puis déroulée est donné sur la Figure 2.23.



Courbe bleue : signal émis ; courbe rouge : signal reçu.

Figure 2.22. Signaux et spectre d'amplitude, pour une onde de cisaillement dans un échantillon de billes de verre sous une pression de confinement de 100 kPa.

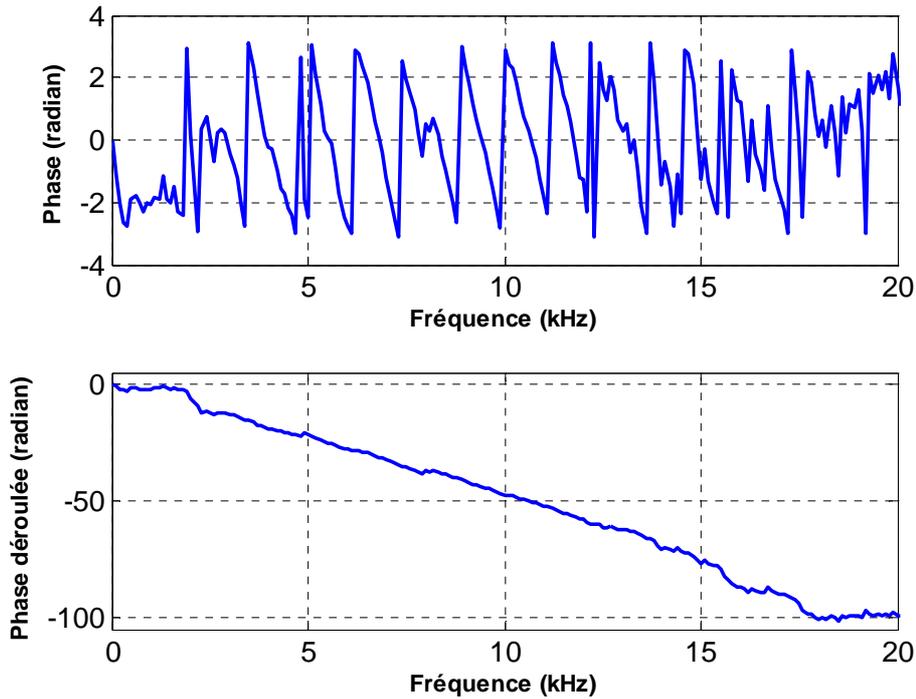


Figure 2.23. Exemple de déroulement de phase pour le cas présenté sur la figure 2.22.

La phase déroulée est sensiblement linéaire sur la gamme de fréquences étudiées. Cependant, quelques écarts à la linéarité sont perceptibles, signe d'un phénomène de dispersion et dans certains cas d'une résonance dans le système (sur la Figure 2.23, c'est par exemple le cas aux alentours de 8 kHz). Cette résonance sera étudiée plus en détails au chapitre 3.

Connaissant l'évolution de la phase déroulée en fonction de la fréquence, il est maintenant possible de calculer un temps  $T_{\text{phase}}$  qui est le rapport, à un facteur  $2\pi$  près, de la phase sur la fréquence, puis la vitesse de phase  $V_{\text{phase}}$  (Eq. 2.13) : par analogie avec les modules élastiques, il s'agit en quelque sorte d'une grandeur sécante.

Connaissant l'évolution de la phase déroulée en fonction de la fréquence, il est également possible de calculer un temps  $T_{\text{groupe}}$  auquel correspond la vitesse de groupe  $V_{\text{groupe}}$  :

$$T_{\text{groupe}} = \frac{\partial \theta_{12}(f)}{2\pi \cdot \partial f} \quad \Rightarrow \quad V_{\text{groupe}} = \frac{2\pi d \cdot \partial f}{\partial \theta_{12}(f)} \quad (2-27)$$

où  $d$  est la distance parcourue par l'onde. Toujours par analogie avec les modules élastiques, la vitesse de groupe est en quelque sorte une grandeur tangente.

Lorsque les deux vitesses, de phase et de groupe, sont égales, c'est-à-dire que la phase déroulée est linéaire en fonction de la fréquence, la dispersion est nulle. Ce n'est généralement pas le cas. On présente, sur la Figure 2.24, l'évolution de ces deux vitesses dans le cas présenté sur les Figures 2.22 et 2.23. Au-delà de 3 kHz, la vitesse de phase est sensiblement constante. La vitesse de groupe présente, quant à elle, des variations beaucoup plus brutales. Ces variations brutales de la vitesse de groupe sont liées aux écarts de linéarité

de la phase déroulée. Un lissage de cette courbe serait souhaitable. On pourrait ne considérer que la portion de la courbe  $\theta_{12}(f)$  parfaitement linéaire mais on retrouverait alors une des critiques faites à la méthode temporelle : le caractère subjectif de l'interprétation.

Aussi, par la suite, la vitesse de groupe considérée est la moyenne dans le domaine de fréquence sur lequel la vitesse de phase est constante. On considère maintenant les temps de propagation  $T_{\text{phase}}$  et  $T_{\text{groupe}}$  correspondant respectivement à la vitesse de phase et à la vitesse de groupe. On peut reporter ces deux temps sur les signaux temporels (Figure 2.25). Ils diffèrent, comme indiqué précédemment, du temps de propagation déterminé par la méthode temporelle.

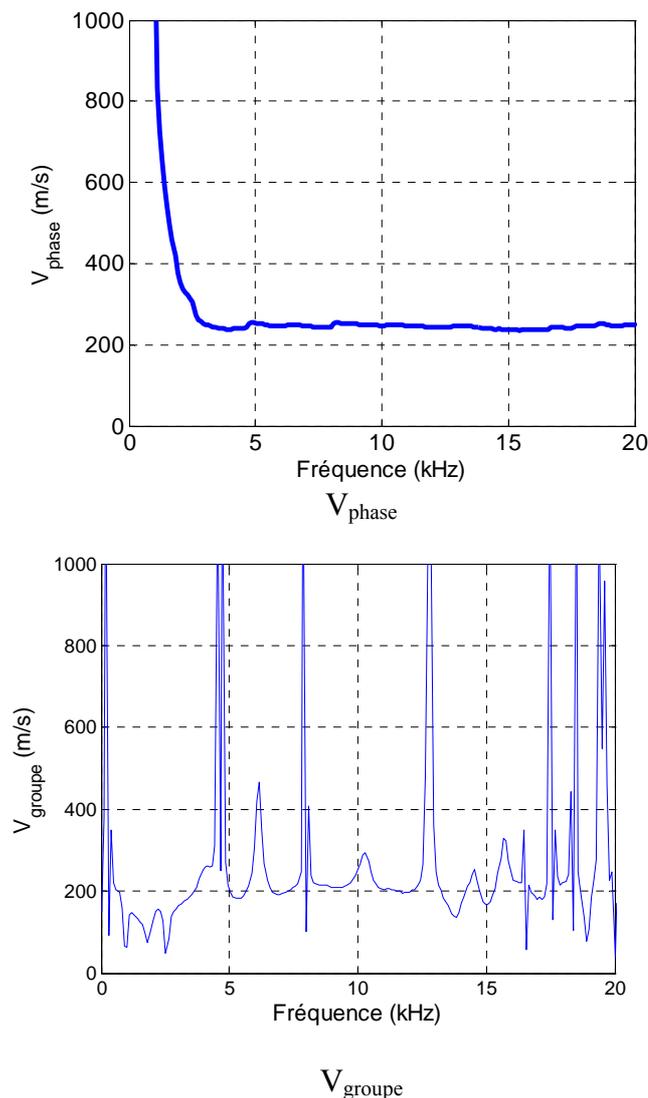


Figure 2.1. Evolution des vitesses de phase et de groupe en fonction de la fréquence.

Une conclusion similaire, même si les différences y sont plus faibles, a été obtenue par [Viggiani & Atkinson, 1995 ; Greening et al., 2003] dans des matériaux argileux. Greening et al. [2003] précisent que la méthode fréquentielle fournit systématiquement une surestimation du temps de parcours des ondes. Viggiani & Atkinson [1995] l'ont estimée à 7 % par rapport

au temps obtenu par la méthode temporelle. Dans le cas des milieux granulaires, nous avons obtenu dans certains cas des temps « de phase » nettement inférieurs aux temps obtenus par la méthode temporelle (Figure 2.26). La Figure 2.26 représente les signaux obtenus dans le cas d'un échantillon de billes de verre de 1 mm de diamètre, sous une contrainte effective isotrope de 250 kPa, dans le cas d'une onde de cisaillement sinusoïdale de fréquence centrale 10 kHz.

Lorsqu'on ne considère que la partie cohérente du signal reçu représenté sur la Figure 2.26, avec toutes les précautions nécessaires concernant le nombre de données utilisées dans la transformation de Fourier, on diminue considérablement les différences entre les temps de propagation obtenus par la méthode temporelle et la méthode fréquentielle, rejoignant ainsi l'observation faite avec la corrélation croisée (Figure 2.27).

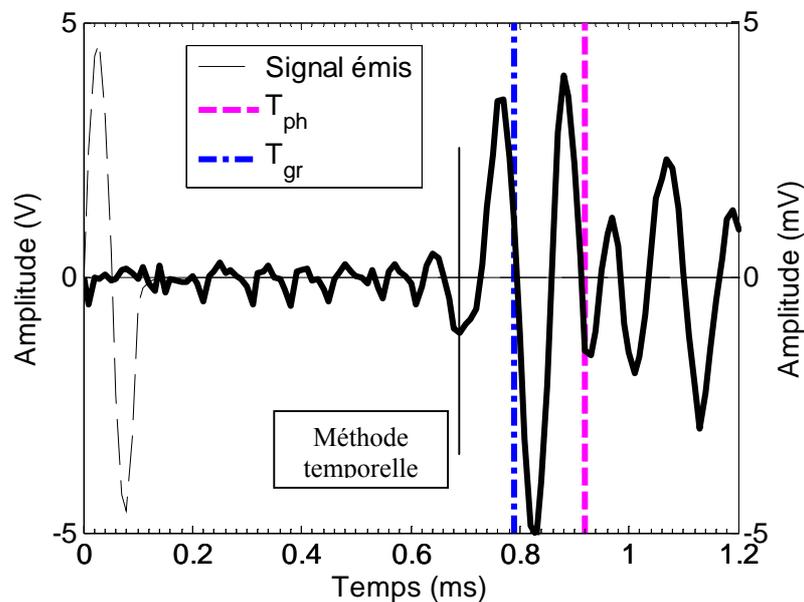


Figure 2.25. Comparaison des temps de propagation.

## 2.11 - Conclusions

Dans ce chapitre, nous avons rappelé quelques définitions mathématiques et principes physiques utilisés pour mettre en œuvre des méthodes d'interprétation alternatives : la corrélation croisée et la méthode fréquentielle qui conduisent au calcul de trois temps de propagation ( $T_{cc}$ ,  $T_{phase}$ ,  $T_{groupe}$ ) et des trois vitesses correspondantes.

La corrélation croisée est optimale dans le cas d'un signal non distordu en fréquence, ce qui est rarement le cas dans nos expériences. Pire, la qualité de la prédiction de la corrélation croisée dépend de la forme du signal reçu : il faut en effet que le premier pic du signal reçu soit celui avec l'amplitude la plus grande.

On retrouve ce biais dans la méthode fréquentielle puisqu'il existe une relation mathématique entre cette méthode et la corrélation croisée. Ce biais peut être levé en ne considérant que la première ou les deux premières périodes du signal reçu, ce qui se justifie physiquement par la

notion de cohérence. Cependant, la mise en évidence de la partie cohérente et de la partie incohérente des signaux requiert une procédure expérimentale lourde :

- réaliser des essais de propagation sur plusieurs échantillons dans les mêmes conditions ;
- envoyer plusieurs trains d'ondes similaires pour en effectuer la moyenne.

Cependant, lorsqu'elle est mise en œuvre, cette procédure permet de faire converger les résultats de la méthode temporelle, de la corrélation croisée et de la méthode fréquentielle.

Finalement, nous avons pointé l'existence d'une dispersion, illustrée par la différence entre les vitesses de phase et les vitesses de groupe, dont l'origine va être étudiée au chapitre 3.

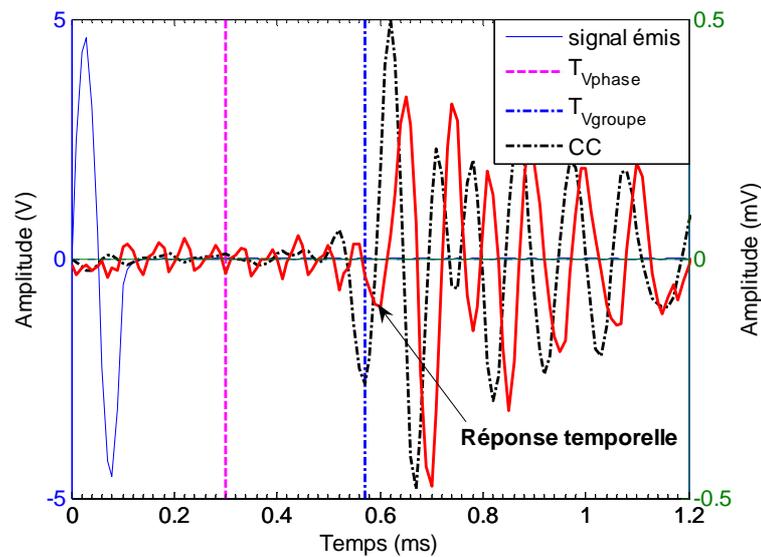


Figure 2.26. Méthode fréquentielle appliquée à la totalité du signal reçu.

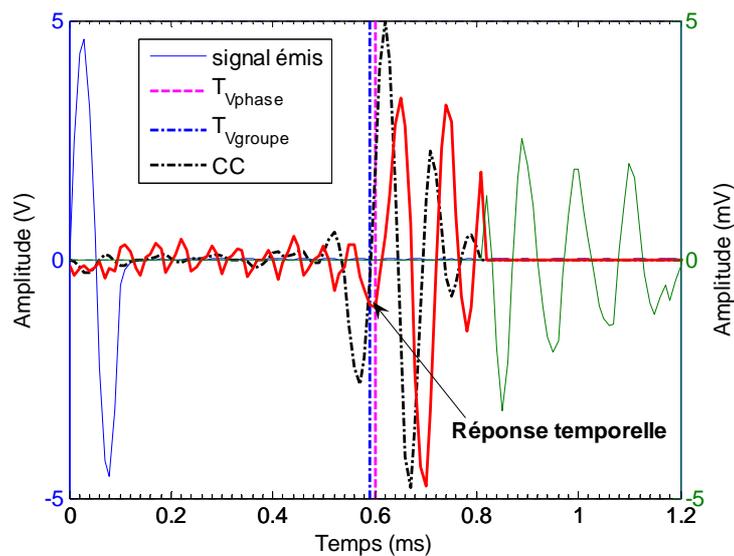


Figure 2.27. Méthode fréquentielle appliquée à la partie cohérente du signal reçu.

## CHAPITRE 3

### CARACTERISATION DU SYSTEME SOL - CAPTEURS

---

#### 3.1 - Introduction

La transformation des données enregistrées, du domaine temporel vers le domaine fréquentiel, a été développée dans le chapitre précédent dans le but d'évaluer la pertinence des méthodes fréquentielles pour le calcul des vitesses de propagation. Nous avons mis en avant certaines difficultés liées à la forme même des signaux et à l'interaction onde – milieu granulaire.

Nous avons voulu aller plus loin et tenter de savoir si le signal reçu contient des informations pertinentes sur la structure du milieu traversé par l'onde. Il est probable que la partie incohérente des signaux puisse répondre en théorie à cette question. Dans la pratique, soit son amplitude est trop faible, soit la frontière entre les parties cohérente et incohérente des signaux est trop floue pour pouvoir vraiment l'exploiter.

Dans ce qui suit, nous avons décidé de traiter la totalité du signal reçu et tenté d'établir une relation entre le contenu fréquentiel du signal et les paramètres du problème : signal d'entrée, nature et densité du sol, dimensions des échantillons, confinement, ...

#### 3.2 - Analyse des spectres d'amplitude

##### 3.2.1 - Existence de pics de résonance

Lors de la mise en œuvre de la méthode fréquentielle, les spectres d'amplitude des signaux émis  $|G_{11}(f)|$  et reçu  $|G_{22}(f)|$  sont systématiquement calculés et tracés. Des exemples ont été présentés au chapitre 2 (Figures. 2.12, 2.13, 2.14, 2.15, 2.16, 2.17, 2.18, 2.20, 2.22). Le spectre d'amplitude des signaux reçus est en général très différent du spectre d'amplitude du signal émis (Figure 3.1).

Ainsi le spectre d'amplitude du signal émis se présente sous la forme d'une courbe en cloche dont la fréquence centrale est proche de la fréquence imposée sur le logiciel GDS-BES. Cet étalement des fréquences est lié au fait que l'on transmet un signal pseudo-sinusoïdal ou pseudo-carré et non pas un signal continu dont le spectre d'amplitude serait une fonction Dirac.

Rio [2006] a mesuré le déplacement d'un capteur émetteur par vibrométrie laser. Il a montré que le signal électrique en amont du « bender element » n'est pas réellement ce qui est émis par le capteur, il faudrait pour cela que ce soit un système parfait. Or il présente une certaine inertie et une fois sollicité, il vibre à sa fréquence naturelle (Figure 3.2). La Figure 3.3 montre les spectres d'amplitude des signaux électriques émis et les déplacements réels du capteur émetteur. La fréquence de résonance du capteur est 3,4 kHz [Rio, 2006]. La Figure 3.3 montre que des signaux émis avec une fréquence plus élevée que la fréquence de résonance du capteur (3,4 kHz), sont en fait indépendants du signal électrique émis. Si la fréquence du signal électrique est plus faible que la fréquence de résonance, le déplacement de l'émetteur concorde avec le signal électrique.

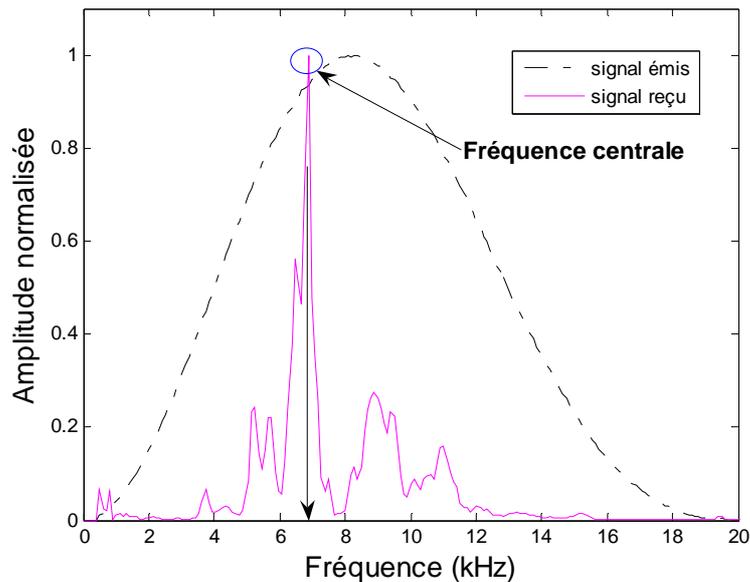


Figure 3.1. Spectre d'amplitude du signal émis (en trait pointillé) et reçu (en trait continu) dans un échantillon de billes de verre.

Le spectre d'amplitude du signal reçu a une forme plus complexe, résultat probable des multiples processus accompagnant la propagation des ondes et la vibration des capteurs piézo-électriques. Cependant, on distingue, plus ou moins clairement selon les cas, des gammes de fréquence où l'amplitude croît puis décroît rapidement, rappelant le phénomène de résonance. Ces pics de résonance, comme nous les désignerons par la suite, sont en nombre variable sur la gamme des fréquences explorée, à savoir de 0 à 50 kHz. La fréquence correspondant à ces pics de résonance, appelée par la suite fréquence de résonance, est différente de la fréquence centrale du spectre d'amplitude du signal émis (Figure 3.1).

### 3.2.2 - Evolution des pics de résonance

Pour un matériau et un signal d'entrée donnés, nous avons constaté que les fréquences de résonance évoluaient avec la contrainte de confinement appliquée. On montre sur la Figure 3.4 les résultats obtenus dans le cas d'un échantillon de billes de verre de 2 mm de diamètre, mis en place manuellement, de poids volumique sec  $\gamma_d = 15,68 \text{ kN/m}^3$ . Le signal émis est une onde pseudo-sinusoïdale de fréquence 10 kHz :

- la Figure 3.4a représente les signaux émis et reçus tracés dans le domaine temporel ;
- la Figure 3.4b représente les spectres d'amplitude – normalisée par leur valeur maximale - des signaux émis et reçus pour différentes contraintes effectives isotropes, de 100 à 500 kPa, en fonction de la fréquence ;
- la Figure 3.4c représente l'évolution de la vitesse de l'onde de cisaillement ;
- la Figure 3.4d représente ces mêmes spectres dans le plan amplitude normalisée – contrainte de confinement, en coordonnées logarithmiques. Les zones de couleur rouge correspondent aux pics de résonance.

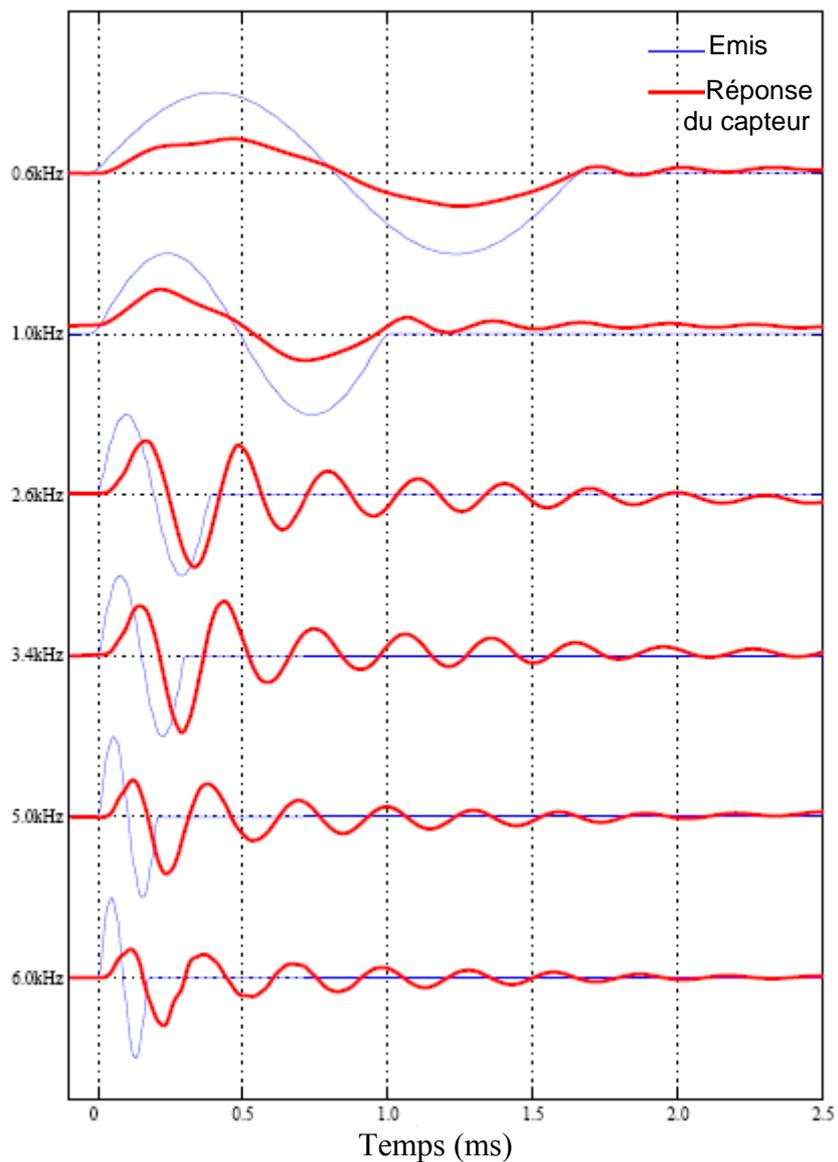


Figure 3.2. Signaux électriques émis (en bleu) et déplacements réels du capteur émetteur (en rouge) dans l'air pour différentes fréquences [d'après Rio 2006].

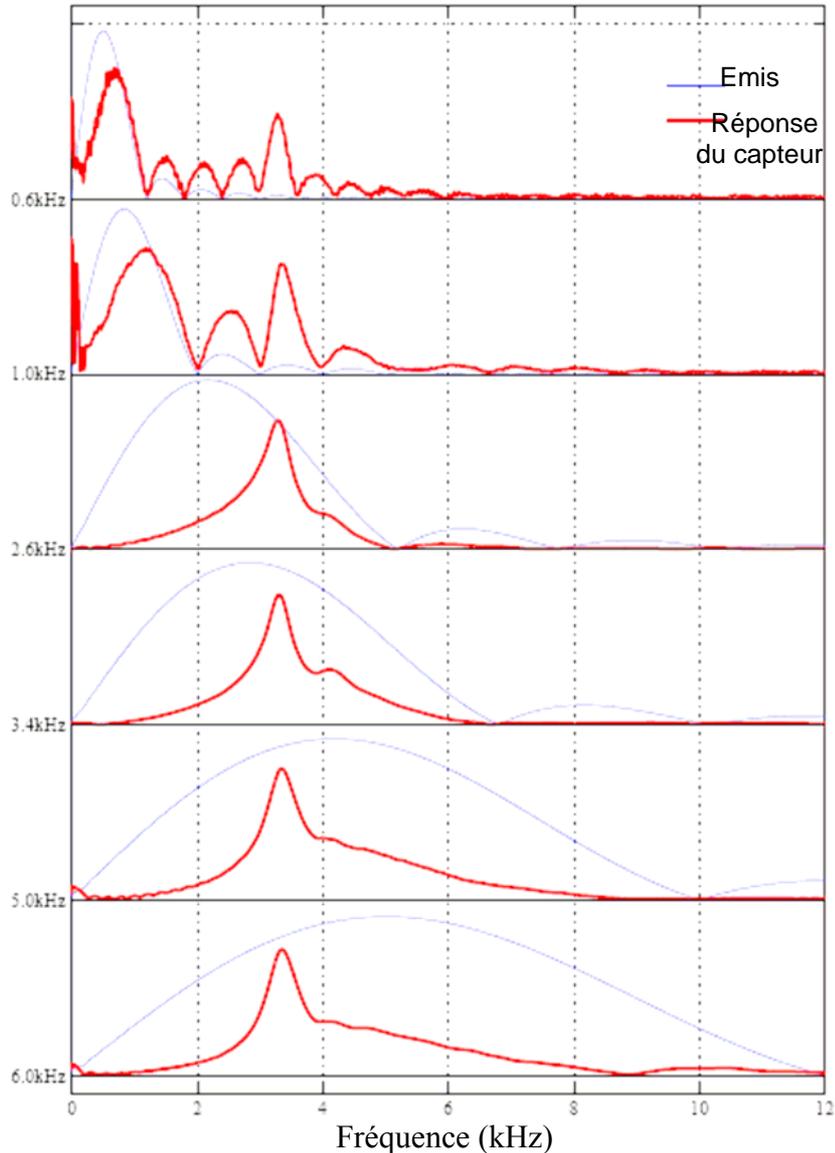


Figure 3.3. Spectres d'amplitude des signaux électriques émis (en bleu) et déplacements réels du capteur émetteur (en rouge) dans l'air pour différentes fréquences [d'après Rio 2006].

On constate que les fréquences de résonance augmentent avec la contrainte appliquée et que l'évolution suit une loi en puissance du type :

$$f_{\text{res}} = f_{\text{ref}} \times \left( \frac{p'}{p'_0} \right)^m \quad (3-1)$$

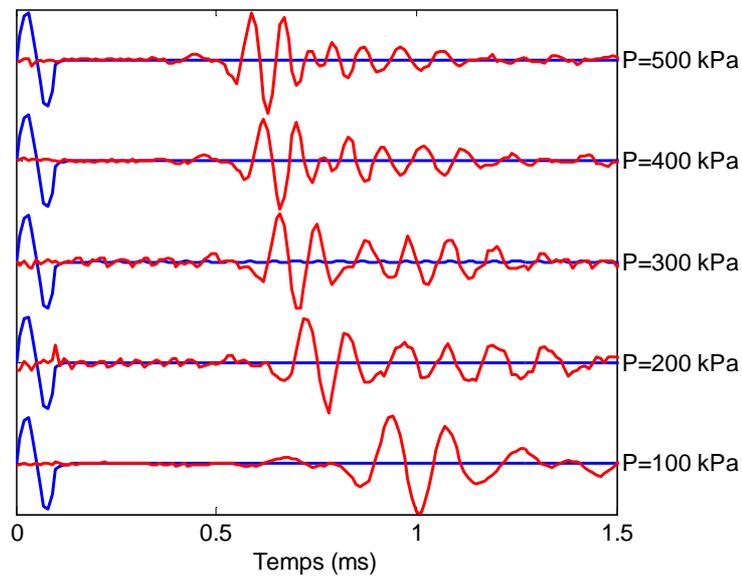
où  $f_{\text{res}}$  est la fréquence de résonance à la pression  $p'$ ,  $f_{\text{ref}}$  et  $p'_0$  sont respectivement la fréquence et la pression de référence. Dans notre cas, on considère  $p'_0$  égale à 100 kPa,  $f_{\text{ref}}$  et  $m$  sont deux constantes déterminées par l'expérience.

Sur l'exemple traité ci-dessus, la régression conduit à une valeur de l'exposant  $m$  égale à 0,31 (Figure 3.4d). La relation entre la fréquence de résonance, la contrainte effective isotrope  $p'$  et

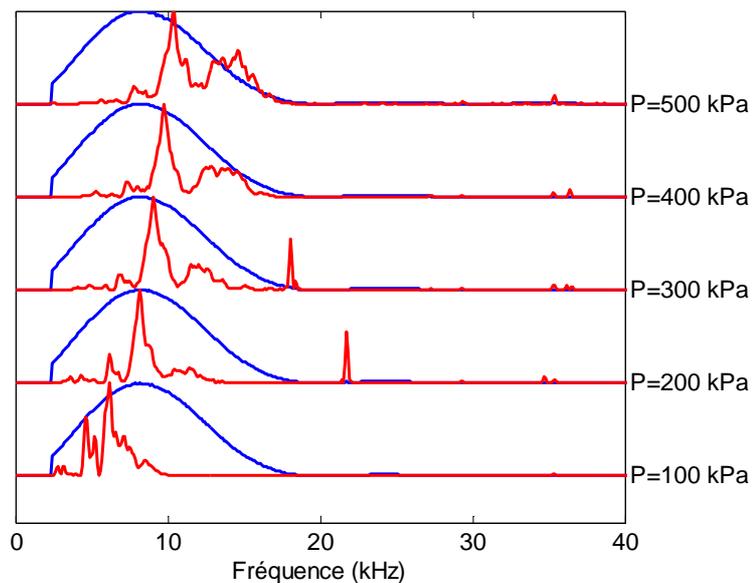
la valeur de l'exposant caractérisant cette relation ne sont pas sans rappeler la relation liant la vitesse de propagation des ondes et la contrainte effective isotrope, généralement du type :

$$V_w = V_{\text{ref}} \times \left( \frac{p'}{p'_0} \right)^n \quad (3-2)$$

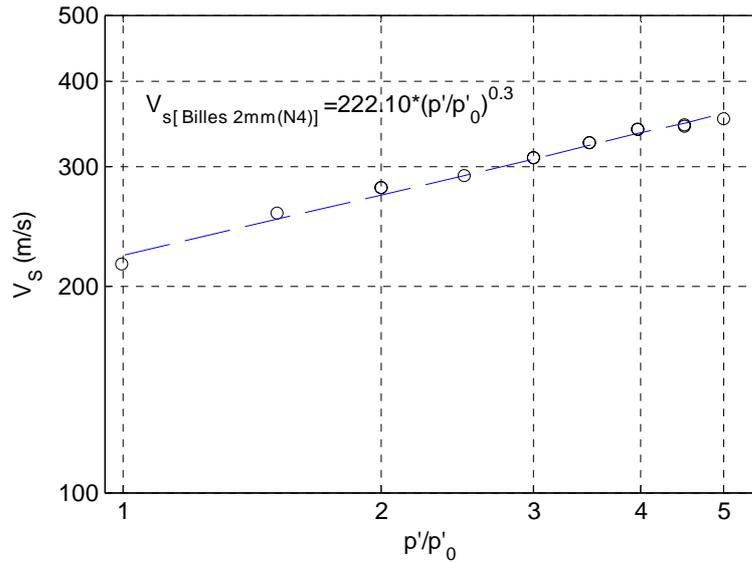
où  $V_w$  représente indistinctement la vitesse de propagation des ondes de compression (indice 'p') ou des ondes de cisaillement (indice 's'). Dans notre cas, on considère que la pression de référence  $p'_0$  est égale à 100 kPa, donc la vitesse de référence  $V_{\text{ref}}$  est la vitesse de l'onde sous une contrainte effective isotrope de 100 kPa. La loi d'évolution des vitesses est caractérisée par un exposant  $n$ , ici égal à 0,30 (Figure 3.4c).



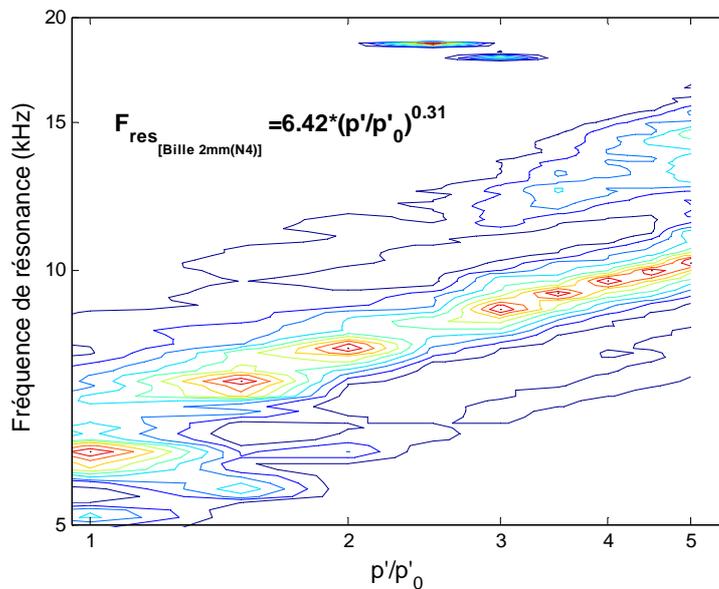
(a) Signaux émis et reçus



(b) Spectres d'amplitude normalisée



(c) Evolution de la vitesse de l'onde de cisaillement



(d) Spectres d'amplitude des signaux reçus

Figure 3.4. Evolution des signaux émis et reçus dans le domaine temporel et fréquentiel.

### 3.3 - Etude expérimentale de la relation fréquence de résonance - contrainte

Les relations 3-1 et 3-2 ont été caractérisées au cours d'essais de compression – décompression isotropes sur différents milieux granulaires :

- des billes de verre Vattac utilisées également par Roux [2004] à des fins de calage d'un modèle numérique discret ;
- ces mêmes billes de verre Vattac dégradées pour étudier l'effet de l'état de surface des particules sur la propagation des ondes ;
- des billes de plomb, matériau malléable et plastique ;
- du sable d'Hostun RF.

### 3.3.1 - Essais sur billes de verre Vattac

Les billes de verre Vattac nous ont été fournies par le LCPC. Deux catégories de billes ont été testées :

- des billes Vattac Sig10-12 de diamètre compris entre 1 et 1,2 mm, de masse volumique solide  $\rho_s = 2,60 \pm 0.02 \text{ g/cm}^3$  (méthode du pycnomètre) ;
- des billes Vattac Sig14-16 de diamètre compris entre 1,4 et 1,6 mm, de masse volumique  $\rho_s = 2,66 \pm 0.03 \text{ g/cm}^3$  (méthode du pycnomètre avec du white-spirit comme fluide de mouillage ; mesure faite à l'ENTPE :  $\rho_s = 2,569 \pm 0.002 \text{ g/cm}^3$  avec de l'eau comme fluide de mouillage).

Une observation des billes au MEB (Microscope Electronique à Balayage) disponible à l'Ecole Centrale de Nantes a été réalisée de manière à visualiser la forme des particules ainsi que leur état de surface (Figure 3.5a).

Afin d'étudier l'effet de l'état de surface des particules, celles-ci ont subi un processus de dégradation par attaque acide. L'acide choisi est l'acide fluorhydrique de molarité 22,6 M, acide capable d'attaquer la silice des billes.

La procédure est la suivante :

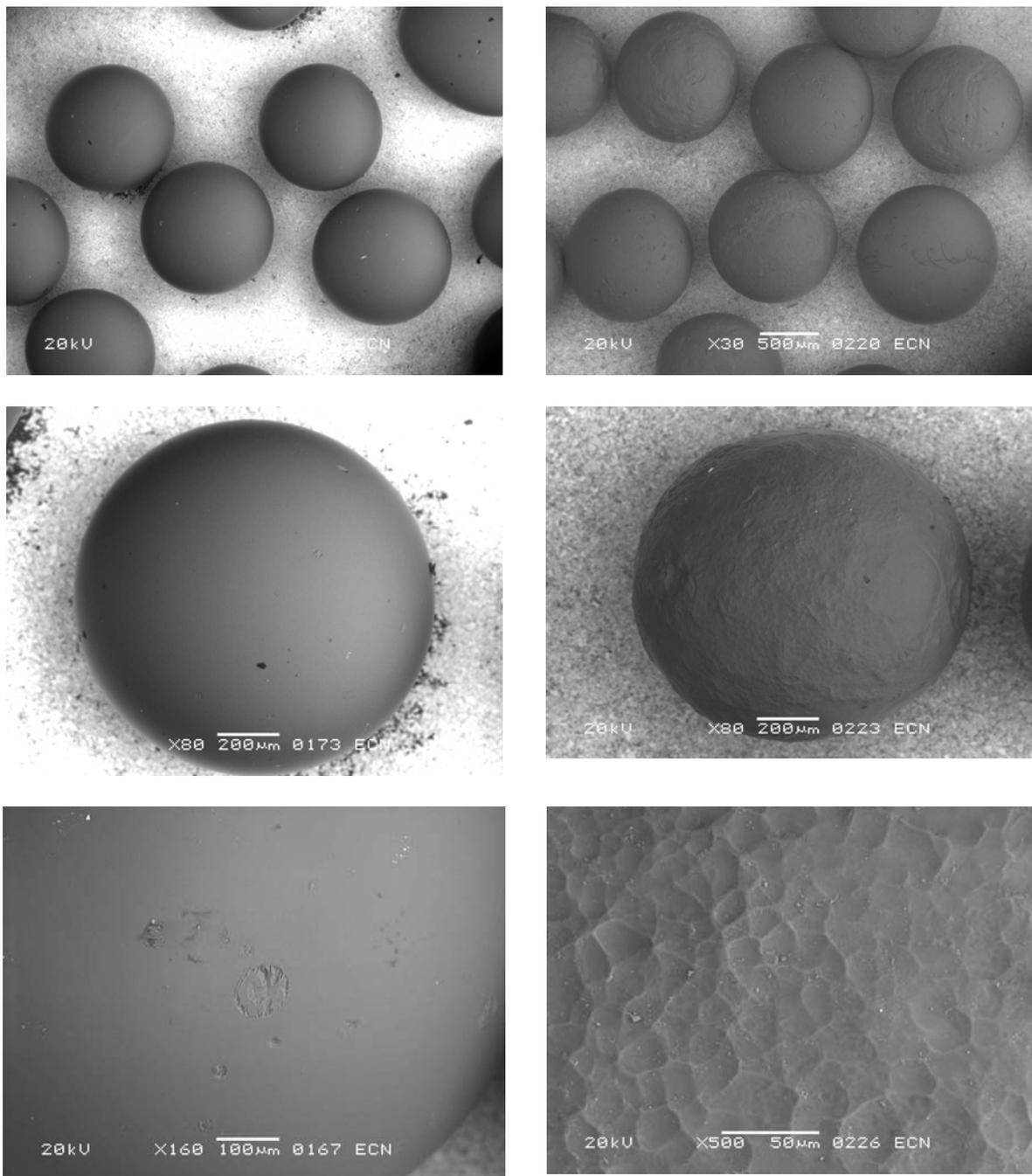
- les billes sont plongées dans l'eau pour les humidifier ;
- les billes humides sont déposées dans un contenant (plastique), inattaquable par l'acide ;
- on verse l'acide fluorhydrique dilué à 50 % sur les billes ;
- on laisse les billes dans l'acide pendant 20 minutes ;
- après 20 minutes, l'acide est récupéré, les billes sont placées dans un tamis adapté sous un flux d'eau courante pour bien éliminer l'acide.

Le résultat de ce processus de dégradation est illustré sur la Figure 3.5b. Le diamètre des billes est très faiblement réduit. Le fait marquant est la création de facettes sur toute la surface des particules.

Le programme expérimental sur ces billes de verre Vattac, sèches, se compose d'une série de 9 essais de compression et décompression isotrope en conditions drainées sur l'intervalle de contraintes moyennes effectives [100 ; 500] kPa :

- 2 essais sur les billes Sig10-12 saines avec une hauteur de chute nulle lors de la pluviation ;
- 1 essai sur les billes Sig10-12 saines avec une hauteur de chute de 20 cm ;
- 2 essais sur les billes Sig10-12 dégradées par attaque acide avec une hauteur de chute nulle des billes lors de la pluviation ;
- 1 essai sur les billes Sig10-12 dégradées par attaque acide avec une hauteur de chute de 20 cm ;
- 2 essais sur les billes Sig14-16 saines avec une hauteur de chute nulle ;
- 1 essai sur les billes Sig14-16 saines avec une hauteur de chute de 20 cm.

Les données initiales des essais sont consignées dans le tableau 3.1. La pluviation a été réalisée à l'aide du pluviateur LCPC.



(a) Avant dégradation

(b) Après dégradation

Figure 3.5. Observation des billes au MEB, avant et après dégradation à l'acide.

Les essais de propagation d'ondes P et S ont été effectués tous les 50 kPa dans la gamme [100 – 500] kPa. Pour chaque état de contrainte isotrope, différentes ondes de cisaillement et de compression de type sinusoïdale et carrée ayant une fréquence centrale comprise entre 3 et 10 kHz sont appliquées à l'échantillon de billes. Les données des signaux émis et reçus sont enregistrées par le logiciel de GDS-BES.

Les Figures 3.6 et 3.7 représentent respectivement les signaux temporels reçus au cours des essais Essai1-1 et Essai1-4, pour certaines valeurs de la contrainte appliquée, pour les ondes

de compression et les ondes de cisaillement. Les signaux à la décharge, pour une contrainte de confinement donnée, sont similaires à ceux obtenus au cours de la compression. Les temps de propagation sont identifiés en priorité par la méthode temporelle et vérifiés par la méthode fréquentielle et la corrélation croisée. On en déduit les vitesses de propagation, connaissant la distance parcourue par les ondes.

Il faut noter que l'observation des signaux temporels ne permet pas de distinguer une quelconque information sur le milieu traversé.

L'évolution des vitesses pour l'ensemble des essais relatifs aux billes de verre Vattac Sig10-12 saines et dégradées, est représentée sur la Figure 3.8.

Tableau 3.1. Caractéristiques initiales des échantillons de billes de verre Vattac.

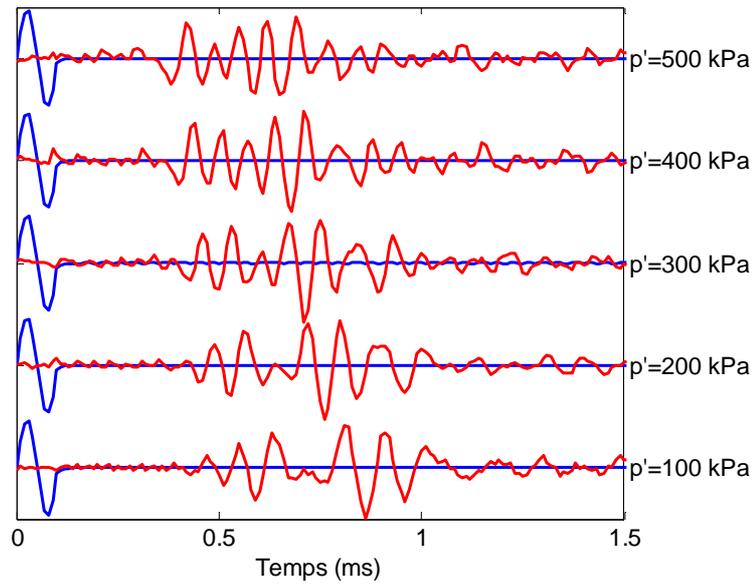
Matériau	Référence	Hauteur de pluviation	Densité sèche	Indice des vides	Diamètre échantillon	Hauteur échantillon
		( <i>cm</i> )	( <i>g/cm<sup>3</sup></i> )		( <i>mm</i> )	( <i>mm</i> )
Sig10-12 saines	Essai1-1	0	1,57	0,653	97,1	198,1
	Essai1-2	0	1,58	0,644	96,5	197,9
	Essai1-3	20	1,69	0,540	97,6	197,8
Sig10-12 dégradées	Essai1-4	0	1,57	0,653	99,1	197,7
	Essai1-5	0	1,57	0,658	97,5	197,6
	Essai1-6	20	1,66	0,562	98,2	198,4
Sig14-16 saines	Essai2-1	0	1,55	0,713	97,4	197,3
	Essai2-2	0	1,57	0,698	97,7	197,5
	Essai2-3	20	1,66	0,606	97,8	197,9

Nous constatons tout d'abord que plus les échantillons sont denses, plus les vitesses sont élevées, conformément aux résultats publiés dans la littérature. Par ailleurs, la vitesse des ondes de compression  $V_p$  semble seulement légèrement affectée par le processus de dégradation des particules, les différences observées pouvant être liées aux compacités différentes des échantillons.

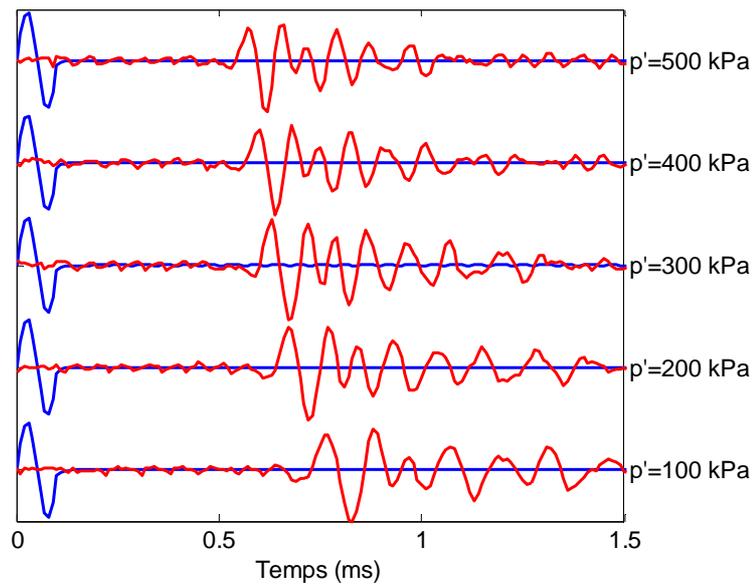
Les vitesses des ondes de cisaillement  $V_s$  semblent plus affectées par le processus de dégradation : les vitesses sont ainsi plus faibles dans les assemblages de billes dégradées que dans les assemblages de billes saines.

L'évolution du coefficient de Poisson est également représentée (Figure 3.8c). Les valeurs du coefficient de Poisson présentent une tendance à l'augmentation avec la pression dans le cas des billes saines et à une diminution dans le cas des billes dégradées. On constate que le coefficient de Poisson tend vers une valeur limite lorsque la pression croît.

Nous avons rapproché ce constat expérimental de celui effectué par Jia & Mills [2001] [Roux et al., 2004]. Jia & Mills [2001] ont utilisé les mêmes billes Vattac Sig10-12, mises en place manuellement et compactées par vibration, dans un dispositif de type cellule oedométrique. La vitesse de propagation des ondes est mesurée au moyen de capteurs piézo-électriques plans placés aux deux extrémités de l'échantillon. Les billes ont été testées sous deux états : secs et lubrifiés par apport d'un fluide lubrificateur. Les résultats sont présentés sur la Figure 3.9. Les vitesses sont cohérentes avec nos propres résultats.

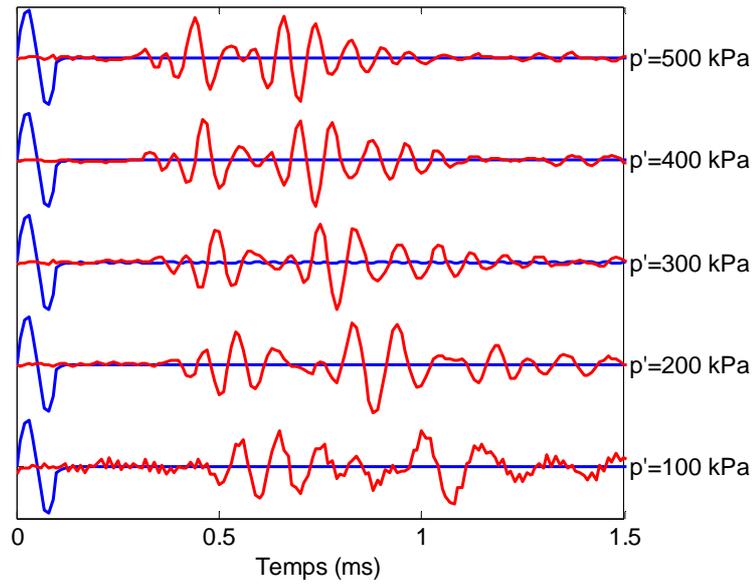


(a) Ondes de compression

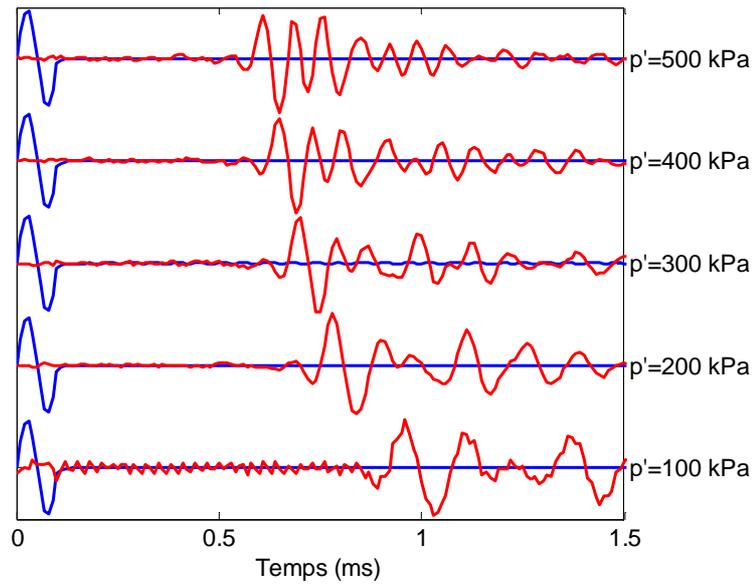


(b) Ondes de cisaillement

Figure 3.6. Signaux temporels obtenus lors de l'essai référencé Essai1-1.

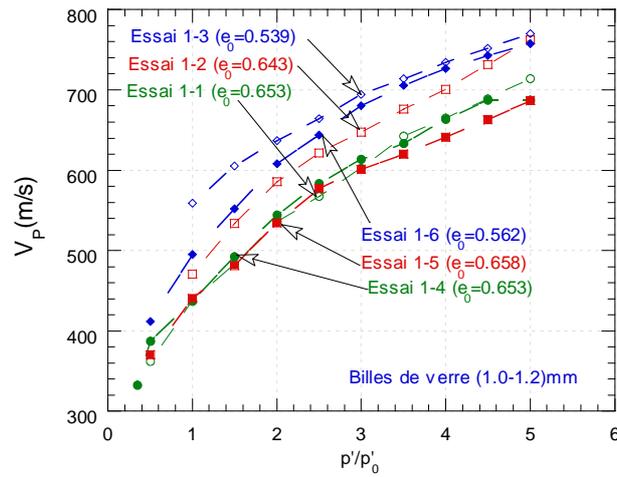


(a) Ondes de compression

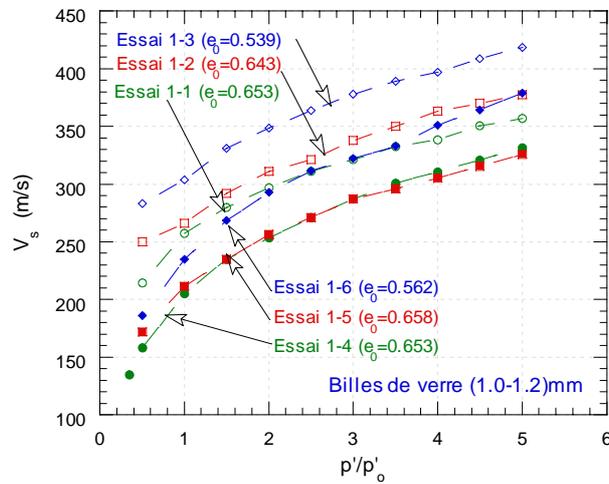


(b) Ondes de cisaillement

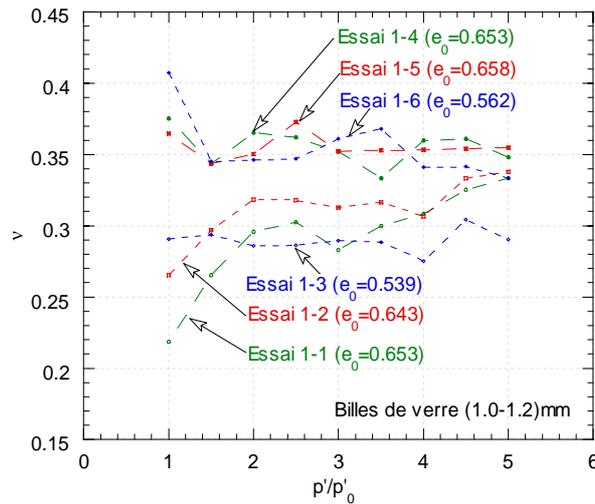
Figure 3.7. Signaux temporels obtenus lors de l'essai référencé Essai1-4.



(a) Vitesse des ondes de compression  $V_p$ .



(b) Vitesse des ondes de cisaillement  $V_s$ .



(c) Coefficient de Poisson.

Figure 3.8. Evolution des vitesses de propagation des ondes et du coefficient de Poisson dans les billes Vattac Sig10-12.

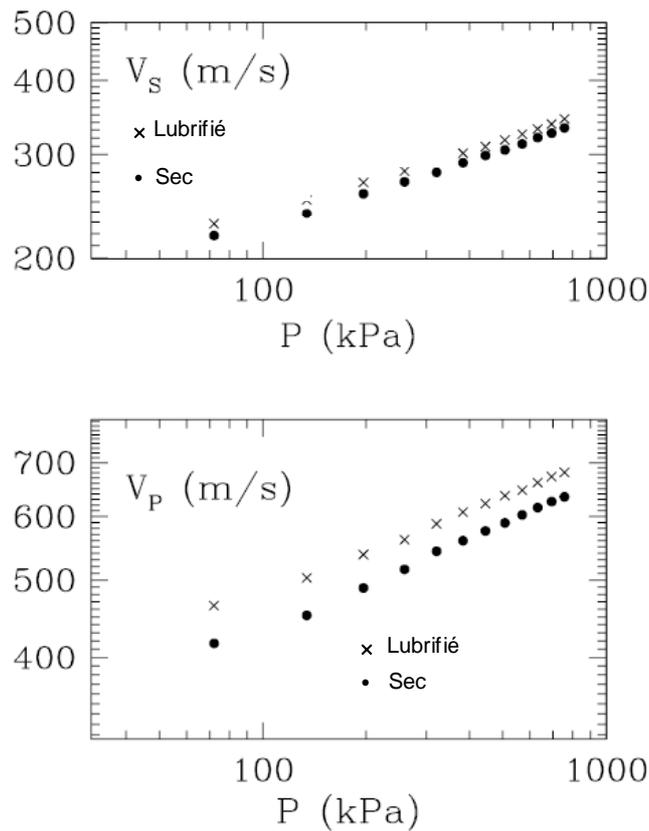
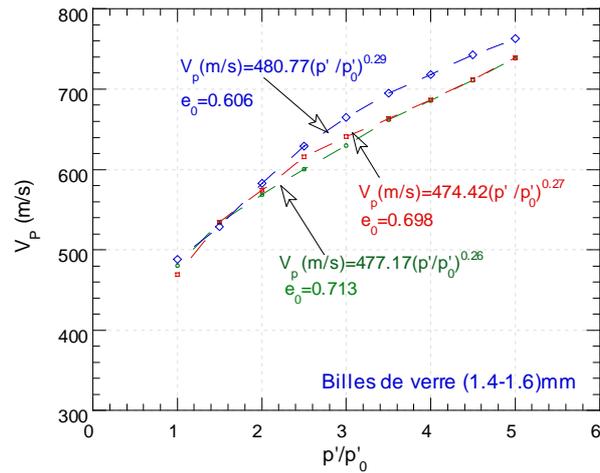


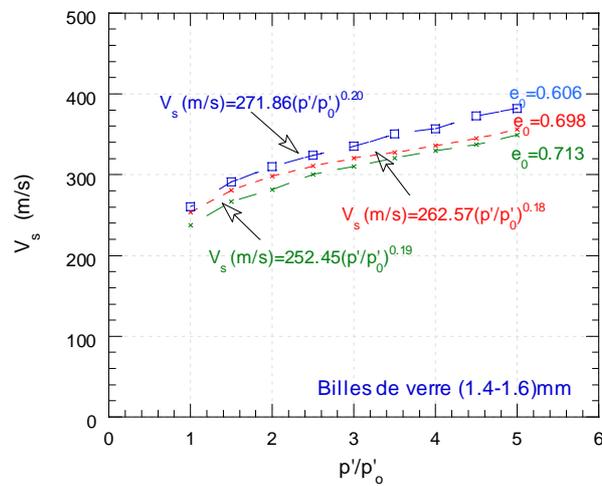
Figure 3.9. Résultats de Jia [Jia & Mills, 2001 ; Roux et al. 2004].

Cependant, les vitesses des ondes de cisaillement ne sont pas affectées par l'état de surface des particules (sec ou lubrifié), au contraire des ondes P : les vitesses dans le milieu lubrifié sont plus importantes que les vitesses dans le milieu sec, à compacité égale. Jia & Mills [2001] proposent des valeurs de l'exposant  $n$  égales à  $1/6$  pour les ondes de cisaillement et  $1/4$  pour les ondes de compression.

Nous reportons sur la Figure 3.10 l'évolution des vitesses  $V_p$  et  $V_s$  pour les billes Vattac Sig14-16. Cette figure montre que les vitesses de l'onde de compression et celles de l'onde de cisaillement évoluent en fonction de la pression moyenne effective avec un exposant,  $n$ , variant entre 0,18 et 0,20 pour les ondes de cisaillement et entre 0,26 et 0,29 pour les ondes de compression.



Vitesse des ondes de compression  $V_p$ .

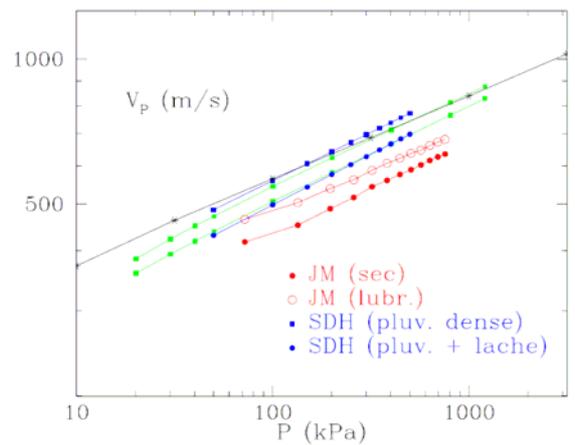


(b) Vitesse des ondes de cisaillement  $V_s$ .

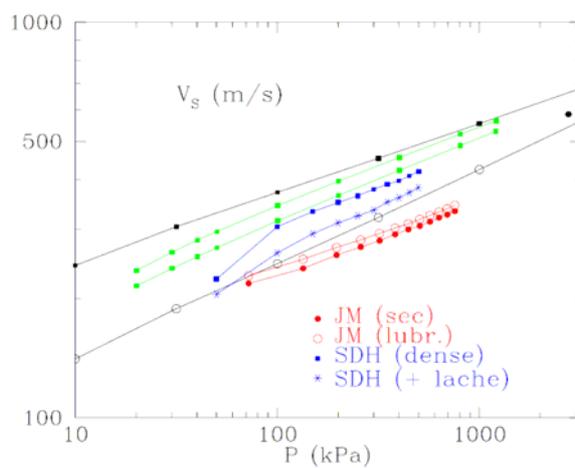
Figure 3.10. Evolution des vitesses de propagation des ondes de compression et de cisaillement dans les billes Vattac Sig14-16.

### Comparaison avec une étude numérique

Emam et al. [2006] ont modélisé, par la méthode des éléments discrets, la pluviation d'un matériau formé de particules sphériques comprimées ensuite de manière isotrope. Les résultats de la modélisation sont comparés aux résultats expérimentaux présentés ci-dessus et aux résultats de Jia et Mills [2001] (Figure 3.11) dans le cas d'une onde de compression. Les simulations et nos résultats expérimentaux sont en bon accord malgré des paramètres de pluviation numériques et expérimentaux différents.



Vitesse des ondes de compression  $V_p$ .



Vitesse des ondes de cisaillement  $V_s$ .

Nos résultats (SDH) sont en bleu, les résultats numériques en vert et les résultats de Jia et Mills (JM) en rouge.

Figure 3.11. Evolution des vitesses de propagation des ondes dans les billes de verre [d'après Emam et al. 2006].

### Assemblage des billes par pluviation

Le principe de la pluviation contrôlée est de verser les grains sur la surface libre de l'échantillon que l'on veut préparer, avec un débit massique par unité d'aire  $Q$  constant, de telle sorte qu'ils se déposent avec une vitesse constante. Cela conduit en pratique à les laisser tomber depuis une hauteur  $H_p$  fixée au-dessus de la surface libre. On peut considérer que la vitesse d'impact des grains sur la surface libre est :  $V = \sqrt{2gH_p}$ ,  $g$  désignant l'intensité de la pesanteur.

L'analyse dimensionnelle faite par Emam et al. [2006] prédit que l'état du matériau constitué (comme la compacité  $\Phi$ ) ne doit dépendre que des deux paramètres sans dimension  $Q^*$  et  $H_p^*$  définis de la façon suivante :

$$Q^* = \frac{Q}{\rho\sqrt{gd}}, \text{ et } H_p^* = \frac{V}{\sqrt{gd}} \quad (3.3)$$

où  $\rho$  est la masse volumique du matériau constituant les grains et  $d$  est le diamètre moyen des particules.

La Figure 3.12a montre une influence moins sensible du débit réduit sur la densité finale des échantillons de billes par rapport aux échantillons de sable.

Dans notre cas d'étude, la valeur de  $H_p^*$  varie entre 0 et 20. La compacité des échantillons de billes de verre reste constante et égale à 0,6, valeur différente de la valeur prédite par le modèle d'Emam et al. [2006]. Cette différence pourrait provenir de l'incertitude sur la masse volumique des billes.

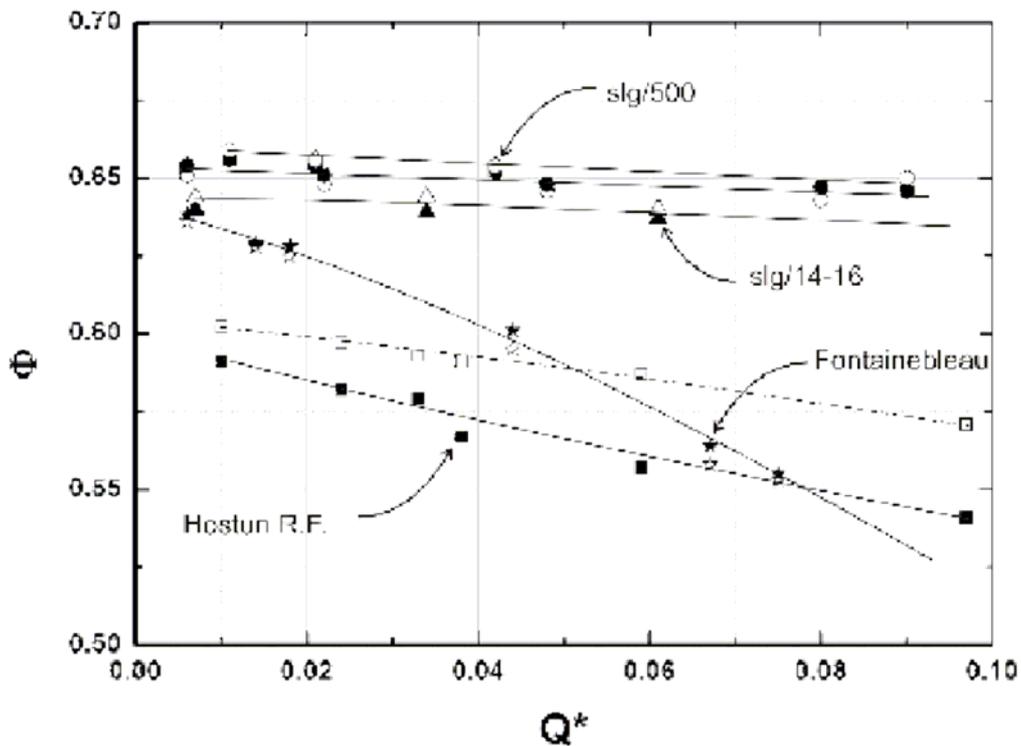
#### *Discussion sur les valeurs de l'exposant*

La valeur de l'exposant caractérisant l'évolution des vitesses en fonction de la contrainte appliquée diffère de la valeur théorique prédite par la théorie de Hertz ( $n = 1/6$ ) qui sera détaillée plus loin dans ce document. Cette différence trouve son origine dans plusieurs désaccords avec la théorie de Hertz [Duffy & Mindlin, 1957 ; Warren & Anderson, 1973 ; Pilbeam & Vaisnys, 1973 ; Goddard, 1990 ; Jia et al., 1999 ; Coste, 2001] :

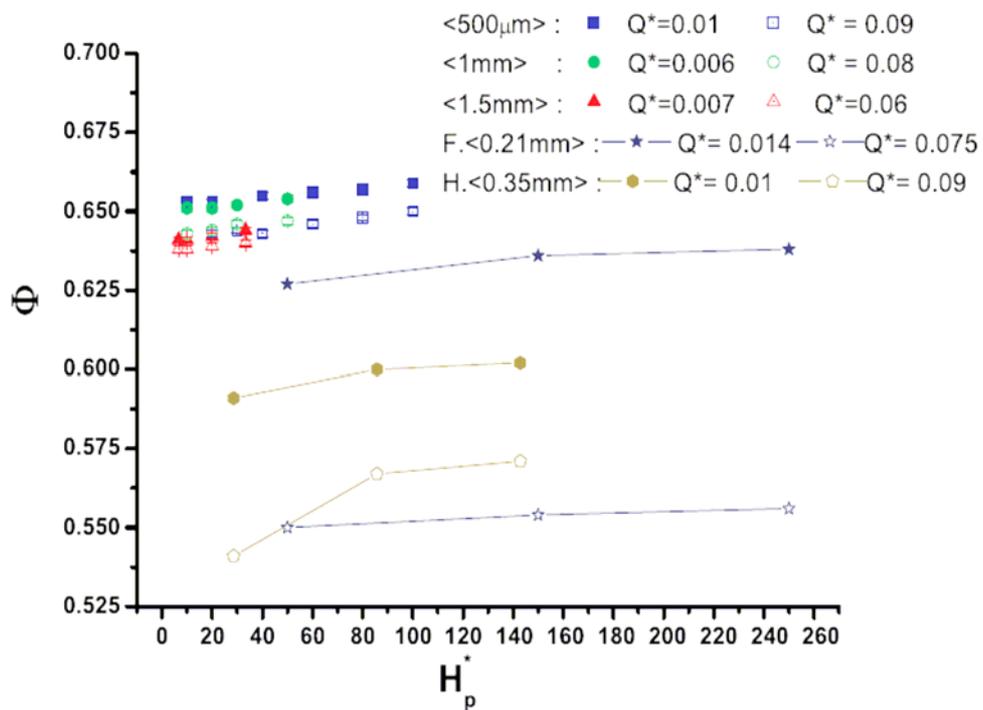
- les particules ne sont pas parfaitement sphériques ni parfaitement lisses ;
- il existe un désordre des contacts inter-particulaires ;
- les contacts ne sont pas tous du type sphère-sphère mais peuvent être du type sphère-plan ;
- il peut exister une « couche molle » à la surface des particules ou d'une pellicule d'eau générant une cohésion capillaire ayant tendance à faire diminuer la valeur de l'exposant caractéristique.

Tableau 3.2. Résultats expérimentaux de propagation d'onde dans des empilements granulaires tridimensionnels (d'après Coste, 2001).

Références	Taille (mm)	Matériau	Empilement	Pression (kPa)	exposant
Duffy et al., 1957 Goddard, 1990	3,2	Acier	CFC	0-700 700-1000	1/4 1/6
Pilbeam et al., 1973	0,1-0,7 0,1-0,7	Verre sec Verre lubrifié	Désordonné	0-100 0-100	1/3 1/4
Warren et al., 1973	0,5-7	Basalte	Désordonné	2000-25000 25000-57600	1/3 1/6
Jia et al., 1999	0,4-0,8	Verre	Désordonné	0-300 300-2000	1/4 1/6



Effet du débit réduit  $Q^*$  sur la compacité des échantillons préparés par pluviation.

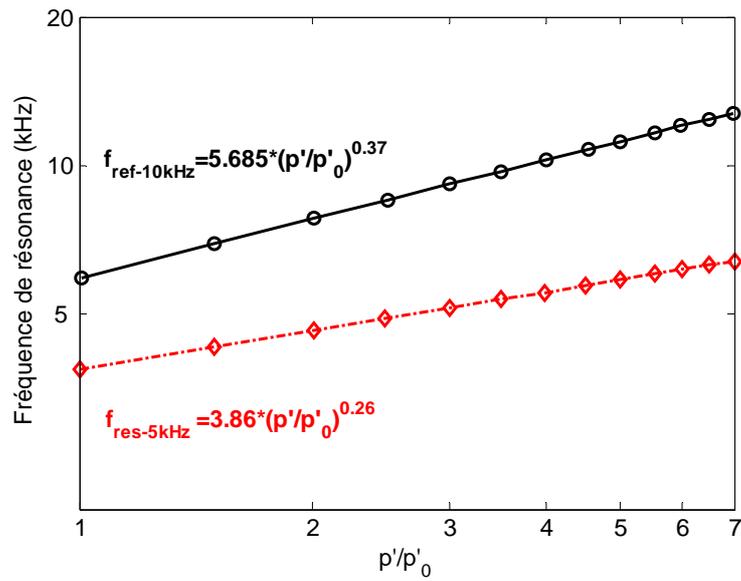


Effet de la hauteur de pluviation sur la compacité des échantillons.

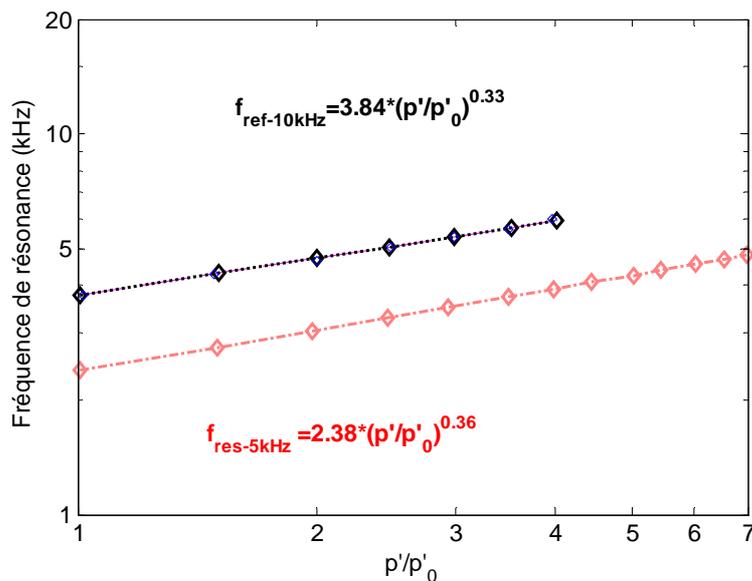
Figure 3.12. Effet du débit réduit  $Q^*$  et de la hauteur de pluviation sur la compacité des échantillons préparés par pluviation [d'après Emam et al., 2006].

### Evolution des fréquences de résonance

Un certain nombre de paramètres peut affecter l'évolution des fréquences de résonance. Les caractéristiques du signal émis (forme, fréquence centrale) comptent parmi ces paramètres. La Figure 3.13 montre ainsi l'effet de la fréquence centrale du signal émis sur la fréquence de résonance des signaux reçus pour des ondes de compression (Figure 3.13a) et des ondes de cisaillement (Figure 3.13b), se propageant dans des billes de plomb. On note que la diminution de la fréquence centrale du signal émis s'accompagne d'une diminution des fréquences de résonance du signal reçu. Cela peut s'expliquer par la sollicitation d'un mode d'excitation différent des capteurs.



(a) Onde de compression

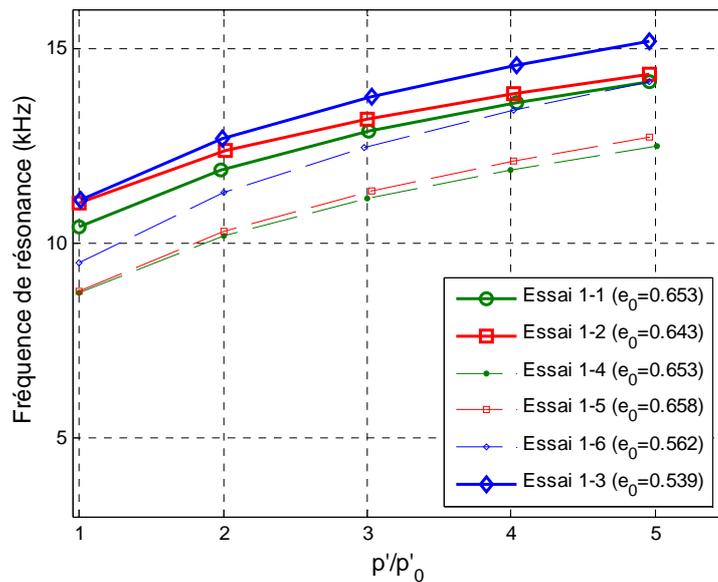


(b) Onde de cisaillement

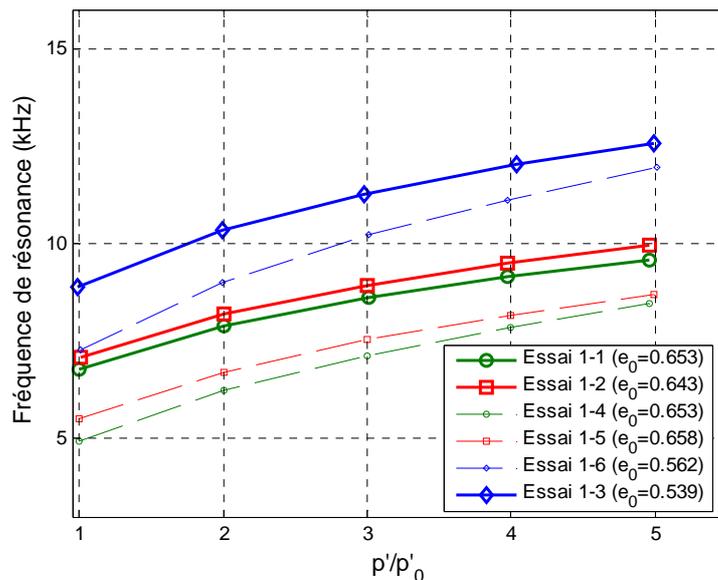
Figure 3.13. Exemple de l'effet de la fréquence du signal émis sur les valeurs des fréquences de résonance des signaux reçus.

La Figure 3.14 montre l'évolution des fréquences de résonance des signaux reçus dans les échantillons de billes de verre (Vattac Sig10-12). Les points expérimentaux sont interpolés par une loi en puissance d'exposant  $m$  (caractérisant la fréquence, Eq. 3-1). Les valeurs caractéristiques des exposants  $n$  (caractérisant la vitesse, Eq. 3-2) et  $m$  (caractérisant la fréquence, Eq. 3-1) sont répertoriées dans le tableau 3.3.

Comme nous l'avons vu précédemment sur l'évolution des vitesses de l'onde de compression et de l'onde de cisaillement, on constate que plus les échantillons sont denses, plus les fréquences de résonance des signaux reçus sont élevées. Nous constatons aussi que la fréquence de résonance des ondes de compression et des ondes de cisaillement est affectée par le processus de dégradation des particules (Figure 3.14).



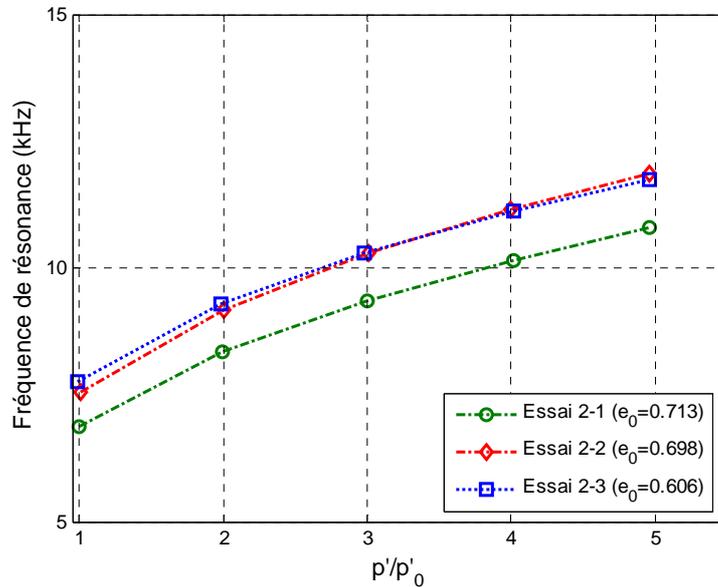
(a) Ondes de compression.



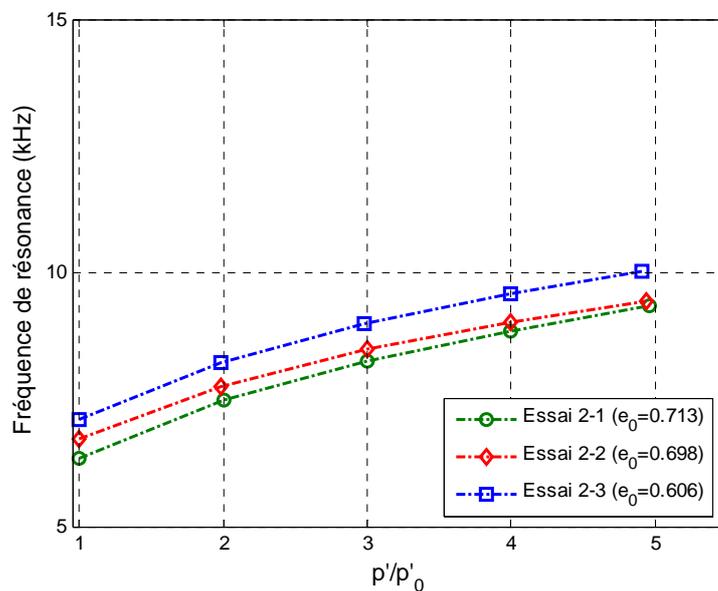
(b) Ondes de cisaillement.

Figure 3.14. Evolution de la fréquence de résonance des signaux reçus dans les billes Vattac Sig10-12.

La Figure 3.15 montre l'évolution de la fréquence de résonance des signaux reçus dans les échantillons de billes de verre (Vattac Sig14-16). Les valeurs caractéristiques des exposants  $n$  (caractérisant la vitesse, Eq. 3-2) et  $m$  (caractérisant la fréquence de résonance, Eq. 3-1) sont répertoriées dans le tableau 3.3.



(a) Evolution de la fréquence de résonance des ondes de compression.



(b) Evolution de la fréquence de résonance des ondes de cisaillement.

Figure 3.15. Evolution de la fréquence de résonance des signaux reçus dans les billes Vattac Sig14-16.

Tableau 3.3. Valeurs des exposants n et m pour les billes Vattac.

Matériau	Référence	Ondes P		Ondes S	
		Exposant n	Exposant m	Exposant n	Exposant m
Sig10-12 saines	Essai1-1	0,31	0,19	0,20	0,20
	Essai1-2	0,29	0,16	0,22	0,22
	Essai1-3	0,20	0,21	0,20	0,19
Sig10-12 dégradées	Essai1-4	0,30	0,22	0,30	0,31
	Essai1-5	0,28	0,23	0,27	0,29
	Essai1-6	0,27	0,25	0,28	0,31
Sig14-16 saines	Essai2-1	0,26	0,28	0,19	0,24
	Essai2-2	0,27	0,28	0,18	0,21
	Essai2-3	0,29	0,26	0,20	0,22

Tableau 3.4. Valeurs des coefficients  $V_{ref}$  et  $f_{ref}$  pour les billes Vattac.

Matériau	Référence	Ondes P		Ondes S	
		$V_{ref}$ (m/s)	$f_{ref}$ (kHz)	$V_{ref}$ (m/s)	$f_{ref}$ (kHz)
Sig10-12 saines	Essai1-1	431,99	10,40	247,61	6,796
	Essai1-2	473,40	11,04	253,72	7,068
	Essai1-3	557,34	11,11	311,29	8,885
Sig10-12 dégradées	Essai1-4	444,37	8,75	197,67	4,939
	Essai1-5	439,52	8,756	205,63	5,501
	Essai1-6	499,88	9,489	237,45	7,283
Sig14-16 saines	Essai2-1	477,17	6,858	252,45	6,337
	Essai2-2	474,42	7,55	262,57	6,716
	Essai2-3	480,77	7,76	271,86	7,101

### Commentaires

Le tableau 3.3 présente les valeurs des exposantes n et m pour les billes de verre. Il est assez remarquable que toutes les valeurs soient situées dans l'intervalle [0,18 ; 0,31] : en ce qui concerne la vitesse de propagation, cette valeur s'explique en partie par l'approche micro-mécanique de Hertz détaillée plus loin dans ce document. Nous nous interrogerons donc sur l'origine de l'exposant m caractérisant les fréquences de résonance.

On note que les valeurs des exposants n et m sont proches dans le cas des ondes de cisaillement et dans certain cas pour l'onde de compression.

### Effet d'une compression axiale sur l'évolution des fréquences de résonance

Nous avons procédé à deux essais de compression triaxiale, référencés Essai1-5 et Essai1-6, sous une contrainte latérale effective constante de 200 kPa, sur les échantillons de billes de verre Vattac Sig10-12 : la phase de cisaillement est postérieure au cycle de compression - décompression isotrope. La vitesse de cisaillement est 0,1 mm/min soit une vitesse de déformation de  $8,33 \cdot 10^{-6} \text{ s}^{-1}$ .

Les résultats macroscopiques sont présentés sur la Figure 3.16. L'allure des courbes d'évolution du déviateur des contraintes et de la déformation volumique en fonction de la déformation axiale est typique de la réponse d'un milieu granulaire pulvérulent. On observe

que le passage de la contractance à la dilatance se produit pour des déformations axiales faibles, de l'ordre de quelques  $10^{-3}$ , et que le déviateur maximal est atteint pour 2 % environ.

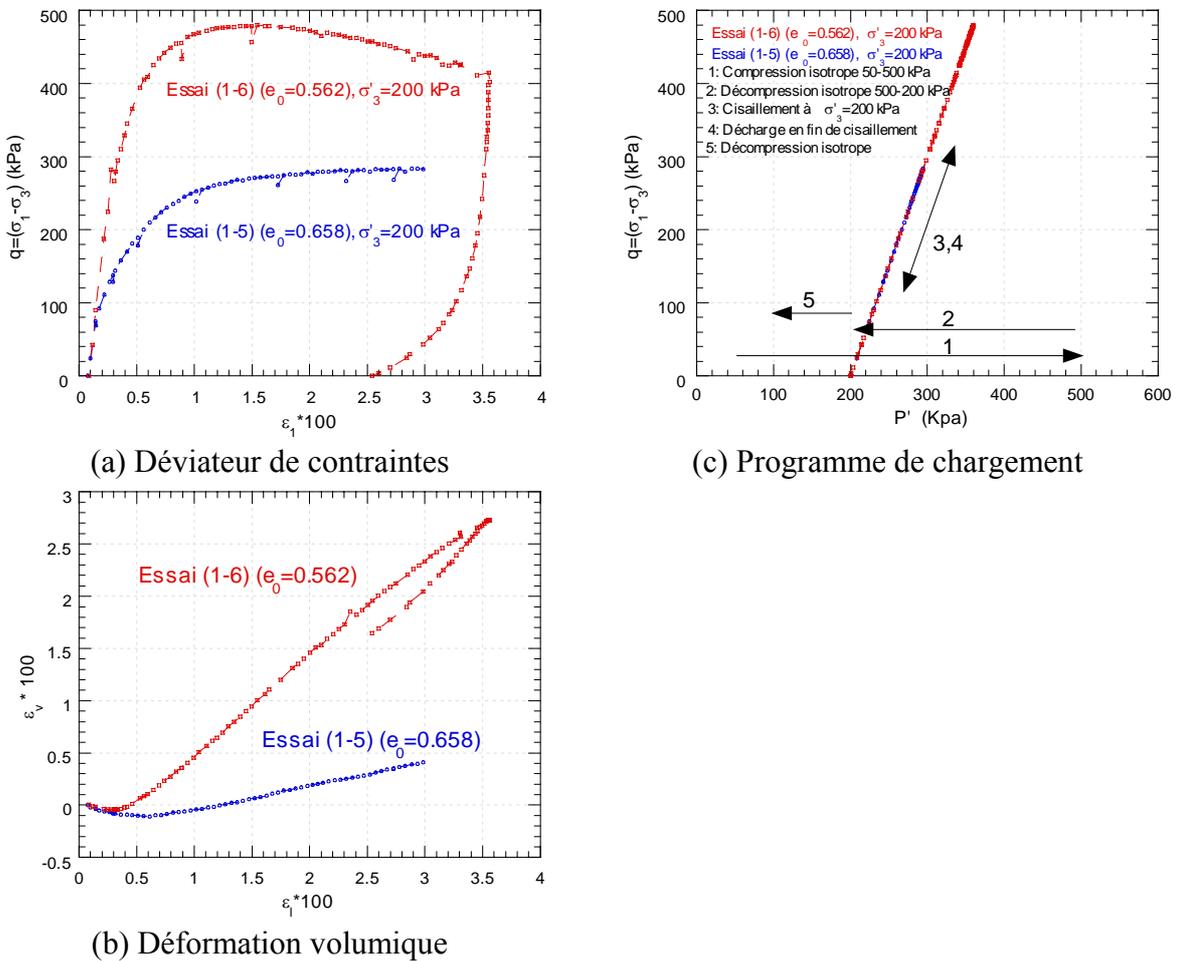
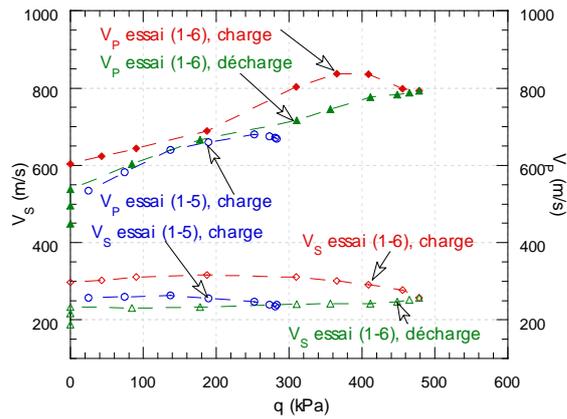


Figure 3.16. Résultats des essais triaxiaux sur les échantillons de billes de verre.

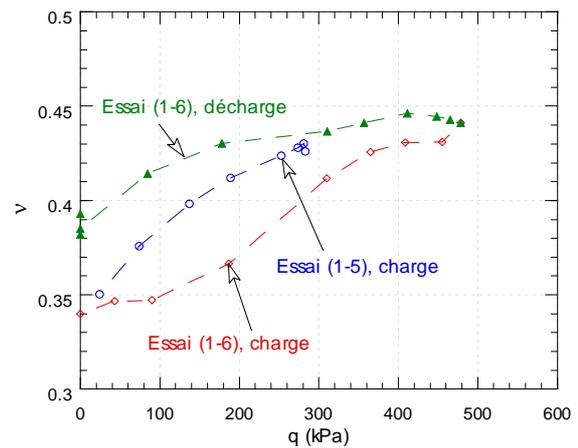
La Figure 3.17 montre l'évolution des vitesses, des fréquences de résonance et du coefficient de Poisson pour les échantillons cisailés. Dans ce cas, l'évolution des vitesses et des fréquences de résonance est relativement différente de celle observée sur des chemins de compression – décompression isotrope. En ce qui concerne les vitesses (Figure 3.17a), l'évolution particulière témoigne de la dépendance de ces vitesses avec la contrainte principale majeure [Dano, 2001].

Les valeurs du coefficient de Poisson (Figure 3.17b) augmentent asymptotiquement quand le déviateur des contraintes croît.

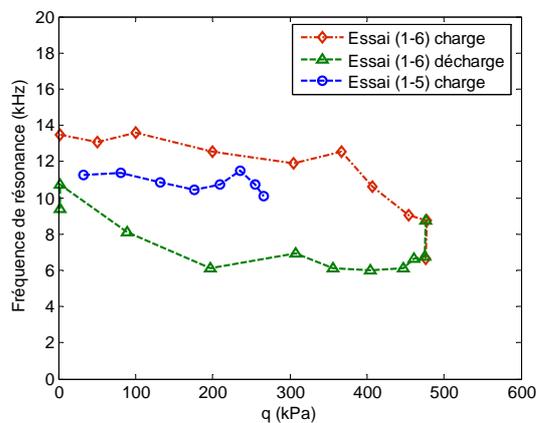
Les Figures 3.17c et d montrent que lorsque le déviateur des contraintes augmente, la fréquence de résonance reste constante.



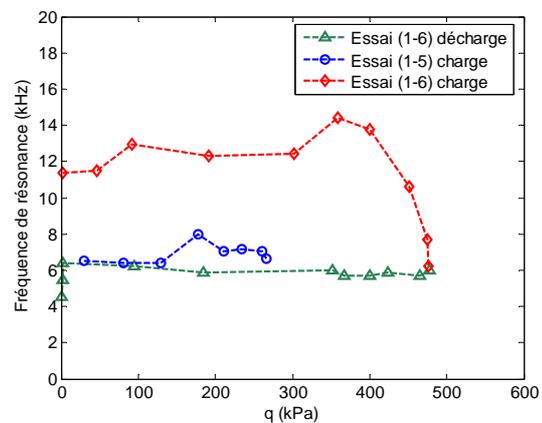
(a) Evolution des vitesses.



(b) Evolution du coefficient de Poisson.



(c) Evolution de la fréquence de résonance des ondes de compression.



(d) Evolution de la fréquence de résonance des ondes de cisaillement.

Figure 3.17. Résultats des essais de propagation d'ondes.

### 3.3.2 - Essais sur billes de plomb

Des essais de compression isotrope dans la gamme [100 – 700] kPa ont été réalisés. Les données initiales sont disponibles dans le Tableau 3.5. La préparation des échantillons se fait par la technique de pluviation, en utilisant le pluviateur LCPC (Figure 1.4). Les billes de plomb ont un diamètre moyen de 1,12 mm, leur forme est pseudo-sphérique.

Tableau 3.5. Caractéristiques initiales des échantillons de billes de plomb.

Matériau	Référence	Hauteur de pluviation	Densité sèche	Indice des vides	Diamètre échantillon	Hauteur échantillon
		(cm)	(g/cm <sup>3</sup> )		(mm)	(mm)
Billes de plomb	N1	20	6,05	0,87	97,2	198,1

Les Figures 3.18a et b représentent les signaux émis et reçus pour les ondes de compression et de cisaillement dans un échantillon de billes de plomb. Nous reportons les signaux obtenus lors des phases de compression et de décompression. Le plomb étant un matériau extrêmement plastique, la compression s'accompagne d'une déformation plastique de

l'échantillon qui se traduit par des signaux reçus nettement différents en phase de compression et de décharge isotrope.

Comme dans le cas des billes de verre, les signaux sont analysés, par la méthode temporelle puis par la méthode fréquentielle, pour en déduire la vitesse de propagation des ondes. L'évolution des vitesses  $V_p$  et  $V_s$  est représentée sur la Figure 3.19. La mise en plasticité de l'échantillon se traduit par un profil des vitesses en décharge nettement différent de celui obtenu en charge. Pour mémoire, dans le cas des sables [Dano, 2001] ou des billes de verre, les courbes d'évolution des vitesses en charge et en décharge sont proches.

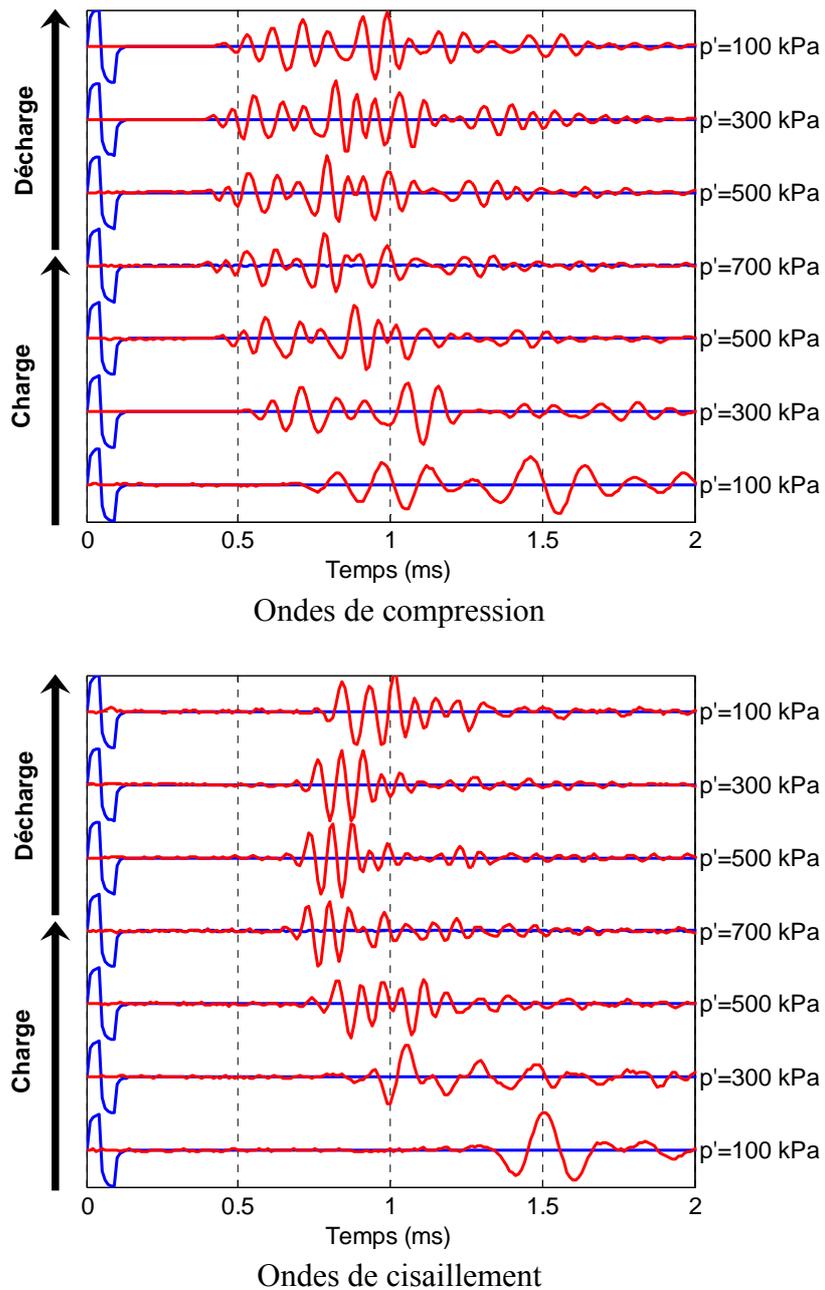
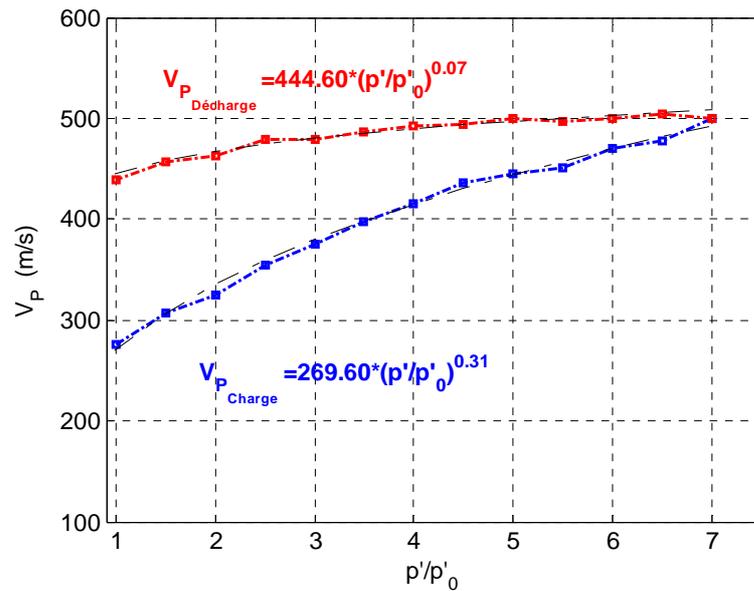
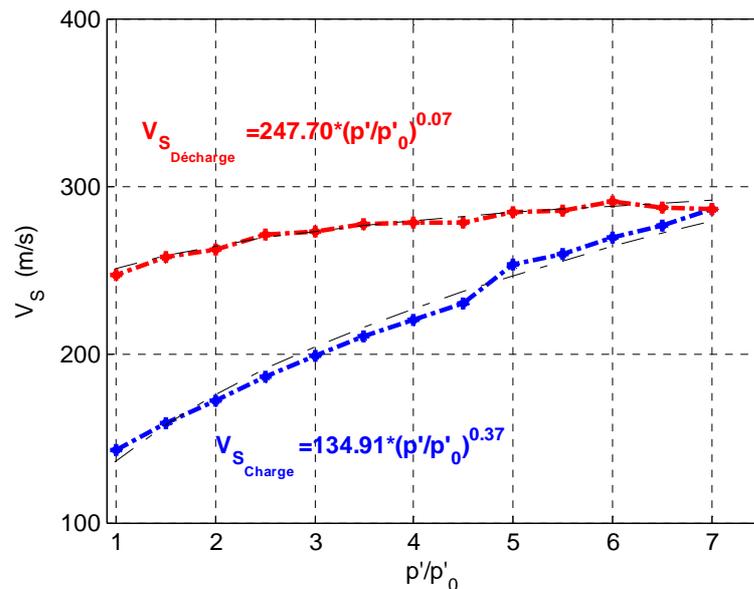


Figure 3.18. Signaux émis et reçus dans l'échantillon de billes de plomb.



Ondes de compression



Ondes de cisaillement

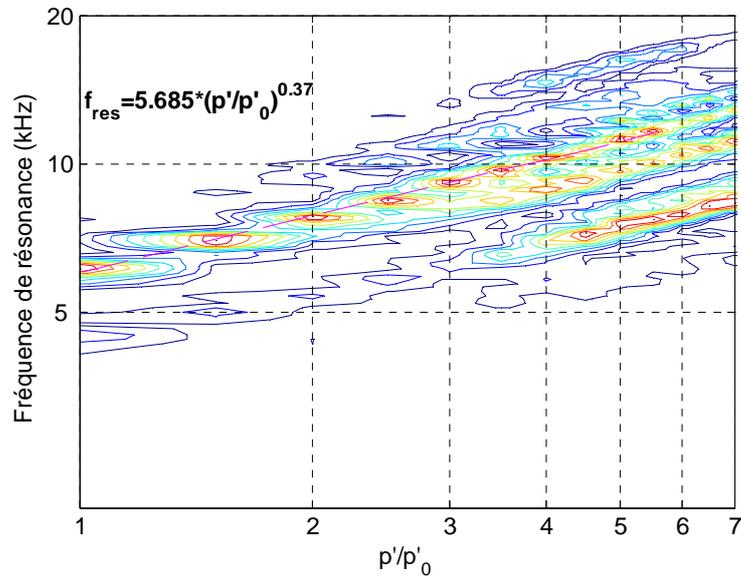
Figure 3.19. Vitesses des ondes dans les échantillons de billes de plomb.

Les Figures 3.20a et b présentent l'évolution des fréquences de résonance en fonction du rapport  $(p'/p'_0)$  pour un chemin de compression isotrope respectivement pour l'onde de compression et pour l'onde de cisaillement. Nous observons, comme dans le cas des billes de verre, que les valeurs de l'exposant  $m$  (caractérisant la fréquence de résonance, Eq. 3-1) sont proches des valeurs de l'exposant  $n$  (caractérisant la vitesse, Eq. 3-2).

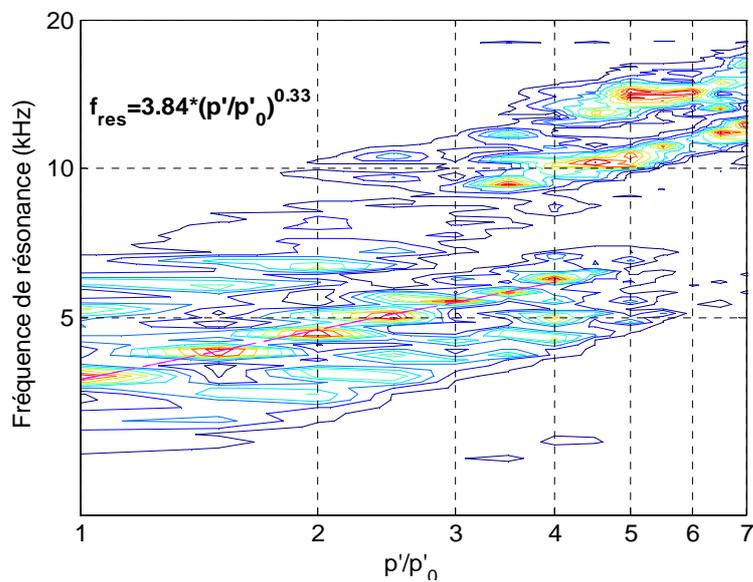
Nous précisons que dans certains cas, il y a deux ou trois modes de résonance distincts qui apparaissent (par exemple sur la Figure 3.20a, pour le cas où  $p'/p'_0$  est supérieur à 4). On voit

bien que ces modes de résonance varient également avec l'augmentation de la pression moyenne effective et que l'exposant  $m$  reste inchangé.

On constate que pour les ondes de cisaillement (Figure 3.20b) différents modes de résonance sont visibles. Ces derniers sont aussi sensibles à l'augmentation de la pression moyenne effective et l'exposant  $m$  reste quasiment constant.



(a) Ondes de compression



(b) Ondes de cisaillement

Figure 3.20. Evolution des fréquences de résonance dans les échantillons de billes de plomb.

### 3.3.3 - Essais sur le sable d'Hostun

L'effet de la granulométrie et de la forme des particules peut être étudié en réalisant des essais de propagation d'ondes dans un sable. Nous avons choisi de présenter ici les résultats des essais sur le sable d'Hostun RF dont les caractéristiques minéralogiques et granulométriques ont été présentées par Flavigny et al. [1990]. Le sable d'Hostun RF est un sable de référence en France. Le diamètre moyen des particules est de 0,35 mm. Les échantillons sont préparés par pluviation en utilisant le pluviateur PSA4.

Cinq essais de compression isotrope dans la gamme [100 – 500] kPa ont été réalisés. Les données initiales des échantillons sont reportées dans le tableau 3.6.

Tableau 3.6. Caractéristiques initiales des échantillons de sable d'Hostun RF.

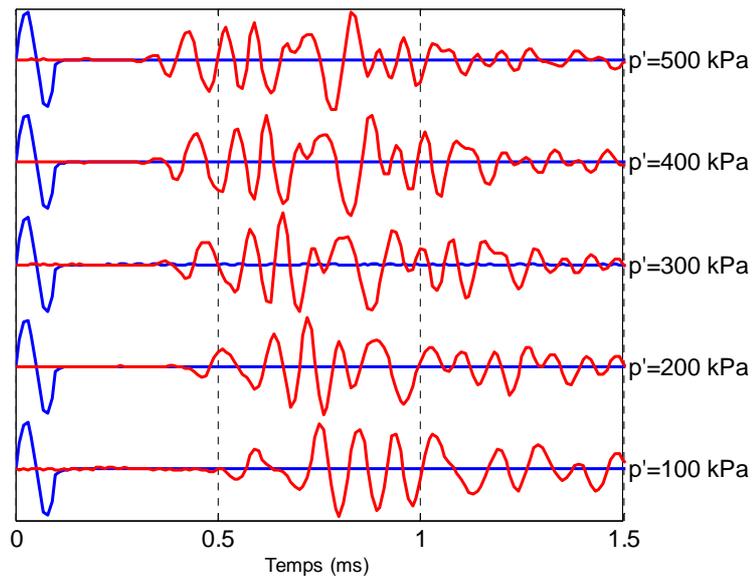
Matériau	Référence	Hauteur de pluviation	Densité sèche	Indice des vides	Diamètre échantillon	Hauteur échantillon
		( <i>cm</i> )	( <i>g/cm<sup>3</sup></i> )		( <i>mm</i> )	( <i>mm</i> )
Sable d'Hostun RF sec	N1	54,5	1,59	0,664	97,1	197,6
	N2	38	1,55	0,707	97,9	197,4
	N3	2	1,46	0,816	95,5	197,6
	N4	38	1,55	0,709	97,2	197,3
	N5	54,5	1,58	0,673	97,5	197,3

Les signaux temporels pour les essais N1 et N2 sont respectivement représentés sur la Figure 3.21 et sur la Figure 3.22. Les essais de propagation des ondes de cisaillement pour l'échantillon le plus dense N1 donnent des signaux peu bruités. Au contraire, pour l'échantillon moins dense N2, les signaux reçus sont très perturbés si bien que l'on ne peut pas identifier aisément le temps de parcours des ondes dans l'échantillon N3. Cette perturbation semble liée à la densité des échantillons, elle diminue cependant lorsque la contrainte de confinement augmente. Les essais N1 et N5 montrent par ailleurs une bonne répétabilité des signaux.

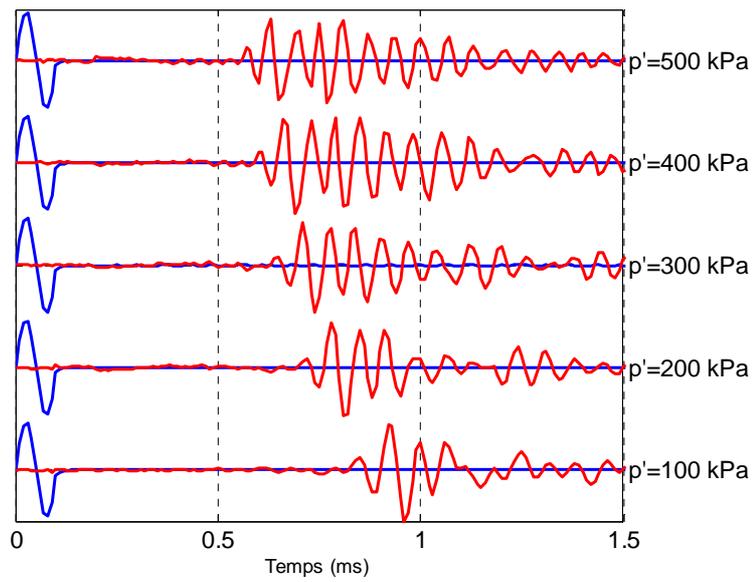
Comme précédemment, les signaux sont analysés, par la méthode temporelle puis la méthode fréquentielle, pour en déduire la vitesse de propagation des ondes. L'évolution des vitesses  $V_p$  et  $V_s$  est représentée sur la Figure 3.23. Nous retrouvons une évolution classique des vitesses : bien que les données en décharge ne soient pas schématisées, elles sont très proches des données en charge.

Nous observons que les vitesses des ondes de compression et de cisaillement évoluent en fonction de la contrainte relative ( $p'/p'_0$ ) avec un exposant,  $n$  (caractérisant la vitesse Eq. 3-2), variant entre 0,22 et 0,26 pour les ondes de cisaillement et entre 0,24 et 0,25 pour les ondes de compression.

La Figure 3.23 montre que plus la densité des échantillons du sable d'Hostun augmente, plus les vitesses des ondes de compression et de cisaillement augmentent elles-aussi.

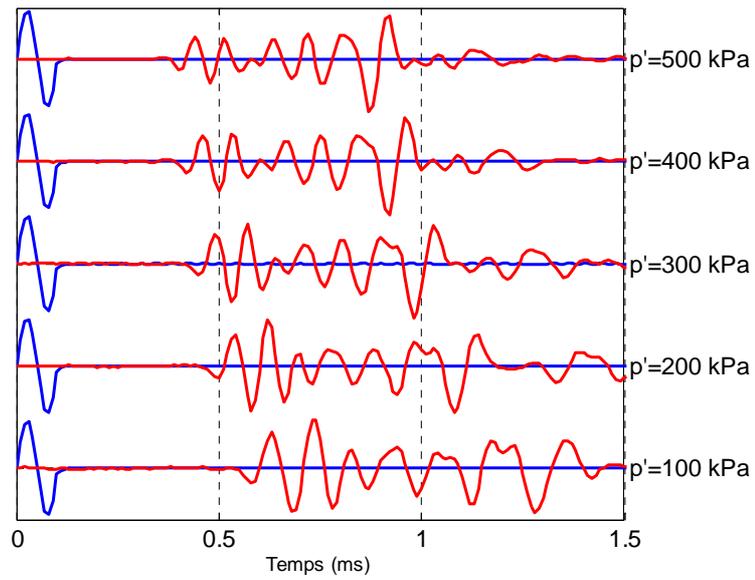


Ondes de compression

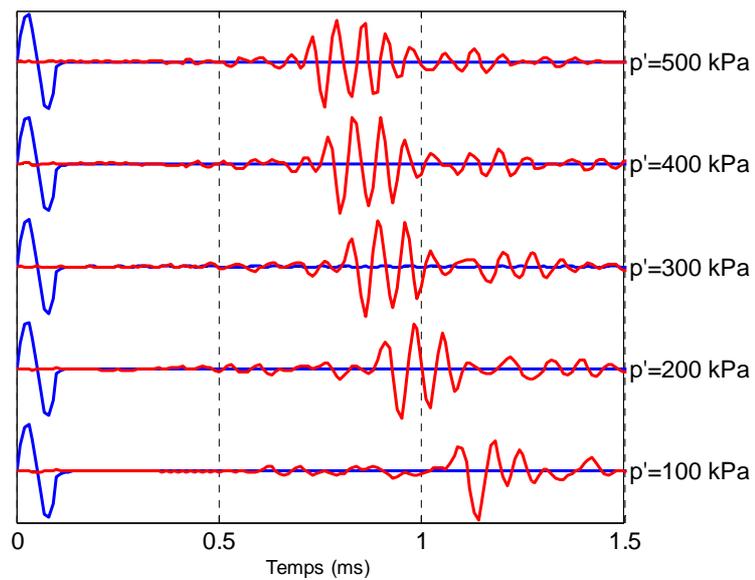


Ondes de cisaillement

Figure 3.21. Signaux émis et reçus dans l'échantillon N1 de sable d'Hostun RF.

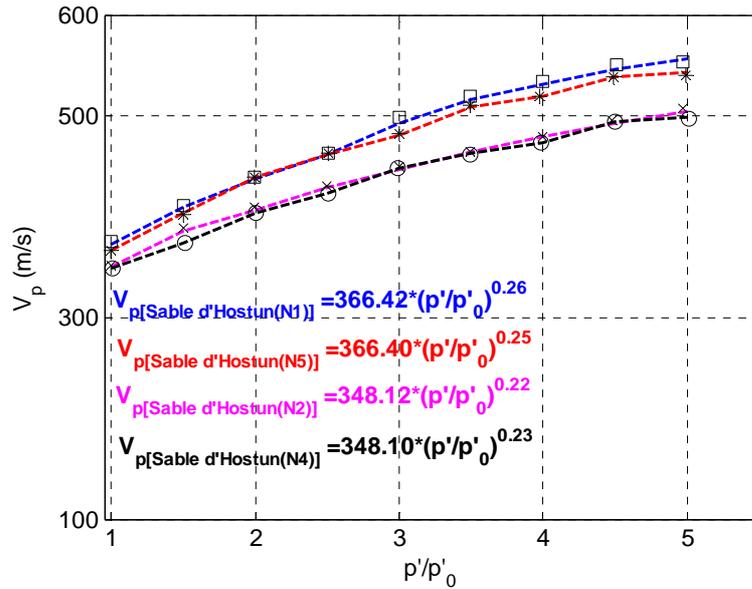


Ondes de compression

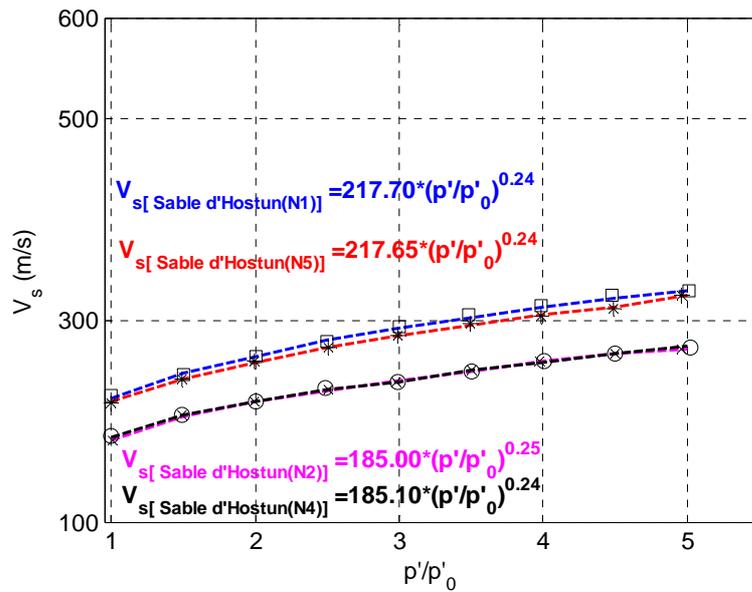


Ondes de cisaillement

Figure 3.22. Signaux émis et reçus dans l'échantillon N2 de sable d'Hostun RF.



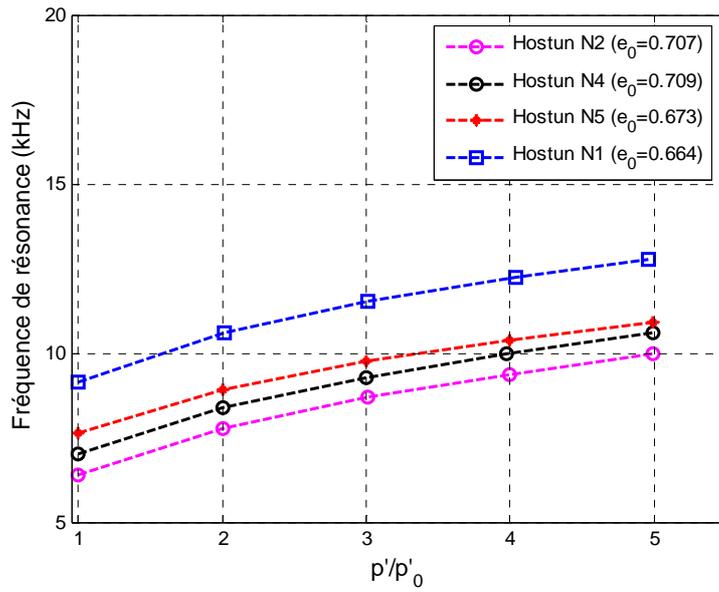
Ondes de compression



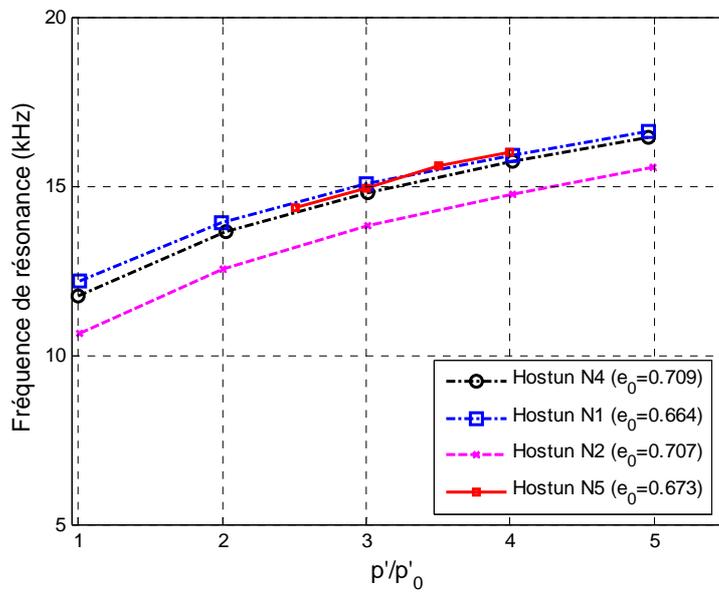
Ondes de cisaillement

Figure 3.23. Vitesse de propagation des ondes dans les échantillons de sable d'Hostun RF.

La Figure 3.24 montre l'évolution de la fréquence de résonance en fonction de la contrainte relative ( $p'/p'_0$ ). Comme nous l'avons vu dans le cas de l'évolution de la vitesse de propagation des ondes, on constate qu'avec l'augmentation de la densité de l'échantillon, la fréquence de résonance augmente. Les valeurs de la fréquence de résonance dans le cas de l'onde de cisaillement sont plus importantes que dans le cas de l'onde de compression.



(a) Ondes de compression



(b) Ondes de cisaillement

Figure 3.24. Evolution des fréquences de résonance dans les échantillons de sable d'Hostun RF.

Tableau 3.7. Valeurs des exposants n et m pour le sable d'Hostun RF.

Référence	Ondes P		Ondes S	
	Exposant n	Exposant m	Exposant n	Exposant m
Hostun N1	0,26	0,21	0,24	0,19
Hostun N2	0,22	0,28	0,25	0,24
Hostun N4	0,23	0,26	0,24	0,21
Hostun N5	0,25	0,22	0,24	0,23

Tableau 3.8. Valeurs des coefficients  $V_{ref}$  et  $f_{ref}$  pour le sable d'Hostun RF.

Référence	Ondes P		Ondes S	
	$V_{ref}$ (m/s)	$f_{ref}$ (kHz)	$V_{ref}$ (m/s)	$f_{ref}$ (kHz)
Hostun N1	366,42	9,153	217,70	12,19
Hostun N2	348,12	6,391	185,00	10,66
Hostun N4	348,10	6,995	185,10	11,76
Hostun N5	366,40	7,615	217,70	11,01

Les commentaires sont identiques à ceux faits dans le cas des billes de verre.

### 3.3.4 - Essais sur billes de verre de différents diamètres

L'effet de la taille des particules a été étudié en réalisant des essais de propagation d'ondes dans des assemblages de billes de différents diamètres : 1, 2 et 3 mm. Les répartitions des tailles des particules sont représentées sur la Figure 3.25. Les échantillons sont préparés par pluviation à l'aide du pluviateur LCPC. Différentes hauteurs de pluviation sont testées de manière à atteindre le même indice des vides initial. Ces échantillons sont ensuite soumis à des essais de compression – décompression isotrope dans la gamme [100 – 500] kPa. Les données initiales des essais sont données dans le tableau 3.9.

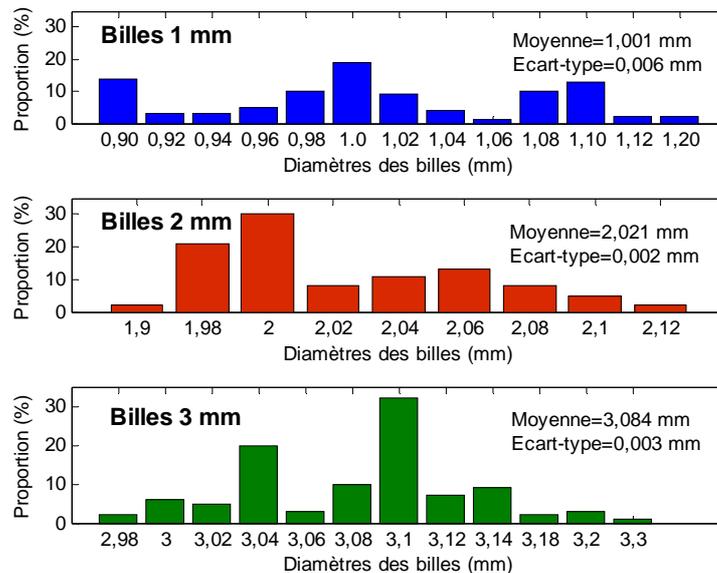


Figure 3.25. Distributions des tailles des particules.

Tableau 3.9. Caractéristiques initiales des échantillons de billes de verre de différents diamètres.

Référence	Hauteur de pluviation	Densité sèche	Indice des vides	Diamètre échantillon	Hauteur échantillon
	(cm)	(g/cm <sup>3</sup> )		(mm)	(mm)
Billes 1 mm	5	1,65	0,543	97,4	196,8
Billes 2 mm	7,5	1,65	0,542	97,5	197,0
Billes 3 mm	20	1,65	0,543	97,5	197,6

L'évolution des vitesses  $V_p$  et  $V_s$  dans les échantillons de billes de verre de différents diamètres est représentée sur la Figure 3.26. On observe que les vitesses des ondes (estimées par la corrélation croisée puis déterminées par la méthode temporelle) augmentent quand la taille des particules augmente. La Figure 3.27 montre l'évolution de la fréquence de résonance en fonction de la contrainte moyenne effective. On observe que la fréquence de résonance est également affectée par la taille des particules. Contrairement aux vitesses des ondes, les fréquences de résonance de l'échantillon de billes de 3 mm sont plus faibles que dans les autres échantillons. Les valeurs des exposants  $m$  et  $n$  des coefficients  $V_{ref}$  et  $f_{ref}$  sont listées dans les tableaux 3.10 et 3.11.

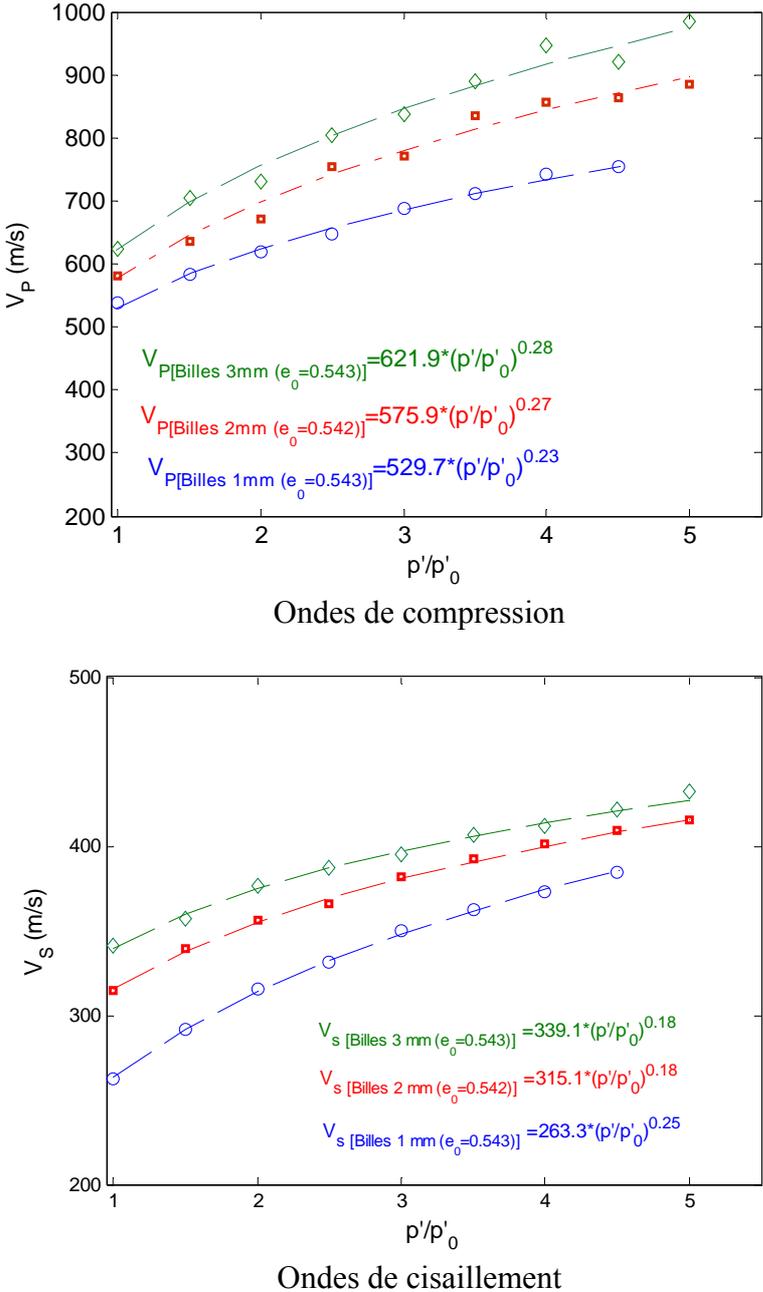


Figure 3.26. Vitesse de propagation des ondes dans les billes de verre de différents diamètres.

Tableau 3.10. Valeurs des exposants n et m pour les billes de verre de différents diamètres.

Référence	Ondes P		Ondes S	
	Exposant n	Exposant m	Exposant n	Exposant m
Billes 1 mm	0,23	0,24	0,26	0,24
Billes 2 mm	0,27	0,25	0,18	0,23
Billes 3 mm	0,28	0,24	0,18	0,19

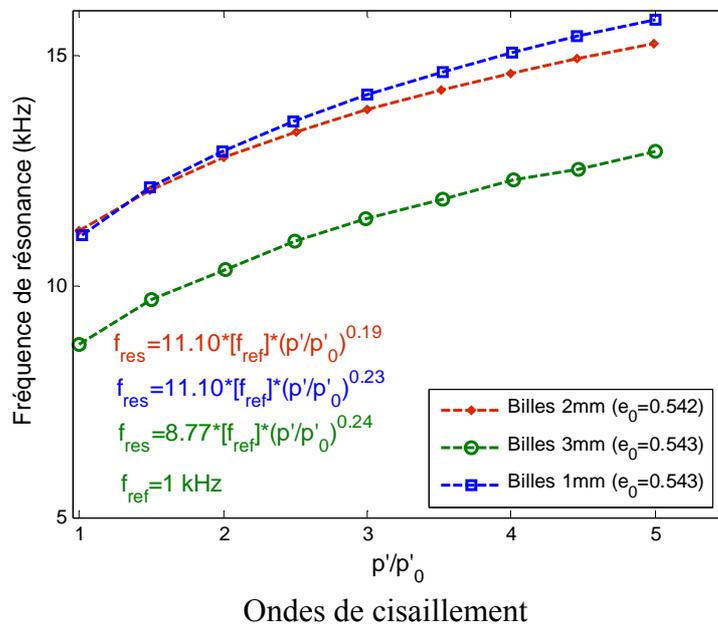
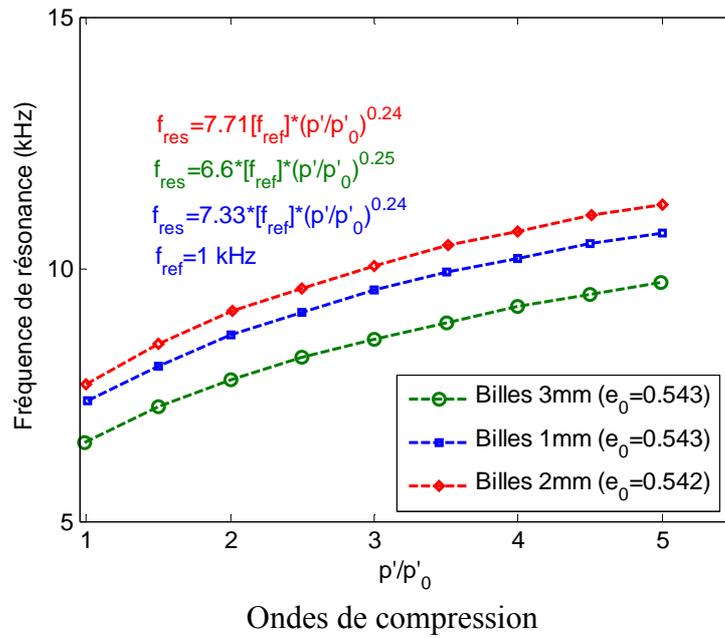


Figure 3.27. Evolution des fréquences de résonance dans les billes de verre de différents diamètres.

Tableau 3.11. Valeurs des coefficients  $V_{ref}$  et  $f_{ref}$  pour les billes de verre de différents diamètres.

Référence	Ondes P		Ondes S	
	$V_{ref}$ (m/s)	$f_{ref}$ (kHz)	$V_{ref}$ (m/s)	$f_{ref}$ (kHz)
Billes 1 mm	529,7	7,33	269,6	11,10
Billes 2 mm	575,9	7,71	316,2	11,10
Billes 3 mm	621,9	6,60	334,2	8,77

Ce résultat montrant la dépendance des vitesses de propagation avec la taille des particules a été remarqué par Wyllie et al. [1956]. La Figure 3.28 montre l'évolution de la vitesse d'une onde longitudinale en fonction du rapport de la longueur de l'échantillon sur le diamètre des particules [Wyllie et al., 1956]. Ce graphique montre que la vitesse est affectée lorsque la chaîne de particules support de l'onde contient moins de 100 particules. Les auteurs expliquent que cette augmentation de la vitesse est la conséquence de l'hétérogénéité de l'échantillon (fretage au niveau des embases inférieure et supérieure). Cette dépendance de la vitesse avec le nombre de particules ne peut s'expliquer dans le cadre de la mécanique des milieux continus.

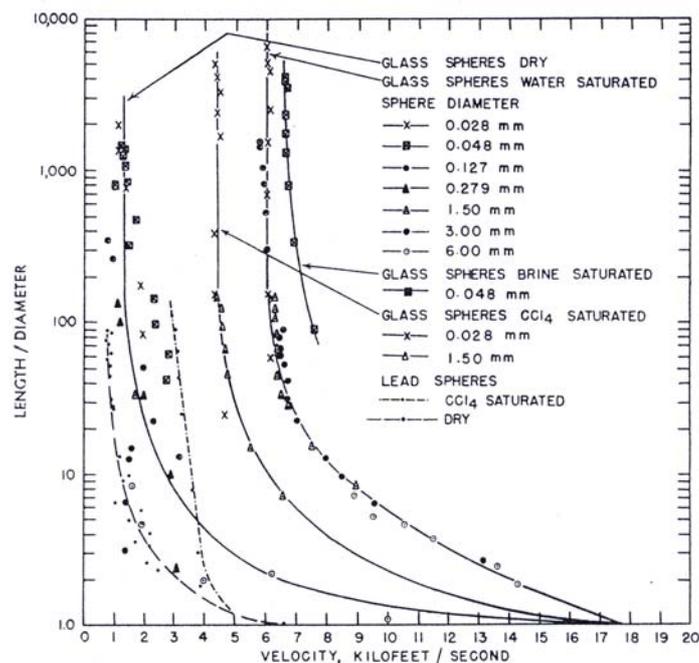


Figure 3.28. Dépendance de la vitesse d'une onde avec le rapport longueur échantillon / diamètre des particules [Wyllie et al., 1956].

Cependant, Chang et al. [1997] ont montré que la prise en compte d'un ordre plus élevé dans l'écriture de la loi de comportement, reliant le tenseur des contraintes non seulement au tenseur des déformations mais également au second gradient du champ des déplacements, permettait d'appréhender la dépendance des vitesses de propagation avec la taille des particules. Chang et al. [1997] ont montré par ailleurs que pour des grains de taille finie, la relation entre les fréquences de résonance et le rapport de la taille des particules sur la longueur d'une colonne de billes est non linéaire. Pour des particules de faible diamètre, c'est-à-dire lorsque le rapport de la taille des particules sur la longueur de la chaîne de particules

tend vers l'infini, la relation est linéaire et identique à celle obtenue dans le cadre de la mécanique des milieux continus.

### 3.3.5 - Synthèse

Les valeurs de l'exposant  $m$  caractérisant l'évolution de la fréquence de résonance en fonction de la pression appliquée (Eq. 3-1) pour différents matériaux sont répertoriées dans le Tableau 3.12. Pour la plupart des matériaux, sauf pour les billes de plomb, la valeur de l'exposant  $m$  varie entre 0,16 et 0,30. Ces valeurs sont assez proches des valeurs de l'exposant  $n$ , caractérisant l'évolution de la vitesse de l'onde en fonction de la contrainte appliquée (Eq. 3-2).

Par contre, les valeurs de la fréquence de résonance  $f_{ref}$  correspondant à la contrainte de confinement de 100 kPa présentées dans le tableau 3.13, dépendent de la nature des matériaux et également de la taille des particules.

Tableau 3.12. Valeurs des exposants  $m$  pour différents matériaux.

Matériau		Référence	Diamètre moyen (mm)	Densité sèche (g/cm <sup>3</sup> )	Ondes P Exposant m	Ondes S Exposant m
Billes de verre	Sig10-12 saines	Essai1-1	1	1,57	0,19	0,20
		Essai1-2	1	1,58	0,16	0,22
		Essai1-3	1	1,69	0,21	0,19
	Sig10-12 dégradées	Essai1-4	1	1,57	0,22	0,31
		Essai1-5	1	1,57	0,23	0,29
		Essai1-6	1	1,66	0,25	0,31
	Sig14-16 saines	Essai2-1	1,5	1,55	0,28	0,24
		Essai2-2	1,5	1,57	0,28	0,21
		Essai2-3	1,5	1,66	0,26	0,22
Billes de plomb		N1	1,12	6,05	0,37	0,33
Sable d'Hostun		Hostun N1	0,35	1,59	0,21	0,19
		Hostun N2	035	1,55	0,28	0,24
		Hostun N4	0,35	1,55	0,26	0,21
		Hostun N5	0,35	1,58	0,22	0,23
Billes de verre		Billes 1 mm	1	1,65	0,24	0,24
		Billes 2 mm	2	1,65	0,25	0,23
		Billes 3 mm	3	1,65	0,24	0,19

Tableau 3.13. Fréquence de référence ( $f_{ref}$ ) pour différents matériaux.

Matériau		Référence	Diamètre moyen (mm)	Densité sèche (g/cm <sup>3</sup> )	Ondes P $f_{ref}$ (kHz)	Ondes S $f_{ref}$ (kHz)
Billes de verre	Sig10-12 saines	Essai1-1	1	1,57	10,40	6,796
		Essai1-2	1	1,58	11,04	7,068
		Essai1-3	1	1,69	11,11	8,885
	Sig10-12 dégradées	Essai1-4	1	1,57	8,75	4,939
		Essai1-5	1	1,57	8,756	5,501
		Essai1-6	1	1,66	9,489	7,283
	Sig14-16 saines	Essai2-1	1,5	1,55	6,858	6,337
		Essai2-2	1,5	1,57	7,55	6,716
		Essai2-3	1,5	1,66	7,76	7,101
Billes de plomb		N1	1,12	6,05	5,685	3,840
Sable d'Hostun		Hostun N1	0,35	1,59	9,153	12,19
		Hostun N2	035	1,55	6,391	10,66
		Hostun N4	0,35	1,55	6,995	11,76
		Hostun N5	0,35	1,58	7,615	10,01
Billes de verre		Billes 1 mm	1	1,65	7,33	11,10
		Billes 2 mm	2	1,65	7,71	11,10
		Billes 3 mm	3	1,65	6,60	8,770

### 3.4 - Coefficients d'amortissement

Dans le chapitre 2, nous avons présenté des méthodes permettant de calculer les valeurs du coefficient d'amortissement. Nous avons ici mis en œuvre la méthode correspondant à l'équation 2-22, dans les assemblages de billes de verre, billes de plomb, sable de Toyoura et sable d'Hostun. Nous représentons sur la Figure 3.29 le résultat de ces calculs. Les valeurs du coefficient d'amortissement sont comprises entre 1 et 4 %, quelle que soit la contrainte moyenne effective et quel que soit le matériau. Nous ne pouvons pas définir de tendance d'évolution en fonction de cette contrainte moyenne effective, mais nous pouvons constater que les valeurs sont quantitativement proches des coefficients d'amortissement annoncés dans la littérature [Seed et al., 1986 ; Brocanelli & Rinaldi, 1998 ; Lin et al., 2000]. Les valeurs obtenues sont-elles intrinsèques au matériau ? L'analyse développée ultérieurement pour expliquer l'évolution des fréquences de résonance montrera que les valeurs du coefficient d'amortissement dépendent principalement du capteur piézo-électrique, plutôt que de la dissipation énergétique dans le matériau granulaire lui-même.

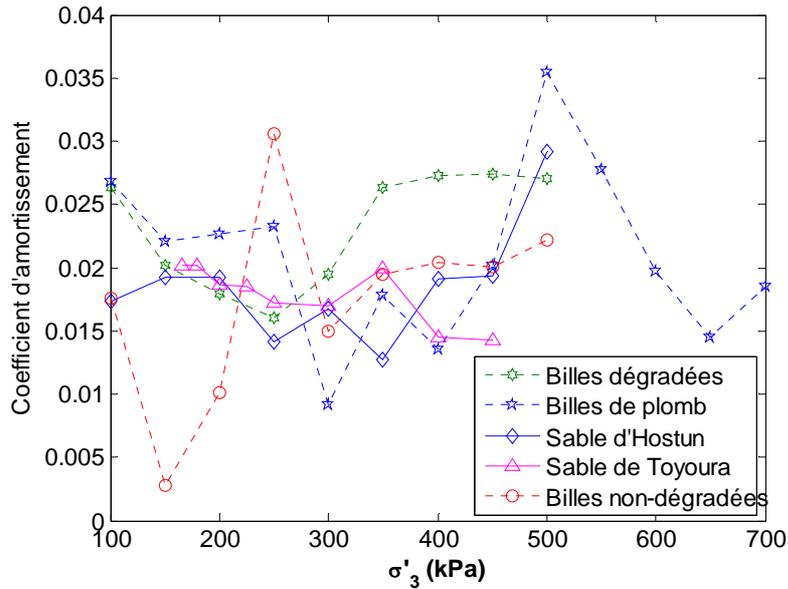


Figure 3.29. Evolution du coefficient d'amortissement pour différent matériaux.

### 3.5 - Interprétation de la loi d'évolution des fréquences de résonance

L'évolution constatée des fréquences de résonance en fonction de la contrainte effective isotrope appliquée à l'échantillon peut être interprétée différemment :

- selon une approche globale de mécanique des milieux continus (vibrations de l'échantillon) ;
- selon une approche micro-mécanique de type Hertz ;
- selon une approche locale de mécanique des milieux continus (vibrations des capteurs piézo-électriques).

Chacune de ces approches permet d'expliquer l'évolution des fréquences de résonance. Nous tenterons donc de cerner laquelle de ces méthodes est la plus appropriée à notre problème.

#### 3.5.1 - Approche globale de type mécanique des milieux continus

Dans cette approche, on considère que le signal reçu traduit la vibration de l'échantillon vu comme un milieu continu homogène, sous l'action d'une onde de compression ou de cisaillement. D'un point de vue géométrique, l'échantillon est un cylindre de diamètre  $d$ , de hauteur  $h$ , de propriétés élastiques  $E$  et  $\nu$ . Nous faisons l'hypothèse que l'excitation est suffisamment courte, devant la durée d'observation et de vibration des capteurs, pour que le régime d'oscillations soit un régime d'oscillations libres.

Considérons le cas d'une onde harmonique longitudinale (onde de compression). La résolution de l'équation d'onde est possible dès lors que les conditions aux limites sont définies :

- le déplacement à la base de l'échantillon est supposé nul ;
- l'extrémité opposée de l'échantillon est supposée libre.

La vibration de l'échantillon peut être assimilée à la vibration d'une poutre dont une extrémité est encastrée et l'autre est libre (Figure 3.30).

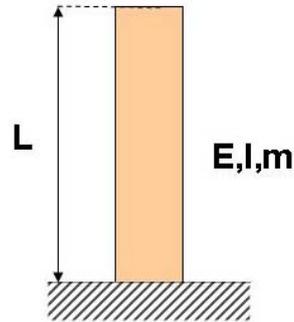


Figure 3.30. Poutre console

### Vibrations longitudinales des poutres

On note que l'équation générale gouvernant la vibration des poutres peut être obtenue en identifiant les forces axiales s'exerçant sur un tronçon de poutre et en écrivant que leur résultante est nulle (Figure 3.31).

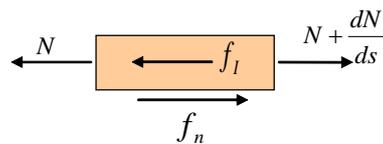


Figure 3.31. Equilibre axial d'une poutre

Cette équation d'équilibre s'exprime :

$$N + \frac{\partial N}{\partial s} + f_n - N - f_I = 0 \quad (3-4)$$

dans laquelle les forces d'inertie ont pour expression :

$$f_I = \rho A \ddot{u}_s \quad (3-5)$$

où  $\rho$  est la masse volumique de la poutre,  $A$  l'aire de la section droite de la poutre. La loi de comportement de la poutre pour les sollicitations axiales relie l'effort axial à l'allongement de la fibre neutre et s'écrit dans l'hypothèse de l'élasticité linéaire en petites déformations :

$$N = EA \frac{\partial u}{\partial s} \quad (3-6)$$

dans laquelle  $E$  désigne le module d'Young du matériau constitutif. Portant la relation (3-6) dans (3-4), l'équation des vibrations axiales de la poutre s'écrit :

$$\frac{\partial^2 u}{\partial t^2} - \frac{E}{\rho} \frac{\partial^2 u}{\partial s^2} = f \quad (3-7)$$

Si l'on suppose la densité linéique d'efforts  $f$  nulle, l'équation homogène de vibration s'écrit :

$$\ddot{u}(s,t) - c^2 u''(s,t) = 0 \quad (3-8)$$

dans laquelle,  $c$  est la vitesse des ondes définie par :

$$c = \sqrt{\frac{E}{\rho}} \quad (3-9)$$

Les modes propres représentent les solutions périodiques de l'équation homogène (3-8). Ces solutions s'écrivent sous la forme :

$$u(s,t) = X(s)e^{i\omega t} \quad (3-10)$$

Introduisant cette relation dans l'équation (3-8), la fonction  $X(s)$  doit satisfaire l'équation :

$$c^2 X''(s) + \omega^2 X(s) = 0 \quad (3-11)$$

dont la solution est de la forme :

$$X(s) = A \cos\left(\frac{\omega}{c} s\right) + B \sin\left(\frac{\omega}{c} s\right) \quad (3-12)$$

Les constantes d'intégration  $A$  et  $B$  sont déterminées par les conditions aux limites. Par exemple pour la poutre console de la Figure 3.30, ces conditions aux limites sont données par :

$$\begin{aligned} X(0) &= 0 \\ N(L) &= EA \frac{dX}{ds}(L) = 0 \end{aligned} \quad (3-13)$$

Les conditions (3-13) imposent que :

$$\begin{aligned} X(0) &= 0 & \Rightarrow & A=0 \\ X'(L) &= 0 & \Rightarrow & \cos\left(\frac{\omega}{c} L\right) = 0 \end{aligned} \quad (3-14)$$

Les fréquences propres sont solutions de l'équation (3-14), soit :

$$\omega_n = (2n-1) \frac{\pi c}{2L}, \quad n=1,2,\dots \quad (3-15)$$

$$\omega_1 = \frac{\pi}{2} \sqrt{\frac{EA}{mL^2}}, \quad \omega_2 = \frac{3\pi}{2} \sqrt{\frac{EA}{mL^2}}, \quad \omega_3 = \frac{5\pi}{2} \sqrt{\frac{EA}{mL^2}} \quad (3-16)$$

### Vibration de flexion-cisaillement des poutres

Ces vibrations correspondent à des mouvements de la fibre neutre contenus dans le plan de la section et à des rotations de la section autour d'axes situés dans le plan de la section. La Figure 3.32 représente l'ensemble des efforts agissant sur un tronçon de poutre.

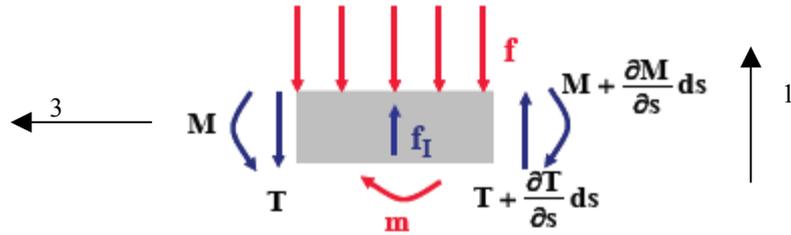


Figure 3.32. Equilibre transverse d'une poutre.

Pour établir les équations de l'équilibre dynamique du système, on se place dans les hypothèses suivantes:

- Le système est constitué d'une poutre droite
- Les transformations restent petites
- Les sections droites des poutres restent droites au cours de la déformation (hypothèse de Navier-Bernoulli).

Les deux équations régissant l'équilibre dynamique s'écrivent alors [Pecker, 2006] :

$$\frac{\partial T}{\partial s} + f - \rho A \ddot{u} = 0 \quad (3-17)$$

$$T = -\frac{\partial M}{\partial s} - m \quad (3-18)$$

où  $\rho$  est la masse volumique de la poutre,  $A$  l'aire de la section de la poutre,  $T$  est l'effort tranchant, la densité linéique d'efforts transverses extérieurs  $f$  et le déplacement transverse  $u$  correspondent aux composantes suivant la direction 1; le moment fléchissant  $M$  et la densité linéique de moments extérieurs  $m$  correspondent aux composantes autour de la direction 2.

Aux équations d'équilibre (3-17) et (3-18) il convient d'adjoindre les lois de comportement de la poutre pour les sollicitations de flexion-cisaillement. Ces lois de comportement relient l'effort tranchant au cisaillement de la section et le moment fléchissant à la rotation  $\omega$  de celle-ci. Elles s'écrivent dans l'hypothèse de l'élasticité linéaire en petites déformations :

$$T = GA' \left( \frac{\partial u}{\partial s} - \omega \right) \quad (3-19)$$

$$M = EI \frac{\partial \omega}{\partial s} \quad (3-20)$$

dans lesquelles  $G$  désigne le module de cisaillement du matériau constitutif,  $S'$  et  $I$  la section de cisaillement et le moment quadratique de la poutre. Afin d'obtenir l'équation différentielle régissant le déplacement transverse de la fibre neutre  $u$  il convient d'éliminer les quantités  $T$ ,  $M$  et  $\omega$  entre les relations (3-17) à (3-20).

L'équation (3-17) devient par dérivation :

$$\frac{\partial^3 T}{\partial s^3} = -\frac{\partial^2}{\partial s^2}(f - \rho A \ddot{u}) \quad (3-21)$$

La combinaison des équations (3-17) et (3-18) fournit la relation

$$-\frac{\partial^2 M}{\partial s^2} - \frac{\partial m}{\partial s} + f - \rho A \ddot{u} = 0 \quad (3-22)$$

Les relations (3-6) et (3-7) donnent :

$$\frac{\partial^3 T}{\partial s^3} = GA' \left( \frac{\partial^4 u}{\partial s^4} - \frac{\partial^3 \omega}{\partial s^3} \right) \quad (3-23)$$

$$\frac{\partial^2 M}{\partial s^2} = EI \frac{\partial^3 \omega}{\partial s^3} \quad (3-24)$$

L'élimination de  $M$ ,  $T$  et  $\omega$  entre ces relations donne l'équation différentielle :

$$EI \frac{\partial^4 u}{\partial s^4} - (f - \rho A \ddot{u}) + \frac{\partial m}{\partial s} + \frac{EI}{GA'} \frac{\partial^2}{\partial s^2} (f - \rho A \ddot{u}) = 0 \quad (3-25)$$

Les trois premiers termes de l'équation précédente correspondent à la flexion de la section et le dernier au cisaillement de celle-ci.

Dans la suite du paragraphe on se restreindra à l'étude des vibrations de flexion de la poutre, en négligeant, ce qui est souvent licite, la partie due à l'effort tranchant.

Les vibrations libres de la poutre en flexion simple sont gouvernées par l'équation 3-25 dans laquelle les termes de cisaillement et les efforts extérieurs sont pris égaux à zéro :

$$EI \frac{\partial^4 u}{\partial s^4} + \rho A \ddot{u} = 0 \quad (3-26)$$

La résolution de l'équation précédente est obtenue par la technique de séparation des variables. Le déplacement  $u(s,t)$  est exprimé sous la forme :

$$u(s,t) = \phi(s)y(t) \quad (3-27)$$

En reportant dans l'équation (3-27), il vient :

$$\frac{\phi^{(iv)}(s)}{\phi(s)} = -\frac{\rho A \ddot{y}(t)}{EI y(t)} = a^4 \quad (3-28)$$

dans laquelle  $a$  est une constante. Posant :

$$\omega^2 = \frac{a^4 EI}{\rho A} \quad (3-29)$$

$$\ddot{y}(t) + \omega^2 y(t) = 0 \quad (3-30a)$$

$$\phi^{(iv)}(s) - a^4 \phi(s) = 0 \quad (3-30b)$$

La fonction du temps (3-30a) est l'équation différentielle régissant l'équilibre dynamique d'un oscillateur à 1 degré de liberté. Sa solution est donnée par :

$$y(t) = C \sin(\omega t) + D \cos(\omega t) \quad (3-31)$$

dans laquelle les constantes  $C$  et  $D$  sont déterminées par les conditions initiales en déplacement et en vitesse.

La fonction d'espace est résolue classiquement en cherchant les solutions de la forme :

$$\phi(s) = C e^{rs} \quad (3-32)$$

Reportant dans (3-30b) l'équation suivante est obtenue :

$$(r^4 - a^4) C e^{rs} = 0 \quad (3-33)$$

qui admet pour solution non triviale les quatre racines :

$$r = \pm a, \quad r = \pm ia \quad (3-34)$$

La solution  $\phi(s)$  s'exprime alors par :

$$\phi(s) = A_1 \sin(as) + A_2 \cos(as) + A_3 \operatorname{sh}(as) + A_4 \operatorname{ch}(as) \quad (3-35)$$

Les constantes  $A_i$ ,  $i=1,4$ , dépendent des conditions aux limites du système. La détermination de ces constantes nécessite donc la spécification de quatre conditions.

En considérant une poutre console, les conditions aux limites sont données par la nullité du déplacement et de la rotation dans la section origine ( $s=0$ ) et par la nullité des efforts, moment et effort tranchant, dans la section d'extrémité ( $s=L$ ) qui est supposée libre. Ces conditions s'expriment à l'aide des relations suivantes :

$$\begin{cases} \phi(0) = 0 \\ \phi'(0) = 0 \end{cases} \quad \begin{cases} T(L) = EI \phi'''(L) = 0 \\ M(L) = EI \phi''(L) = 0 \end{cases} \quad (3-36)$$

Imposant ces conditions dans l'équation (3-35) il s'ensuit que les constantes  $A_i$  doivent satisfaire les relations suivantes :

$$A_3 = -A_1, \quad A_4 = -A_2 \quad (3-37a)$$

$$\begin{bmatrix} \sin(aL) + sh(aL) & \cos(aL) + ch(aL) \\ \cos(aL) + ch(aL) & sh(aL) - \sin(aL) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} A_1 \\ A_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \end{bmatrix} \quad (3-37b)$$

L'équation (3-37b) n'admet de solution non triviale que si, et seulement si, son déterminant est nul. La relation ainsi obtenue constitue l'équation aux fréquences propres de la poutre :

$$1 + \cos(aL)ch(aL) = 0 \quad (3-38)$$

L'équation (3-38) admet une infinité de racines, dont les trois premières sont données par :

$$aL = 1,875, 4,694, 7,855, \dots \quad (3-39)$$

Les pulsations propres de vibration en flexion de la poutre (Figure 3.33) sont alors données par :

$$\omega_1 = \left(\frac{1,875}{L}\right)^2 \sqrt{\frac{EI}{\rho A}}, \quad \omega_2 = \left(\frac{4,694}{L}\right)^2 \sqrt{\frac{EI}{\rho A}}, \quad \omega_3 = \left(\frac{7,855}{L}\right)^2 \sqrt{\frac{EI}{\rho A}} \quad (3-40)$$

où  $\rho S$  est la masse linéique de la poutre.

Conséquence :  $f_{\text{res}}$  est proportionnelle à  $\frac{\sqrt{E}}{L^2}$ .

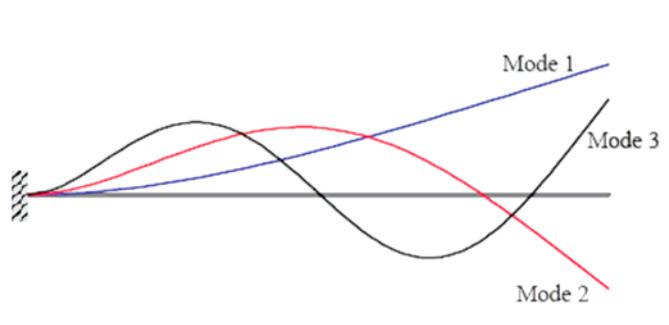


Figure 3.33. Modes propres de vibration en flexion.

### Vibration d'une poutre avec une masse à son extrémité libre

On considère l'embase supérieure comme une masse ponctuelle placée à l'extrémité libre de la poutre (Figure 3.34).

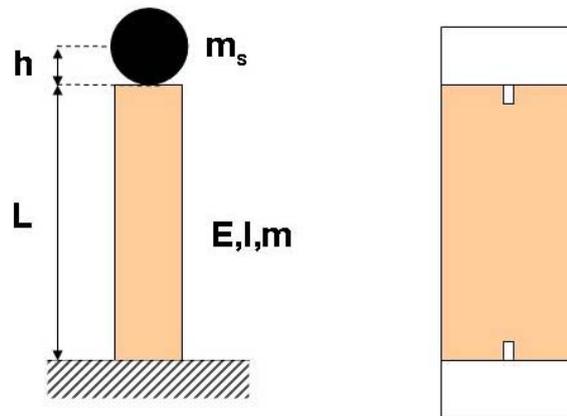


Figure 3.34. Poutre console équivalente à l'échantillon de sol.

Dans le cas d'une déformation en flexion, Cascante et al. [1998] ont abouti à l'équation suivante pour définir le premier mode de vibration d'une poutre en flexion avec une masse ponctuelle à extrémité libre de la poutre, par l'approximation de Rayleigh.

$$\omega_1^2 = \frac{3EI}{L^3 \left[ \frac{33}{140} M + m_s \left[ 1 + 3 \frac{h}{L} + \frac{9}{4} \left( \frac{h}{L} \right)^2 \right] \right]} \quad (3-41)$$

où  $E$  est le module d'élasticité de l'échantillon,  $I$  son moment quadratique,  $M$  la masse totale de l'échantillon ( $M = m \cdot L$ ,  $m$  est la masse linéique de l'échantillon),  $L$  la hauteur de l'échantillon et  $h$  la distance entre l'extrémité libre de l'échantillon et le centre de la masse ponctuelle (ici la masse de l'embase supérieure du capteur). La pulsation propre de l'échantillon seul peut être obtenue (en considérant  $m_s = 0$ ) par la relation suivante :

$$\omega_1 = \sqrt{\frac{3EI}{\frac{33}{140} ML^3}} = \left( \frac{1,888}{L^2} \right)^2 \sqrt{\frac{EI}{m}} \quad (3-42)$$

Conséquences :

Comme  $E$  est une fonction du carré de la vitesse de propagation de l'onde, la fréquence de résonance du premier mode en flexion évolue de la même façon que la vitesse et est inversement proportionnelle à la hauteur de l'échantillon,  $L$ .

### 3.5.2 - Approche micro-mécanique de type Hertz

L'approche micro-mécanique est basée sur la loi de Hertz (1882). Celui-ci a établi que les propriétés élastiques d'un milieu constitué de particules sphériques varient selon une loi en puissance de l'effort normal appliqué à l'assemblage. On en déduit que les vitesses des ondes (proportionnelles à la racine carrée des propriétés élastiques) en fonction de la contrainte appliquée s'écrivent également suivant une loi en puissance (Eq. 3-2). La théorie de Hertz prédit un exposant  $n$ , caractéristique de cette loi, égal à  $1/6$  (soit 0,1667).

Les hypothèses principales de la théorie de Hertz sont :

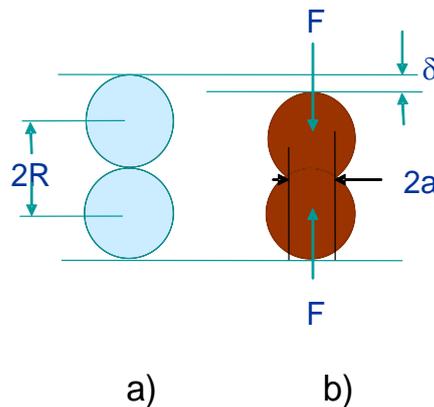
- l'absence de frottement au point de contact entre deux particules, supposées lisses ;
- la surface de contact est faible par rapport à la dimension des particules ;
- les particules ont un comportement élastique linéaire caractérisé par le module d'Young  $E$  et le coefficient de Poisson  $\nu$ .

Soient deux sphères identiques en contact [Johnson, 1985]. Le rayon  $a$  de la surface de contact est ainsi (Figure 3.35):

$$a = \left[ \frac{3(1-\nu^2)FR}{4E} \right]^{1/3} \quad (3-43)$$

où  $F$  est la force normale appliquée sur les particules et  $R$  le rayon équivalent des particules. La relation entre la force normale  $F$  et le rapprochement  $\delta$  du centre des deux sphères est :

$$F = \frac{E\sqrt{a}}{3(1-\nu^2)} \delta^{3/2} \quad (3-44)$$



(a) lorsqu'aucune force est appliquée, (b) lorsqu'une force est appliquée.

Figure 3.35. Contact de deux sphères de rayon  $R$ .

Cette loi non linéaire fait apparaître une raideur du contact, au sens de l'élasticité linéaire, de  $k = \frac{dF}{d\delta}$  qui dépend de la déflexion ou de la force normale élastique  $F$  :

$$k = \frac{E\sqrt{a}}{2(1-\nu^2)} \delta^{1/2} = \frac{\sqrt{2R}}{3} \left( \frac{E}{(1-\nu^2)} \right) \quad (3-45)$$

Considérons, comme Gilles [2001], une chaîne de  $N$  billes identiques, vues comme des masses ponctuelles, connectées entre elles par des ressorts non-linéaires conformément à la loi de Hertz (Figure 3.36). La force exercée par la  $n^{\text{ème}}$  masse sur la  $(n+1)^{\text{ème}}$  masse est [Gilles, 2001] :

$$\begin{aligned} F_{n \leftrightarrow n+1} &= k[\delta_0 - (u_{n+1} - u_n)]^{3/2} && \text{si } u_{n+1} - u_n < \delta_0 \\ F_{n \leftrightarrow n+1} &= 0 && \text{si } u_{n+1} - u_n > \delta_0 \end{aligned} \quad (3-46)$$

où  $u_n$  et  $u_{n+1}$  sont respectivement les déplacements du centre de la  $n^{\text{ème}}$  et de la  $(n+1)^{\text{ème}}$  bille par rapport à leur position d'équilibre respective. Sur la Figure 3.36, l'état initial est présenté sur le schéma supérieur, l'état déformé sur le schéma inférieur.

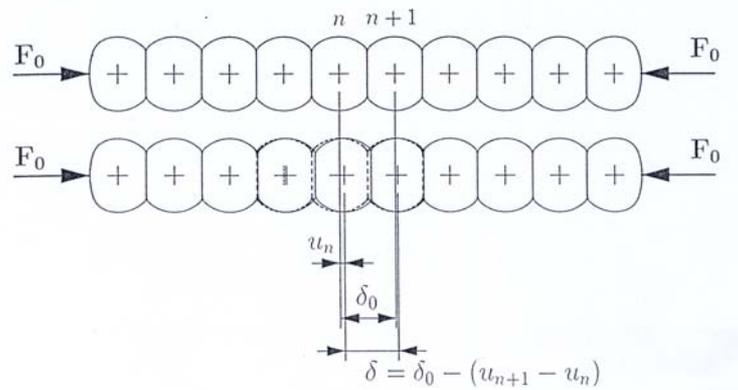


Figure 3.36. Notation utilisée pour la description d'une onde de déformation dans la chaîne de billes [d'après Gilles, 2001].

L'équation du mouvement de la  $n^{\text{ème}}$  masse peut alors s'écrire :

$$\frac{\partial^2 u_n}{\partial t^2} = \frac{k}{m} \left[ (\delta_0 - (u_n - u_{n-1}))^{3/2} - (\delta_0 - (u_{n+1} - u_n))^{3/2} \right], \quad 2 \leq n \leq N-1 \quad (3-47)$$

Dans le cadre de la propagation d'ondes acoustiques, la composante dynamique des déplacements  $|u_n - u_{n-1}|$  est très inférieure à la composante statique  $\delta_0$ . On peut alors développer l'équation (3-47) au premier ordre, ce qui donne :

$$\frac{\partial^2 u_n}{\partial t^2} = \omega_0^2 (u_{n+1} - 2u_n + u_{n-1}), \text{ avec } \omega_0^2 = \frac{3k}{2m} \sqrt{\delta_0} = \frac{3}{2m} \left[ \frac{E\sqrt{2R}}{3(1-\nu^2)} \right]^{2/3} F_0^{1/3}, \quad 2 \leq n \leq N-1 \quad (3-48)$$

La relation (3-48) donne la pulsation et donc la fréquence de résonance d'un grain au sein de la chaîne comme :

$$f_{res} = \frac{k^{1/3}}{2\pi} \frac{\sqrt{3}}{\sqrt{m}} F_0^{1/6} \quad (3-49)$$

La fréquence de résonance dépend non-linéairement de la contrainte statique imposée aux billes. Cette loi est une loi en puissance en 1/6 caractéristique du contact hertzien.

L'équation (3-49) nous permet de penser que le nombre de résonances, ainsi que les valeurs des fréquences de résonance, dépendent du nombre de billes constituant la chaîne comme le nombre de degrés de liberté dans le cas d'une chaîne masse-ressort. Nous pouvons dire que les fréquences de résonance, exprimées pour le cas non dissipatif, pour N grains identiques, peuvent s'exprimer par :

$$f_{res} = \sum_{i=2}^{N-1} \left[ \frac{\sqrt{3} F_0^{1/6}}{2\pi} \frac{k_i^{1/3}}{\sqrt{m_i}} \right] \approx N \frac{\sqrt{3} F_0^{1/6}}{2\pi} \frac{k^{1/3}}{\sqrt{m}} \quad (3-50)$$

Anfosso [2003] a observé que les fréquences de résonance d'une chaîne de particules sont une fonction du nombre de particules constituant la chaîne et des propriétés élastiques des particules. Anfosso [2003] a proposé la relation suivante, proche de l'équation 3-50, pour la fréquence de résonance d'une chaîne de billes :

$$f_{res,L} = A_i \frac{k^{1/3}}{2\pi} \frac{\sqrt{3}}{\sqrt{m}} F_0^{1/6} \quad (3-51)$$

pour lesquelles  $A_i$  dépendent du nombre de billes.

Conséquences :

On a vu que la fréquence de résonance d'une chaîne de billes est reliée linéairement au nombre de billes ou à la longueur de la chaîne de billes. On note que la fréquence de résonance d'une chaîne évolue de manière non-linéaire avec la contrainte statique suivent une loi proche de celle de la vitesse, donc par rapport à la loi de Hertz.

### 3.5.3 - Approche locale de type mécanique des milieux continus

Nous avons développé dans la section 3.5.1 la réponse d'une poutre, représentant l'échantillon, à une excitation harmonique. On peut aussi traiter le problème localement en considérant que le signal reçu par le récepteur est le résultat de la vibration de ce dernier, contraint par le sol environnant (Figure 3.37). Nous ne traiterons ici que le problème bidimensionnel en considérant le capteur récepteur comme une poutre console, encastrée à une extrémité et libre à l'autre. L'extrémité libre est cependant soumise à l'action d'un ressort représentant le sol environnant.

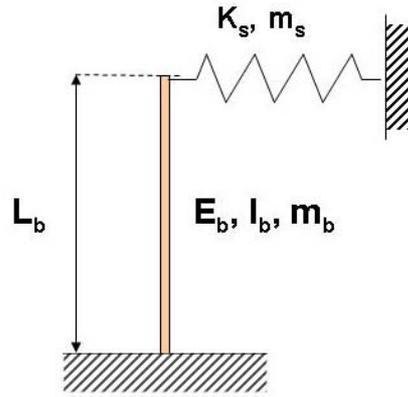


Figure 3.37. Modélisation des capteurs couplés à un ressort.

### *Vibrations en flexion d'un « bender element » libre*

Considérons tout d'abord le cas d'un « bender element » dans l'air. Ce « bender element » est assimilé à une poutre console.

La pulsation propre du premier mode de vibration en flexion d'une poutre de rigidité constante et de masse linéique constante est donnée par l'équation 3-40 :

$$\omega_1 = 1.875^2 \sqrt{\frac{E_b I_b}{m_b L_b^4}} \quad (3-52)$$

où  $L_b$ ,  $E_b$ ,  $I_b$  et  $m_b$  sont respectivement, la longueur, le module d'élasticité, le moment quadratique et la masse linéique du capteur.

### *Vibration axiale d'un capteur libre*

La pulsation propre du premier mode de vibration axiale d'une poutre est alors représentée par l'équation 3-16 :

$$\omega_1 = \frac{1}{2} \pi \sqrt{\frac{E_b A_b}{m_b L_b^2}} \quad (3-53)$$

### *Ressort équivalent*

Pour définir l'action du sol sur la vibration du capteur récepteur, on définit un ressort équivalent représentant le sol environnant. Lee & Santamarina [2005] ont proposé un volume rectangulaire de sol autour du capteur (Figure 3.38). L'épaisseur de ce volume de sol est considérée égale à la longueur libre du capteur  $L_b$ , et ses dimensions latérales sont celles de l'échantillon (Figure 3.38).

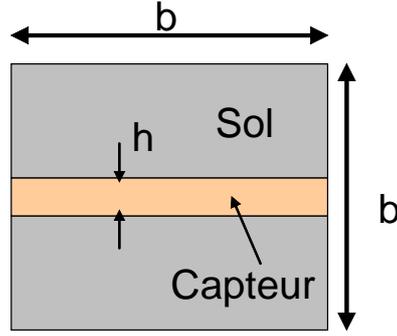


Figure 3.38. Vue schématique de plaque du sol autour du capteur.

Lee & Santamarina [2005] ont considéré la solution de Mindlin, pour une charge ponctuelle appliquée au milieu d'une plaque rectangulaire [Poulos & Davis, 1974] pour définir le ressort équivalent  $k_s$  à la plaque de sol autour du capteur par la relation suivante :

$$k_s = E_s L_b = 2(1 + \nu) \rho V_s^2 L_b \quad (3-54)$$

où  $L_b$  est la longueur libre du capteur,  $E_s, \rho, \nu$  sont respectivement le module d'Young, la masse volumique et le coefficient du Poisson du sol et  $V_s$  est la vitesse de l'onde de cisaillement dans le sol.

Dans notre cas, la connaissance des vitesses d'onde de cisaillement et de compression dans le sol autour du capteur nous permet de calculer le coefficient de Poisson  $\nu$ , et le module d'Young  $E_s$  du sol. Finalement, on peut calculer le ressort équivalent du sol autour du capteur.

#### *Poutre cantilever couplée au ressort à son extrémité*

Le couplage final du capteur et de la partie de sol située autour du capteur est considéré comme un système mécanique constitué de deux raideurs reliées  $k_b$  (raideur du capteur) et  $k_s$  (raideur du sol) (Figure 3.37). Donc le ressort équivalent est  $k_{eq} = k_b + k_s$  et la masse équivalente est  $m_{eq} = m_b + m_s$ . En introduisant cette équation dans l'équation

générale  $f = \frac{1}{2\pi} \sqrt{k_{eq}/m_{eq}}$ , on obtient :

$$f_{res} = \frac{1}{2\pi} \left[ \frac{1,875^4 \left( \frac{E_b I_b}{(L_b)^3} \right) + 2(1 + \nu) \rho_s V_s^2 L_b}{\rho_b b h L_b + \rho_s b^2 L_b} \right]^{0.5} \quad (3-55)$$

où  $E_b, L_b, \rho_b, I_b$  sont respectivement le module d'Young, la longueur libre du capteur, la densité du capteur et le moment quadratique. Les paramètres  $\nu, \rho_s, V_s, b$  et  $h$  sont respectivement le coefficient de Poisson du sol, la densité du sol, la vitesse de l'onde de cisaillement dans le sol, la largeur et l'épaisseur du capteur. La fréquence de résonance est proportionnelle à la vitesse de propagation d'onde et ne dépend pas de la hauteur totale de l'échantillon.

Nous avons considéré que le signal reçu par le récepteur est le résultat de la vibration du capteur récepteur contraint par le sol environnant. La fréquence de résonance est alors proportionnelle à la vitesse de propagation de l'onde, elle dépend également de la hauteur du capteur mais ne dépend pas de la hauteur totale de l'échantillon.

En résumé, les trois approches prédisent une évolution de la fréquence de résonance (fréquence centrale du signal reçu) analogue à celle de la vitesse de propagation. Par contre, la troisième approche, locale, met en avant l'indépendance de cette fréquence de résonance vis-à-vis de la hauteur de l'échantillon, contrairement à l'approche globale de type mécanique des milieux continus et à l'approche micro-mécanique au travers du nombre de particules.

### 3.6 - Validation des hypothèses

#### 3.6.1 - Effet de la hauteur de l'échantillon sur les spectres fréquentiels

Pour vérifier la pertinence des trois approches présentées dans le paragraphe précédent, nous avons réalisé des essais de propagation d'ondes sur des échantillons de sable de Toyoura de différentes hauteurs (100 mm, 150 mm et 200 mm). Les données initiales sont reportées dans le tableau 3.14.

Tableau 3.14. Caractéristiques des essais sur le sable de Toyoura

Référence de l'essai	Hauteur de pluviation (cm)	Densité sèche $\rho_d$ (g/cm <sup>3</sup> )	Indice des vides $e_0$	Echantillon	
				$\phi_{moy}$ (mm)	$H_{moy}$ (mm)
N7	62	1,553	0,696	97,8	197,2
N12	62	1,567	0,681	98,3	152,7
N14	62	1,565	0,683	98,1	100,9

$\rho_d$ ,  $\phi_{moy}$ ,  $H_{moy}$ , et  $e_0$  sont respectivement la masse volumique, le diamètre moyen, la hauteur moyenne et l'indice des vides initial des échantillons.

La préparation des échantillons se fait par la technique de pluviation par utilisation du pluviateur PSA4 (Figure 1.4). Les essais sont conduits dans les mêmes conditions expérimentales, la hauteur de chute étant constante. Les mesures ont été effectuées sous une contrainte de confinement de 150 kPa.

La Figure 3.39 montre les vitesses de propagation des ondes mesurées par la méthode temporelle.

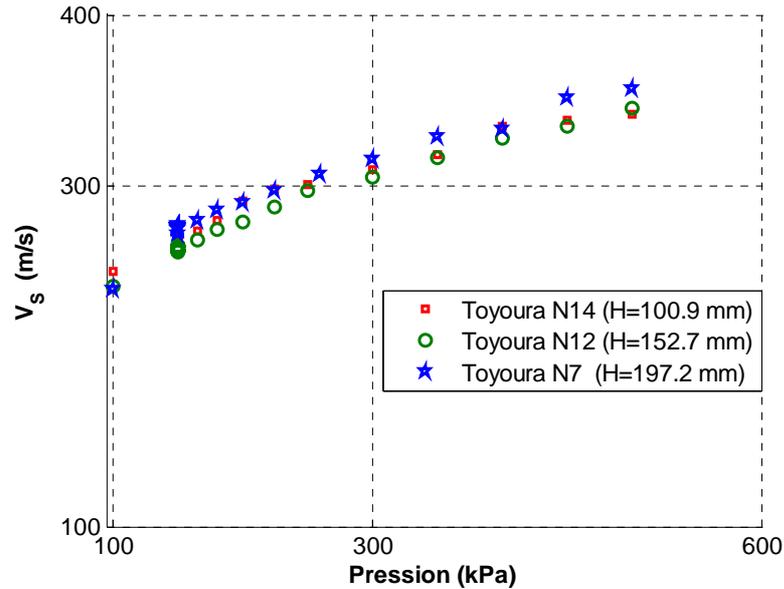


Figure 3.39. Evolution de la vitesse d'onde de cisaillement dans les échantillons de sable de Toyoura.

L'analyse fréquentielle présentée sur la Figure 3.40 ne montre pas de différence notable du spectre d'amplitude en fonction de la hauteur des échantillons. Nous allons montrer que les différences observées, faibles, ne sont pas explicables par deux des trois approches décrites précédemment. Les fréquences de résonance obtenues expérimentalement sont respectivement de 11 kHz pour l'échantillon de 100 mm, de 11,25 kHz pour l'échantillon de 150 mm et 12,20 kHz pour l'échantillon de 200 mm.

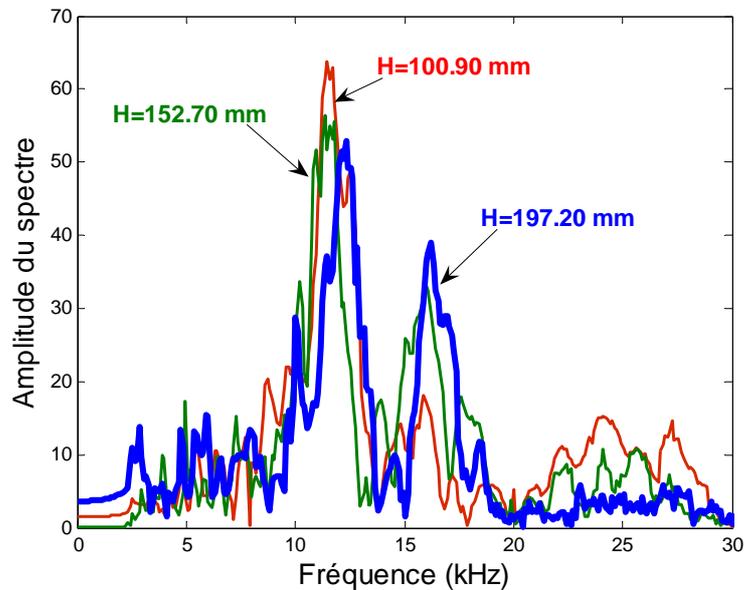


Figure 3.40. Spectre d'amplitude pour différentes hauteurs d'échantillon sous une pression de confinement de 150 kPa.

Les paramètres caractéristiques des échantillons nous permettent de calculer la fréquence de résonance des échantillons par les deux premières méthodes (approche globale et micro-mécanique). Les paramètres de l'équation 3-40 sont : le module d'Young, E, le moment quadratique I et la masse linéique de l'échantillon, m.

Les échantillons de sable de Toyoura sont préparés dans les mêmes conditions expérimentales : ils présentent le même indice des vides et par conséquent le même module d'Young. Le moment quadratique I et la masse linéique des échantillons sont constants. Le seul paramètre qui joue dans le calcul de la fréquence de résonance est la hauteur de l'échantillon. La fréquence de résonance pour le premier mode en flexion est respectivement égale à  $54.95\sqrt{\frac{EI}{m}}$  pour un échantillon de 100 mm de hauteur,  $23.99\sqrt{\frac{EI}{m}}$  pour un

échantillon de 150 mm de hauteur et  $14.34\sqrt{\frac{EI}{m}}$  pour un échantillon de 200 mm de hauteur

(Eq. 3-39). Les rapports des fréquences de résonance entre les différents échantillons sont

alors de  $\frac{f_{res-100mm}}{f_{res-200mm}} = 3,84$  et  $\frac{f_{res-100mm}}{f_{res-150mm}} = 2,29$ . On fixe le rapport  $\sqrt{\frac{EI}{m}}$  par calage sur le

résultat de l'essai sur l'échantillon de 100 mm (fréquence de résonance égale à 11 kHz). Pour les hauteurs de 150 et 200 mm, le calcul conduit alors à des fréquences théoriques (Eq. 3-40) respectives de 4,8 kHz et 2,86 kHz, valeurs éloignées de celles obtenues par l'expérience.

Pour l'approche micro-mécanique, le diamètre moyen des grains du sable de Toyoura est de 0,16 mm. Une chaîne droite de particules entre l'émetteur et le récepteur est donc constituée de 625, 935 et 1250 grains de sable pour les échantillons de 100 mm, 150 mm et 200 mm. La fréquence de résonance du premier mode en flexion d'une chaîne de grains de sable (Eq. 3-51) est donnée, pour les échantillons 100 mm, 150 mm et 200 mm respectivement, par  $172k^{1/3}F_0^{1/6}m^{-1/2}$ ,  $258k^{1/3}F_0^{1/6}m^{-1/2}$  et  $344k^{1/3}F_0^{1/6}m^{-1/2}$ . On rappelle que k est la raideur de contact,  $F_0$  est la force normale au point de contact entre deux grains et m est la masse d'une particule de sable. Sous une même contrainte de confinement, les valeurs de k et  $F_0$  sont constantes. Les rapports des fréquences de résonance entre les différents échantillons

sont alors de  $\frac{f_{res-100mm}}{f_{res-200mm}} \approx 0.5$  et  $\frac{f_{res-100mm}}{f_{res-150mm}} = \frac{2}{3}$ . On fixe le produit  $k^{1/3}F_0^{1/6}m^{-1/2}$  par calage

sur le résultat de l'essai sur l'échantillon de 100 mm (fréquence de résonance égale à 11 kHz). Pour les hauteurs de 150 et 200 mm, le calcul conduit alors à des fréquences théoriques (Eq. 3-50) respectives de 16,5 kHz et 22 kHz, valeurs éloignées de celles obtenues par l'expérience.

Aussi, nous devons privilégier l'approche locale de type mécanique des vibrations. Ceci signifie également que la partie cohérente des signaux reçus caractérise plus le couplage récepteur / sol que la propagation de l'onde dans le milieu granulaire.

### 3.6.2 - Effet de la couche de matériaux autour des capteurs

Pour confirmer le résultat précédent, nous avons réalisé des essais avec des couches de matériaux de nature différente. Six essais ont été réalisés. La préparation des échantillons se fait par la technique de pluviation par utilisation du pluviateur PSA4 (Figure 1.4). Les données initiales sont reportées dans le tableau 3.15. Les échantillons N7 et N8 sont des

échantillons multi-couches de billes de verre de 0.5 mm de diamètre et de sable d'Hostun. La Figure 3.41 montre l'allure supposée des couches pour chaque échantillon multi couches.

Tableau 3.15. Caractéristiques des échantillons.

Référence de l'essai	Densité sèche $\rho_d$ (g/cm <sup>3</sup> )	Indice des vides $e_0$	Echantillon	
			$\phi_{moy}$ (mm)	$H_{moy}$ (mm)
Billes de verre 0,5 mm (N1)	1,577	0,680	97,90	197,30
Sable d'Hostun (N4)	1,550	0,709	97,20	197,27
Sable d'Hostun (N5)	1,584	0,673	97,50	197,27
Sable-Billes-sable (N7)	1,581		98,00	197,77
Billes-sable-Billes (N8)	1,534		98,12	196,70

$\rho_d$ ,  $\phi_{moy}$ ,  $H_{moy}$ , et  $e_0$  sont respectivement la masse volumique, le diamètre moyen, la hauteur moyenne et l'indice des vides initial des échantillons.

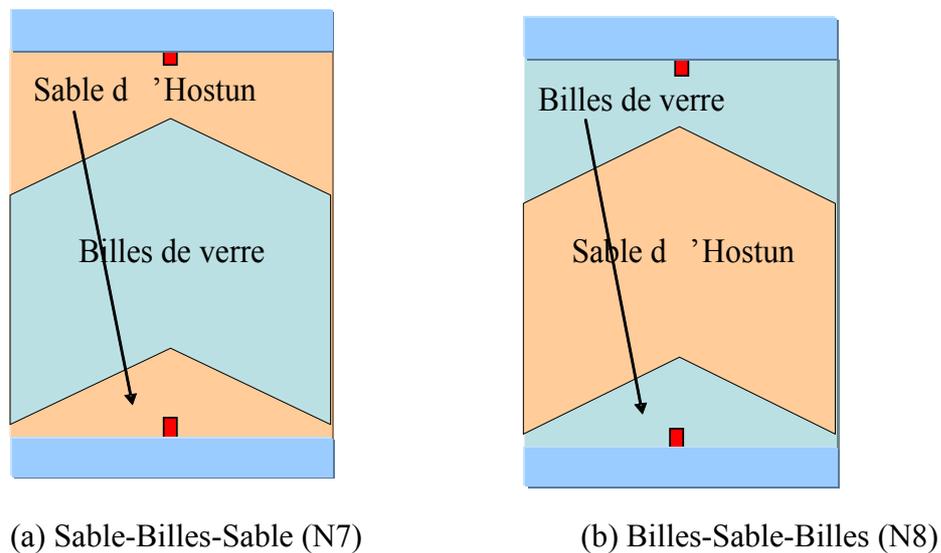
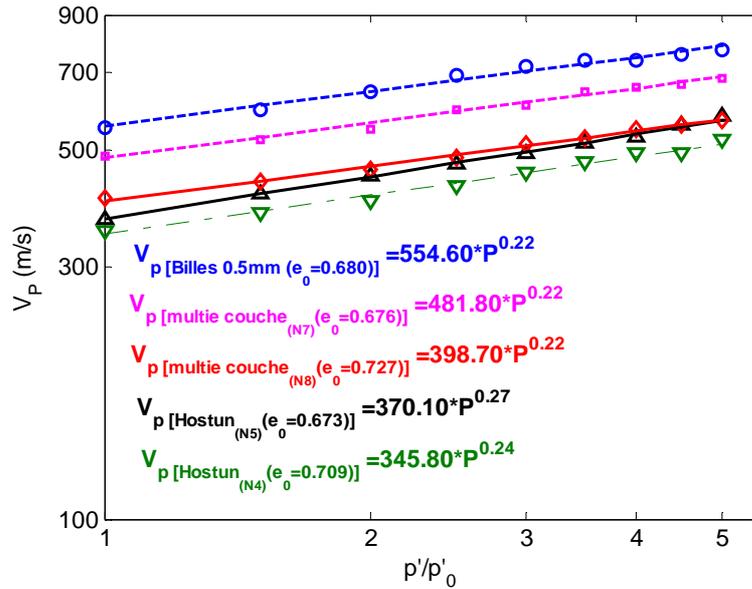


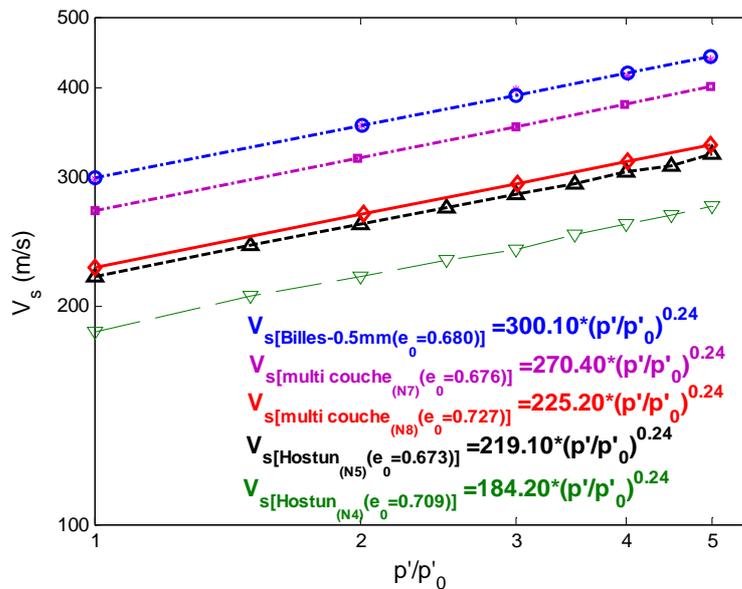
Figure 3.41. Vue schématique des échantillons multi-couches.

L'idée est ici de montrer que les spectres fréquentiels des signaux reçus sont gouvernés par le couplage récepteur/matériau en contact avec le récepteur. Bien entendu, les spectres fréquentiels des signaux d'un milieu hétérogène (deux matériaux différents) sont différents des spectres obtenus dans le cas d'un milieu homogène (un matériau) car des processus complexes interviennent au niveau des interfaces entre les couches.

La Figure 3.42 montre les résultats de la vitesse d'onde de compression et de cisaillement dans ces échantillons. On constate que la vitesse des ondes dans les échantillons multi-couches sont intermédiaires entre les vitesses des ondes dans les échantillons de billes de verre (les plus élevées) et celles obtenues dans les échantillons du sable d'Hostun seul (essais N4 et N5).



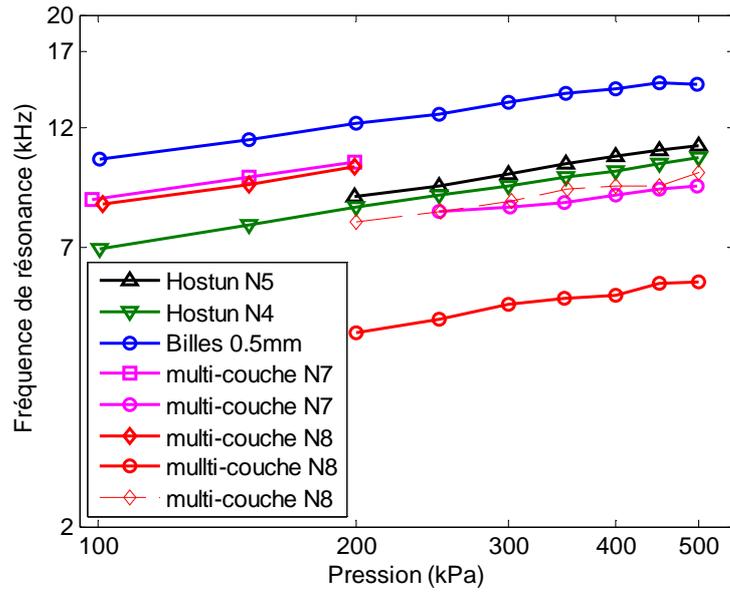
(a) Onde de compression



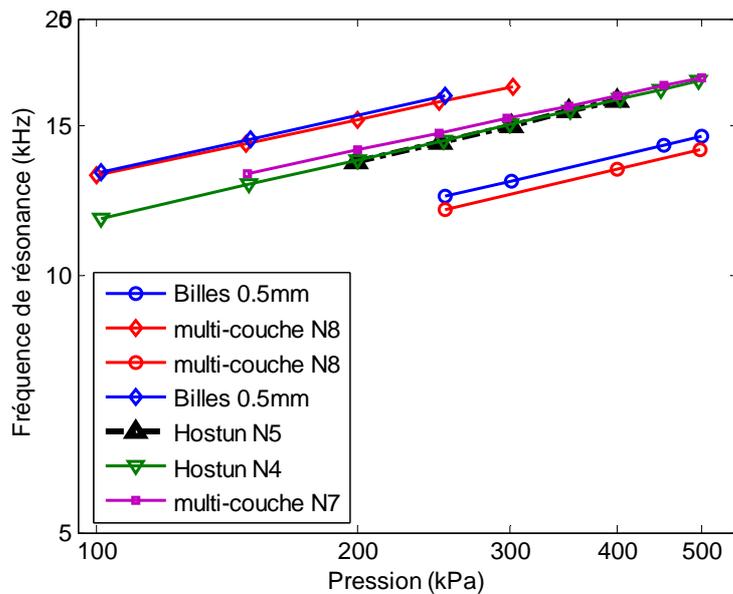
(b) Onde de cisaillement

Figure 3.42. Evolution de la vitesse d'onde de compression et de cisaillement dans les échantillons de sable, de billes de verre et multi-couches.

La Figure 3.43 présente l'évolution des fréquences de résonance en fonction de la pression pour les échantillons de sable d'Hostun, de billes de verre et milieux multi-couches. Il est intéressant de constater que les échantillons de sable d'Hostun (N4, N5) et l'échantillon N7 (multi-couches avec la couche de sable autour des capteurs) donnent la même fréquence de résonance. On note également que l'échantillon de billes de verre (N1) et l'échantillon N8 (multi-couches avec la couche de billes autour des capteurs) ont également les mêmes fréquences de résonance. Ceci va dans le sens d'un effet prépondérant du couplage capteur – sol sur le signal reçu.



(a) Ondes de compression



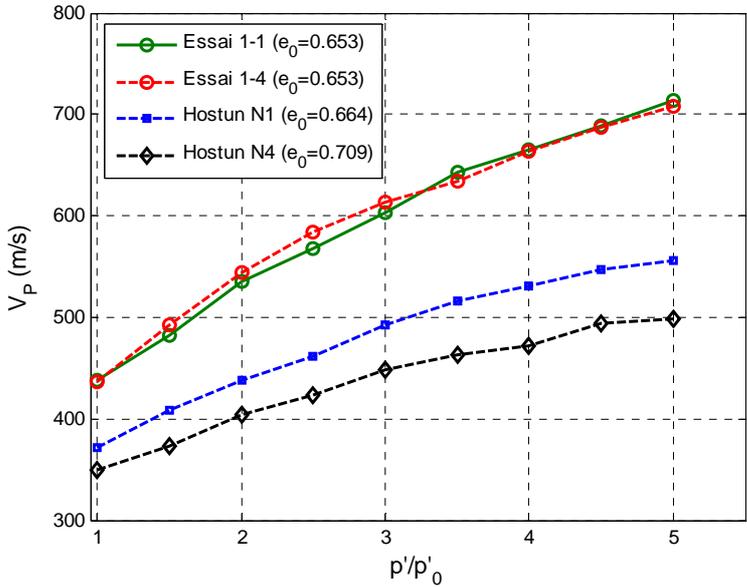
(b) Ondes de cisaillement

Figure 3.43. Evolution de la fréquence de résonance de l'onde de compression et de cisaillement dans les échantillons de sable, de billes de verre et multi-couches.

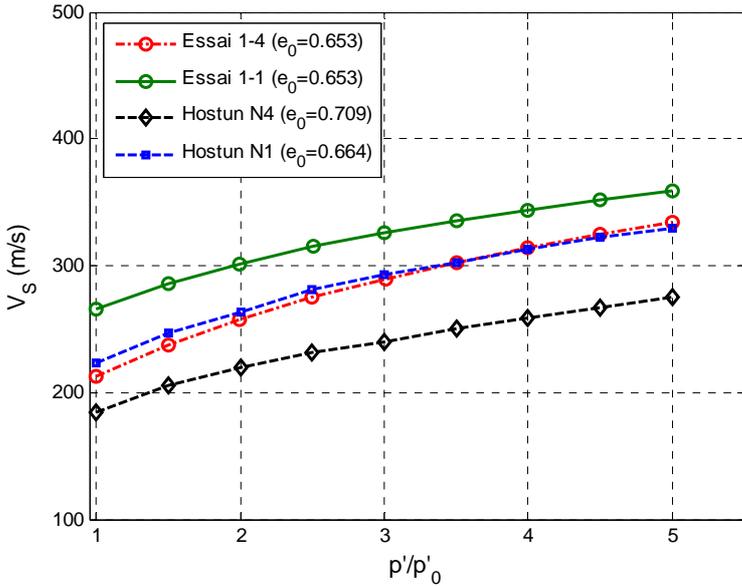
### 3.7 - Commentaires sur l'évolution des fréquences et l'approche locale

L'approche vibratoire locale doit être privilégiée. Cependant, nous n'avons pas introduit dans les développements précédents l'effet du contact entre le matériau et le capteur récepteur. Dans cette optique, nous comparons ici les résultats sur des échantillons de billes de verre de 1 mm de diamètre, saines (Essai1-1) et dégradées (Essai 1-4) et de sable d'Hostun de 0,35 mm de diamètre moyen pour les particules, à deux indices des vides différents.

Les Figures 3.44a et b montrent l'évolution des vitesses des ondes de compression et des ondes de cisaillement dans ces deux matériaux.



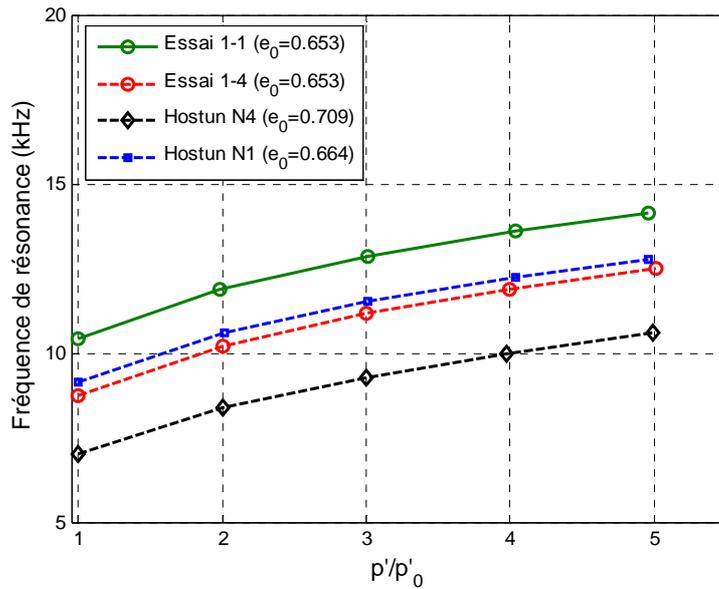
(a) Ondes de compression



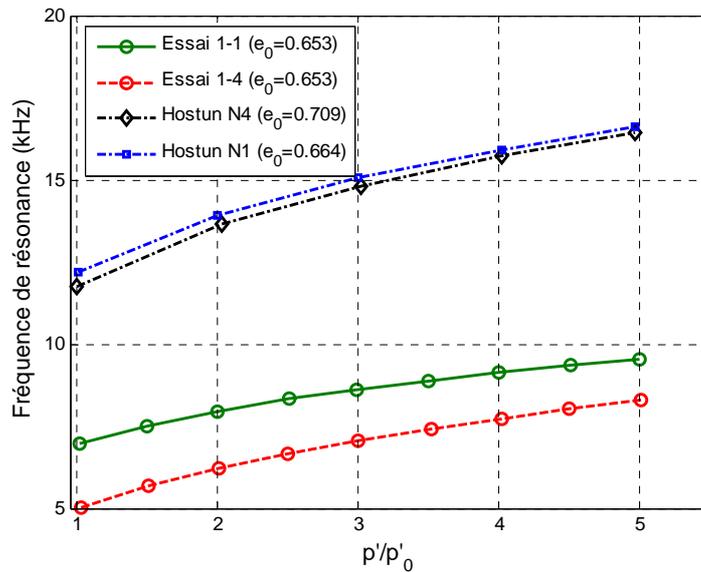
(b) Ondes de cisaillement

Figure 3.44. Evolution de la vitesse des ondes de compression et de cisaillement dans les échantillons de sable d'Hostun RF et de billes de verre Sig 10-12.

Les Figures 3.45 a et b représentent l'évolution des fréquences de résonance correspondantes en fonction du rapport ( $p'/p'_0$ ) respectivement pour les ondes de compression et pour les ondes de cisaillement.



(a) Ondes de compression



(b) Ondes de cisaillement

Figure 3. 45. Evolution des fréquences de résonance dans les échantillons de sable d'Hostun RF et de billes de verre Sig 10-12.

L'approche vibratoire locale développée précédemment (Eq. 3-55) montre que si la raideur du sol augmente (proportionnellement à la densité), la fréquence de résonance augmente elle aussi, proportionnellement à la vitesse des ondes de cisaillement. Les essais sur les billes de verre semblent justifier cette approche. Les essais sur le sable d'Hostun (écart significatif sur les vitesses des ondes de cisaillement pour les deux densités, écart réduit sur les fréquences de résonance relatives aux ondes de cisaillement) peuvent remettre en cause cette analyse. On peut penser que la densité locale au voisinage du capteur récepteur, et par conséquent le nombre de points de contact sur le récepteur, joue un rôle important.

La deuxième interrogation vient de la grande différence observée sur les fréquences de résonance relatives aux ondes de cisaillement entre les échantillons de sable et les échantillons

de bille. Cette observation est à mettre en parallèle du constat fait lors de l'étude de l'effet de la taille des particules (Fig. 3-45) : plus le diamètre des particules est faible, plus les fréquences de résonance sont élevées. Ici le sable d'Hostun est plus fin que les billes de verre : les fréquences de résonance sont plus élevées pour le sable par rapport aux billes de verre. Si on considère les résultats sur les billes de verre de 0,5 mm de diamètre, les fréquences de résonance se rapprochent de celles obtenues sur le sable d'Hostun.

En conclusion, la modélisation doit intégrer la taille des particules au travers des points de contact entre le matériau et le récepteur, qui doivent influencer sur le comportement vibratoire de ce dernier.

### **3.8 - Conséquences sur la méthode fréquentielle**

Nous nous interrogeons ici sur la pertinence de la méthode fréquentielle pour la détermination des vitesses de phase et de groupe. La Figure 3.46 montre les signaux émis et reçus, leur spectre d'amplitude et les vitesses des ondes calculées par la méthode fréquentielle dans le cas d'une onde de cisaillement sinusoïdale dans un échantillon de sable de Toyoura, sous une contrainte de confinement de 200 kPa et de poids volumique  $14,28 \text{ kN/m}^3$ . La fréquence centrale du signal émis est 8,33 kHz. Nous traçons également la phase déroulée, dont nous déduisons la vitesse de phase et la vitesse de groupe.

La question qui se pose est de savoir si nous pouvons utiliser toute la gamme de fréquences pour le calcul de ces deux vitesses. En effet, le spectre d'amplitude montre clairement plusieurs domaines :

- des domaines où l'amplitude est faible ( $f < 7,5 \text{ kHz}$  et  $f > 15 \text{ kHz}$ ) ;
- un ou plusieurs domaines où l'amplitude croît puis décroît très rapidement : ces domaines correspondent à la résonance du capteur récepteur contraint par le sol environnant ;
- les domaines intermédiaires.

Nous constatons également que l'évolution de la phase déroulée n'est pas exactement linéaire. La pente de cette phase déroulée varie, à la hausse ou à la baisse, sur la gamme de fréquences explorée. Quelle pente devons-nous considérer ? Prenons 3 exemples concrets :

- la pente moyenne dans l'intervalle [2 ; 6] kHz conduit à une vitesse de phase de 600 m/s et une vitesse de groupe de 350 m/s ;
- la pente moyenne dans l'intervalle [7.5 ; 15] kHz conduit à une vitesse de phase de 223 m/s et une vitesse de groupe de 240 m/s ;
- la pente moyenne dans l'intervalle [2 ; 3] kHz conduit à une vitesse de phase de 700 m/s et une vitesse de groupe de 450 m/s ;

La méthode fréquentielle, tout comme la méthode temporelle, intègre une certaine part de subjectivité.

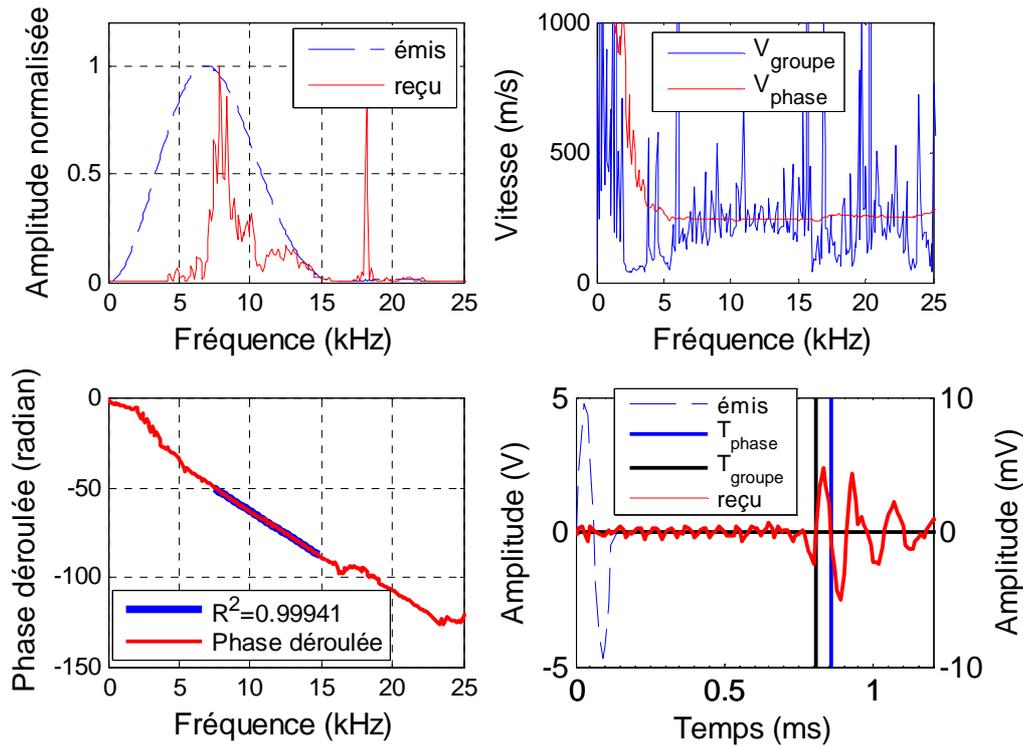


Figure 3.46. Signaux émis et reçus de l'onde de cisaillement sinusoïdale dans l'échantillon de sable de Toyoura (essai N2), sous une contrainte de confinement de 200 kPa.

A l'instar de Rio [2006], nous recommandons de ne pas considérer les gammes de fréquences où l'amplitude du spectre est faible. Dans la procédure d'interprétation, nous ne considérons que le domaine où l'amplitude du spectre est supérieure à 10 % de l'amplitude maximale.

Rio [2006] considère également que l'on ne doit pas tenir compte des fréquences proches de la résonance. Si théoriquement cette recommandation est justifiée puisque la résonance s'accompagne d'un déphasage, dans la pratique, la résonance n'a qu'un impact faible sur la phase déroulée dans les milieux étudiés dans cette étude. Nous notons juste une variation locale de pente au voisinage de la résonance.

La recommandation de Rio [2006] soulève cependant un problème de fond lié à la signification de la notion de vitesse de phase et de vitesse de groupe. La vitesse de phase est la vitesse des plans d'égale phase puisque la dispersion engendre une séparation des ondes de pulsation différente. La définition de la vitesse de phase sous-entend que le signal traité dans notre analyse soit représentatif de la propagation de l'onde dans le matériau. Or nous montrons qu'il correspond plus au comportement vibratoire local du capteur contraint par le sol environnant. La résonance ne doit donc pas être considérée dans le calcul des vitesses de phase.

La vitesse de groupe correspond, quant à elle, à la vitesse de propagation de l'énergie véhiculée par l'onde. Cette énergie mécanique mettant en mouvement les particules est ensuite convertie en énergie mécanique de vibrations du capteur récepteur. Le signal reçu traduit le comportement local et la notion de vitesse de groupe peut là encore être remise en cause.

### 3.9 - Conclusions

Dans ce chapitre, nous avons cherché à juger de la pertinence des méthodes d'interprétation en essayant de comprendre, au travers d'exemples concrets sur des billes de verre, des billes de plomb et du sable, ce que représentait le signal reçu.

En mettant en œuvre une analyse fréquentielle, basée sur la transformation de Fourier des signaux, nous avons mis en évidence l'existence d'un comportement vibratoire se manifestant par des résonances. Nous avons montré que les fréquences de résonance évoluent avec la contrainte moyenne effective appliquée sur les échantillons. Cette évolution peut être décrite par une loi en puissance dont l'exposant est assez proche de celui obtenu sur les vitesses de propagation mesurées par la méthode temporelle.

Cette loi d'évolution dépend du matériau : en particulier, nous avons comparé la propagation des ondes dans des assemblages de billes de verre saines puis dégradées par attaque acide. L'état de surface des particules a un effet sensible sur les vitesses de propagation et sur les fréquences de résonance.

Trois approches ont été développées pour tenter de comprendre l'origine de ce comportement résonant. La première approche, globale, considère l'échantillon comme un milieu continu cylindrique mis en vibration par la sollicitation dynamique imposée par le capteur émetteur. Dans la seconde approche, la propagation de l'onde est supportée par une chaîne de particules en contact, la loi de contact étant de type hertzien. Enfin, la troisième approche se focalise sur le comportement vibratoire local du capteur récepteur. Chacune de ces approches permet d'expliquer l'effet de la contrainte de confinement. Elles diffèrent cependant sur un point : l'approche locale, contrairement aux deux premières, ne dépend pas de la hauteur des échantillons. Des essais de propagation d'onde ont donc été conduits sur des échantillons de différentes hauteurs, toutes choses égales par ailleurs. Nous montrons que le spectre est pratiquement identique, quelle que soit l'élancement des échantillons. Il faut donc privilégier l'approche locale pour comprendre le contenu du signal reçu.

Cela n'est pas sans conséquences sur la validité de la méthode d'interprétation fréquentielle puisque le calcul des vitesses de phase et de groupe perd tout sens physique. Finalement, il convient de recommander la méthode d'interprétation temporelle.

## CHAPITRE 4

### PROPAGATION DES ONDES DANS DES MILIEUX PLUS COMPLEXES

---

#### 4.1 - Introduction

Nous n'avons étudié jusqu'ici que des milieux poreux secs, constitués de deux phases, une phase solide et une phase gazeuse. Nous allons maintenant étendre l'étude aux milieux poreux saturés et partiellement saturés de fluide pour étudier les performances des « bender extend elements » dans ces milieux. La présence d'un fluide interstitiel dans les pores du sol affecte la propagation des ondes P. Affecte-t-elle aussi les ondes S ? Comment faut-il alors interpréter les signaux pour identifier les propriétés élastiques du squelette granulaire ?

Dans ce chapitre, nous présentons les résultats obtenus et l'analyse faite dans deux cas :

- la propagation des ondes dans des échantillons de sable de Toyoura secs puis saturés ;
- la propagation des ondes dans des sols dits intermédiaires, mélanges de sable de Missillac et de kaolinite Speswhite, partiellement saturés.

#### 4.2 - Modèle de Biot

La théorie de Biot [Biot, 1956a ; Biot, 1956b et Biot, 1977] traite du comportement des milieux poreux et de la propagation des ondes dans ces milieux. Les milieux poreux sont décrits comme la juxtaposition de deux phases en interaction l'une avec l'autre (on parle de couplage des deux phases) :

- la phase solide représentant le squelette granulaire, dont le comportement est décrit par un modèle élastique ;
- les phases fluides (liquide et gaz). La phase liquide est supposée continue.

Pour mémoire, on rappelle ici que les ondes de compression et les ondes de cisaillement peuvent se propager dans la phase solide, tandis que seules des ondes de compression peuvent se propager dans une phase liquide.

Biot [1956a, 1956b, 1977] a ainsi mis en évidence le fait que, dans un milieu poreux saturé, deux ondes de compression distinctes (l'une dite rapide ou de première espèce, l'autre dite lente ou de seconde espèce) se propageaient dans le milieu biphasique. Ces ondes longitudinales, ainsi que l'onde de cisaillement véhiculée par le squelette, sont dispersives, c'est-à-dire que la vitesse de phase qui les caractérise est une fonction de la fréquence. Leurs vitesses sont conditionnées principalement par l'indice des vides du milieu et le degré de saturation.

Ishihara [1967, 1970] a amélioré cette théorie en tenant compte du comportement élasto-plastique du squelette.

#### 4.2.1 - Description des milieux poreux

Un milieu partiellement saturé est constitué d'éléments solide, liquide et gazeux. Les relations volumiques entre constituants sont caractérisées par la porosité  $n$  et le degré de la saturation  $S_r$  :

$$n = \frac{V_v}{V_t} \quad S_r = \frac{V_f}{V_v} \quad (4-1)$$

où  $V_t$  représente le volume total du milieu,  $V_v$  est le volume des pores et  $V_f$  est le volume de la phase liquide. Par la suite, nous considérons que le milieu poreux est saturé, que les phases fluide et solide sont continues et que la porosité est isotrope et uniforme. Dans le cas unidimensionnel, on note le déplacement de la phase solide  $u$ , et celui de la phase fluide  $v$ .

La contrainte effective  $\sigma'$  est définie par :

$$\sigma' = \sigma - p \quad (4-2)$$

où  $\sigma$  est la contrainte totale appliquée à l'échantillon et  $p$  est la pression interstitielle du fluide. Dans le cas élastique linéaire isotrope, la variation de contrainte effective pour la phase solide est :

$$\Delta\sigma' = D \frac{\partial u}{\partial x} \quad (4-3)$$

où  $D$  est le module de compressibilité volumique de la phase solide qui dépend du module d'Young  $E$  et du coefficient de Poisson  $\nu$  :

$$D = \frac{E(1-\nu)}{(1-2\nu)(1+\nu)} \quad (4-4)$$

La variation de pression interstitielle pour la phase fluide est définie par :

$$\Delta p = D_f \frac{\partial v}{\partial x} \quad (4-5)$$

où  $D_f$  est le module de compressibilité volumique de la phase fluide.

Verruijt [1969] a montré que ce module de compressibilité volumique de la phase fluide  $D_f$  dépend de la pression interstitielle absolue,  $p$ , (en MPa) et du degré de saturation  $S_r$ , selon la relation suivante :

$$D_f = \frac{1}{\beta_f + \frac{1-S_r}{p}} \quad (4-6)$$

où  $\beta_f$  est la compressibilité de fluide ( $1/\beta_f = 2200 \text{ MPa}$  dans le cas de l'eau désaérée).

#### 4.2.2 - Equation du mouvement

La théorie de Biot [1956a, 1956b] permet de modéliser la propagation d'une onde acoustique dans un milieu poreux saturé, en se plaçant dans l'hypothèse où la longueur d'onde est grande devant les dimensions des pores (i. e. hypothèse du milieu continu effectif). Le milieu poreux est vu comme la superposition de deux milieux solide et fluide. Vardoulakis & Beskos [1986] ont montré que la réponse dynamique unidimensionnel d'un milieu partiellement saturé sous l'effet d'une onde basse fréquence peut être définie par [Bardet & Sayed, 1993] :

$$(D + \frac{1-n}{n} D_f) \frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + D_f \frac{\partial^2 v}{\partial x^2} = (1-n) \rho_s \frac{\partial^2 u}{\partial t^2} + n \rho_f \frac{\partial^2 v}{\partial t^2} \quad (4-7)$$

$$D_f \left( \frac{1-n}{n} \frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 v}{\partial x^2} \right) = n \rho_f \frac{\partial^2 v}{\partial t^2} + \frac{n \rho_f g}{k} \left( \frac{\partial v}{\partial t} - \frac{\partial u}{\partial t} \right) \quad (4-8)$$

où :

$u$  est le déplacement de la phase solide,

$v$  est le déplacement de la phase fluide,

$g$  est l'accélération de la pesanteur,

$n$  est la porosité du milieu poreux,

$k$  est la perméabilité du milieu poreux,

$\rho_f$  est la masse volumique du fluide,

$\rho_s$  est la masse volumique du solide constituant la matrice,

$D$  est le module de compressibilité du solide constituant la matrice,

$D_f$  est le module de compressibilité volumique de la phase fluide.

En considérant les variables suivantes :

$$w = n(v-u), \quad \chi = \frac{D}{D_f}, \quad \beta = \frac{1}{n + (1-n)g\rho_s} \quad \text{et} \quad C_w = \sqrt{\frac{D_f}{\rho_f}}$$

où  $w$  est le déplacement relatif entre la phase solide et la phase liquide et  $C_w$  est la vitesse de l'onde de compression dans la phase liquide, les équations (4-7) et (4-8) peuvent s'écrire :

$$\frac{1}{\beta} \frac{\partial^2 u}{\partial t^2} + \frac{\partial^2 w}{\partial t^2} = C_w^2 \left[ \left( \frac{1}{n} + \chi \right) \frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + \frac{1}{n} \frac{\partial^2 w}{\partial t^2} \right] \quad (4-9)$$

$$n \frac{\partial^2 u}{\partial t^2} + \frac{\partial^2 w}{\partial t^2} + \frac{g}{k} \frac{\partial w}{\partial t} = C_w^2 \left( \frac{1}{n} \frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + \frac{1}{n} \frac{\partial^2 w}{\partial t^2} \right) \quad (4-10)$$

### 4.2.3 - Propagation des ondes dans un milieu poreux saturé

On considère que l'onde de compression est une onde plane harmonique dont l'amplitude est :

$$\begin{aligned} u(x,t) &= A_1 e^{\frac{-\omega x}{\delta}} e^{i\omega\left(t-\frac{x}{C}\right)} \\ w(x,t) &= A_2 e^{\frac{-\omega x}{\delta}} e^{i\omega\left(t-\frac{x}{C}\right)} \end{aligned} \quad (4-11)$$

où  $i^2 = -1$ ,  $C$  est la vitesse de l'onde (vitesse de phase),  $\delta$  est le coefficient de dispersion,  $\omega$  est la pulsation fréquentielle ( $\omega = 2\pi f$ ),  $A_1$  et  $A_2$  sont les amplitude des ondes. Si on définit la fonction  $\psi$  par la relation suivante :

$$\psi = -\frac{C_w}{\delta} - i \frac{C_w}{C} \quad (4-12)$$

alors, la vitesse de l'onde de compression  $C$  et le coefficient de dispersion  $\delta$  sont :

$$C = -\frac{C_w}{\text{Im}(\psi)}, \text{ et } \delta = -\frac{C_w}{\text{Re}(\psi)} \quad (4-13)$$

En reportant les relations (4-11) dans les équations (4-9) et (4-10), nous obtenons un système de deux équations à deux inconnues,  $A_1$  et  $A_2$ , qui admet des solutions non triviales si le déterminant des coefficient est nul, soit ici :

$$\begin{vmatrix} \left[ \left( \psi^2 \left( \chi + \frac{1}{n} \right) + \frac{1}{\beta} \right) \right] & \left( 1 + \frac{\psi^2}{n} \right) \\ \left( n + \frac{\psi^2}{n} \right) & \left( 1 + \frac{\psi^2}{n} - i \frac{g}{k\omega} \right) \end{vmatrix} = 0 \quad (4-14)$$

Le développement du déterminant (4-14) donne une équation en  $\psi$  :

$$\frac{\chi}{n} \psi^4 + \left( \chi + \frac{1}{n\beta} - 1 - i \frac{g}{k\omega} \left( \chi + \frac{1}{n} \right) \right) \psi^2 + \left( \frac{1}{\beta} - n - i \frac{g}{k\omega} \frac{1}{\beta} \right) = 0 \quad (4-15)$$

La résolution de l'équation fournit deux vitesses de propagation pour les ondes de compression. Ces deux vitesses dépendent de la fréquence et correspondent, l'une à l'onde de première espèce de Biot (ou onde rapide), l'autre à l'onde de deuxième espèce de Biot (ou onde lente).

Bardet & Sayed [1993] ont montré que pour les valeurs  $(k\omega)/g \ll 1$ , les vitesses de l'onde de compression rapide  $C_1$  et de l'onde de compression lente  $C_2$  peuvent s'exprimer sous la forme :

$$C_1 = C_w \sqrt{\beta \left( \chi + \frac{1}{n} \right)} \quad (4-16)$$

$$C_2 = \sqrt{2} C_w \sqrt{\beta \left( \frac{\chi}{n\chi + 1} \right) \frac{k\omega}{g}} \quad (4-17)$$

#### 4.2.4 - Effet de l'air occlus dans l'eau

##### *Vitesse de l'onde de compression dans l'eau*

La Figure 4.1 montre l'évolution de la vitesse de l'onde de compression,  $C_w$ , dans la phase fluide (eau + air), en fonction du degré de saturation pour différentes pressions interstitielles absolues. Cette figure montre que la vitesse maximale dans l'eau désaérée est 1500 m/s. La vitesse de propagation de l'onde de compression varie avec la pression absolue et la quantité d'air occlus. Pour une pression interstitielle  $p$  égale à 100 kPa, la vitesse de l'onde de compression dans l'eau désaérée est d'environ 1400 m/s. On constate que quelle que soit la pression, l'augmentation de la quantité d'air occlus dans l'eau correspond à une diminution de la vitesse de l'onde de compression. Par exemple, la vitesse de l'onde de compression, pour une pression interstitielle absolue de 100 kPa, dans de l'eau qui contient 10% d'air n'est plus que de 300 m/s.

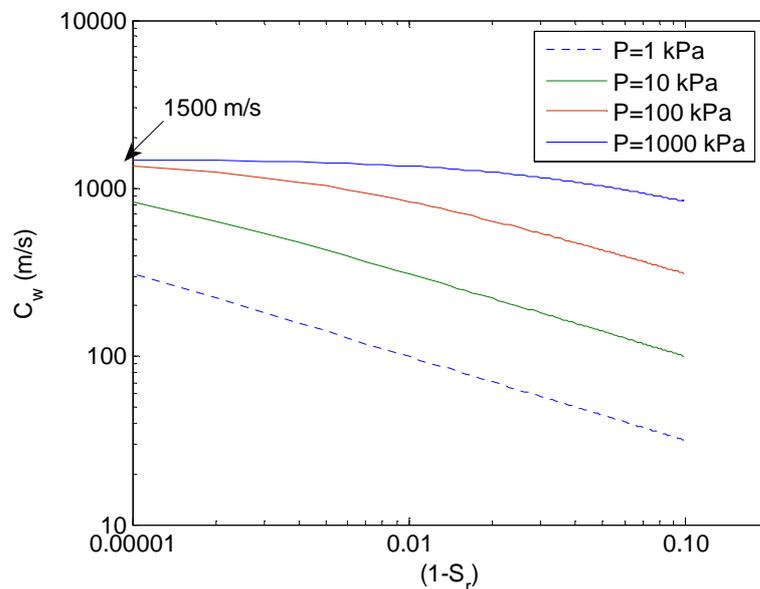


Figure 4.1. Vitesse de l'onde de compression dans un mélange d'eau et d'air pour différentes pressions interstitielles.

##### Conséquence

Dans la pratique, l'eau de saturation est systématiquement désaérée.

### Module de compressibilité volumique de l'eau

La Figure 4.2 montre l'évolution du module de compressibilité volumique,  $D_f$ , pour le mélange eau/air en fonction de la quantité d'air occlus pour différentes pressions interstitielles absolues [Verruijt, 1969]. Cette figure illustre également que le module de compressibilité volumique diminue avec l'augmentation du volume d'air dans l'eau. Le module de compressibilité volumique de l'eau désaérée est environ 2250 MPa pour une pression absolue de 1000 kPa.

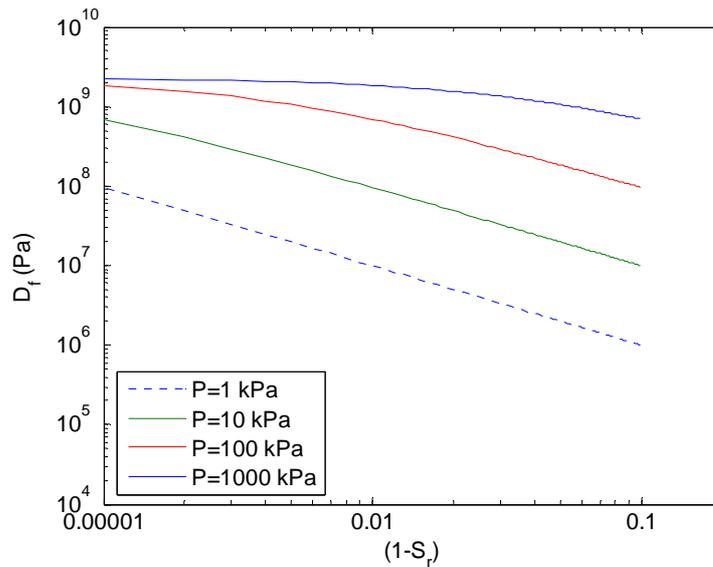


Figure 4.2. Module de compressibilité volumique pour un mélange d'eau et d'air pour différentes pressions interstitielles.

### 4.2.5 - Vitesse d'onde de compression dans un sol saturé

Pour définir la vitesse des ondes de compression (Eq. 4-10) dans un sol saturé, il faut définir le module de compressibilité volumique du sol sec,  $D$ . Grâce à la technique des « bender extender elements », en mesurant les vitesses des ondes de cisaillement et de compression rapide, on peut calculer le module d'Young  $E$  et le coefficient de Poisson  $\nu$  du sol sec, en utilisant les équations (1-10) et (1-11), puis  $D$  par la relation (4-4).

La Figure 4.3 présente les résultats de calculs numériques des vitesses des ondes de compression rapides dans un échantillon de sable de Toyoura saturé, pour différents degrés de saturation, en fonction de la contrainte moyenne effective. Sur cette figure, la pression interstitielle absolue est  $p = 100$  kPa, correspondant à la pression atmosphérique. Le modèle de prédiction est étalonné pour le sable de Toyoura avec un indice des vides initial  $e_0 = 0,690$ .

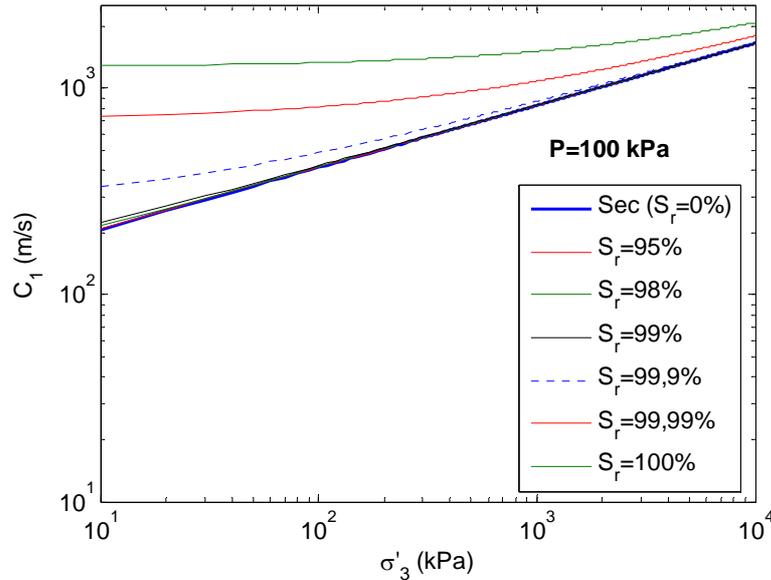


Figure 4.3. Vitesse d'onde de compression rapide dans l'échantillon de sable de Toyoura en fonction de la contrainte de confinement pour différents degrés de saturation ( $p=100$  kPa).

Le modèle présente l'effet du degré de saturation sur l'évolution de la vitesse de l'onde  $C_1$  (onde de compression rapide). Avec l'augmentation de la contrainte de confinement, l'effet du degré de saturation diminue. Ce modèle montre que pour un degré de saturation inférieur à 95 %, la vitesse de l'onde  $C_1$  est proche de la vitesse de l'onde de compression dans le sable sec ( $S_r = 0\%$ ). Pour une contrainte de confinement inférieure à 100 kPa, le degré de saturation joue un rôle important sur la vitesse de l'onde de compression rapide. Cependant, pour des contraintes moyennes effectives supérieures à 100 kPa, toutes les courbes relatives à  $S_r$  compris entre 95% et 99,9% coïncident à la courbe correspondant à l'état sec ( $S_r = 0\%$ ).

Ceci peut expliquer les constatations expérimentales divergentes faites par Hardin & Richart [1963] et Allen et al. [1980]. Hardin & Richart [1963] ont mesuré des vitesses identiques pour les ondes compressives dans des sables secs et saturés lors d'essais à la colonne résonnante. Au contraire, Allen et al. [1980] ont obtenu des vitesses d'ondes de compression différentes pour les sables secs et saturés. Les résultats de Allen et al. [1980] sont plus en adéquation avec les prédictions de la théorie de Biot.

La Figure 4.4 illustre la variation de la vitesse de l'onde  $C_1$  pour une pression interstitielle absolue plus élevée ( $p = 1000$  kPa). Cette figure montre que, sous cette pression, la vitesse de l'onde  $C_1$  est moins affectée par le degré de saturation par rapport aux résultats rapportés sur la Figure 4.3. Les courbes de la vitesse  $C_1$  pour des degrés de saturation  $S_r = 99.99\%$  et  $S_r = 100\%$  sont proches. Cependant, une faible variation du degré de saturation entre  $S_r = 99\%$  et  $S_r = 100\%$  peut affecter la vitesse de l'onde  $C_1$ .

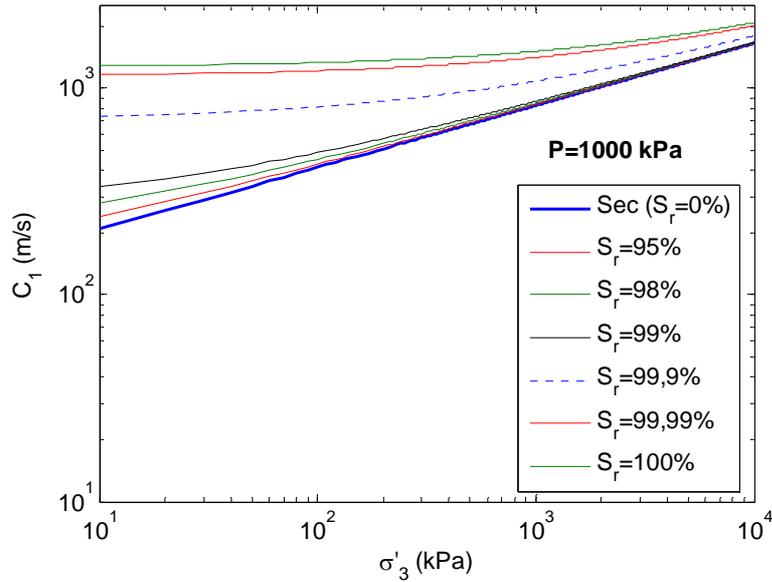


Figure 4.4. Vitesse des ondes de compression rapides dans un échantillon de sable de Toyoura en fonction de la contrainte de confinement pour différents degrés de saturation ( $p=1000$  kPa).

La Figure 4.5 montre la variation des vitesses des ondes de compression lentes dans un échantillon de sable de Toyoura saturé, pour différents degrés de saturation, en fonction de la contrainte moyenne effective. Sur cette figure, la pression interstitielle absolue est  $p = 100$  kPa. Dans tous les cas, la vitesse de l'onde lente est inférieure à 10 m/s. La vitesse maximale correspondant à un degré de saturation de 99% ne dépasse pas 2 m/s et, pour tous les degrés de saturation inférieurs à 99%, la vitesse de l'onde de compression lente ne dépend pas de la contrainte moyenne effective.

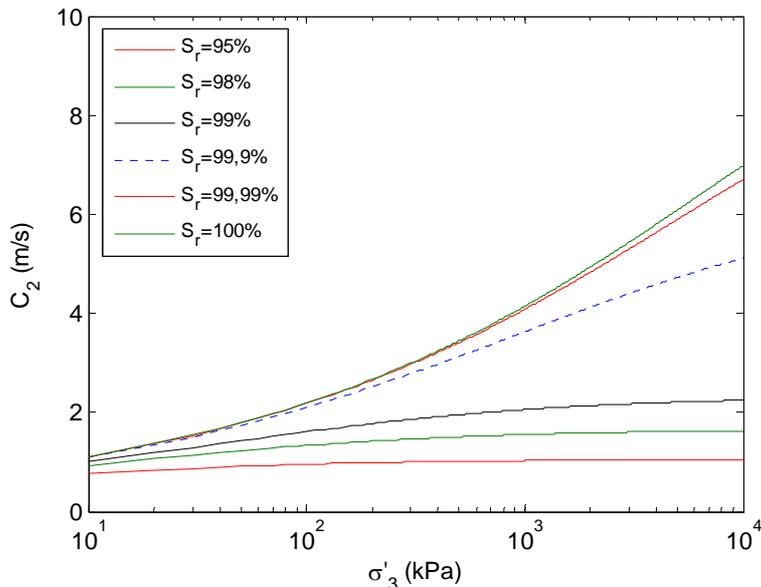


Figure 4.5. Vitesse des ondes de compression lentes dans un échantillon de sable de Toyoura en fonction de la contrainte de confinement pour différents degrés de saturation ( $p=1000$  kPa).

Considérons un échantillon de sable de 200 mm de hauteur. L'onde de compression rapide de vitesse 1000 m/s parviendra sur le récepteur en un temps égal à 0,2 ms, alors que l'onde lente, de vitesse 2 m/s dans les mêmes conditions, parviendra sur le récepteur après 100 ms. Nous ne pouvons pas la détecter puisque la période de mesure des signaux est limitée dans notre cas à 10 ms.

#### 4.2.6 - Effet de la fréquence

L'effet de la valeur de la fréquence sur la vitesse de l'onde de compression apparaît dans le rapport  $(k\omega)/g$  (équation 4-15), où  $k$  est la perméabilité du milieu poreux,  $\omega$  est la pulsation fréquentielle ( $\omega = 2\pi f$ ) et  $g$  est l'accélération de la pesanteur.

La Figure 4.6 montre un exemple de variations de la vitesse de l'onde de compression rapide en fonction de la fréquence. Dans cet exemple, on suppose que la perméabilité  $k$  vaut  $10^{-4}$  m/s. Cette figure montre que la vitesse de l'onde de compression croît avec la fréquence. La partie initiale correspond à la simplification de Bardet & Sayed [1993] (Eq. 4-16) où la fréquence n'intervient plus dans l'expression de la vitesse de l'onde rapide. Dans notre cas, la fréquence est limitée à la gamme [3 ; 20 kHz]. L'effet de la fréquence sur la vitesse de l'onde de compression rapide peut donc être négligé (Figure 4.6).

On constate par ailleurs que plus le degré de saturation est élevé, plus l'effet de la fréquence est important.

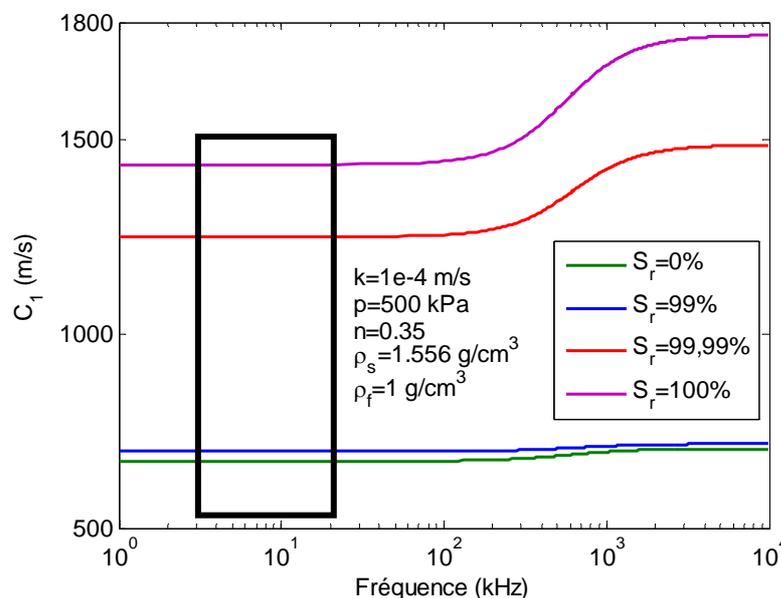


Figure 4.6. Evolution de la vitesse de l'onde de compression rapide en fonction de la fréquence.

### 4.3 - Essais sur sable de Toyoura sec et saturé

Nous nous intéressons au comportement du sable de Toyoura à l'état sec et à l'état saturé en comparant les résultats de propagation des ondes de cisaillement et de compression. Trois essais sur le sable de Toyoura à l'état sec et à l'état saturé, ont été réalisés. Nous confrontons les résultats sur ces différents échantillons.

La préparation des échantillons se fait par la technique de pluviation à l'aide du pluviateur LCPC (Figure 1.4). Les échantillons sont testés sous des contraintes moyennes effectives isotropes comprises entre 100 et 500 kPa. Les données initiales sont consignées dans le Tableau 4.1.

Tableau 4.1. Caractéristiques des essais sur le sable de Toyoura.

Référence de l'essai	Hauteur de pluviation (cm)	Densité sèche $\rho_d$ (g/cm <sup>3</sup> )	Indice des vides $e_0$	Degré de saturation $S_r$ (%)	Contre pression (kPa)	Echantillon	
						$\phi_{moy}$ (mm)	$H_{moy}$ (mm)
Sable sec (N5)	54,5	1,559	0,690	0	0	97,73	197,06
Sable saturé (N2)	54,5	1,558	0,691	95	570	97,66	197,33
Sable saturé (N3)	54,5	1,556	0,693	98	450	97,80	197,00

avec :  $\rho_d$  est le densité sèche initiale;  $e_0$  est l'indice des vides initiaux;  $\phi_{moy}$  est le diamètre moyen et  $H_{moy}$  est la hauteur moyenne de l'échantillon.

#### 4.3.1 - Saturation à l'eau de l'échantillon

La saturation comporte deux étapes. La première consiste à faire circuler à travers l'échantillon du dioxyde de carbone (CO<sub>2</sub>) sous une faible pression (30 kPa) pendant 15 min. Cette étape permet de chasser l'air contenu dans les interstices du sol et de le remplacer par du CO<sub>2</sub> qui est très soluble dans l'eau. La seconde étape consiste à injecter de l'eau désaérée dans l'échantillon d'un côté et à chasser l'air de l'autre côté de l'échantillon. On continue d'injecter de l'eau désaérée après avoir saturé l'échantillon pendant quelques minutes. Ensuite, on augmente la pression de confinement progressivement par incrément de pression de 30 kPa. Pour chaque étape, la valeur de la contre pression est mesurée et le rapport entre la variation de pression interstitielle et la variation de pression de confinement est calculée ( $B = \Delta u / \Delta P$ ). Si le rapport  $B$  est inférieur à 1, on augmente la pression interstitielle en maintenant la pression relative (P-u) égale à 30kPa. On continue ce processus pour arriver à un rapport  $B$  voisin de 1, soit un degré de saturation  $S_r$  de 100%.

#### 4.3.2 - Ondes de cisaillement

La Figure 4.7 montre les signaux émis et reçus correspondant à l'onde de cisaillement dans des échantillons de sable de Toyoura à l'état sec et à l'état saturé. Pour les échantillons N2 et N3 (sable saturé) de hauteur quasi identique, les signaux reçus sont semblables.

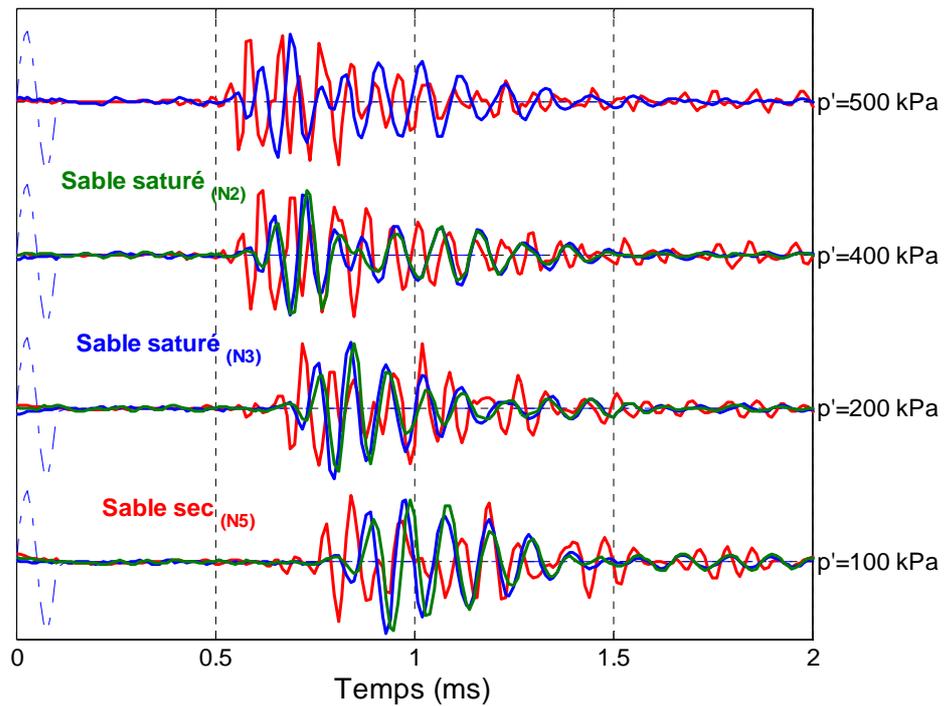
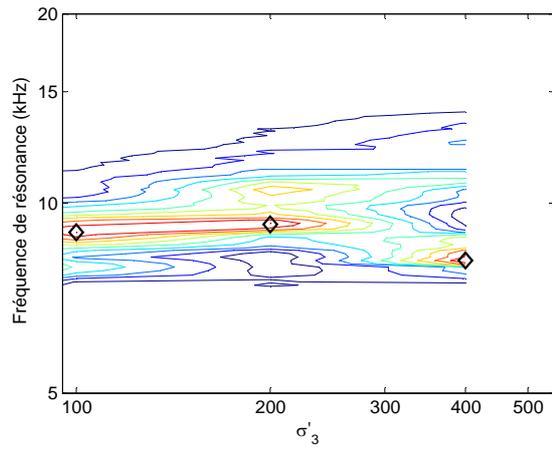
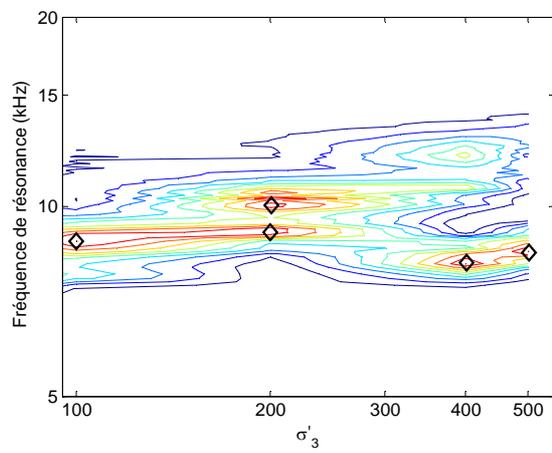


Figure 4.7. Propagation d'onde de cisaillement dans des échantillons de sable de Toyoura à l'état de sec et à l'état saturé.

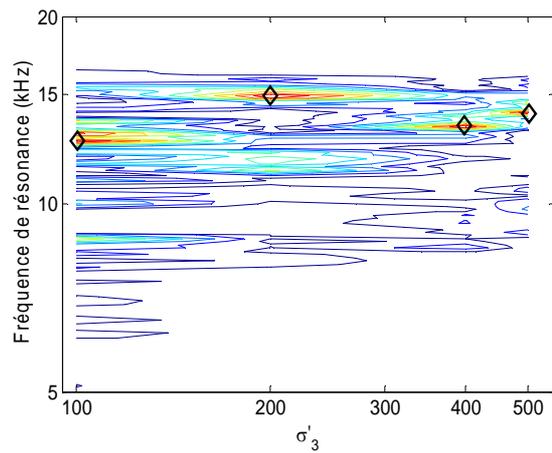
La Figure 4.8 montre l'évolution de la fréquence de résonance en fonction de la contrainte moyenne effective pour les échantillons de sable sec et de sable saturé. Le faible nombre de mesures expérimentales (propagation des ondes à 100, 200, 400 et 500 kPa uniquement) ne nous permet pas de conclure quant à la loi d'évolution de la fréquence de résonance. Qualitativement, nous constatons tout de même que le profil de fréquences de résonance est affecté par la présence d'eau (Figure 4.9).



(a) Sable saturé N2



(b) Sable saturé N3



(c) Sable sec N5

Figure 4.8. Fréquence de résonance des signaux reçus pour l'onde de cisaillement dans des échantillons de sable de Toyoura à l'état de sec et à l'état saturé.

La Figure 4.9 montre que les spectres d'amplitude correspondant aux signaux traversant les échantillons saturés sont totalement différents de ceux obtenus dans le cas sec. Dans les échantillons saturés, on observe un mode de résonance proche de 10 kHz, invariant avec la contrainte moyenne effective. On voit apparaître un second mode de résonance quand la contrainte de confinement augmente.

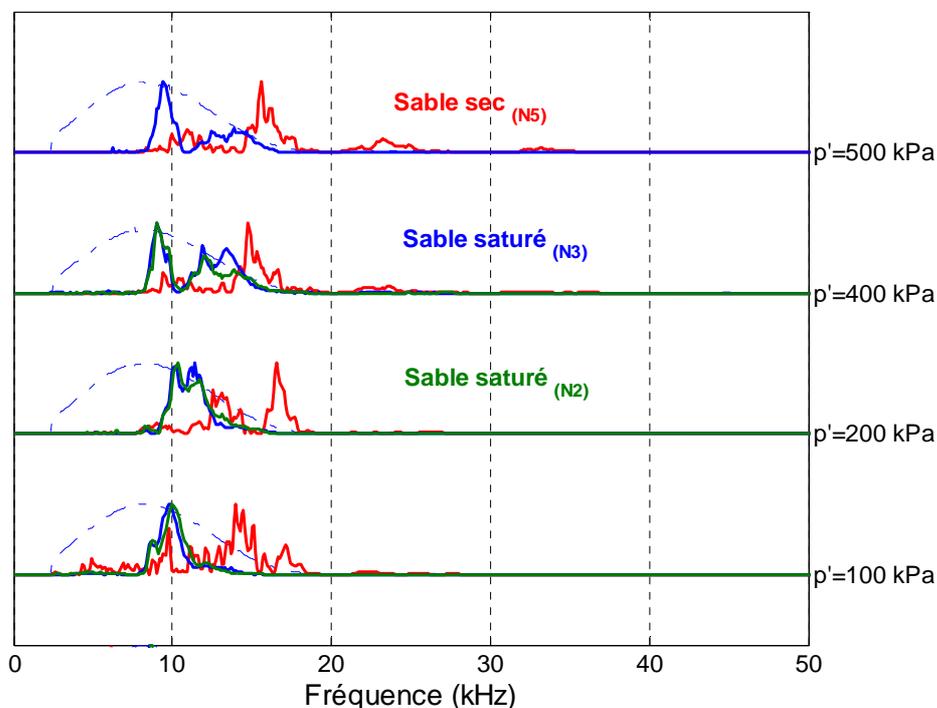


Figure 4.9. Spectres des signaux émis et reçus pour l'onde de cisaillement dans des échantillons de sable de Toyoura à l'état de sec et à l'état saturé.

La Figure 4.10 montre l'évolution de la vitesse de l'onde de cisaillement dans les échantillons de sable de Toyoura pour les cas « sec » et « saturé ». La variation de la vitesse de l'onde de cisaillement suit une loi en puissance en fonction de la contrainte moyenne effective. On voit bien que l'exposant  $n$  (caractérisant la vitesse, Eq. 3.2) dans le cas saturé est proche de celui obtenu dans le cas sec.

Sur cette figure, les valeurs des vitesses d'onde de cisaillement, dans le cas saturé, sont inférieures à celles du cas sec. Or, la valeur de module de cisaillement est identique pour des degrés de saturation de 0 et 100 % [Wu et al., 1984]. L'évolution des vitesses s'explique alors par l'évolution de la densité des échantillons. Prenons par exemple le cas de la contrainte de confinement effective  $\sigma'_3 = 100$  kPa. Dans le cas sec,  $\rho_d = 1550$  kg/m<sup>3</sup>,  $V_s = 262$  m/s et  $G = 106$  MPa. Dans le cas saturé, pour la même contrainte,  $\rho_{sat} = 1950$  kg/m<sup>3</sup>,  $V_s = 235$  m/s et  $G = 108$  MPa. Les valeurs du module de cisaillement  $G$  sont bien identiques.

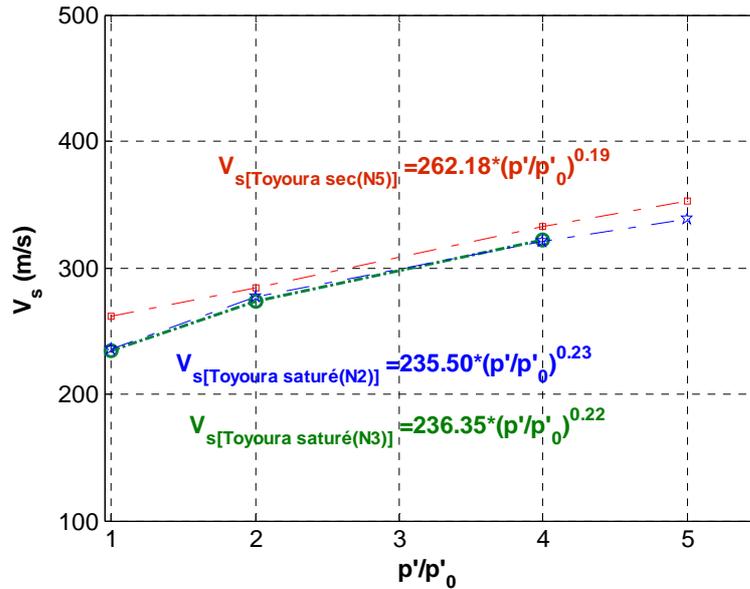


Figure 4.10. Evolution de la vitesse d'onde de cisaillement pour des échantillons de sable de Toyoura, à l'état sec et à l'état saturé.

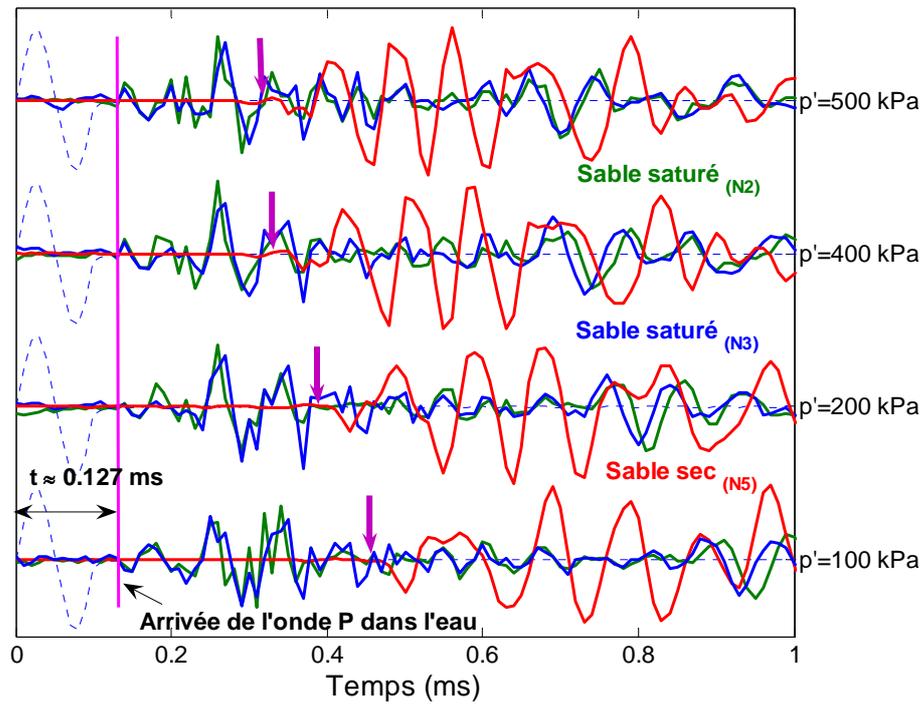
### 4.3.3 - Ondes de compression

La Figure 4.11 montre les signaux émis et reçus correspondant aux ondes de compression dans des échantillons de sable de Toyoura à l'état sec et à l'état saturé. Les signaux reçus pour les essais N2 et N3 (sable saturé) sont semblables. La différence est par contre flagrante entre les cas sec et saturé.

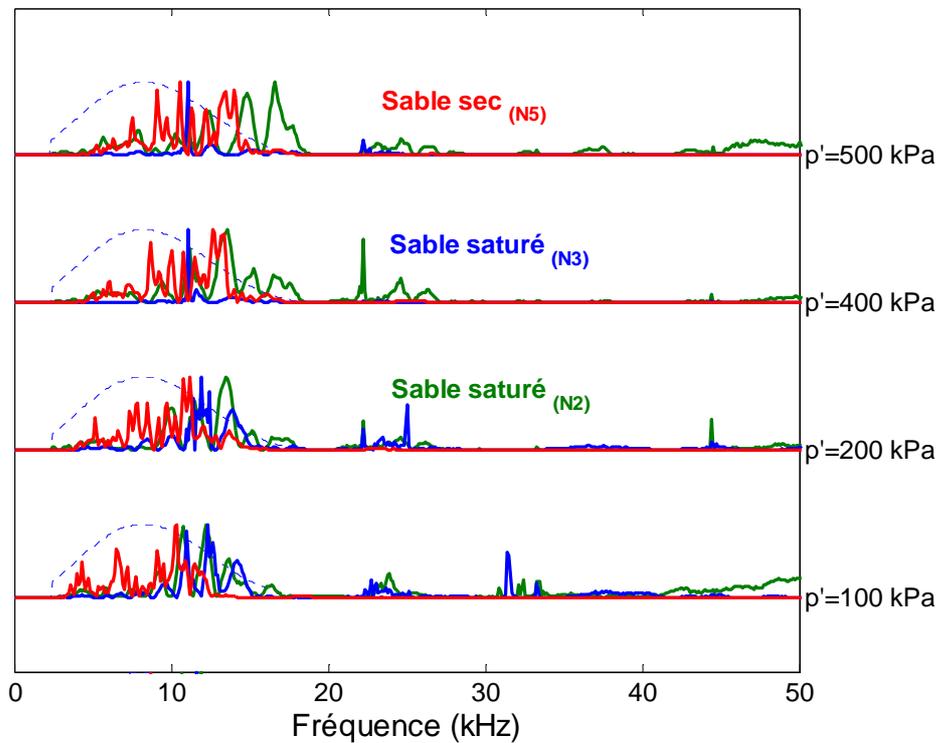
On indique par des flèches, sur la Figure 4.11, l'instant où l'onde de compression arrive sur le récepteur dans le cas de sable sec. On constate qu'avec l'augmentation de la pression de confinement, le temps de vol dans l'échantillon de sable sec diminue (la vitesse de l'onde de compression augmente).

On montre également sur la Figure 4.11 le temps correspondant à la vitesse de l'onde de compression rapide dans l'eau désaérée ( $V_p \approx 1500$  m/s). Il correspond à la première déflexion des signaux reçus, quelle que soit la contrainte de confinement.

Par contre, il est difficile de comparer les spectres d'amplitude des signaux reçus dans les échantillons saturés, tant ils sont dissemblables.



Signaux émis et reçus pour l'onde de compression (les flèches indiquent le moment d'arrivée l'onde de compression dans le sable sec).



Spectres des signaux émis et reçus pour l'onde de compression.

Figure 4.11. Propagation de l'onde de compression dans l'échantillon de sable de Toyoura, à l'état sec et saturé.

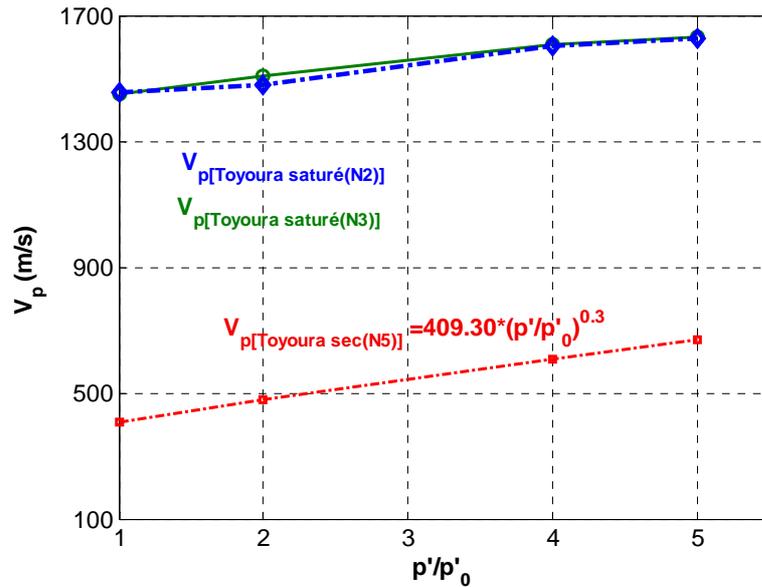


Figure 4.12. Evolution de la vitesse d'onde de compression dans les échantillons de sable de Toyoura, à l'état sec et saturé.

#### 4.3.4 - Comparaison avec la théorie de Biot

La Figure 4.13 montre les résultats expérimentaux et les prédiction du modèle de Biot, présenté dans la section 4.2, pour différents degrés de saturation et pour une pression interstitielle égale à 500 kPa.

Les vitesses des ondes de compression rapides calculées par le modèle de Biot dans un échantillon saturé avec un degré de saturation inférieur à 99% conduisent à des valeurs proches de celles obtenues dans le sable sec (Figure 4.13).

Nos résultats expérimentaux dans le sable saturé avec des degrés de saturation initiaux respectivement de 95% et 98% pour les échantillons N2 et N3 sont proches des vitesses théoriques des ondes de compression rapides dans un milieu parfaitement saturé (Figure 4.13).

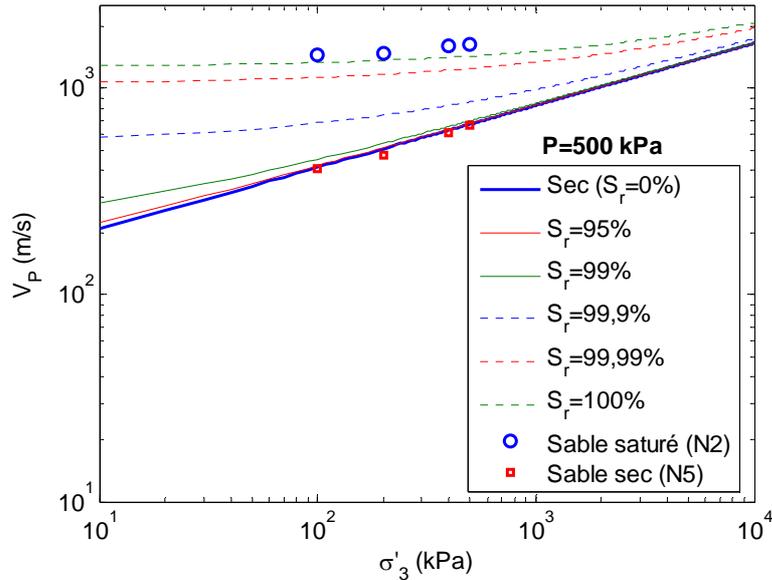


Figure 4.13. Comparaison entre les résultats numériques et les résultats expérimentaux.

#### 4.3.5 - Evolution du coefficient d'amortissement

La Figure 4.14 montre l'évolution du coefficient d'amortissement calculé à partir du spectre d'amplitude des signaux reçus pour l'onde de cisaillement dans les échantillons de sable de Toyoura sec et saturé. On constate que le coefficient d'amortissement pour les échantillons saturés est plus élevé que celui de l'échantillon sec.

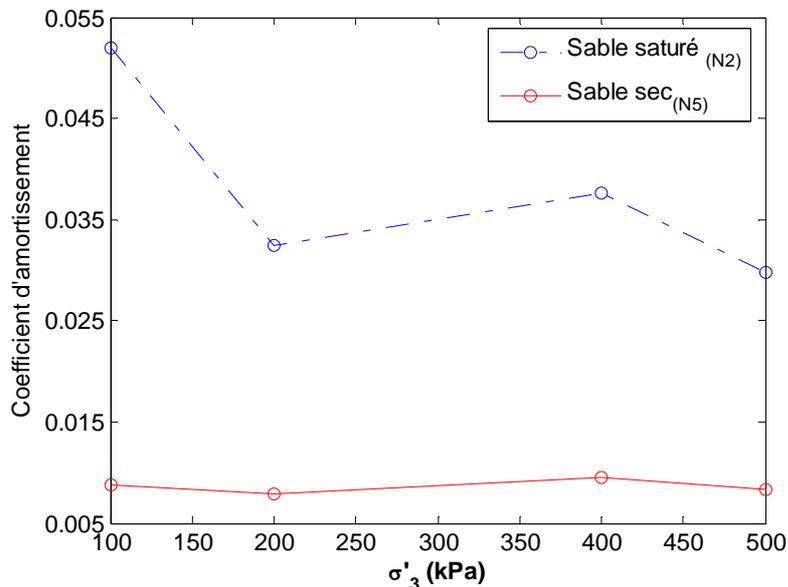


Figure 4.14. Evolution du coefficient d'amortissement pour l'onde de cisaillement, dans les échantillons du sable de Toyoura pour l'état sec et l'état saturé.

Dans un sol saturé, il faut probablement considérer l'effet de la pression interstitielle autour du capteur, surtout pour les modes de flexion. Les spectres d'amplitude représentent le

comportement vibratoire du capteur. On peut penser que la vibration du capteur étant un phénomène extrêmement rapide, elle génère une surpression interstitielle locale, du côté où le sol est comprimé (Figure 4.15). De l'autre côté, au contraire, on peut penser qu'un phénomène de succion apparaît. Ces deux effets cumulés s'opposent au mouvement du capteur et augmentent donc le coefficient d'amortissement.

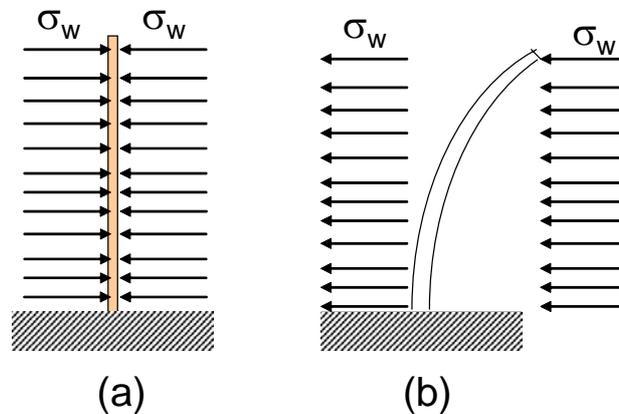


Figure 4.15. Vu schématique d'un capteur dans un échantillon de sol saturé en mode de flexion. (a) cas statique, (b) cas de mise en vibration du capteur en mode de flexion.

#### 4.4 - Caractérisation des sols intermédiaires

##### 4.4.1 - Programme expérimental

Nous avons étudié le comportement de sols intermédiaires, mélanges de sable et d'argile. Pour cela, trois types de sols composés de sable de Missillac (tamisé entre 2 mm et 0,02 mm) et de kaolinite Speswhite ont été étudiés :

- Sol B31 : Kaolinite 12% + Sable 88% ;
- Sol B6 : Kaolinite 35% + Sable 65% ;
- Sol A3 : Kaolinite 100%.

Ce travail prospectif a été réalisé en collaboration avec le Laboratoire Central des Ponts et Chaussées, centre de Nantes, dans le cadre des travaux de thèse de C. MURILLO. Cela a été l'occasion de tester l'outil « bender-extend elements » dans des sols doués de cohésion et de frottement.

##### 4.4.2 - Préparation des échantillons

La préparation des échantillons a été réalisée par l'équipe du LCPC Nantes dans des conteneurs circulaires de 30 cm de diamètre et de 30 cm de hauteur. Tout d'abord, le sable est tamisé à 1 ; 0,5 ; 0,2 mm et 80  $\mu m$  (Figure 4.16). Chaque fraction est ensuite malaxée dans une bétonnière. Puis, le kaolin est ajouté, et le mélange est malaxé pendant 3 minutes pour obtenir un matériau sec et homogène. Pour obtenir les massifs A3, B6 et B31, respectivement 28, 13 et 11% d'eau ont été ajoutés. Ces pourcentages correspondent aux optimums Proctor obtenus par des essais Proctor (Figure 4.17). Le compactage des massifs a été réalisé en trois couches de 10 cm de manière statique à l'aide d'un vérin hydraulique. Les pressions de compactage ont été de 2,0 ; 2,0 et 2,5 MPa pour les massifs correspondants aux échantillons

A3, B6 et B31 respectivement, et la durée de compactage a été de 10 minutes pour tous les massifs. Quatre carottiers en acier sont foncés dans chaque massif à l'aide d'un vérin hydraulique. La Figure 4.18 montre les échantillons de type B6 une fois démoulés.

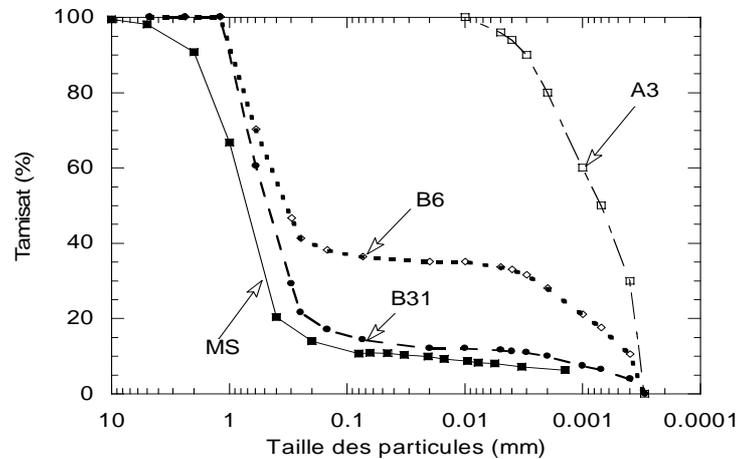


Figure 4.16. Courbes granulométriques des matériaux.

La Figure 4.17 présente les courbes obtenues pour les essais Proctor normal en suivant la norme française (NFP 94-093) pour les trois matériaux A3, B6 et B31. Le Tableau 4.2 indique les valeurs de l'optimum de chaque courbe de l'essai Proctor.

Tableau 4.2. Résultats de l'essai Proctor.

Type de sol	$W_{opt}$ (%)	$\rho_d$ ( $g/cm^3$ )
A3 (100% Kaolinite)	28	1,50
B6 (35% Kaolinite+65% Sable)	14,37	1,85
B31 (12% Kaolinite + 88% Sable)	11,49	1,96

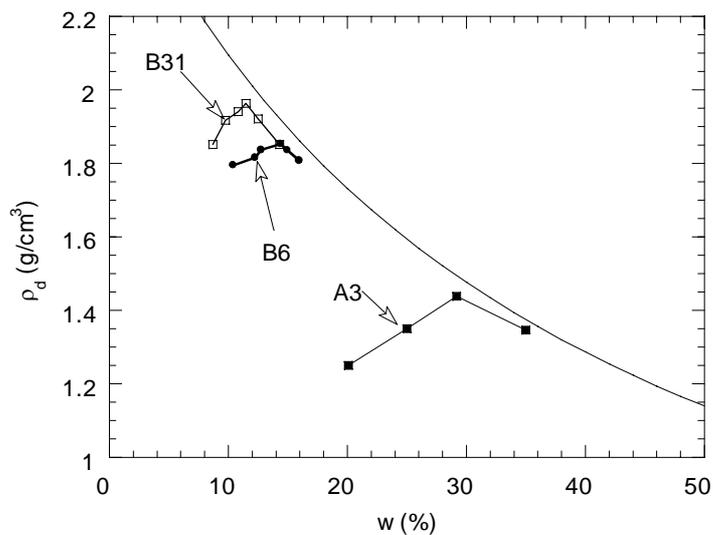


Figure 4.17. Résultats des essais Proctor.



Figure 4.18. Vue schématique des échantillons.

#### 4.4.3 - Résultats de l'essai au Grindo Sonic

Nous avons d'abord cherché à estimer les propriétés élastiques et les vitesses de propagation d'onde à l'aide d'essais au Grindo Sonic [Allison 1978, 1988 ; Norme NF P 18-414, Manuel d'utilisation ; Recommandation RILEM, 1983], à la pression atmosphérique. Dans cet essai, les échantillons sont excités par une légère impulsion mécanique : celle-ci est appliquée par un marteau léger et souple. L'analyse du train d'ondes parcourant l'échantillon permet de déterminer la fréquence fondamentale de résonance correspondant au mode d'excitation. Des performances correctes sont obtenues pour les matériaux dont le module d'Young est compris entre 100 MPa et 840 GPa. Deux modes d'excitation, flexion et torsion, sont nécessaires pour calculer le module d'Young  $E$  et le module de cisaillement  $G$  à partir des fréquences directement lues sur le boîtier. Le calcul se fait par utilisation du logiciel fourni avec l'appareil.

Les résultats sont présentés dans le Tableau 4.3. On note une certaine dispersion expérimentale d'un échantillon à l'autre, probablement liée à une hétérogénéité résultant de la préparation même des mélanges.

Tableau 4.3. Propriétés élastiques des échantillons de sol mesurées au Grindo-Sonic.

Essais	$\phi_{\text{moy}}$ (cm)	$H_{\text{moy}}$ (cm)	$M$ (g)	$\rho_h$ (g/cm <sup>3</sup> )	Flexion (Hz)	Torsion (Hz)	$E$ (MPa)	$G$ (MPa)	$V_s$ (m/s)	$V_p$ (m/s)
A3	9,5	19,97	2621,4	1,85	760	870	472	224	375	505
A3	9,5	19,69	2612,8	1,87	725	730	443	157	290	741
A3	9,51	19,99	2627,7	1,85	730	720	454	153	287	1466
B6	9,53	19,92	2968,1	2,09	982	1020	893	345	406	760
B6	9,59	19,54	2901,8	2,06	990	1020	868	334	403	754
B6	9,5	19,99	2933,4	2,07	1020	1120	925	408	444	680

#### 4.4.4 - Essais de compression isotrope avec propagation d'ondes

Six essais de compression isotrope dans la gamme [0 – 500] kPa sur les échantillons A3, B6 et B31, ont été réalisés. Les caractéristiques principales des échantillons sont rapportées dans le Tableau 4.4.

Tableau 4.4. Caractéristiques principales des échantillons.

Référence de l'essai	Echantillon		Teneur en eau initiale $w_i$ (%)	Teneur en eau finale $w_f$ (%)	Degré de saturation initial $S_r$ (%)	Densité sèche $\rho_d$ ( $\text{g}/\text{cm}^3$ )	Indice des vides $e_0$	
	$\phi_{\text{moy}}$ (mm)	$H_{\text{moy}}$ (mm)						
A3	A3-7cm	9,51	7,14	27,26	28,28	87	1,44	0,819
	A3-10cm	9,53	9,65	28,14	28,32	93	1,46	0,795
B6	B6-7cm	9,51	6,99	10,79	11,74	65	1,84	0,436
	B6-10cm	9,51	9,85	15,32	15,50	88	1,81	0,459
B31	B31-7cm	9,53	7,44	11,21	11,13	81	1,94	0,366
	B31-10cm	9,51	9,85	11,28	11,29	80	1,93	0,373

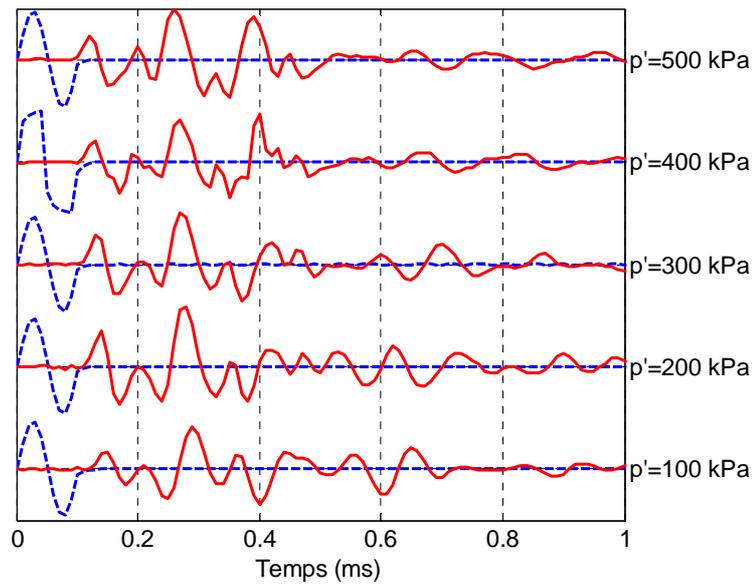
#### 4.4.5 - Résultats expérimentaux

##### *Signaux émis et reçus*

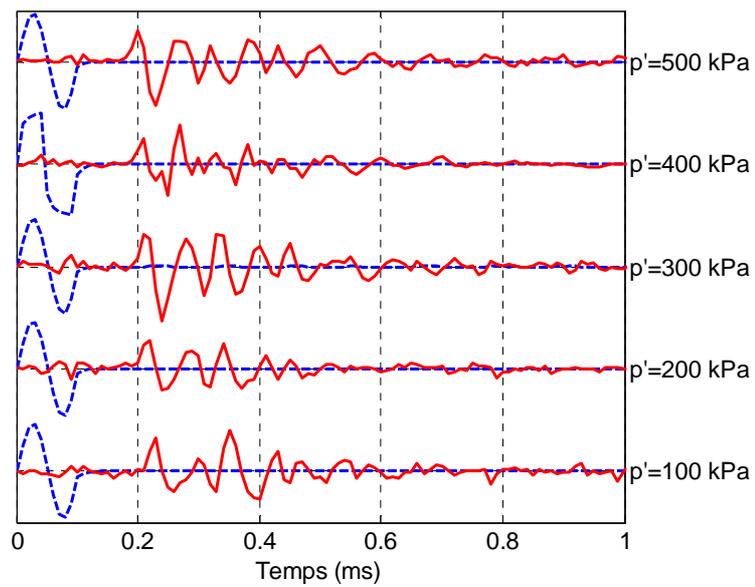
La Figure 4.19 présente les ondes émises et reçues respectivement pour l'onde de compression et l'onde de cisaillement dans les échantillons de Kaolinite (A3-7cm). Les élancements faibles (0,7 à 1) s'expliquent par la difficulté de propager les ondes dans les échantillons de sols intermédiaires, relativement rigides comparativement aux échantillons de sable purement frottant. Les échantillons de 20 cm de hauteur de sol intermédiaire ne permettent pas d'obtenir des signaux de bonne qualité, d'où la réduction des hauteurs à 7 ou 10 cm. La méthode temporelle est alors utilisée pour identifier les temps de vol des ondes.

La Figure 4.20 montre les ondes émises et reçues respectivement pour l'onde de compression et l'onde de cisaillement dans les échantillons B6-10cm (35% Kaolinite+65% Sable).

Les Figures 4.21a et b montrent les ondes émises et reçues respectivement pour l'onde de compression et l'onde de cisaillement dans l'échantillon B31-10cm (12% Kaolinite+88% Sable).

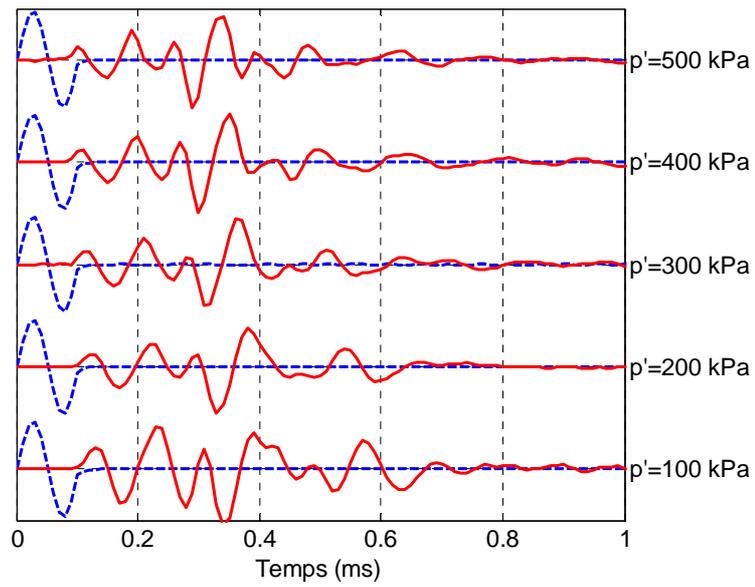


(a) Onde de compression

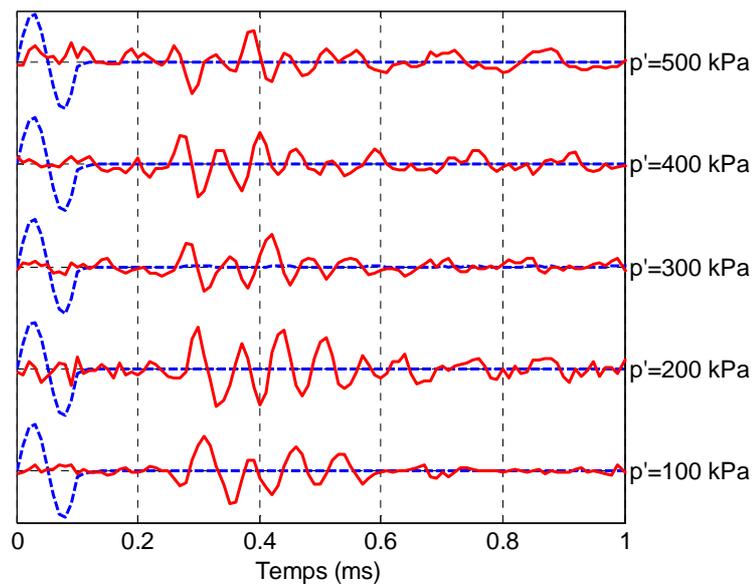


(b) Onde de cisaillement

Figure 4.19. Signaux émis et reçus pour les ondes de compression et de cisaillement dans les échantillons de A3-7cm.

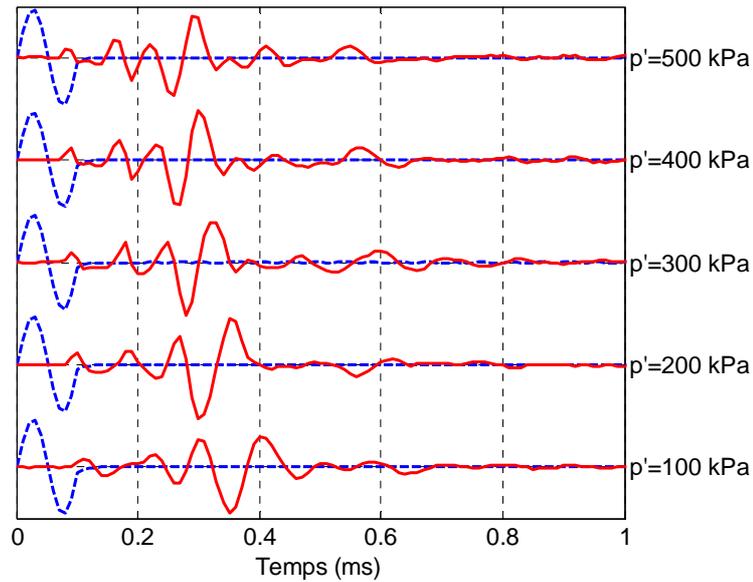


(a) Onde de compression

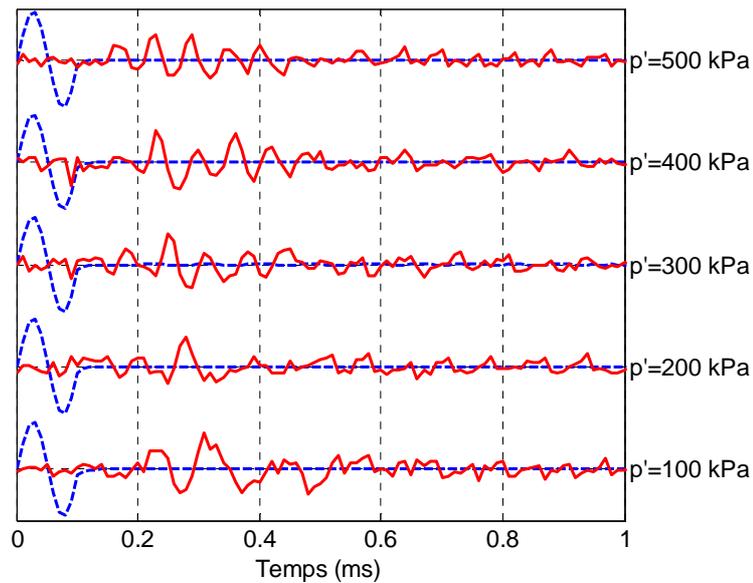


(b) Onde de cisaillement

Figure 4.20. Signaux émis et reçus pour les ondes de compression et de cisaillement dans les échantillons B6-10cm.



(a) Onde de compression



(b) Onde de cisaillement

Figure 4.21. Signaux émis et reçus pour les ondes de compression et de cisaillement dans les échantillons B31-10cm.

*Evolution des vitesses des ondes*

Les Figures 4.22a et b montrent respectivement l'évolution de la vitesse des ondes de compression et de cisaillement en fonction du rapport adimensionnel  $p/p_0$  où  $p$  est la contrainte de confinement appliquée sur l'échantillon et  $p_0$  une contrainte de confinement de référence (ici, on prend :  $p_0 = 100$  kPa). N'ayant pas de mesure de la pression capillaire dans ces échantillons partiellement saturés, les formules et graphes sont exprimés en fonction de la contrainte totale et non plus en fonction de la contrainte effective. Les données expérimentales sont interpolées par une loi en puissance du type :

$$V_p (m/s) = k_p \times \left( \frac{p}{p_0} \right)^{np} \quad (4-18)$$

$$V_s (m/s) = k_s \times \left( \frac{p}{p_0} \right)^{ns} \quad (4-19)$$

où  $V_p$  et  $V_s$  sont respectivement les vitesses des ondes de compression et de cisaillement correspondant à la pression de confinement  $p$  (kPa) appliquée sur l'échantillon. Les valeurs des paramètres  $K_p$ (m/s),  $np$ ,  $K_s$ (m/s), et  $ns$  sont rapportées dans le Tableau 4.5.

Tableau 4.5. Valeurs des coefficients  $K_p$  et  $K_s$  et des exposants  $np$  et  $ns$  pour les sols intermédiaires.

Matériau	Référence	Ondes P		Ondes S	
		$K_p$ (m/s)	Exposant $np$	$K_s$ (m/s)	Exposant $ns$
A3	A3-7cm	535	0,034	313	0,012
	A3-10cm	565	0,033	308	0,011
B6	B6-7cm	815	0,018	488	0,021
	B6-10cm	804	0,021	310	0,023
B31	B31-7cm	992	0,040	460	0,043
	B31-10cm	918	0,042	406	0,046

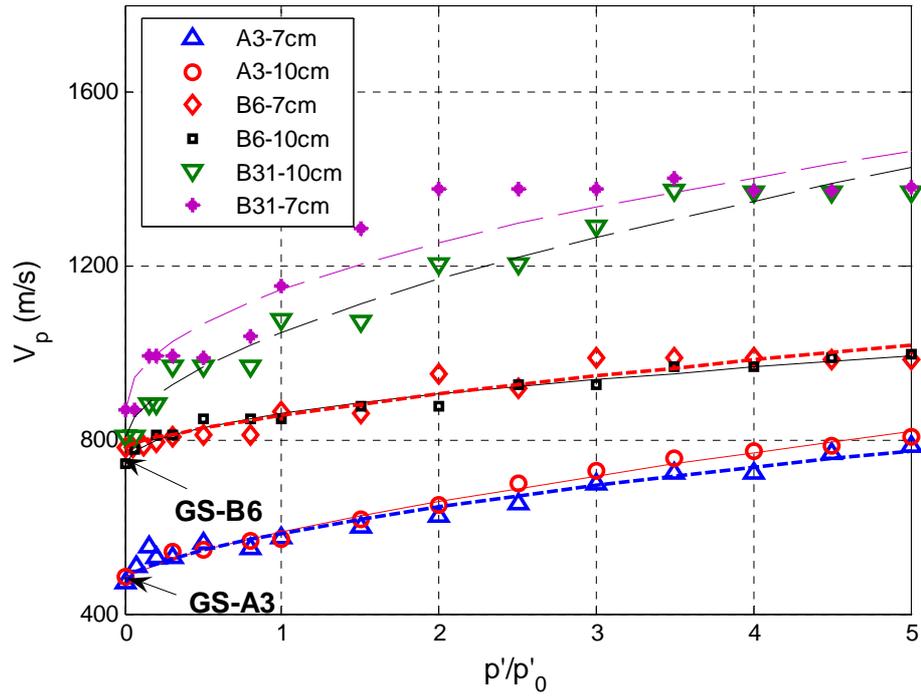
On constate sur la Figure 4.22a que la vitesse des ondes de compression augmente avec l'augmentation de la pression, mais selon une évolution différente par rapport à un matériau granulaire sec. Plus la teneur en sable dans les échantillons augmente, plus la vitesse initiale augmente. Les vitesses des ondes de compression dans les échantillons B31 sont limitées à 1400 m/s (proche de la vitesse de l'onde de compression dans l'eau désaérée).

Les valeurs de la vitesse de l'onde de compression obtenues par la méthode Grindo Sonic sont également reportées sur la Figure 4.22. On constate que ces valeurs sont identiques à celles obtenues par la technique «bender-extenders elements».

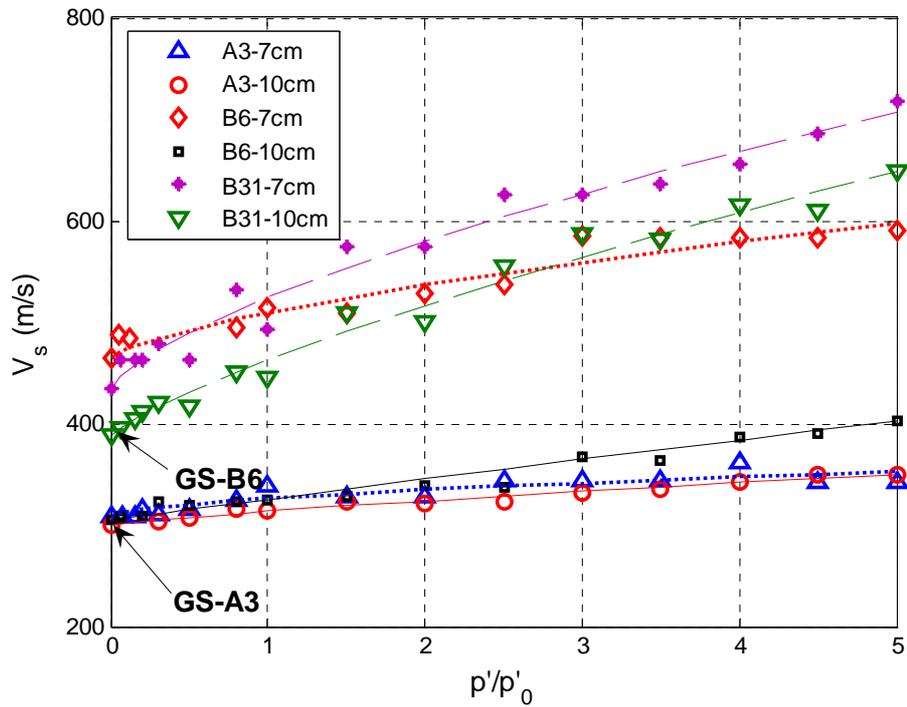
On observe sur la Figure 4.22b que la vitesse des ondes de cisaillement varie également avec l'augmentation de la pression, mais l'évolution dépend de la teneur en sable.

Comme nous avons vu précédemment, dans le cas des sables secs, l'exposant (caractérisant la vitesse, Eq. 4-18 et 4-19) est compris entre 0,17 et 0,30. Dans le matériau intermédiaire, ces exposants sont plus faibles. Ce phénomène peut s'expliquer par l'écriture en contraintes totales qui traduit le fait que, plus la teneur en argile est importante, plus la pression interstitielle doit augmenter. L'effet de degré de saturation est également invoqué (section 4.6.2).

Ainsi, on constate sur la Figure 4.22b que l'échantillon B6 - 7cm (Kaolinite 35% + Sable 65%) présente une vitesse de l'onde de cisaillement plus importante que celle dans les échantillons B31 (Kaolinite 12% + Sable 88%). On note que la vitesse de l'onde de compression dans cet échantillon reste proche de celle dans l'échantillon de B6 - 10 cm.



(a) Ondes de compression

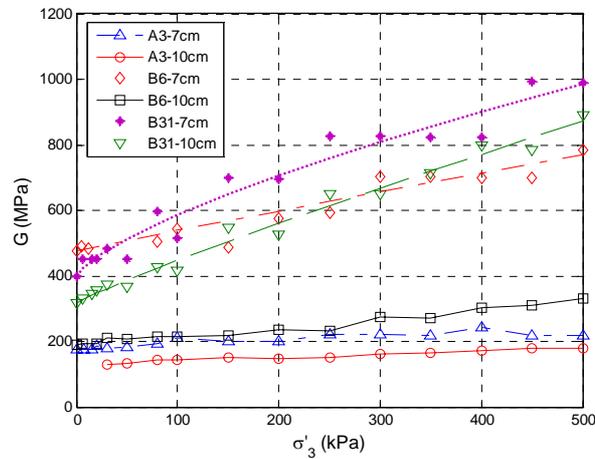


(b) Ondes de cisaillement

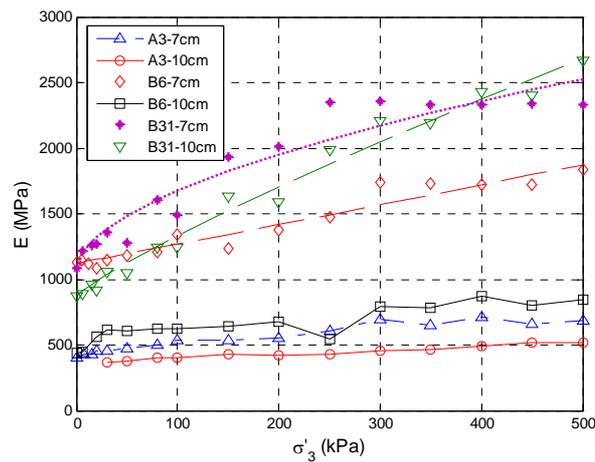
Figure 4.22. Evolution des vitesses des ondes de compression et de cisaillement pour différentes contraintes isotropes.

#### 4.4.6 - Evolution du module de cisaillement et du module d'Young

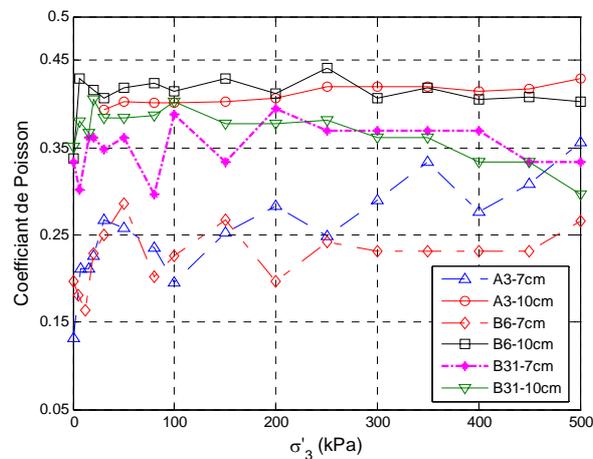
La Figure 4.23 montre l'évolution du module de cisaillement et du module d'Young ainsi que la variation du coefficient de Poisson en fonction de la contrainte de confinement.



(a) Module de cisaillement



(b) Module de Young



(c) Coefficient de Poisson

Figure 4.23. Propriétés élastiques des échantillons.

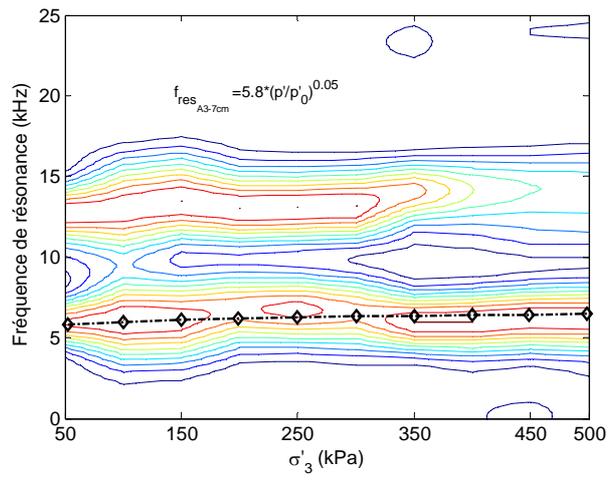
Comme nous l'avons vu sur l'évolution de la vitesse de propagation des ondes de compression et de cisaillement dans les échantillons intermédiaires, on constate sur la Figure 4.23 qu'avec l'augmentation de la teneur en sable les modules d'Young et de cisaillement augmentent.

La Figure 4.23c montre l'évolution du coefficient de Poisson dans les échantillons intermédiaires. Le degré de saturation joue un rôle important sur les valeurs du coefficient de Poisson, car plus le degré de saturation est important, plus le coefficient de Poisson tend vers une valeur de 0,5 caractéristique des sols en condition non drainée.

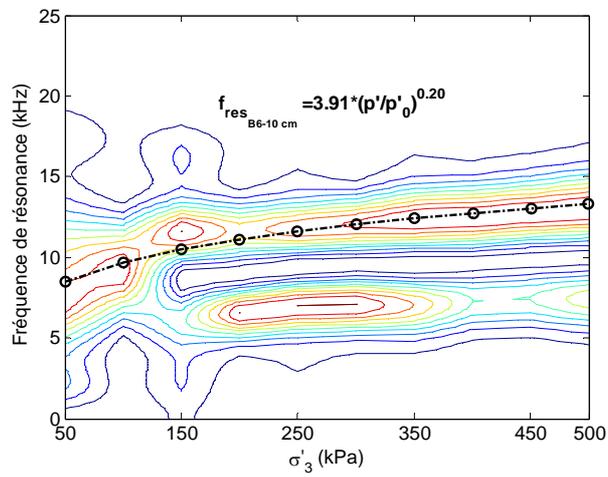
#### **4.4.7 - Evolution des fréquences de résonance**

Les Figures 4.24a, b et c montrent l'évolution de la fréquence de résonance des ondes de compression en fonction de la contrainte de confinement pour les échantillons A3, B6 et B31. Ces figures montrent l'effet de la teneur en sable dans les échantillons : plus la proportion de sable dans l'échantillon augmente, plus l'exposant  $m$  (caractérisant la fréquence de résonance, Eq. 3-1) augmente, c'est-à-dire que le comportement des échantillons tend vers le comportement de l'échantillon de sable sec.

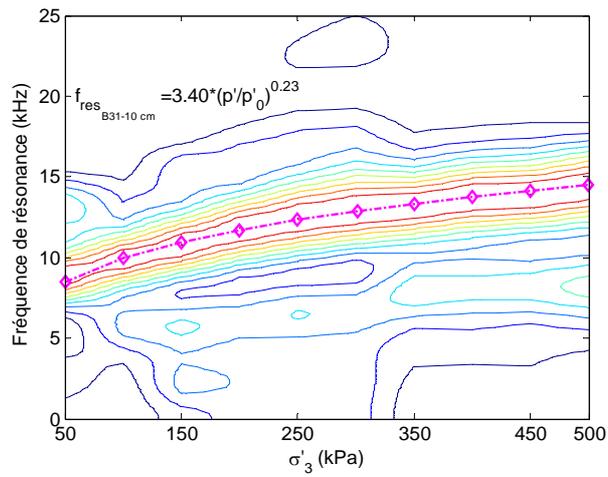
Les valeurs des exposants  $n_p$  et  $n_s$  (caractérisant les vitesses des ondes, Eq. 4-18 et 4-19) sont plus faibles que celles correspondant à la fréquence de résonance. Mais on rappelle que les « bender elements » sont plus adaptés aux sols mous. La pénétration des capteurs dans l'échantillon s'accompagne probablement d'une modification locale du matériau. Cet effet est particulièrement sensible pour les ondes de cisaillement (Figure 4.25b). Autrement dit, l'utilisation des « bender elements » n'est pas recommandée dans des échantillons rigides.



(a) A3

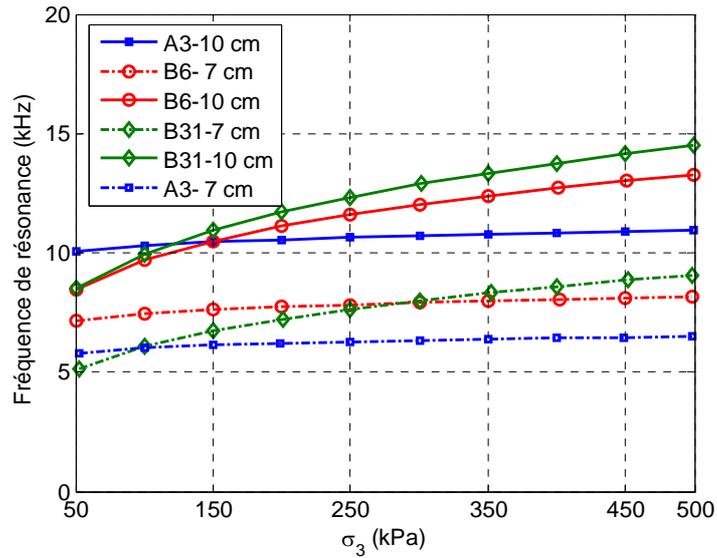


(b) B6

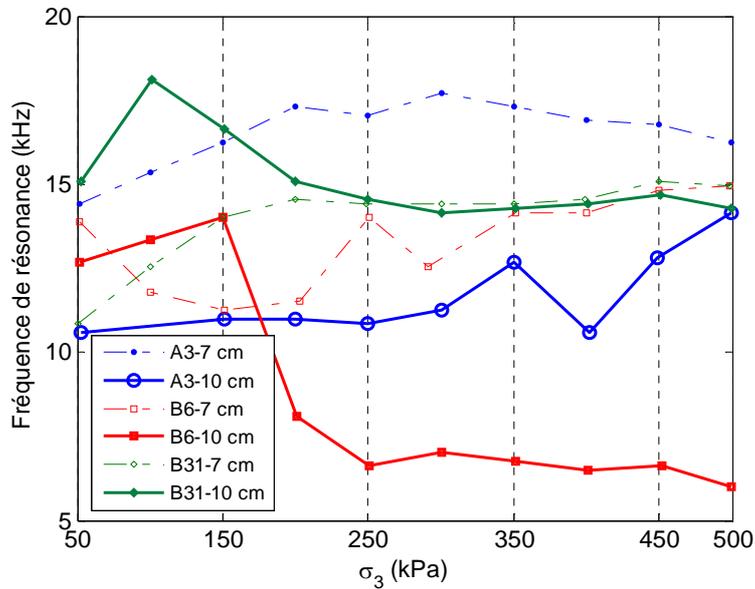


(c) B31

Figure 4.24. Evolution des fréquences de résonance en fonction de la pression dans différents échantillons.



Ondes de compression

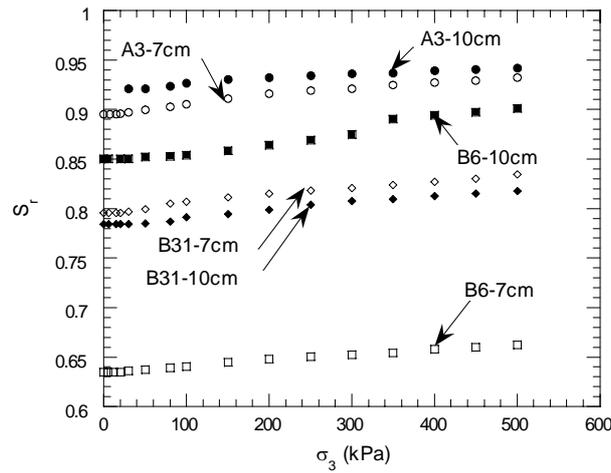


Ondes de cisaillement

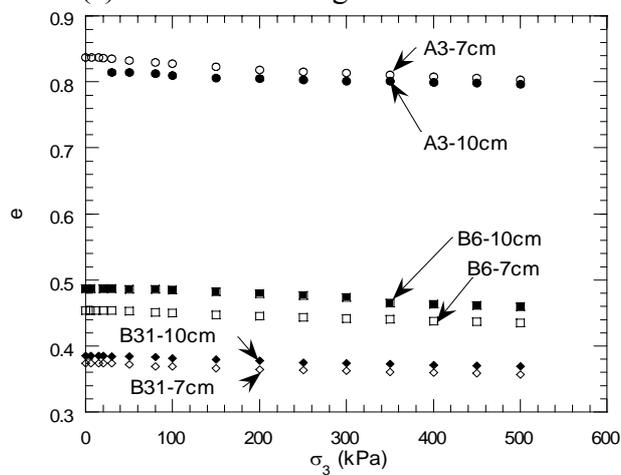
Figure 4.25. Evolution des fréquences de résonance en fonction de la contrainte de confinement dans différents échantillons.

#### 4.4.8 - Effet du degré de saturation

Les Figures 4.26a et b montrent l'évolution du degré de saturation pendant la durée de l'essai de compression isotrope. Plus le degré de saturation est important, plus la vitesse de l'onde de cisaillement est faible. Par contre, l'évolution de la vitesse d'onde de compression est indépendante du degré de saturation.



(a). Variation du degré de saturation



(b) Variation de l'indice des vides

Figure 4.26. Variations de l'indice de vide et du degré de saturation pour différentes valeurs de la contrainte de confinement isotrope.

Wu et al. [1984], par le biais d'essais à la colonne résonante, ont montré que le module de cisaillement d'un matériau silteux nommé « Glacier Way Silt », partiellement saturé, varie en fonction du degré de saturation (Figure 4.27). Ils ont également montré que l'augmentation du module de cisaillement est très marquée pour les pressions de confinement faibles et des degrés de saturation compris entre 10% et 30%. Le travail de Wu et al. [1984] présente une valeur identique du module de cisaillement pour le cas sec et le cas parfaitement saturé et une faible évolution du module de cisaillement quelle que soit la pression de confinement dans la gamme des degrés de saturation compris entre 70 % et 100 %, ce qui est notre cas. C'est ce que l'on observe par exemple sur les échantillons B6-7 cm ( $S_r = 65 \%$ ) et B6-10 cm ( $S_r = 88 \%$ ) (Figure 4.26a).

Wu et al. [1984] ont montré que la pression capillaire maximale varie avec la taille des particules constituant les matériaux. Plus les grains sont petits, plus l'effet du degré de saturation est marqué.

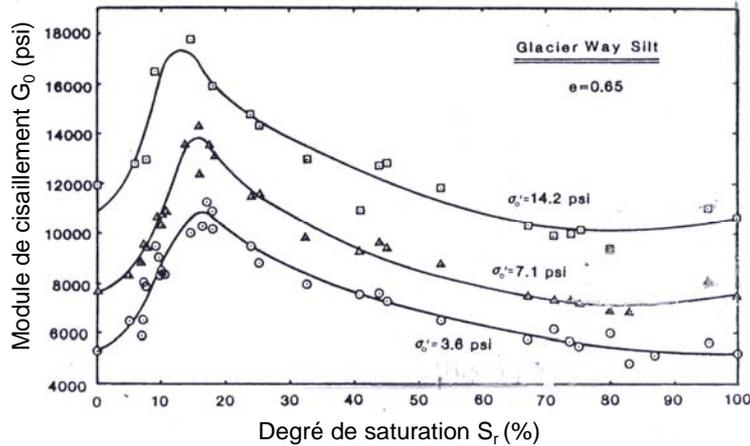


Figure 4.27. Evolution du module de cisaillement en fonction du degré de saturation (d'après [Wu et al., 1984]).

#### 4.4.9 - Commentaires

Les données caractéristiques présentées dans le Tableau 4.4 montrent qu'avec l'augmentation de la teneur en sable dans les échantillons, l'indice des vides diminue. Nous avons montré dans le chapitre précédent qu'avec la diminution de l'indice des vides de l'échantillon, la vitesse de propagation des ondes augmente. Les vitesses des ondes de cisaillement varient avec la variation de l'indice des vides sauf l'échantillon B6-7cm qui donne des valeurs plus élevées de la vitesse de l'onde de cisaillement. La valeur du degré de saturation de l'échantillon B6-7cm est 65%. Par rapport à la prédiction de Wu et al. [1984], c'est l'effet de la pression capillaire qui affecte la vitesse des ondes de cisaillement.

#### 4.4.10 - Essais de compression axiale

##### *Essais triaxiaux conventionnels*

Deux essais de compression axiale ont été réalisés. Les données initiales des échantillons sont reportées dans le tableau 4.6. Les résultats des essais triaxiaux conventionnels de cisaillement sous une contrainte de confinement constante de 50 kPa sont présentés sur la Figure 4.28. Les formes des courbes d'évolution du déviateur  $q$  (Figure 4.28a) et de la déformation volumique  $\varepsilon_v$  (Figure 4.28c) indiquent un comportement de type sable dense ou argile surconsolidée. Le comportement volumique est d'abord contractant, puis il devient dilatant. On observe que le passage de la contractance à la dilatance se produit pour des déformations axiales de l'ordre de quelques pourcents, et que le déviateur maximal pour l'échantillon B6 est atteint pour 10 % environ.

Tableau 4.6. Caractéristiques principales des échantillons.

Référence de l'essai		Echantillon		Teneur en eau initiale $w_i$ (%)	Teneur en eau finale $w_f$ (%)	Degré de saturation initial $S_r$ (%)	Densité sèche $\rho_d$ ( $\text{g/cm}^3$ )	Indice des vides $e_0$
		$\phi_{\text{moy}}$ (mm)	$H_{\text{moy}}$ (mm)					
B6	Cisaillement	9,56	7,38	16,31	16,41	82	1,73	0,527
B31	Cisaillement	9,50	9,68	11,39	13,04	82	1,94	0,366

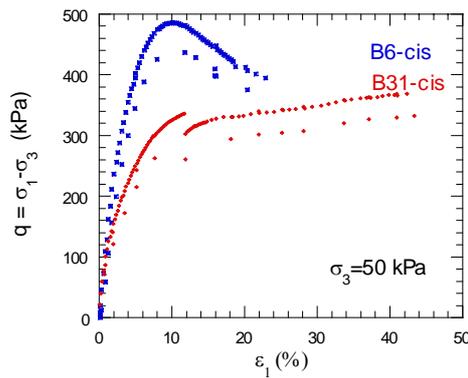
Sur la Figure 4.28a, on voit que pour les deux échantillons B6 et B31, certains points ne semblent pas suivre l'évolution normale du déviateur. Ces points correspondent à la valeur du déviateur quand on suspend le chargement axial (vitesse de déformation axiale nulle) pour propager l'onde de compression et de cisaillement dans l'échantillon. Dans ces matériaux, dès que l'on arrête le chargement axial, la contrainte axiale diminue (points « singuliers » sur les courbes).

Par ailleurs, la discontinuité de la courbe correspond à une longue période d'arrêt du chargement axial. Ce phénomène peut être lié au comportement viscoplastique du matériau argileux constitutif de l'échantillon.

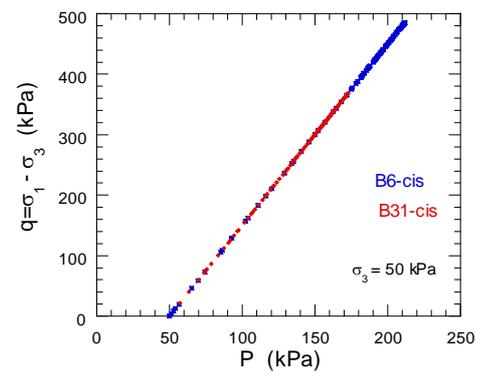
La Figure 4.28b montre les résultats des essais exprimés dans le plan (p, q), p étant la contrainte moyenne et q le déviateur. En utilisant les données de la Figure 4.28c, on peut calculer le coefficient de Poisson  $\nu$  par la relation suivante :

$$\nu = \frac{1}{2} \left( 1 - \frac{d\varepsilon_v}{d\varepsilon_1} \right) \quad d\varepsilon_1 > 0 \text{ et } d\varepsilon_v > 0$$

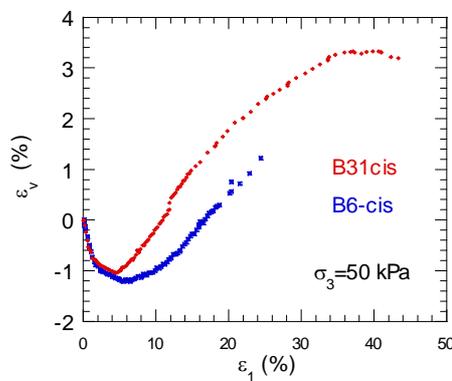
La valeur du coefficient de Poisson est de 0,17 pour les deux matériaux.



(a) Déviateur.



(b) Plan (p,q).



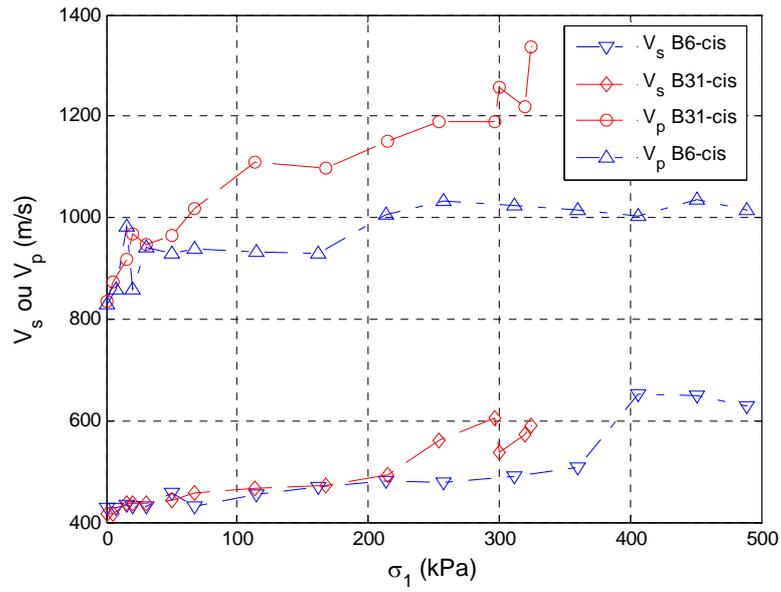
(c) Déformation volumique

Figure 4.28. Essais triaxiaux (cisaillement) sur les mélanges de sable et de kaolinite.

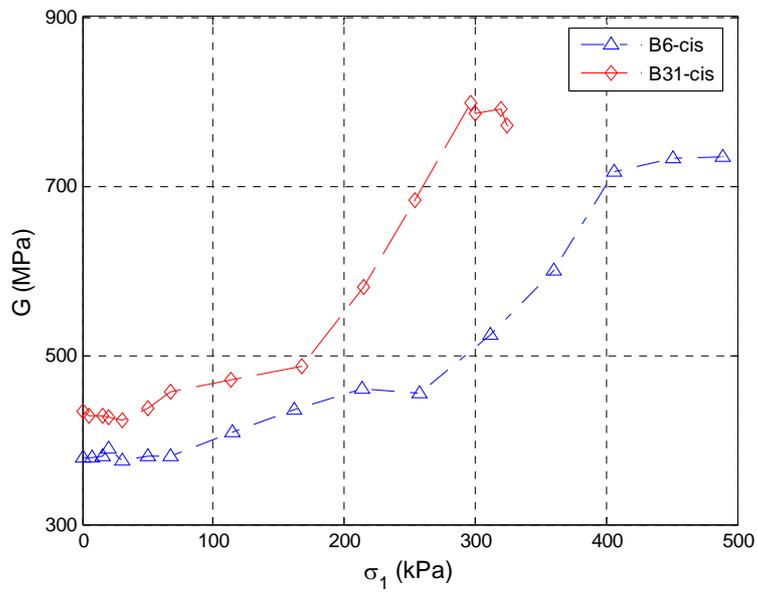
### *Essais de compression axiale avec mesure de propagation d'ondes*

La Figure 4.29 représente les résultats de propagation des ondes de cisaillement et de compression dans les deux échantillons de mélanges de sable et de kaolinite sous cisaillement présentés dans la section précédente. La Figure 4.29a montre une augmentation des vitesses des ondes de cisaillement et de compression avec l'augmentation de la contrainte axiale.

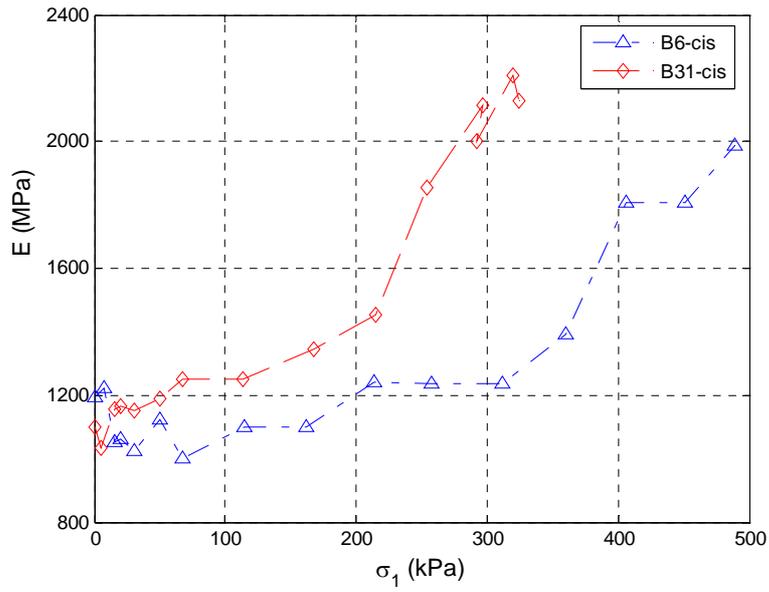
Les Figures 4.29b et c présentent respectivement l'évolution des modules de cisaillement et des modules d'Young en fonction de la contrainte axiale pour les échantillons B6 et B31. Nous constatons un changement de pente dans l'évolution des modules en fonction de la contrainte axiale appliquée. La pente s'accélère brutalement au voisinage de l'état caractéristique (passage du domaine contractant au domaine dilatant), obtenu pour une déformation axiale de l'ordre de 4 % pour l'échantillon B31 et 6% pour l'échantillon B6. La dilatance traduit une augmentation du volume des échantillons. Par ailleurs, l'augmentation du volume des échantillons avec une teneur en eau constante s'accompagne d'une diminution du degré de saturation des échantillons. Comme dans les résultats de Wu et al. [1984], cette diminution du degré de saturation se traduit par une augmentation du module de cisaillement.



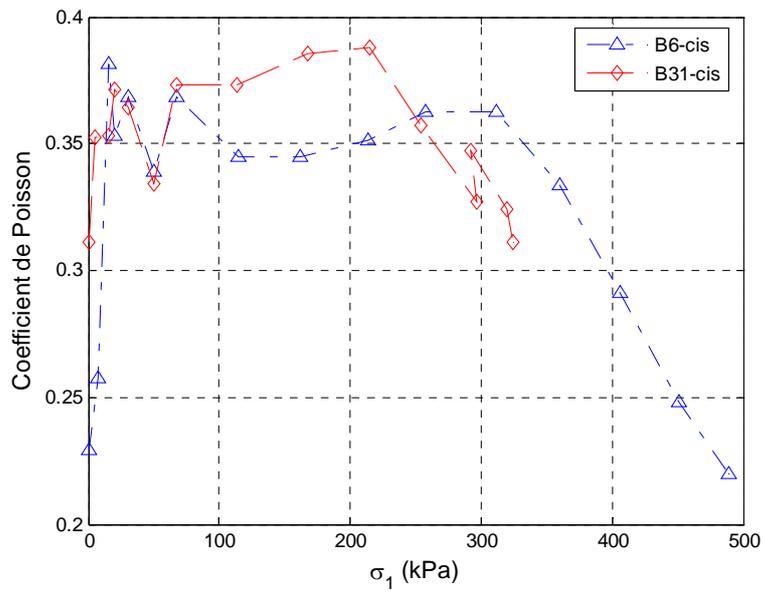
(a) Vitesses des ondes.



(b) Module de cisaillement.



(c) Module d'Young.



(d) Coefficient de Poisson.

Figure 4.29. Essais triaxiaux avec propagation d'onde dans les échantillons de matériaux intermédiaires.

## 4.5 - Conclusions

Dans ce chapitre, nous tentons d'évaluer les performances des « bender-extend elements » dans des sols saturés ou partiellement saturés.

Les résultats expérimentaux en termes de vitesse de propagation, dans le cas du sable de Toyoura, sont confrontés aux travaux théoriques de Biot. Cette théorie met en avant l'effet important du degré de saturation sur les vitesses de l'onde de compression dite rapide, en particulier dans la gamme des degrés de saturation compris entre 95 et 100 %. La présence de l'eau modifie également la réponse vibratoire du capteur récepteur, beaucoup plus vite amortie.

Le couplage des parties fluide et solide du matériau testé présente cependant un inconvénient certain pour la technique des « bender-extend elements ». Si la propagation des ondes de cisaillement, l'interprétation des signaux reçus et l'identification de la vitesse des ondes de cisaillement sont peu affectées par la présence d'une phase liquide, les signaux relatifs à la propagation des ondes de compression sont quant à eux, peu exploitables pour l'identification du module d'Young du squelette granulaire. La méthode temporelle n'est plus applicable, la méthode fréquentielle ne l'est pas plus.

Pour les milieux partiellement saturés, ici des mélanges de sable de Missillac et de kaolinite Speswhite, les signaux se prêtent mieux à l'interprétation par la méthode temporelle. Il est ainsi possible d'identifier les paramètres de la loi de Hooke dont l'évolution dépend du degré de saturation et de la façon dont les échantillons ont été préparés ou sont sollicités. Plus la quantité de sable est importante, plus l'évolution des vitesses de propagation et des fréquences de résonance tend vers les observations faites précédemment sur les billes de verre ou le sable de Toyoura.

Nos résultats expérimentaux pour les matériaux partiellement saturés montrent que plus le degré de saturation est faible, jusqu'à une certaine limite, plus le module de cisaillement et la vitesse des ondes de cisaillement sont importants.

## CONCLUSIONS, RECOMMANDATIONS ET PERSPECTIVES

Au cours de ce travail de thèse, nous avons présenté la technique des « bender-extend elements ». Nous avons fait une analyse critique des méthodes d'interprétation, comprenant la méthode traditionnelle (méthode temporelle), la méthode basée sur la corrélation croisée et la méthode fréquentielle, ces deux dernières étant mathématiquement liées. Un certain nombre de phénomènes (champ proche, effet de la géométrie des échantillons, dispersion, forme des signaux reçus par le capteur récepteur,...) fait que chacune de ces méthodes requiert un œil expert de la part de l'expérimentateur.

La première étape de ce travail a été d'éprouver notre dispositif expérimental et notre expérience de la technique des « bender-extend elements » en participant à un test international comparatif. Les résultats obtenus à partir de la méthode d'interprétation temporelle sont assez proches des valeurs moyennes obtenues par les différents laboratoires participant à ce test. Cependant, la grande dispersion expérimentale observée au cours de ce test comparatif peut être vue comme un frein à l'utilisation de la technique « bender elements ».

Cette dispersion est liée, d'une part aux différences technologiques (les capteurs ne sont pas normalisés) et, d'autre part, à la subjectivité des méthodes d'interprétation (mesure du temps de vol dans la méthode temporelle, gamme de fréquences à utiliser dans la méthode fréquentielle, distorsion des signaux reçus dans la corrélation croisée).

Quelques recommandations peuvent être apportées :

- pour la méthode temporelle, réaliser des essais à différents fréquences pour parfaitement localiser l'effet de champ proche. Le temps de vol à considérer est le premier zéro (A-F), dans le cas des fréquences émis élevées et la première inversion (A-E), quand l'effet de champ proche existe ;
- pour la méthode fréquentielle, adopter une approche statistique pour distinguer la partie cohérente de la partie incohérente des signaux ;
- garder un rapport hauteur de capteur « bender elements » sur le diamètre moyen des particules suffisamment grand et un rapport hauteur de l'échantillon sur le diamètre moyen des particules adapté pour limiter l'effet de guide d'ondes et avoir une mesure pertinente du temps de propagation.

En mettant en oeuvre ces méthodes d'interprétation lors d'essais dans différents matériaux (billes de verre saines et dégradées, billes de plomb, sables), nous avons montré que :

- les vitesses de propagation des ondes P et S dépendent de l'état de surface des particules ;
- les vitesses de propagation des ondes P et S suivent une loi en puissance de la contrainte moyenne effective ;
- l'exposant caractérisant cette loi en puissance pour les vitesses est compris entre 0,17 (valeurs théorique prédite par la loi de Hertz) et 0,30 environ ;
- la dépendance de ces vitesses vis-à-vis de la taille des particules.

La méthode fréquentielle a également permis de montrer que le signal reçu caractérise un mouvement vibratoire avec résonance. L'évolution des fréquences de résonance suit aussi une

loi en puissance de la contrainte moyenne, avec un exposant assez proche de celui obtenu sur les vitesses.

Trois approches ont été développées pour tenter de comprendre l'origine de ce comportement résonant. La première approche, globale, considère l'échantillon comme un milieu continu cylindrique mis en vibration par la sollicitation dynamique imposée par le capteur émetteur. Dans la deuxième approche, la propagation de l'onde est supportée par une chaîne de particules en contact, la loi de contact étant de type hertzien. Enfin, la troisième approche se focalise sur le comportement vibratoire local du capteur récepteur. Chacune de ces approches permet d'expliquer l'effet de la contrainte de confinement. Elles diffèrent cependant sur un point : l'approche locale, contrairement aux deux premières, ne dépend pas de la taille des échantillons.

En comparant les spectres d'amplitude de trois échantillons de hauteur différente, nous avons montré que le spectre est pratiquement identique. La fréquence de résonance ne dépend donc pas de la hauteur des échantillons. Il faut donc privilégier l'approche locale pour mieux comprendre le contenu du signal reçu.

Cela n'est pas sans conséquence sur la validité de la méthode d'interprétation fréquentielle puisque le calcul des vitesses de phase et de groupe perd tout sens physique. Finalement, il convient de recommander la méthode d'interprétation temporelle.

Il faut aussi comprendre que les « bender-extend elements » représentent une évolution intéressante des traditionnels « bender elements » puisque deux types d'ondes peuvent se propager : des ondes de compression et des ondes de cisaillement. L'intérêt est certain pour identifier les propriétés élastiques des milieux granulaires secs. Sachant que la présence d'un liquide affecte la propagation des ondes de compression, nous avons cherché à savoir si on pouvait interpréter le signal relatif aux ondes P dans les milieux saturés ou partiellement saturés. Il s'avère que le couplage des phases solide et fluide empêche de mettre en œuvre la méthode fréquentielle à des fins d'identification des propriétés de compressibilité volumique du squelette granulaire.

Pour les milieux partiellement saturés (mélange sable - argile), avec un degré de saturation inférieur à 90 %, les signaux se prêtent bien à l'interprétation par la méthode temporelle. Il est ainsi possible d'identifier les paramètres de la loi de Hooke. Nous avons montré que, plus la quantité de sable est importante, plus l'évolution des vitesses de propagation et des fréquences de résonance tend vers les observations faites précédemment sur les billes de verre ou les sables de Toyoura ou d'Hostun. Nous avons présenté enfin l'effet du degré de saturation sur la vitesse des ondes de cisaillement et sur la valeur du coefficient de Poisson.

## **PERSPECTIVES**

Une perspective à court terme est de valider l'effet de la taille des capteurs au regard de la hauteur de l'échantillon et/ou de la taille des particules. L'autre perspective à court terme est de caractériser la réponse propre des capteurs par vibrométrie laser par exemple.

Par ailleurs, le montage électronique des capteurs piézoélectriques est dans son principe relativement simple, la principale difficulté provenant de l'étanchéité vis à vis de l'eau. Nous pensons donc développer notre propre système de capteurs pour caractériser plus complètement la matrice de rigidité (prise en compte de l'anisotropie) et d'y associer une mesure locale des déformations.

Nous avons commencé à étudier le comportement des matériaux saturés et partiellement saturés par la technique « bender-extend elements ». Malgré un inconvénient certain pour la technique « bender-extend elements », il peut être intéressant de continuer cette étude pour d'autres degrés de saturation compris entre 0 et 100 % pour suivre l'évolution du module de cisaillement. En effet, les données sont relativement rares dans la littérature.

## REFERENCES BIBLIOGRAPHIQUES

- Allen, F.A., Richart Jr, F.E. & Woods, R.D. (1980). « Fluid wave propagation in saturated and nearly saturated sands », *Journal of Geotechnical Engineering Div., ASCE*, Vol. 106, GT3, p. 235-54.
- Allisson, R. J. (1978). « Non destructive determination of young's modulus and its relationship with compressive strength, porosity and density », Jones, M. E. & Preston, R. M. F. (eds.), *Deformation of sediments and sedimentary rocks*, Geological Society Special publication, n°29, p.63-69.
- Allisson, R. J. (1988). « A non destructive method of determination rock strength», *Earth Surface Processes and Landforms*, Vol. 113, John Wiley & Sons (eds.), p. 1-8.
- Anfosso, J. (2003). « Propagation acoustique dans des milieux granulaires de billes de verre et d'acier », Thèse de doctorat, Université Paris 7.
- Anfosso, J., Gibiat, V. (2004). « Elastic wave propagation in a three dimensional periodic medium », *Europhysics Letters*, Vol. 67, n° 3, p.376-382.
- Arroyo, M. (2001). «Pulse tests in soil samples», Thèse de doctorat, Université de Bristol.
- Arulnathan, R., Boulanger, R.W. & Riemer, M. F. (1998). «Analysis of Bender Element Test», *Geotechnical Testing Journal*, Vol. 21, n° 2, p.120-131.
- Atkinson, J. H. (2000). « Non-linear soil stiffness in routine design », *Géotechnique*, Vol. 50, n° 5, p. 487-508.
- Audisio, A., Bonani, S. & Foti, S. (1999). « Advances in spectral analysis for sasw test », In: *Pre-failure Deformation of Geomaterials*, Jamiolkowski, Lancellotta & Lo Presti (eds). p. 395-402.
- Bardet, J. P., & Sayed, H. (1993). « Velocity and Attenuation of Compression Waves in Nearly Saturated Soils », *Soil Dynamics and Earthquake Engineering*, Vol. 12, n° 7, p. 391 - 402.
- Bellotti, R., Jamiolkowski, M., Lo Presti, D.C.F. & O'Neill, D.A. (1996). «Anisotropy of small strain stiffness in Ticino sand », *Geotechnique*, Vol. 46, n°1, p. 115-131.
- Berthelot, J. M., Ben Souda, M., Robert, J. L. (1992). « Etude de l'atténuation des ondes dans la béton », *Bulletin de Liaison des Laboratoires des Ponts et Chaussées*, Vol. 177, p. 61-71.
- Biot, M. A. (1956a). « Theory of propagation of elastic waves in a fluid saturated porous solid, I. lowfrequency range ». *J. Acoust. Soc. Amer.*, Vol. 28, n° 4, p. 168-178.
- Biot, M. A. (1956b). « Theory of propagation of elastic waves in a fluid saturated porous solid, II. Higher frequency range ». *J. Acoust. Soc. Amer.*, Vol. 28, n° 4, p. 179-191.
- Blewett, J., Blewett, I. J. & Woodward, P. K. (1999). « Measurement of shear-wave Velocity using phase-sensitive detection techniques », *Canadian Geotechnical Journal*, Vol. 36, n 5, p. 934-939.
- Blewett J., Blewett I. J. & Woodward P. K. (2000). «Phase and amplitude responses associated with the measurement of shear-wave velocity in sand by bender elements», *Canadian Geotechnical Journal*, Vol. 37, p. 1348-1357.

- Boulanger, R. W., Arulnathan, R., Harder, L. F., Torres, R. & Driller, M. (1998). «Dynamic Properties of Sherman Island Peat», *Journal of Geotechnical and Geoenvironmental Engineering*, ASCE, Vol. 124, n°1, p. 12-23.
- Brignoli, E.G.M., Gotti, M. & Stokoe, K. H. (1996). « Measurement of shear waves in laboratory specimens by means of piezoelectric transducers », *Geotechnical Testing Journal*, Vol.19, n° 4, p. 384-397.
- Brocaneli, D. & Rinaldi, V. (1998). « Measurement of low strain material damping and wave velocity with bender elements in the frequency domain », *Canadian Geotechnical Journal*, Vol. 35, n° 6, p. 1032-1040.
- Burland, J. B. (1989). «Ninth Laurits Bjerrum Memorial Lecture : 'Small is beautiful'- the stiffness of soils at small strains», *Canadian Geotechnical Journal*, Vol. 26, n° 4, p. 499-516.
- Cascante, G. (1995). « Low strain measurements with mechanical in geomaterials-implications in geotomography », Thèse de doctorat, Université de Waterloo, Ontario.
- Cascante, G., Santamarina J. C. & Yassir N. (1998). « Flexural excitation in a standard torsional-resonant column device », *Canadian Geotechnical Journal*, Vol. 35, n° 2, p. 478-490.
- Chang, C. S., J. Gao, (1997). « Wave propagation in granular rod using High-Gradient theory », *Journal of Engineering Mechanics*, Vol. 52, p. 52-59.
- Connolly, T. M. & Kuwano, K. (1999). « The measurement of Gmax in a resonant column, bender element, torsional shear apparatus », *Pre-failure Deformation Characteristics of Geomaterials*, Jamiolkowski, Lancellotta & Lo Presti (eds), p. 73-80.
- Coste, C. (1998). « Dynamique des contacts dans les Milieux Granulaires », Thèse d'habilitation à diriger des recherches, Université Claude Bernard Lyon 1, Lyon.
- Coste, C. (2001). « Propagation d'ondes dans un milieu granulaire modèle », in *Mécanique des Milieux Granulaires*, under the direction of J. Lanier, Hermès Sciences, p. 185-212.
- Coste C., 2005. Communication personnelle.
- Coste C., Gilles, B. (1999). « On the validation of Hertz contact law for granular », *The European Physical Journal B* 7, p. 155-168.
- Dano, C. (2001), « Comportement mécanique des sols injectés », Thèse de doctorat, Ecole Centrale Nantes.
- De Gennes, P.-G. (1996). « Static compression of a granular medium: the “soft shell” model », *Europhysical Letter*, Vol. 35, n° 2, p. 145-149.
- Di Benedetto, H., Tatsuoka, F., Lo Presti, D., Sauzeat, C. & Geoffroy H. (2003). « Time effects on the behaviour of geomaterials », *Proc. of the 3<sup>ed</sup> Int. Symp. On Deformation characteristic of Geomaterials*, Di Benedetto, H., et al. (eds.), Vol. 2.
- Duffy, J., & Mindlin, R.D. (1957). « Stress-strain relation and vibrations of a granular medium», *Journal of Applied Mechanics*, Vol. 24, p. 585-593.

- Dyvik, R. & Madshus, C. (1985). « Lab Measurements of  $G_{max}$  Using Bender Elements », *Proceedings, Advances in the Art of Testing Soils Under Cyclic Condition*, Geotechnical Engineering Division, ASCE, New York, p. 186-196.
- Emam, S., Canou, J., Corfdir, A., Dupla, J. C., Roux, J. N. (2006). « Elaboration et comportement mécanique de matériaux granulaires solides modèles: expérience et simulation numériques », Rapport du LCPC.
- Falcon, F. (1997). « Comportements dynamiques associés au contact de Hertz : processus collectifs de collision et propagation d'ondes solitaires dans les milieux granulaires » Thèse de Doctorat, Université Claude Bernard - Lyon I, Lyon.
- Fam, M. & Santamarina, J. C. (1997). « A study of consolidation using mechanical and electromagnetic waves », *Géotechnique*, Vol. 47, p. 203-219.
- Flavigny, E., Desrues, J., & Palayer B. (1990). « Note Technique, le sable d'Hostun "RF" », *Revue Française de géotechnique*, n° 53, p. 67-70.
- Foti, S. (2000), « Multistation methods for geotechnical characterization using surface waves », Thèse de doctorat, Université de Torino.
- Gilles, B. (2001). « Acoustique des milieux granulaires : propriétés du contact entre grains et effets du désordre », Thèse de doctorat, Ecole Normale Supérieure de Lyon.
- Goddard, J.D. (1990). « Nonlinear elasticity and pressure-dependent wave speed in granular media », *Proceedings of the Royal Society*, London, A430, p. 105-131.
- Goto, S., Tatsuoka, F., Shibuya, S, Kim, Y. S. & Sato, T. (1991). « A simple gauge for local small strain measurement in the laboratory », *Soil and Foundation*, Vol. 31, p. 169-180.
- Greening, P. D., Nash, D. F. T., Benahmed, N., Ferreira, C. & Viana da Fonseca, A. (2003). « Comparison of shear wave velocity measurements in different materials using time and frequency domain techniques », *Deformation Characteristics of Geomaterials*, Di Benedetto et al. (eds), p. 381-386.
- Greening, P.D., and Nash, D. F. T. (2004)., « Frequency domain determination of  $G_0$  using bender elements », *Geotechnical Testing Journal*, Vol. 27, n°3, p. 288-294.
- Hardin, B. O. & Richart, F. E. (1963), « Elastic wave velocities in granular soils », *Journal of the Geotechnical Engineering Division*, ASCE, Vol. 89, n°1, p. 33-65.
- Hertz, H. (1882) « Über die Berührung fester elastischer Körper », *J. reine und angewandte Mathematik*, 92, p. 156-171.
- Hoque, E., Tatsuoka, F. & Sato T. (1996 ). « Measuring in the anisotropic properties of sand using a large triaxial specimen », *Geotechnical Testing Journal*, Vol. 19, n°4, p. 411-420.
- Ishihara, K. (1967). « Propagation of compressional waves in a saturated soil », In *Proceedings of the International Symposium on Wave Propagation and Dynamic Properties of Earth Materials*. Albuquerque, N.M., p. 451-67.
- Ishihara, K. (1970). « Approximate forms of wave equations for saturated porous materials and related

- dynamic modulus», *J. Soils Foundations, Japan*, Vol. 10, n°4.
- Ismail, M. A. & Hourani, Y. (2003). « An innovative facility to measure shear wave velocity in centrifuge and 1-g models », *Deformation Characteristics of Geomaterials*, Di Benedetto et al. (eds), p. 21-29.
- Jia, X., Caroli, C., and Velicky, B. (1999), « Ultrasound propagation in externally stressed granular media », *Phys. Rev. Lett.*, Vol. 82, n° 9, p. 1863-1866.
- Jia, X., & Mills, P. (2001). « Sound propagation in dense granular materials », In (Kishino 2001), p. 105-112.
- Johnson, K.L. (1985). « Contact Mechanics », Université de Cambridge Press, Cambridge.
- Jovičić V., Coop, M. R., and Simic, M. (1996). « Objective criteria for determining  $G_{max}$  from bender element tests », *Geotechnique*, Vol. 46, n°2, p. 357-362.
- Jovičić, V. Coop, M.R., (1998). « The Measurement of Stiffness Anisotropy in Clays with Bender Element Tests in the Triaxial Apparatus », *Geotechnical Testing Journal*, GTJODJ, Vol. 21, n°1, p. 3-10.
- Kawaguchi, T., Mitachi, T. & Shibuya, S. (2001). «Evaluation of shear wave travel time in laboratory by bender element test », *Proc 15<sup>th</sup> Int Conf. Soil Mech. Found. Engine*, Istanbul, Vol. 1, p. 155-158.
- Krautkramer, J. & Krautkramer, H. (1990), « Ultrasonic testing of materials », 4<sup>th</sup> ed., Springer-Verlag.
- Kuwano, R., Connolly, T.M., & Kuwano, J. (1999). « Shear stiffness anisotropy measured by multi-directional bender element transducers », *Proceedings of the International Symposium on Pre-failure deformation characteristics of geomaterials*, Torino, Balkema, p. 205-212.
- Landon, M. M, (2004). « Field quantification of sample disturbance of a marine clay using bender elements », Thèse de Master of Sciences, Université du Massachussets.
- Landon, M. M. & De Groot, D. J. (2006). « Measurement of Small Strain Shear Modulus Anisotropy on Unconfined Clay Samples Using Bender Elements », *Proc. of GeoCongress Geotechnical Engineering in the Information Technology Age*, DeGroot et al. (eds.), ASCE, CDROM.
- Lee, J. S., & Santamarina, J. C. (2005). « Bender elements: Performance and signal interpretation. », *Journal of Geotechnical and Geoenvironmental Engineering*, Vol. 131, n° 9, p. 1063-1070.
- Levacher, D., Garnier, J. & Chambon, P. (1994). « Reconstitution d'éprouvette de sable – Appareils de pluviation », *Revue Française de Géotechnique*, n° 68, p.49-56.
- Lin, S-Y., Luo, H-S., & Juang, H. (2000). « Shear modulus and damping ration characteristics of gravely deposits », *Canadian Geotechnical Journal*, Vol. 37, p. 638-651.
- Lings, M.L. and Greening, P.D. (2001), «A novel bender/extender element for soil testing », *Geotechnique*, Vol. 51, n° 8, p. 713-717.
- Lo Presti, D.C.F., Pallara, O., Jamiolkowski, M. & Cavallaro, A. (1999). « Anisotropy of small strain stiffness of undisturbed and reconstituted clays », *Proceedings of the International Symposium on Pre-failure deformation characteristics of geomaterials*, Torino, Balkema, p. 3-9.

- Mancuso C., Simonelli A. L. and Vinale F. (1989). « Numerical analysis of in situ S-wave measurement », *Proc. of the 12<sup>th</sup> ISSMFE*, Rio de Janeiro, Vol. 3, p. 277-280.
- Meirovitch, L. (1967). « *Analytical methods in vibrations* », Macmillan New York.
- Mohsin, A. K. M. & Airey, D. W. (2003). « Automating  $G_{\max}$  measurement in triaxial tests », *Deformation Characteristics of Geomaterials*, Di Benedetto et al. (eds), p. 73-80.
- Nash, D. F. D. & Ling, M. L., Pennington, D. S. (1999), « The dependence of anisotropic  $G_0$  shear moduli on void ratio and stress state for reconstituted Gault clay », *Pre-failure Deformation Characteristics of Geomaterials*, Jamiolkowski, Lancellotta & Lo Presti (eds), p. 229-238.
- Pecker A. (2006). « Dynamique des structures et des ouvrages ». Ecole Nationale des Ponts et Chaussées.
- Pennington, D. S., Nash, D. F. T. & Lings, M. L. (1997). « Anisotropy of shear stiffness in Gault clay », *Géotechnique*, Vol. 47, n° 3, p. 391-398.
- Pennington, D. S. (1999). « The anisotropic small strain stiffness of Cambridge Gault clay », Thèse de doctorat, Université de Bristol.
- Pennington, D. S., Nash, D. F. T. & Lings, M. L. (2001). « Horizontally mounted bender elements for measuring anisotropic shear moduli in triaxial clay specimens », *Geotechnical Testing Journal*, Vol. 24, n° 2, p. 133-144.
- Pham Van Bang, D. (2004 ). « Comportement instantané et différé des sable des petit aux moyennes déformations : expérimental et modélisation », Thèse de doctorat, INSA de Lyon.
- Pilbeam, C.C., & Vaisnys, J.R. (1973). « Acoustic velocities and energy losses in granular aggregates », *Journal of Geophysical Research*, Vol. 78, n° 5, p. 810-824.
- Poulos, H. G., & avis, E. H. (1974). « Elastic solutions for soil and rock mechanics », Wiley (eds.), New York.
- Richart, F. E., Hall, J. R. & Woods, R. D. (1970). « Vibrations of soils and foundations », Prentice Hall, Englewood Cliffs.
- Reimer, M.F., Gookin, W.B., Bray, J.D., & Wartman, J. (1998). « Using reflected shear waves to measure small strain dynamic properties », Proceedings of the 5th CALTRANS Seismic Research Workshop.
- Rio, J., Greening, P. & Media, L. (2003). « Influence of sample geometry on shear wave propagation using Bender Elements », *Deformation Characteristics of Geomaterials*, Di Benedetto et al. (eds), p. 963-967.
- Rio, J. (2006). « Advances in laboratory geophysics using Bender Elements », Thèse de doctorat, University College London.
- Roux., J.N. (2000). « Elasticité non-linéaire d'un matériau granulaire modèle » dans Colloque Physique et Mécanique Des Matériaux Granulaires, Colloque physique et mécanique des matériaux granulaires, Laboratoire Central des Ponts et Chaussées, Marne-la-Vallée, 5-7 Septembre 2000.

- Roux, J. N. (2004). « Elasticity, quasistatic deformation, and internal state of sphere packings », *17<sup>th</sup> ASCE Engineering Mechanics Conference*, University of Delaware, Newark, DE. CD-ROM.
- Sanchez-Salineró, I., Roesset, J. M., & Stokoe, K. H. (1986). « Analytical studies of body wave propagation and attenuation », Report GR86-15, Civil Engineering Department, University of Texas.
- Santamarina, C. and Cascante, G. (1998) “Effect of surface roughness on wave propagation parameters”, *Geotechnique*, Vol. 48, No. 1, p. 129-136.
- Santamarina, J. C. & Klein, K. (2001). « Re-examination of fabric formation in high specific surface soils », Georgia Institute of Technology, Atlanta.
- Scholey, G. K., Frost, J. D, Lo Presti, D. C. F. & Jamiolkowski, M. (1995). « A review of instrumentation for measuring small strains during triaxial testing of soil specimens », *Geotechnical Testing Journal*, GTJODJ, Vol. 18, n° 2,, p. 137-156.
- Schultheiss, P. J. (1983). “The influence of packing structure on seismic wave velocities in sediments”, *Marine Geological Report* No. 83/1 University College of North Wales.
- Seed, H.B., & De Alba, P. (1986). « Use of SPT and CPT tests for evaluation of the liquefaction resistance of soils, *Use of In-Situ Tests in Geotechnical Engineering*, ASCE GSP 6, p. 281-302.
- Sharifipour, M., Dano, C. & Hicher, P-Y. (2004). « Waves velocity in assemblies of glass bead using bender-extender elements », *17<sup>th</sup> ASCE Engineering Mechanics Conference*, University of Delaware, Newark, DE. CD-ROM.
- Shirley, D. J. & Hampton, L. D. (1978). « Shear wave measurement in laboratory sediments », *Journal of Acoustics*, Vol. 63, n° 2, p. 607-613.
- Vardoulakis, I. & Beskos, D.E. (1986). « Dynamic behaviour of nearly saturated porous media », *Mechanics of Materials*, Vol. 5, p. 87-108.
- Tailliez, S. (1998). « Etude expérimentale du comportement mécanique des sols granulaires injectés » Thèse de doctorat, Ecole Centrale de Paris.
- Verruijt, A. (1969). « Elastic storage of aquifers», In *Flow Through Porous Media*, ed. R.J.M. De Weist. Academic Press, London, UK.
- Viggiani, G. & Atkinson, J. H. (1995). « Interpretation of bender element testes », *Géotechnique*, Vol. 45 n 1, p. 149-154.
- Waanders, J.W. (1991). « Piezoelectric Ceramics: Properties and Applications », Philips Components, Eindhoven.
- Warren, N. & Anderson, O.L. (1973), « Elastic properties of granular materials under uniaxial compaction cycles », *Journal of Geophysical Research*, Vol. 78, n° 29, p. 6911-6925.
- Wyllie, M. R. J., Gregory, A. R. & Gradner, L. W. (1956). « Elastic wave velocity in heterogeneous and porous media », *Geophysics*, Vol. 16, n° 1, p. 41-79.

Wu, S., Gray, D. H. & Richart, F. E. (1984). « Capillary effects on dynamic modulus of sands and silts», *Journal of Geotechnical Engineering., ASCE*, 110, n° 9, p. 1188-1203.

Zeng, X. W., & Ni, B. X. (1998). « Application of bender elements in measuring  $g(\max)$  of sand under  $k=0$  condition », *Geotechnical Testing Journal*. Vol. 21, n° 3, p. 251-263.

## LISTE DES FIGURES

Figure 1.1. Principe de la méthode cross-hole (document Me2i).	13
Figure 1.2. Association des bender elements et compression plates dans un cylindre creux [Di Benedetto et al., 2003].	14
Figure 1.3. Vue générale des dispositifs au laboratoire.	15
Figure 1.4. Dispositifs de pluviation.	16
Figure 1.5. Les bender-extend elements.	17
Figure 1.6. Montages électriques (a) en série et (b) en parallèle (d'après [Landon, 2004]).	17
Figure 1.7. Amplitudes des mouvements du « bender-extend element » émetteur dans l'air (d'après [Lings & Greening, 2001]).	18
Figure 1.8. Montages électriques pour les bender-extend elements (d'après [Lings & Greening, 2001]).	18
Figure 1.9. Logiciel GDS-BES.	20
Figure 1.10. Forme des signaux électriques utilisés.	20
Figure 1.11. Propagation d'ondes de compression (ondes P).	21
Figure 1.12. Propagation d'ondes de cisaillement (ondes S)	21
Figure 1.13. Propagation d'ondes de surface (ondes de Rayleigh et ondes de Love).	22
Figure 1.14. Relation entre le coefficient de Poisson et le rapport des vitesses de propagation.	25
Figure 1.15. Sollicitations autour du « bender elements » émetteur.	26
Figure 1.16. Le champ acoustique d'un transducteur plan.	27
Figure 1.17. Résultat typique d'essais de propagation d'onde de cisaillement.	31
Figure 1.18. Identification des temps de propagation.	33
Figure 1.18. Estimation de l'erreur maximale admissible sur le temps de propagation (d'après [Arroyo, 2001]).	34
Figure 1.19. Caractéristiques des essais de l'ensemble des participants.	35
Figure 1.20. Dimensions caractéristiques des « bender elements ».	35
Figure 1.21. Programme de chargement prédéfini.	36
Figure 1.22. Nos résultats du test international.	38
Figure 1.25. Evolution du module de cisaillement en fonction de la contrainte moyenne effective.	40
Figure 1.24. Comparaison avec l'ensemble des résultats.	41
Figure 2.1. Signaux émis et reçus dans l'échantillon de sable de Toyoura (essai N2), sous une contrainte de confinement de 200 kPa.	42
Figure 2.2. Principe de la corrélation croisée.	44
Figure 2.3. Corrélation croisée appliquée aux échantillons de billes de verre.	45
Figure 2.4. Biais sur la corrélation croisée apportée par la forme des signaux.	49
Figure 2.5. Mouvement périodique.	50
Figure 2.6. Signaux émis et reçus et le temps de vol calculé par différentes méthodes.	54
Figure 2.7. Position relative de deux signaux continus.	55
Figure 2.8. Relations angulaires entre rayons incidents, réfléchis et transmis d'une onde de compression sur une interface plane.	56
Figure 2.9. Définition du décrétement logarithmique $\delta$ .	58
Figure 2.10. Forme typique du spectre de d'amplitude.	58
Figure 2.11. Schéma de la chaîne de propagation de l'information.	59
Figure 2.12. Etude de la linéarité du système.	61
Figure 2.13. Etude de la répétabilité des signaux reçus (onde de cisaillement dans un échantillon de sable de Toyoura sous une pression isotrope de 100 kPa).	62

Figure 2.14. Etude des parties cohérente et incohérente des signaux dans les échantillons de billes de verre dégradées sous une pression isotrope de 200 kPa. ....	63
Figure 2.15. Etude des parties cohérente et incohérente des signaux dans 2 échantillons de billes non dégradées (en bleu) et dégradées (en rouge) sous une pression isotrope de 450 kPa. ....	64
Figure 2.16. Etude des parties cohérente et incohérente des signaux dans 2 échantillons de sable de Toyoura. ....	65
Figure 2.17. Etude des parties cohérente et incohérente des signaux dans 2 échantillons de sable de Toyoura à deux hauteurs différentes (en bleu : $h \approx 150$ mm ; en rouge : $h \approx 100$ mm). ....	65
Figure 2.18. Etude des parties cohérente et incohérente des signaux dans l'échantillon de sable de Toyoura sous des cycles de charge – décharge. ....	67
Figure 2.19. Signaux typiques enregistrés par le logiciel GDS-BES. ....	69
Figure 2.20. Signaux émis et reçu et leur spectre de fréquence pour les ondes S. ....	70
Figure 2.21. Exemple d'élimination des basses fréquences. ....	70
Figure 2.22. Signaux et spectre d'amplitude, pour une onde de cisaillement dans un échantillon de billes de verre sous une pression de confinement de 100 kPa. ....	71
Figure 2.23. Exemple de déroulement de phase pour le cas présenté sur la figure 2.22. ....	72
Figure 2.24. Evolution des vitesses de phase et de groupe en fonction de la fréquence. ....	73
Figure 2.25. Comparaison des temps de propagation. ....	74
Figure 2.26. Méthode fréquentielle appliquée à la totalité du signal reçu. ....	75
Figure 2.27. Méthode fréquentielle appliquée à la partie cohérente du signal reçu. ....	75
Figure 3.1. Spectre d'amplitude du signal émis (en trait pointillé) et reçu (en trait continu) dans un échantillon de billes de verre. ....	77
Figure 3.2. Signaux électriques émis (en bleu) et déplacements réels du capteur émetteur (en rouge) dans l'air pour différentes fréquences [d'après Rio 2006]. ....	78
Figure 3.3. Spectres d'amplitude des signaux électriques émis (en bleu) et déplacements réels du capteur émetteur (en rouge) dans l'air pour différentes fréquences [d'après Rio 2006]. ....	79
Figure 3.1. Evolution des signaux émis et reçus dans le domaine temporel et fréquentiel. ....	81
Figure 3.2. Observation des billes au MEB, avant et après dégradation à l'acide. ....	83
Figure 3.3. Signaux temporels obtenus lors de l'essai référencé Essai1-1. ....	85
Figure 3.4. Signaux temporels obtenus lors de l'essai référencé Essai1-4. ....	86
Figure 3.5. Evolution des vitesses de propagation des ondes et du coefficient de Poisson dans les billes Vattac Sig10-12. ....	87
Figure 3.6. Résultats de Jia [Jia & Mills, 2001 ; Roux et al. 2004]. ....	88
Figure 3.7. Evolution des vitesses de propagation des ondes de compression et de cisaillement dans les billes Vattac Sig14-16. ....	89
Figure 3.8. Evolution des vitesses de propagation des ondes dans les billes de verre [d'après Emam et al. 2006]. ....	90
Figure 3.9. Effet du débit réduit $Q^*$ et de la hauteur de pluviation sur la compacité des échantillons préparés par pluviation [d'après Emam et al., 2006]. ....	92
Figure 3.10. Exemple de l'effet de la fréquence du signal émis sur les valeurs des fréquences de résonance des signaux reçus. ....	93
Figure 3.11. Evolution de la fréquence de résonance des signaux reçus dans les billes Vattac Sig10-12. ....	94
Figure 3.12. Evolution de la fréquence de résonance des signaux reçus dans les billes Vattac Sig14-16. ....	95
Figure 3.13. Résultats des essais triaxiaux sur les échantillons de billes de verre. ....	97
Figure 3.14. Résultats des essais de propagation d'ondes. ....	98
Figure 3.15. Signaux émis et reçus dans l'échantillon de billes de plomb. ....	99

Figure 3.16. Vitesses des ondes dans les échantillons de billes de plomb.....	100
Figure 3.17. Evolution des fréquences de résonance dans les échantillons de billes de plomb. .....	101
Figure 3.18. Signaux émis et reçus dans l'échantillon N1 de sable d'Hostun RF.....	103
Figure 3.19. Signaux émis et reçus dans l'échantillon N2 de sable d'Hostun RF.....	104
Figure 3.20. Vitesse de propagation des ondes dans les échantillons de sable d'Hostun RF.	105
Figure 3.21. Evolution des fréquences de résonance dans les échantillons de sable d'Hostun RF.....	106
Figure 3.22. Distributions des tailles des particules.....	107
Figure 3.23. Vitesse de propagation des ondes dans les billes de verre de différents diamètres. .....	108
Figure 3.24. Evolution des fréquences de résonance dans les billes de verre de différents diamètres.....	109
Figure 3.25. Dépendance de la vitesse d'une onde avec le rapport longueur échantillon / diamètre des particules [Wyllie et al., 1956].....	110
Figure 3.26. Evolution du coefficient d'amortissement pour différent matériaux.....	113
Figure 3.27. Poutre console.....	114
Figure 3.28. Equilibre axial d'une poutre.....	114
Figure 3.29. Equilibre transverse d'une poutre.....	116
Figure 3.30. Modes propres de vibration en flexion.....	119
Figure 3.31. Poutre console équivalente à l'échantillon de sol.....	120
Figure 3.32. Contact de deux sphères de rayon R.....	121
Figure 3.33. Notation utilisée pour la description d'une onde de déformation dans la chaîne de billes [d'après Gilles, 2001].....	122
Figure 3.34. Modélisation des capteurs couplés à un ressort.....	124
Figure 3.35. Vue schématique de plaque du sol autour du capteur.....	125
Figure 3.36. Evolution de la vitesse d'onde de cisaillement dans les échantillons de sable de Toyoura.....	127
Figure 3.37. Spectre d'amplitude pour différentes hauteurs d'échantillon sous une pression de confinement de 150 kPa.....	127
Figure 3.38. Vue schématique des échantillons multi-couches.....	129
Figure 3.39. Evolution de la vitesse d'onde de compression et de cisaillement dans les échantillons de sable, de billes de verre et multi-couches.....	130
Figure 3.40. Evolution de la fréquence de résonance de l'onde de compression et de cisaillement dans les échantillons de sable, de billes de verre et multi-couches.....	131
Figure 3.41. Evolution de la vitesse des ondes de compression et de cisaillement dans les échantillons de sable d'Hostun RF et de billes de verre Sig 10-12.....	132
Figure 3. 42. Evolution des fréquences de résonance dans les échantillons de sable d'Hostun RF et de billes de verre Sig 10-12.....	133
Figure 3.43. Signaux émis et reçus de l'onde de cisaillement sinusoïdale dans l'échantillon de sable de Toyoura (essai N2), sous une contrainte de confinement de 200 kPa.....	135
Figure 4.1. Vitesse de l'onde de compression dans un mélange d'eau et d'air pour différentes pressions interstitielles.....	141
Figure 4.2. Module de compressibilité volumique pour un mélange d'eau et d'air pour différentes pressions interstitielles.....	142
Figure 4.3. Vitesse d'onde de compression rapide dans l'échantillon de sable de Toyoura en fonction de la contrainte de confinement pour différents degrés de saturation (p=100 kPa).	143
Figure 4.4. Vitesse des ondes de compression rapides dans un échantillon de sable de Toyoura en fonction de la contrainte de confinement pour différents degrés de saturation (p=1000 kPa). .....	144

Figure 4.5. Vitesse des ondes de compression lentes dans un échantillon de sable de Toyoura en fonction de la contrainte de confinement pour différents degrés de saturation (p=1000 kPa).	144
Figure 4.6. Evolution de la vitesse de l'onde de compression rapide en fonction de la fréquence.	145
Figure 4.7. Propagation d'onde de cisaillement dans des échantillons de sable de Toyoura à l'état de sec et à l'état saturé.	147
Figure 4.8. Fréquence de résonance des signaux reçus pour l'onde de cisaillement dans des échantillons de sable de Toyoura à l'état de sec et à l'état saturé.	148
Figure 4.9. Spectres des signaux émis et reçus pour l'onde de cisaillement dans des échantillons de sable de Toyoura à l'état de sec et à l'état saturé.	149
Figure 4.10. Evolution de la vitesse d'onde de cisaillement pour des échantillons de sable de Toyoura, à l'état sec et à l'état saturé.	150
Figure 4.11. Propagation de l'onde de compression dans l'échantillon de sable de Toyoura, à l'état sec et saturé.	151
Figure 4.12. Evolution de la vitesse d'onde de compression dans les échantillons de sable de Toyoura, à l'état sec et saturé.	152
Figure 4.13. Comparaison entre les résultats numériques et les résultats expérimentaux.	153
Figure 4.14. Evolution du coefficient d'amortissement pour l'onde de cisaillement, dans les échantillons du sable de Toyoura pour l'état sec et l'état saturé.	153
Figure 4.15. Vue schématique d'un capteur dans un échantillon de sol saturé en mode de flexion. (a) cas statique, (b) cas de mise en vibration du capteur en mode de flexion.	154
Figure 4.16. Courbes granulométriques des matériaux.	155
Figure 4.17. Résultats des essais Proctor.	155
Figure 4.18. Vue schématique des échantillons.	156
Figure 4.19. Signaux émis et reçus pour les ondes de compression et de cisaillement dans les échantillons de A3-7cm.	158
Figure 4.20. Signaux émis et reçus pour les ondes de compression et de cisaillement dans les échantillons B6-10cm.	159
Figure 4.21. Signaux émis et reçus pour les ondes de compression et de cisaillement dans les échantillons B31-10cm.	160
Figure 4.22. Evolution des vitesses des ondes de compression et de cisaillement pour différentes contraintes isotropes.	162
Figure 4.23. Propriétés élastiques des échantillons.	163
Figure 4.24. Evolution des fréquences de résonance en fonction de la pression dans différents échantillons.	165
Figure 4.25. Evolution des fréquences de résonance en fonction de la contrainte de confinement dans différents échantillons.	166
Figure 4.26. Variations de l'indice de vide et du degré de saturation pour différentes valeurs de la contrainte de confinement isotrope.	167
Figure 4.27. Evolution du module de cisaillement en fonction du degré de saturation (d'après [Wu et al., 1984]).	168
Figure 4.28. Essais triaxiaux (cisaillement) sur les mélanges de sable et de kaolinite.	170
Figure 4.29. Essais triaxiaux avec propagation d'onde dans les échantillons de matériaux intermédiaires.	172

## ANNEXE 1

### Round-Robin Test Form Test1

Lab. Name	Research Institute in Civil and Mech. Eng.
Test apparatus	Triaxial
Test No.	1

Sand name	Toyoura sand
Dry or Saturated specimen	dry
density of soil particle, $\rho_s$ (g/cm <sup>3</sup> )	2,635

Initial					
Effective vertical stress, $\sigma_v'$ (kPa)	30	50	100	200	400
Effective horizontal stress, $\sigma_h'$ (kPa)	30	50	100	200	400
Back pressure, $u$ (kPa)	0	0	0	0	0
Consolidation stress condition, $K$	1,0	1,0	1,0	1,0	1,0
Change of height during consolidation from initial state, $\Delta H$ (cm)	0	0,049	0,057	0,072	0,094
Volume change during consolidation from initial state, $\Delta V$ (cm <sup>3</sup> )	0	11,063	12,869	16,256	21,223
Outer diameter of specimen, $D_o$ (cm)	9,898	-	-	-	-
Inner diameter of specimen, $D_i$ (cm)	9,798	9,7735952	9,7695941	9,7620762	9,7510207
Hight of specimen, $H$ (cm)	19,691	19,642	19,634	19,619	19,597
Volume of specimen, $V$ (cm <sup>3</sup> )	1484,679	1473,616	1471,810	1468,423	1463,456
Change of height after the measurement of $V_s$ , $\Delta H$ (cm)		-	-	-	-
Volume change after the measurement of $V_s$ , $\Delta V$ (cm <sup>3</sup> )		-	-	-	-
Dry mass, $m_s$ (g)	2311,000	2311,000	2311,000	2311,000	2311,000
Mass of specimen, $m$ (g)	-	-	-	-	-
Dry density, $\rho_d = m_s/V$ (g/cm <sup>3</sup> )	1,557	1,568	1,570	1,574	1,579
Total density, $\rho_t = m/V$ (g/cm <sup>3</sup> )	-	-	-	-	-
Void ratio, $e$	0,693	0,680	0,678	0,674	0,669
Distance of BE, $\Delta_s$ (cm)	19,191	19,142	19,134	19,119	19,097

#### Bender Elements

Stage	$\sigma_v'$ (kPa)	$\sigma_h'$ (kPa)	Input wave			$\Delta t$ (msec)	$\Delta_s$ (mm)	$V_s$ (m/sec)	$\rho_t$ (kg/m <sup>3</sup> )	$G$ (MPa)
			(V)	f (Hz)	Shape					
1	50	50	$\pm 5V$	10kHz	sin	1,18	191,420	162,220	1568,2513	41,27
			$\pm 5V$	5kHz	square	1,16	191,420	165,017	1568,2513	42,70
			$\pm 5V$	6,67kHz	sin	1,18	191,420	162,220	1568,2513	41,27
			$\pm 5V$	6,67kHz	square	1,18	191,420	162,220	1568,2513	41,27
2	100	100	$\pm 5V$	10kHz	sin	0,82	191,34	233,341	1570,1757	85,49
			$\pm 5V$	10kHz	square	0,82	191,34	233,341	1570,1757	85,49
			$\pm 5V$	5kHz	square	0,83	191,34	230,530	1570,1757	83,45
			$\pm 5V$	6,67kHz	sin	0,83	191,34	230,530	1570,1757	83,45
3	200	200	$\pm 5V$	10kHz	sin	0,67	191,19	285,358	1573,7973	128,15
			$\pm 5V$	10kHz	square	0,68	191,19	281,162	1573,7973	124,41
			$\pm 5V$	5kHz	square	0,68	191,19	281,162	1573,7973	124,41
			$\pm 5V$	6,67kHz	sin	0,68	191,19	281,162	1573,7973	124,41
4	400	400	$\pm 5V$	10kHz	sin	0,56	190,97	341,018	1579,1389	183,64
			$\pm 5V$	10kHz	square	0,57	190,97	335,035	1579,1389	177,26
			$\pm 5V$	8,33kHz	sin	0,57	190,97	335,035	1579,1389	177,26
			$\pm 5V$	6,25kHz	sin	0,57	190,97	335,035	1579,1389	177,26

#### P-wave

Stage	$\sigma_v'$ (kPa)	$\sigma_h'$ (kPa)	$E$ (MPa)	$\epsilon_a$	$\nu$	$G$ (MPa)	$\gamma$
1	50	50	97	$<10^{-5}$	0,176	41,35	
2	100	100	203	$<10^{-5}$	0,185	85,65	
3	200	200	302	$<10^{-5}$	0,176	128,39	
4	400	400	445	$<10^{-5}$	0,208	183,99	

## Round-Robin Test Form Test2

Lab. Name	Research Institute in Civil and Mech. Eng.
Test apparatus	Triaxial
Test No.	2

Sand name	Toyoura sand
Dry or Saturated specimen	dry
density of soil particle, $\rho_s$ (g/cm <sup>3</sup> )	2,635

Initial					
Effective vertical stress, $\sigma_v'$ (kPa)	30	50	100	200	400
Effective horizontal stress, $\sigma_h'$ (kPa)	30	50	100	200	400
Back pressure, u (kPa)	0	0	0	0	0
Consolidation stress condition, K	1,0	1,0	1,0	1,0	1,0
Change of height during consolidation from initial state, $\Delta H$ (cm)	0	0	0,009	0,025	0,05
Volume change during consolidation from initial state, $\Delta V$ (cm <sup>3</sup> )	0	0	2,016	5,601	11,202
Outer diameter of specimen, $D_o$ (cm)	9,851	-	-	-	-
Inner diameter of specimen, $D_i$ (cm)	9,751	9,751	9,7465311	9,7385678	9,726088
Hight of specimen, H (cm)	19,647	19,647	19,638	19,622	19,597
Volume of specimen, V (cm <sup>3</sup> )	1467,184	1467,184	1465,168	1461,583	1455,982
Change of height after the measurement of $V_s$ , $\Delta H$ (cm)	-	-	-	-	-
Volume change after the measurement of $V_s$ , $\Delta V$ (cm <sup>3</sup> )	-	-	-	-	-
Dry mass, $m_s$ (g)	2146,620	2146,620	2146,620	2146,620	2146,620
Mass of specimen, m (g)	-	-	-	-	-
Dry density, $\rho_d = m_s/V$ (g/cm <sup>3</sup> )	1,463	1,463	1,465	1,469	1,474
Total density, $\rho_t = m/V$ (g/cm <sup>3</sup> )	-	-	-	-	-
Void ratio, e	0,801	0,801	0,799	0,794	0,787
Distance of BE, $\Delta s$ (cm)	19,147	19,147	19,138	19,122	19,097

### Bender Elements

Stage	$\sigma_v'$ (kPa)	$\sigma_h'$ (kPa)	Input wave			$\Delta t$ (msec)	$\Delta s$ (mm)	$V_s$ (m/sec)	$\rho_t$ (kg/m <sup>3</sup> )	G (MPa)
			(V)	f (Hz)	Shape					
1	50	50	$\pm 5V$	10kHz	sin	1,41	191,470	135,794	1463,089	26,98
			$\pm 5V$	5kHz	sin	1,42	191,470	134,838	1463,089	26,60
			$\pm 5V$	5kHz	square	1,42	191,470	134,838	1463,089	26,60
2	100	100	$\pm 5V$	10kHz	sin	0,94	191,38	203,596	1465,1021	60,73
			$\pm 5V$	10kHz	square	0,95	191,38	201,453	1465,1021	59,46
			$\pm 5V$	5kHz	sin	0,93	191,38	205,785	1465,1021	62,04
			$\pm 5V$	6,67kHz	sin	0,95	191,38	201,453	1465,1021	59,46
3	200	200	$\pm 5V$	10kHz	sin	0,76	191,22	251,605	1468,6957	92,98
			$\pm 5V$	10kHz	square	0,77	191,22	248,338	1468,6957	90,58
			$\pm 5V$	5kHz	sin	0,74	191,22	258,405	1468,6957	98,07
			$\pm 5V$	6,67kHz	sin	0,74	191,22	258,405	1468,6957	98,07
4	400	400	$\pm 5V$	10kHz	sin	0,64	190,97	298,391	1474,3456	131,27
			$\pm 5V$	10kHz	square	0,63	190,97	303,127	1474,3456	135,47
			$\pm 5V$	6,67kHz	sin	0,61	190,97	313,066	1474,3456	144,50
			$\pm 5V$	8,33kHz	sin	0,61	190,97	313,066	1474,3456	144,50

### P-wave

Stage	$\sigma_v'$ (kPa)	$\sigma_h'$ (kPa)	E (MPa)	$\epsilon_a$	$\nu$	G (MPa)	$\gamma$
1	50	50	65	$<10^{-5}$	0,204	26,98	
2	100	100	147	$<10^{-5}$	0,209	60,73	
3	200	200	225	$<10^{-5}$	0,211	92,98	
4	400	400	316	$<10^{-5}$	0,205	131,27	

### Round-Robin Test Form Test3

Lab. Name	Research Institute in Civil and Mech. Eng.
Test apparatus	Triaxial
Test No.	3

Sand name	Toyoura sand
Dry or Saturated specimen	dry
density of soil particle, $\rho_s$ (g/cm <sup>3</sup> )	2,635

Initial					
Effective vertical stress, $\sigma_v'$ (kPa)	30	50	100	200	400
Effective horizontal stress, $\sigma_h'$ (kPa)	30	50	100	200	400
Back pressure, u (kPa)	0	0	0	0	0
Consolidation stress condition, K	1,0	1,0	1,0	1,0	1,0
Change of height during consolidation from initial state, $\Delta H$ (cm)	0	0,021	0,036	0,053	0,079
Volume change during consolidation from initial state, $\Delta V$ (cm <sup>3</sup> )	0	4,6412	7,9563	11,7135	17,4597
Outer diameter of specimen, $D_o$ (cm)	9,785	-	-	-	-
Inner diameter of specimen, $D_i$ (cm)	9,685	9,6745974	9,6671466	9,6586813	9,6456917
Height of specimen, H (cm)	19,583	19,562	19,547	19,530	19,504
Volume of specimen, V (cm <sup>3</sup> )	1442,674	1438,033	1434,718	1430,961	1425,215
Change of height after the measurement of $V_s$ , $\Delta H$ (cm)	-	-	-	-	-
Volume change after the measurement of $V_s$ , $\Delta V$ (cm <sup>3</sup> )	-	-	-	-	-
Dry mass, $m_s$ (g)	2093,040	2093,040	2093,040	2093,040	2093,040
Mass of specimen, m (g)	-	-	-	-	-
Dry density, $\rho_d = m_s/V$ (g/cm <sup>3</sup> )	1,451	1,455	1,459	1,463	1,469
Total density, $\rho_t = m/V$ (g/cm <sup>3</sup> )	-	-	-	-	-
Void ratio, e	0,816	0,810	0,806	0,801	0,794
Distance of BE, $\Delta_s$ (cm)	19,083	19,062	19,047	19,030	19,004

#### Bender Elements

Stage	$\sigma_v'$ (kPa)	$\sigma_h'$ (kPa)	Input wave			$\Delta t$ (msec)	$\Delta_s$ (mm)	$V_s$ (m/sec)	$\rho_t$ (kg/m <sup>3</sup> )	G (MPa)
			(V)	f (Hz)	Shape					
1	50	50	$\pm 5V$	10kHz	sin	1,46	190,620	130,562	1455,488	24,81
			$\pm 5V$	10kHz	square	1,46	190,620	130,562	1455,488	24,81
			$\pm 5V$	5kHz	sin	1,42	190,620	134,239	1455,488	26,23
			$\pm 5V$	6,67kHz	sin	1,44	190,620	132,375	1455,488	25,50
2	100	100	$\pm 5V$	10kHz	sin	0,94	190,47	202,628	1458,8509	59,90
			$\pm 5V$	5kHz	sin	0,90	190,47	211,633	1458,8509	65,34
			$\pm 5V$	5kHz	square	0,91	190,47	209,308	1458,8509	63,91
			$\pm 5V$	6,67kHz	sin	0,92	190,47	207,033	1458,8509	62,53
3	200	200	$\pm 5V$	10kHz	sin	0,75	190,3	253,733	1462,6814	94,17
			$\pm 5V$	10kHz	square	0,74	190,3	257,162	1462,6814	96,73
			$\pm 5V$	6,67kHz	sin	0,72	190,3	264,306	1462,6814	102,18
			$\pm 5V$	6,67kHz	square	0,73	190,3	260,685	1462,6814	99,40
4	400	400	$\pm 5V$	10kHz	sin	0,62	190,04	306,516	1468,5786	137,98
			$\pm 5V$	5kHz	sin	0,62	190,04	306,516	1468,5786	137,98
			$\pm 5V$	5kHz	square	0,62	190,04	306,516	1468,5786	137,98
			$\pm 5V$	6,67kHz	sin	0,63	190,04	301,651	1468,5786	133,63

#### P-wave

Stage	$\sigma_v'$ (kPa)	$\sigma_h'$ (kPa)	E (MPa)	$\epsilon_a$	$\nu$	G (MPa)	$\gamma$
1	50	50	62	$<10^{-5}$	0,244	24,81	
2	100	100	145	$<10^{-5}$	0,209	59,9	
3	200	200	222	$<10^{-5}$	0,177	94,17	
4	400	400	324	$<10^{-5}$	0,173	137,98	

### Round-Robin Test Form Test4

Lab. Name	Research Institute in Civil and Mech. Eng.
Test apparatus	Triaxial
Test No.	4

Sand name	Toyoura sand
Dry or Saturated specimen	dry
density of soil particle, $\rho_s$ (g/cm <sup>3</sup> )	2,635

Initial					
Effective vertical stress, $\sigma_v'$ (kPa)	30	50	100	200	400
Effective horizontal stress, $\sigma_h'$ (kPa)	30	50	100	200	400
Back pressure, u (kPa)	0	0	0	0	0
Consolidation stress condition, K	1,0	1,0	1,0	1,0	1,0
Change of height during consolidation from initial state, $\Delta H$ (cm)	0	-0,009	0,001	0,014	0,034
Volume change during consolidation from initial state, $\Delta V$ (cm <sup>3</sup> )	0	-2,0349	0,2261	3,1655	7,6875
Outer diameter of specimen, $D_o$ (cm)	9,896	-	-	-	-
Inner diameter of specimen, $D_i$ (cm)	9,796	9,8004842	9,7955014	9,789012	9,7790036
Hight of specimen, H (cm)	19,647	19,656	19,646	19,633	19,613
Volume of specimen, V (cm <sup>3</sup> )	1480,757	1482,792	1480,531	1477,591	1473,069
Change of height after the measurement of $V_s$ , $\Delta H$ (cm)	-	-	-	-	-
Volume change after the measurement of $V_s$ , $\Delta V$ (cm <sup>3</sup> )	-	-	-	-	-
Dry mass, $m_s$ (g)	2303,160	2303,160	2303,160	2303,160	2303,160
Mass of specimen, m (g)	-	-	-	-	-
Dry density, $\rho_d = m_s/V$ (g/cm <sup>3</sup> )	1,555	1,553	1,556	1,559	1,564
Total density, $\rho_t = m/V$ (g/cm <sup>3</sup> )	-	-	-	-	-
Void ratio, e	0,694	0,696	0,694	0,690	0,685
Distance of BE, $\Delta_s$ (cm)	19,147	19,156	19,146	19,133	19,113

#### Bender Elements

Stage	$\sigma_v'$ (kPa)	$\sigma_h'$ (kPa)	Input wave			$\Delta t$ (msec)	$\Delta_s$ (mm)	$V_s$ (m/sec)	$\rho_t$ (kg/m <sup>3</sup> )	G (MPa)
			(V)	f (Hz)	Shape					
1	50	50	$\pm 5V$	<b>6,67kHz</b>	<b>sin</b>	1,26	191,560	152,032	1553,260	35,90
			$\pm 5V$	5kHz	sin	1,25	191,560	153,248	1553,260	36,48
			$\pm 5V$	5kHz	square	1,26	191,560	152,032	1553,260	35,90
			$\pm 5V$	6,67kHz	square	1,26	191,560	152,032	1553,260	35,90
2	100	100	$\pm 5V$	<b>10kHz</b>	<b>sin</b>	0,82	191,46	233,488	1555,6316	84,81
			$\pm 5V$	10kHz	square	0,82	191,46	233,488	1555,6316	84,81
			$\pm 5V$	6,67kHz	sin	0,81	191,46	236,370	1555,6316	86,91
3	200	200	$\pm 5V$	10kHz	sin	0,66	191,33	289,894	1558,7262	130,99
			$\pm 5V$	10kHz	square	0,66	191,33	289,894	1558,7262	130,99
			$\pm 5V$	<b>6,67kHz</b>	<b>sin</b>	0,66	191,33	289,894	1558,7262	130,99
			$\pm 5V$	6,67kHz	square	0,66	191,33	289,894	1558,7262	130,99
4	400	400	$\pm 5V$	<b>10kHz</b>	<b>sin</b>	0,56	191,13	341,304	1563,5112	182,13
			$\pm 5V$	6,67kHz	sin	0,57	191,13	335,316	1563,5112	175,80
			$\pm 5V$	9,09kHz	sin	0,56	191,13	341,304	1563,5112	182,13
			$\pm 5V$							

#### P-wave

Stage	$\sigma_v'$ (kPa)	$\sigma_h'$ (kPa)	E (MPa)	$\epsilon_a$	$\nu$	G (MPa)	$\gamma$
1	50	50	87	$<10^{-5}$	0,214	35,9	
2	100	100	197	$<10^{-5}$	0,164	84,81	
3	200	200	304	$<10^{-5}$	0,16	130,99	
4	400	400	430	$<10^{-5}$	0,179	182,13	

## Résumé

Ce travail de recherche porte sur l'analyse de la technique des « bender-extend elements », utilisée pour déterminer les propriétés mécaniques des sols dans le domaine des très petites déformations ( $\epsilon < 10^{-5} - 10^{-6}$ ). Cette technique est basée sur la propagation d'ondes de cisaillement (S) et de compression (P) dans des échantillons de sols. On discute tout d'abord de la pertinence de la méthode d'interprétation standard (méthode dite temporelle), évaluée au cours de la participation à un test comparatif international. On présente ensuite, et on les critique, les méthodes d'interprétation basées sur l'analyse fréquentielle des signaux. Cette critique est supportée par une étude expérimentale dans des milieux granulaires secs (billes de verre, billes de plomb, sable de Toyoura, sable d'Hostun). On montre que ces deux méthodes présentent un caractère subjectif pour l'identification du temps de vol des ondes mais convergent lorsque certaines précautions sont considérées. L'analyse fréquentielle a permis de mettre en évidence une évolution particulière de la fréquence centrale des signaux reçus en fonction de la contrainte appliquée. Cette évolution des fréquences est rapprochée de l'évolution des vitesses de propagation des ondes. Une explication à cette évolution particulière est proposée : les signaux reçus témoignent du comportement dynamique des capteurs piézo-électriques contraints par le sol environnant. Enfin, les travaux sont étendus au cas des milieux granulaires saturés ou partiellement saturés.

Mots-clés : bender-extend elements, propagation des ondes, essai triaxial, matériaux granulaires, analyse temps-fréquence.

## Abstract

The research work deals with the analysis of the « bender-extend elements » technique, used worldwide for the identification of elastic properties in the very small strains domain ( $\epsilon < 10^{-5}$  to  $10^{-6}$ ). This technique consists in propagating both compression (P) and shear waves (S) through a soil sample. The relevance of the standard interpretation method (called time analysis), which was assessed during an international round robin test, is first discussed. Then, alternative frequency analysis is presented and also criticized. This discussion is supported by an extensive experimental program in dry granular materials (glass beads, lead beads, Toyoura sand, Hostun sand). Both the time and frequency analysis present some subjectivity about the identification of the wave time-of-flight but leads to a similar solution provided that some precautions are taken into account. The frequency analysis highlights a specific evolution of the peak frequency of the output signals versus the applied stress. This evolution is put in parallel with the evolution of the wave velocities. Considering many approaches, we show that the output signals result from the dynamic behaviour of the piezo-ceramics sensors embedded into a constrained soil. Finally, the study is extended to the case of saturated soils and partially saturated soils.

Key words: bender-extend elements, wave's propagation, triaxial tests, granular media and time–frequency analysis.