

UNIVERSITE DE NANTES

ÉCOLE DOCTORALE

**SCIENCES ET TECHNOLOGIES DE L'INFORMATION ET DE
MATHÉMATIQUES**

Année : 2009

Thèse de Doctorat de l'Université de Nantes

Spécialité : ELECTRONIQUE ET GENIE ELECTRIQUE

Présentée et soutenue publiquement par

Brahim RAMDANE

Ingénieur de l'Ecole Nationale Polytechnique d'Alger

Le 16 novembre 2009

à l'IREENA site de Saint-Nazaire

Contribution à la modélisation tridimensionnelle de la technique thermo-inductive de contrôle non destructif : Développement d'un outil de conception, d'analyse et d'aide à la décision

Jury

Président	: M. MARECHAL Yves	Professeur – INPG – Grenoble
Rapporteurs	: M. BURAIIS Noël	Professeur - Université Claude Bernard de Lyon 1
	M. CLENET Stéphane	Professeur – ENSAM – Lille
Examineurs	: M. AUFFRAY Stéphane	Ingénieur – EADS Technocampus - Nantes
	M. FOULADGAR Javad	Professeur – IUT de Saint Nazaire
	M. TRICHET Didier	Maître de conférences – Polytech' Nantes

Directeur de Thèse : Javad FOULADGAR

Co-encadrant : Didier TRICHET

Laboratoire : IREENA – 37 boulevard de l'Université – BP 406 – 44602 Saint-Nazaire Cedex

Composante de rattachement du directeur de thèse : IUT de Saint-Nazaire

A la mémoire de ma mère
A mon père et à toute ma famille
A ma chère Dallah

Table des matières

Remerciement	12
Introduction générale	13
1 Généralités sur le CND	17
1.1 Introduction	17
1.2 Le contrôle non destructif	18
1.3 Historique	19
1.4 Champ d'application du contrôle non destructif	20
1.5 Défauts et leurs origines	20
1.5.1 Défauts internes	21
1.5.2 Défauts de surface	21
1.5.3 Origines des défauts	21
1.5.4 Principe de détection d'un défaut	22
1.6 Les techniques du CND	23
1.6.1 Les procédés optiques	23
1.6.2 Ressuage	24
1.6.3 Magnétoscopie	25
1.6.4 Ultrasons	26
1.6.5 Courants de Foucault	28
1.6.6 La thermographie infrarouge	30
1.6.7 Synthèse	32
1.7 La technique thermo-inductive	33

1.7.1	Principe de base	33
1.7.2	Description des éléments de la technique	34
1.7.3	Performances et limitations	36
1.8	Les modes de stimulation	37
1.8.1	Mode de stimulation modulée	37
1.8.2	Mode de stimulation pulsée	39
1.8.3	Mode de phase pulsée	41
1.9	Modélisation	43
1.10	Conclusion	46
2	Modélisation numérique	49
2.1	Introduction	49
2.2	Modélisation électromagnétique	50
2.2.1	Équation de Maxwell et lois de comportement	51
2.2.2	Conditions de transmission et conditions aux limites	52
2.2.3	Espace fonctionnel	54
2.2.4	Diagramme de Tonti	55
2.2.5	Formulations du champ électromagnétique	57
2.3	Modélisation thermique	61
2.3.1	Équation de diffusion thermique	61
2.3.2	Conditions aux limites	62
2.3.3	Régimes harmonique et transitoire	63
2.3.4	Couplage magnéto-thermique	63
2.4	Domaine discret	64
2.4.1	Éléments de Whitney et discrétisation	64
2.4.2	Formulations discrètes	68
2.5	Modélisation des matériaux non linéaires	70
2.5.1	Méthode de Newton-Raphson	71
2.5.2	Facteur de relaxation	72
2.6	Modélisation des matériaux anisotropes	74

2.7	Modélisation des défauts par éléments coques	75
2.7.1	Éléments coques nodaux et d'arêtes	75
2.8	Conclusion	78
3	Implémentation des modèles développés	79
3.1	Introduction	79
3.2	Problèmes magnétostatique et magnétodynamique	82
3.2.1	Problème de la sphère	82
3.2.2	Problème TEAM Workshop 7	92
3.2.3	Validation du modèle non linéaire	96
3.3	Validation comportementale des éléments coques	101
3.3.1	Cas d'une région mince conductrice	101
3.3.2	Cas d'un défaut (région mince non conductrice)	104
3.4	Conclusion	107
4	Application de la technique thermo-inductive	109
4.1	Introduction	109
4.2	Étude de la détection des défauts pour les matériaux ferromagnétiques . . .	110
4.2.1	Dispositif étudié	110
4.2.2	Influence du défaut sur la distribution des courants induits et de la température	112
4.2.3	Étude de l'influence de l'inducteur	114
4.2.4	Choix du générateur d'induction	117
4.2.5	Paramètres d'acquisition	118
4.2.6	Influence du temps de chauffage et de la fréquence électromagnétique	120
4.2.7	Influence de la géométrie du défaut	123
4.3	Résultats expérimentaux	128
4.4	Étude de la détectabilité des défauts pour les matériaux non ferromagnétiques	131
4.4.1	Dispositif étudié	131
4.4.2	Étude de l'influence de l'inducteur	132
4.4.3	Étude de l'influence de la fréquence électromagnétique	136

4.4.4	Étude de l'influence des paramètres du défaut	137
4.5	Comparaison avec la thermographie infrarouge	141
4.6	Conclusion	143
5	Application sur les matériaux composites	145
5.1	Introduction	145
5.2	Étude des matériaux composites	145
5.2.1	Dispositif étudié	146
5.2.2	Étude de l'influence de l'inducteur	148
5.2.3	Influence de la fréquence électromagnétique et du temps de chauffage	148
5.2.4	Influence de la profondeur du défaut	150
5.2.5	Influence de l'épaisseur du défaut	151
5.2.6	Influence de la largeur du délaminage	152
5.3	Étude expérimentale	153
5.3.1	Inspection de la plaque trouée	155
5.3.2	Inspection de la plaque avec un trou débouchant sur une surface . . .	158
5.4	Consignes générales	162
5.4.1	Discussion sur le choix du générateur d'induction et de l'inducteur . .	162
5.4.2	Discussion sur l'acquisition des données	165
5.4.3	Caractérisation des défauts	166
5.5	Conclusion	168
	Conclusion générale	169
A	La phase et l'onde thermique	173
B	La relation entre la profondeur et le temps d'observation	175
C	Matrices d'incidence	177
D	L'élément de référence et les fonctions de forme associées	179
D.1	Transformations géométriques de l'élément réel	179
D.2	Éléments de référence	181
	Bibliographie	185

Table des figures

1.1	Processus de détection et traitement des défauts	23
1.2	Principe du ressuage	24
1.3	Schéma de principe du CND par magnétoscopie	26
1.4	Schéma de principe du CND par ultrasons	27
1.5	Schéma de principe du CND par courant de Foucault	28
1.6	Système expérimental de la technique	31
1.7	Le principe de la technique	33
1.8	Distributions des champs magnétique et de température	34
1.9	Schéma du système expérimental	34
1.10	Schéma de principe d'un générateur d'induction	35
1.11	Méthode pour extraire la phase et l'amplitude de la réponse thermique . . .	38
1.12	Plaque de longueur infinie avec un défaut parallèle à la surface	45
1.13	Influence de la largeur du défaut sur l'amplitude et la phase de la température (modèle 2D)	45
2.1	Domaine d'étude	51
2.2	Interface entre deux milieux	53
2.3	Diagramme de Tonti	56
2.4	Diagramme de Tonti appliqué à l'électromagnétisme	56
2.5	Schéma de résolution par la méthode des éléments finis	70
2.6	Diagramme de l'analyse non linéaire du champ magnétique basé sur la méthode de Newton-Raphson.	72
2.7	Méthode pour déterminer le coefficient de relaxation	74
2.8	Dédoublage des noeuds et des arêtes	76

3.1	Structure du logiciel existant au laboratoire	80
3.2	Outils de simulation développés	81
3.3	Problème de la sphère : géométrie et conditions aux limites	83
3.4	Maillage du huitième de la sphère	84
3.5	Variation de l'induction magnétique le long de la coupe H_0	87
3.6	Variation de l'induction magnétique le long de la coupe V_0	87
3.7	Carte de champ d'induction sur le plan $Y = 0$	91
3.8	Variation des parties réelle et imaginaire de l'induction magnétique le long de la coupe H_0	91
3.9	Variation des parties réelle et imaginaire de l'induction magnétique le long de la coupe V_0	92
3.10	TEAM Workshop 7	93
3.11	Vue dessus du maillage utilisé	94
3.12	Distribution de la densité de courant dans le plan supérieur de la plaque . .	95
3.13	Comparaison de la partie réelle de $\mathbf{B}_z$ calculée et mesurée (ligne : $y=72\text{mm}$, $z=34\text{mm}$)	96
3.14	Comparaison de la partie réelle de $\mathbf{B}_z$ calculée et mesurée (ligne : $y=144\text{mm}$, $z=34\text{mm}$)	96
3.15	TEAM Workshop 21 (Modèles A et B)	97
3.16	Courbe $B(H)$ de l'acier utilisé	98
3.17	Maillage de la géométrie	98
3.18	Comparaison de l'induction magnétique $\mathbf{B}_x$ calculée et mesurée pour les modèles A et B (coupe AB)	100
3.19	Convergence de la méthode Newton-Raphson pour les workshops étudiés . .	100
3.20	Erreur relative pour chaque itération des différentes méthodes non linéaires .	101
3.21	La plaque mince	102
3.22	Maillage de la plaque	103
3.23	Distribution de la densité de courant induit dans la plaque mince	104
3.24	La géométrie du cylindre	105
3.25	Le maillage de la géométrie du problème	105
3.26	Distribution de la densité de courant induit	106

4.1	Le dispositif expérimental et les dimensions de la pièce inspectée	111
4.2	Courbe de première aimantation $B(H)$	111
4.3	Maillage du spécimen étudié	113
4.4	Distribution de la partie réelle de la densité des courants induits dans la zone du défaut	114
4.5	Image de la distribution de la température de la surface calculée ($t = 0.5s$, $T_{initiale} =$ $19^{\circ}C$)	114
4.6	Distribution du champ magnétique induit dans l'espace ($fr = 50Hz$)	115
4.7	La puissance induite dans la pièce en fonction du diamètre de l'inducteur normalisé	116
4.8	La puissance induite dans la pièce en fonction du diamètre de l'inducteur normalisé avec concentrateur du champ	117
4.9	Image du contraste thermique d'amplitude ($t = 0.5s$)	120
4.10	Le contraste thermique en fonction du temps du chauffage	121
4.11	Le contraste thermique en fonction des fréquences d'induction	122
4.12	Le contraste de phase en fonction de la fréquence thermique	122
4.13	Évolution du contraste thermique en fonction de différentes ratios profondeur / longueur du défaut ($fr = 27kHz$)	124
4.14	Cartographie des contrastes pour différents ratio profondeur / longueur du défaut	124
4.15	Distribution de la température de surface en fonction de la largeur du défaut ($t = 0.5s$)	125
4.16	Cartographie du contraste pour différentes largeur du défaut L à l'instant $t = 0.5s$	125
4.17	Évolution du contraste thermique en fonction de la largeur du défaut	126
4.18	Image du contraste thermique d'amplitude ($t = 0.5s$)	127
4.19	Le contraste thermique d'amplitude et le gradient de la température sur le long de l'axe du défaut horizontal ($t = 0.5s$)	127
4.20	Dispositif expérimental	128
4.21	Image de la distribution de la température à l'instant $t = 0.5s$	129
4.22	La distribution de la température mesurée et simulée le long de l'axe du défaut ($t = 0.5s$)	129

4.23	Schéma du dispositif étudié	132
4.24	Coupe YOZ de la plaque inspectée	132
4.25	Cartographie du contraste	133
4.26	Comparaison des contrastes d'amplitude et de phase pour deux formes d'inducteur ($t_{ch} = 0.5s$, $fr = 100kHz$)	134
4.27	Évolution temporelle du contraste thermique et de la différence de température ($t = 0.5s$, $fr = 40kHz$)	135
4.28	Évolution temporelle du gradient de température de surface et du contraste thermique ($t_{ch} = 0.5s$, $fr = 40kHz$)	136
4.29	Évolution du contraste thermique pour différents ratio épaisseur de peau / profondeur du défaut	137
4.30	Évolution fréquentielle du contraste de phase	137
4.31	Le contraste thermique en fonction de la profondeur du défaut	138
4.32	Évolution fréquentielle du contraste de phase	140
4.33	Évolution du contraste thermique pour différentes épaisseurs du défaut . . .	140
4.34	Évolution fréquentielle du contraste de phase pour différentes épaisseurs . . .	141
4.35	L'évolution temporelle du contraste et du gradient de température	142
4.36	Coupe YOZ de la plaque inspectée	142
4.37	Le contraste thermique en fonction du temps ($t_{ch} = 0.5s$, $fr = 10kHz$) . . .	143
5.1	Composite stratifié	146
5.2	Le système étudié	147
5.3	Évolution du contraste thermique pour différentes fréquences électromagnétiques	149
5.4	Évolution fréquentielle du contraste de phase	150
5.5	Le contraste thermique en fonction de la profondeur du délaminage	151
5.6	Évolution fréquentielle du contraste de phase pour différentes profondeurs . .	151
5.7	Évolution du contraste thermique pour différentes épaisseurs du délaminage .	152
5.8	Évolution fréquentielle du contraste de phase	152
5.9	Évolution du contraste thermique pour différentes largeurs du délaminage . .	153
5.10	Dispositif étudié	154

5.11	Dimensions des échantillons inspectés	154
5.12	Cartographie de la température de la surface inférieure de la plaque saine($t = 3s$)	156
5.13	Cartographie de la température de la surface inférieure de la plaque avec dé laminage($t = 3s$)	156
5.14	Évolution de la température de la surface simulée et mesurée	157
5.15	Différence de température et contraste d'amplitude pour un point sur la face inférieure au centre de la plaque	157
5.16	Le contraste de phase en fonction de la fréquence thermique	158
5.17	Cartographie de la température de la surface inférieure de la plaque saine($t =$ $10s$)	159
5.18	Cartographie de la température de la surface inférieure de la plaque avec trou ($t = 10s$)	159
5.19	Évolution de la température de la surface simulée et mesurée	160
5.20	Différence de température et contraste d'amplitude pour un point sur la face inférieure au centre de la plaque	160
5.21	Le contraste de phase en fonction de la fréquence thermique	160
D.1	Correspondance biunivoque entre $\mathbf{K}$ et $\mathbf{K}_r$	179
D.2	Tétraèdre de référence et les différentes numérotations	181
D.3	Fonctions de forme nodale du tétraèdre	181

Avant propos

Le travail présenté a été effectué au sein de l'Institut de Recherche en Electrotechnique et Electronique de Nantes-Atlantique (IREENA) à Saint Nazaire sous la direction du Professeur Javad FOULADGAR et de Mr. Didier TRICHET.

Je tiens à remercier les membres de jury pour leurs appréciations sur ce travail :

Monsieur Yves MARECHAL professeur à l'INPG de Grenoble de m'avoir fait l'honneur de présider mon jury de thèse.

Messieurs Noel Burais, professeur à l'université Claude Bernard de Lyon1, et Stéphane CLENET, professeur à l'ENSAM de Lille pour avoir accepté d'être rapporteurs de ce mémoire. De même je présente ma gratitude à Monsieur Stéphane AUFFRAY, Ingénieur EADS IW de Nantes pour l'intérêt qu'il a manifesté à ce travail et d'avoir accepté de participer à ma soutenance de thèse.

Je souhaite exprimer ma reconnaissance envers Messieurs Javad FOULADGAR, professeur de l'IUT de Saint Nazaire, et Didier TRICHET, Maître de conférences de Polytech'Nantes, pour toute la confiance qu'ils m'ont accordée durant les années de préparation de ce mémoire. Leurs qualités humaines ainsi que leurs compétences ont été une source de motivation permanente. Je les remercie également pour tous les conseils qu'ils m'ont apportés et pour tous les encouragements qu'ils n'ont cessé de me prodiguer. Je leur exprime ici toute ma gratitude.

Je remercie tous les membres du laboratoire IREENA qui ont contribué de près ou de loin à l'aboutissement de ce travail. Je tiens à remercier Messieurs ZAIM, professeur de Polytech'Nantes Nantes, TOUNZI, professeur de l'université de Lille 1 et SAIDI, Maître de conférences de l'IUT de Saint Nazaire. Mes remerciements vont également aux personnels administratifs et techniques, à Françoise HATE, Sabrina SAMSON, Franck JUDIC et Christine BROHAN pour leur serviabilité.

Je pense aussi à tous mes collègues doctorants avec qui des discussions très riches tant scientifiques que culturelles ont été menées durant les pauses café et dîners. Il s'agit de Christophe, Nicolas, Florian, Gwen, Guillaume, Geoffroy,... Et plus particulièrement mon ami Mohamed.

Je pense naturellement à toute ma famille, qui n'a jamais été loin de moi malgré la distance

qui nous sépare. Elle n'a pas cessé de me soutenir et de m'encourager durant toutes ces années d'études. Je regrette amèrement qu'ils ne soient hélas pas présents pour partager cette immense émotion.

Une pensée toute particulière va pour ma chère DALLAL. Je la remercie pour son aide morale et affective. Sa patience à l'égard de mes *horaires variables* et de mon investissement dans le travail fut un gage de réussite.

Que tous ceux que je n'ai pas cités ici sachent que je ne les oublie pas, merci à tous pour avoir contribué de près ou de loin, d'une manière ou d'une autre à l'aboutissement de ce travail.

Introduction générale

Les processus industriels et les pièces fabriquées sont devenus de plus en plus complexes et exigeants en terme de qualité et de sécurité. La défaillance de ces pièces peut entraîner des conséquences plus ou moins importantes. Par exemple, dans les domaines aéronautique et nucléaire, ces conséquences s'expriment souvent en termes de sécurité des personnes ou de dégâts environnementaux. Souvent, bon nombre d'industriels utilisent des contrôles destructifs pour vérifier la sécurité de leurs produits. Ce type de contrôle est lent, coûteux et ne peut se faire que sur un nombre limité de pièces. De plus, il n'est pas applicable dans les systèmes déjà en fonctionnement. C'est pourquoi, le contrôle non destructif (CND) est devenu une nécessité industrielle. Il vise à contrôler la qualité des pièces inspectées sans les endommager. L'enjeu du CND est aussi d'ordre économique : la rapidité et la fiabilité des techniques employées sont capitales pour la réduction des coûts de maintenance et l'optimisation de la durée de vie des installations [Tec03, War89].

Vu la diversité et la complexité des systèmes et des pièces soumis au contrôle, plusieurs méthodes du CND ont été élaborées et restent un champ privilégié de la recherche scientifique. Ces techniques d'inspection sont très variées par leurs caractéristiques de fonctionnement ainsi que dans leurs performances. Elles possèdent chacune leurs avantages et leurs inconvénients, occupant ainsi des champs d'applications différents, parfois complémentaires. Selon les contraintes imposées pour une inspection type, certaines techniques sont ainsi plus aptes que d'autres pour des raisons pratiques, de performance, d'économiques ou de sécurité [War67, DF].

Récemment, de nouvelles méthodes de contrôle voient le jour, elles combinent les techniques existantes afin de se défaire des différents inconvénients des méthodes tout en conservant leurs avantages [JDP07]. C'est précisément dans ce contexte que nous nous sommes intéressés à une nouvelle méthode de contrôle appelée la technique thermo-inductive. C'est une alternative intéressante qui combine CND par courant de Foucault et par thermographie infrarouge. La détection des défauts par cette méthode est basée sur l'utilisation conjointe et complémentaire des phénomènes électromagnétique et thermique. En effet, la pièce inspectée est sollicitée par un champ magnétique qui donne naissance à des courants induits au sein de la cible

créant à leur tour une densité de puissance dissipée par effet Joule. La présence du défaut est ainsi révélée par la perturbation de la distribution des courants induits et du champ de température. Cette anomalie est ensuite détectée à la surface du matériau par une caméra infrarouge [RTBF08, Lou07, RTB⁺08, WN06].

Cette méthode peut être utilisée dans le domaine du CND, dès lors qu'il s'agit de contrôler des matériaux électriquement conducteurs. Les secteurs industriels tels que l'aéronautique, l'automobile représentent des champs d'application prometteurs. Elle est en effet sensible à des défauts de différentes natures tels que des fissures, des inclusions ou des délaminages. De plus, elle est aisée et rapide à mettre en oeuvre dans le cadre des applications industrielles.

Comme dans le cas du CND par la thermographie infrarouge classique, deux principaux modes de stimulations sont envisageable pour cette nouvelle technique : le mode pulsé et modulé. Ils se différencient l'un de l'autre par le mode d'excitation et par le traitement numérique de la réponse thermique. Dans le mode pulsé, le générateur à induction fournit pendant une courte durée un courant alternatif de valeur efficace constante. L'élévation de température est ensuite utilisée comme paramètre discriminant pour détecter le défaut. Dans le mode modulée, la valeur efficace du courant alternatif fournit par le générateur varie de façon sinusoïdale et conduit à une variation sinusoïdale de la température en régime permanent. Le paramètre discriminant dans ce cas est le déphasage de la température. Ces différences font que chacun des modes démontre des avantages et des inconvénients reliés indirectement au type de stimulation et de traitement numérique utilisés . Dans le premier cas, la technique est avantagée par sa rapidité d'exécution grâce au mode de stimulation impulsionnelle. Quant au second cas, elle est favorisée par une sensibilité de détection plus performante, grâce au traitement numérique de la réponse et à son mode de stimulation périodique[Mal01].

Afin d'améliorer les performances de la technique thermo-inductive, une nouvelle approche nommée méthode de la phase pulsée a été développée. Cette technique combine simultanément les avantages des deux modes décrits précédemment. En effet, la pièce inspectée est stimulée par une impulsion comme pour le mode pulsé et sa réponse thermique est traitée en fréquence à l'aide de la transformée de Fourier [MM96, CAS05].

Du fait que la technique thermo-inductive est une méthode récente, elle n'a pas été aussi étudiée et développée que les autres techniques classiques du CND. Le peu de recherches qui existent se basent sur des modèles simplifiés et ne permettent pas une étude approfondie et globale de la technique. Il est donc indispensable de procéder à une phase complète d'analyse, de conception et d'investigation pour rendre la technique exploitable pour l'industrie. Cette phase préliminaire passe par une bonne compréhension des phénomènes physiques mise en jeu par la technique. Une étude paramétrique et comportementale est ensuite nécessaire pour dégager des modes de fonctionnement opérationnelles simples et efficaces. Une étude paramétrique expérimentale serait très coûteuse et quasi impossible. Une modélisation fine à l'aide de modèles analytique ou numérique s'avère alors indispensable pour améliorer les

performances globales du système et rendre la technique plus efficace.

Dans le cas de pièces à géométries simples, des solutions analytiques peuvent être obtenues. Cependant, pour modéliser des systèmes complexes, la modélisation numérique par la méthode des éléments finis est généralement utilisée [DTL05, DHV88]. Cette méthode a l'avantage de s'adapter aisément à des géométries complexes et permet le traitement de matériaux possédant des caractéristiques non linéaire et/ou anisotrope. Cette étude est l'objet de ce mémoire, dont les objectifs sont le développement d'une démarche de conception, de caractérisation et de qualification de la technique pour démontrer son intérêt et ses domaines d'application dans les procédés du CND. Ce dernier point passe par une validation expérimentale sur des pièces de natures différentes dédiées à des applications industrielles diverses.

Le travail de cette thèse se décompose en cinq chapitres :

- Le premier chapitre décrit le contexte actuel de la recherche relative au CND, et plus particulièrement les différentes méthodes de CND actuelle en présentant leurs intérêts et leurs défauts. Une attention particulière sera portée sur le CND par courants de Foucault et la thermographie infrarouge qui représentent l'origine de la technique thermo-inductive. Ensuite, il détaille le principe de la nouvelle technique, son intérêt et ses principaux modes de stimulations. Il montre également la nécessité du recours à une modélisation numérique.
- Dans, le deuxième chapitre les principales formulations mathématiques qui permettent de modéliser les phénomènes physiques impliqués dans une inspection par cette méthode sont décrites. Les différentes formulations électromagnétiques des équations de Maxwell et de transfert de chaleur sont présentées et étudiées. Les divers comportements physiques des matériaux inspectés telles que l'anisotropie et la non linéarité sont détaillés. Enfin, la nécessité du développement d'un modèle éléments coques pour la modélisation des défauts est discutée et exposée.
- Le chapitre trois porte sur la réalisation d'un logiciel éléments finis 3D basé sur les éléments de Whitney. Ce code a été conçu pour s'adapter aux problèmes de CND. Il permet la manipulation des différentes grandeurs physiques et tient compte de la nature non linéaire des matériaux ferromagnétique et anisotrope des matériaux composites. De plus, pour la modélisation des défauts, un module éléments coques a été introduit. Le code développé a ensuite été validé par comparaison avec des résultats proposés par la communauté internationale dans les différents Workshops ou ceux obtenus à partir des exemples simples dont la solution analytique est connue.
- Au chapitre 4, le code développé est utilisé comme un outil de support pour la conception et la qualification de la technique de contrôle. Il s'agit de la mise au point des procédures de CND par la technique thermo-inductive et de la démonstration des performances de la

méthode. Pour cela, l'inspection de deux principaux groupes de matériaux généralement utilisés dans l'industrie automobile et aéronautique a été menée et approfondie. La première famille correspond aux matériaux ferromagnétiques tels que l'acier et la seconde constitue les matériaux non ferromagnétiques comme l'aluminium. Une application expérimentale dans le cas d'une pièce d'acier a été mise en oeuvre pour valider le processus développé.

- Dans le chapitre 5, une inspection sur les matériaux composites utilisés dans l'industrie aéronautique a été menée. L'investigation de différents paramètres est détaillée afin d'améliorer les performances du système global. Enfin, des consignes générales lors d'une inspection par la technique thermo-inductive ont été élaborées à partir des résultats obtenus pour les applications étudiées dans les deux derniers chapitres. Ces directives permettent une mise en oeuvre efficace et fiable de la méthode. Elles contiennent des recommandations sur le dimensionnement des éléments de la technique, sur les conditions d'une bonne utilisation et sur l'influence des différents paramètres mis en jeu.

Chapitre 1

Généralités sur le contrôle non destructif et la technique thermo-inductive

1.1 Introduction

Le contrôle non destructif est l'ensemble des techniques et procédés aptes à fournir des informations sur la santé d'une pièce ou d'une structure sans qu'il en résulte des dégradations nocives à leur utilisation ultérieure. Il constitue un secteur spécifique d'activité scientifique et industrielle possédant ses propres structures professionnelles qui regroupent des industriels fabricants et des organismes d'étude et de recherche. Vu l'étendu du champ d'application du CND, de nombreuses techniques ont été développées et étudiées pour l'inspection et la détection des défauts pour différentes applications industrielles [DF, Dur85, War67, War89].

Le plus souvent, le champ d'application des techniques du CND est limité à certains types de défauts ou de matériaux. Pourtant, dans une même structure par exemple dans un avion ou une automobile, on rencontre des pièces de natures différentes avec des défauts très variés. C'est pourquoi de plus en plus de techniques utilisent conjointement plusieurs méthodes du CND parmi celles qui existent déjà. Ces nouvelles techniques tentent de s'affranchir des différents défauts des méthodes utilisées tout en conservant leurs avantages. Dans ce contexte, une nouvelle méthode nommée technique thermo-inductive a été développée, elle est une combinaison et une alternative très intéressante au CND par courant de Foucault et par la thermographie infrarouge.

Dans ce chapitre, nous présenterons d'une manière sommaire l'importance et l'intérêt du CND ainsi que les différents types de défauts qui peuvent être rencontrés dans les matériaux utilisés dans l'industrie. Du fait que la technique thermo-inductive est une combinaison du CND par courant de Foucault et par thermographie infrarouge, nous allons détailler un peu plus ces deux dernières méthodes afin de mieux comprendre le principe et l'intérêt de

cette nouvelle technique. Nous expliquerons ensuite les phénomènes physiques mis en jeu, les différents éléments nécessaires pour sa mise en oeuvre ainsi que les modes d'excitation possibles. Une synthèse comparative des avantages et des inconvénients des techniques du CND sera détaillée afin de compléter l'étude.

Nous allons également introduire dans ce chapitre la nécessité d'une modélisation de la technique. Cette modélisation peut être monodimensionnelle, bidimensionnelle ou tridimensionnelle selon le défaut et la pièce inspectée. Nous montrerons par la suite les performances et les limitations de ces modèles.

1.2 Le contrôle non destructif

Le contrôle non destructif a pour objectif, comme son nom l'indique, de contrôler l'état des pièces industrielles sans pour autant que les examens correspondants ne puissent nuire à leur utilisation future. Celui-ci correspond à la détection et la caractérisation des différents défauts et imperfections qui menacent la sécurité de fonctionnement des systèmes soumis à des contraintes mécaniques, thermiques ou chimiques. Aujourd'hui, on assiste à une demande très importante et généralisée, émanant de tous les secteurs industriels comme l'industrie automobile, aéronautique, pétrolière, navale et nucléaire. La qualité est devenue une nécessité vitale pour les entreprises confrontées à la concurrence internationale et à une clientèle exigeante [DF]. Cette étape du processus industriel est destinée à garantir la sécurité d'utilisation des pièces contrôlées. Elle joue un rôle économique non négligeable, dans le sens où elle permet une gestion optimisée de la maintenance.

Cette procédure de contrôle se produit souvent soit en cours de fabrication ou au cours de la vie d'une pièce et doit satisfaire au mieux les critères suivants [Rav08] :

- *La reproductibilité* : une même pièce contrôlée plusieurs fois doit toujours donner le même résultat.
- *La fiabilité* : le contrôle doit remplir son cahier des charges, il doit détecter tous les défauts qu'il est censé être capable de détecter.
- *La possibilité d'inspection globale et locale* : il s'agit de la manière dont l'inspection est réalisée. Soit la technique permet l'inspection de l'ensemble de la pièce à la fois, on parle d'une inspection globale, ou juste d'une partie de celle-ci, ce sera alors une inspection locale.
- *La sensibilité* : il s'agit du rapport entre les variations de la mesure et la grandeur que l'on veut mesurer. Plus la sensibilité est grande, plus les petites variations de la grandeur mesurée sont détectables, comme par exemple les défauts de faibles dimensions.
- *La rapidité d'exécution* : il faut que le contrôle soit rapide pour qu'il ne soit pas trop pénalisant au niveau des coûts et qu'il puisse s'intégrer dans un cycle de production.

- *Le coût* : le contrôle qualité représente sur les pièces complexes un coût non négligeable qui doit être minimisé dans la mesure du possible.
- *La résolution* : la résolution est la plus petite variation de signal pouvant être détectée, par exemple la dimension du plus petit défaut. Le pouvoir de résolution est fort si cette dimension est petite.

1.3 Historique

Comme l'instrumentation scientifique, le contrôle non destructif (CND) constitue un champ d'application privilégié des découvertes de la physique. Ce n'est toutefois qu'à partir de la seconde guerre mondiale que les techniques du CND ont pris leur essor dans l'industrie, en particulier dans la métallurgie : contrôle des aciers, radiographie des soudures. Une vigoureuse accélération du progrès et du développement des CND s'est manifestée ensuite vers les années 1960/1970 avec le développement rapide de secteurs très demandeurs tels que l'industrie automobile, l'aéronautique civile et le génie des centrales électriques nucléaires. Les dernières décennies enfin, voient l'émergence des techniques de CND qui ne pouvaient pas être mises en oeuvre sans l'apport d'une électronique intégrée et d'une informatique puissante ; on assiste ainsi au développement rapide des contrôles entièrement automatiques et à l'essor des techniques gourmandes en traitement informatique [DF, Dur85].

Globalement, en tant qu'outil majeur de la politique qualité d'une entreprise, les techniques de CND continueront à élargir leur champ d'application vers de nouveaux secteurs d'activité économique. On constate aussi que l'objectif du contrôle non destructif évolue, il ne suffit plus aujourd'hui de détecter un défaut, il faut aussi le localiser et le caractériser. Il faut aussi imaginer des techniques et procédés non destructifs aptes à mettre en évidence des hétérogénéités physiques complexes ou des irrégularités de propriétés telles que, par exemple, des variations de microstructure dans des composites, des variations de texture ou de rugosité sur une surface, des variations de propriétés électromagnétiques sur une bande. Ces objectifs sont souvent difficiles à atteindre car les lois de la physique sont ce qu'elles sont et ainsi, dans ce domaine, les progrès sont lents. Il n'en va pas de même pour l'automatisation des CND qui bénéficie pleinement des progrès de l'informatique ; il en résulte l'arrivée sur le marché, d'année en année, d'appareillages plus performants, plus fiables et surtout plus faciles à utiliser dans le cadre du respect de procédures de contrôles très strictes. L'évolution des CND doit prendre toutefois en compte l'aspect coût, ce dernier pouvant freiner l'essor de nouvelles techniques très performantes [DF].

1.4 Champ d'application du contrôle non destructif

À travers son objectif, le contrôle non destructif est essentiel pour la bonne marche des industries qui fabriquent, mettent en oeuvre ou utilisent les matériaux, les produits, les structures de toutes natures. À l'heure où la qualité est devenue un impératif difficilement contournable, le champ d'application des CND ne cesse de s'étendre au-delà de son domaine d'emploi traditionnel constitué par les industries métallurgiques et les activités où la sécurité est primordiale, telles que le nucléaire et l'aéronautique. Après le contrôle des biens d'équipements, vient celui des biens de consommation. La nature des défauts que l'on cherche à détecter se diversifie du même coup. On recherche les défauts technologiques ponctuels graves, comme ceux inhérents à la fabrication et à l'utilisation des métaux (fissure de fatigue), mais aussi désormais des défauts d'aspect (taches sur une surface propre) et des corps étrangers nuisibles (éclats de verre dans un emballage alimentaire). Les secteurs où le CND présente un intérêt majeur peuvent être résumé en [DF] :

- *Industries de production* : métaux, polymères, céramiques, verres, composites à matrices organiques, métalliques ou céramiques, structures complexes, pièces de fonderie, ...
- *Industries du transport* : ferroviaire, automobile, naval, aéronautique, aérospatial
- *Industries Agro-alimentaires* : fruits, légumes, confiserie, ...
- *Industries énergétiques* : stockage et transport de l'eau, du gaz, du pétrole, ...
- *Génie Civil* : ponts et chaussées béton, béton armé, bâtiments divers, centrales nucléaires, État des routes, ...
- *Industries du bois et du papier* : planches, meubles, constructions, cartons, ...
- *Médical* : contrôle de tout le corps humain (poumons, dents,...) par échographie, radiographie, ...

1.5 Défauts et leurs origines

Détecter un défaut dans une pièce c'est mettre en évidence physiquement une hétérogénéité de matière, une variation locale de propriétés physiques ou chimiques préjudiciable au bon emploi de celle-ci. Cela peut être des porosités, fissures, défauts liés à des soudures, délaminages, ...

Vu la complexité et la variété des défauts liées à une variété de conditions de service et les modes de défaillance dans de nombreuses circonstances différentes, de nombreux travaux ont étudié l'importance et l'évaluation des défauts des systèmes. Ils passent en revue l'état de l'industrie et des renseignements disponibles pour déterminer la présence, l'identification, la taille, l'emplacement des défauts dans ces systèmes. La plupart de ces directives industrielles sont disponibles. Il s'agit notamment des informations résumées par le Comité européen de normalisation CEN, de l'American Society for Mechanical Engineers ASME, l'organisation internationale de normalisation ISO et de diverses autres sources [Norb, Nora].

Dans la littérature, différentes catégories de défauts ont été établies et détaillées [DF, Tec03]. En effet, la classification des défauts peut se faire suivant un ou plusieurs critères choisis (emplacement, nature, taille,...). A titre d'exemple, une classification liée à l'emplacement des défauts dans les pièces inspectées est souvent adoptée, on trouve alors deux grandes catégories : défauts internes et défauts de surface.

1.5.1 Défauts internes

Il s'agit de tous les défauts localisés dans le volume du corps à contrôler qu'il s'agisse de pièces moulées, forgées, laminées ou soudées. Leur nomenclature est spécifique à chaque branche d'activité technologique et industrielle. Dans l'industrie des métaux il peut s'agir par exemple de porosité, de soufflures ou d'inclusions. Dans tous les autres cas, il peut s'agir de la présence d'un corps étranger au sein d'une pièce ou d'un produit. Pour ce type de défauts le contrôle visuel est exclu d'office.

1.5.2 Défauts de surface

Accessible à l'observateur direct mais pas toujours visible à l'oeil nu, ils peuvent se classer en deux catégories distinctes :

- *Défauts ponctuels* correspondent aux défauts les plus nocifs sur le plan technologique puisqu'il s'agit des criques, fissures et craquelures généralement aptes à provoquer à terme la rupture de la pièce, en initiant par exemple des fissures de fatigue. Les méthodes de contrôle non destructif les plus sensibles sont les mieux adaptées pour ce type de défauts (ressuage, magnétoscopie, courants de Foucault).
- *Défauts d'aspect* correspondent à une variation de paramètre géométriques ou physiques qui rend le produit inutilisable (rugosité, taches diverses). Pour ce type de défauts le contrôle visuel est possible mais on cherche à le remplacer par des contrôles optiques automatiques.

1.5.3 Origines des défauts

Les origines des défauts sont multiples selon les domaines étudiés. Plusieurs critères peuvent être pris en compte lors de leur classification. Dans la suite, nous allons citer deux classifications qui sont généralement adoptées et englobent toutes les origines possibles des défauts. Il s'agit des origines des défauts suivant *leur phase d'apparition* et selon *l'environnement et la nature du spécimen inspecté* [DF, Rav08].

Phase d'apparition Dans la littérature, les causes des défauts peuvent être répertoriées suivant leur *phase d'apparition* en :

Défauts de fabrication : Ce sont des défauts générés par les différents procédés de construction ou d'assemblage. On trouve des défauts de forme, d'inclusions, de porosités, de fissurations, de moulage, de soudage ou de brasage des pièces mécaniques. On trouve également des hétérogénéités dans les matériaux et des défauts de collage.

Défauts de service : Ce sont des défauts qui apparaissent dans des structures au cours d'utilisation, comme des fissures dues à la fatigue (mécanique ou thermique), défauts de collage et de fixation, corrosion et délaminage pour les composites,

Selon l'environnement et la nature du spécimen inspecté Il est possible également de faire une classification selon *l'environnement et la nature du spécimen inspecté* :

- *Matériaux solides* : porosités, micro-fissures, fissures, délaminages, corrosion, défauts de collage, décohésion fibre-matrice, ...
- *Assemblages* : défauts de soudure, de collages, de serrage de boulon, d'ajustement, ...
- *Structures et constructions* : corrosion sur les rails de chemins de fer, dans les armatures de bétons armés, dans les canalisations de transports de fluides. Fissuration des ponts et des bâtiments, ...
- *Nourriture* : géométrie, pépins, pour les fruits ou légumes
Trous, géométrie pour les bonbons, sucettes, ...
- *Corps humain* : fêlure, fissures ou rupture d'un os, malformation d'un fœtus ...
- *Sol terrestre* : Cavités cachées, fissures, nappes d'eau asséchées, composition des couches terrestres, ...

1.5.4 Principe de détection d'un défaut

Les méthodes de contrôle non destructif sont fondées sur la déformation du champ d'une grandeur physique par une discontinuité. On exploite donc un phénomène physique pour détecter une hétérogénéité dans un matériau.

Les phénomènes physiques comme l'atténuation ou diffraction des rayons X, réflexion ou diffraction des ultrasons, perturbation des courants de Foucault, sont à la base des essais non destructifs où ils peuvent servir à caractériser les matériaux (présence de fissures...). En effet, par CND on sous-entend toujours qu'il ne s'agit non pas d'une simple mesure d'une grandeur physique, mais d'un contrôle d'homogénéité.

Les techniques du CND diffèrent généralement par l'énergie employée : énergie mécanique (ultrasons, ressuage), électromagnétique (radioscopie, courants de Foucault,...) ou thermique

(thermographie infrarouge,...). Cependant, quelle que soit la méthode employée, un processus de détection des défauts est généralement mis en place. Il est constitué de deux étapes principales (figure 1.1) : *la détection et la localisation des défauts* (décider que le système est en défaut ou non et déterminer quelle partie du système est affectée) et *l'identification* (estimer l'ampleur et le type des défauts).

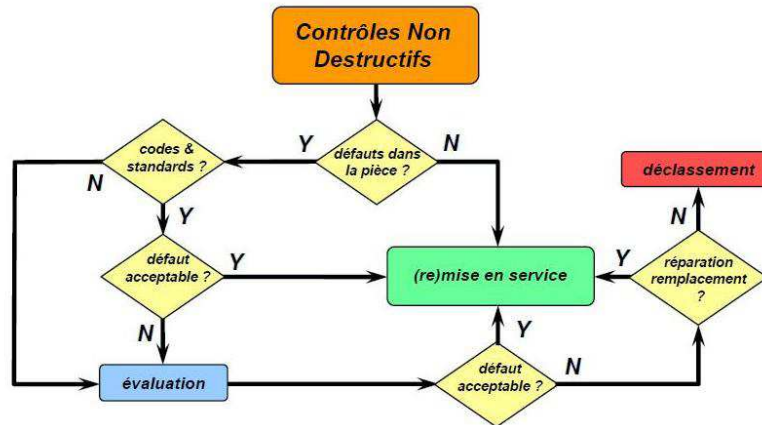


FIG. 1.1: Processus de détection et traitement des défauts

1.6 Les techniques du CND

Du fait que les origines et les types des défauts sont multiples, plusieurs techniques du CND ont été développées pour répondre aux différentes problématiques rencontrées. Le choix d'une méthode du CND dépend d'un grand nombre de facteurs tels que la nature des matériaux constituant les pièces à contrôler, la nature de l'information recherchée (détection ou mesure, position ou forme du défaut, ...), le type du contrôle à effectuer (contrôle en ligne sur pièce mobile, possibilité de contact ou non avec la pièce, ...) et les problèmes économiques. Dans la section suivante, nous allons donner un aperçu global des techniques les plus répandues industriellement.

1.6.1 Les procédés optiques

Les procédés optiques constituent un type de technique qu'il convient de séparer en deux catégories, selon que le contrôle soit automatisé ou non [SWW⁺07].

- *L'examen visuel* : C'est le contrôle le plus élémentaire, il est la base des contrôles optiques non automatisés. Il peut être aidé, par un éclairage laser ou classique. Il reste cependant sujet aux inconvénients liés à l'œil humain, c'est-à-dire une faible productivité et une certaine subjectivité, entraînant un manque de fiabilité.

- *Inspection automatique* : Elle est réalisée en général à partir des acquisitions d’images par balayage laser ou par utilisation de barrettes de capteurs optiques, suivies de traitement d’images tel que la reconnaissance de formes. Ce type de contrôle, beaucoup plus efficace, est cependant plus complexe à mettre en oeuvre et par conséquent restreint à des applications très particulières [HH05].

1.6.2 Ressuage

Le ressuage est un terme qui désigne l’extraction d’un fluide d’une discontinuité dans laquelle il s’était préalablement accumulé au cours d’une opération d’imprégnation. Il est l’une des techniques du CND les plus anciennes après le procédé optique. Il permet la détection des défauts débouchant sur la surface.

L’exploitation de la méthode comporte trois étapes essentielles (figure 1.2) [BAL06] :

- La phase initiale consiste à nettoyer la surface de la pièce et de lui appliquer un liquide pénétrant, soit par immersion, soit par pulvérisation. La durée d’application est variable d’un type de pénétrant à l’autre, mais il se situe en général entre 15 et 30 minutes. Le choix du liquide dépend essentiellement de la rugosité de la surface à contrôler et de la porosité du matériau. Le pénétrant appliqué vient s’infiltrer dans les plus petites fissures débouchant sur la surface.
- Après avoir laissé poser le pénétrant, on passe à la deuxième étape, qui consiste à rincer la surface de la pièce afin d’enlever l’excès de pénétrant. Cette opération est délicate. Un rinçage excessif enlèverait le pénétrant présent à l’intérieur des défauts. Si au contraire le rinçage est insuffisant, le pénétrant risque de subsister en surface, pouvant laisser croire à l’existence de défauts.
- La troisième étape consiste à appliquer un révélateur sur la surface ainsi rincée, puis séchée. Le révélateur peut être liquide ou sous forme de poudre. Il ne reste plus alors à éclairer la pièce d’une façon appropriée (qui dépend du pénétrant utilisé) et d’observer visuellement la surface de la pièce.

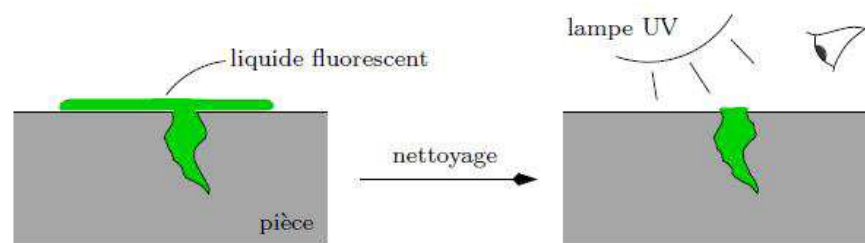


FIG. 1.2: Principe du ressuage

Le champ d’application du ressuage est très vaste, car le procédé permet de détecter la plupart

des défauts débouchant en surface sur les matériaux métalliques, ainsi que sur les autres matériaux, à condition toutefois qu'ils ne réagissent pas chimiquement ou physiquement avec le pénétrant.

Un des intérêts de la technique réside dans la simplicité de sa mise en oeuvre. Un autre intérêt tient au fait qu'il s'agit d'une méthode globale, dans le sens qu'elle autorise un examen de la totalité de la surface de la pièce à inspecter. Elle permet également d'apprécier la longueur des défauts. Une des tendances actuelles porte sur l'automatisation du procédé. Le traitement informatique des images constitue une des évolutions les plus prometteuses.

Par ailleurs, de par son principe même, le CND par ressuage ne permet de mettre en évidence que les défauts débouchant en surface, et elle ne donne aucune indication sur le volume, et par conséquent l'importance de ces défauts. Un rinçage excessif ou au contraire insuffisant peut conduire à des erreurs d'interprétation. De plus, le liquide utilisé est souvent un liquide toxique ou polluant [KW06].

1.6.3 Magnétoscopie

Le CND par magnétoscopie n'est utilisable que sur des pièces ferromagnétiques. La technique ne convient qu'à la recherche de défauts superficiels, qu'ils soient débouchant sur la surface ou sous-cutanés (jusqu'à 10 mm de profondeur). Le principe peut être décrit comme suit : si on recouvre de poudre de fer sur une surface ferromagnétique, on constate que chaque grain de poudre s'oriente, tel l'aiguille aimantée d'une boussole, dans la direction du champ magnétique. Lorsqu'un défaut est présent dans la pièce, au voisinage de la surface, l'orientation du champ magnétique est modifiée et son intensité en surface augmente. On note alors, à la surface du défaut, un entassement de particules magnétiques. Une observation visuelle permet alors de déceler les défauts [Goe90, ANHM06].

Dans cette méthode, le plus important, c'est l'aimantation de la pièce. Il existe deux techniques. La première consiste à créer le champ magnétique à l'aide d'un aimant ou d'un électro-aimant. Alors que dans la deuxième technique, l'aimantation est produite en faisant circuler un courant électrique de forte intensité à l'intérieur de la pièce (figure 1.3).

Toute la difficulté consiste à bien maîtriser l'intensité du champ magnétique : une valeur trop élevée risque en effet de saturer le matériau, ce qui n'est pas souhaitable. La direction du champ magnétique a également son importance, car la sensibilité est optimale lorsque la direction est perpendiculaire à la direction présumée du défaut. C'est la raison pour laquelle on réalise généralement un contrôle suivant deux directions de champ orthogonales. Le spectre de lignes magnétiques obtenu dépend des défauts. Mais bien d'autres paramètres peuvent l'influencer : l'aimantation du matériau, la géométrie de la pièce à contrôler et la nature du révélateur. Dès lors, l'interprétation des spectres obtenus exige une certaine vigilance de

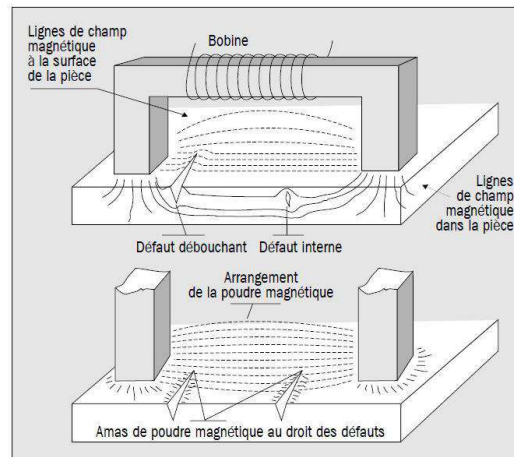


FIG. 1.3: Schéma de principe du CND par magnétoscopie

la part des opérateurs. En particulier, un doute subsiste dans certains cas critiques sur la distinction entre le défaut réellement préjudiciable et l'effet géométrique qui est à l'origine d'un spectre sans caractère de nocivité. De façon à limiter les erreurs d'interprétation, des développements sont en cours pour permettre une analyse d'images à l'aide de systèmes informatiques [Kle03].

Bien conduit, l'inspection magnétoscopique est d'une grande sensibilité pour la détection des défauts de surface sur les pièces en acier et autres alliages ferromagnétiques. Cependant, la recherche par magnétoscopie des défauts sub-surfaciques est plus délicate. De plus, une des faiblesses de la magnétoscopie est en effet sa relative faible productivité liée à la durée des manutentions et de l'examen visuel des surfaces. Une automatisation partielle ou totale peut être réalisée pour palier à ce problème [SHM73].

1.6.4 Ultrasons

Dans cette technique, un traducteur émet une impulsion ultrasonore qui se propage à l'intérieur du matériau à contrôler, puis se réfléchit sur les obstacles présents (défauts, faces de la pièce,...). Les échos reviennent ensuite à la surface. Connaissant la vitesse de propagation des ultrasons dans le matériau et le temps aller-retour d'une impulsion ultrasonore envoyée par le traducteur, on en déduit la distance parcourue par cette impulsion et par conséquent la profondeur du défaut (figure 1.4) [Sil84].

Les impulsions ultrasonores sont en fait des rafales d'ondes ultrasonores, dont la fréquence est choisie en fonction des caractéristiques du matériau à contrôler (on travaille en général à des fréquences comprises entre 1 et 10 MHz). Les vitesses de propagation des ultrasons sont élevées et les distances parcourues sont relativement petites : l'écart entre les échos est donc faible (de l'ordre de quelques μs à quelques dizaines de μs), et il faut donc disposer d'une

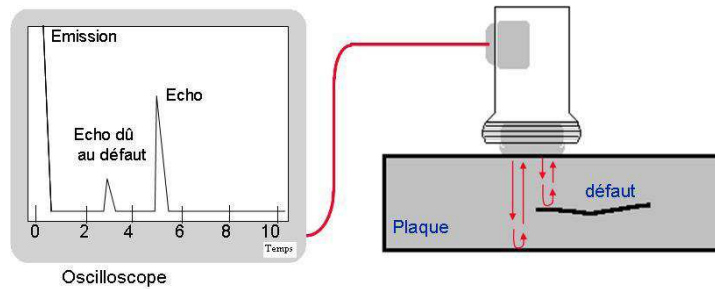


FIG. 1.4: Schéma de principe du CND par ultrasons

électronique assez rapide pour pouvoir réaliser cette discrimination entre les échos. D'autre part, pour que la reconnaissance des échos soit possible, il ne faut pas qu'il y ait chevauchement entre l'émission et les différents échos : les rafales d'ondes ultrasonores, qui constituent les impulsions d'émission, doivent donc être de courte durée (de l'ordre de quelques microsecondes). L'objectif du contrôle par ultrasons est d'être certain de recueillir tous les échos dus à des défauts. Comme les impulsions arrivant sur un défaut obéissent aux lois de la réflexion, l'angle de réflexion dépend de l'orientation du défaut. Pour être sûr de ne pas perdre des échos, on peut être amené à utiliser plusieurs traducteurs pour la réception. Dans le même ordre d'idée, certaines applications ne se satisferont pas d'un traducteur droit (émission et réception perpendiculairement à la surface) et il faudra utiliser des traducteurs travaillant de façon oblique : ce genre de situation se présente par exemple lorsqu'on rencontre des défauts longitudinaux orientés perpendiculairement à la surface de la pièce, et donc très difficiles à détecter avec les traducteurs droits. Les traducteurs focalisés, qui permettent de focaliser l'énergie ultrasonore en certaines zones de la pièce à contrôler, contribuent également à détecter certains défauts difficiles d'accès pour les traducteurs classiques. Aux fréquences utilisées, les ultrasons ne se propagent pas dans l'air. Pour assurer le passage des ultrasons entre le traducteur et la pièce à contrôler, il faut alors placer entre eux un milieu couplant. Dans les contrôles manuels, l'opérateur applique un liquide (graisse, huile, gels) sur la pièce à contrôler et déplace le traducteur sur le film ainsi constitué. Dans les contrôles automatiques, où le déplacement des traducteurs est assuré par des bras motorisés, la solution consiste à immerger la pièce et le traducteur dans de l'eau ; ici, il n'est pas nécessaire que le traducteur soit en contact avec la pièce.

Le champ d'application du contrôle ultrasonore concerne principalement l'examen des pièces métalliques et de leurs assemblages en fabrication et en service, donc l'ensemble des industries métallurgiques, mécaniques, nucléaires et aéronautiques. Ce champ s'élargit de plus en plus au contrôle des matériaux et assemblages non métalliques, céramiques, polymères, matériaux composites et béton [LPLB06].

Le CND par ultrasons est une technique très utilisée, parce qu'elle est relativement flexible et simple pour détecter des défauts internes [BB86]. La mesure de l'épaisseur est aussi souvent

effectuée par cette technique [PBEH06]. Cependant, l'usage presque obligatoire d'un couplant peut être gênant, et les frontières entre deux matériaux engendrent des échos parasites. De plus, la recherche des défauts de très faibles dimensions ($\ll mm$) nécessite l'utilisation de fréquences relativement élevées, pour lesquelles l'atténuation devient grande.

1.6.5 Courants de Foucault

1.6.5.1 Principe de base

Le CND par courants de Foucault n'est applicable que sur les pièces réalisées en matériaux conducteurs d'électricité. Son principe consiste à soumettre la pièce à inspecter à l'action d'un champ magnétique variable dans le temps, à l'aide d'une bobine parcourue par un courant électrique. Ce faisant, on induit des courants de Foucault dans le matériau à contrôler. La trajectoire des courants induits est perturbée par des variations locales, soit de la géométrie, soit des caractéristiques électromagnétiques du matériau. La perturbation locale des lignes de courant conduit à une modification du champ induit, lequel s'oppose à chaque instant au champ d'excitation [Lib79]. Par conséquent, le courant traversant la bobine d'excitation varie. Autrement dit, l'impédance de la bobine est modifiée (figure 1.5).

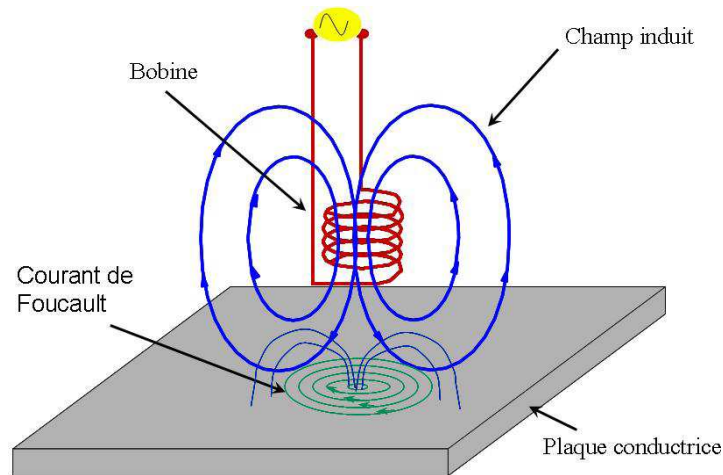


FIG. 1.5: Schéma de principe du CND par courant de Foucault

Pour réaliser le contrôle complet d'une pièce, il faut déplacer (à une vitesse qui peut atteindre quelques m/s) la bobine à la surface de celle-ci et détecter les variations d'impédance, qui traduisent la présence d'une anomalie à l'intérieur de la pièce. La sensibilité de la méthode dépend des paramètres suivants :

- Conductivité électrique du matériau inspecté.
- Perméabilité magnétique de la pièce.
- Caractéristiques géométriques du spécimen et du capteur.
- Position de la pièce inspectée par rapport au capteur.

– La fréquence du courant d’excitation.

Cette dernière conditionne la profondeur de détection des défauts dans la pièce. Cette profondeur est appelée *épaisseur de peau*. Elle indique la profondeur où la grande partie des courants induits se concentrent et dépend uniquement des propriétés électromagnétiques des matériaux et de la fréquence du courant d’excitation fr . L’épaisseur de peau s’exprime ainsi par :

$$\delta_{elec} = \sqrt{\frac{1}{\pi \cdot fr \cdot \sigma \cdot \mu}} \quad (1.1)$$

σ et μ sont respectivement la conductivité électrique et la perméabilité magnétique du matériau inspecté.

La détection des défauts consiste à mesurer les variations d’impédance de la bobine. En général, on utilise une méthode comparative, dont l’objet est de mesurer la différence entre l’impédance Z de la bobine et l’impédance Z_0 de la bobine pour une pièce de référence (ne comportant pas de défaut). Cette procédure nécessite donc un étalonnage préalable. Les variations d’impédance dépendent de très nombreux paramètres, notamment de la géométrie de la pièce à contrôler et des caractéristiques du matériau. Il est important donc d’être très rigoureux, tant au niveau de la forme de la bobine, du placement de celle-ci, de l’intensité et de la fréquence du courant appliqué, sans oublier la procédure d’étalonnage. C’est à ces conditions que l’on pourra mettre en évidence le défaut et réduire l’influence des phénomènes nuisibles (les caractéristiques de la pièce et du matériau). L’archivage électronique de *signatures* de défauts et le traitement du signal constituent des voies de développements actuels permettant de simplifier l’exploitation de la technique du CND par courants de Foucault et d’en étendre le champ d’application.

1.6.5.2 Champ d’application

Un des principaux avantages de cette technique est la variété d’inspections et de mesures qui peuvent être effectuées. Cette méthode s’applique à tous les matériaux conducteurs et ferromagnétiques. Elle est utilisée pour détecter des défauts superficiels ou sous-cutanés. Elle est utilisée en milieu industriel par exemple dans l’industrie métallurgique, où l’on détecte ainsi des défauts superficiels de natures variées sur des barres et des tubes de petits diamètres (inférieurs à quelques centimètres). Une telle technique peut mettre en évidence, sur ces produits, non seulement des défauts superficiels tels que les fissures [HOB⁺06], des défauts dans les assemblages rivetés [RTB96], mais aussi des défauts de géométrie, tels que des variations brusques de diamètre ou d’épaisseur de paroi [BJP01]. Le contrôle des tubes en service est aussi une application importante du CND par courants de Foucault, étant donné l’importance que revêt la maintenance des chaudières, des échangeurs et surtout des générateurs de

vapeur des centrales nucléaires [YCM00].

1.6.5.3 Performances et limitations

Le CND par courant de Foucault présente de nombreux avantages :

- Grande sensibilité de détection des défauts (dimensionnelles, structurales...), avec possibilité d'en évaluer la profondeur.
- Rapidité d'inspection.
- Portabilité des équipements.
- Peu de préparation des pièces.
- Méthode sans contact, même si le capteur est proche de la pièce testée
- Efficacité de la technique malgré la complexité des phénomènes électromagnétiques mis en oeuvre et la multitude des paramètres d'action.
- Automatisation possible pour des pièces de géométrie constante (tubes, barres, rubans, câbles,...).
- Aucun inconvénient relié à l'environnement ou à la sécurité

Cependant, la technique présente quelques limitations résumées ci-dessous par ordre d'importance :

- La profondeur d'inspection est limitée par l'épaisseur de peau.
- La détection du défaut se fait d'une manière locale.
- La technique ne s'applique qu'à des matériaux conducteurs d'électricité.
- La position du capteur par rapport au spécimen peut influencer l'efficacité de détection des défauts (les défauts parallèles à la direction du balayage d'enroulement de la sonde sont difficile à détecter).
- La compétence et la formation sont exigées pour le personnel d'inspection.
- L'état de surface du matériau inspecté (la finition extérieure et la rugosité) influence sur la détectabilité des défauts.

1.6.6 La thermographie infrarouge

1.6.6.1 Principe de base

Cette technique consiste à chauffer la surface du matériau inspecté au moyen, par exemple, de lampes flash et à mesurer l'élévation de température résultante avec une caméra infrarouge [Mal01].

L'inspection en thermographie infrarouge peut se faire selon deux approches : la thermographie active et passive. Dans les deux cas, l'investigation consiste à détecter la présence d'un gradient de température qui révèle la présence d'un défaut, gradient qui peut-être provoqué

soit par une hausse ou une baisse de température. En thermographie active, le processus de détection nécessite l'apport d'une stimulation thermique extérieure afin de provoquer l'apparition d'un gradient [Gau99]. Par opposition, la thermographie passive n'utilise pas de stimulation extérieure, l'objet ou le défaut à détecter générant un gradient thermique naturellement. L'approche active comporte principalement trois volets : la stimulation thermique du spécimen, l'acquisition temporelle de la réponse thermique et l'analyse numérique de la réponse [Ben95].

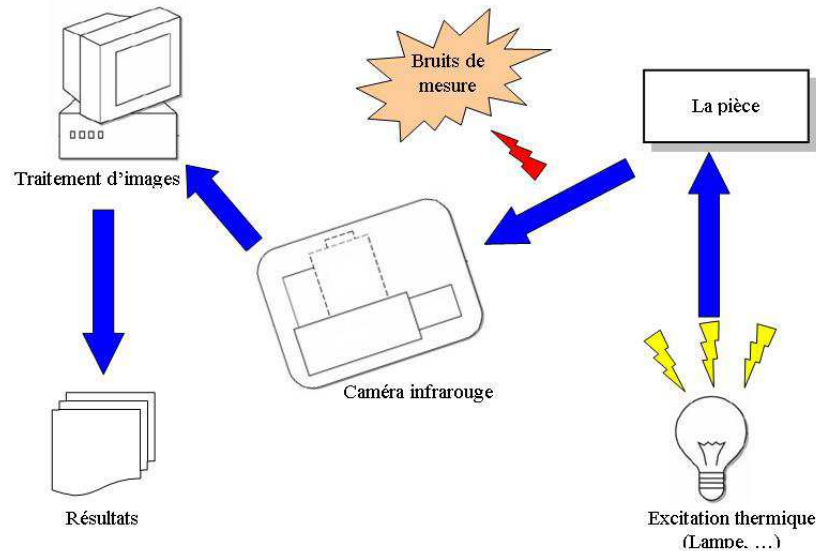


FIG. 1.6: Système expérimental de la technique

Les techniques d'inspection par thermographie infrarouge ont été développées et continuent d'être améliorées dans le domaine de la thermographie active. Les trois principales techniques sont la *thermographie pulsée* (TP), la *thermographie modulée* (TM) et la *thermographie de phase pulsée* (TPP). Ces techniques se différencient tant par le mode de stimulation que par le traitement numérique de la réponse thermique [Mal02]. Nous développerons ces différentes techniques au paragraphe 1.8.

1.6.6.2 Champ d'application des méthodes thermographiques

La thermographie infrarouge permet l'estimation de la qualité d'un équipement ou d'une installation en exploitation normale, et de prévenir les irrégularités de fonctionnement bien avant les pannes effectives. A titre d'exemple, on peut citer le contrôle des équipements électriques haute et basse-tension, contrôle de l'isolation des bâtiments, des équipements mécaniques et thermiques (moteurs, four,...) [Mal02].

Elle est également souvent utilisée dans l'inspection dans le secteur aéronautique pour la détection de délaminages, d'impacts, de corps étrangers et de décollements francs dans les

structures composites et la détection d'humidité dans les sandwichs composites et métalliques [Swi07].

1.6.6.3 Performances et limitations des méthodes thermographiques

Les méthodes thermographiques présentent de nombreux avantages résumés ci-dessous :

- Méthodes relativement rapides et sans contact.
- Toute l'épaisseur de la pièce est généralement contrôlée.
- Les cavités (champs de bulles d'air, fissures, délaminages, ...) sont bien détectées.
- La sensibilité de la détection d'un défaut est de l'ordre de quelques *mm*.
- L'archivage des résultats est garanti à l'aide de la caméra infrarouge.

Néanmoins, certains inconvénients sont observés. On peut citer par exemple :

- La sensibilité de certaines de ces techniques au chauffage non uniforme.
- Des difficultés de mesure liées aux effets perturbateurs.
- Des difficultés de localisation de la profondeur des défauts, du fait que l'image obtenue donne une projection de ces derniers sur le plan de la pièce testée.
- L'interprétation des mesures pas toujours facile, surtout pour identifier la nature des défauts.
- La phase d'interprétation des résultats présente des restrictions pour une automatisation totale de la technique.

1.6.7 Synthèse

La présentation des méthodes du CND ne serait pas complète sans une synthèse comparative selon les critères énoncés à la section 1.2. Ainsi, le tableau 1.1 présente une vue d'ensemble des qualités et des défauts de chacune de ces techniques.

	Reproductibilité	Fiabilité	Possibilité d'inspec- tion globale	Sensibilité	rapidité	Coût	Résolution
Procédé optique	-	-	+	-	-	+	-
Ressuage	-	-	+	-	++	++	-
Magnétoscopie	-	-	+	-	-	+	-
Ultrasons	-	-	-	++	+	+	+
Courant de Foucault	++	+	-	+	+	+	-
Thermographie infrarouge	+	+	++	-	++	+	-

TAB. 1.1: Comparatif des principales techniques de CND

Ce tableau montre que ces techniques d'inspection sont très variées par leurs caractéristiques de fonctionnement ainsi que dans leurs performances. Elles possèdent chacune leurs

avantages et leurs inconvénients, occupant ainsi des champs d'applications différents, parfois complémentaires.

Depuis quelques années, de plus en plus de dispositifs utilisent conjointement plusieurs méthodes parmi celles qui viennent d'être présentées précédemment. Ces techniques tentent de s'affranchir des différents défauts des méthodes utilisées tout en conservant les avantages. Dans ce contexte, nous nous intéressons à une nouvelle technique du CND en plein essor qui combine la thermographie infrarouge et le CND par courant de Foucault et qui connaît un gain d'intérêt.

1.7 La technique thermo-inductive

1.7.1 Principe de base

Cette technique est utilisée pour l'investigation et la détection des défauts dans des matériaux conducteurs d'électricité. La pièce inspectée est chauffée par induction et en cas de présence d'un défaut, l'anomalie dans la distribution de la densité de courants induits, crée une concentration de la densité de puissance autour du défaut qui se traduit par des surchauffes locales. L'inhomogénéité de la distribution de la température se propage à la surface du matériau, et peut être détectée par une caméra infrarouge (figure 1.7). Un défaut sera donc révélé par la combinaison des phénomènes électromagnétique et thermique d'une façon complémentaire [RTB⁺08, Lou07].

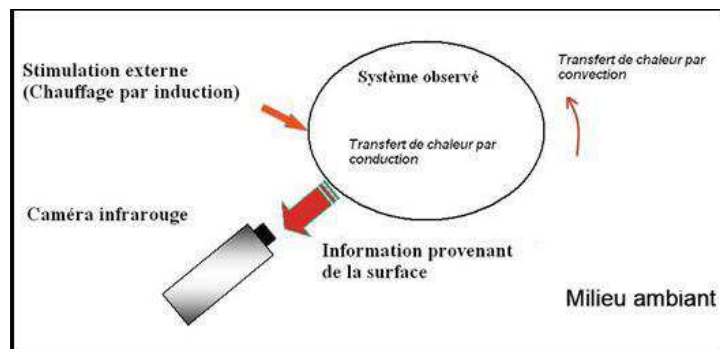


FIG. 1.7: Le principe de la technique

L'intérêt de cette méthode est d'augmenter la probabilité de détection des défauts de surface et d'améliorer l'interprétation des données par une corrélation des résultats obtenus avec les deux méthodes du CND : par courant de Foucault et par thermographie infrarouge [RTBF08]. Elle présente l'avantage de créer une perturbation supplémentaire due à la concentration des courants induits autour du défaut comme le montre la figure 1.8 où une pièce de forme d'une plaque a été inspectée. La présence du défaut perturbe les lignes de courants induits et crée

des surchauffes supplémentaires qui s'ajoutent au retour de l'onde thermique à la surface après la stimulation thermique. Cela engendre une élévation de température à la surface au-dessus du défaut. La technique thermo-inductive permet également de contrôler facilement la puissance induite, de chauffer à la surface ou au coeur et de s'adapter aux différentes géométries des pièces inspectées et des défauts rencontrés.

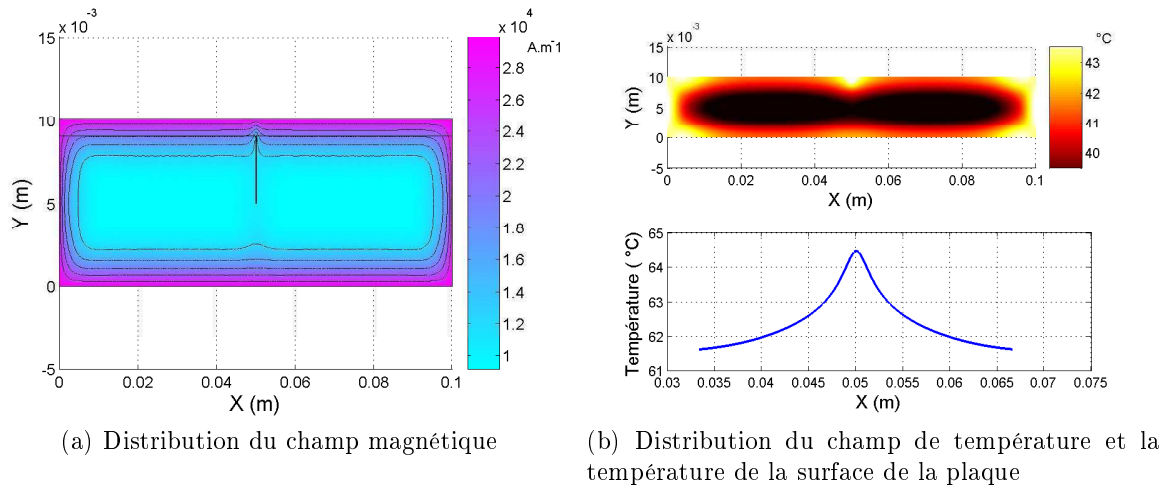


FIG. 1.8: Distributions des champs magnétique et de température

1.7.2 Description des éléments de la technique

La figure 1.9 montre un schéma typique d'une installation pour l'inspection des pièces cylindriques. Elle est constituée d'un générateur d'induction, d'un inducteur, de la caméra infrarouge et des pièces inspectées [RTB⁺08].

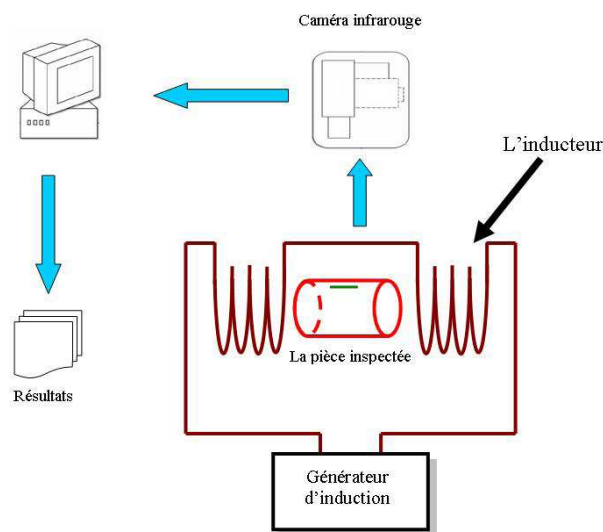


FIG. 1.9: Schéma du système expérimental

1.7.2.1 Générateur d'induction

Il représente la source de la stimulation thermique. Il permet de créer les courants électriques aux fréquences souhaitées. Son principe est donné par la figure 1.10. La tension du réseau est ajustée à l'aide d'un transformateur, puis redressée de façon à obtenir une grandeur continue, puis découpée à la fréquence voulue pour alimenter l'inducteur formant ainsi un onduleur. L'inducteur est associé à une capacité de façon à former un circuit accordé à la fréquence cherchée. Cette résonance est détectée et sert, grâce au circuit de commande, à piloter l'onduleur. La fréquence de fonctionnement est ainsi variable et ajustée aux conditions de résonance de la charge. Selon les fréquences délivrées, les générateurs utilisent comme interrupteurs soit des semi-conducteurs, soit des tubes électroniques [DEVa].

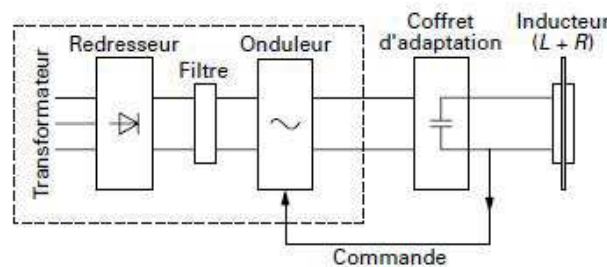


FIG. 1.10: Schéma de principe d'un générateur d'induction

1.7.2.2 L'inducteur

C'est un des éléments essentiels d'une installation d'inspection par la technique thermo-inductive. Il est chargé de créer le champ magnétique. Sa géométrie ou sa forme dépend essentiellement de la géométrie de la pièce inspectée et de la répartition du chauffage souhaitée. Cette faculté d'adaptation donne un avantage majeur pour l'inspection des différentes pièces rencontrées dans l'industrie [DEVb].

Du fait que la puissance transmise au matériau inspecté dépend du champ magnétique, il est souvent utile de renforcer la valeur du champ magnétique H autour des zones à chauffer. C'est le rôle du concentrateur de champ dont le but est de concentrer les lignes de champ et d'éviter les fuites magnétiques. Cette opération est réalisée à partir d'une culasse placée autour de l'inducteur et de la zone sensible. Ces culasses sont soit en acier magnétique feuilleté pour des faibles fréquences, soit en ferrite pour les hautes fréquences [DEVb].

1.7.2.3 La caméra infrarouge

Le rayonnement de la pièce inspectée est détectée par une caméra infrarouge. C'est un instrument équipé d'un détecteur de rayonnement sensible dans la bande infrarouge du spectre.

Dans les caméras anciennes, ce détecteur est associé à un système de balayage mécanique permettant de dresser une carte du champ de luminance infrarouge. Moyennant un étalonnage préalable avec un corps noir et la connaissance de l'émissivité de la surface visée, on peut en déduire sa distribution en température. Les caméras les plus modernes sont équipées d'une matrice de détecteur. Chaque capteur forme un pixel de l'image. Cette image peut être traitée de manière analogique ou numérique. Le balayage mécanique est ainsi éliminé et on peut atteindre des cadences d'image de plusieurs centaines de Hz [Gau99].

Une mesure de température, effectuée à l'aide d'une caméra infrarouge, demande certaines précautions. De nombreux effets apparaissent en fonction des conditions de la mesure, comme les bruits thermique et électronique ajoutés par les capteurs infrarouges. Une calibration est alors recommandée avant chaque série d'expériences. La calibration permet d'obtenir les variations de température enregistrées par la caméra sur un objet de référence. Une correction proportionnelle peut donc être appliquée sur les enregistrements pris sur l'objet, ou le sujet de l'expérience [Gau99].

1.7.2.4 Le spécimen à inspecter

La qualité de la réponse thermique d'un système d'inspection par la technique thermo-inductive dépend de la connaissance précise des propriétés physiques du matériau à chauffer. On distingue deux familles de propriétés physiques :

Les propriétés électromagnétiques : ces propriétés sont la perméabilité magnétique (μ) et la conductivité électrique (σ). Ces paramètres ont une influence directe sur les paramètres du chauffage.

Les propriétés thermiques : ces propriétés sont la conductivité thermique (λ), la masse volumique (ρ), la chaleur spécifique (C_p) et l'émissivité (ϵ). Ces paramètres ont une influence sur les paramètres du chauffage et du traitement de la réponse thermique.

1.7.3 Performances et limitations

Du fait que la technique thermo-inductive est une combinaison du CND par courant de Foucault et de la thermographie infrarouge, elle englobe aussi leurs avantages qui sont résumés ci-dessous :

- La méthode est relativement rapide et ne nécessite pas de contacts.
- La méthode est globale et elle permet l'inspection de l'ensemble de la pièce à la fois.
- Toute l'épaisseur de la pièce est généralement contrôlée.
- Grande sensibilité de détection des défauts (dimensionnelles, structurales...), avec possibilité d'en évaluer la profondeur.

- L'automatisation est possible pour des pièces de géométries constantes (tubes, barres, rubans, câbles,...).
- L'archivage des résultats est assuré par la caméra infrarouge.

En revanche, certaines limitations sont observées. On peut citer par exemple :

- La méthode ne s'applique qu'à des matériaux conducteurs d'électricité.
- La technique est sensible au chauffage non uniforme dans le cas du mode de stimulation pulsée.
- Quelques difficultés de mesure liées aux effets perturbateurs sont rencontrées .
- L'interprétation des mesures n'est pas toujours facile, surtout pour identifier la nature des défauts.

1.8 Les modes de stimulation

Dans les deux techniques de la thermographie infrarouge et thermo-inductive, trois principales méthodes peuvent être mises en oeuvre. Elles se différencient l'une de l'autre par la manière où le spécimen est excité et comment la réponse thermique est traitée.

1.8.1 Mode de stimulation modulée

Dans ce mode, la pièce inspectée est sollicitée par un chauffage où la valeur efficace de la puissance induite a une variation sinusoïdale avec une fréquence thermique fr_{th} [Bus79]. Le principe peut se définir comme suit : en régime permanent thermique, la température de la surface varie périodiquement avec un module et un déphasage distinct entre les zones saines et les zones défectueuses. Le défaut est alors localisé soit par le rapport des modules, soit par la différence de phase entre les zones avec et sans défauts [Lou07].

Les contrastes de phase et d'amplitude

Lorsqu'une stimulation sinusoïdale est appliquée à l'ensemble de la surface d'un spécimen, l'ensemble des points de l'image peut être détecté simultanément par le biais d'une caméra infrarouge. La réponse thermique est enregistrée sous la forme d'une séquence d'images. Si on considère par exemple quatre images par cycle de modulation (Figure 1.11), exprimées par $S_1(x, y)$, $S_2(x, y)$, $S_3(x, y)$ et $S_4(x, y)$. Il est possible de déduire la phase $\phi(x, y)$ et l'amplitude $A(x, y)$ de la réponse du spécimen grâce aux équations suivantes [BWK92] :

$$\phi(x, y) = \arctg \left(\frac{S_1(x, y) - S_3(x, y)}{S_2(x, y) - S_4(x, y)} \right) \quad (1.2)$$

$$A(x, y) = \frac{1}{2} \cdot \sqrt{[S_1(x, y) - S_3(x, y)]^2 + [S_2(x, y) - S_4(x, y)]^2} \quad (1.3)$$

Ces équations constituent une approximation de la réponse réelle, et par conséquent plus on considère de points, plus l'approximation sera exacte. L'utilisation de plus de points permet de rendre cette détection de phase moins sensible au bruit.

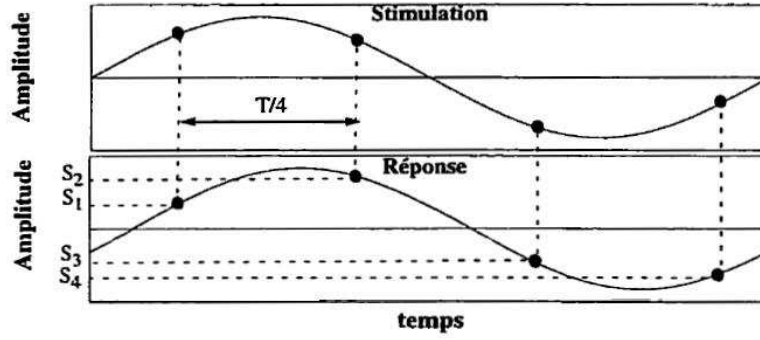


FIG. 1.11: Méthode pour extraire la phase et l'amplitude de la réponse thermique

Le contraste de phase $\Delta\phi(x, y)$ et celui d'amplitude $\mathbf{RA}(x, y)$ à la surface s'expriment alors par [DB98] :

$$\Delta\phi(x, y) = \phi_{def}(x, y) - \phi_{sdef}(x, y) \quad (1.4)$$

$$\mathbf{RA}(x, y) = \frac{A_{def}(x, y)}{A_{sdef}(x, y)} \quad (1.5)$$

avec :

$\phi_{def}(x, y)$ correspond au déphasage de la zone avec défaut.

$\phi_{sdef}(x, y)$ correspond au déphasage de la zone sans défaut.

$A_{def}(x, y)$, $A_{sdef}(x, y)$ représentent respectivement le module de la température à la surface des zones avec et sans défaut .

Le choix de la fréquence thermique f_{th} dépend de la profondeur du défaut et des caractéristiques thermiques du matériau inspecté. Cette dépendance est liée à la profondeur de pénétration thermique δ_{th} définie par [Bus94, IW90] :

$$\delta_{th} = \sqrt{\frac{2 \cdot \lambda}{\rho \cdot C_p \cdot \omega_{th}}} = \sqrt{\frac{2 \cdot \alpha}{\omega_{th}}} \quad (1.6)$$

où ω est la pulsation, λ est la conductivité thermique, ρ est la masse volumique, C_p est la chaleur spécifique et α représente la diffusivité thermique du matériau définie par :

$$\alpha = \frac{\lambda}{\rho \cdot C_p} \quad (1.7)$$

δ_{th} est inversement proportionnelle à la racine carrée de fr_{th} . C'est pourquoi, pour détecter les défauts proche de la surface, on utilise des fréquences thermiques élevées et pour les défauts profonds, on emploie des fréquences moins importantes.

Le déphasage s'explique par la réflexion des ondes thermiques sur le défaut et le temps d'aller-retour d'onde réfléchi. Ce déphasage dépend donc des propriétés thermiques de la pièce, de la profondeur du défaut et de la fréquence thermique. La mesure du déphasage permet de détecter des défauts par contraste de phase. Elle permet également de retrouver les grandeurs de la conductivité thermique et de l'épaisseur. Il faut noter que le contraste de phase est peu sensible à la non uniformité du chauffage, aux variations d'émissivité de surface et à la réflexion de l'environnement (voir annexe A).

Un avantage majeur de ce mode d'excitation est *la démodulation synchrone* qui donne un bon rapport signal sur bruit dans la mesure. Ceci permet d'utiliser des quantités réduites d'énergie. D'autre part, les données peuvent être exprimées directement en degrés de phase, éliminant les paramètres de proportionnalité avec la source, l'uniformité du chauffage et les rayonnements parasites produit par le milieu ambiant et des variations d'émissivité liées à la géométrie des pièces inspectées.

Cependant, la stimulation modulée est difficile à mettre en oeuvre, car elle nécessite d'une part, un temps relativement long pour atteindre le régime permanent, et d'autre part, de refaire l'opération du contrôle pour des fréquences différentes afin d'obtenir une analyse globale sur la profondeur de la pièce. Elle n'est applicable que pour des cas spécifiques et ne permet pas d'effectuer une inspection en ligne en temps réel.

1.8.2 Mode de stimulation pulsée

Ce mode d'excitation est assez rapide contrairement au mode modulé. Il consiste à générer une impulsion thermique de courte durée. L'évolution temporelle de la température est ensuite enregistrée à l'aide de la caméra infrarouge.

En stimulation pulsée l'inspection est rapide et globale. En revanche, le rapport signal sur bruit est plus faible que celui de la stimulation modulée. De plus, il n'est pas facile d'imposer une puissance thermique uniforme sur la surface du spécimen.

Plus un défaut sera profond, plus le délai de l'inspection sera important avant l'apparition d'un gradient de température à la surface du matériau. Le temps d'observation nécessaire t_m pour détecter un défaut est de l'ordre de [Mal01] (voir annexe B) :

$$t_m \approx \frac{z^2}{\alpha} \quad (s) \quad (1.8)$$

où z est la profondeur de l'inspection et α est la diffusivité thermique du matériau inspecté.

Le contraste thermique normalisé

Plusieurs algorithmes de traitement des données ont été développés pour la caractérisation des défauts, c'est-à-dire la détermination de la taille, la profondeur et la résistance thermique d'un défaut ou de l'évaluation des revêtements de surface. Beaucoup de ces techniques utilisent le contraste thermique d'amplitude comme critère de décision. Il permet de quantifier l'écart d'amplitude thermique à la surface pour chaque pixel à un même instant entre une surface avec et sans défaut. Plusieurs définitions du contraste sont utilisées, mais probablement la plus commune est le contraste thermique normalisé exprimé comme suit [MM01] :

$$C_i(t) = \frac{T_{adef}(t) - T_{adef}(t_0)}{T_{sdef}(t) - T_{sdef}(t_0)} \quad (1.9)$$

Où $T_{adef}(t)$ est la température pour chaque pixel de l'image à l'instant t , $T_{adef}(t_0)$ est la température pour chaque pixel de l'image avant la stimulation, $T_{sdef}(t)$ la température de la surface sans défaut à l'instant t , et $T_{sdef}(t_0)$ est la température de la surface sans défaut avant la stimulation. Le contraste thermique normalisé représente le différentiel de la température de la surface avec défaut par le différentiel thermique de la surface sans défaut. Ainsi, une surface sans défaut donnera une courbe de contraste de 1 alors que la courbe de contraste d'une surface avec défaut prendra des valeurs supérieures ou inférieures à 1, selon que la diffusivité du défaut est supérieure ou inférieure à celle du spécimen.

Pour calculer le contraste, il est nécessaire de fournir une surface de référence qu'on sait être sans défaut (T_{sdef}). Il est à noter que la qualité de l'image du contraste peut varier selon la zone sans défaut choisie comme référence. De plus, les stimulations n'étant jamais parfaitement uniformes, le choix de la zone de référence rend le calcul du contraste dépendant des non-uniformités locales de la stimulation [Mal01].

Il est alors important d'avoir une stimulation uniforme afin que le calcul du contraste thermique permette de discerner entre un gradient dû à un défaut et celui dû à une stimulation non-uniforme. En fait, tout ce qui peut affecter l'uniformité de l'amplitude de la réponse thermique, à la surface du spécimen ou dans le spécimen, peut venir bruyé la réponse thermique. En surface, des variations locales d'absorptivité et d'émissivité peuvent affecter respectivement l'amplitude de la stimulation et de la réponse. La géométrie d'une surface peut également affecter de manière indirecte l'absorptivité et l'émissivité de la surface inspectée. Dans le matériau inspecté, des variations de la diffusivité du spécimen autre que le

défaut peuvent également affecter l'amplitude et rendre le défaut difficile à détecter du spécimen lui-même. Ainsi, toute cause de variation d'amplitude autre que le défaut est nuisible pour des fins de détection en mode de stimulation pulsée [CAS05].

À partir de l'évolution du contraste, il est également possible de déduire des informations quantitatives sur le défaut. Une des approches possible consiste à obtenir plusieurs courbes de contraste tout en variant le paramètre que l'on cherche à déterminer. Sur la base des données recueillies, une extrapolation peut-être faite à l'aide de logiciels mathématiques afin d'obtenir une approximation de la fonction reliant les variables d'intérêts.

Il s'agit donc de retrouver des informations quantitatives d'un défaut à partir de la seule réponse thermique. Les paramètres d'intérêt d'un défaut sont principalement : sa profondeur pour sa localisation, sa résistance thermique qui peut être un indice sur sa nature et sa taille pour en évaluer l'importance.

Un des avantages du mode pulsé est sa rapidité à cause de son mode de stimulation impulsionnelle. En revanche, la contrainte de la stimulation uniforme a pour effet de limiter la distance à laquelle on peut positionner les sources de la stimulation, l'uniformité d'excitation étant plus difficile à réaliser avec l'accroissement de la distance sources-spécimen, limitant du même coup le champ de vision.

1.8.3 Mode de phase pulsée

Des deux techniques d'inspection précédemment étudiées, c'est le mode d'excitation modulée qui produit les meilleurs résultats de détection [Lou07]. Malgré cela, le mode de stimulation pulsée demeure une technique fiable et efficace car elle possède deux avantages pratiques non négligeables dans l'industrie : simplicité de mise en oeuvre et vitesse d'exécution. Pourtant, il y a un lien fondamental entre ces deux techniques de détection qui est la présence de fréquences dans chacun des deux types de stimulation. Même si la stimulation dans le mode pulsé est impulsionnelle et non pas périodique, elle contient un spectre de fréquences dont la combinaison forme une réponse impulsionnelle. En se basant sur ces observations, on peut imaginer une combinaison des deux techniques existantes pour former une technique de détection hybride dont la stimulation est de type pulsé, avec une analyse de réponse thermique type modulé. Autrement dit, cette approche réunit la vitesse de stimulation en pulsée avec la qualité de détection en mode modulé.

Le théorème de Fourier considère qu'une impulsion de *Dirac* possède un spectre dont l'énergie est répartie uniformément entre toutes les fréquences de 0 à ∞ . Cependant, on ne peut pas assimiler une stimulation thermique réelle à l'impulsion idéale de *Dirac* qui a une durée infiniment courte et une amplitude infinie. Dans le domaine temporel, l'impulsion réelle aura une durée et une amplitude finies, qu'on modélise par une onde carrée. Ce qui n'est pas tout à

fait exact mais qu'il l'est suffisamment pour expliciter les caractéristiques fréquentielles d'une stimulation impulsionnelle. Ainsi, une impulsion thermique réelle se traduit en fréquence par un spectre dont les fréquences présentes ne sont pas d'amplitude égale. *La Transformée de Fourier* de cette impulsion nous montre la relation de réciprocité qui existe entre les domaines temporel et fréquentiel, à savoir qu'un signal de plus en plus large dans le domaine temporel possède un spectre de plus en plus étroit dans le domaine fréquentiel, et inversement [Kre93].

Le mode de phase pulsée partage tous les avantages pratiques que nous avons relevés pour le mode pulsée. De plus, en comparaison avec la stimulation modulée, la stimulation impulsionnelle ayant une durée limitée, la réponse d'un défaut vient se déposer sur une surface qui a commencé à se refroidir, permettant ainsi un bon contraste entre la réponse thermique des surfaces avec et sans défaut. En mode modulé, la stimulation se fait de manière continue en raison de la nécessité d'établir un régime permanent, même durant l'acquisition. La réponse thermique se dépose donc sur une surface qui est stimulée, ce qui réduit le contraste avec le défaut [MM96].

La réponse thermique en mode de phase pulsée se distingue principalement de celle en excitation modulée par le fait qu'il s'agit d'une réponse impulsionnelle, donc transitoire et semblable à ce que nous retrouvons en stimulation pulsée. Dans une analyse du mode phase pulsée, il n'est évidemment pas possible de visualiser directement le contenu fréquentiel de sa réponse en restant dans le domaine temporel comme pour la stimulation modulée. Par conséquent les caractéristiques de la phase et de l'amplitude sont beaucoup moins évidentes à analyser.

Pour extraire l'amplitude et la phase des différentes fréquences constituant cette réponse, il est nécessaire de se reporter dans le domaine fréquentiel par le biais de *la Transformée de Fourier Discrète* pour chaque pixel de l'image thermique [Bra65, Cas96, Bri74] :

$$F(f) = \Delta t \cdot \sum_{n=0}^{N-1} s(t) \cdot \exp(-2\pi f n \Delta t) = R(f) + jI(f) \quad (1.10)$$

$R(f)$, $I(f)$ représentent la partie réelle et imaginaire de $F(f)$ et Δt est la période d'échantillonnage.

Cette transformation ne nous donne pas accès à toutes les fréquences, mais seulement à celles que nous autorise la fréquence d'échantillonnage et le temps d'observation de la caméra infra-rouge. La fréquence maximale accessible est donc limitée par la fréquence d'échantillonnage alors que la fréquence minimale accessible est limitée par le temps d'observation comme sera détaillé dans les chapitres 4 et 5.

Par exemple, à partir d'une séquence de N images prises à intervalle t , nous avons accès à $N/2$ fréquences. L'amplitude ainsi que la phase de chaque fréquence sont obtenues avec les équations suivantes [MM96] :

$$\phi(f) = \operatorname{arctg}\left(\frac{I(f)}{R(f)}\right) \quad (1.11)$$

$$A(f) = \sqrt{R(f)^2 + I(f)^2} \quad (1.12)$$

Les contrastes de phase et d'amplitude définis par les équations 1.4 et 1.9 sont utilisés pour la détection des défauts. L'utilisation du contraste de phase présente l'avantage d'être peu sensible aux non-uniformités du chauffage. Le contraste d'amplitude quant à lui possède des caractéristiques intéressantes et parfois complémentaires par rapport au contraste de phase.

1.9 Modélisation

Nous avons présenté dans les sections précédentes les différentes techniques du CND. Nous avons ensuite détaillé la technique thermo-inductive, son principe de base et son intérêt par rapport aux autres techniques.

Nous avons vu que le contrôle non destructif par la technique thermo-inductive nécessite un ensemble de connaissance sur les propriétés physiques des matériaux, sur les phénomènes électromagnétique et thermique mis en jeu, sur le traitement de signal associé ainsi que sur les défauts et les pièces inspectées. Il est donc nécessaire de développer une modélisation de cette technique pour la bonne compréhension et pour la prédiction de la détectabilité des défauts.

Une modélisation consiste à établir une structure mathématique qui décrit les phénomènes physiques. On distingue généralement deux groupes de méthodes de modélisation :

Les méthodes analytiques

Souvent utilisées pour l'étude de problèmes à géométries simples, elles nécessitent des hypothèses simplificatrices. L'intérêt de cette méthode réside dans sa simplicité de calcul mais également dans le fait qu'elle permet de percevoir directement l'influence des différents paramètres du système sur la détection des défauts. Par contre cette approche devient rapidement impraticable si l'on étudie des pièces et des défauts de formes complexes. De plus, ces méthodes sont performantes pour le calcul de grandeurs globales (calcul de la puissance par exemple). Par contre, pour des grandeurs locales, il faut effectuer un calcul pour chaque point considéré. Ainsi, la détermination d'une cartographie de champ ou de température par exemple devient complexe voir impossible. Ces méthodes sont utilisées pour l'étude et

l'inspection des matériaux homogènes plans ou des tubes ou des cylindres. Les propriétés des matériaux doivent être linéaires [DD68]. [OTW06] et [WN06] ont développé un modèle semi analytique pour étudier l'effet de l'orientation d'une fissure dans une plaque semi infinie sollicitée par un champ uniforme. Le modèle consiste à étudier l'effet de l'orientation de la fissure et l'effet de la fréquence d'induction électromagnétique.

Les méthodes numériques

Du fait que l'utilisation des méthodes analytiques n'est pas concevable lorsque des structures complexes sont étudiées, il est donc nécessaire de recourir à des méthodes de résolution numériques. Elles sont basées sur une discrétisation du domaine d'étude et l'intégration des équations aux dérivées partielles sur chaque élément du maillage. On distingue par exemple la méthode des différences finies, la méthode des éléments finis et les volumes finis. Suivant la complexité du problème, on utilise des modèles monodimensionnel (1D), bidimensionnel (2D) ou tridimensionnels (3D).

Le modèle monodimensionnel est basé sur des hypothèses simplificatrices qui sont valables que pour des problèmes de géométrie simple. Il ne tient pas compte de tous les phénomènes physiques mis en jeu tels que la diffusion latérale de la chaleur. De plus, pour des pièces autre qu'une plaque infinie et des défauts de dimensions finies, ce modèle n'est plus valable et peut induire des erreurs qui conduisent à des interprétations erronées.

Prenons l'exemple d'un défaut de largeur finie parallèle à la surface d'une plaque de longueur infinie (voir figure 1.12). Lorsqu'une modélisation bidimensionnelle est développée, l'évolution du profil de la phase à la surface de la plaque varie en fonction de la largeur du défaut. Or, lors d'une modélisation monodimensionnelle, le défaut est considéré de largeur infinie. Alors, la réponse thermique ne varie pas en fonction de la largeur, ce qui est totalement faux. La figure 1.13 montre les profils de l'amplitude et de la phase à la surface de la plaque pour quatre différentes largeurs du défaut obtenus à l'aide d'une modélisation bidimensionnelle. On peut constater que le comportement de phase change complètement lorsqu'on change la largeur du défaut. Les défauts de grandes largeurs créent un déphasage négatif tandis que les défauts de petites largeurs créent un déphasage positif. On note aussi que pour des défauts plus larges, le comportement de la phase s'approche de la phase du cas monodimensionnel. L'amplitude de la température quant à elle est proportionnelle à la largeur du défaut. Cet exemple montre les limitations du modèle 1D. En effet, ce type de problème ne peut pas être traité avec de tels modèles.

Le modèle bidimensionnel est souvent utilisé lorsque les pièces étudiées présentent une invariance des variables suivant une direction. On se ramène soit à :

- Une pièce de longueur infinie : Si on a invariance suivant une direction (l'axe z par exemple), les grandeurs ne dépendent plus que de x et y . C'est le cas des plaques de section finie

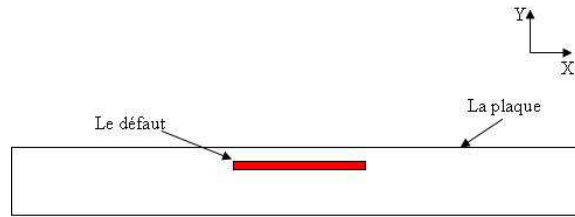


FIG. 1.12: Plaque de longueur infinie avec un défaut parallèle à la surface

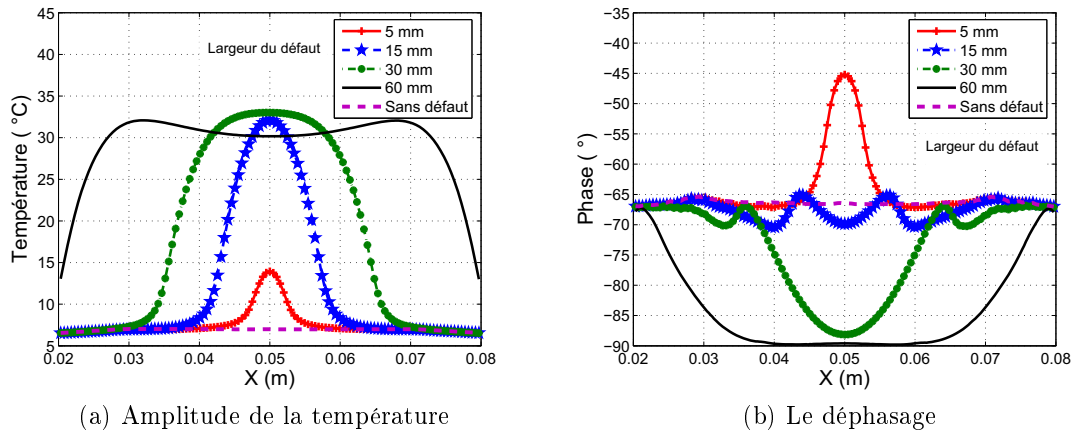


FIG. 1.13: Influence de la largeur du défaut sur l'amplitude et la phase de la température (modèle 2D)

avec des longueurs infinies (ou très grandes devant les autres dimensions).

– Une pièce axisymétrique : Si on a invariance suivant l'angle θ dans le repère cylindrique.

C'est le cas des pièces de forme cylindrique avec des défauts également axisymétrique.

Le modèle bidimensionnel bien qu'il donne de bons résultats avec des coûts du temps de calcul réduits, présente des limitations dès lors qu'on s'intéresse à des problèmes de géométries plus complexes. De plus, un défaut provoque généralement des effets purement 3D sur la répartition des courants de Foucault et de la distribution de la température. Il ne nous permet pas également la modélisation et l'optimisation de tous les éléments de la technique thermo-inductive comme l'inducteur dont la forme et la position joue un rôle très important pour la détectabilité des défauts. Une étude approfondie et complète de la technique thermo-inductive nécessite alors le développement de modèles tridimensionnels. Ces modèles permettent l'étude de l'inspection des pièces et des défauts de formes géométriques complexes et la détermination 3D de la répartition des différentes grandeurs telles que la température et les courants induits. Ils permettent aussi le dimensionnement des éléments de la technique et l'optimisation des performances du système CND.

Le tableau 1.2 permet de comparer les différentes méthodes de résolution. On peut voir que chacune de ces méthodes se révèle intéressante dans des domaines particuliers. Nous avons fait ressortir les avantages et inconvénients de chacune de celles-ci ainsi que leur domaine

d'application [Tho95].

	Modèles analytiques et Modèles 1D	Modèles 2D	Modèles 3D
Avantages	– Rapidité des calculs – Modèles simples	– Temps de résolution – Modèles simples	– Applicables à toutes les configurations réelles – Dimensionnement des éléments de la technique – Précision des résultats
Inconvénients	– Limités à des structures simples – Ne tient pas compte des phénomènes 3D (conductivité thermique,...)	– Limités à des problèmes 2D ou 3D axisymétrique – Repose sur des hypothèses qui ne sont pas toujours vérifiées (anisotropie, effet de bord,...)	– Temps de résolution – Problèmes de convergence liés à des problèmes de maillages
Applications	– Mesure d'épaisseur	– Connaissance de l'influence des paramètres de la technique sur des structures simplifiées.	– Connaissances qualitative et quantitative des grandeurs globales et locales étudiées – Outil de support pour la conception et la qualification de la technique

TAB. 1.2: Tableau comparatif de différentes méthodes de résolution

1.10 Conclusion

Dans ce chapitre, les techniques du CND les plus répandues ont été présentées d'une manière succincte. Un aperçu global des différents défauts et structures à inspecter rencontrés dans l'industrie montre la complexité et la difficulté de mettre en oeuvre une technique universelle. En effet, les méthodes de CND ont été développées pour répondre aux différentes problématiques rencontrées. Le choix d'une technique dépend d'un grand nombre de facteurs tels que la nature des matériaux inspectés, des phénomènes utilisés (thermique, électromagnétique,...) et de la nature de la réponse recherchée.

Dans ce contexte, nous nous sommes intéressés à une nouvelle méthode couplée dite technique thermo-inductive. Notre travail porte sur le développement d'un outil de support pour la mise au point des procédures de la technique, de la qualification des processus de conception et d'optimisation et d'aide à l'expertise pour la détection des défauts. Dans cette optique, les phénomènes physiques impliqués dans la technique ont été détaillés. Une discussion sur le

choix du mode de stimulation a été développée en fonction des performances et des limitations de ces derniers.

Une connaissance approfondie des performances de la technique nécessite le développement d'outils de modélisation qui permettent une meilleure compréhension des phénomènes mis en jeu. Une discussion sur les différentes méthodes de résolution a été détaillée. Les méthodes numériques permettent une modélisation avec des hypothèses beaucoup moins restrictives que celles utilisées pour les résolutions analytiques. Les modèles 2D bien qu'ils donnent des résultats rapides, présentent des limitations dès lors qu'on s'intéresse à des problèmes de géométries plus complexes ou au dimensionnement de la technique thermo-inductive. Notre choix s'est alors porté sur le développement de modèles tridimensionnels. Leur utilisation va nous permettre de mieux connaître l'évolution des grandeurs locales et globales impliquées, et par voie de conséquence, de concevoir des dispositifs de détection plus performants.

Dans le prochain chapitre, nous allons détailler le modèle numérique tridimensionnel développé. Il sera utilisé par la suite comme un outil de support pour la phase de conception de la méthode et pour la qualification du processus de détection des défauts.

Chapitre 2

Modélisation tridimensionnelle électromagnétique et thermique

2.1 Introduction

La technique thermo-inductive est une nouvelle méthode issue de la combinaison de deux techniques du CND. Une phase de conception et de caractérisation s'avère donc indispensable pour sa mise en oeuvre. Cette phase passe par la modélisation des phénomènes électromagnétique et thermique qui interviennent dans la technique.

De manière générale, le recours à la modélisation numérique pour une technique du contrôle non destructif peut intervenir dans les phases suivantes :

- Lors de la conception de la méthode, la modélisation permet d'étudier et d'optimiser les paramètres du procédé et des conditions opératoires. Dans cette phase, on s'intéresse par exemple au dimensionnement de l'inducteur, du générateur d'induction.
- Pour la qualification de la technique, la modélisation est utilisée sous forme d'études paramétriques pour démontrer les performances de la méthode et sa robustesse. Il s'agit en effet, d'investiguer la capacité de la méthode du CND à détecter des défauts.
- Après la mise en oeuvre de la technique, la modélisation est en mesure d'apporter une aide à l'expertise pour l'interprétation des résultats obtenus, en permettant la mise en évidence de l'influence de certains phénomènes physiques sur le contrôle.

Dans cette optique, nous avons mené, dans le chapitre précédent, une discussion sur les différentes méthodes de modélisation existantes. La comparaison montre que les modèles 1D et 2D ne permettent pas une étude complète et approfondie de la technique parce qu'ils se limitent à des problèmes à géométrie simple. De plus, les phases de conception et de

caractérisation nécessitent l'étude et l'optimisation des structures en 3D (la conception de l'inducteur par exemple).

Dans ce chapitre, nous nous intéresserons donc à la modélisation numérique tridimensionnelle de la technique thermo-inductive par la méthode des éléments finis. Cette méthode est souvent utilisée pour la résolution des équations aux dérivées partielles. D'une part, elle s'adapte facilement à des géométries complexes, et d'autre part, elle permet le traitement de matériaux à propriétés non linéaires. Nous allons étudier et développer des modèles numériques tridimensionnels destinés à l'analyse de problèmes couplés magnéto-thermique. Ces modèles doivent permettre le calcul de la distribution des champs électromagnétiques et des grandeurs thermiques et les effets qu'ils engendrent tels que les courants de Foucault, température,...etc. Le principal intérêt de cette modélisation vise à faciliter les phases de conception et d'optimisation des composantes de la technique thermo-inductive.

Cependant, lors de la mise en oeuvre de la méthode pour la modélisation de la technique thermo-inductive, une difficulté apparaît, liée à la façon dont l'espace est discrétisé. Du fait des faibles dimensions des défauts par rapport aux dimensions des pièces inspectées, un bon maillage implique une augmentation importante du nombre d'inconnues, ce qui se traduit par une augmentation du temps de calcul. Dans la littérature, plusieurs configurations sont proposées pour surmonter la difficulté que pose ce type de problème [Gué94]. Dans le cadre de cette thèse, nous avons développé une approche basée sur la méthode des éléments coques. Par rapport aux autres méthodes, les éléments coques ont une forte capacité d'adaptation aux géométries complexes, ce qui est un atout important lorsqu'il s'agit d'appliquer la méthode aux problèmes de CND par la technique thermo-inductive.

Dans ce chapitre, nous commençons par rappeler les équations de Maxwell et les lois de comportement des matériaux. Quelques outils mathématiques nécessaires pour la construction du diagramme de Tonti seront détaillés. Ils seront ensuite appliqués aux problèmes magnéto-statique et magnétodynamique. Nous détaillerons également le modèle thermique développé défini par l'équation de diffusion de chaleur, ainsi que les deux modes synchrone et transitoire utilisés pour la technique thermo-inductive. Ces formulations sont discrétisées à l'aide des éléments de Whitney qui seront définis et développés. La prise en compte de la non linéarité et de l'anisotropie des matériaux sera détaillée. Enfin, l'insertion d'un modèle éléments coques dans le code est discutée.

2.2 Modélisation électromagnétique

Modéliser consiste à construire une structure mathématique apte à représenter une certaine partie de la réalité. Les éléments essentiels d'une telle structure sont les équations qui définissent le problème et à partir desquels on peut déterminer, sous certaines conditions,

un certain nombre d'entités, qui représentent la solution des équations. Pour la technique thermo-inductive, il s'agit en effet de déterminer le champ magnétique créé par l'inducteur dans l'espace environnant, d'en déduire les courants induits et la puissance locale dissipée par effet Joule dans la pièce conductrice à inspecter, puis de calculer la température en utilisant cette puissance dissipée comme source thermique qui représente le terme du couplage magnétothermique.

Domaine continu

2.2.1 Équation de Maxwell et lois de comportement

La figure 2.1 représente le système étudié, il est composé d'air, des matériaux ferromagnétiques et/ou conducteurs et de sources de champs magnétique (inducteur). L'ensemble du système forme le domaine d'étude Ω de frontière Γ et les milieux conducteurs Ω_C .

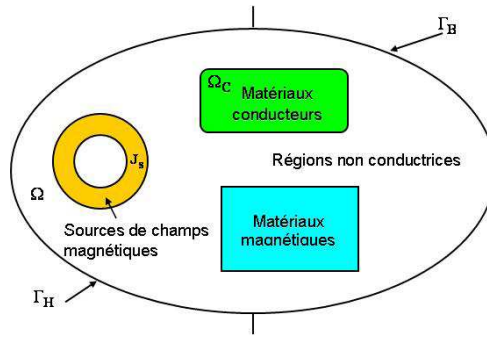


FIG. 2.1: Domaine d'étude

L'ensemble des phénomènes électromagnétiques est régi par les équations de Maxwell [Fou85, PCF90]. Celles-ci constituent un système d'équations aux dérivées partielles qui lient les phénomènes magnétiques aux phénomènes électriques. Ces équations sont les suivantes :

$$\text{rot}\mathbf{H} = \mathbf{J} + \frac{\partial \mathbf{D}}{\partial t} \quad (2.1)$$

$$\text{rot}\mathbf{E} = -\frac{\partial \mathbf{B}}{\partial t} \quad (2.2)$$

$$\text{div}\mathbf{B} = 0 \quad (2.3)$$

$$\text{div}\mathbf{D} = \rho_v \quad (2.4)$$

Dans ces équations apparaissent deux types de champs de vecteur [Ren97, Bos93] :

- Les champs d'intensité ($\mathbf{E}$: champ électrique ($\text{V}\cdot\text{m}^{-1}$), $\mathbf{H}$: champ magnétique ($\text{A}\cdot\text{m}^{-1}$)).
- Les densités de flux ($\mathbf{D}$: induction électrique ($\text{C}\cdot\text{m}^{-2}$), $\mathbf{B}$: induction magnétique (Tesla) et $\mathbf{J}$: densité de courant ($\text{A}\cdot\text{m}^{-2}$)).

ρ_v représente la densité volumique de charges électriques.

Les deux types de champs de vecteurs sont liés par les relations constitutives, dites *lois de comportement*, décrivant les propriétés électriques et magnétiques des matériaux. Elles sont données sous les formes suivantes [Vas80] :

$$\mathbf{J} = \sigma \mathbf{E} \quad (2.5)$$

$$\mathbf{B} = \mu_0 \mu_r \mathbf{H} \quad (2.6)$$

avec σ la conductivité électrique, μ_0 la perméabilité magnétique du vide et μ_r la perméabilité magnétique relative du matériau.

$\mu = \mu_0 \mu_r$ peut ne pas être constante. C'est le cas lorsque la perméabilité est relative à des matériaux saturables, qualifiés aussi de non linéaires. Elle dépend alors du champ magnétique $\mathbf{H}$, l'équation 2.6 devient alors :

$$\mathbf{B} = \mu(\mathbf{H}) \mathbf{H} \quad (2.7)$$

La modélisation de ce type de matériaux sera détaillée dans la section 2.5.

Dans la plupart des problèmes d'électrotechnique, les courants de déplacement introduits par le terme $\frac{\partial \mathbf{D}}{\partial t}$ sont négligés. Le système est alors quasi-stationnaire. Dans ces conditions, on obtient la forme locale du théorème d'Ampère :

$$\text{rot } \mathbf{H} = \mathbf{J} \quad (2.8)$$

ce qui induit la conservation de la densité de courant :

$$\text{div } \mathbf{J} = 0 \quad (2.9)$$

2.2.2 Conditions de transmission et conditions aux limites

2.2.2.1 Conditions de transmission

Les champs électromagnétiques subissent des discontinuités lors du passage entre deux milieux de propriétés différentes. Les conditions de transmission ou de passage s'écrivent alors

à l'interface entre deux grandeurs électromagnétiques [Fou85].

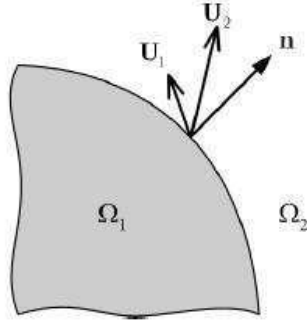


FIG. 2.2: Interface entre deux milieux

$$(\mathbf{D}_2 - \mathbf{D}_1) \cdot \mathbf{n} = \rho_s \quad (2.10)$$

$$(\mathbf{B}_2 - \mathbf{B}_1) \cdot \mathbf{n} = 0 \quad (2.11)$$

$$(\mathbf{E}_2 - \mathbf{E}_1) \wedge \mathbf{n} = 0 \quad (2.12)$$

$$(\mathbf{H}_2 - \mathbf{H}_1) \wedge \mathbf{n} = \mathbf{K}_s \quad (2.13)$$

ρ_s , K_s représentent respectivement la densité surfacique de charge et de courant. $\mathbf{n}$ est le vecteur unitaire normal dirigé du milieu 1 vers le milieu 2.

2.2.2.2 Conditions aux limites

La résolution du système composé des équations de Maxwell et des lois de comportement admet une infinité de solutions. Par conséquent, pour assurer l'unicité de la solution, des conditions aux limites du domaine sont imposées.

La frontière Γ du domaine Ω est décomposée en deux parties complémentaires notées Γ_H et Γ_B telles que $\Gamma_H \cap \Gamma_B = \emptyset$; et $\Gamma_H \cup \Gamma_B = \Omega$ (figure 2.1). Sur la frontière Γ_H , on impose des conditions aux limites de la forme :

$$\mathbf{H} \wedge \mathbf{n} \Big|_{\Gamma_H} = 0 \quad (2.14)$$

d'après la relation 2.8, on en déduit que :

$$\mathbf{J} \cdot \mathbf{n} \Big|_{\Gamma_H} = 0 \quad (2.15)$$

Sur la frontière Γ_B , en général, on impose des conditions aux limites qui dépendent de la nature du milieu en contact avec Γ_B . Si le milieu est conducteur, on impose :

$$\mathbf{E} \wedge \mathbf{n} \Big|_{\Gamma_B} = \mathbf{0} \quad (2.16)$$

d'après la loi de FARADAY (équation 2.2), on en déduit que :

$$\mathbf{B} \cdot \mathbf{n} \Big|_{\Gamma_B} = 0 \quad (2.17)$$

Par contre, si le milieu n'est pas conducteur, on impose seulement des conditions aux limites sur $\mathbf{B}$ (équation 2.17). Dans ce cas, la seule condition que l'on peut imposer à $\mathbf{E}$ est que sa composante tangentielle s'écrive suivant :

$$\mathbf{E}_t = \mathbf{n} \wedge \mathbf{grad} V \quad (2.18)$$

où, V représente le potentiel scalaire électrique.

2.2.3 Espace fonctionnel

La résolution des équations de Maxwell qui sont des équations aux dérivées partielles nécessite l'introduction d'une structure mathématique apte à accueillir ce genre d'équations. Il s'agit des espaces fonctionnels de champs scalaire et vectoriel [Bos98, Dul96].

Soit Ω le domaine étudié de frontière Γ . On note L^2 et $\mathbf{L}^2$ respectivement les espaces des fonctions scalaires et des fonctions vectorielles qui sont de carré intégrable dans Ω . Sur ces deux espaces, on définit le produit scalaire de deux fonctions :

$$\int_{\Omega} u \cdot v d\Omega \quad \text{avec } u, v \in L^2 \quad (2.19)$$

$$\int_{\Omega} \mathbf{u} \cdot \mathbf{v} d\Omega \quad \text{avec } \mathbf{u}, \mathbf{v} \in \mathbf{L}^2 \quad (2.20)$$

Ces deux espaces fonctionnels vont nous servir à construire des sous espaces dans lesquels nous allons chercher la solution des équations de Maxwell.

En électromagnétisme, on distingue principalement trois opérateurs différentiels qui sont des sous-espaces de L^2 et $\mathbf{L}^2$ [Bos98] :

$$W^0 = \{u \in L^2, \mathbf{grad} u \in \mathbf{L}^2\} \quad (2.21)$$

$$\mathbf{W}^1 = \{\mathbf{u} \in \mathbf{L}^2, \mathbf{rot} \mathbf{u} \in \mathbf{L}^2\} \quad (2.22)$$

$$\mathbf{W}^2 = \{\mathbf{u} \in \mathbf{L}^2, \mathbf{div} \mathbf{u} \in L^2\} \quad (2.23)$$

Nous définissons également des sous-espaces associés aux conditions aux limites Γ_B et Γ_H .

$$W_B^0 = \{u \in W^0, u = 0|_{\Gamma_B}\} \quad W_H^0 = \{u \in W^0, u = 0|_{\Gamma_H}\} \quad (2.24)$$

$$\mathbf{W}_B^1 = \{\mathbf{u} \in \mathbf{W}^1, \mathbf{u} \wedge \mathbf{n} = \mathbf{0}|_{\Gamma_B}\} \quad \mathbf{W}_H^1 = \{\mathbf{u} \in \mathbf{W}^1, \mathbf{u} \wedge \mathbf{n} = \mathbf{0}|_{\Gamma_H}\} \quad (2.25)$$

$$\mathbf{W}_B^2 = \{\mathbf{u} \in \mathbf{W}^2, \mathbf{u} \cdot \mathbf{n} = 0|_{\Gamma_B}\} \quad \mathbf{W}_H^2 = \{\mathbf{u} \in \mathbf{W}^2, \mathbf{u} \cdot \mathbf{n} = 0|_{\Gamma_H}\} \quad (2.26)$$

Pour compléter l'ensemble des espaces fonctionnels, deux sous espaces, notés W_B^3 et W_H^3 , sont introduits. Ceux-ci sont les images de W_B^2 et W_H^2 par l'opérateur divergence. Ainsi, on peut définir le diagramme de Tonti qui représente une série de sous espaces. Le passage d'un sous espace à un autre s'effectue par l'un des opérateurs différentiel [Bos88].

2.2.4 Diagramme de Tonti

Les équations de Maxwell se présentent en deux systèmes duaux : les lois de Faraday et de conservation de flux (équations 2.2 et 2.4) d'une part, les théorème d'Ampère-Maxwell et de Gauss (équations 2.1 et 2.3) d'autre part. Le diagramme de Tonti met en évidence cette dualité [Bos88]. Il s'agit d'un diagramme de quatre niveaux et de deux colonnes (figure 2.3). Les équations sont à lire verticalement des deux cotés du diagramme. Les lois de comportement doivent quant à elles, être lues horizontalement. Elles sont liées par la transformation de *Hodge* définie en géométrie différentielle [Bos91, Ren97].

Afin de prendre en compte la dérivée temporelle, une troisième dimension est introduite à la figure 2.4. Les potentiels dérivés des champs sont également introduits (potentiels scalaires et vecteurs électrique et magnétique). Ils ont une position prédéterminée dans le diagramme de Tonti, ils se placent naturellement en aval des champs qui peuvent en dériver.

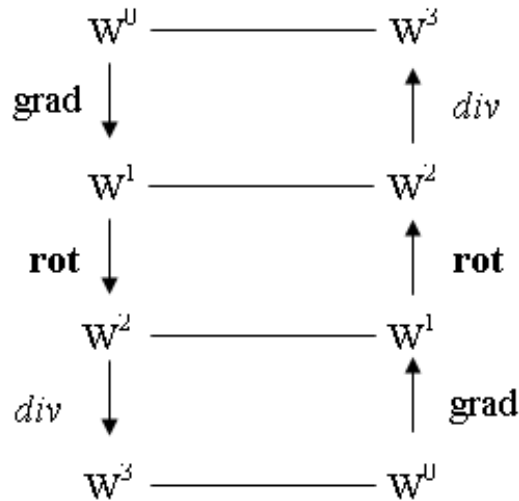


FIG. 2.3: Diagramme de Tonti

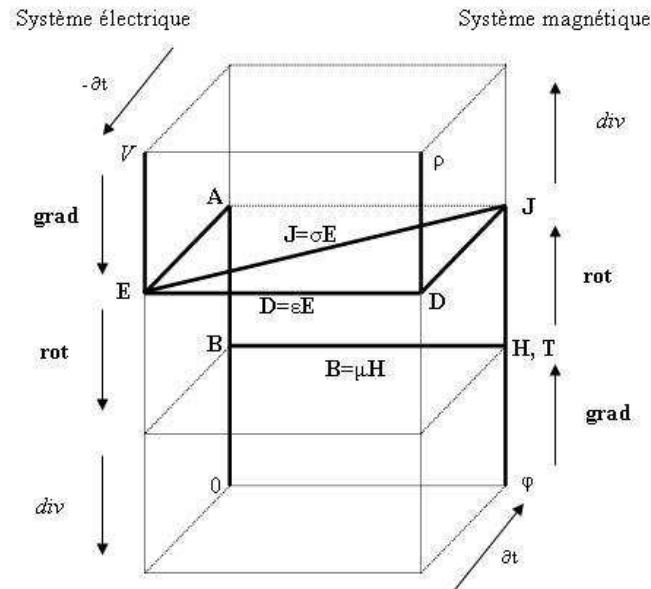


FIG. 2.4: Diagramme de Tonti appliqué à l'électromagnétisme

Tous les problèmes électromagnétiques peuvent être représentés par le diagramme de la figure 2.4. La combinaison par exemple du plan arrière avec le plan reliant la colonne de l'avant gauche et celle de l'arrière droite représente le problème magnétodynamique.

Dans la suite, à l'aide du diagramme de Tonti, nous allons détailler les principales formulations utilisées pour étudier les problèmes électromagnétiques.

2.2.5 Formulations du champ électromagnétique

2.2.5.1 Formulation des problèmes magnétostatiques

La magnétostatique consiste en l'étude des phénomènes magnétiques en *régime stationnaire*. Le champ magnétique est alors invariant dans le temps et n'est dû qu'à des courants stationnaires imposés ou à des aimants permanents. On est amené donc à résoudre les équations de la magnétostatique, qui s'écrivent :

$$\mathbf{rot}\mathbf{H} = \mathbf{J}_s \quad \text{avec} \quad \mathbf{H} \wedge \mathbf{n} \Big|_{\Gamma_H} = \mathbf{0} \quad (2.27)$$

$$\mathbf{div}\mathbf{B} = 0 \quad \text{avec} \quad \mathbf{B} \cdot \mathbf{n} \Big|_{\Gamma_B} = 0 \quad (2.28)$$

$$\mathbf{B} = \mu\mathbf{H} \quad (2.29)$$

Ce système d'équations est souvent résolu en introduisant des potentiels qui assurent naturellement la vérification de l'une ou l'autre des équations 2.27 ou 2.28. On distingue alors les formulations en potentiel scalaire magnétique Φ et en potentiel vecteur magnétique $\mathbf{A}$.

La formulation en potentiel scalaire magnétique

Dans le cas de la formulation Φ , le champ magnétique est fonction du champ source $\mathbf{H}_s$ et du potentiel scalaire magnétique Φ . On a alors :

$$\mathbf{H} = \mathbf{H}_s - \mathbf{grad}\Phi \quad (2.30)$$

avec Φ défini dans tout le domaine et appartenant à l'espace W^0 .

L'équation à résoudre se déduit de 2.28 et 2.29 telle que :

$$\mathbf{div}\mu\mathbf{grad}\Phi = \mathbf{div}\mu\mathbf{H}_s \quad (2.31)$$

La formulation en potentiel vecteur magnétique

Comme l'induction magnétique est à divergence nulle, un potentiel vecteur magnétique, noté $\mathbf{A}$, peut être introduit tel que :

$$\mathbf{B} = \mathbf{rot}\mathbf{A} \quad \text{avec} \quad \mathbf{A} \wedge \mathbf{n} \Big|_{\Gamma_B} = \mathbf{0} \quad (2.32)$$

avec $\mathbf{A}$ défini dans tout le domaine et appartenant à l'espace $\mathbf{W}^1$.

En utilisant 2.27 et 2.29, l'équation à résoudre est donnée par :

$$\mathbf{rot} \frac{1}{\mu} \mathbf{rot} \mathbf{A} = \mathbf{J}_s \quad (2.33)$$

Calcul du champ source Pour un inducteur de forme géométrique simple, il est possible de déduire le champ source d'une manière analytique. Dans le cas général, le champ source est déterminé numériquement à l'aide de la méthode des éléments finis [HMP⁺07, Ren96].

Afin d'avoir la divergence nulle de la densité de courant source, le terme $\mathbf{J}_s$ est exprimé par le rotationnel d'un champ source $\mathbf{T}_s$:

$$\mathbf{J}_s = \mathbf{rot} \mathbf{T}_s \quad \text{dans } \Omega \quad \text{et } \mathbf{n} \wedge \mathbf{T}_s = \mathbf{0} \quad \text{sur } \Gamma \quad (2.34)$$

2.2.5.2 Formulation des problèmes magnétodynamiques

La magnétodynamique consiste en l'étude des phénomènes magnétiques et électriques en *régime dynamique*, en négligeant les courants de déplacement. Les champs électromagnétiques sont alors variables, soit par variation de courants d'excitation, soit par mouvement d'aimants permanents. Les équations de Maxwell à résoudre s'écrivent alors :

$$\mathbf{rot} \mathbf{H} = \mathbf{J}_s + \mathbf{J}_{\text{ind}} \quad (2.35)$$

$$\mathbf{rot} \mathbf{E} = - \frac{\partial \mathbf{B}}{\partial t} \quad (2.36)$$

où $\mathbf{J}_{\text{ind}}$ représente la densité de courant induite dans le domaine conducteur.

On distingue deux familles de formulations :

Les formulations électriques : elles ont pour variable principale le champ électrique.

Les formulations magnétiques : elles ont pour variable principale le champ magnétique.

Formulation électrique $\mathbf{A} - V$

Dans le cas d'une formulation électrique, le champ $\mathbf{E}$ est exprimé en fonction de potentiels. En effet, en utilisant l'expression 2.36, le champ $\mathbf{E}$ peut être exprimé en fonction du potentiel vecteur magnétique $\mathbf{A}$ défini par l'équation 2.32 à un gradient près. On a alors [BP89] :

$$\mathbf{E} = -\frac{\partial \mathbf{A}}{\partial t} - \mathbf{grad}V \quad \text{et} \quad V|_{\Gamma_H} = 0 \quad (2.37)$$

V est le potentiel scalaire électrique appartenant à l'espace W^0 .

En remplaçant le champ magnétique $\mathbf{H}$ et la densité de courant $\mathbf{J}_{\text{ind}}$ par leurs expressions en fonction de $\mathbf{A}$ et V , la forme locale du théorème d'Ampère (2.35) et la loi de conservation de la densité de courant (2.9) s'écrivent :

$$\mathbf{rot} \frac{1}{\mu} \mathbf{rot} \mathbf{A} + \sigma \left(\frac{\partial \mathbf{A}}{\partial t} + \mathbf{grad}V \right) = \mathbf{J}_s \quad (2.38)$$

$$\text{div} \sigma \left(\frac{\partial \mathbf{A}}{\partial t} + \mathbf{grad}V \right) = 0 \quad (2.39)$$

Dans l'hypothèse du régime harmonique dont la pulsation est ω , la représentation complexe peut être utilisée. L'opérateur $\frac{\partial}{\partial t}$ est alors transformé donc en $j\omega$. De plus, une infinité de vecteurs $\mathbf{A}$ peuvent être définis tels que leur rotationnel soit égale à l'induction magnétique $\mathbf{B}$. Des conditions de jauge sont généralement introduites pour assurer l'unicité de $\mathbf{A}$ [AR90].

Unicité de la solution Dans la formulation $\mathbf{A} - \Psi$ présentée ci-dessous, le potentiel vecteur $\mathbf{A}$ n'est pas unique parce que rien n'est défini sur sa divergence. Différentes conditions de jauge sont proposées pour assurer l'unicité de $\mathbf{A}$, on peut citer :

- *La jauge de Coulomb* ($\text{div} \mathbf{A} = 0$) : Elle est généralement imposée par la technique de pénalité qui introduit $\text{div} \mathbf{A}$ dans le système d'équations 2.38 et 2.39 avec un coefficient de pénalisation. Cette technique est souvent utilisée pour les formulations utilisant les éléments nodaux [BP89].
- *La jauge de l'arbre* $\mathbf{A} \cdot \mathbf{w} = 0$: Elle consiste à annuler une composante de $\mathbf{A}$ suivant une direction $\mathbf{w}$, où $\mathbf{w}$ est un champ de vecteur arbitraire qui ne forme pas de boucle. Lorsque le potentiel vecteur $\mathbf{A}$ est discrétisé dans l'espace des éléments d'arêtes, cette technique est bien adaptée. En effet, le vecteur $\mathbf{w}$ peut être déterminé par un arbre constitué d'une suite d'arête de maillage [AR90, LM99, GT94].
- *Résolution du système par une méthode itérative* : Il a été démontré que lorsque le système d'équations est résolu par une méthode itérative telle que la méthode du gradient conjugué, la condition de jauge est implicitement imposée par récurrence de l'itération [Ren97, Ren96, KK93].

Formulation magnétique $\mathbf{T} - \Phi$

Dans ce cas, c'est le champ magnétique $\mathbf{H}$ qui peut être exprimé en fonction de potentiels. Comme la densité de courant induit est à divergence nulle, un potentiel vecteur électrique, noté $\mathbf{T}$, est introduit tel que :

$$\mathbf{J}_{\text{ind}} = \text{rot} \mathbf{T} \quad (2.40)$$

$\mathbf{T}$ est défini dans le domaine conducteur et appartenant à $\mathbf{W}^1$.

Le domaine étant simplement connexe, en regroupant (2.35) et (2.40), le champ magnétique peut être exprimé par la relation :

$$\mathbf{H} = \mathbf{T} - \text{grad} \Phi \quad (2.41)$$

où Φ représente le potentiel scalaire magnétique défini au paragraphe 2.2.5.1.

En introduisant la relation 2.41 dans la forme locale de la loi de Faraday 2.36 et la loi de conservation de l'induction magnétique 2.4, le système à résoudre s'écrit sous la forme :

$$\text{rot} \frac{1}{\sigma} \text{rot} \mathbf{T} + \mu \left(\frac{\partial \mathbf{T}}{\partial t} - \text{grad} \Phi \right) = -\text{rot} \frac{1}{\sigma} \text{rot} \mathbf{H}_s - \frac{\partial}{\partial t} \mu \mathbf{H}_s \quad (2.42)$$

$$\text{div} \mu (\mathbf{T} - \text{grad} \Phi) = -\mu \text{div} \mathbf{H}_s \quad (2.43)$$

Les formulations $\mathbf{T} - \Phi$ et $\mathbf{A} - V$ présentent des similitudes. Elles n'acceptent pas une solution unique. Il faut donc imposer une conditions de jauge. Cette condition a été discutée dans la section 2.2.5.2.

2.2.5.3 Choix d'une formulation

Le choix d'une formulation dépend de la dimension et de la complexité du problème étudié et des capacités numériques de la résolution. En effet, la formulation électrique $\mathbf{A} - V$ par exemple, est plus générale et bien adaptée au traitement des problèmes multiplement connexes. Cependant, cette formulation nécessite un nombre d'inconnues important qui engendre des temps de calculs coûteux, à l'inverse de la formulation $\mathbf{T} - \Phi$ qui est caractérisée par un nombre d'inconnues réduit (Pas de $\mathbf{T}$ dans l'air) et d'une bonne adaptation aux régions conductrices. En revanche, elle pose des problèmes lors du traitement des régions multiplement connexes. Le tableau 2.1 résume les avantages et inconvénients des différentes formulations magnétodynamiques détaillées précédemment [Aba01, Gué94].

Formulations	Avantages	Inconvénients
$\mathbf{A} - V$	– Formulation assez générale – Traitement des régions multiplement connexes	– Temps de résolution important
$\mathbf{T} - \Phi$	– Bien adapté aux régions conductrices	– Problèmes de régions multiplement connexe

TAB. 2.1: Synthèse des formulations magnétodynamiques étudiées

2.3 Modélisation thermique

La puissance induite dissipée dans la pièce conductrice représente la source de la chaleur pour calculer la carte de température dans tous point de la pièce à inspecter et surtout sur les points de la surface visée par la caméra infrarouge.

2.3.1 Équation de diffusion thermique

La conduction thermique correspond à un transfert de chaleur entre deux points internes d'un solide soumis à un gradient de température non nul. Le physicien JOSEPH FOURIER a donné la relation entre le flux de chaleur et le gradient de température pour la première fois dans son analyse la théorie de la chaleur [Pat80]. La loi de Fourier est exprimée pour un matériau solide homogène et isotrope par la relation suivante :

$$\varphi = -\lambda \mathbf{grad} T \quad (2.44)$$

où φ représente le flux de chaleur, T la température en *Kelvin* et λ la conductivité thermique du matériau en $W \cdot m^{-1} \cdot K$.

Le comportement thermique du matériau est défini par l'équation de conservation d'énergie qui se traduit par le premier principe de la thermodynamique :

$$\mathbf{div} \varphi + p = \rho C_p \frac{\partial T}{\partial t} \quad (2.45)$$

où p est la densité de puissance volumique, ρ est la masse volumique, C_p est la capacité calorifique.

Le premier terme de l'équation 2.45 représente la densité de puissance échangée d'un volume avec ses voisins. Le deuxième terme est la densité de puissance générée par les sources internes

qui correspondent à la densité de puissance induite par induction. Le second membre exprime la densité de puissance interne utilisée pour l'échauffement du volume.

2.3.2 Conditions aux limites

Les conditions aux limites, sur les frontières du domaine d'étude sont généralement obtenues à partir des trois conditions suivantes :

Condition de type Dirichlet

La température est imposée sur les frontières de la résolution Γ :

$$T|_{\Gamma} = T_0 \quad (2.46)$$

Condition de type Neumann

Dans ce cas, c'est une densité de flux thermique qui imposée :

$$-\lambda \frac{\partial T}{\partial \mathbf{n}} \Big|_{\Gamma} = \varphi_0 \quad (2.47)$$

Condition de Fourier

C'est des conditions d'échanges thermiques avec le milieu ambiant. Ils peuvent être de deux natures :

- *Échanges par convection* : le transfert de chaleur par convection est assimilable à un phénomène de conduction entre deux milieux dont au moins un est un fluide en mouvement lorsqu'ils sont à différentes températures. Celui-ci s'effectue par mélange et relève de phénomène physique complexe à l'interface entre les deux milieux. Le flux de chaleur à travers une paroi se calcule par :

$$-\lambda \frac{\partial T}{\partial \mathbf{n}} \Big|_{\Gamma} = h_v (T_{\Gamma} - T_{ambient}) \quad (2.48)$$

Où h_v représente le coefficient de convection thermique, $\mathbf{n}$ est la normale unitaire à l'interface Γ , T_{Γ} est la température à la surface d'échange, $T_{ambient}$ est la température ambiante du fluide loin de cette surface.

- *Échanges par rayonnement* : le rayonnement est un échange d'énergie par ondes électromagnétiques. La longueur d'onde de ce rayonnement se situe dans les spectres des infrarouges. L'équation caractéristique est donnée par la loi :

$$-\lambda \frac{\partial T}{\partial \mathbf{n}} = \varepsilon \sigma_b (T_{\Gamma}^4 - T_{ambient}^4) \quad (2.49)$$

avec ε est l'émissivité, elle dépend de la nature et de l'état de surface du matériau émetteur. σ_b est la constante de Stefan-Boltzman ($5.67 \cdot 10^{-8} W m^{-2} K^{-4}$).

2.3.3 Régimes harmonique et transitoire

2.3.3.1 Régime harmonique

Le terme de variations dans le temps est exprimé par :

$$\frac{\partial}{\partial t} = j\omega \quad (2.50)$$

avec ω la pulsation propre en régime permanent qui correspond à la fréquence de la source du chauffage.

L'équation de diffusion thermique devient alors :

$$j\omega\rho C_p T - \text{div}(\lambda \mathbf{grad} T) = p \quad (2.51)$$

La résolution de cette équation nous donne la distribution de la température sous forme complexe, où la température est calculée en régime permanent. Elle est désignée par la phase et l'amplitude en chaque point du domaine d'étude.

2.3.3.2 Régime transitoire

Dans ce cas, l'équation de diffusion de chaleur permet de déterminer l'évolution de la température en chaque point dans le temps. L'équation de diffusion de chaleur s'écrit sous forme :

$$\rho C_p \frac{\partial T}{\partial t} - \text{div}(\lambda \mathbf{grad} T) = p \quad (2.52)$$

2.3.4 Couplage magnéto-thermique

Le terme source thermique introduit dans l'équation de diffusion de chaleur 2.45 n'est autre que la densité de puissance volumique p dissipée par effet Joule. Dans le cas d'un calcul par éléments finis, ce terme peut être obtenu à l'intérieur de chaque élément v du maillage à partir du champ électrique $\mathbf{E}_v$ et de la densité de courant induite dans la pièce inspectée $\mathbf{J}_v$:

$$p_v = \mathbf{J}_v \cdot \mathbf{E}_v \quad (2.53)$$

Du fait que les phénomènes électromagnétiques évoluent très rapidement par rapport aux phénomènes thermiques, le modèle électromagnétique est considéré en régime permanent lors du couplage magnéto-thermique.

Pour le problème thermique, l'étude se fait selon le type du régime transitoire ou en régime harmonique. En régime transitoire, l'évolution de la température est obtenue au pas à pas dans le temps, où le pas est choisi de telle sorte que la réponse thermique soit riche en information pour la détection des défauts. Cependant, dans le cas du régime harmonique, la représentation complexe est utilisée. L'opérateur $\frac{\partial}{\partial t}$ est transformé donc en $j\omega$ (équation 2.50).

Dans certains cas, la conductivité électrique dépend de la température. Le terme $\sigma(T)$ est donc un autre élément de couplage entre les deux phénomènes électromagnétique et thermique. Dans la technique thermo-inductive, l'élévation de la température est assez faible. Le terme $\sigma(T)$ est alors remplacé par sa valeur moyenne pour éviter un couplage fort.

2.4 Domaine discret

Les formulations développées dans les sections précédentes (sections 2.2.5 et 2.3) ne peuvent être généralement résolues de manière analytique à cause de la complexité des géométries des dispositifs généralement étudiés. Le recours à des méthodes numériques s'avère donc indispensable. Le principe de base de telles méthodes consiste à discrétiser le problème étudié afin d'obtenir un problème discret semblable, caractérisé par un nombre fini d'inconnus [Bos88].

Une des méthodes les plus utilisées dans le domaine du calcul scientifique est la méthode des éléments finis grâce à sa puissance et à son universalité [DTL05, BS03, DHV88]. Elle repose sur une double discrétisation. La première consiste en une décomposition géométrique du domaine d'étude (maillage) en petits éléments de formes simples (tétraèdres, hexaèdres ou prismes). La deuxième est une discrétisation des inconnues. C'est une projection des différentes grandeurs dans les espaces fonctionnels définis dans la section 2.2.3 à l'aide des fonctions d'approximations.

2.4.1 Éléments de Whitney et discrétisation

Un grand nombre de modèles aux dérivées partielles, tel que les problèmes électromagnétiques et thermiques, peuvent être décrits à l'aide d'une structure mathématique qui permet une expression rigoureuse des équations. Si les propriétés de cette structure sont conservées au niveau discret, les équations peuvent aussi s'exprimer d'une façon rigoureuse. C'est ainsi que les éléments de Whitney ont connu et connaissent toujours un grand intérêt dans les éléments finis [Bos98, Ren97, AR88, Web93].

H. WHITNEY est un mathématicien anglais qui a introduit une construction mathématique dans le contexte de la géométrie différentielle nommée *formes de Whitney*. Cela n'avait rien à voir au départ avec les éléments finis. C'est un autre mathématicien J.C. NÉDÉLEC qui a appliqué cette notion aux éléments finis.

2.4.1.1 Fonctions de forme

La discrétisation spatiale consiste à découper le domaine d'étude Ω en un nombre fini d'éléments de formes simples (tétraèdres, prisme,...). Chaque élément est constitué de n_n^e noeuds, n_a^e arêtes et n_f^e facettes. Le maillage du domaine Ω est alors formé de l'ensemble de ces entités. On notera N , A , F et V respectivement le nombre de noeuds, d'arêtes, de facettes et d'éléments (tétraédriques pour notre étude) du maillage [DTL05, Dul96, LM99, Bos93, Hen04].

Fonctions de forme nodales

Ce sont les *éléments de Whitney d'ordre 0*. A chaque noeud n du maillage, on associe une fonction scalaire w_n , continue sur tout le domaine d'étude, linéaire par morceaux, égale à 1 au noeud n et à 0 aux autres noeuds du maillage. Ces éléments ne sont rien d'autre que les éléments nodaux classiques d'ordre 1. Avec les fonctions de forme nodale, on peut vérifier la relation suivante en chaque point du domaine :

$$\sum_{n \in N} w_n = 1 \quad (2.54)$$

L'espace généré par ces fonctions est noté W^0 . Par conséquence, si ϕ est une fonction scalaire définie dans W^0 , alors ϕ peut être écrite comme une combinaison linéaire des fonctions w_n :

$$\phi = \sum_{n=1}^N w_n \phi_n \quad (2.55)$$

ϕ_n représente la valeur au noeud n de la fonction ϕ .

Fonctions de forme d'arêtes

Ce sont les *éléments de Whitney d'ordre 1*. A chaque arête a a sommets n_i et n_j , on associe une fonction vectorielle $\mathbf{w}_a$ telle que :

$$\mathbf{w}_a = w_{n_i} \mathbf{grad} w_{n_j} - w_{n_j} \mathbf{grad} w_{n_i} \quad (2.56)$$

w_{n_i} et w_{n_j} sont les fonctions de forme nodales associées aux noeuds n_i et n_j .

Avec les fonctions de forme d'arêtes, la circulation de $\mathbf{w}_a$ le long de l'arête a est égale à 1 et 0 sur toutes les autres. L'espace généré par ces fonctions de forme est noté $\mathbf{W}^1$.

Soit un vecteur $\mathbf{v}$, on a alors :

$$\mathbf{v} = \sum_{a=1}^A \mathbf{w}_a \mathbf{v}_a \quad (2.57)$$

$\mathbf{v}_a$ représente la circulation de $\mathbf{v}$ le long de l'arête a définie par :

$$\mathbf{v}_a = \int_a \mathbf{v} d\mathbf{l} \quad (2.58)$$

La fonction $\mathbf{w}_a$ est continue sur chaque élément et sa composante tangentielle est continue au passage entre deux éléments du maillage.

Fonctions de forme de facettes

Ce sont les *éléments de Whitney d'ordre 2*. De même à chaque facette f de sommets n_i , n_j et n_k du maillage, on associe une fonction vectorielle $\mathbf{w}_f$:

$$\mathbf{w}_f = 2 \left(w_{n_i} \mathbf{grad} w_{n_j} \wedge \mathbf{grad} w_{n_k} + w_{n_k} \mathbf{grad} w_{n_i} \wedge \mathbf{grad} w_{n_j} + w_{n_j} \mathbf{grad} w_{n_k} \wedge \mathbf{grad} w_{n_i} \right) \quad (2.59)$$

w_{n_i} , w_{n_j} , w_{n_k} sont les fonctions de forme nodales associées aux noeuds n_i , n_j et n_k .

Le flux de $\mathbf{w}_f$ traversant la facette f est égal à 1 et 0 à travers toutes les autres. L'espace généré par ces fonctions est noté $\mathbf{W}^2$. Si $\mathbf{u}$ est une fonction de $\mathbf{W}^2$, alors :

$$\mathbf{u} = \sum_{f=1}^F \mathbf{w}_f \mathbf{u}_f \quad (2.60)$$

où $\mathbf{u}_f$ représente le flux du vecteur $\mathbf{u}$ à travers la facette f , soit :

$$\mathbf{u}_f = \int_f \mathbf{u} \cdot \mathbf{n} dS \quad (2.61)$$

La fonction $\mathbf{w}_f$ est continue dans chaque élément du maillage et sa composante normale est conservée à travers chaque facette du maillage.

Fonctions de forme de volumes

Ce sont les *éléments de Whitney d'ordre 3*. A chaque volume v du maillage, on associe une fonction de volume w_v telle que :

$$w_v = \frac{1}{\text{vol}(v)} \text{ sur } v, \text{ et } 0 \text{ si } v' \neq v \quad (2.62)$$

avec $\text{vol}(v)$ le volume de l'élément v .

L'espace généré par ces fonctions est noté W^3 . si ϕ est une fonction de W^3 alors :

$$\phi = \sum_{v=1}^V w_v \phi_v \quad (2.63)$$

Dans cette expression ϕ_v représente l'intégrale volume de la fonction ϕ sur l'élément v .

En se référant aux formes différentielles, les éléments naturellement adaptés à la discrétisation des différentes variables scalaires et vecteurs en électromagnétisme sont :

- *Les éléments nodaux* : potentiels scalaires électrique et magnétique (V et Φ) et la température T .
- *Les éléments d'arêtes* : potentiels vecteurs électrique et magnétique ($\mathbf{T}$ et $\mathbf{A}$), champs électrique et magnétique ($\mathbf{E}$ et $\mathbf{H}$).
- *Les éléments de facettes* : densité de flux électrique et magnétique ($\mathbf{B}$, $\mathbf{J}$ et $\mathbf{D}$).
- *Les éléments de volumes* : densité de charge ρ_v .

2.4.1.2 Opérateurs différentiels discrets

Dans l'espace des éléments de Whitney, les opérateurs **grad**, **rot** et *div* sont remplacés par leur version discrétisée, ce sont des matrices rectangulaires G de dimension $A \times N$, R de dimension $F \times A$ et D de dimension $V \times A$. Ces matrices expriment les relations topologiques existant entre les noeuds, arêtes, facettes et volumes d'un maillage. Dans l'annexe C, l'élaboration des différents opérateurs est détaillée.

Les propriétés définies précédemment peuvent se mettre sous la séquence suivante [Bos93] :

$$W^0 \xrightarrow{G} W^1 \xrightarrow{R} W^2 \xrightarrow{D} W^3$$

Cette propriété traduit exactement les phénomènes physiques. La différence des potentiels aux noeuds est égale à la circulation du champs le long des arêtes. La somme des circulations du champ sur un contour fermé est égale au flux à travers la surface et la somme des flux sur une surface fermé est égale aux charges contenues dans le volume.

Les opérateurs discrets possèdent des propriétés similaires à celles des opérateurs différentiels du domaine continu [Bos93]. Les fameuses relations $\mathbf{rot}(\mathbf{grad}) = 0$, et $\mathbf{div}(\mathbf{rot}) = 0$ sont alors vérifiées :

$$RG = 0, \quad DR = 0 \quad (2.64)$$

2.4.2 Formulations discrètes

Dans la section 2.2.4, nous avons introduit les problèmes de champ électromagnétique (magnétostatique et magnétodynamique) dans le diagramme de Tonti. Dans la section 2.4.1, une façon de rapprocher chaque élément du diagramme de Tonti par discrétisation à l'aide des espaces des éléments de Whitney a été proposée. Les espaces ont été appelés W^i , $i = 0, \dots, 3$, et ont été définis sur un maillage d'éléments finis du domaine d'étude Ω . Maintenant, les formulations continues du champ électromagnétique et le problème thermique vont être exprimés sous formulation discrète.

Deux approches sont considérées pour construire ces formulations, qui peuvent être interprétées comme des cas particuliers de la méthode résiduelle pondérée générale [Bos93].

- La première approche repose sur l'utilisation des opérateurs adjoints différentiels pour développer les formulations faibles. Elle mène d'une façon naturelle à la méthode Galerkin.
- La deuxième approche est basée sur le complexe de Rham qui nécessite l'introduction d'un second maillage dit dual et noté $\widetilde{M}$ que l'on construit à partir du maillage primaire M . A chaque entité géométrique du maillage primal, on fait correspondre une entité géométrique du maillage dual : à un noeud primal n de M , on associe un volume dual $\widetilde{v}$ de $\widetilde{M}$, à une arête primale a une facette duale $\widetilde{f}$, à une facette f une arête $\widetilde{a}$ et à un volume v un noeud $\widetilde{n}$ [Bos93].

2.4.2.1 Formulations intégrales

Considérons un problème aux dérivées partielles de la forme :

$$L\mathbf{u} = f \quad \text{dans } \Omega \quad (2.65)$$

$$B\mathbf{u} = g \quad \text{sur } \Gamma \quad (2.66)$$

où L est un opérateur différentiel d'ordre n , B est un opérateur qui définit les conditions aux limites, f et g sont des fonctions définies respectivement sur Ω et Γ . $\mathbf{u}$ est une fonction inconnue sur $\Omega \cup \Gamma$. Le problème aux dérivées partielles écrit sous cette forme est appelé *une formulation forte*.

Une formulation faible du problème est définie en appliquant la méthode des résidus pondérés [DTL05], on obtient la forme intégrale suivante :

$$\int_{\Omega} u (L\mathbf{u} - f) d\Omega = 0 \quad (2.67)$$

Si $\mathbf{u}$ est une solution de 2.67 qui vérifie les conditions aux limites définies par 2.66 pour toute les fonctions tests u alors $\mathbf{u}$ est aussi une solution de 2.65. Le grand avantage des formes faibles est qu'elles sont bien adaptées à un traitement numérique et à la discrétisation par éléments finis.

Pour résoudre les formulations faibles dans les espaces W^i , on prendra les fonctions tests u égales aux fonctions de forme, c'est se qu'on appelle *la méthode de Galerkin*. Ces fonctions peuvent être w_n , w_a , w_f ou w_v suivant le type d'inconnues considérées.

Si l'inconnue $\mathbf{u}$ appartient à un espace de dimension finie W^i ($i = 0, \dots, 3$), alors son interpolation dans l'espace des éléments de Whitney est :

$$\mathbf{u} = \sum_{i \in K} w_i \mathbf{u}_i \quad \text{avec } i = \{n, a, f, v\} \quad \text{et } K = \{N, A, F, V\} \quad (2.68)$$

L'application de cette relation pour chacune des fonctions w_i associées à chaque entité discrète (noeuds, arête, facette, et volume), conduit à résoudre un système d'équations de la forme :

$$[S] [U] = [F] \quad (2.69)$$

Sachant que les problèmes tridimensionnels sont complexes par la taille des matrices obtenues, le recours à des algorithmes de préconditionnement ainsi que l'utilisation des méthodes itératives pour la résolution du système algébrique obtenu est indispensable. Pour résoudre ce système, un préconditionnement développé en [Azz00] a été utilisé, et la méthode du gradient conjugué est appliquée.

Enfin, le schéma classique détaillant les différentes phases d'une modélisation par la méthode des éléments finis est présenté par la figure 2.5. Dans le prochain chapitre, des validations du modèle développé seront menés à travers lesquelles on va détaillée l'application de la méthode des éléments finis sur les formulations continues élaborées dans les sections 2.2.5 et 2.3.

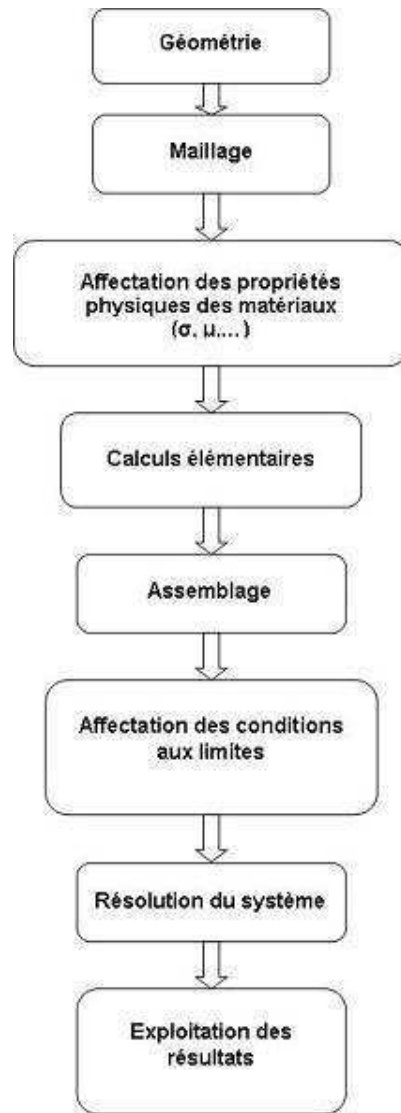


FIG. 2.5: Schéma de résolution par la méthode des éléments finis

2.5 Modélisation des matériaux non linéaires

Les matériaux inspectés par la technique thermo-inductive sont de natures différentes. Du point de vue magnétique, ces matériaux peuvent être classés en deux grandes catégories :

- *Matériaux amagnétiques* : qui sont caractérisés par une faible aimantation et une perméabilité magnétique constante (Aluminium, composite,...).
- *Matériaux magnétiques* : qualifiés de matériaux non linéaires. Leur perméabilité relative peut être élevée et dépendante du champ magnétique $\mathbf{H}$. Aux valeurs élevées du champ $\mathbf{H}$, le matériau se sature.

Les propriétés thermiques des matériaux dépendent également de la température. Cependant, vu la faible variation de la température dans la technique thermo-inductive cette dépendance

n'a pas été prise en compte. Par conséquent, la discrétisation de l'équation de chaleur aboutit à un système linéaire.

La discrétisation des équations des systèmes comportant des matériaux non linéaires conduit à des systèmes d'équations non linéaires. La résolution de ces systèmes sera faite par la méthode de Newton-Raphson.

2.5.1 Méthode de Newton-Raphson

Soit $R(X)$, le vecteur résidu défini par :

$$R(X) = S(X)X - F \quad (2.70)$$

La méthode de Newton-Raphson consiste à déterminer itérativement le vecteur zéro de $R(X)$ à partir de son développement en série de Taylor du premier ordre. Ce développement peut s'écrire sous la forme [DB74] :

$$R(X^n + \Delta X) = R(X^n) + \left[\frac{dR(X^n)}{dX^t} \right] \Delta X \quad (2.71)$$

On construit donc une suite de problèmes linéaires en annulant le développement en série de Taylor au voisinage de la solution obtenue à l'itération précédente. Donc, la solution X^{n+1} de l'itération $n+1$ vérifie que $R(X^n + \Delta X) = 0$ avec $\Delta X = X^{n+1} - X^n$. L'équation à résoudre devient donc :

$$\left[\frac{dR(X^n)}{dX^t} \right] \Delta X = -R(X^n) \quad (2.72)$$

La matrice $\left[\frac{dR(X^n)}{dX^t} \right]$ est appelée *matrice Jacobienne* et notée : $J(X^n)$.

A chaque itération n la correction ΔX^n est calculée et ajoutée à chaque nouvelle estimation du vecteur solution X , soit :

$$X^{n+1} = X^n + \Delta X^n \quad (2.73)$$

La solution X^{n+1} est d'autant plus proche de la solution réelle que le résidu $R(X)$ est petit.

La figure 2.6 résume les étapes d'une résolution d'un problème non linéaire à l'aide de la formulation $\mathbf{A} - \Psi$.

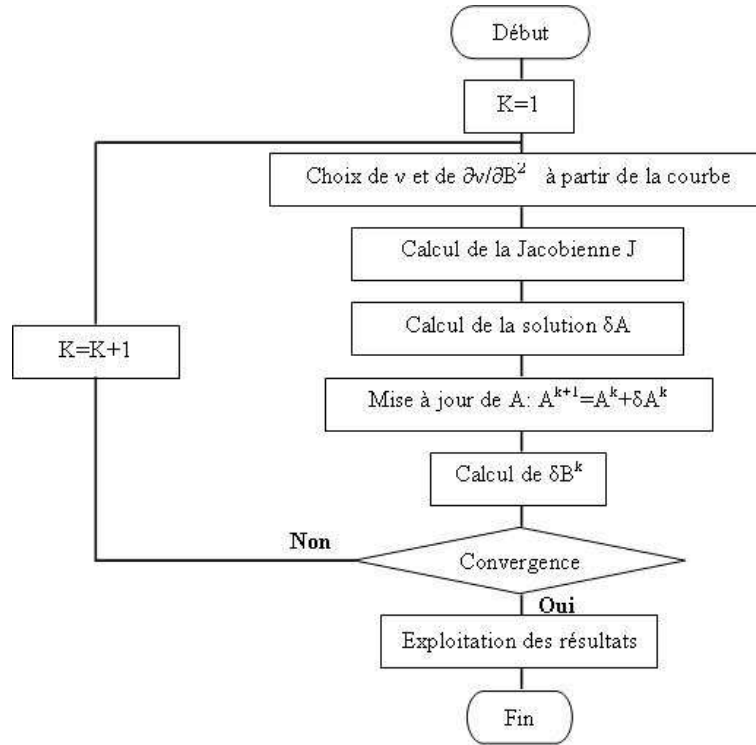


FIG. 2.6: Diagramme de l'analyse non linéaire du champ magnétique basé sur la méthode de Newton-Raphson.

2.5.2 Facteur de relaxation

L'utilisation de la méthode de Newton-Raphson permet de tenir compte de la non-linéarité des propriétés magnétiques des matériaux. Elle converge rapidement quand le résidu $R(X)$ vérifie certaines conditions de monotonie et que la solution initiale est proche de la solution exacte. Toutefois, dans le cas de fortes non-linéarités, ces conditions ne sont pas vérifiées et il a été constaté qu'un grand nombre d'itérations est nécessaire pour la convergence de la solution et dans certains cas la méthode diverge.

Dans la littérature, plusieurs méthodes ont été proposées pour remédier à ce problème. Elles sont basées sur l'introduction d'un facteur appelé : *facteur de relaxation* qui permet d'accélérer la convergence et réduit le nombre d'itérations et par conséquent du temps de calcul. A chaque itération n , la correction à ajouter à chaque nouvelle estimation du vecteur solution X est donnée par :

$$X^{n+1} = X^n + \alpha^n \Delta X^n \quad (2.74)$$

où α^n est le facteur de relaxation à l'itération n . A noter que pour $\alpha = 1$, on retrouve la méthode de Newton-Raphson classique.

Il existe plusieurs techniques pour optimiser le facteur de relaxation. Dans le code développé, nous avons introduit les plus répandues et efficaces, ce qui nous permet d'éviter le problème de convergence.

2.5.2.1 Méthodes basées sur la minimisation de la norme du résidu

Dans cette méthode, le facteur de relaxation optimal est obtenu à l'aide de la minimisation de la fonction objectif G qui est la norme du résidu définie comme la somme des carrés résidus établis par la formulation faible du problème [FNO93] :

$$G^{n+1} = \sum_{i=1}^{nu} \{R_i^{n+1}\}^2 \quad (2.75)$$

où nu est le nombre d'inconnus du problème. R_i^{n+1} est le vecteur résidus défini à partir de la solution X^{n+1} (équation 2.74).

La fonction définie par 2.75 peut être minimiser par différentes approches, nous citons quelques algorithmes développés dans la littérature :

Méthode Golden section

la valeur optimale est recherchée en utilisant une méthode itérative dite *Golden section* qui est détaillée en [GZ73].

Méthode basée sur le principe de dichotomie

Cette méthode suit le principe de dichotomie [OR70]. Tout d'abord, la norme du résidu initial est calculée, puis celle pour le coefficient $\alpha = 1$. Le coefficient de relaxation α est ensuite divisé par deux tant que la norme du résidus diminue. Lorsque cette norme augmente, le coefficient choisi est celui calculé à l'itération $n - 1$. Si la norme augmente sur 12 itérations successives, on choisit alors $\alpha = 0.1$.

L'intérêt de cette méthode est qu'elle est robuste et converge relativement rapidement. Cependant, sur quelques problèmes non linéaires, il a été constaté des zones de patinement due à des coefficients de relaxation faible ($\alpha \leq 0.1$). Ce qui augmente le nombre d'itérations pour atteindre la convergence désirée.

2.5.2.2 Méthodes basées sur la minimisation de la fonctionnelle d'énergie

Cette méthode utilise une approche différente [FOKA05]. Du fait que la minimisation du résidu ou la fonctionnelle d'énergie sont semblables, l'utilisation de la fonctionnelle peut être

donc une alternative de la minimisation de la norme du résidu. Il s'agit de résoudre l'équation $\frac{\partial \chi^{k+1}}{\partial \alpha^k} = 0$. Une approximation de la dérivée est donnée par :

$$\frac{\partial \chi^{k+1}}{\partial \alpha^k} = \sum_{i=1}^{nu} G_i^{k+1} \triangle X_i^k = 0 \quad (2.76)$$

Si χ^{k+1} est quadratique, alors $\frac{\partial \chi^{k+1}}{\partial \alpha^k}$ est linéaire et il peut être représenté à l'aide de deux valeurs arbitraires de α^k . Par conséquent, α_{opt}^k peut être calculé facilement. Dans le cas où χ^{k+1} n'est pas quadratique, une valeur approximative α_{app}^k peut être obtenue par la linéarisation de $\frac{\partial \chi^{k+1}}{\partial \alpha^k}$ à deux valeurs typiques de α^k , par exemple 0.5 et 1, comme le montre la figure 2.7. W^{k+1} représente la fonction objective et correspond à χ^{k+1} . Cette méthode permet aussi de sur-relaxer, c'est à dire, de prendre un coefficient α supérieur à 1.

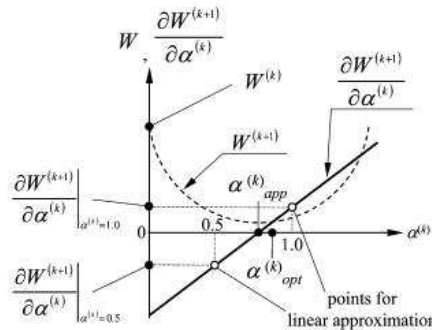


FIG. 2.7: Méthode pour déterminer le coefficient de relaxation

2.6 Modélisation des matériaux anisotropes

L'une des difficultés rencontrées dans la modélisation des pièces inspectées par la technique thermo-inductive est la nature anisotrope de certains matériaux utilisés dans l'industrie. A titre d'exemple, les matériaux composites à base de fibres de carbone qui sont de plus en plus utilisés dans l'aéronautique ont une nature fortement anisotrope.

L'anisotropie se définit comme la qualité d'un milieu ou d'un matériau d'avoir des propriétés physiques ou mécaniques qui varient selon les directions. Par exemple, dans un matériau composite, la conductivité thermique peut être beaucoup plus importante dans le sens horizontal que dans le sens vertical à cause de la disposition des différents éléments constitutifs de ce matériau. Elle a pour conséquence la nécessité de la prise en compte de la nature tensorielle des propriétés physiques [Tri00].

Cette propriété est prise en compte dans le code développé par l'introduction des tenseurs de conductivités électrique $[\sigma]$ et thermique $[\lambda]$ et de perméabilité magnétique $[\mu]$. Les lois de comportement des matériaux deviennent alors :

$$\mathbf{J} = [\sigma] \mathbf{E} \quad (2.77)$$

$$\mathbf{B} = [\mu] \mathbf{H} \quad (2.78)$$

avec

$$[\sigma] = \begin{bmatrix} \sigma_{xx} & \sigma_{xy} & \sigma_{xz} \\ \sigma_{yx} & \sigma_{yy} & \sigma_{yz} \\ \sigma_{zx} & \sigma_{zy} & \sigma_{zz} \end{bmatrix} \quad \text{et} \quad [\mu] = \begin{bmatrix} \mu_{xx} & \mu_{xy} & \mu_{xz} \\ \mu_{yx} & \mu_{yy} & \mu_{yz} \\ \mu_{zx} & \mu_{zy} & \mu_{zz} \end{bmatrix} \quad (2.79)$$

Le tenseur de conductivité thermique s'écrit sous la forme suivante :

$$[\lambda] = \begin{bmatrix} \lambda_{xx} & \lambda_{xy} & \lambda_{xz} \\ \lambda_{yx} & \lambda_{yy} & \lambda_{yz} \\ \lambda_{zx} & \lambda_{zy} & \lambda_{zz} \end{bmatrix} \quad (2.80)$$

2.7 Modélisation des défauts par éléments coques

La méthode des éléments finis, par sa souplesse d'adaptation géométrique, rend possible le traitement d'une large variété de configurations. Cependant, l'étude de structures dont l'une des dimensions est faible par rapport aux autres, entraîne des difficultés de maillage (forte densité d'éléments, risque d'avoir des éléments déformés). Le recours à des éléments dégénérés peut être une solution pour éviter ces problèmes. Ces éléments sont nommés les éléments coques [Gué94, Ren98]. Nous allons illustrer, dans la section suivante, la procédure générale d'insertion des éléments coques dans un code éléments finis. Nous nous focaliserons ensuite sur le cas d'une région mince non conductrice rencontrée dans le cadre de notre étude.

2.7.1 Éléments coques nodaux et d'arêtes

L'approche des éléments coques consiste à effectuer une transformation de la dimension des objets minces. S'il s'agit d'un problème 3D, la région mince sera transformée en une surface. On prendra en compte l'épaisseur de la région lors de la formulation du problème au lieu de le faire pendant la phase du maillage [Ren98, Ren99]. Cela signifie, dans notre exemple, que pendant le processus du maillage, on ne considère pas l'épaisseur du défaut, il sera remplacé par sa surface moyenne Γ_s . Une fois que le maillage est établi, on récupère les triangles produits dans cette surface (Le maillage volumique ayant été effectué avec des tétraèdres). On dédouble le maillage produit en le projetant de chaque côté de la région mince sur les surfaces frontières Γ^+ et Γ^- (voir figure 2.8).

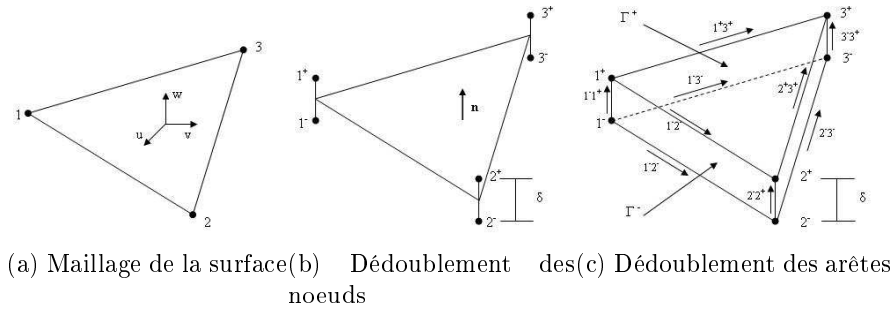


FIG. 2.8: Dédoublage des noeuds et des arêtes

2.7.1.1 Les fonctions de forme nodales et d'arêtes

Fonctions de forme nodales

Les éléments de coques nodaux et d'arêtes sont dérivés des éléments de Withney prismatiques. Les fonctions de forme nécessaires pour le calcul des champs scalaire et vectoriel en tout point de la région mince seront définies à partir du maillage surfacique. Ces fonctions de forme pour un élément coque nodal sont les suivantes :

$$\begin{aligned}
 w_{c1-}^0 &= w_{t1}^0 \beta^- & w_{c1+}^0 &= w_{t1}^0 \beta^+ \\
 w_{c2-}^0 &= w_{t2}^0 \beta^- & w_{c2+}^0 &= w_{t2}^0 \beta^+ \\
 w_{c3-}^0 &= w_{t3}^0 \beta^- & w_{c3+}^0 &= w_{t3}^0 \beta^+
 \end{aligned} \tag{2.81}$$

avec,

$$\beta^- = \frac{1}{2} - w \quad \text{et} \quad \beta^+ = \frac{1}{2} + w \tag{2.82}$$

Les w_{ti}^0 sont les fonctions de forme nodales d'un élément triangulaire qui sont définies dans le repère barycentrique de la façon suivante :

$$\begin{aligned}
 w_{t1}^0 &= 1 - u - v \\
 w_{t2}^0 &= u \\
 w_{t3}^0 &= v
 \end{aligned} \tag{2.83}$$

où u, v, w représentent les coordonnées en éléments de référence définis dans l'annexe D. Si on suppose l'existence d'une grandeur scalaire ϕ dans la région mince, elle peut être approximée en utilisant les fonctions de forme nodale des éléments coques. L'inconnue scalaire sera décrite en fonction de ses valeurs aux noeuds ϕ_n :

$$\phi = \sum_{n \in N} w_{cn}^0 \phi_n \tag{2.84}$$

où N est l'ensemble des sommets dans les surfaces Γ^+ et Γ^- .

La discrétisation du gradient, en utilisant les équations précédentes, devient alors :

$$\mathbf{grad}\phi = \sum_{n \in N} \left(\left[\beta^- \cdot \mathbf{grad}_s w_{tn}^0 - \frac{w_{tn}^0}{\delta} \cdot \mathbf{n} \right] \cdot \phi_n^- + \left[\beta^+ \cdot \mathbf{grad}_s w_{tn}^0 + \frac{w_{tn}^0}{\delta} \cdot \mathbf{n} \right] \cdot \phi_n^+ \right) \quad (2.85)$$

où δ représente l'épaisseur du défaut. $\mathbf{grad}_s$ est l'opérateur gradient sur la surface de l'élément coque.

Fonctions de forme d'arêtes

Les fonctions de forme pour les éléments coques d'arêtes sur les surfaces Γ^- et Γ^+ sont définies par :

$$\begin{aligned} \mathbf{w}_{cn^-k^-}^1 &= w_{cn^-}^0 \mathbf{grad} w_{ck^-}^0 - w_{ck^-}^0 \mathbf{grad} w_{cn^-}^0 \\ \mathbf{w}_{cn^+k^+}^1 &= w_{cn^+}^0 \mathbf{grad} w_{ck^+}^0 - w_{ck^+}^0 \mathbf{grad} w_{cn^+}^0 \end{aligned} \quad (2.86)$$

On note qu'une arête $\mathbf{n}^-k^-$ est sur la surface Γ^- , de même pour les arêtes $\mathbf{n}^+k^+$ sur la surface Γ^+ .

Pour les arêtes $\mathbf{n}^-k^+$ normales qui relient les deux surfaces Γ^- et Γ^+ , les fonctions de forme sont définies par :

$$\mathbf{w}_{cn^-k^+}^1 = w_{cn^-}^0 \mathbf{grad} w_{ck^+}^0 - w_{ck^+}^0 \mathbf{grad} w_{cn^-}^0 \quad (2.87)$$

Pour alléger la nomination, on note k^- , k^+ et $k^\pm$ les arêtes n^-k^- , n^+k^+ et n^-k^+ respectivement. Après quelques développements, les équations 2.86 et 2.87 peuvent s'écrire alors [Ren98] :

$$\begin{aligned} \mathbf{w}_{ck^-}^1 &= \mathbf{w}_{tk}^1 \cdot \beta^- \\ \mathbf{w}_{ck^+}^1 &= \mathbf{w}_{tk}^1 \cdot \beta^+ \\ \mathbf{w}_{ck^\pm}^1 &= \frac{w_{tn}^0}{\delta} \cdot \mathbf{n} \end{aligned} \quad (2.88)$$

$\mathbf{w}_{tk}^1$ représente les fonctions de forme d'arêtes d'un élément triangulaire. n est le vecteur normal à la surface de l'élément coque.

De façon similaire que pour les fonctions de forme nodales, on peut représenter une grandeur vectorielle $\mathbf{v}$ en fonction de ses circulations aux arêtes de l'élément coque comme suit :

$$\mathbf{v} = \sum_{k \in A} \mathbf{w}_{ck}^1 \mathbf{v}_k + \sum_{k^\pm \in A_n} \mathbf{w}_{ck^\pm}^1 \mathbf{v}_{k^\pm} \quad (2.89)$$

où A est l'ensemble des arêtes dans les surfaces Γ^+ et Γ^- . $\mathbf{v}_k$ est la circulation de la grandeur vectorielle sur ces arêtes. La circulation du champ vectoriel sur les arêtes normales A_n est nommée $\mathbf{v}_{k^\pm}$.

La discrétisation de l'opérateur différentiel rotationnel devient alors, en utilisant les équations 2.88 et 2.89 :

$$\mathbf{rot} \mathbf{v} = \sum_{k^- \in A^-} \left(\beta^- \cdot \mathbf{rot}_s \mathbf{w}_{tk}^1 - \frac{1}{\delta} \cdot \mathbf{n} \wedge \mathbf{w}_{tk}^1 \right) \cdot \mathbf{v}_{k^-} + \sum_{k^+ \in A^+} \left(\beta^+ \cdot \mathbf{rot}_s \mathbf{w}_{tk}^1 + \frac{1}{\delta} \cdot \mathbf{n} \wedge \mathbf{w}_{tk}^1 \right) \cdot \mathbf{v}_{k^+} + \sum_{k^\pm \in A_n} \left(\frac{1}{\delta} \cdot \mathbf{grad} w_{tn}^0 \wedge \mathbf{n} \right) \cdot \mathbf{v}_{k^\pm} \quad (2.90)$$

où A^- , A^+ sont respectivement l'ensemble des arêtes dans les surfaces Γ^- et Γ^+ .

2.8 Conclusion

Dans ce chapitre, nous avons présenté les bases d'un modèle tridimensionnel dédié au contrôle non destructif par la technique thermo-inductive. Les différentes étapes nécessaires à l'application de la méthode des éléments finis au problème couplé magnétothermique ont été rappelées. Les problèmes électromagnétiques ont été représentés à l'aide du diagramme de Tonti. La discrétisation des équations de Maxwell et du problème thermique est effectuée en utilisant le complexe des éléments de Whitney. Les formulations qui permettent le calcul des champs dans le cas des problèmes magnétostatiques et magnétodynamiques ont été détaillées. Les natures non linéaire et anisotropique de certains matériaux inspectés ont été étudiées et implémentées dans le code. Enfin, les éléments coques représentent une solution viable pour la modélisation des défauts qui sont assimilables à des régions minces. La procédure générale de leur insertion dans le logiciel éléments finis a été détaillée.

Les modèles développés sont implémentés sous un environnement Matlab. Dans le chapitre suivant, ces modèles seront validés pour être utilisés par la suite comme un outil de support pour la conception et l'optimisation du contrôle non destructif par la technique thermo-inductive.

Chapitre 3

Implémentation et validation des modèles développés

3.1 Introduction

Une inspection par la technique thermo-inductive consiste en l'étude de deux phénomènes couplés : électromagnétique et thermique. L'objectif de notre travail étant l'étude, la conception et l'optimisation de la méthode, une phase de modélisation s'avère donc nécessaire. Une telle modélisation est confrontée à des difficultés liés d'une part à la prise en compte de la nature des matériaux étudiés : matériaux ferromagnétiques, composites,...etc. D'autre part, le maillage des régions minces nécessite le développement d'outils particuliers pour le traitement de ces zones (éléments coques).

Les logiciels commerciaux qui tiennent compte de toutes ces contraintes en même temps sont rares. De plus, l'accès aux codes sources de ces logiciels est limité voir impossible. Il est donc très difficile de faire des modifications liées à la spécificité de notre étude, et encore plus d'implanter des modules ou des codes de programme. Or, notre travail de modélisation et de conception nécessite une grande souplesse du logiciel utilisé.

Notre laboratoire possédait déjà un logiciel de simulation numérique par éléments finis dont la structure est présentée sur la figure 3.1. Ce logiciel développé sous environnement Matlab comporte déjà des codes éléments finis nodaux et une partie incomplète des éléments finis d'arêtes.

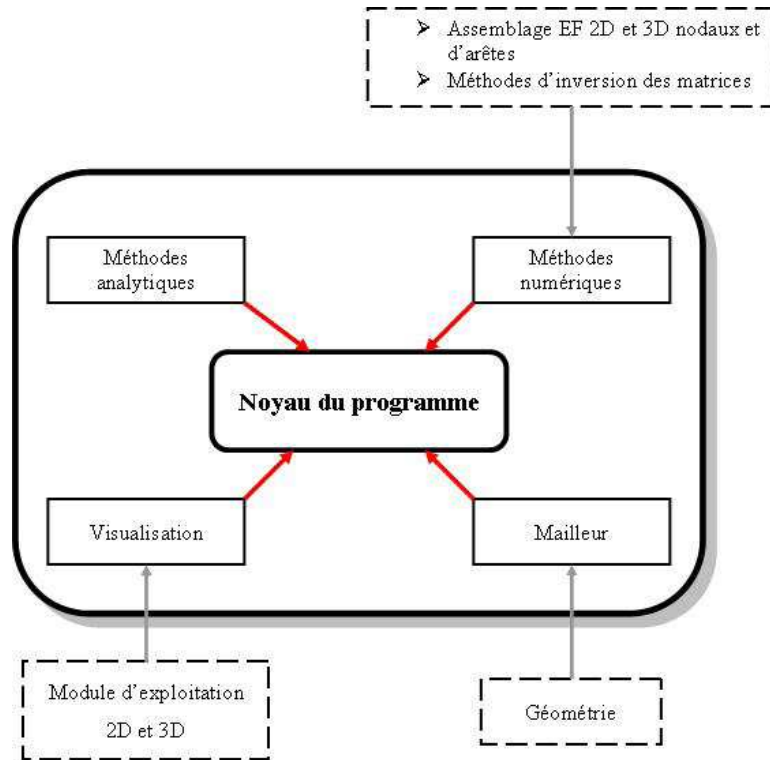


FIG. 3.1: Structure du logiciel existant au laboratoire

Pour répondre au mieux aux exigences liées à notre étude, nous avons refondé complètement la partie éléments d'arêtes en utilisant le formalisme développé dans le chapitre précédent. Nous avons ensuite introduit dans le logiciel les modules suivants :

- Interface entre le mailleur GMSH et Matlab.
- Module magnétostatique en potentiel vecteur magnétique $\mathbf{A}$ et en potentiel scalaire magnétique Φ .
- Module magnétodynamique en formulation électrique $\mathbf{A} - \Psi$ et magnétique $\mathbf{T} - \Phi$.
- Module magnétodynamique non linéaire en $\mathbf{A} - \Psi$ et $\mathbf{T} - \Phi$.
- Module des problèmes anisotropes.
- Module des éléments coques.

Le développement de ce logiciel sous environnement Matlab lui permet une grande souplesse et une portabilité remarquable. Il permet également d'utiliser les boîtes d'outils de Matlab, sa puissance de calcul et ses fonctions graphiques.

L'intérêt de développement d'un tel logiciel dépasse bien le cadre de notre étude. Nous avons utilisé pour nos activités de recherche la structure présentée sur la figure 3.2.

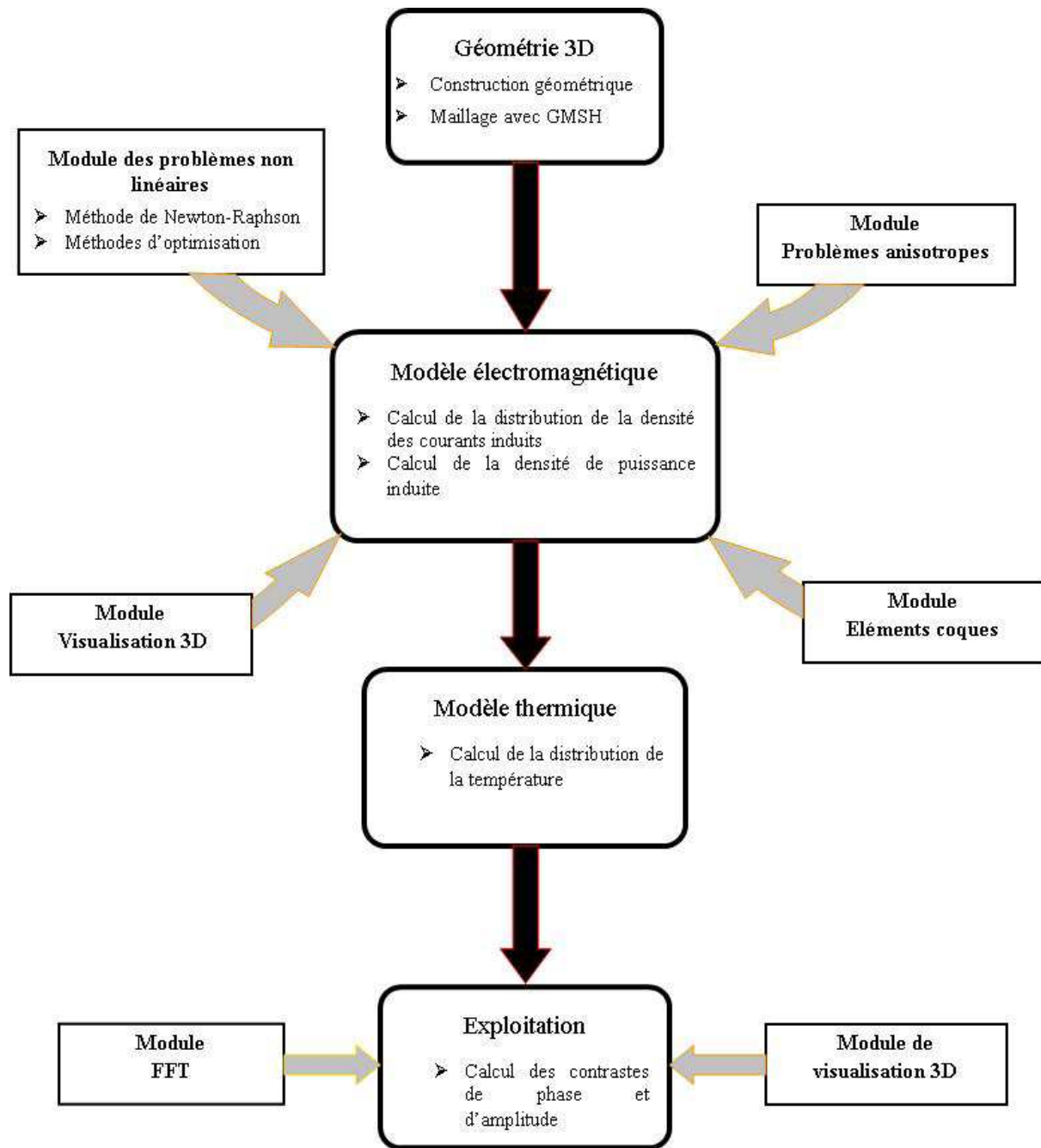


FIG. 3.2: Outils de simulation développés

Le logiciel développé permet la résolution des équations de Maxwell en 3D en magnétodynamique et magnétostatique. Il est bien adapté aux problèmes de CND et il a les caractéristiques suivantes :

- Il permet la manipulation des grandeurs électromagnétiques et thermiques telles que : l'induction magnétique, les courants, la température.
- Il tient compte du comportement non linéaire des matériaux magnétiques. De plus, des algorithmes d'optimisation du facteur de relaxation sont implantés pour accélérer la conver-

gence.

- la nature anisotrope de certains matériaux tels que les matériaux composites est prise en compte dans le code développé.
- Pour la modélisation des défauts, un modèle basé sur les éléments coques est inséré dans le logiciel.
- Enfin, comme les phénomènes physiques mis en jeu pour la technique thermo-inductive sont de natures électromagnétique et thermique, un couplage entre les deux phénomènes est pris en charge.

Dans ce chapitre, le code éléments finis 3D développé sera validé par comparaison avec des résultats obtenus à l'aide des dispositifs proposés par la communauté internationale dans les différents Workshops ou ceux obtenus à partir des exemples simples dont la solution analytique est connue.

La validation comprend les problèmes suivants :

- Problèmes magnétostatique et magnétodynamique (problème de la sphère et le TEAM Workshop 7).
- Modèle non linéaire ainsi que les différentes méthodes d'optimisation du facteur de relaxation (TEAM Workshop 21.A et 21.B).
- Modèle basé sur les éléments coques.

3.2 Problèmes magnétostatique et magnétodynamique

3.2.1 Problème de la sphère

Il s'agit d'une sphère placée dans un champ magnétique uniforme qui peut varier dans le temps. Les problèmes qui peuvent être définis dans ce cas sont :

Problème magnétostatique : il s'agit donc de calculer le champ magnétique en tout point de l'espace.

Problème magnétodynamique : il s'agit de déterminer le champ magnétique à chaque instant, ainsi que les courants induits, lorsque la sphère est conductrice.

Ces deux problèmes admettent des solutions analytiques détaillées en [NB85]. Ils constituent alors des problèmes tests idéaux pour la validation du code développé par le biais de comparaison des deux résultats obtenus numériquement et analytiquement.

Ces problèmes présentent une symétrie de révolution. Une telle symétrie peut être prise en compte dans une formulation tridimensionnelle qui se traduit par la résolution d'un huitième de la sphère.

3.2.1.1 Description du problème

La sphère est de rayon égal à $0.055m$ (figure 3.3). Pour chaque problème, nous allons calculer et évaluer les variations spatiales des champs le long de coupes H_0 et V_0 représentées dans la figure 3.3 et définies comme suit :

- Coupe $H_0 \equiv \{0 \leq x \leq 0.1m, y = 0, z = 0\}$
- Coupe $V_0 \equiv \{0 \leq z \leq 0.1m, x = 0, y = 0\}$

La sphère est placée dans un champ magnétique uniforme selon la direction z . Pour l'étude magnétostatique, l'induction magnétique source est définie par :

$$\mathbf{B}_z = B_0 \cdot \mathbf{Z} \quad (3.1)$$

avec $B_0 = 1T$.

Pour l'étude magnétodynamique, l'induction magnétique source est définie par :

$$B_z(t) = B_0 \cdot \cos(\omega t) \quad (3.2)$$

avec $B_0 = 1T$. ω est la pulsation du champ source lié à la fréquence fr .

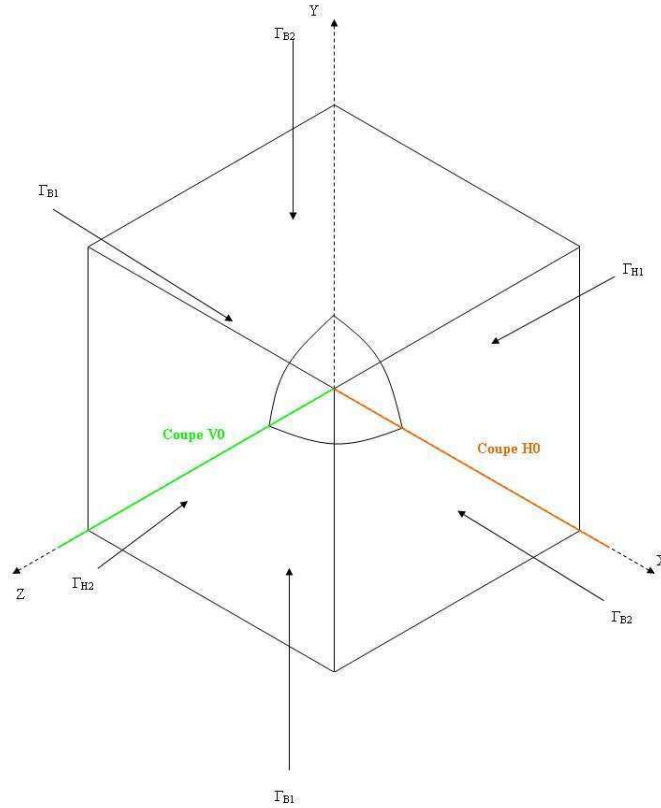


FIG. 3.3: Problème de la sphère : géométrie et conditions aux limites

3.2.1.2 Le maillage

La géométrie et le maillage ont été développés à l'aide du mailleur GMSH version 2.3.0 [gms]. C'est un logiciel *open source*, il permet de réaliser des maillages tridimensionnels à base des éléments tétraédriques.

Le maillage de la sphère que nous avons utilisé comporte $N = 11906$ noeuds, $A = 76264$ arêtes, $F = 125562$ facettes et $V = 61203$ tétraèdres.

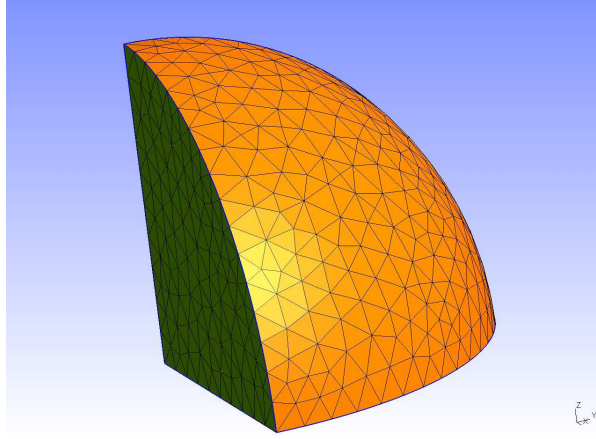


FIG. 3.4: Maillage du huitième de la sphère

3.2.1.3 Étude en magnétostatique

Pour cette étude, on considère une sphère de perméabilité magnétique relative $\mu_r = 100$. Nous avons calculé la distribution de l'induction magnétique à l'aide des deux formulations en potentiel ($\mathbf{A}$ et Φ) et comparé la variation de $\mathbf{B}_z$ le long des coupes H_0 et V_0 .

Formulation en potentiel vecteur magnétique

Les éléments adaptés à la discrétisation du potentiel vecteur magnétique sont les éléments d'arêtes (voir section 2.4.1). Ils peuvent être écrits sous la forme :

$$\mathbf{A} = \sum_{\mathbf{a} \in \mathbf{A}} \mathbf{w}_{\mathbf{a}} \mathbf{A}_{\mathbf{a}} \quad \text{avec } \mathbf{A} \in \mathbf{W}^1 \quad (3.3)$$

La forme intégrale de la formulation en potentiel vecteur magnétique $\mathbf{A}$ (section 2.2.5.1 du chapitre 2) devient alors :

$$\int_{\Omega} \mathbf{rot} \mathbf{w}_{\mathbf{a}} \frac{1}{\mu} \mathbf{rot} \mathbf{A} d\Omega + \int_{\Gamma_H} \mathbf{w}_{\mathbf{a}} (\mathbf{n} \wedge \mathbf{rot} \mathbf{A}) d\Gamma = \int_{\Omega} \mathbf{w}_{\mathbf{a}} \cdot \mathbf{J}_s d\Omega \quad (3.4)$$

L'intégrale sur Γ se décompose en deux termes. Le premier sur Γ_B est imposé au sens fort. En effet, la discrétisation de $\mathbf{A}$ par les éléments d'arêtes assure la continuité normale de $\mathbf{B}$. Cependant, en annulant le deuxième terme sur Γ_H on impose $\mathbf{H} \wedge \mathbf{n} = 0$ au sens faible se qui revient à imposer $\mathbf{A} \wedge \mathbf{n} = 0$. L'unicité de la solution $\mathbf{A}$ est assurée à l'aide de la résolution du système par une méthode itérative (voir section 2.2.5.2).

Formulation en potentiel scalaire magnétique

Lorsque la formulation en Φ est choisie pour la résolution du problème magnétostatique, l'élément de Whitney naturellement adapté à la discrétisation du potentiel scalaire magnétique Φ est l'espace des éléments nodaux W^0 , il peut s'écrire sous la forme suivante :

$$\Phi = \sum_{n \in N} w_n \Phi_n \quad \text{avec } \Phi \in W^0 \quad (3.5)$$

La formulation faible du problème consiste à résoudre après développement à l'aide de la formulation de Green au sens faible, l'équation 2.31 :

$$\int_{\Omega} \mu(\mathbf{grad} w_n \cdot \mathbf{grad} \Phi) d\Omega + \int_{\Gamma_B} w_n \mathbf{B} \cdot \mathbf{n} d\Gamma = \int_{\Omega} \mu \mathbf{grad} w_n \cdot \mathbf{H}_s d\Omega \quad (3.6)$$

où $\mathbf{n}$ est la normale dirigée vers l'extérieur de Ω . Pour l'intégrale de surface Γ , on a sur Γ_H , $w_n = 0$ au sens fort. Par contre, en annulant l'intégrale sur Γ_B , la condition $\mathbf{B} \cdot \mathbf{n} = 0$ est imposée au sens faible. Le champ source $\mathbf{H}_s$ est prédéterminé à partir de la distribution de la densité de courant $\mathbf{J}_s$ comme il a été décrit dans la section 2.2.5.1 du chapitre 2.

Il faut noter que pour des régions multiplement connexe, les trous doivent être remplis et rendre ainsi le domaine simplement connexe [Ren97].

Conditions aux limites et imposition du champ source

Selon la formulation électromagnétique utilisée pour résoudre le problème, l'application du champ source conduit à l'imposition des conditions aux limites suivantes sur la boîte d'air (figure 3.3) [LM99] :

Formulation en $\mathbf{A}$

Dans ce cas, sur les surfaces Γ_B où $\mathbf{B} \cdot \mathbf{n} = 0$:

- Le potentiel vecteur magnétique est imposé à zéro sur Γ_{B_1} .

- Sur Γ_{B_2} , on impose un potentiel vecteur magnétique source A_s dont les circulations sur les arêtes sont définies par :

$$A_s = -0.5 \cdot [x_1 \cdot (y_1 - y_2) + y_1 \cdot (x_2 - x_1)] \cdot B_0 \quad (3.7)$$

où, (x_1, y_1) et (x_2, y_2) sont les coordonnées des noeuds formant l'arête.

Formulation en Φ

Dans ce cas, sur les surfaces Γ_H où $\mathbf{H} \wedge \mathbf{n} = \mathbf{0}$:

- Le potentiel scalaire magnétique est imposé à zéro sur Γ_{H_1} .
- Sur Γ_{H_2} , on impose un potentiel scalaire magnétique source Φ_s défini par :

$$\Phi_s = \frac{B_0}{\mu_0} \cdot h_{boite} \quad (3.8)$$

où h_{boite} est la hauteur de la boite d'air.

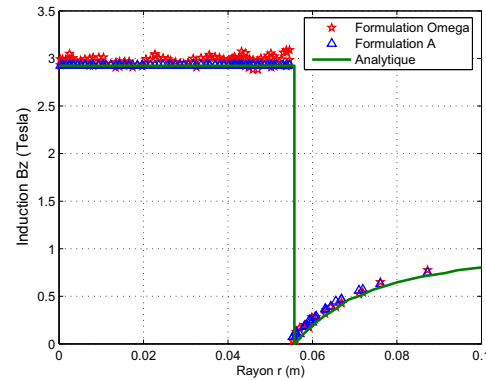
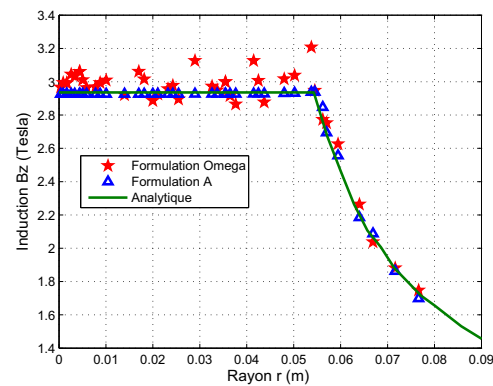
3.2.1.4 Résultats et validations

Le problème de la sphère est résolu à l'aide des deux formulations décrites précédemment. Pour la formulation en potentiel vecteur magnétique $\mathbf{A}$, nous avons 69882 inconnues. Alors que pour la formulation en potentiel scalaire magnétique Φ , le nombre d'inconnues se réduit à 10762. Ceci est expliqué par le fait que le potentiel vecteur magnétique est discrétisé sur l'espace des éléments d'arêtes et le potentiel scalaire magnétique appartient à l'espace des éléments nodaux.

Le système algébrique obtenu est résolu à l'aide de la méthode du gradient conjugué. Lorsque la formulation en $\mathbf{A}$ est utilisée, le système converge à une tolérance de 10^{-7} après 246 itérations. Cependant pour la formulation en Φ , le système converge au bout de 122 itérations pour la même tolérance exigée.

Les résultats obtenus sont présentés dans les figures 3.5 et 3.6. La variation de l'induction magnétique le long de la coupe H_0 présente une discontinuité de sa composante tangentielle au passage de l'interface sphère-air. Cette discontinuité est satisfaite par la relation $B_{z_{sphère}} = \frac{B_{z_{air}}}{\mu_r}$. Elle est prise en compte par les deux formulations.

On note que les deux formulations $\mathbf{A}$ et Φ tendent vers la solution exacte. Nous constatons aussi que la solution numérique est d'autant plus proche de la solution analytique que le maillage est fin, ce qui est prévu par le principe de la méthode des éléments finis. En effet, il faut augmenter le maillage dans les zones où la variation du champ est très importante pour avoir une bonne précision des calculs. Les résultats obtenus illustrent la précision et la fiabilité des calculs effectués et contribuent à une validation du modèle développé.

FIG. 3.5: Variation de l'induction magnétique le long de la coupe H_0 FIG. 3.6: Variation de l'induction magnétique le long de la coupe V_0

3.2.1.5 Étude en magnétodynamique

Un problème de base, relatif à une sphère de cuivre, de mêmes dimensions que celle définie dans la figure 3.3 a été modélisée. Ses caractéristiques sont données comme suit :

- La conductivité électrique de la sphère est : $\sigma = 5.92 \cdot 10^7 \Omega^{-1} m^{-1}$
- La perméabilité magnétique est celle de l'air.
- La fréquence de pulsation du champ magnétique source dont la sphère est plongée est de $f r = 50 Hz$.

La résolution du problème est effectuée à l'aide des deux formulations électromagnétiques décrites dans la section 2.2.5.2 du chapitre 2 (formulations en champs électrique et magnétique).

3.2.1.6 Formulations du problème magnétodynamique

Formulation électrique $\mathbf{A} - \Psi$

Le problème magnétodynamique est défini dans la section 2.2.5.2 du chapitre 2. Pour des raisons de symétrie du système d'équations, on pose :

$$\Psi = \frac{\partial V}{\partial t} \quad (3.9)$$

Les équations (2.38 et 2.39) deviennent :

$$\mathbf{rot} \frac{1}{\mu} \mathbf{rot} \mathbf{A} + \sigma \frac{\partial}{\partial t} (\mathbf{A} + \mathbf{grad} \Psi) = \mathbf{J}_s \quad (3.10)$$

$$\mathbf{div} \sigma \frac{\partial}{\partial t} (\mathbf{A} + \mathbf{grad} \Psi) = 0 \quad (3.11)$$

Dans le domaine discret, $\mathbf{A}$ est décomposé dans l'espace des éléments d'arêtes, Ψ dans l'espace des éléments nodaux :

$$\mathbf{A} = \sum_{a \in A} \mathbf{w}_a \mathbf{A}_a \quad \text{et} \quad \Psi = \sum_{n \in N} w_n \Psi_n \quad (3.12)$$

où $\mathbf{w}_a$ est la fonction de forme associée à l'arête a , et w_n la fonction de forme nodale associée au noeud n .

En utilisant comme fonctions tests, les fonctions de forme associées à chaque potentiel on obtient :

$$\int_{\Omega} \mathbf{rot} \mathbf{w}_a \cdot \frac{1}{\mu} \cdot \mathbf{rot} \mathbf{A} + \sigma \mathbf{w}_a \cdot \frac{\partial}{\partial t} (\mathbf{A} + \mathbf{grad} \Psi) d\Omega - \int_{\Gamma_H} \mathbf{w}_a \cdot (\mathbf{n} \wedge \frac{1}{\mu} \mathbf{rot} \mathbf{A}) d\Gamma = \int_{\Omega} \mathbf{w}_a \cdot \mathbf{J}_s d\Omega \quad (3.13)$$

$$\int_{\Omega} \sigma \mathbf{grad} w_n \cdot \frac{\partial}{\partial t} (\mathbf{A} + \mathbf{grad} \Psi) d\Omega - \int_{\Gamma_C} \mathbf{grad} w_n (\mathbf{n} \cdot \mathbf{J}) d\Gamma = 0 \quad (3.14)$$

Dans l'hypothèse du régime harmonique dont la pulsation est ω , la représentation complexe peut être utilisée. L'opérateur $\frac{\partial}{\partial t}$ est transformé donc en $j\omega$. Les équations 3.13 et 3.14 deviennent :

$$\int_{\Omega} \mathbf{rot} \mathbf{w}_a \cdot \frac{1}{\mu} \cdot \mathbf{rot} \mathbf{A} + \sigma \mathbf{w}_a \cdot j\omega (\mathbf{A} + \mathbf{grad} \Psi) d\Omega - \int_{\Gamma} \mathbf{w}_a \cdot (\mathbf{n} \wedge \frac{1}{\mu} \mathbf{rot} \mathbf{A}) d\Gamma = \int_{\Omega} \mathbf{w}_a \cdot \mathbf{J}_s d\Omega \quad (3.15)$$

$$\int_{\Omega} \sigma \mathbf{grad} w_n \cdot j\omega (\mathbf{A} + \mathbf{grad} \Psi) d\Omega - \int_{\Gamma_C} \mathbf{grad} w_n (\mathbf{n} \cdot \mathbf{J}) d\Gamma = 0 \quad (3.16)$$

Les intégrales de surface disparaissent en imposant fortement les conditions aux limites sur Γ_B ($\mathbf{E} \wedge \mathbf{n} = 0$ et $\mathbf{B} \cdot \mathbf{n} = 0$), et au sens faible celles sur Γ_H ($\mathbf{H} \wedge \mathbf{n} = \mathbf{0}$ et $\mathbf{J} \cdot \mathbf{n} = \mathbf{0}$).

Formulation magnétique $\mathbf{T} - \Phi$

Le système d'équations de cette formulation est donnée par la discrétisation des équations 2.42 et 2.43, avec :

$$\mathbf{T} = \sum_{\mathbf{a} \in \mathbf{A}} \mathbf{w}_{\mathbf{a}} \mathbf{T}_{\mathbf{a}} \text{ et } \Phi = \sum_{n \in N} w_n \Phi_n \quad (3.17)$$

En régime harmonique et comme pour la formulation $\mathbf{A} - \Psi$, on obtient deux équations à résoudre :

$$\int_{\Omega_C} \mathbf{rot} \mathbf{w}_{\mathbf{a}} \cdot \frac{1}{\sigma} \cdot \mathbf{rot} \mathbf{T} + \mu \mathbf{w}_{\mathbf{a}} \cdot j\omega (\mathbf{T} - \mathbf{grad} \Phi) d\Omega - \int_{\Gamma_C} \mathbf{w}_{\mathbf{a}} \cdot (\mathbf{n} \wedge \mathbf{E}) d\Gamma = \quad (3.18)$$

$$- \int_{\Omega_C} (\mathbf{rot} \mathbf{w}_{\mathbf{a}} \cdot \frac{1}{\sigma} \cdot \mathbf{rot} \mathbf{T}_{\mathbf{s}} + j\omega \mu \mathbf{w}_{\mathbf{a}} \cdot \mathbf{T}_{\mathbf{s}}) d\Omega \quad (3.19)$$

$$- \int_{\Omega_C} j\omega \mu \mathbf{grad} w_n \cdot \mathbf{T} d\Omega + \int_{\Omega} j\omega \mu \mathbf{grad} w_n \cdot \mathbf{grad} \Phi d\Omega - \int_{\Gamma_C} w_n \cdot (\mathbf{B} \cdot \mathbf{n}) d\Gamma = \int_{\Omega} j\omega \mu \mathbf{grad} w_n \cdot \mathbf{T}_{\mathbf{s}} d\Omega \quad (3.20)$$

Pour cette formulation, les intégrales de surface disparaissent en imposant fortement les conditions aux limites sur Γ_H ($\mathbf{H} \wedge \mathbf{n} = \mathbf{0}$ et $\mathbf{J} \cdot \mathbf{n} = \mathbf{0}$) et au sens faible celles sur Γ_B ($\mathbf{E} \wedge \mathbf{n} = 0$ et $\mathbf{B} \cdot \mathbf{n} = 0$).

Afin d'éviter le problème multivoque de Φ dans le cas des régions multiplement connexes, soit on introduit un plan de coupe permettant un saut de potentiel soit on remplit les trous par un matériau de faible conductivité [Ren97]. Sur l'interface du domaine conducteur Γ_C , la condition $\mathbf{n} \wedge \mathbf{T} = \mathbf{0}$ est imposée. Cette condition permet la continuité naturelle de la composante tangentielle du champ magnétique $\mathbf{H}$.

Conditions aux limites et imposition du champ source

Comme pour le cas de l'étude magnétostatique, l'application du champ source conduit à l'imposition des conditions aux limites suivantes sur la boîte d'air (figure 3.3) :

Formulation électrique $\mathbf{A} - \Psi$

Dans ce cas, sur les surfaces Γ_B où $\mathbf{B} \cdot \mathbf{n} = 0$:

- Le potentiel vecteur magnétique est imposé à zéro sur Γ_{B_1} .
- Sur Γ_{B_2} , on impose un potentiel vecteur magnétique source A_s dont les circulations sur les arêtes sont définies par :

$$A_s = -0.5 \cdot [x_1 \cdot (y_1 - y_2) + y_1 \cdot (x_2 - x_1)] \cdot B_0 \cdot \sin(\omega t) \quad (3.21)$$

où, (x_1, y_1) et (x_2, y_2) sont les coordonnées des noeuds formant l'arête.

- Le potentiel scalaire électrique Ψ est imposé à zéro sur Γ_{B_1} .

Formulation électrique $\mathbf{T} - \Phi$

Dans ce cas, sur les surfaces Γ_H où $\mathbf{H} \wedge \mathbf{n} = 0$:

- Le potentiel scalaire magnétique est imposé à zéro sur Γ_{H_1} .
- Sur Γ_{H_2} , on impose un potentiel scalaire magnétique source Φ_s défini par :

$$\Phi_s = \frac{B_0}{\mu_0} \cdot h_{boite} \quad (3.22)$$

où h_{boite} est la hauteur de la boîte d'air.

- Le potentiel vecteur électrique $\mathbf{T}$ est imposé à zéro sur Γ_{H_1} et sur les surface de la sphère pour assurer $\mathbf{J} \cdot \mathbf{n} = 0$.

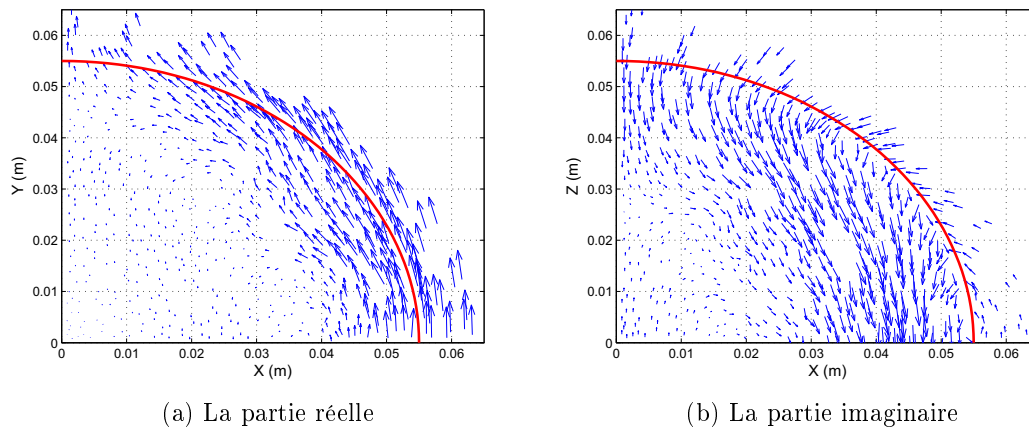
Pour le problème de la sphère, la source est imposée via les conditions aux limites définies dans la section

3.2.1.7 Résultats et validations

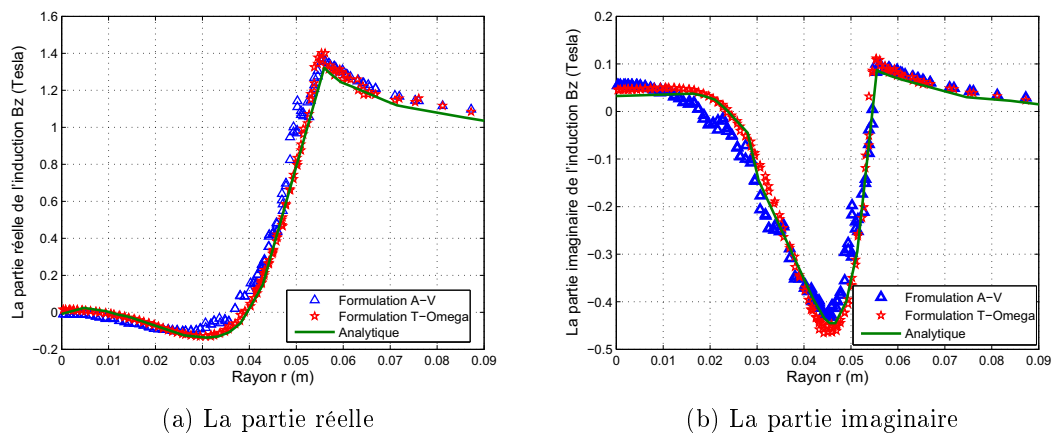
Le même maillage que la section précédente est utilisé. Nous avons donc pour la formulation électrique $\mathbf{A} - \Psi$, 73440 inconnues soit : 69882 inconnues pour le potentiel vecteur magnétique $\mathbf{A}$ et 3558 en potentiel scalaire électrique. Pour la formulation magnétique $\mathbf{T} - \Phi$, le nombre d'inconnues est de 34139 dont 23377 pour le potentiel vecteur électrique $\mathbf{T}$ et 10762 pour le potentiel scalaire magnétique.

Lorsque la formulation électrique $\mathbf{A} - \Psi$ est utilisée, le système converge à une tolérance de 10^{-7} après 406 itérations. Alors que pour la formulation en $\mathbf{T} - \Phi$, le système converge au bout de 371 itérations pour la même tolérance désirée.

La distribution des parties réelle et imaginaire du champ d'induction magnétique sur le plan $Y = 0$ est représentée à la figure 3.7.

FIG. 3.7: Carte de champ d'induction sur le plan $Y = 0$

Les variations des parties réelle et imaginaire de la composante de $\mathbf{B}$ suivant l'axe z le long de la coupe H_0 sont montrées par les figures 3.8. On note que la continuité de la composante tangentielle de l'induction magnétique est satisfaite par les deux formulations.

FIG. 3.8: Variation des parties réelle et imaginaire de l'induction magnétique le long de la coupe H_0

De même, l'évolution spatiale des parties réelle et imaginaire de l'induction magnétique long de la coupe V_0 est montrée par les figures 3.9.

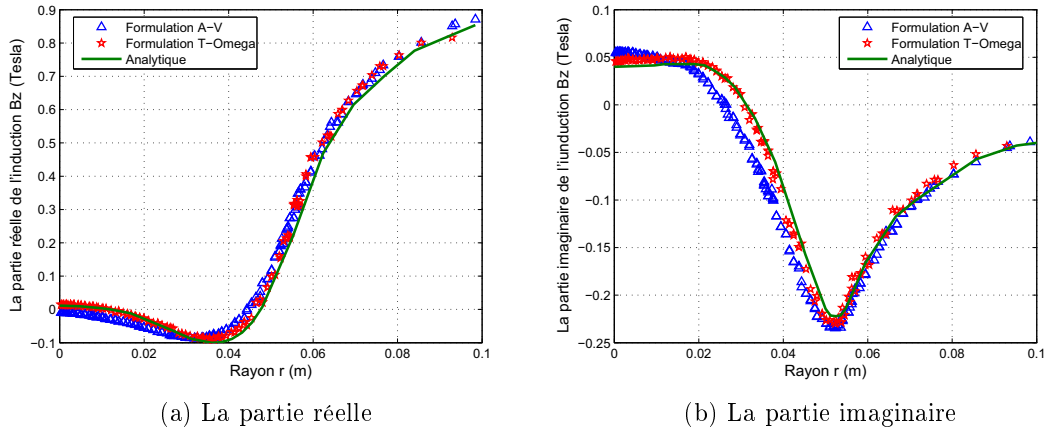


FIG. 3.9: Variation des parties réelle et imaginaire de l'induction magnétique le long de la coupe V_0

Les conclusions établies pour le problème magnétostatique sont aussi valables en magnéto-dynamique. Les modèles développés sont ainsi bien proches des résultats de mesures et ils tiennent compte des phénomènes impliqués.

3.2.2 Problème TEAM Workshop 7

3.2.2.1 Description du problème

Il s'agit d'un des problèmes-test internationaux présentés aux TEAM Workshops (Testing Electromagnetic Analysis Methods) [TTIN01]. Le but de l'étude est la validation du calcul du terme source établi dans la section 2.2.5.1 du chapitre 2.

Une plaque d'aluminium percée d'un trou de forme rectangulaire est placée au dessous d'une bobine d'excitation parcouru par un courant sinusoïdal. Le problème consiste à calculer l'évolution temporelle des courants induits dans la plaque, ainsi que celle du champ magnétique suivant les deux coupes suivantes :

- Coupe $A_1B_1 \equiv \{0 \leq x \leq 300\text{mm}, y = 72\text{mm}, z = 34\text{mm}\}$
- Coupe $A_2B_2 \equiv \{0 \leq x \leq 300\text{mm}, y = 144\text{mm}, z = 34\text{mm}\}$

La plaque est constituée d'un alliage d'aluminium de conductivité électrique $\sigma = 3.526 \cdot 10^{+7} \Omega^{-1} \cdot \text{m}^{-1}$ et de perméabilité magnétique μ_0 . Elle est plongée dans l'air (perméabilité magnétique égale μ_0). Ses dimensions ainsi que celle du trou sont données par la figure 3.10.

Un inducteur (la bobine) est placée au-dessus de la plaque (comme le montre la figure 3.10). Il est parcouru par un courant sinusoïdal de fréquence 50Hz et de valeur efficace de 2742AT.

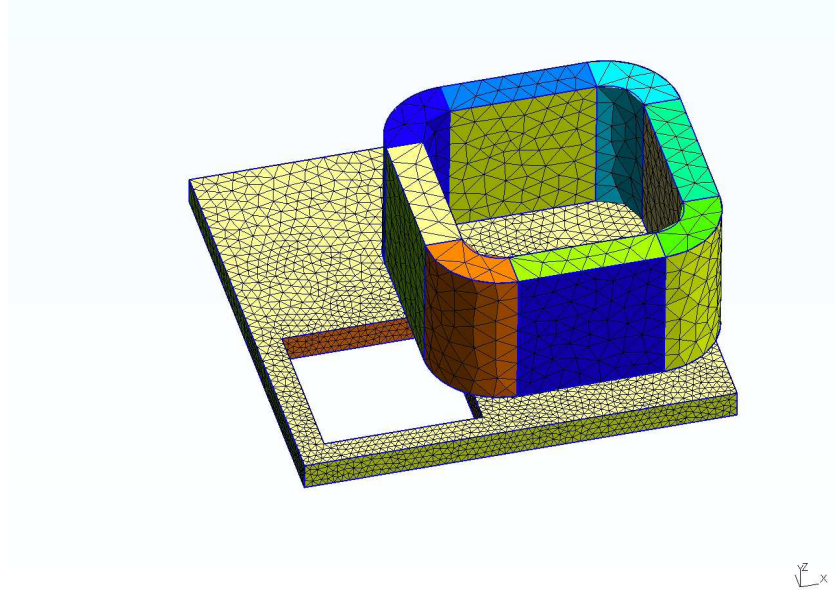


FIG. 3.11: Vue dessus du maillage utilisé

$$\int_{\Omega} \mathbf{rot} \mathbf{w}_a \cdot \frac{1}{\mu} \cdot \mathbf{rot} \mathbf{A} + \sigma \mathbf{w}_a \cdot j\omega (\mathbf{A} + \mathbf{grad} \Psi) d\Omega - \int_{\Gamma} \mathbf{w}_a \cdot (\mathbf{n} \wedge \frac{1}{\mu} \mathbf{rot} \mathbf{A}) d\Gamma = \int_{\Omega} \mathbf{rot} \mathbf{w}_a \cdot \mathbf{T}_s d\Omega \quad (3.24)$$

Format matriciel Le système d'équations (3.24 et 3.20) peut s'écrire alors sous la forme matricielle suivante :

$$\begin{bmatrix} R^t M_{ff}^{\mu^{-1}} R + j\omega M_{aa}^{\sigma} & j\omega M_{aa}^{\sigma} G \\ j\omega G^t M_{aa}^{\sigma} & j\omega G^t M_{aa}^{\sigma} G \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \mathbf{A}_a \\ \Psi_n \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} R^t M_{af}^t \mathbf{T}_s \\ 0 \end{bmatrix} \quad (3.25)$$

où $\mathbf{A}_a$, Ψ_n est le vecteur d'inconnues, $\mathbf{T}_s$ vecteur champ source, R , G représentent les opérateurs différentiels discret du rotationnel et du gradient respectivement.

$M_{ff}^{\mu^{-1}}$ est la matrice de masse de dimension $F \times F$ (F nombre de facettes du maillage). Elle comprend les caractéristiques géométriques et magnétiques du problème. Les termes élémentaires $m_{ff}^{\mu^{-1}}$ de cette matrice sont :

$$m_{ff}^{\mu^{-1}} = \int_{\Omega} \frac{1}{\mu} \mathbf{w}_{f_i} \cdot \mathbf{w}_{f_j} d\Omega \quad (3.26)$$

M_{aa}^{σ} est une matrice de dimension $A \times A$ (A nombre d'arêtes du maillage). elle représente les propriétés géométriques et électriques du problème. Ces termes m_{aa}^{σ} sont :

$$m_{aa}^\sigma = \int_{\Omega} \sigma \mathbf{w}_{\mathbf{a}_i} \cdot \mathbf{w}_{\mathbf{a}_j} d\Omega \quad (3.27)$$

M_{af} représente une matrice de dimension $A \times F$ avec pour termes élémentaires les intégrales m_{af} :

$$m_{af} = \int_{\Omega} \mathbf{w}_{\mathbf{a}_i} \cdot \mathbf{w}_{\mathbf{f}_j} d\Omega \quad (3.28)$$

3.2.2.4 Résultats et validations

Le problème est résolu à l'aide de la formulation $\mathbf{A} - \Psi$. Nous avons donc à résoudre un système de 213132 inconnues soit : 202391 inconnues pour le potentiel vecteur magnétique $\mathbf{A}$ et 10741 en potentiel scalaire électrique. Le système algébrique obtenu est résolu à l'aide de la méthode du gradient conjugué. Le système converge à une tolérance de 10^{-7} après 482 itérations.

La figure 3.12 montre la distribution de la partie réelle de la densité de courant. Les courants induits s'opposent aux courants sources qui les ont créés et contournent bien le trou de la plaque.

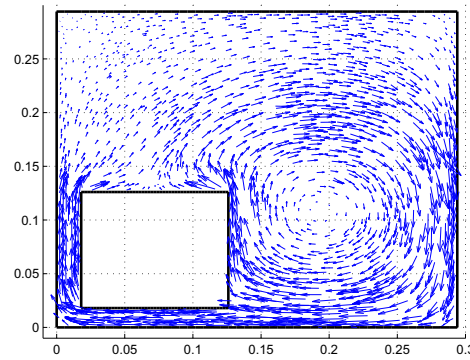


FIG. 3.12: Distribution de la densité de courant dans le plan supérieur de la plaque

Les figures 3.13 et 3.14 montrent la variation de l'induction magnétique (partie réelle suivant z) dans l'air (entre la bobine et la plaque), le long des deux lignes A_1B_1 et A_2B_2 (voir figure 3.10) comparée aux résultats de mesures.

On remarque qu'il y a de petites différences entre les deux résultats de simulations et expérimentaux. Ceci peut être expliqué par le fait que les points de calculs ne peuvent pas être situés exactement sur les lignes A_1B_1 et A_2B_2 .

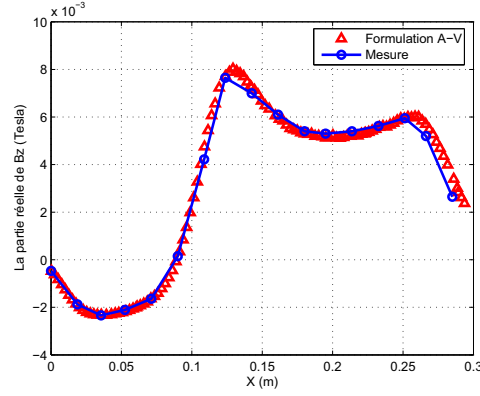


FIG. 3.13: Comparaison de la partie réelle de $\mathbf{B}_z$ calculée et mesurée (ligne : $y=72\text{mm}$, $z=34\text{mm}$)

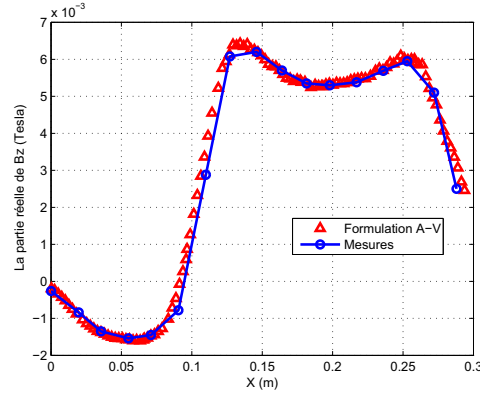


FIG. 3.14: Comparaison de la partie réelle de $\mathbf{B}_z$ calculée et mesurée (ligne : $y=144\text{mm}$, $z=34\text{mm}$)

3.2.3 Validation du modèle non linéaire

3.2.3.1 Description du problème

Le problème étudié est l'un des problèmes-test internationaux présentés aux TEAM Workshops 21 (modèle A et B) [CTHF02]. L'objectif étant de valider les modèles non linéaires développés et détaillés dans le chapitre précédent.

La figure 3.15 montre les deux modèles A et B. Le modèle A est constitué de deux bobines d'excitation de mêmes caractéristiques et de deux plaques d'acier. Un trou rectangulaire est inséré au centre d'une de deux plaques. Le modèle B a les mêmes bobines que le modèle A et une seule plaque d'acier sans trou. La direction des courants de la première bobine est dans le sens opposé de l'autre.

Le problème consiste à calculer l'évolution temporelle du champ magnétique pour les deux modèles A et B selon la coupe suivante :

– Coupe $AB \equiv \{-218mm \leq z \leq 227mm, y = 0mm, x = 5.76mm\}$

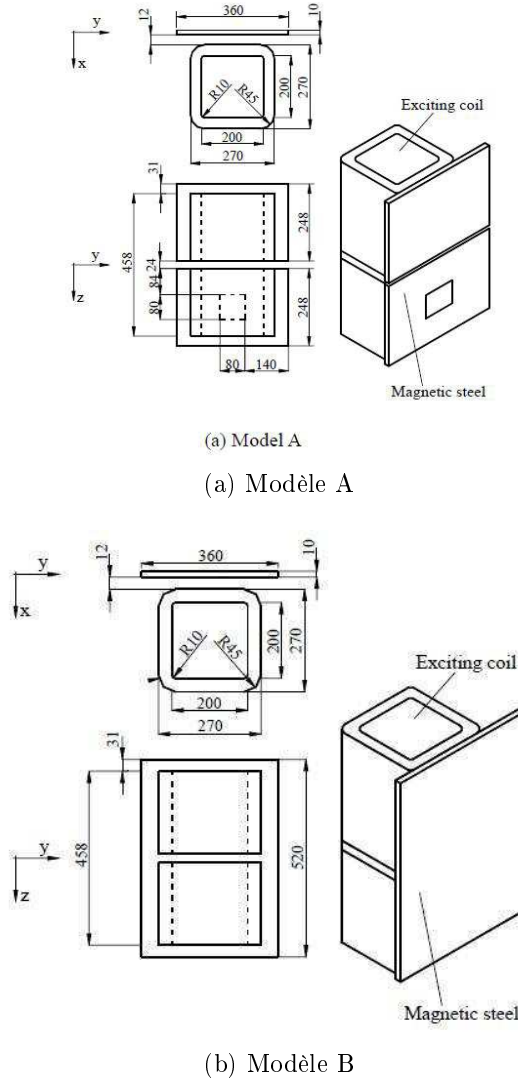
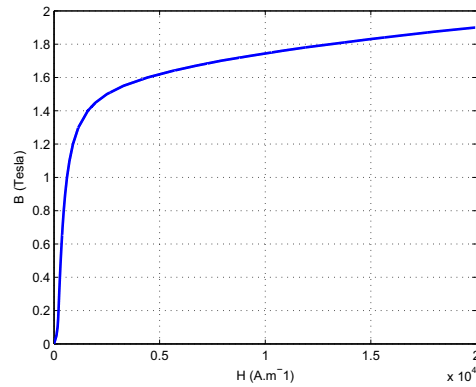


FIG. 3.15: TEAM Workshop 21 (Modèles A et B)

Les dimensions des différents composants du dispositif sont détaillés dans la figure 3.15. Les courants circulants dans les bobines sont en sens inverse et de valeur $I_{bobine} = 10A_{eff}$. Le nombre de spire dans chaque bobine est de 300 spires.

Les plaques d'acier ont une conductivité électrique $\sigma_{acier} = 6.484 \cdot 10^{+6} \Omega^{-1} \cdot m^{-1}$. Puisque l'acier est un matériaux ferromagnétique, ses caractéristiques magnétiques sont non linéaires et sa perméabilité n'est pas constante. Nous considérons cependant qu'il n y a pas de champ rémanent de façon à pouvoir utiliser la courbe de première aimantation. La courbe $B(H)$ de l'acier utilisé est donnée par la figure 3.16.

FIG. 3.16: Courbe $B(H)$ de l'acier utilisé

3.2.3.2 Le maillage

Le maillage réalisé pour les modèles A et B comporte : nombre des noeuds $N = 27394$, nombre des arêtes $A = 167120$, nombre des facettes $F = 285199$ et le nombre des tétraèdre $V = 142472$ (figure 3.11).

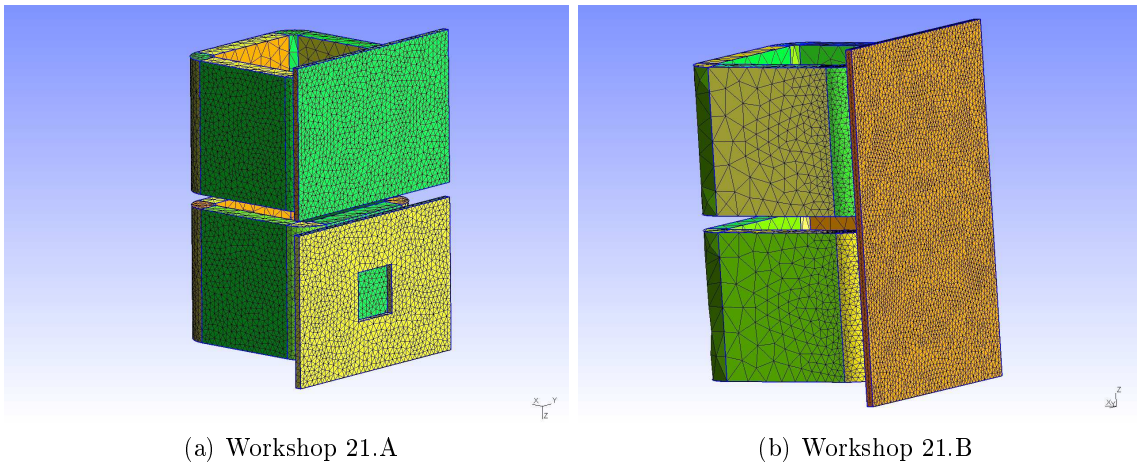


FIG. 3.17: Maillage de la géométrie

3.2.3.3 Étude en magnétodynamique

Le problème TEAM Workshops 21 (modèle A et B) a été résolu en utilisant la formulation $\mathbf{A} - \Psi$ en magnétodynamique complexe non linéaire. La méthode de Newton-Raphson décrite dans la section 2.5 du chapitre 2 a été mise en oeuvre. Après développement, le système d'équations final à résoudre à chaque itération peut être écrit sous la forme matricielle suivante [Gué94] :

$$\begin{bmatrix} J + R^t M_{ff}^{\mu^{-1}} R + j\omega M_{aa}^\sigma & j\omega M_{aa}^\sigma G \\ j\omega G^t M_{aa}^\sigma & j\omega G^t M_{aa}^\sigma G \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \Delta \mathbf{A} \\ \Delta \Psi \end{bmatrix} = \quad (3.29)$$

$$\begin{bmatrix} R^t M_{af}^t \mathbf{T}_s - (R^t M_{ff}^{\mu^{-1}} R + j\omega M_{aa}^\sigma) \cdot \mathbf{A} - j\omega M_{aa}^\sigma G \cdot \Psi \\ -j\omega G^t M_{aa}^\sigma \cdot \mathbf{A} - j\omega G^t M_{aa}^\sigma G \cdot \Psi \end{bmatrix} \quad (3.30)$$

avec : $M_{ff}^{\mu^{-1}}$, M_{aa}^σ des matrices définies par 3.26 et 3.27 respectivement. J est la matrice jacobienne définie par :

$$J = R^t M_{ff}^{\partial\nu/\partial B^2} R \quad (3.31)$$

avec pour termes élémentaires de la matrice $M_{ff}^{\partial\nu/\partial B^2}$ les intégrales $m_{ff}^{\partial\nu/\partial B^2}$:

$$m_{ff}^{\partial\nu/\partial B^2} = \int_{\Omega} \mathbf{w}_{\mathbf{f}_i} \cdot \frac{\partial\nu}{\partial B^2} \cdot \mathbf{w}_{\mathbf{f}_j} d\Omega \quad (3.32)$$

Le facteur $\frac{\partial\nu}{\partial B^2}$ est obtenu à partir de la courbe d'aimantation $B(H)$ du matériau associé.

3.2.3.4 Résultats et validations

Nous avons calculé l'évolution spatiale de l'induction magnétique. Les solutions non linéaires sont obtenues grâce à la méthode de Newton-Raphson et la résolution de chaque système d'équations linéaire est obtenue à l'aide de la méthode du gradient conjugué.

- Pour le modèle A, le nombre d'itérations de Newton-Raphson nécessaire à la convergence de la solution est de 9 itérations pour une erreur relative de 10^{-7} .
- Pour le modèle B, le nombre d'itérations de Newton-Raphson nécessaire à la convergence de la solution est de 10 itérations pour une erreur relative de 10^{-7} .

La variation de l'induction magnétique $\mathbf{B}_x$ suivant z pour les deux modèles A et B est représentée à la figure 3.18. Les courbes de mesure et celles obtenues à l'aide du modèle numérique présente des similitudes. Pour les deux cas, la convergence était rapide et nous n'avons pas eu besoin d'utiliser la relaxation.

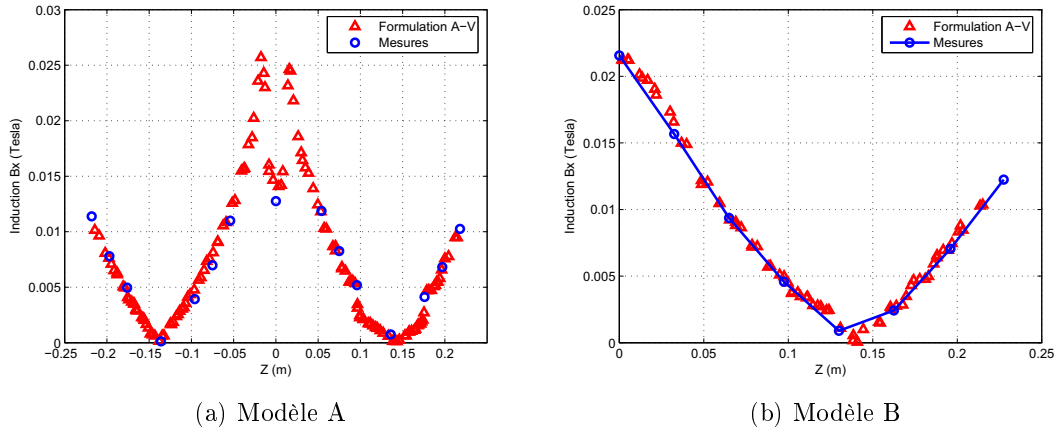


FIG. 3.18: Comparaison de l'induction magnétique B_x calculée et mesurée pour les modèles A et B (coupe AB)

3.2.3.5 Influence de la relaxation

Il a été constaté que pour des fortes non linéarités, la convergence de la méthode de Newton-Raphson devient difficile (le nombre d'itérations augmente) voir impossible (la méthode ne converge pas). Prenons l'exemple du Workshop 21 modèle A, si on augmente le courant d'excitation ($NI = 30kA$ au lieu de $NI = 3kA$) et on trace l'évolution de l'erreur relative en fonction du nombre d'itérations (figure 3.19). On constate que lorsqu'on surexcite la plaque magnétique la convergence est lente et se stabilise à une erreur relative d'environ 10^{-4} .

Dans ces cas, le recours à une relaxation est généralement indispensable pour assurer la convergence du système ou pour réduire le nombre d'itérations nécessaire. Dans la section 2.5.2 du chapitre 2, nous avons détaillé les principaux algorithmes de recherche du facteur de relaxation optimal. Dans cette partie, nous allons valider et étudier l'influence de ces algorithmes sur la convergence de la méthode Newton-Raphson.

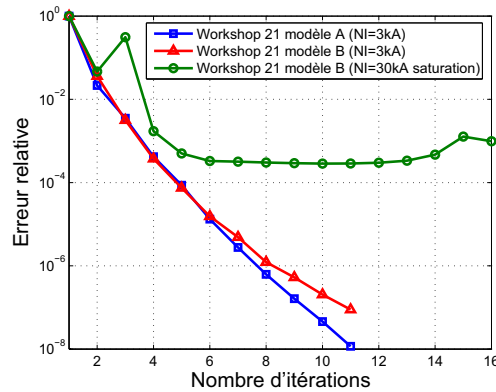


FIG. 3.19: Convergence de la méthode Newton-Raphson pour les workshops étudiés

Pour mieux illustrer l'intérêt du facteur de relaxation, nous avons étudié le cas le plus extrême où la méthode ne converge pas. Pour cela, nous avons pris le problème du Workshop 13 à titre d'exemple [NTF⁺90, NFO92]. C'est un problème magnétostatique résolu à l'aide de la formulation **A**. Il a été constaté que ce problème ne converge pas lorsqu'on augmente le courant de la source.

La figure 3.20 étudie la convergence de la solution obtenue sans et avec l'utilisation des algorithmes d'optimisation du facteur de relaxation définies dans le chapitre précédent en fonction du nombre d'itérations nécessaire dans le cas de fortes saturations.

On note qu'avec la méthode de Newton-Raphson simple, le problème ne converge pas. Cependant, l'utilisation des algorithmes d'optimisation permet une convergence plus ou moins rapide :

- Pour la méthode basée sur la minimisation de la norme du résidu, 10 itérations sont nécessaires pour atteindre une erreur de 10^{-4} .
- Pour la méthode basée sur la minimisation de la norme du résidu par golden section, 8 itérations seulement sont requises pour atteindre une erreur relative de 10^{-10} .

Par ailleurs, Il a été constaté qu'il n'existe pas d'algorithme optimal pour résoudre tous les problèmes non linéaires. En effet, suivant le cas étudié, un algorithme est plus ou moins efficace, d'où l'intérêt de l'implantation de plusieurs méthodes qui vont nous servir de solutions alternatives.

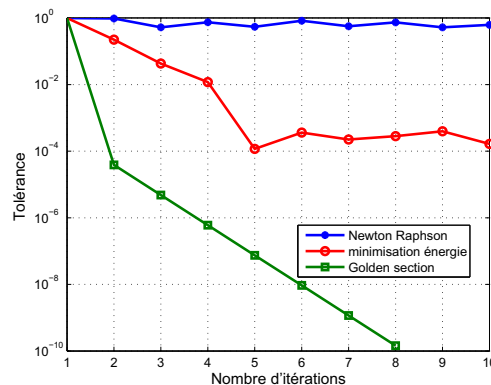


FIG. 3.20: Erreur relative pour chaque itération des différentes méthodes non linéaires

3.3 Validation comportementale des éléments coques

3.3.1 Cas d'une région mince conductrice

Afin de valider l'approche des éléments coques, nous considérons le problème de courant de Foucault étudié par [Ren98]. Il s'agit d'une plaque ferromagnétique mince conductrice

dont les dimensions sont donnés par la figure 3.21. L'épaisseur de la plaque est faible par rapport aux autres dimensions. Elle est égale à $d = 0.2mm$. sa conductivité électrique est $\sigma_{plaque} = 10^{+8}\Omega^{-1} \cdot m^{-1}$ et sa perméabilité magnétique est $\mu_{plaque} = 1000 \cdot \mu_0$.

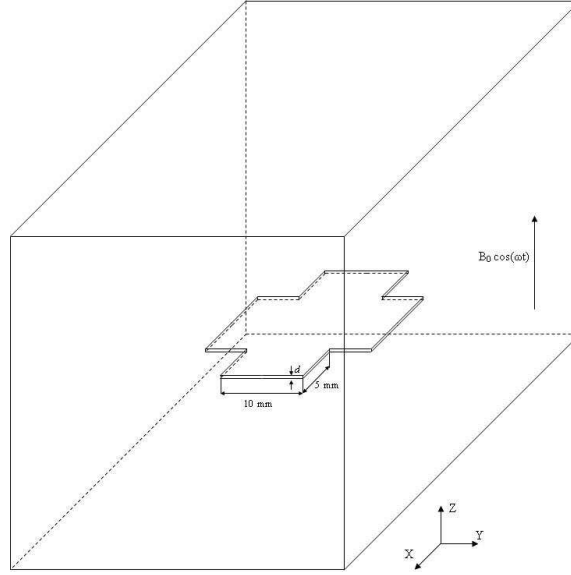


FIG. 3.21: La plaque mince

La plaque est placée dans un champ uniforme variable dans le temps de fréquence de $200Hz$. l'imposition du terme source aux limites du problème se fait de manière similaire à celle du problème de la sphère (section 3.2.1.6).

3.3.1.1 Le maillage

Le maillage construit avec les éléments coques est représenté à la figure 3.22. La surface moyenne de la plaque est maillée par des éléments triangulaires et le domaine de l'air par des éléments tétraédriques. Nous avons développé 1782 éléments triangulaires et 25046 tétraèdres.

Les éléments coques nodaux et d'arêtes sont appliqués à la formulation éléments finis pour la modélisation des régions minces. Ces formulations sont détaillées dans la section 2.2.5 du chapitre 2. Dans cette partie, l'introduction des éléments coques définis dans la section 2.7 du chapitre 2 sera validée pour les formulations des régions minces conductrices.

3.3.1.2 Formulation électrique $\mathbf{A} - \Psi$

Les éléments coques nodaux et d'arêtes sont utilisés pour l'interpolation Ψ et $\mathbf{A}$ respectivement dans la région mince. Les intégrales de volume dans la formulation $\mathbf{A} - \Psi$ (équations 3.16 et 3.24) se transforment dans cette région en intégrales de surface.

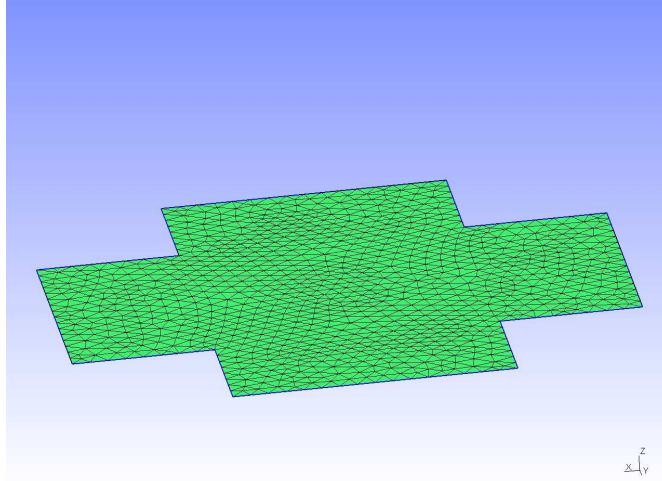


FIG. 3.22: Maillage de la plaque

$$\begin{aligned} & \int_{\Omega_{coque}} \frac{1}{\mu_{coque}} \mathbf{rot} \mathbf{w}_a \cdot \mathbf{rot} \mathbf{A} \cdot d\Omega = \\ & \int_{S_{coque}} \frac{1}{\delta \mu_{coque}} ([\mathbf{w}_{\mathbf{tk}^+}^1 - \mathbf{w}_{\mathbf{tk}^-}^1] - \delta \mathbf{grad}_s w_{tn}^0) \cdot ([\mathbf{A}_{\mathbf{tk}^+} - \mathbf{A}_{\mathbf{tk}^-}] - \delta \mathbf{grad}_s A_{n^\pm}) \cdot dS + \\ & \int_{S_{coque}} \frac{\delta}{\mu_{coque}} \int_{-\frac{1}{2}}^{\frac{1}{2}} \mathbf{rot}(\mathbf{w}_{\mathbf{tk}^+}^1 \cdot \beta^+ + \mathbf{w}_{\mathbf{tk}^-}^1 \cdot \beta^-) \cdot \mathbf{rot}(\mathbf{A}_{\mathbf{tk}^+} \cdot \beta^+ + \mathbf{A}_{\mathbf{tk}^-} \cdot \beta^-) \cdot d\xi dS \end{aligned} \quad (3.33)$$

$$\begin{aligned} & \int_{\Omega_{coque}} \sigma_{coque} (\mathbf{w}_a + \mathbf{grad} w_n) \cdot (\mathbf{A} + \mathbf{grad} \Psi) \cdot d\Omega = \\ & \int_{S_{coque}} \frac{\sigma_{coque}}{\delta} (\delta \cdot \mathbf{w}_{\mathbf{ck}^\pm}^1 + [w_{tn^+}^0 - w_{tn^-}^0]) \cdot (\delta \cdot \mathbf{A}_{\mathbf{k}^\pm} + [\Psi_{tn^+} - \Psi_{tn^-}]) \cdot dS + \\ & \int_{S_{coque}} \delta \sigma_{coque} \int_{-\frac{1}{2}}^{\frac{1}{2}} [(\mathbf{w}_{\mathbf{tk}^+}^1 + \mathbf{grad} w_{tn^+}^0) \cdot \beta^+ + (\mathbf{w}_{\mathbf{tk}^-}^1 + \mathbf{grad} w_{tn^-}^0) \cdot \beta^-] \cdot \\ & \quad [(\mathbf{A}_{\mathbf{tk}^+} + \mathbf{grad} \Psi_{tn^+}) \cdot \beta^+ + (\mathbf{A}_{\mathbf{tk}^-} + \mathbf{grad} \Psi_{tn^-}) \cdot \beta^-] \cdot d\xi dS \end{aligned} \quad (3.34)$$

avec, $\mathbf{w}_{\mathbf{tk}^+}^1, \mathbf{w}_{\mathbf{tk}^-}^1 \in \mathbf{W}_t^1$, $\mathbf{W}_t^1$ représente l'espace des éléments d'arêtes triangulaires. $w_{tn}^0 \in W_t^0$, W_t^0 est l'espace des éléments nodaux triangulaire. les signes $-$, $+$, $\pm$ indique que l'inconnue appartient aux surfaces Γ^- , Γ^+ ou arêtes normales aux deux surfaces. $\mathbf{A}_{\mathbf{tk}}$ représente la composante tangentielle du potentiel vecteur magnétique projetée sur l'arête k , l'indice t indique que $\mathbf{A}_{\mathbf{tk}}$ appartient à $\mathbf{W}_t^1$. $A_{n^\pm}$ est la composante normale du potentiel vecteur magnétique projetée sur l'arête $k^\pm$. Ψ_{tn} est le potentiel scalaire électrique discrétisé par le noeud n , l'indice t indique que Ψ_{tn} appartient à W_t^0 .

β^- et β^+ sont définis par l'équation 2.82. σ_{def} et μ_{def} représentent respectivement la conductivité électrique et la perméabilité magnétique de la région mince.

3.3.1.3 Résultats et validation

Le problème a été résolu par la formulation électrique $\mathbf{A} - \Psi$. En tenant compte du fait que la composant normale du potentiel vecteur magnétique et le saut du potentiel scalaire

magnétique à travers l'épaisseur de la plaque sont nuls ($\mathbf{A} \cdot \mathbf{n} = \mathbf{0}$ et $\Psi_{tn^+} - \Psi_{tn^-} = 0$). Les équations 3.33 et 3.34 se simplifient en éliminant les termes correspondants à la composante normale de $\mathbf{A}$ et au saut de Ψ [Ren98].

La maillage du même problème avec des tétraèdres dans la plaque donne 86438 éléments soit un système de 103298 équations à résoudre, alors que lorsque les éléments coques sont utilisés, le maillage se réduit à 26262 éléments soit une matrice globale de taille 36990 à résoudre. La taille de la matrice globale est ainsi divisée par ~ 3 dans ce cas.

La figure 3.23 montre la distribution de la densité des courants induits dans la plaque mince obtenue par la résolution du problème par la formulation $\mathbf{A} - \Psi$. On peut observer que les résultats obtenus ressemblent à ceux calculés à partir de la modélisation par la méthode éléments finis classique.

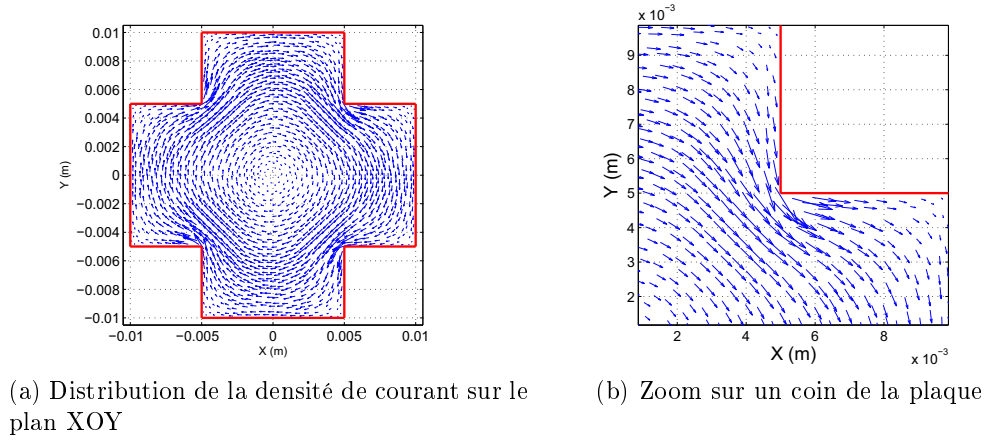


FIG. 3.23: Distribution de la densité de courant induit dans la plaque mince

3.3.2 Cas d'un défaut (région mince non conductrice)

Nous nous intéressons maintenant à la validation des éléments coques dans le cas des régions minces non conductrices. Pour notre étude, ces régions représentent les défauts. Pour tester la validité de notre méthode, la formulation $\mathbf{T} - \Phi$ a été appliquée pour résoudre le problème suivant : il s'agit d'un cylindre conducteur contenant une fissure de faible épaisseur plongé dans un champ magnétique uniforme (voir figure 3.24). La conductivité électrique est de $10^8 \Omega^{-1} \cdot m^{-1}$ et la fréquence du champ d'excitation est $50Hz$.

3.3.2.1 Le maillage

Le maillage réalisé est représenté à la figure 3.25. La surface moyenne de la fissure est maillée par des éléments triangulaires, le cylindre et l'air par des éléments tétraédriques. Nous avons

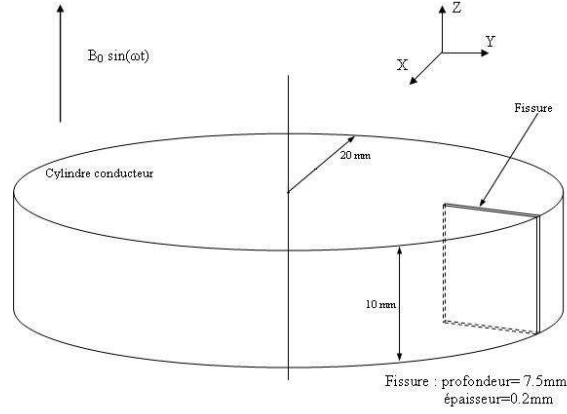
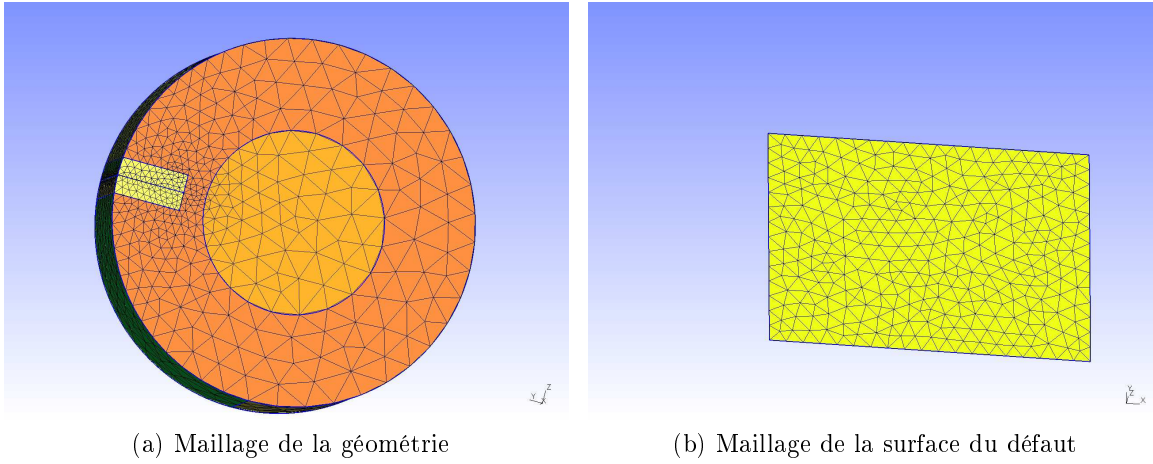


FIG. 3.24: La géométrie du cylindre

donc 616 éléments triangulaires et 57269 tétraèdres. Le système d'équations global est donc de taille 39518×39518 .



(a) Maillage de la géométrie

(b) Maillage de la surface du défaut

FIG. 3.25: Le maillage de la géométrie du problème

3.3.2.2 Formulation magnétique $\mathbf{T} - \Phi$

De façon similaire, les éléments coques sont utilisés pour l'interpolation de $\mathbf{T}$ et Φ dans la région mince. Les intégrales de volume dans la formulation $\mathbf{T} - \Phi$ (équations 3.18 et 3.20) se transforment dans cette zone en intégrales de surface.

$$\begin{aligned}
 & \int_{\Omega_{coque}} \frac{1}{\sigma_{coque}} \mathbf{rot} \mathbf{w}_a \cdot \mathbf{rot} \mathbf{T} \cdot d\Omega = \\
 & \int_{S_{coque}} \frac{1}{\delta \sigma_{coque}} ([\mathbf{w}_{\mathbf{tk}^+}^1 - \mathbf{w}_{\mathbf{tk}^-}^1] - \delta \mathbf{grad}_s w_{tn}^0) \cdot ([\mathbf{T}_{\mathbf{tk}^+} - \mathbf{T}_{\mathbf{tk}^-}] - \delta \mathbf{grad}_s T_{n^\pm}) \cdot dS + \\
 & \int_{S_{coque}} \frac{\delta}{\sigma_{coque}} \int_{-\frac{1}{2}}^{\frac{1}{2}} \mathbf{rot}(\mathbf{w}_{\mathbf{tk}^+}^1 \cdot \beta^+ + \mathbf{w}_{\mathbf{tk}^-}^1 \cdot \beta^-) \cdot \mathbf{rot}(\mathbf{T}_{\mathbf{tk}^+} \cdot \beta^+ + \mathbf{T}_{\mathbf{tk}^-} \cdot \beta^-) \cdot d\xi dS
 \end{aligned} \quad (3.35)$$

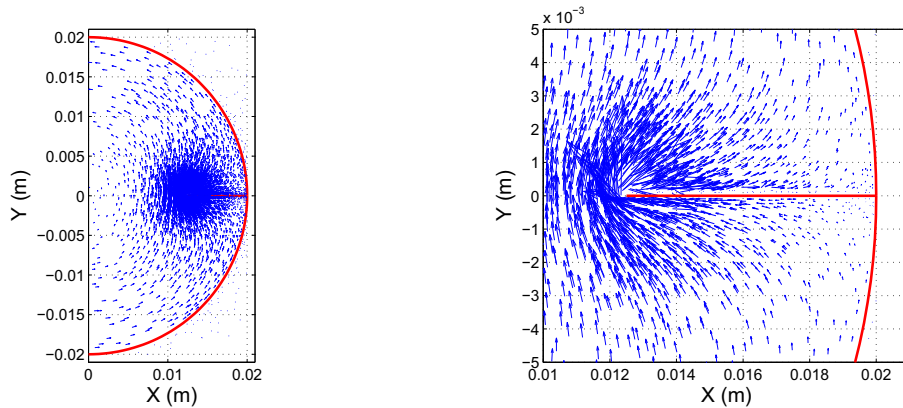
$$\begin{aligned}
& \int_{\Omega_{coque}} \mu_{coque} (\mathbf{w}_a + \mathbf{grad} w_n) \cdot (\mathbf{T} + \mathbf{grad} \Phi) \cdot d\Omega = \\
& \int_{S_{coque}} \frac{\mu_{coque}}{\delta} (\delta \cdot w_{tn\pm}^0 + [w_{tn+}^0 - w_{tn-}^0]) \cdot (\delta \cdot T_{n\pm} + [\Phi_{tn+} - \Phi_{tn-}]) \cdot dS + \\
& \int_{S_{coque}} \delta \mu_{coque} \int_{-\frac{1}{2}}^{\frac{1}{2}} [(\mathbf{w}_{tk+}^1 + \mathbf{grad} w_{tn+}^0) \cdot \beta^+ + (\mathbf{w}_{tk-}^1 + \mathbf{grad} w_{tn-}^0) \cdot \beta^-] \cdot \\
& [(\mathbf{T}_{tk+} + \mathbf{grad} \Phi_{tn+}) \cdot \beta^+ + (\mathbf{T}_{tk-} + \mathbf{grad} \Phi_{tn-}) \cdot \beta^-] \cdot d\xi dS
\end{aligned} \tag{3.36}$$

w_{tk+}^1 , w_{tk-}^1 , w_{tn}^0 , β^- , β^+ , σ_{def} et μ_{def} sont définis dans la section précédente. $\mathbf{T}_{tk}$ est la composante tangentielle du potentiel vecteur électrique projetée sur l'arête k , l'indice t indique que $\mathbf{T}_{tk}$ appartient à $\mathbf{W}_t^1$. $T_{n\pm}$ est la composante normale du potentiel vecteur électrique projetée sur l'arête $n^\pm$. Φ_{tn} est le potentiel scalaire magnétique discrétisé par le noeud n , l'indice t indique que Φ_{tn} appartient à W_t^0 .

3.3.2.3 Résultats et validations

Le problème a été résolu par la formulation magnétique $\mathbf{T} - \Phi$. Il faut noter que dans le cas de la modélisation d'un défaut, sa conductivité électrique est nulle (conductivité de l'air). Les termes en σ_{coque} dans la formulation disparaissent ainsi que ceux liés au potentiel vecteur électrique $\mathbf{T}$ ($\mathbf{T}$ étant défini que dans les régions conductrices). Ce qui revient à retirer l'équation 3.35 et les termes en $\mathbf{T}$ dans l'équation 3.36 de la formulation $\mathbf{T} - \Phi$ [Ren99].

La figure 3.26 illustre la distribution des courants induits sur le plan XOY du cylindre obtenue à l'aide du modèle éléments coques. On peut noter qu'au niveau de la fissure, les courants contournent bien le défaut. Les résultats obtenus sont similaires à ceux obtenus par la méthode éléments finis classique avec moins d'éléments.



(a) Distribution de la densité de courant sur le plan XOY

(b) Zoom sur la zone du défaut

FIG. 3.26: Distribution de la densité de courant induit

3.4 Conclusion

Le développement sous Matlab[®] d'un logiciel nous permet de disposer d'un outil performant et souple pour la modélisation numérique des phénomènes électromagnétiques et thermiques impliqués dans l'inspection par la technique thermo-inductive. Cet outil tient compte des différentes propriétés physiques des pièces inspectées à savoir l'anisotropie pour les composites et le comportement non linéaire des matériaux ferromagnétiques.

La présence de défaut qui représente une région mince non conductrice dans le domaine d'étude est une contrainte supplémentaire pour la modélisation qui nécessite l'utilisation des éléments coques développés dans notre code.

Des problèmes-test internationaux, pour lesquels nous disposions soit d'une solution analytique, soit des résultats expérimentaux, ont été résolus. Pour chacun d'entre eux, la bonne concordance entre le calcul et la théorie, ou la mesure, nous a permis de valider les différentes méthodes numériques implémentées.

Le code développé peut être utilisé pour plusieurs applications et problèmes électrotechniques. Il sera utilisé par la suite dans les chapitres suivants comme un outil de support pour les phases de conception et d'optimisation de la technique thermo-inductive.

Chapitre 4

Application de la méthode thermo-inductive pour l'inspection des pièces massives

4.1 Introduction

Les défauts dans les structures industrielles sont complexes, variés et liés aux conditions de service. De nombreux travaux ont été établis afin d'élaborer des classifications en tenant compte de leurs types et de leurs propriétés [Norb, Nora]. De plus, les pièces inspectées sont de forme et de nature différentes selon les applications industrielles. L'étude des performances de la technique thermo-inductive sur tous ces types de défauts et de pièces est alors hors de portée de notre mémoire.

Dans ce travail, trois principaux groupes de matériaux habituellement utilisés dans l'industrie automobile et aéronautique sont étudiés. La première famille correspond aux matériaux ferromagnétiques tels que l'acier. Ces derniers sont caractérisés par leurs comportements magnétiques non linéaires. Ils sont souvent utilisés pour des applications automobiles. La seconde famille regroupe les matériaux non ferromagnétiques tels que l'aluminium. Ce sont des bons conducteurs électrique et thermique. Ils constituent une catégorie importante des matériaux utilisés dans le secteur aéronautique. Enfin, le troisième groupe comporte les matériaux composites qui sont caractérisés par la nature anisotrope de leurs propriétés physiques et par leurs faibles conductivités électrique et thermique suivant leurs épaisseurs. Grâce à ses caractéristiques, ce dernier type de matériaux connaît de plus en plus d'applications dans les constructions automobile et aéronautique. Dans ce chapitre, nous nous intéresserons aux deux premiers groupes.

Dans ce cadre, l'évaluation de la technique thermo-inductive sera réalisée sur deux problèmes types des applications du CND. La première application correspond à la détection des défauts

de surface dans des pièces d'acier de section circulaire ou rectangulaire souvent rencontrées dans le secteur automobile. La deuxième consiste en l'étude des défauts internes causés par les opérations de perçage avant rivetage d'une plaque d'aluminium utilisée dans l'industrie aéronautique.

Ces deux applications mettent en évidence la variété et la complexité des problèmes étudiés dont le code développé tient compte. Le code est utilisé comme un outil de support pour la conception et la qualification des processus de détection. Il s'agit de la compréhension des phénomènes physiques impliqués dans la technique thermo-inductive, de la conception du système et de la mise au point des procédures de détection des défauts et enfin de la démonstration des performances de la méthode.

Dans ce chapitre, l'étude de chaque application du CND développée sera scindée en trois parties :

- Le dimensionnement et l'optimisation des éléments de la technique (inducteur et générateur).
- Evaluation des paramètres d'acquisition et de chauffage.
- Etude des limites de détectabilité des défauts en fonction de leurs caractéristiques.

4.2 Étude de la détection des défauts pour les matériaux ferromagnétiques

Dans cette partie, le mécanisme de détection des défauts débouchant en surface dans des matériaux ferromagnétiques sera détaillé. Ce type de défaut est l'un des défauts recherchés dans les applications du CND. Il apparaît soit en phase de fabrication suite à des imperfections dans les processus de production des pièces, soit durant leur cycle de vie. En effet, lorsqu'une structure est soumise à des sollicitations extérieures (mécanique, thermique,...), elle subit des modifications microstructurales qui peuvent entraîner des déformations et l'apparition de fissures. Cette évolution qualifiée souvent de vieillissement, entraîne une dégradation des propriétés mécaniques des pièces qui peuvent conduire à la rupture de la structure.

4.2.1 Dispositif étudié

La figure 4.1a montre une installation typique proposée pour le contrôle de pièces de section circulaire ou rectangulaires par la technique thermo-inductive. Elle est composée des éléments suivants :

- Un générateur d'induction dont la fréquence de travail est variable.

- Un inducteur composé de deux bobines de 4 spires chacune conçues pour créer un champ magnétique axial. Le diamètre moyen des bobines est de $200mm$, la hauteur de chaque bobine est de $10mm$ et la distance entre les deux bobines est de $110mm$.
- Une caméra infrarouge pour l'enregistrement des températures de surface de la pièce inspectée.
- Un spécimen d'acier inoxydable XC38 de forme cylindrique dont les dimensions sont indiquées dans la figure 4.1b. Un défaut de surface avec une profondeur de $2,5mm$, longueur de $20mm$ et une largeur de $0,1mm$ a été inséré par attaque chimique.

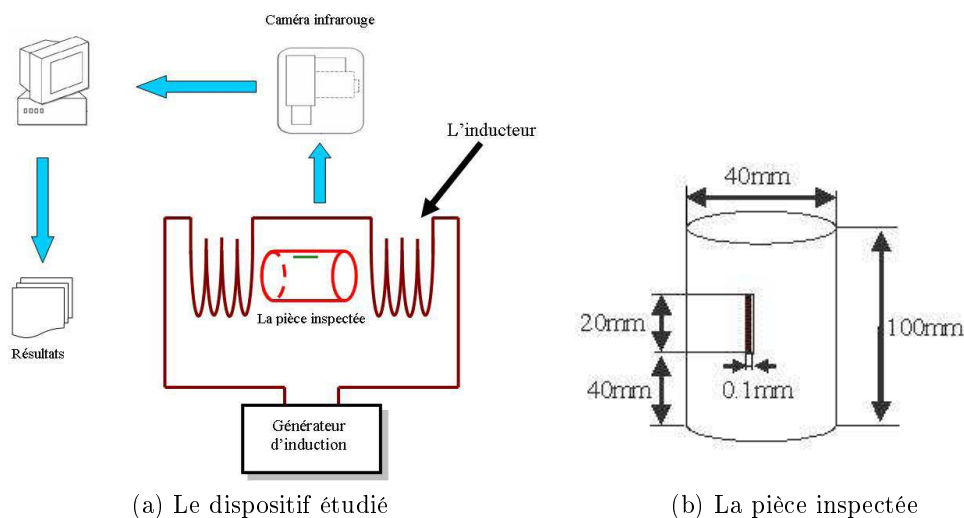
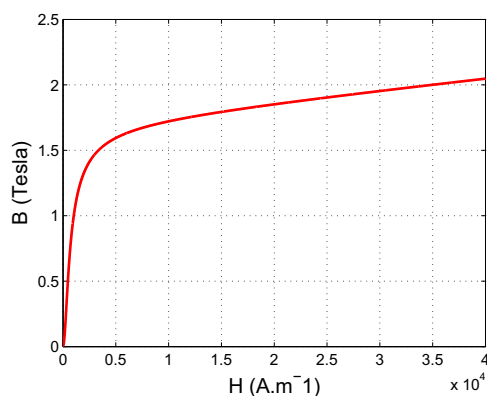


FIG. 4.1: Le dispositif expérimental et les dimensions de la pièce inspectée

L'acier inoxydable XC38 est un matériau ferromagnétique dont les caractéristiques magnétiques sont non linéaires. La courbe $B(H)$ de l'acier utilisé est donnée par la figure 4.2.

FIG. 4.2: Courbe de première aimantation $B(H)$

Pour la détermination du courant inducteur, il convient de garder dans l'esprit qu'avant toute inspection sur un matériau, il est nécessaire de prendre en compte les deux conditions suivantes :

- Le défaut doit produire un signal thermique plus élevé que le bruit.
- À tout point du spécimen inspecté, la température ne doit pas dépasser la température de dégradation du matériau.

Donc, pour avoir une bonne détection des défauts, l'inducteur doit créer un champ suffisamment fort pour que le défaut puisse créer un signal infrarouge plus élevé que les températures des zones sans défaut sans atteindre la température de dégradation du matériau. Pour notre cas d'étude, la valeur efficace du courant est estimée à 1500A.

4.2.2 Influence du défaut sur la distribution des courants induits et de la température

Le dispositif de la figure 4.1a a été simulé à l'aide des formulations développées au chapitre précédent. Le problème magnétodynamique a été résolu par le module magnétodynamique non linéaire. Le défaut a été modélisé par les éléments coques. Les puissances induites ont été introduites dans une équation linéaire de transfert de chaleur résolue par la méthode des éléments finis nodaux.

L'acier XC38 est caractérisé par une assez bonne diffusivité thermique $\alpha_{acier} = 1.2739 \cdot 10^{-5} m^2 \cdot s^{-1}$, ce qui en fait un spécimen qui disperse assez rapidement la stimulation thermique. Cette bonne diffusivité occasionne un temps de réponse relativement rapide selon la profondeur du défaut. Cette rapidité de réponse demande un temps de résolution assez court et une caméra infrarouge ayant une vitesse d'acquisition importante. Dans ce cas, les paramètres d'acquisition convenable sont un temps d'échantillonnage de 0.1s pour un temps d'acquisition de 5s. La pièce inspectée est chauffée par induction pendant 0.5s.

La géométrie et le maillage de la pièce ont été développés sous GMSH (voir figure 4.3). Pour des raisons de symétrie, seulement la moitié de la géométrie est considérée, ce qui nous permet de réduire la taille du système étudié.

Dans une inspection par la technique thermo-inductive, la connaissance de la distribution de la densité des courants induits dans la pièce est indispensable, puisque c'est elle qui est à l'origine du signal thermique détecté par la caméra infrarouge.

A l'aide du modèle numérique développé, cette distribution est calculée et définie en tout point du spécimen inspecté. La figure 4.4a présente une coupe sur le plan XOY au milieu du défaut. La présence de ce dernier perturbe la distribution des courants induits. On constate que dans la zone située entre la surface extérieure de la pièce et les parois latérales du défaut (zone A), la densité de courant diminue. Ceci est dû au fait que les lignes de courants ne peuvent pas continuer leur chemin à cause de la présence du défaut et sont obligées de passer par le dessous du fond du défaut. De cette manière il y a obligatoirement un secteur d'une plus faible densité de courant, à la surface à côté de la fissure (zone A). On note aussi que

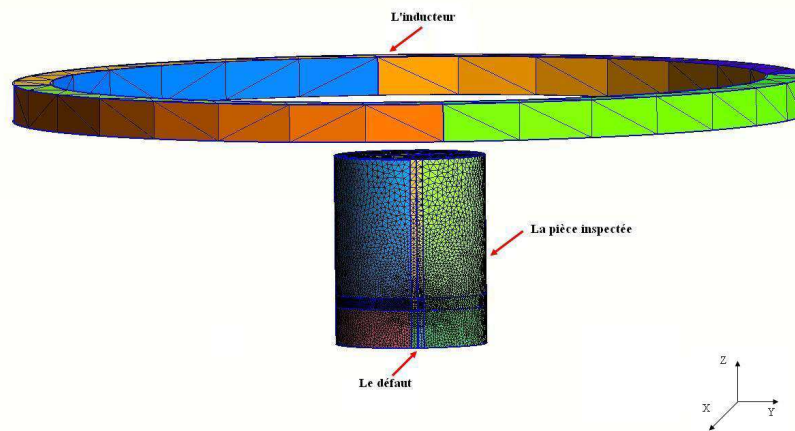


FIG. 4.3: Maillage du spécimen étudié

sur les bords intérieurs du défaut (zone B), les lignes de courants engendrent une zone de forte concentration d'énergie.

Sur la surface du cylindre, lorsqu'on s'approche des extrémités du défaut (zone C), on remarque que les lignes de courants passent au-dessus (ou au-dessous) de la fissure puisque leur trajet devient inférieur à la profondeur du défaut, comme le montre la figure 4.4b où une coupe suivant le plan YOZ est effectuée à la surface de la pièce. En effet, les lignes de courant choisissent le chemin le plus court (zone C). Par ailleurs, en dehors de la région du défaut, aucune modification de la distribution de la densité des courants induits liée à ce dernier n'est observée.

Afin d'étudier l'effet de ces perturbations sur la température, cette dernière est calculée à l'aide de nos modèles numériques. La figure 4.5 montre l'image de la température de la surface de la pièce autour du défaut à l'instant $t = 0.5s$. Les effets thermiques des déviations des lignes des courants induits sont clairement illustrés sur l'image. Deux pointes chaudes à la surface aux extrémités du défaut sont observées. Ces deux zones correspondent à la zone C de la figure 4.4b. De plus, on remarque que la surface est moins chaude le long du défaut. Celle-ci correspond au secteur A dans la figure 4.4a. En revanche, pour les parois inférieures du défaut (zone B dans la figure 4.4a), l'effet thermique des perturbations des courants n'est pas directement observé à la surface. La chaleur accumulée dans cette zone a tendance à se propager plutôt vers l'intérieur de la pièce qui est plus froid que sa surface.

Ces résultats montrent que la distribution de la température enregistrée par la caméra infra-rouge est une conséquence directe de la distribution de la densité de courants induits. Cette

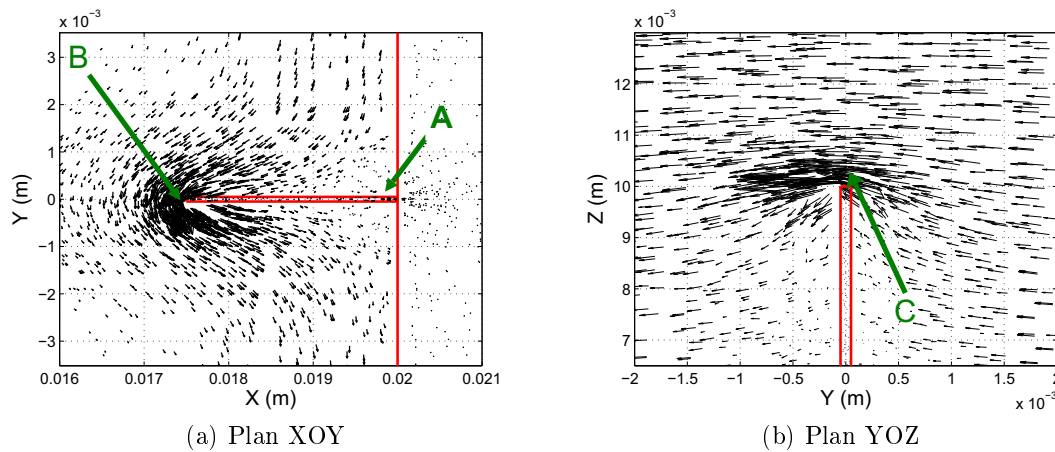


FIG. 4.4: Distribution de la partie réelle de la densité des courants induits dans la zone du défaut

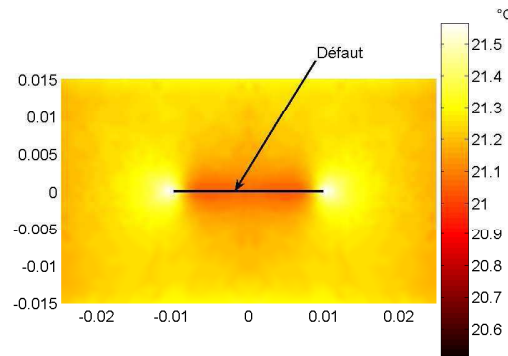


FIG. 4.5: Image de la distribution de la température de la surface calculée ($t = 0.5s$, $T_{initiale} = 19^{\circ}C$)

dernière est créée par l'inducteur qui représente le support du transfert énergétique entre le générateur d'induction et le spécimen.

4.2.3 Étude de l'influence de l'inducteur

L'inducteur joue un rôle important dans une inspection par la technique thermo-inductive. En effet, le choix de la forme et de la position de l'inducteur dépend de la forme de la pièce inspectée et de la manière dont on souhaite avoir la distribution du champ magnétique et des courants induits. De plus, les performances de l'inducteur définissent le rendement de la technique thermo-inductive. Les modèles numériques tridimensionnels développés nous permettent une étude approfondie sur l'influence de l'inducteur et une investigation sur ses paramètres tels que sa forme et sa taille afin d'optimiser et d'augmenter les performances du système global de l'installation.

4.2.3.1 Forme et position de l'inducteur

La forme de l'inducteur choisie pour mettre en oeuvre une installation pour l'inspection des pièces de forme cylindrique est celle des bobines d'Helmholtz. C'est un dispositif constitué de deux bobines circulaires de même rayon, parallèles, et placées l'une en face de l'autre. En faisant circuler du courant électrique dans ces bobines, un champ magnétique est créé dans leur voisinage et qui a la particularité d'être relativement uniforme au centre du dispositif. Une telle configuration permet de réaliser une inspection globale de toute la surface du spécimen. Elle permet aussi d'avoir un champ magnétique uniforme dans la pièce et des courants induits dans le sens perpendiculaire du défaut inséré.

La figure 4.6 présente la distribution des lignes de champ magnétique induit par l'inducteur. Dans l'air et autour de la pièce inspectée, un champ uniforme est appliqué (figure 4.6a) par l'inducteur. Cependant, dans la pièce, les lignes de champ magnétique sont canalisées par le matériau magnétique. Leur profondeurs de pénétration dépendent des propriétés magnétiques du spécimen inspecté et de la fréquence du chauffage (figure 4.6b).

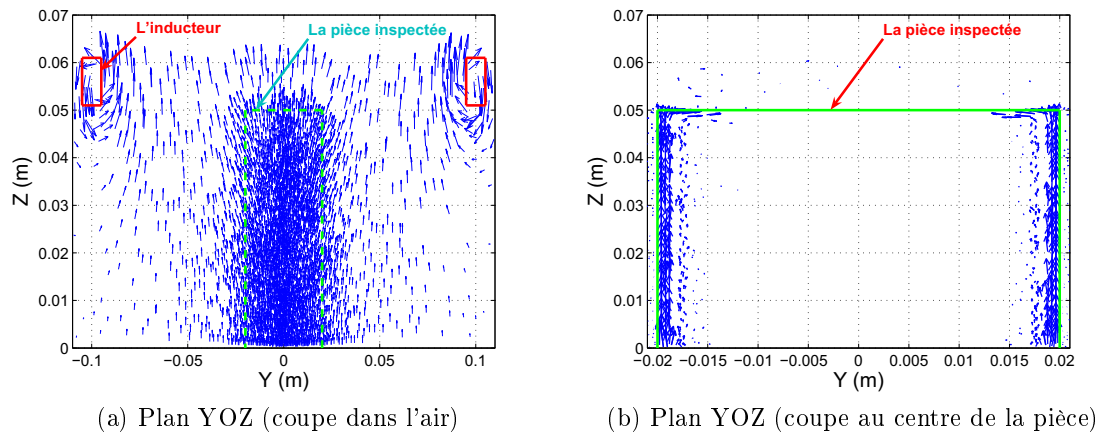


FIG. 4.6: Distribution du champ magnétique induit dans l'espace ($fr = 50Hz$)

La distribution du champ magnétique décrite a une influence directe sur la distribution des courants induits détaillée dans la section 4.2.2. L'intensité du champ magnétique quant à elle définit la puissance totale injectée dans la pièce inspectée. Elle dépend de l'intensité des courants sources imposés et d'autre paramètres tels que la distance entre l'inducteur et spécimen qui seront détaillés dans la prochaine section.

4.2.3.2 Entrefer entre l'inducteur et la pièce inspectée

La position de l'inducteur par rapport à la pièce inspectée a une grande importance sur les performances d'une inspection par la technique thermo-inductive. En effet, les courants

induits dans le spécimen sont le résultat de l'interaction entre le champ magnétique de l'inducteur et du matériau conducteur inspecté. A cet effet, la distance entre la source du champ et le matériau limite le champ d'inspection et définit le rendement du système global.

Pour pouvoir examiner plus précisément cette propriété, des simulations ont été mises en oeuvre. Elle consistent à calculer la puissance totale injectée en fonction du rayon des deux bobines. La figure 4.7 trace la puissance induite dans le spécimen en fonction du diamètre de l'inducteur normalisé. Les résultats montrent que cette dernière dépend du diamètre de l'inducteur. La puissance maximale est obtenue pour un diamètre d'inducteur d'environ deux fois la longueur du spécimen. Ce diamètre optimal est pratiquement indépendant de la fréquence comme indiqué sur la même figure.

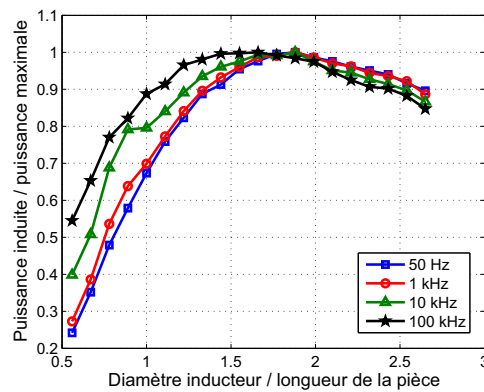


FIG. 4.7: La puissance induite dans la pièce en fonction du diamètre de l'inducteur normalisé

4.2.3.3 Concentrateur de champ magnétique

Dans le but d'augmenter la puissance induite dans le spécimen et par conséquent le rendement du système, il est souvent utile de renforcer la valeur du champ autour de la pièce inspectée. C'est le rôle du concentrateur de champ qui concentre les lignes de champ en les canalisant et permet aussi de limiter les fuites magnétiques. Il s'agit de pièces de ferrite placées aux extrémités du spécimen inspecté. Leurs formes et dimensions sont similaires au spécimen. Dans la figure 4.8, la puissance induite est calculée en fonction du diamètre de l'inducteur. En basses fréquences, la puissance maximale est obtenue pour un diamètre d'inducteur d'environ une fois la longueur du spécimen. Ce diamètre optimal devient plus petit pour les moyennes et les hautes fréquences ($f_r = 10\text{kHz}$ et $f_r = 100\text{kHz}$). L'ajout des concentrateurs de champ réduit donc la taille des bobines et par voie de conséquence le volume de l'installation.

Ces études montrent qu'il y a un diamètre optimal pour lequel le rendement est maximum. Ce dernier dépend de la fréquence d'induction utilisée. Par ailleurs, les conclusions obtenues sur la forme et la position de l'inducteur sont valables que pour ce type de problème. Les conclusions peuvent changer dès qu'on change le problème étudié. Cependant, le principe de

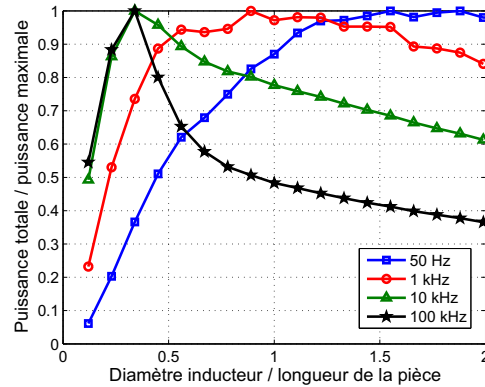


FIG. 4.8: La puissance induite dans la pièce en fonction du diamètre de l'inducteur normalisé avec concentrateur du champ

l'étude reste le même. On conçoit l'inducteur pour qu'il puisse remplir le cahier des charges suivant :

- La distribution de la densité des courants induits souhaitée : Elle dépend essentiellement de la géométrie de la pièce inspectée, de la répartition du chauffage souhaitée (en surface ou en profondeur) et de la nature de l'inspection réalisée (globale ou locale). La géométrie et la forme de l'inducteur doivent donc répondre à ces exigences.
- Le rendement : La position et la distance entre l'inducteur et la pièce inspectée doivent être optimisées pour avoir le maximum de puissance induite et par voie de conséquence le meilleur rendement.

4.2.4 Choix du générateur d'induction

Le générateur d'induction est l'un des éléments de la technique thermo-inductive qu'il faut dimensionner. Son choix dépend des deux paramètres suivants :

- La puissance induite dans la pièce inspectée : La densité des courants induits doit être assez élevée afin que la présence des défauts puisse être détecter.
- La fréquence de travail : Ce choix conditionne la nature de l'inspection souhaitée, soit localisée en surface, soit en profondeur.

En effet, dans une inspection thermo-inductive, la plage des fréquences de travail est large ($f_r = 50Hz$ à $f_r = 2Mz$). Elle dépend des caractéristiques du défaut et de la nature des pièces inspectées. Une inspection en surface nécessite de travailler avec des fréquences électromagnétiques élevées. En revanche, pour les défauts profonds, des basses et moyennes fréquences électromagnétiques sont nécessaires. Elle dépend aussi de la nature de la pièce inspectée. Pour les matériaux bons conducteurs (aluminium) par exemple, la plage de fréquences est moins importante que pour des matériaux peu conducteurs (composites,...).

Concernant la puissance produite par le générateur d'induction, cela dépend des propriétés magnétique et thermique de la pièce inspectée. Il s'agit de fournir l'énergie indispensable pour que la signature thermique du défaut soit détectable par la caméra infrarouge.

En plus de ces deux paramètres, le générateur d'induction doit être choisi de telle sorte qu'il soit susceptible de générer des impulsions de durée convenable. Par exemple, pour des matériaux dont la conductivité thermique est élevée comme l'aluminium, les phénomènes thermiques sont rapides. Le générateur d'induction doit être capable de fournir des impulsions de courte durée ($t_{ch} \leq 0.5s$).

Une fois le générateur d'induction choisi et l'inducteur optimisé, il est indispensable de mener une étude sur les divers paramètres de la technique thermo-inductive tels que le temps d'acquisition et du chauffage. Cette étude nous permet d'améliorer les performances de la méthode.

4.2.5 Paramètres d'acquisition

La détection et la quantification des défauts est rarement une procédure simple en raison de toutes les sources de dégradation des signaux telles que la non uniformité du chauffage, réflexions parasites de l'environnement ou le bruit électronique des détecteur de la caméra infrarouge. Le traitement des images thermiques obtenues contribue à révéler le contraste entre les zones défectueuses et non défectueuses. Mais avant le traitement d'images, il faut que l'image originale contienne suffisamment d'informations et un rapport signal sur bruit important. Une inspection efficace par la technique thermo-inductive dépend grandement de ce rapport qui permet d'augmenter la détectabilité des défauts. Il est alors nécessaire de définir quelques paramètres indispensables pour un bon traitement tels que le temps d'acquisition et les paramètres d'échantillonnage et d'examiner leurs influences.

Les premiers paramètres qui doivent être définis lors d'un contrôle thermo-inductif sont : la fréquence d'acquisition f_s et le temps d'acquisition t_{acq} [CAS05]. Ces deux paramètres sont liés et sont limités par la capacité de stockage maximale d'image N_{max} de la caméra infrarouge définit par :

$$N_{max} = f_s \cdot t_{acq} = \frac{1}{\Delta t} \cdot t_{acq} \quad (4.1)$$

Le temps d'acquisition dépend de la diffusivité thermique du spécimen à inspecter et de la profondeur du défaut à détecter.

$$t \sim \frac{z^2}{\alpha} \quad (4.2)$$

Ce temps est lié à la fréquence thermique par la dualité entre les espaces de temps et de la fréquence :

$$\frac{1}{f_{th}} \sim \frac{\delta_{th}}{\alpha} \quad (4.3)$$

Une sélection appropriée de t_{acq} et de Δt dépend des propriétés thermiques et de la géométrie de la pièce inspectée. En général, les matériaux de bonne diffusivité thermique, tels que l'aluminium et l'acier, ont besoin d'un Δt plus petit, pour éviter la perte d'informations, mais aussi d'un temps d'acquisition t_{acq} plus faible que les mauvais conducteurs thermiques tels que les composites. La modélisation thermique nous permet une prédétermination des valeurs optimales de Δt et t_{acq} . D'autres facteurs comme les limites des équipements doivent également être pris en compte. Un choix judicieux des paramètres d'acquisition, Δt et t_{acq} , est donc essentiel pour minimiser l'erreur sur l'acquisition des données.

Dans l'espace des fréquences, la fréquence thermique minimale est définie par :

$$f_{min} = \frac{1}{N \cdot \Delta t} = \frac{1}{t_{acq}} \quad (4.4)$$

Et la fréquence thermique maximale est définie par le théorème de Shanon :

$$f_{max} = \frac{f_s}{2} = \frac{1}{\Delta t} \quad (4.5)$$

La conclusion est alors la même que dans l'espace de temps :

- Pour les défauts peu profonds et pour les matériaux de bonne diffusivité thermique, il faut avoir des fréquences thermiques élevées. Il faut alors diminuer le temps d'échantillonnage Δt et le temps d'acquisition t_{acq} .
- Pour les défauts profonds et les matériaux de mauvaise conductivité thermique, il faut diminuer les fréquences thermiques et donc augmenter Δt et le temps d'acquisition t_{acq} .

Ces paramètres peuvent être prédéterminer par simulation à l'aide des modèles numériques utilisés comme un outil de support. Une fois ils sont définis, les contrastes de phase et d'amplitude peuvent être ainsi utilisés pour la détection et la caractérisation des défauts.

La prise en compte des paramètres d'acquisition constituent une première étape dans le processus de qualification de la technique thermo-inductive. L'étape suivante sera l'étude de la capacité de la technique thermo-inductive à détecter des défauts en fonction des différents paramètres à savoir le temps du chauffage, la fréquence électromagnétique et les dimensions du défaut.

4.2.6 Influence du temps de chauffage et de la fréquence électromagnétique

Nous avons vu dans la section 4.2.2 la manière dont les courants induits réagissent à la présence des défauts. En effet, la distribution de la densité des courants induits dépend de la fréquence électromagnétique d'induction. Mais la carte de température dépend en plus du temps de chauffage et du temps d'acquisition. Il faut alors étudier l'influence de ces paramètres sur la détectabilité des défauts. L'étude se fera sur la base des contrastes thermique d'amplitude et de phase définis dans le premier chapitre. Leur utilisation permet une qualification et quantification des défauts détectés.

4.2.6.1 Temps de chauffage

A l'aide de nos modèles numériques, les contrastes thermiques d'amplitude et de phase ont été calculés pour une fréquence électromagnétique $fr = 27kHz$. La figure 4.9 présente une cartographie du contraste d'amplitude à l'instant $t = 0.5s$. A l'instar de la distribution de la densité des courants induits, le défaut est caractérisé par deux pointes qui représentent les deux extrémités où le contraste est maximum. Cependant, le contraste est moins important le long du défaut qu'à ses extrémités.

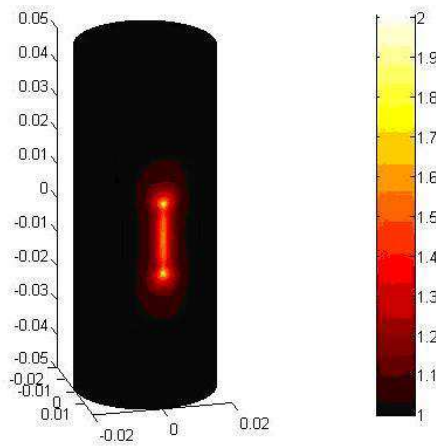


FIG. 4.9: Image du contraste thermique d'amplitude ($t = 0.5s$)

La figure 4.10 montre le contraste thermique d'amplitude calculé en fonction du temps de chauffage pour différentes fréquences du générateur. On constate que pour des courtes durées de chauffage, le contraste thermique est élevé (très supérieur à 1). La détectabilité du défaut est donc meilleures. Cependant, avec l'augmentation de la durée de chauffage, le contraste devient plus petit. Ce processus thermique dépend de la conductivité thermique du matériau inspecté. En effet, l'acier est un bon conducteur thermique, la température se propage

donc rapidement dans la pièce inspectée. Par conséquent, pour obtenir un contraste plus important, l'impulsion thermique doit être la plus courte possible mais d'une amplitude suffisamment grande pour créer une élévation de température détectable. Un temps de chauffage extrêmement court nécessite une impulsion extrêmement forte et un pas d'échantillonnage très court. Les limitations sur la puissance du générateur d'induction et la fréquence d'acquisition des caméras infrarouges ne permettent pas une telle possibilité.

Dans la pratique, un temps de chauffage d'environ $0.5s$ est un bon compromis entre la sensibilité de détection de la caméra infrarouge, les paramètres du générateur d'induction et le contraste thermique.

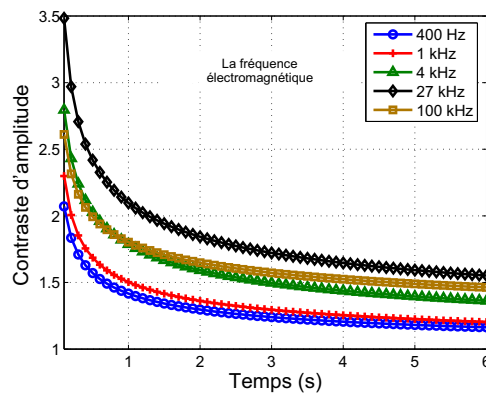


FIG. 4.10: Le contraste thermique en fonction du temps du chauffage

4.2.6.2 Fréquence électromagnétique

La fréquence électromagnétique a une influence sur la pénétration des ondes dans la matière. Si la pénétration est grande, la majeure partie des courants induits peut passer sous le fond du défaut et donc ne pas générer de contraste. Par contre, si la pénétration est faible, le défaut empêche une grande partie des courants induits de circuler et générer des contrastes plus importants.

La profondeur de pénétration pour les matériaux linéaires est indépendante du champ appliqué. Cependant, pour les matériaux non linéaires, la dépendance de la perméabilité relative au champ modifie la profondeur de pénétration.

Les figures 4.10 et 4.11 montrent le contraste thermique pour différentes valeurs de la fréquence électromagnétique. On remarque que le contraste thermique passe par un maximum correspondant à une fréquence d'induction optimale qui est, dans ce cas, d'environ $27kHz$. Les calculs numériques montrent que la fréquence électromagnétique optimale est inversement proportionnelle à la profondeur des défauts.

$$fr = \frac{K}{d} \quad (4.6)$$

où, fr est la fréquence électromagnétique, d est la profondeur du défaut et K est le facteur de proportionnalité. Il dépend de la nature du spécimen inspecté. Pour la pièce de notre étude, K est d'environ 50.

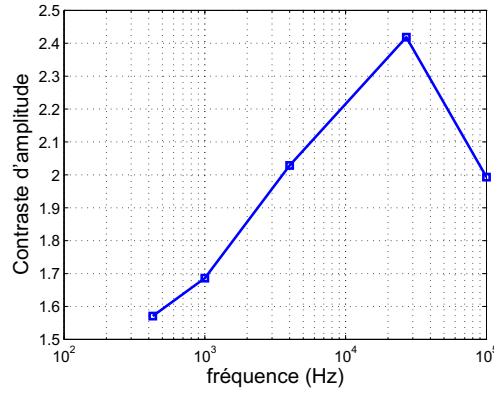


FIG. 4.11: Le contraste thermique en fonction des fréquences d'induction

Afin d'étudier l'inspection en mode de phase pulsée, les résultats obtenus ont été traités en tenant compte des directives données dans la section 4.2.5. La figure 4.12 représente l'évolution fréquentielle du contraste de phase défini par 1.4. On note que le contraste de phase, comme pour le contraste d'amplitude, passe par un maximum correspondant à une fréquence électromagnétique optimale qui est, dans ce cas, d'environ $27kHz$.

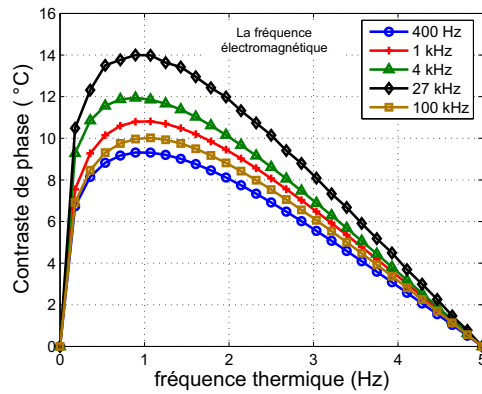


FIG. 4.12: Le contraste de phase en fonction de la fréquence thermique

L'intérêt que présente l'utilisation du contraste de phase, comme on le verra dans la section 4.4.4.2, c'est sa capacité à pouvoir sélectionner la profondeur des défauts internes. Étant donné que la profondeur de recherche des défauts par rapport à la surface dans cette première application est nulle (défauts débouchant sur la surface), nous allons donc développer

notre étude d'investigation et d'optimisation à partir du contraste thermique d'amplitude. Le contraste de phase donne des résultats similaires. Il sera approfondi pour la deuxième application.

Les résultats obtenus montrent que le choix de la fréquence de travail électromagnétique est primordial pour une inspection efficace. En effet, dans le cas des matériaux ferromagnétiques, une fréquence optimale est observée. Elle dépend des propriétés électromagnétiques du matériau inspecté. Un choix de valeur de fréquence différent de cette fréquence a pour conséquence de réduire la sensibilité de détection du défaut.

Cependant, cette sensibilité peut être affectée par des paramètres autres que la fréquence électromagnétique et qui rend leur détection difficile voir impossible même si la fréquence optimale est choisie. Il s'agit des propriétés du défaut lui même.

4.2.7 Influence de la géométrie du défaut

Dans la section précédente, nous avons déterminé la relation entre la profondeur du défaut et la fréquence électromagnétique. Dans cette partie, nous allons étudier l'influence des autres paramètres du défaut tels que sa longueur, sa largeur et son orientation.

4.2.7.1 Influence du ratio profondeur du défaut / longueur du défaut

La dépendance de la distribution de la densité de courant et par conséquence de la détectabilité du défaut est étudiée dans cette section en fonction du ratio profondeur sur longueur du défaut. Pour un défaut de largeur fixe ($0.1mm$ dans notre cas), le contraste thermique d'amplitude est calculé pour différents ratios et représenté sur la figure 4.13a. On constate qu'à une fréquence donnée, plus le ratio est grand plus la détectabilité du défaut est meilleure. En effet, en augmentant le ratio, la profondeur du défaut devient importante devant sa longueur. Les courants induits ont donc tendance à contourner le défaut sur la surface du spécimen que de passer sous le fond de celui-ci. Cela augmente la concentration des courants dans la zone C de la figure 4.4b et diminue la concentration des courants sur la zone B.

Afin d'étudier la détectabilité du défaut en fonction du ratio, le contraste thermique d'amplitude est calculé en fonction du ratio profondeur / longueur du défaut pour un point de la zone C de la figure 4.4b (situé à l'extrémité du défaut) à l'instant $t = 0.5s$. La figure 4.13b montre que le contraste d'amplitude augmente d'une manière importante lorsque le ratio est compris entre 0.025 et 0.3, puis tend à se stabiliser à une valeur ($C = 2.8$ pour notre étude). Cette valeur correspond à des ratios supérieur à 0.5, où la profondeur du défaut est supérieur ou égale à environ la moitié de sa longueur. Cette stabilisation est due au fait qu'à partir d'une certaine profondeur du défaut, l'essentiel des courants induits contournent le défaut par la surface du spécimen et l'augmentation de la profondeur a alors peu d'effet sur le contraste.

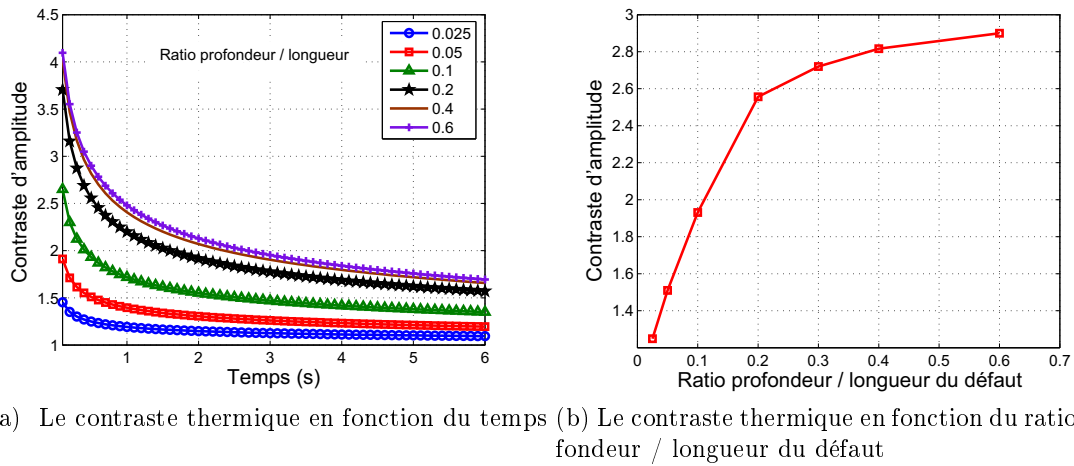


FIG. 4.13: Évolution du contraste thermique en fonction de différents ratios profondeur / longueur du défaut ($fr = 27\text{kHz}$)

Pour mieux illustrer ce phénomène, les cartographies des contrastes pour trois différents ratios ont été calculées et illustrées sur la figure 4.14. L'image montre que le long du défaut le contraste diminue avec l'augmentation du ratio. En revanche, les extrémités du défaut sont de plus en plus contrastées lorsqu'on croît le ratio. Le défaut est ainsi caractérisé par deux pointes chaudes à ses extrémités.

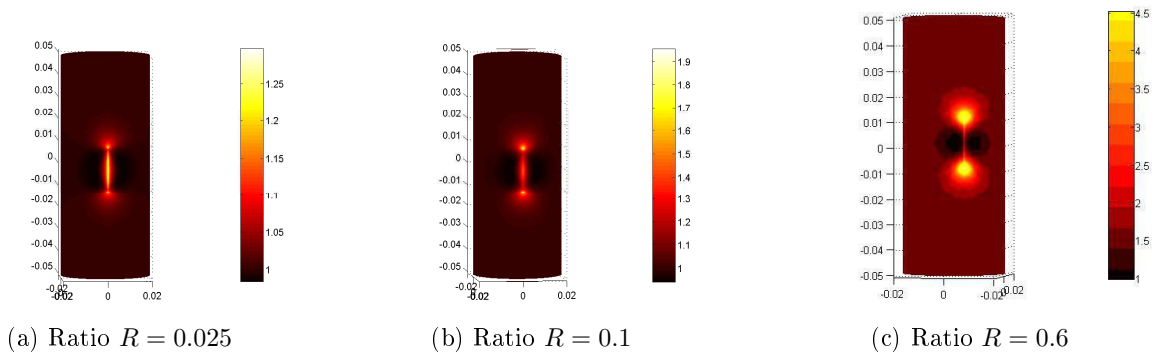


FIG. 4.14: Cartographie des contrastes pour différents ratio profondeur / longueur du défaut

4.2.7.2 Influence de la largeur du défaut

Pour étudier l'influence de la largeur du défaut, nous reprenons la perturbation des courants induits par le défaut présenté dans la section 4.2.2. Pour la zone A de la figure 4.4a, les courants sont détournés par le défaut et la largeur de ce dernier n'a aucune influence. Cependant, dans les régions B et C, la largeur du défaut change la distribution de la densité des courants. Pour étudier cet effet, plusieurs simulations ont été mises en oeuvre et comparées.

La figure 4.15 montre l'évolution de la température de surface sur une ligne à la hauteur de l'extrémité du défaut (voir figure 4.15a). On constate que pour des défauts larges, la zone 1 qui représente les coins de l'extrémité du défaut est plus chaude que la zone 2 (centre de l'extrémité). En effet, la superposition des lignes de courants sur les coins du défaut augmente sa température. On note aussi que pour une puissance donnée, plus le défaut est large moins l'élévation en température est importante. Le maximum de la température est ainsi décalé suivant la largeur du défaut.

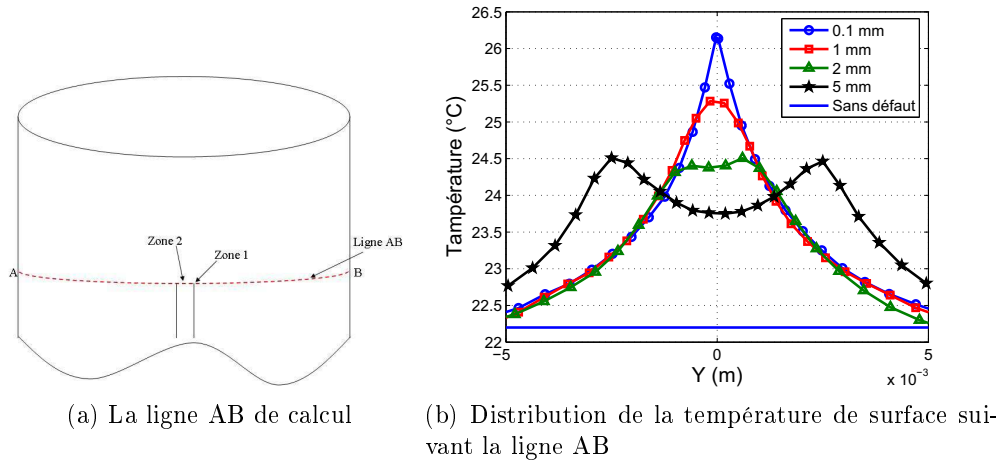


FIG. 4.15: Distribution de la température de surface en fonction de la largeur du défaut ($t = 0.5s$)

L'effet de cette variation de la distribution des courants induits est bien illustrée lorsqu'on regarde les cartographies du contraste thermique d'amplitude représentées par la figure 4.16 pour trois largeurs différentes. Pour des défauts larges, il se traduit par un contraste élevé aux extrémités du défaut (zone 1 de la figure 4.15a) et une valeur faible à la zone 2. Les bords quant à eux deviennent plus visibles. Pour les défauts moins larges, les deux zones se confondent donnant une seule pointe chaude.

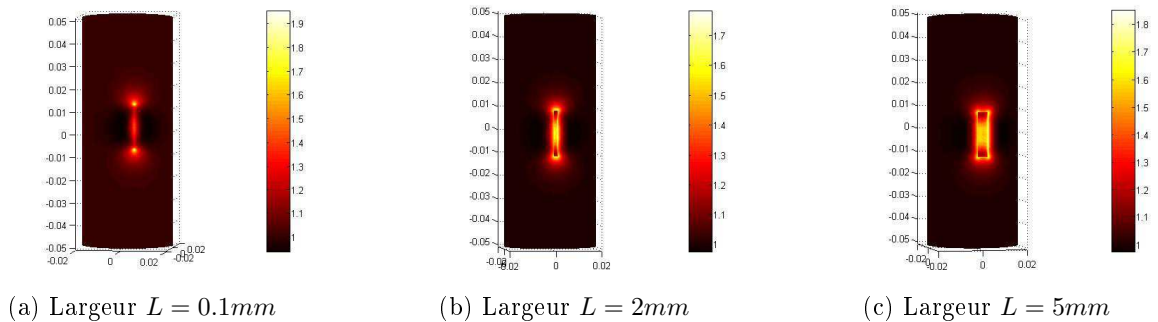


FIG. 4.16: Cartographie du contraste pour différentes largeurs du défaut L à l'instant $t = 0.5s$

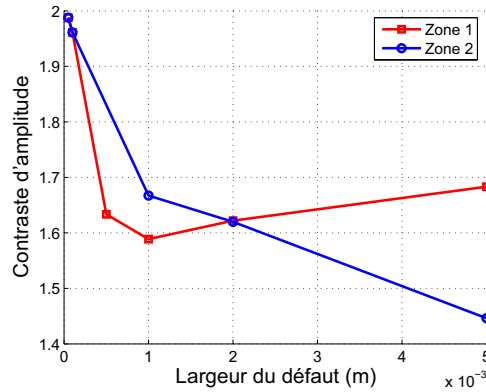


FIG. 4.17: Évolution du contraste thermique en fonction de la largeur du défaut

Afin de quantifier cette variation du contraste, l'évolution de ce dernier dans les deux zones 1 et 2 de la figure 4.15a a été tracée en fonction de différentes largeurs (figure 4.17). On constate que la détectabilité est meilleure pour les défauts de faibles largeurs. Le contraste thermique dans la zone 1 reste inférieur à celui de la zone 2 pour les faibles largeurs, puis la tendance s'inverse pour les défauts plus larges.

4.2.7.3 Orientation du défaut

Lors de toutes les simulations précédentes, l'inducteur a été placé de telle sorte que la densité des courants induits soit perpendiculaire au défaut. Cependant, la position et l'orientation du défaut dans une inspection de CND ne sont pas connues préalablement. Elles dépendent de la géométrie et de la nature des contraintes exercées sur la pièce inspectée. Or, on sait que l'orientation du défaut par rapport à la direction des lignes des courants induits joue un rôle primordial pour la détection des fissures par la technique thermo-inductive. La distribution de la température étant dépendante de la manière dont le défaut dévie les courants induits. Il est donc important d'examiner la détectabilité des défauts en fonction de leur orientation par rapport à la direction de la densité des courants définie par l'inducteur.

En effet, les défauts perpendiculaires à la densité de courants, comme il a été détaillé dans les sections précédentes (section 4.2.2), représentent le cas le plus favorable. Le contraste est maximum et la détectabilité du défaut est meilleure. Cependant, lorsque les défauts sont parallèles aux courants induits, ces derniers n'étant presque pas perturbés par la présence du défaut, le contraste devient par conséquent faible. La sensibilité de la technique est mauvaise de ce cas.

Les figures 4.18b et 4.9 illustrent ces deux cas extrêmes. Pour le défaut vertical, l'image habituelle du contraste est obtenue, les extrémités sont clairement plus contrastées. Par contre, pour des fissure alignées parallèlement à la direction des courants, le signal est à

peine visible. Les faibles valeurs sont dues la déviation des courants par la largeur du défaut. Entre les deux configurations la sensibilité de la technique décroît avec l'angle entre l'axe du défaut et l'orientation de la densité des courants induits.

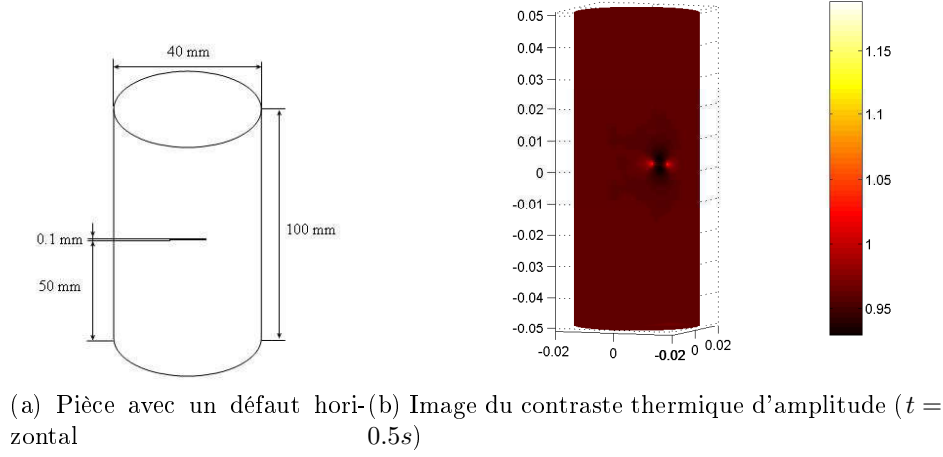


FIG. 4.18: Image du contraste thermique d'amplitude ($t = 0.5s$)

Le contraste thermique d'amplitude a été tracé le long de l'axe du défaut horizontal. La figure 4.19a montre qu'il présente deux pointes de contraste élevé d'ordre $C_{max} = 1.17$ qui reste très faible devant le cas du défaut perpendiculaire ($C_{max} = 2.4$). Cette différence est clairement illustrée lorsqu'on regarde l'écart des températures entre un défaut horizontal et vertical. En effet, la différence de température est pratiquement multiplié par 10. Il est d'environ $T_{adef} - T_{sdef} = 0.4^\circ C$ pour le premier type du défaut contre $T_{adef} - T_{sdef} = 4^\circ C$ pour le second. La détectabilité du défaut est donc largement meilleure. Il est donc nécessaire d'effectuer plusieurs inspections en changeant la position du spécimen par rapport à l'inducteur pour avoir une inspection efficace.

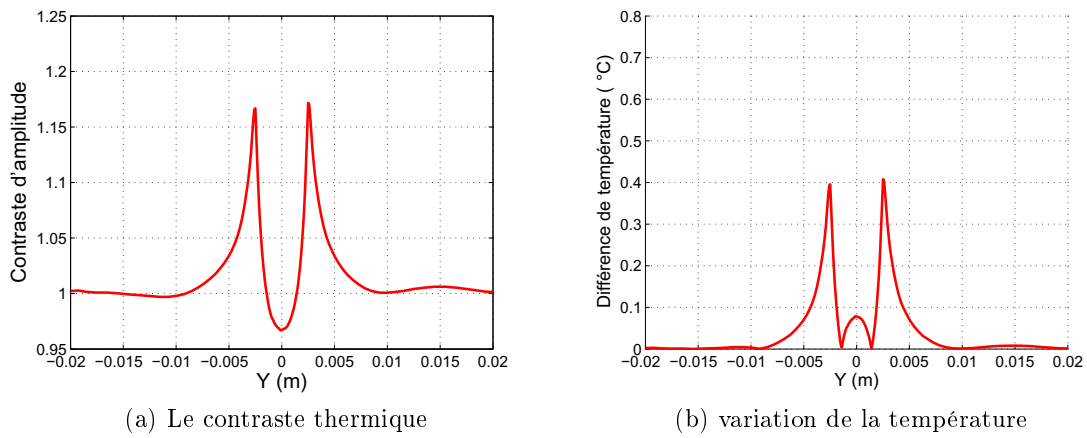


FIG. 4.19: Le contraste thermique d'amplitude et le gradient de la température sur le long de l'axe du défaut horizontal ($t = 0.5s$)

4.3 Résultats expérimentaux

Le dispositif étudié précédemment a été mis en oeuvre pour une vérification expérimentale des résultats obtenus. La figure 4.20 montre le dispositif expérimental. L'échantillon inspecté est représenté par la figure 4.1b. On dispose d'une pièce cylindrique ayant un défaut de surface avec une profondeur de $2,5\text{mm}$, une longueur de 20mm et une largeur de $0,1\text{mm}$. L'excitation est assurée par deux bobines cylindriques (bobines Helmholtz). Leurs dimensions sont détaillées dans la section 4.2.1. L'acquisition des données thermiques se fait à l'aide de la caméra infrarouge.

C'est une caméra *Thermovision 320M* à sortie analogique et numérique dont les caractéristiques sont comme suit :

- Sortie numérique 16 bits *RS422* à 50 images par seconde
- Matrice 320×240 pixels
- Objectif standard 24°
- Filtre haute température pour des mesures jusqu'à 1500°C

L'acquisition et le traitement des données thermiques se fait à l'aide du logiciel *THERMAM-CAM RESEARCHER*.

Afin de minimiser les bruits de mesure dus à la contribution de l'environnement et à la variation d'émissivité de la surface de la pièce inspectée, le spécimen est recouvert par une peinture noire dont l'émissivité se rapproche de celle d'un corps noir.

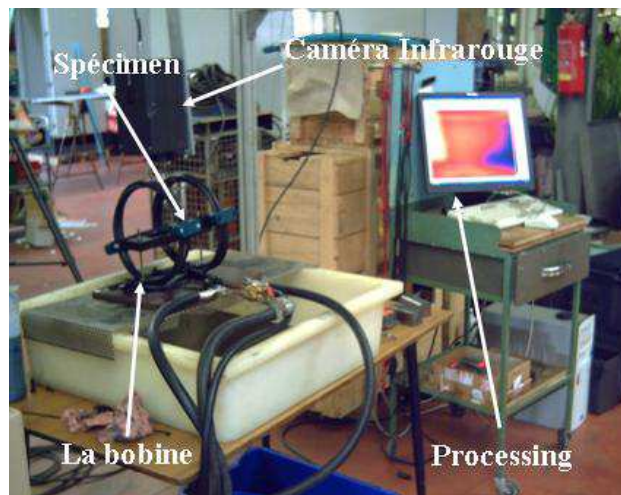


FIG. 4.20: Dispositif expérimental

La figure 4.21a montre l'image de la température de la surface mesurée à l'aide de la caméra infrarouge à l'instant $t = 0.5\text{s}$. Comme pour les résultats obtenus en simulation (section

4.2.2), le défaut est caractérisé par deux pointes chaudes à ses extrémités qui correspond à la zone C dans la figure 4.4b de la section 4.2.2. On note aussi que les deux bords extérieurs du défaut sont légèrement moins chauds que les régions voisines (correspond à la zone A dans la figure 4.4a).

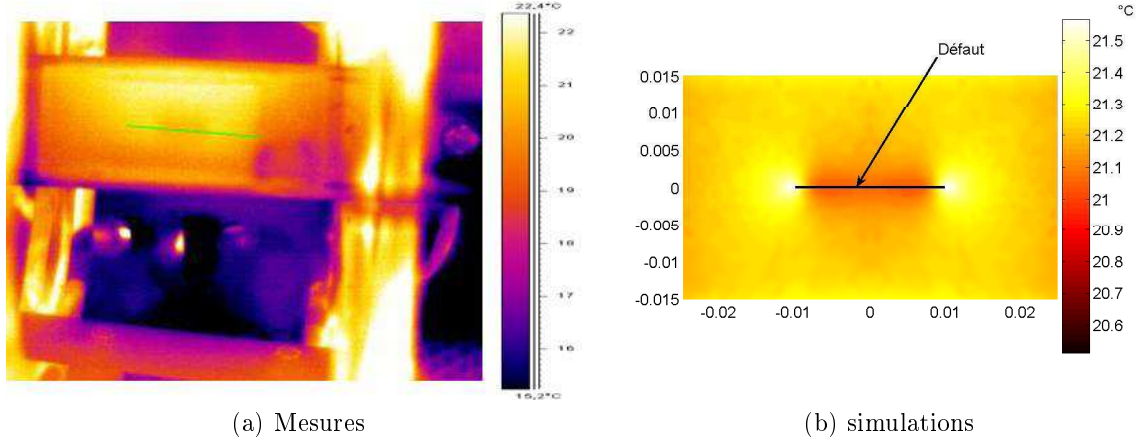


FIG. 4.21: Image de la distribution de la température à l'instant $t = 0.5s$

Dans le but de quantifier et d'approfondir l'étude, l'évolution de la température le long de l'axe du défaut est tracée au même instant ($t = 0.5s$). Une bonne concordance entre les deux courbes est observée. La différence s'explique en partie par l'inévitable bruit de mesure due à la réflexion de l'environnement et aux caractéristiques optiques de la surface (surface non uniforme). De plus, la puissance demandée au générateur d'induction n'est pas obtenue spontanément à cause du temps de réponse nécessaire pour atteindre son régime permanent contrairement à la simulation.

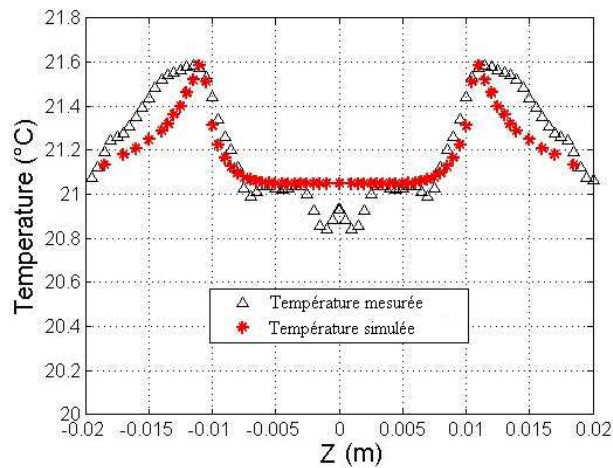


FIG. 4.22: La distribution de la température mesurée et simulée le long de l'axe du défaut ($t = 0.5s$)

Les résultats obtenus montrent que les modèles développés sont bien adaptés aux problèmes

du CND par la technique thermo-inductive. Ils révèlent aussi la faisabilité et la capacité de détection des défauts par la méthode.

4.4 Étude de la détectabilité des défauts pour les matériaux non ferromagnétiques

Dans l'industrie aéronautique, l'un des défauts les plus observés est les micro-fissures pour des plaques d'aluminium. Par exemple, les opérations de perçage avant rivetage des plaques peuvent produire ce type d'imperfections. Dans cette partie, nous étudions cette configuration de défauts. L'influence de différents paramètres de la technique sera examinée afin d'optimiser les performances du système.

Une compréhension approfondie de la détection des défauts par la technique thermo-inductive nécessite une bonne connaissance des propriétés électromagnétiques et thermiques des matériaux. Les propriétés électromagnétiques peuvent être décrite par l'épaisseur de peau électromagnétique définie en fonction de la fréquence d'induction, de la conductivité électrique et de la perméabilité magnétique.

L'aluminium comme l'acier est caractérisé par une haute diffusivité thermique et nécessite ainsi un temps d'échantillonnage très court et une caméra infrarouge ayant une vitesse d'acquisition suffisante. Dans ce cas, les paramètres de la simulation sont un temps d'échantillonnage de $5ms$ pour un temps d'acquisition de $t_{acq} = 5s$ afin d'avoir le régime transitoire thermique.

4.4.1 Dispositif étudié

La figure 4.23 montre le dispositif proposé pour l'inspection de la plaque d'aluminium. Il est composé du générateur d'induction, de l'inducteur, de la caméra infrarouge et de la plaque à inspecter.

La technique thermo-inductive a été simulée sur une plaque d'aluminium dont les dimensions principales sont données par la figure 4.24. Il s'agit d'une plaque d'aluminium percée avec un défaut latéral. Les caractéristiques électromagnétiques et thermiques de l'aluminium sont indiqués dans le tableau 4.1.

$\sigma (S \cdot m^{-1})$	μ_r	$\lambda (W \cdot m^{-1} \cdot K)$	$\rho (kg \cdot m^{-3})$	$C_p (J \cdot kg^{-1} \cdot K)$
$3.7 \cdot 10^7$	1	237	2700	900

TAB. 4.1: Propriétés physiques de l'aluminium

Une étude de conception et de caractérisation similaire à celle développée dans le cas des matériaux ferromagnétiques sera menée. Le choix et le dimensionnement de l'inducteur ainsi que les différents paramètres du chauffage et du défaut seront investigués.

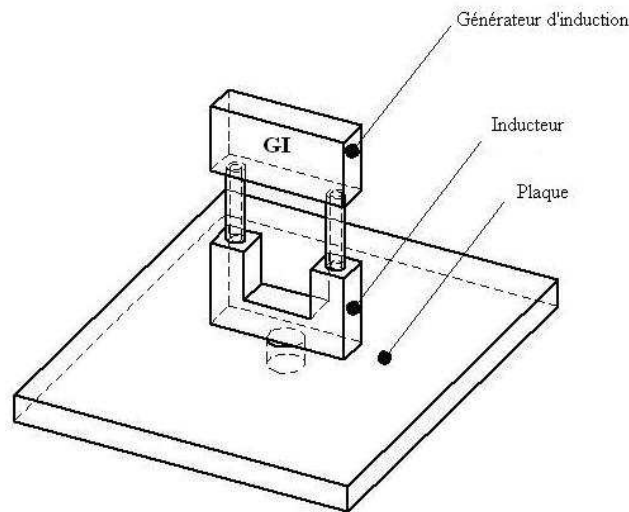


FIG. 4.23: Schéma du dispositif étudié

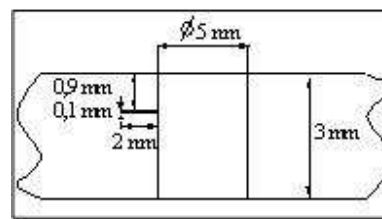


FIG. 4.24: Coupe YOZ de la plaque inspectée

4.4.2 Étude de l'influence de l'inducteur

Comme pour le cas des matériaux ferromagnétiques, une première étape de conception de l'inducteur est nécessaire afin d'améliorer les performances du système global et de maîtriser le transfert énergétique entre l'inducteur et la plaque inspectée. Cette phase nous permet d'accroître le rendement de la technique thermo-inductive et de créer la distribution des courants induits la plus favorable pour la détection des défauts. Elle nécessite l'appui des modèles numériques tridimensionnels développés pour optimiser la forme et la géométrie de l'inducteur.

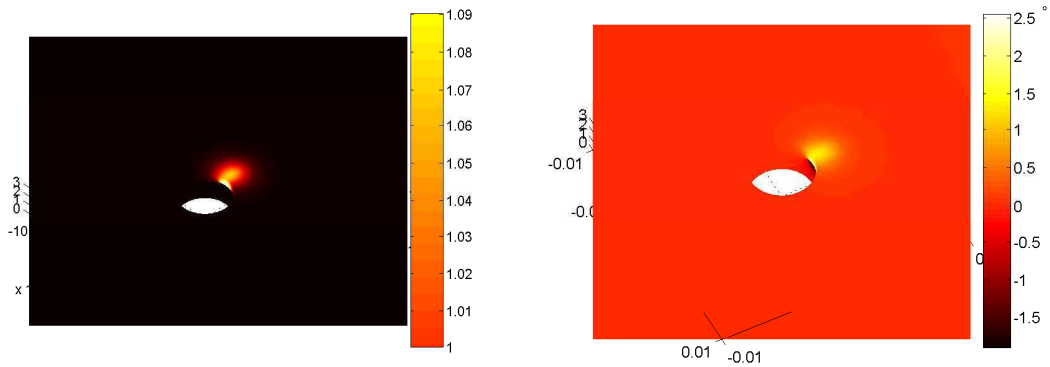
4.4.2.1 Choix de la forme de l'inducteur

Pour le système expérimental de la figure 4.23, les distributions des lignes de courants induits les plus favorables pour la détection de tels défauts sont :

- Soit une distribution radiale : Dans ce cas les courants induits tournent autour du trou. L'inducteur de forme circulaire d'axe Z permet une telle configuration.
- Soit une distribution axiale : De cette manière, les lignes de courants induits contournent le trou. Un inducteur de forme U peut être imaginé pour créer cette distribution.

Dans ce paragraphe, le choix de l'une des deux formes sera discuté sur la base de leurs performances. Ces dernières sont évaluées par l'intermédiaire du contraste thermique qui donne une indication sur la sensibilité de la technique thermo-inductive à détecter des défauts. Par conséquent, la fonction objective à optimiser dans notre étude sera les contrastes thermiques d'amplitude et de phase.

Des simulations ont été donc mises en oeuvre pour les deux formes d'inducteurs. Les figures 4.25a et 4.25b représentent deux cartographies de contraste, la première concerne le contraste d'amplitude à l'instant $t = 0.5s$ et la deuxième celui de la phase pour une fréquence thermique de $f_{r_{th}} = 10Hz$. On note que le défaut est caractérisé par une zone plus contrastée en surface. La diffusivité thermique de l'aluminium étant élevée, l'anomalie de la distribution de la température se propage rapidement à la surface de la plaque. Les durées du chauffage et du pas d'échantillonnage doivent être donc assez courts.



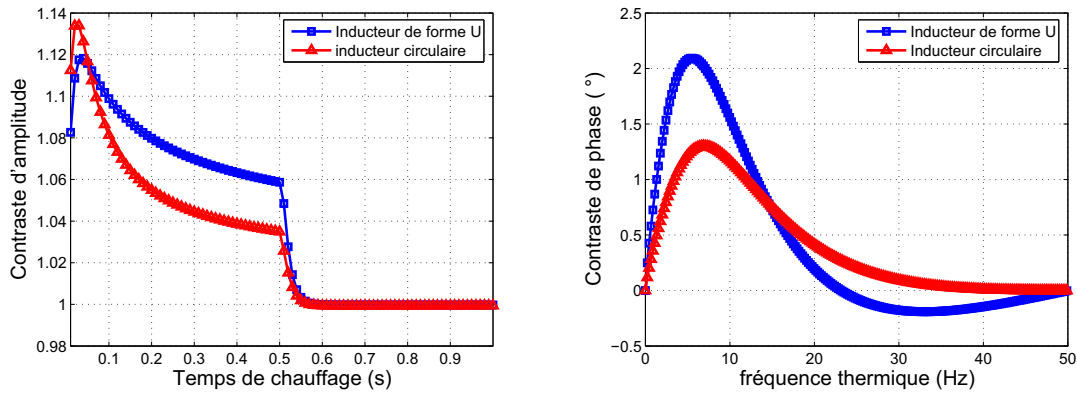
(a) Le contraste thermique d'amplitude ($t = 0.5s$) (b) Le contraste de phase ($f_{r_{th}} = 10Hz$)

FIG. 4.25: Cartographie du contraste

La figure 4.26a montre l'évolution du contraste calculée à partir du modèle numérique en fonction du temps pour une durée de chauffage de $0.5s$ pour un point sur la périphérie du trou où le contraste est maximum. On note qu'avec l'augmentation de la durée de chauffage le contraste diminue. Ceci est dû principalement à la diffusion de la chaleur par conduction dans le matériau. On constate aussi que la conception de l'inducteur a une forte influence. En effet, l'inducteur en forme de U suivant l'axe X donne des résultats meilleurs que l'inducteur circulaire d'axe Z. Ce résultat est intéressant car nos modèles numériques nous offrent la

possibilité d'optimiser la géométrie de l'inducteur choisis avec une fonction objective basée sur le contraste. Les mêmes remarques sont valables pour le cas du contraste de phase (figure 4.26b).

En effet, pour l'inducteur de forme U, les courants induits contournent le trou. Il se concentrent donc sur ses bords et créent une source de chaleur supplémentaire. Contrairement à l'inducteur circulaire où le trou ne présente aucune contrainte à la circulation des courants induits.



(a) Le contraste thermique en fonction du temps (b) Le contraste de phase en fonction du temps

FIG. 4.26: Comparaison des contrastes d'amplitude et de phase pour deux formes d'inducteur ($t_{ch} = 0.5s$, $fr = 100kHz$)

Le choix de la forme de l'inducteur est une première étape du processus du dimensionnement de l'inducteur. L'étape suivante sera l'optimisation des paramètres liés à l'inducteur en U retenu. L'effet de ses paramètres géométriques sur la distribution de la température et sur l'évolution du contraste thermique sera étudié.

4.4.2.2 L'entrefer entre l'inducteur et la pièce inspectée

L'influence de l'entrefer a été étudiée par plusieurs simulations. Les résultats sont donnés par la figure 4.27. De ces figures, on constate que le contraste thermique est peu affecté pour des entrefers faibles (de $0.5mm$ à $5mm$) puis se dégrade au fur et à mesure pour des grandes distances ($10mm$ et $20mm$). En revanche, les différences de température diminuent fortement avec l'accroissement de l'entrefer (figure 4.27). Pour des entrefers élevés, la détection des défauts devient impossible, les écarts de température sont très faibles (inférieure à $0.2^{\circ}C$). En effet, du fait que la température doit dépasser le seuil de détection minimum de la caméra infrarouge (NETD - Noise Equivalent Temperature Difference), une valeur minimale des courants induits est indispensable pour pouvoir générer un signal thermique détectable. En plus, pour la détection des défauts, la caméra doit être capable de détecter de faibles variations de température. Le choix de l'entrefer doit donc prendre compte ces conditions nécessaires pour une inspection réussie. Pour notre exemple, un entrefer de $1mm$ peut être considéré

comme un choix judicieux. La différence de la température maximale obtenue est estimée ainsi à 1.3°C .

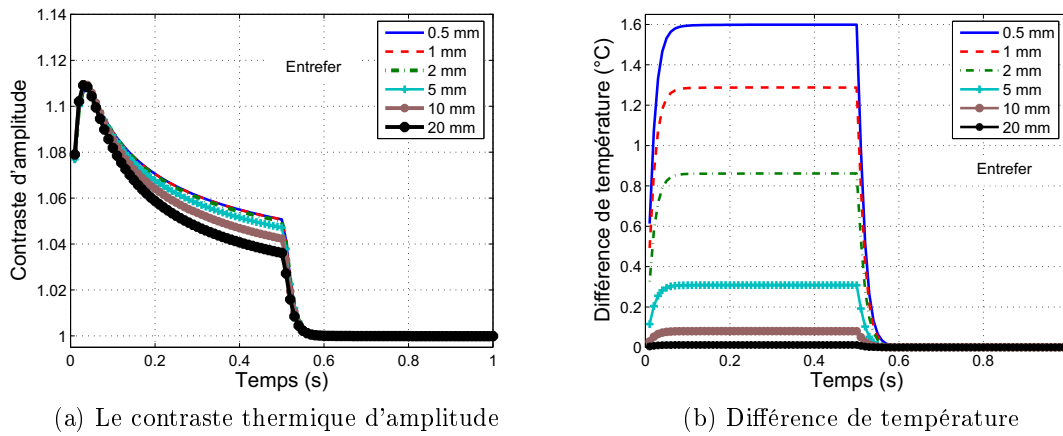


FIG. 4.27: Évolution temporelle du contraste thermique et de la différence de température ($t = 0.5\text{s}$, $fr = 40\text{kHz}$)

4.4.2.3 La largeur de l'inducteur

Dans cette section, l'influence d'un autre paramètre géométrique de l'inducteur sur les performances de l'inspection est étudiée. Il s'agit de la largeur de l'inducteur. En effet, la présence de l'inducteur au-dessus du trou de la plaque canalise les courants induits dans une zone qui correspond à sa largeur. Avec la présence du trou, cette zone des courants induits se réduit et crée des régions de fortes concentrations autour du trou qui se traduit par une élévation supplémentaire de la température en ces régions. Le rapport entre la largeur de l'inducteur et le diamètre du trou définit donc cette élévation.

Afin d'étudier ce paramètre, des simulations ont été réalisées pour différentes largeurs de l'inducteur. La figure 4.28a montre la différence de la température de surface d'un point autour du trou. On note que ce dernier est inversement proportionnel au ratio entre la largeur et le diamètre du trou. Cependant, cette variation n'affecte pas le contraste thermique qui reste pratiquement invariant (figure 4.28b).

Ce résultat montre qu'en utilisant des inducteurs de largeur équivalente au diamètre du trou de la plaque inspectée, la détectabilité des défauts ne varie pas puisque le contraste reste inchangé. Par ailleurs, leur visibilité devient meilleure du fait que la différence de la température de la surface est plus importante. Il permet d'améliorer les performances de la détection des défauts de la caméra infrarouge dans la pratique.

Une fois la phase de la conception et de dimensionnement de l'inducteur est investiguée et discutée, la prochaine phase sera la qualification de la méthode thermo-inductive. Dans

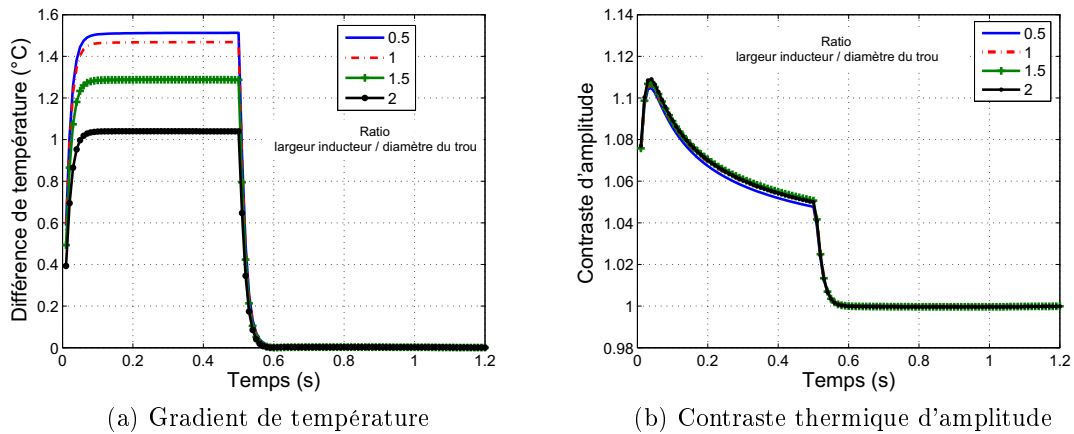


FIG. 4.28: Évolution temporelle du gradient de température de surface et du contraste thermique ($t_{ch} = 0.5s$, $fr = 40kHz$)

cette étape, une étude paramétrique sera menée afin de montrer la capacité de la technique à détecter les défauts. C'est une phase où l'influence des différents éléments tels que la fréquence d'induction, la forme du défaut sont étudiés.

4.4.3 Étude de l'influence de la fréquence électromagnétique

Afin d'étudier l'influence de la fréquence électromagnétique sur la détectabilité des défauts, plusieurs simulations ont été menées. La figure 4.29a montre l'évolution du contraste thermique pour des fréquences différentes avec un temps de chauffage de 0.5s. On remarque que le contraste thermique est inversement proportionnel au ratio épaisseur de peau / profondeur du défaut. Pour mieux illustrer ce phénomène, la variation du contraste thermique est tracée en fonction du ratio épaisseur de peau / profondeur du défaut en figure 4.29b. On constate que pour des fréquences correspondantes à des épaisseurs de peau très supérieures à la profondeur du défaut le contraste est faible. La détection des défauts est alors mauvaise voir impossible. Puis, il augmente d'une manière pratiquement linéaire avec la diminution du ratio. Enfin, la variation devient faible à partir d'un ratio inférieur ou égale à 2.

Pour ce type de défaut, la capacité de détection est donc meilleure à des fréquences où l'épaisseur de peau est de l'ordre de grandeur de la profondeur du défaut. En effet, pour les basses fréquences, le chauffage est pratiquement uniforme dans le volume de la plaque et par conséquent, la température de surface est moins sensible à la présence des défauts. En très hautes fréquences, l'épaisseur de peau est très faible. Le chauffage devient ainsi surfacique et on s'approche de la thermographie infrarouge classique.

Afin d'étudier l'impact de la variation de la fréquence électromagnétique sur le contraste de phase, son évolution fréquentielle a été tracée. Les conclusions sont similaires à celles du

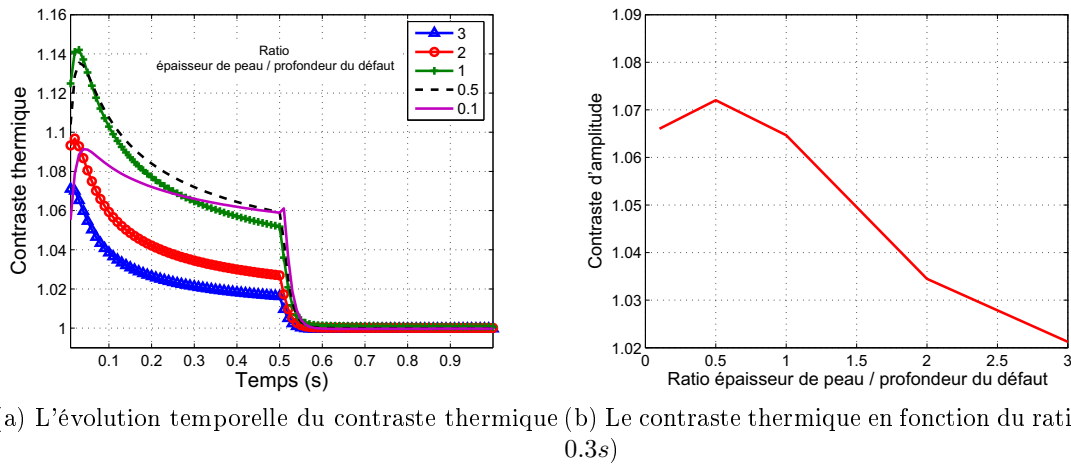


FIG. 4.29: Évolution du contraste thermique pour différents ratio épaisseur de peau / profondeur du défaut

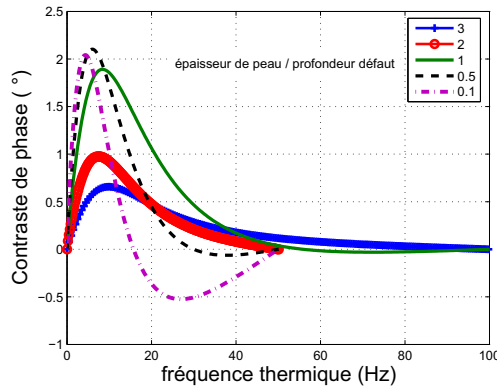


FIG. 4.30: Évolution fréquentielle du contraste de phase

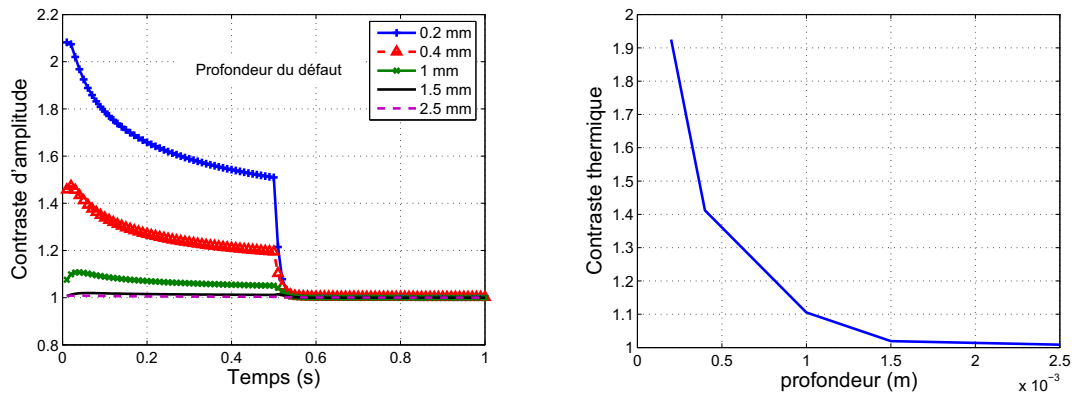
contraste thermique d'amplitude. Le maximum du contraste diminue avec l'augmentation du rapport entre l'épaisseur de peau et la profondeur du défaut. On constate aussi, que le contraste de phase passe par zéros à des fréquences thermiques différentes. Ces fréquences dépendent du ratio. Plus le rapport est grand plus la fréquence thermique est élevée. Un lien direct entre cette fréquence et la profondeur du défaut est observé et sera discuté dans la section 4.4.4.1.

4.4.4 Étude de l'influence des paramètres du défaut

4.4.4.1 La profondeur du défaut

Dans ce paragraphe, des simulations ont été mises en oeuvre afin d'étudier l'effet de la profondeur du défaut sur le contraste. La figure 4.31a représente l'évolution temporelle du

contraste en fonction du temps. Pour chaque profondeur, la fréquence électromagnétique est choisie sur la base des conclusions obtenues dans la section 4.4.3 i.e : la valeur de la fréquence électromagnétique correspond à une épaisseur de peau égale à la profondeur du défaut. Comme convenu, le contraste diminue avec la durée du chauffage. De plus, on constate que le contraste est inversement proportionnel à la profondeur du défaut. Il est maximum pour des défauts moins profonds comme le montre la figure 4.31b où la variation de ce dernier est tracée en fonction de la profondeur à l'instant $t = 0.5s$. Le défaut devient indétectable pour les défauts de profondeur supérieure à $1.5mm$ (le contraste est pratiquement égale à l'unité).



(a) Évolution du contraste thermique pour profondeurs différentes (b) Contraste thermique en fonction de la profondeur du défaut

FIG. 4.31: Le contraste thermique en fonction de la profondeur du défaut

Ces résultats montrent l'intérêt de l'utilisation du contraste thermique d'amplitude comme un paramètre de discrimination pour la détection de la profondeur du défaut. A une fréquence d'induction donnée, plus le contraste est élevé moins le défaut est profond et vice versa. Cependant, ce résultat ne nous permet pas de déterminer la profondeur exacte du défaut. C'est pourquoi l'utilisation du contraste de phase présente un intérêt. En effet, la phase a la capacité de pouvoir sélectionner la profondeur d'inspection en fonction de la fréquence thermique.

4.4.4.2 Le contraste de phase et la profondeur de recherche des défauts

Dans le but de déterminer la profondeur du défaut, une méthode basée sur le calcul du contraste de phase a été utilisée. Sa mise en oeuvre est inspirée à partir d'études d'inspection par thermographie infrarouge modulée. Dans cette analyse, le choix du temps d'acquisition t_{acq} et du pas d'échantillonnage Δt définis dans la section 4.2.5 est d'une grande importance pour récupérer toutes les informations nécessaires pour un défaut à une profondeur donnée.

En effet, lorsqu'on trace l'évolution fréquentielle du contraste de phase, on constate que les défauts sont visibles de 0 jusqu'à une fréquence limite f_b . Il a été montré que cette fréquence dépend de la profondeur du défaut. Elle est plus faible pour les défauts profonds [CAS05]. Par conséquent, les défauts moins profonds ont une plus grande plage de fréquence de visibilité que les défauts de profondeur.

Des études et des recherches [Mal01, Mal02, SK02] ont montrées que la profondeur du défaut peut être exprimé en fonction de la diffusivité thermique du matériau inspecté et de la fréquence limite f_b par la relation suivante :

$$z = C_1 \cdot \sqrt{\frac{\alpha}{\pi \cdot f_b}} \quad (4.7)$$

où, z , α et f_b représentent respectivement la profondeur du défaut, la diffusivité thermique du matériau et la fréquence pour laquelle le contraste de phase s'annule. C_1 est une constante de corrélation. Elle dépend de la nature du matériau inspecté.

Lors d'une inspection thermo-inductive en mode phase pulsée, la profondeur du défaut peut être donc déterminée d'une manière simple en connaissant les propriétés thermiques du matériau inspecté et en déduisant la fréquence limite f_b à partir de l'évolution fréquentielle du contraste de phase. En effet, les simulations montrent que pour une profondeur donnée, le contraste maximum correspond à des fréquences pour lesquelles l'épaisseur de peau est égale à la moitié de la profondeur du défaut (voir section 4.4.3). L'évaluation fréquentielle de ce contraste nous permet d'extraire la fréquence f_b .

Néanmoins, une difficulté apparaît lors du choix adéquat des paramètres d'acquisition. De ce choix dépend la détermination de la bonne fréquence limite f_b et par conséquent l'évaluation correcte de la profondeur du défaut.

Nous allons par la suite vérifier la validité de notre démarche sur le dispositif étudié. La figure 4.32a montre l'évolution fréquentielle du contraste de phase pour un défaut de profondeur de $1mm$. Le pas d'échantillonnage Δt et le temps d'acquisition t_{acq} sont choisis en tenant compte des consignes données par 4.2.5 ($\Delta t = 5ms$ et $t_{acq} = 5s$). La fréquence f_b est déterminée à partir de l'intersection de l'abscisse avec la courbe du contraste. Elle est égale à $f_b = 29Hz$. En utilisant la formule 4.7, la profondeur du défaut est estimée à $z_{def} = 1mm$ qui correspond à la profondeur réelle du défaut.

Il faut noter qu'un mauvais choix de ces deux paramètres peut donner des valeurs erronées de la fréquence f_b et par conséquent de la profondeur du défaut. Afin de montrer cette influence, le même problème est étudié mais cette fois, un pas d'échantillonnage $\Delta t = 10ms$ est considéré. La fréquence f_b obtenue dans ce cas est égale à $f_b = 24Hz$, et la profondeur du défaut est estimé à $z_{def} = 1.1mm$ soit une erreur de 10% par rapport à la valeur réelle du défaut (voir figure 4.32b).

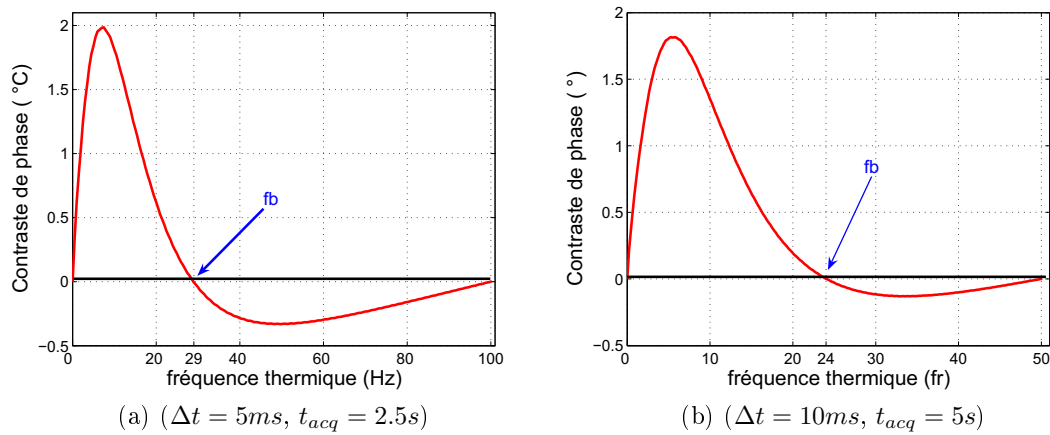


FIG. 4.32: Évolution fréquentielle du contraste de phase

4.4.4.3 L'épaisseur du défaut

Un autre paramètre important qu'il faut étudier et caractériser est l'épaisseur du défaut. La figure 4.33a montre que l'amplitude du contraste augmente avec l'épaisseur du défaut. Dans la figure 4.33b, le contraste thermique est tracé à l'instant $t = 0.5s$ pour différentes épaisseurs du défaut. Sa variation est pratiquement linéaire, plus le défaut est épais plus le contraste devient important.

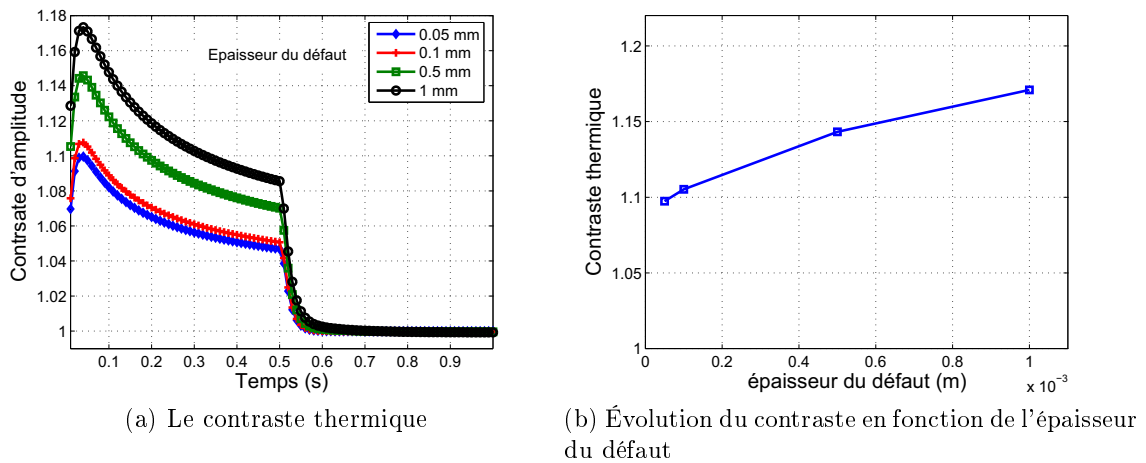


FIG. 4.33: Évolution du contraste thermique pour différentes épaisseurs du défaut

Les résultats obtenus dans cette section et dans la section précédente (section 4.4.4.1) montrent que le contraste thermique d'amplitude réagit d'une manière similaire pour deux cas différents. En effet, le contraste d'un défaut fin proche de la surface par exemple peut donner la même réponse qu'un défaut épais mais plus profond. Il est donc difficile de déterminer si cette élévation du contraste est due à l'épaisseur ou à la profondeur du défaut. L'utilisation

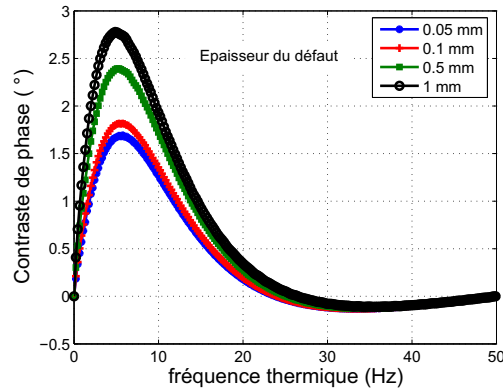


FIG. 4.34: Évolution fréquentielle du contraste de phase pour différents épaisseurs

du contraste thermique d'amplitude tout seul comme paramètre de discrimination est donc insuffisante dans ce cas. Par conséquent, le recours à une analyse à base du contraste de phase est indispensable. En effet, la détermination de la fréquence limite f_b définie dans la section 4.4.4.2 nous permet de savoir si l'élévation du contraste thermique d'amplitude est due à l'épaisseur ou à la profondeur du défaut. En plus, elle nous permet également de définir la profondeur exacte du défaut.

La figure 4.34 représente l'évolution fréquentielle du contraste de phase pour différentes épaisseurs. On constate que le maximum du contraste est proportionnel à l'épaisseur comme dans le cas du contraste thermique d'amplitude. Cependant, la fréquence limite f_b qui définit la profondeur du défaut reste pratiquement inchangée. Les résultats obtenus montrent que l'utilisation conjointe des contrastes de phase et d'amplitude permet de déterminer et de définir l'épaisseur du défaut et de sa profondeur.

4.5 Comparaison avec la thermographie infrarouge

Les résultats obtenus dans les sections précédentes montrent que la technique thermo-inductive est bien adaptée pour la détection des défauts en tenant compte de certaines directives nécessaires pour améliorer ses performances. Afin de démontrer son intérêt, une étude comparative avec la thermographie infrarouge classique sera menée. La comparaison a été effectuée pour l'application définie en section 4.4.1. Les dimensions de la plaque ainsi que le défaut inséré sont détaillées par les figures 4.23 et 4.24.

L'exploitation des résultats d'inspection pour les deux techniques se fait à la base du contraste thermique. Nous avons donc calculé le contraste thermique pour une période de chauffage de 0.5s. La figure 4.35a montre l'évolution temporelle du contraste calculé à partir du modèle numérique en fonction du temps de chauffage pour les deux techniques. On remarque que l'utilisation de la technique thermo-inductive améliore le contraste par rapport à celui obtenu

par la thermographie infrarouge classique pour la même puissance totale injectée dans la plaque. Cette amélioration est plus intéressante quand on regarde l'évolution des différences de température dans la figure 4.35b. Ces derniers sont multipliés par dix. En effet, dans la pratique, le défaut est indétectable par la caméra infrarouge lorsque la thermographie infrarouge est utilisée dans ce cas puisque les gradients à détecter sont très faibles par rapport au seuil de détection minimum de la caméra infrarouge.

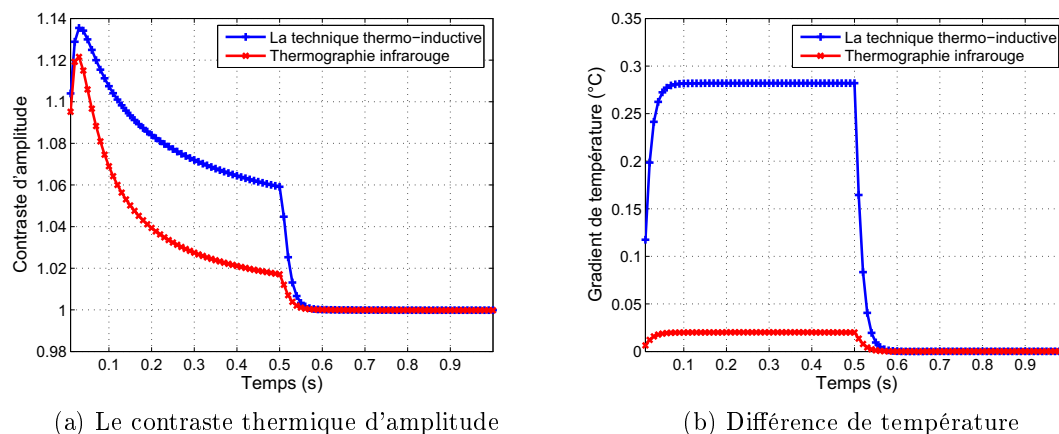


FIG. 4.35: L'évolution temporelle du contraste et du gradient de température

Afin d'approfondir cette comparaison, nous avons étudié la détection des défauts pour la même plaque mais avec une autre configuration. Il s'agit d'une fissure verticale dont les dimensions sont indiquées à la figure 4.36. Dans ce cas, le défaut est pratiquement indétectable par la thermographie infrarouge (contraste thermique égale à 1). Cependant, l'utilisation de la technique thermo-inductive améliore considérablement la détection des défauts comme le montre la figure 4.37.

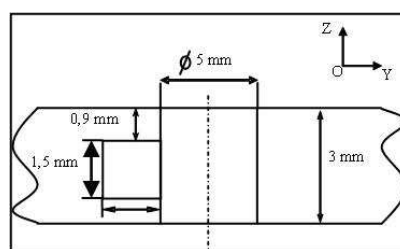


FIG. 4.36: Coupe YOZ de la plaque inspectée

La comparaison de la technique thermo-inductive avec la thermographie infrarouge dans le cas d'une inspection d'une plaque percée montre son intérêt. En effet, la présence du trou amplifie la sensibilité de la technique pour la détection des défauts comme il a été expliqué dans la section 4.4.2.3. Cependant, le choix de la fréquence du chauffage a une grande influence sur la sensibilité de la technique. Un choix de fréquences élevées (des épaisseurs de peau faibles) engendre de faibles contrastes et par conséquent une mauvaise détectabilité du défaut.

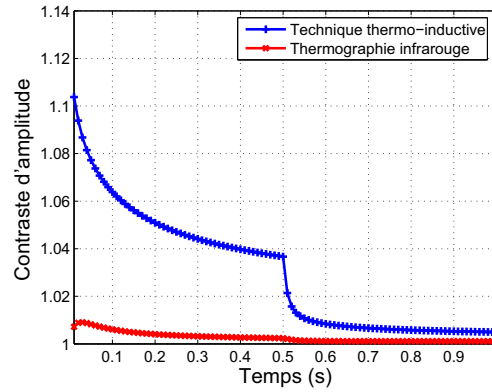


FIG. 4.37: Le contraste thermique en fonction du temps ($t_{ch} = 0.5s$, $fr = 10kHz$)

4.6 Conclusion

Dans ce chapitre, la phase de conception et de caractérisation de la technique thermo-inductive a été mise en oeuvre pour deux applications industrielles typiques. Les modèles numériques tridimensionnels développés ont été utilisés comme un outil de support pour le processus de qualification de la technique. Deux paramètres de discrimination complémentaires ont été utilisés pour analyser les résultats. Le premier est le contraste thermique d'amplitude et le second est le contraste de phase. Leur utilisation conjointe se révèle indispensable pour avoir une bonne interprétation.

Les résultats obtenus montrent que les modèles développés sont bien adaptés pour la conception et l'optimisation des différents éléments de la technique. Ils sont aussi indispensables pour la phase de la caractérisation où les paramètres comme la fréquence électromagnétique et les défauts sont étudiés. Il a été montré que la détection des défauts dépend de la durée du chauffage, de la fréquence d'excitation et de la taille du défaut. Une inspection efficace nécessite donc une connaissance de l'influence de ces paramètres ainsi que des propriétés physiques des matériaux contrôlés.

Enfin, une comparaison de la technique thermo-inductive avec la méthode classique de la thermographie infrarouge a été menée et montre que la nouvelle technique est plus intéressante en terme de sensibilité à la détection des défauts.

Certaines consignes pratiques peuvent être déjà données à partir des résultats obtenus dans ce chapitre pour rendre la technique plus accessible. Cependant, nous aborderons l'exposé de ces consignes à la fin du chapitre suivant où nous nous sommes intéressé à l'inspection des matériaux composites. L'intérêt de cette démarche réside dans le fait que ces consignes seront sur des investigations plus larges et variées.

Chapitre 5

Applications sur les matériaux composites et consignes générales

5.1 Introduction

Dans le chapitre précédent, nous avons développé l'inspection de deux grandes familles des matériaux à savoir les aciers ferromagnétiques et les métaux non ferromagnétiques. Depuis quelques années les matériaux composites connaissent un grand gain d'intérêt principalement grâce à leurs compromis performances mécaniques / poids. Ces matériaux remplacent peu à peu les matériaux classiques dans les secteurs automobile et aéronautique.

Dans ce chapitre, le contrôle non destructif des matériaux composites par la technique thermo-inductive sera abordé. A l'aide du code de calcul développé, une étude paramétrique sera développée afin d'identifier et d'améliorer les performances de la technique. Sur la base des résultats obtenus et afin de compléter l'étude, des essais expérimentaux seront mis en oeuvre. A la fin du chapitre, des consignes générales pratiques seront élaborées afin d'améliorer les performances de la technique et de la rendre plus efficace pour une éventuelle intégration dans un processus industriel.

5.2 Étude des matériaux composites

Un matériau composite est un arrangement de fibres et de matériaux possédant différentes caractéristiques mécaniques et thermiques. La combinaison des deux matériaux apporte au matériau composite des propriétés distinctes et des performances supérieures à celle de ses composants pris séparément (figure 5.1). Grâce à leurs avantages, le champ d'application des matériaux composites est large et continue de se développer dans plusieurs secteurs industriels essentiellement dans l'automobile et l'aéronautique. Les principales qualités apportées

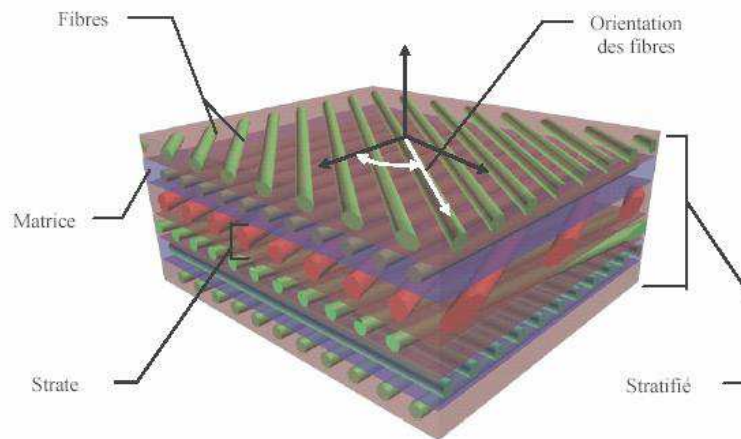


FIG. 5.1: Composite stratifié

par les matériaux composites sont l'augmentation de la durée de vie, la facilité de conception des produits, le poids et la sécurité. Ils permettent ainsi la fabrication des produits de fortes résistances mécaniques et thermiques tout en réduisant les masses [Tri00]. Cependant, des imperfections peuvent apparaître dans les matériaux composites durant leur phase d'élaboration ou durant leur cycle de vie. Ces défauts peuvent nuire à la sécurité et au bon fonctionnement des systèmes et des produits. Par exemple, le perçage avant rivetage des plaques de composites utilisées dans l'aéronautique peut faire apparaître dans les structures différentes imperfections. Ces dernières sont difficilement détectables par les techniques du CND classiques existantes.

Le délaminage est l'un des défauts les plus observés dans ce type de matériaux. Il se réfère aux situations dans lesquelles un manque de cohésion entre deux couches de stratifiés est observé. Cela affecte les caractéristiques mécaniques et réduit la résistance des matériaux composites. Dans ce paragraphe, la technique thermo-inductive a été mise en oeuvre pour l'inspection des délaminages provoqués suite à une opération de perçage des plaques composites.

5.2.1 Dispositif étudié

L'équipement requis pour mettre en place la technique thermo-inductive est similaire à celui détaillé dans le chapitre 4, section 4.4.1. Ce montage se résume à un générateur d'induction avec des fréquences de travail comprises entre quelques dizaines de kHz et quelques MHz , un inducteur, une pièce à inspecter et une caméra infrarouge pour détecter et enregistrer les températures.

La plaque contrôlée est un matériau composite dont les dimensions sont indiquées dans la figure 5.2b. Ses propriétés électromagnétiques et thermiques sont données par le tableau 5.1.

Les matériaux composites sont caractérisés entre autre par leurs faibles conductivités élec-

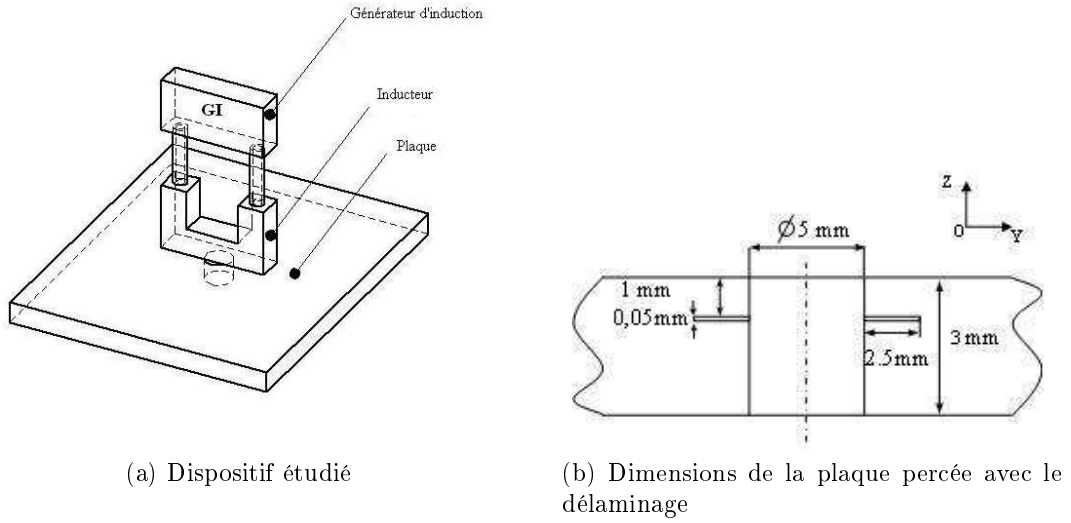


FIG. 5.2: Le système étudié

$\sigma (S \cdot m^{-1})$		μ_r	$\lambda (W \cdot m^{-1} \cdot K)$		$\rho (kg \cdot m^{-3})$	$C_p (J \cdot kg^{-1} \cdot K)$	$\alpha (m^2 \cdot s^{-1})$
σ_{xx}, σ_{yy}	σ_{zz}		$\lambda_{xx}, \lambda_{yy}$	λ_{zz}			
$2 \cdot 10^4$	0	1	3	0.45	1600	1280	$2.19 \cdot 10^{-7}$

TAB. 5.1: Propriétés physiques du matériau composite

triques par rapport à l'aluminium. La plage de fréquences électromagnétiques de travail devra être plus élevée que pour le cas de l'aluminium. L'épaisseur de peau est généralement très grande dans ce cas. Le générateur d'induction doit alors être dimensionné de sorte qu'il puisse fournir de hautes fréquences.

De plus, les matériaux composites sont caractérisés par la nature anisotrope de leurs propriétés physiques. L'anisotropie est prise en compte en introduisant les tenseurs de conductivités électrique et thermique. La conductivité électrique est égale à zéro suivant la profondeur car les couches sont séparées entre elles par une résine isolante. De plus, les matériaux composites sont principalement caractérisés par une faible diffusivité thermique suivant la direction de la profondeur $\alpha_{compz} = 2.1973 \cdot 10^{-7} m^2 \cdot s^{-1}$, ce qui en fait un matériau qui disperse lentement la stimulation thermique. Cette faible diffusivité nécessite un temps d'acquisition relativement long en fonction de la profondeur du défaut inspecté. Le pas d'échantillonnage quant à lui peut être également important. Dans ce cas, les paramètres d'acquisition que nous avons retenu sont un temps d'échantillonnage de $0.2s$ pour un temps d'acquisition de $t_{acq} = 80s$.

Une étude de conception et de caractérisation similaire à celle développée dans le cas des plaques d'aluminium sera menée. Le module retenu pour cette étude est la formulation magnétodynamique $\mathbf{A} - \Psi$ anisotrope développée au chapitre 3. Le choix et le dimensionnement de l'inducteur ainsi que les différents paramètres du chauffage et du défaut seront investigués.

5.2.2 Étude de l'influence de l'inducteur

Comme pour le chapitre précédent, l'étude d'une installation pour l'inspection des défauts par la technique thermo-inductive nécessite une phase préliminaire de conception et de modélisation afin d'améliorer les performances de la technique. Le dispositif proposé pour la détection du délaminage dans les plaques de composites étant similaire à celui développé pour les plaques d'aluminium, le dimensionnement et l'optimisation de la forme de l'inducteur sont donc les mêmes.

En effet, les résultats obtenus ont montré que l'inducteur de forme U donne des meilleurs contrastes de phase et d'amplitude. Il permet de créer une distribution axiale des courants induits qui, de part la présence du trou, engendre une élévation supplémentaire de la température et favorise ainsi la détectabilité des délaminages (voir section 4.4.2).

Une fois que la phase de la conception et de dimensionnement de l'inducteur est développée, une étude paramétrique est détaillée afin de montrer la capacité de la technique à détecter les défauts. C'est une phase où l'influence des différents éléments tels que la fréquence d'induction, la forme du défaut sont étudiées.

5.2.3 Influence de la fréquence électromagnétique et du temps de chauffage

L'effet de la fréquence électromagnétique sur la sensibilité de la technique pour la détection des défauts est étudié dans cette section. Dans toutes ces simulations, le matériau a été chauffé pendant 1s, le temps d'acquisition est resté à 80s. La figure 5.3a montre l'évolution temporelle du contraste thermique d'amplitude pour un point autour du trou. On constate que comme pour le cas d'une plaque d'aluminium le contraste est proportionnelle à la fréquence électromagnétique. Cependant, l'échelle du temps est largement supérieure. En effet, à cause de sa faible diffusivité thermique suivant la profondeur par rapport à l'aluminium, la réponse thermique est obtenue après une durée de l'ordre de la seconde voire de quelques dizaines de secondes (ceci dépend de la profondeur du défaut inspecté). Alors que l'aluminium nécessite des brefs délais (de l'ordre du dixième voire du centième de seconde).

Comme la diffusivité thermique des matériaux composites est faible, le contraste thermique atteint sa valeur maximale quelques secondes après la fin du chauffage (4s après la fin du chauffage pour notre cas). Cet instant reste inchangé si la fréquence du chauffage varie. En effet, le défaut se trouve à une profondeur fixe. Le parcours de l'onde de la température réfléchie reste donc constant. Les résultats obtenus donnent une bonne indication sur la façon dont le matériau composite répond à l'excitation thermique.

Dans le cas de la plaque d'aluminium, le contraste d'amplitude est maximum pour des fréquences dont l'épaisseur de peau est égale à la moitié de la profondeur (voir section 4.4.3).

Cependant les matériaux composites ont une faible conductivité électrique ($\sigma_{composite} = 10^4 \Omega^{-1} \cdot m^{-1}$). Il faut donc utiliser des fréquences élevées (supérieures à quelques centaines de kHz) afin d'obtenir un niveau acceptable de contraste.

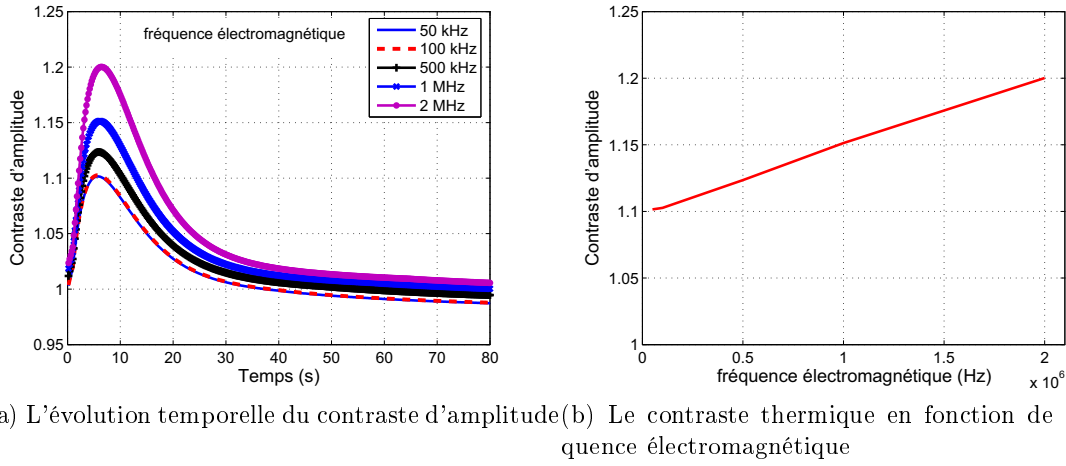


FIG. 5.3: Évolution du contraste thermique pour différentes fréquences électromagnétiques

La figure 5.3b représente l'évolution du maximum du contraste en fonction de la fréquence électromagnétique. La variation est pratiquement linéaire.

Pour approfondir l'étude, le contraste de phase a également été calculé pour chaque fréquence électromagnétique. La figure 5.4 montre que le maximum du contraste est proportionnel à la fréquence. Le maximum du contraste est obtenu pour la même fréquence thermique. Dans le cas de l'aluminium, la fréquence électromagnétique était liée à la profondeur du défaut au travers l'épaisseur de peau. Dans le cas des matériaux composites, même pour les fréquences aussi hautes que $2MHz$ (limite des générateurs induction actuels), l'épaisseur de peau dépasse largement les épaisseurs des matériaux utilisés dans l'industrie. Il n'y a pas alors une fréquence optimale réalisable dans la pratique pour ces matériaux.

Il est de même pour la fréquence thermique limite f_b pour laquelle le contraste de phase passe par zéro. Dans le cas de l'aluminium, cette fréquence thermique f_b est distincte pour différentes fréquences électromagnétiques ou différentes profondeur de défauts. Dans le cas des composites, on n'obtient pas cette distinction comme le montre la figure 5.4.

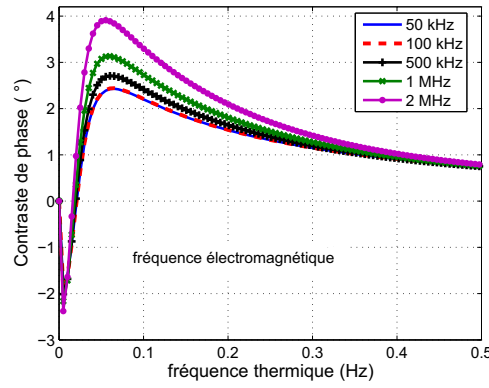
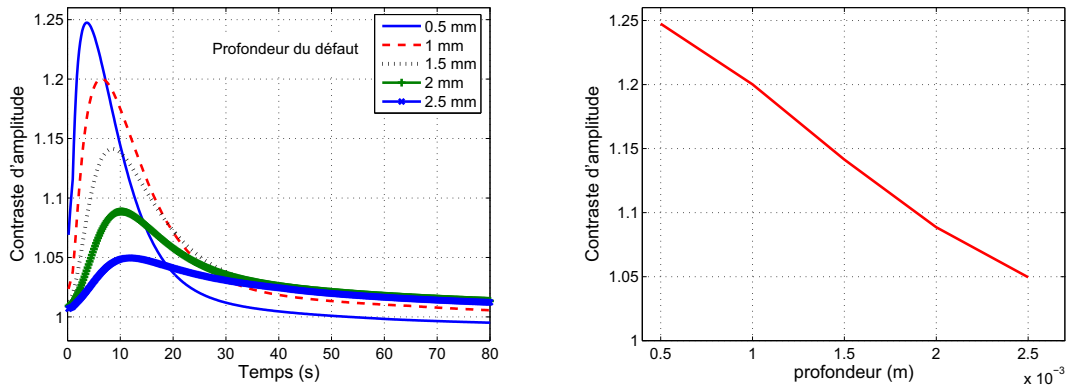


FIG. 5.4: Évolution fréquentielle du contraste de phase

5.2.4 Influence de la profondeur du défaut

Une des caractéristiques du délaminage est sa profondeur. Nous avons alors calculé le contraste pour différentes épaisseurs et profondeurs. L'objectif est de déterminer la profondeur du défaut à partir de sa réponse thermique. La figure 5.5a représente l'évolution du contraste thermique d'amplitude, pour le point le plus chaud situé au bord du trou, en fonction du temps pour un temps de chauffage de 1s. Le contraste est inversement proportionnel à la profondeur du défaut. Il est maximum pour des défauts moins profonds comme le montre la figure 5.5b où la variation du maximum de ce dernier est tracée en fonction de la profondeur. Le défaut devient de plus en plus difficilement détectable pour les défauts profonds (profondeur $\geq 2.5mm$). De plus, on remarque que l'instant où le contraste atteint sa valeur maximale dépend de la profondeur du défaut. Cette valeur est obtenue plus rapidement pour un défaut proche de la surface que pour un défaut plus profond. Ceci s'explique par une distance plus courte parcourue par l'onde thermique réfléchiée. Cette caractéristique peut être utilisée pour la détermination de la profondeur des défauts.

La quantification de la profondeur des défauts à partir de l'analyse du contraste de phase est un peu délicate comme on l'a expliqué précédemment. La figure 5.6 confirme ce constat où la fréquence thermique limite f_b pour laquelle le contraste de phase passe par zéro est imperceptible. La fréquence thermique pour laquelle le contraste de phase est maximum peut donner une indication sur la profondeur du défaut. Cependant, la très faible valeur du déphasage peut aboutir à des difficultés d'exploitation dans la pratique. Une étude plus approfondie est alors nécessaire pour pouvoir utiliser le contraste de phase comme un paramètre de discrimination pour les matériaux composites.



(a) Évolution du contraste thermique pour différentes profondeurs (b) Contraste thermique en fonction de la profondeur du délaminage

FIG. 5.5: Le contraste thermique en fonction de la profondeur du délaminage

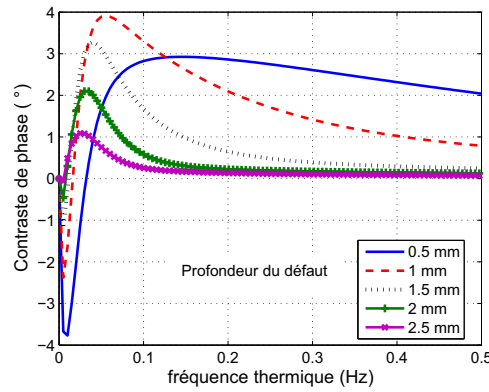


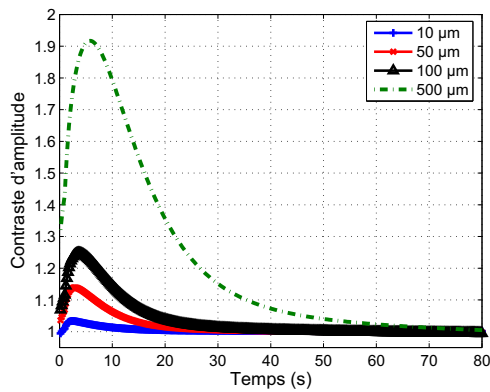
FIG. 5.6: Évolution fréquentielle du contraste de phase pour différentes profondeurs

5.2.5 Influence de l'épaisseur du défaut

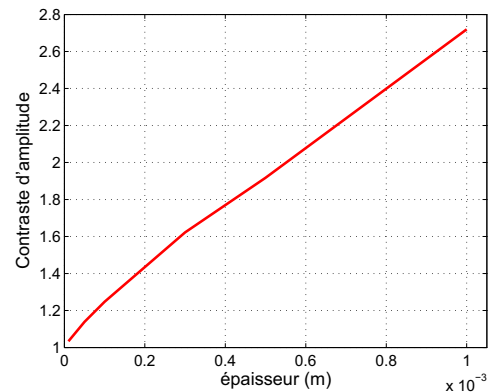
L'épaisseur du défaut constitue également un paramètre géométrique intéressant qui donne une indication sur l'ampleur du délaminage. Pour cela, nous avons calculé le contraste pour différentes épaisseurs. À partir de la figure 5.7, on remarque que pour une fréquence donnée ($2MHz$ dans cet exemple), le contraste d'amplitude augmente avec l'augmentation de l'épaisseur du délaminage. Le maximum est atteint au même instant quelque soit l'épaisseur. En effet, le défaut se trouvant à la même profondeur ($0.1mm$ pour notre cas), la longueur du parcours de l'onde thermique est alors la même. Cependant, l'amplitude n'est pas la même puisque les dimensions des délaminage sont différentes. Cette indication montre que le contraste thermique d'amplitude peut être utilisé pour quantifier l'ampleur de l'épaisseur du délaminage ainsi que sa profondeur.

Dans cette optique, nous avons tracé l'évolution du contraste à l'instant $t = 1s$ en fonction des différentes épaisseurs du délaminage (figure 5.7b). La courbe est partiellement linéaire.

La pente de la droite dépend des propriétés thermiques du matériaux inspectés.



(a) Le contraste thermique



(b) Évolution du contraste en fonction de l'épaisseur du délaminage

FIG. 5.7: Évolution du contraste thermique pour différentes épaisseurs du délaminage

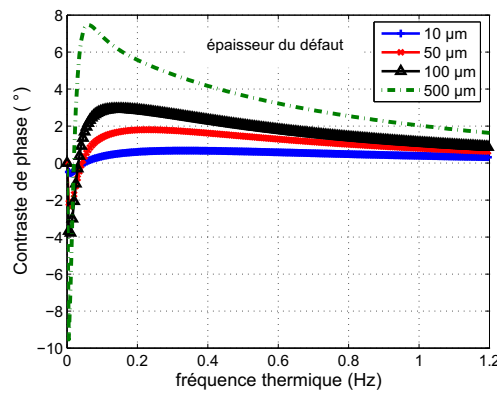


FIG. 5.8: Évolution fréquentielle du contraste de phase

Le contraste de phase est proportionnel à l'épaisseur du délaminage comme le montre la figure 5.8. La fréquence thermique pour laquelle ce contraste est maximum reste inchangée ce qui confirme le fait que cette fréquence dépend uniquement de la profondeur du défaut. Pour cette fréquence électromagnétique, le défaut devient indétectable pour des épaisseurs inférieures à $10\mu\text{m}$. Pour améliorer les performances dans ce cas, il faut augmenter la fréquence d'induction électromagnétique.

5.2.6 Influence de la largeur du délaminage

La capacité d'une technique à détecter des défauts est fortement influencée par sa taille. Ce paramètre définit la sensibilité de la méthode thermo-inductive. Des simulations ont été dé-

veloppées et les contrastes ont été calculés pour différentes largeurs du délaminage. L'objectif est de savoir les limites de la détectabilité des délaminages.

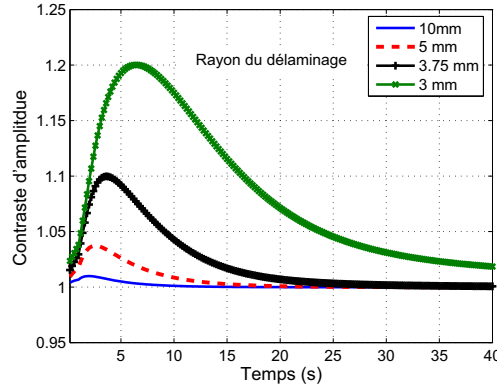


FIG. 5.9: Évolution du contraste thermique pour différentes largeurs du délaminage

La figure 5.9 présente le contraste d'amplitude pour un point autour du trou. On remarque que plus le délaminage est large plus sa détectabilité est meilleure. Pour les défauts de faibles largeurs le contraste est proche de l'unité et le délaminage est pratiquement indétectable.

5.3 Étude expérimentale

Après avoir élaborée une étude paramétrique des éléments influents sur la technique thermo-inductive dédiés à l'inspection des matériaux composites, nous allons menée une étude expérimentale afin de montrer la faisabilité de la méthode et son intérêt.

La figure 5.10a présente le dispositif expérimental étudié. Il s'agit d'une installation typique du CND par la technique thermo-inductive. L'inducteur choisi est de forme U afin d'améliorer les performances comme il a été indiqué dans la section 5.2.2. Pour des raisons pratiques, la caméra infrarouge est placée sur la face opposée de l'inducteur. La caméra enregistre ainsi les températures de la surface inférieure de la plaque.

Deux groupes de spécimens ont été inspectés, le premier est composé de plaques composites trouées avec des délaminages de différentes épaisseurs. Dans le deuxième groupe, des trous non débouchant sur la surface de profondeurs différentes ont été insérés dans des plaques composites. Les propriétés électromagnétiques et thermiques du composite utilisé sont données par le tableau 5.1. Ce matériau (carbone/PEEK Unidirectionnel) a été choisi pour son importante utilisation dans le domaine aéronautique.

Sur la figure 5.11a, un échantillon du premier groupe est montré. Il est composé de deux plaques trouées, de 2mm d'épaisseurs, collées par une colle à base d'époxy. Sur une de ces deux plaques trouées a été insérée un délaminage par usinage de 0.5mm de profondeur. Le

délaminage se trouve alors à 2mm de profondeur de la surface inférieure de la plaque. Le diamètre du trou est choisi de même largeur que l'inducteur. Ce choix a été discuté dans la section 4.4.2.3 du chapitre 4.

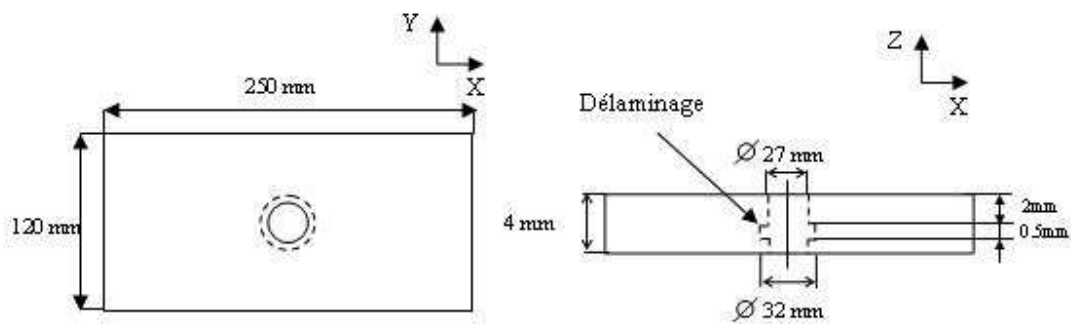


(a) Dispositif expérimental étudié

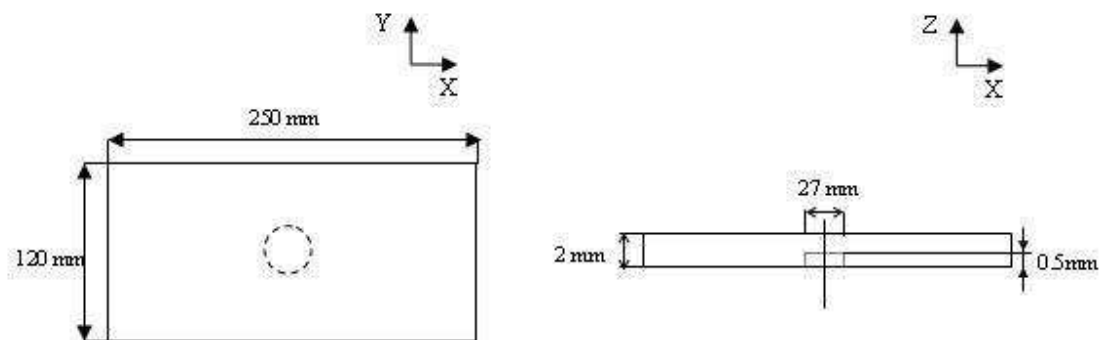


(b) Echantillon de la plaque composite inspectée

FIG. 5.10: Dispositif étudié



(a) Plaque percée avec un délaminage



(b) Plaque avec un trou

FIG. 5.11: Dimensions des échantillons inspectés

La figure 5.11b présente un échantillon du deuxième groupe. C'est une plaque de 2mm d'épaisseur sur laquelle un défaut de 0.5mm de profondeur a été inséré. Ce défaut est de section

circulaire de $27mm$ de diamètre. Pour chaque groupe, des échantillons sans défauts ont été réalisés. Ils sont considérés comme des pièces de référence.

Afin de minimiser les bruits de mesure dus à la contribution de l'environnement et à la variation d'émissivité de la surface des échantillons inspectés, la surface inférieure du spécimen est recouverte par une peinture noire dont l'émissivité se rapproche de 1.

5.3.1 Inspection de la plaque trouée

Une série de simulations et d'expérimentations a été mise en oeuvre pour l'inspection des échantillons de la figure 5.11a. Les résultats montrés dans ce travail correspondent à deux spécimens, le premier est une plaque saine utilisée comme une référence et le deuxième constitue la plaque défectueuse.

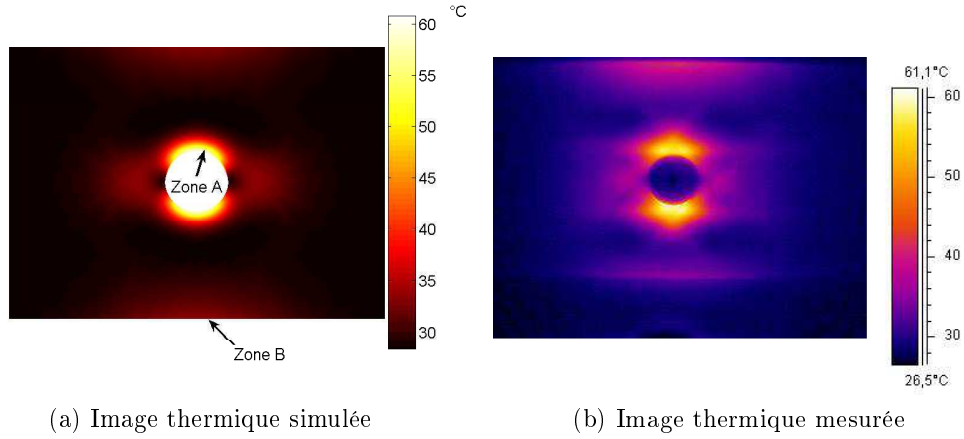
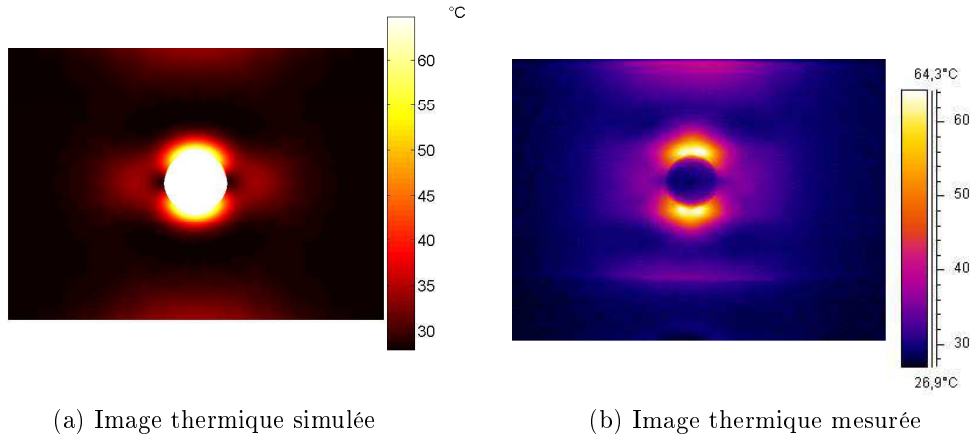
L'échantillon de la figure 5.11a a été chauffée par induction pendant $3s$ avec une fréquence électromagnétique de $277kHz$.

La figure 5.12a présente une cartographie de la température de la surface inférieure de la plaque saine calculée à l'aide de nos modèles numériques à l'instant $t = 3s$. Une élévation de la température sur les bords supérieure et inférieure du trou est remarquée. En effet, les courants induits sont canalisés par la largeur de l'inducteur qui est de même taille que le diamètre du trou. Ils se concentrent alors sur ses bords et créent une source de chaleur supplémentaire (zone A). En plus, une élévation de la température sur les bords de la plaque est observée. Celle-ci peut être expliquée par le bouclage des courants induits sur les bords de la plaque (zone B).

Sur la base des résultats obtenus par simulation, nous avons mis en oeuvre une inspection de la même plaque. La figure 5.13b montre l'image thermique captée par la caméra infrarouge. Les résultats obtenus présentent une bonne concordance de la distribution de la température ainsi qu'en terme d'amplitude.

Des simulations et mesures similaires ont été effectuées pour l'inspection des échantillons avec délaminage. Les figures 5.13a et 5.13b présentent les images thermiques simulées et mesurées au même instant pour une plaque contenant un délaminage de $0.5mm$. La comparaison des deux images conduit aux mêmes constatations. Cependant, la comparaison entre les images avec et sans délaminage montre qu'il existe un écart de température entre les deux cartographies. Cette différence s'accroît sur les bords du trou. Elle est due à la présence du délaminage.

Afin de quantifier cette différence, nous avons calculé et mesuré l'évolution temporelle de la température d'un point autour du trou situé à la surface inférieure de la plaque comme le montre la figure 5.14. La présence du délaminage a pour effet d'augmenter la température de la surface. Pour le spécimen avec défaut, la température maximale est de $65^{\circ}C$. Alors

FIG. 5.12: Cartographie de la température de la surface inférieure de la plaque saine($t = 3s$)FIG. 5.13: Cartographie de la température de la surface inférieure de la plaque avec délaminage($t = 3s$)

que pour la plaque saine, la valeur maximale est de $57^{\circ}C$. Le maximum d'écart atteint un maximum de $8^{\circ}C$ en mesure et de $7^{\circ}C$ en simulation comme le montre la figure 5.15a, puis diminue avec le temps à cause de refroidissement du matériau. Une bonne concordance entre les courbes mesurées et calculées est observée. Cependant, un léger écart est constaté pendant la phase de refroidissement de la plaque. Cette différence peut s'expliquer par les bruits de l'environnement et de mesures dus à la sensibilité de la caméra infrarouge d'une part, et aux difficultés liées à la détermination exacte des propriétés électromagnétiques et thermiques du matériau inspecté d'autre part.

Pour approfondir la comparaison, les contrastes d'amplitude et de phase ont été calculés pour les deux cas. La figure 5.15b montre que le contraste maximum est de l'ordre de 1.145 en mesure et de 1.135 en simulation. La comparaison entre le contraste mesuré et celui obtenu par simulation montre qu'il y a un écart qui devient relativement important avec l'augmentation du temps d'observation. Ceci est du au fait qu'avec l'augmentation du temps

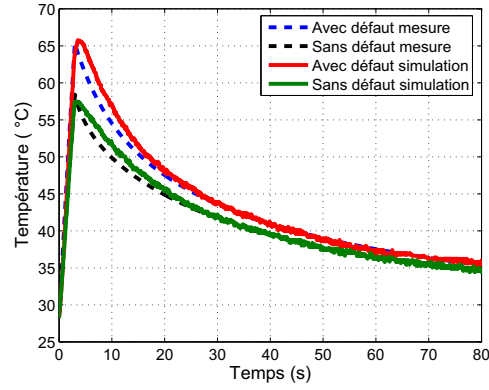
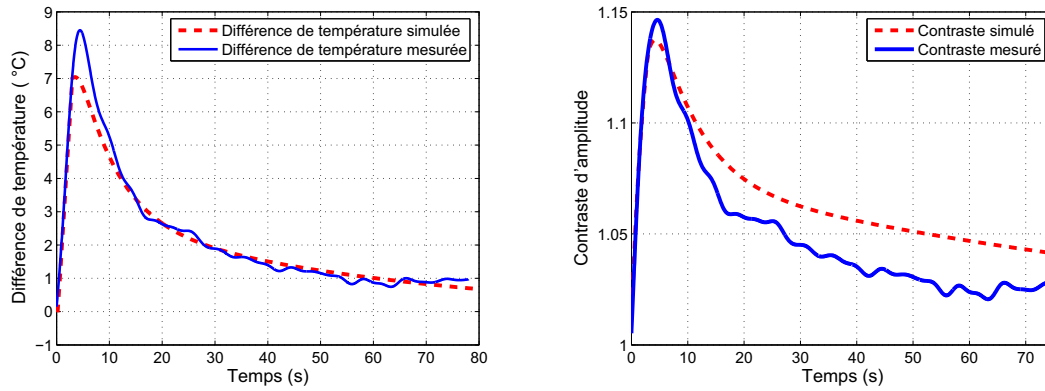


FIG. 5.14: Évolution de la température de la surface simulée et mesurée

d'observation nécessaire pour permettre aux ondes thermiques de se propager, le rapport signal-bruit devient lui aussi plus faible.



(a) Évolution temporelle de la différence de température
 (b) Évolution temporelle du contraste d'amplitude

FIG. 5.15: Différence de température et contraste d'amplitude pour un point sur la face inférieure au centre de la plaque

Sur la phase de la température descendante, nous avons appliqué la transformée de Fourier pour le calcul du contraste de phase. L'évolution de cette grandeur est tracée sur la figure 5.16. L'allure générale des deux courbes est semblable. Cependant, on note que le contraste issu des températures mesurées est très bruité. Ceci est principalement dû aux faibles valeurs de celui-ci qui est de l'ordre de grandeur des bruits d'acquisitions de la caméra infrarouge. Le contraste de phase devient ainsi difficilement exploitable. Il dépend fortement de la qualité des mesures effectuées et du traitement d'images préconisé.

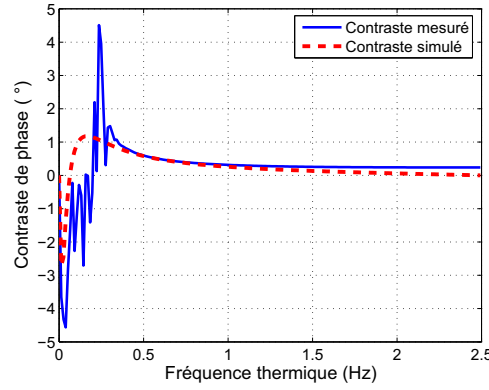


FIG. 5.16: Le contraste de phase en fonction de la fréquence thermique

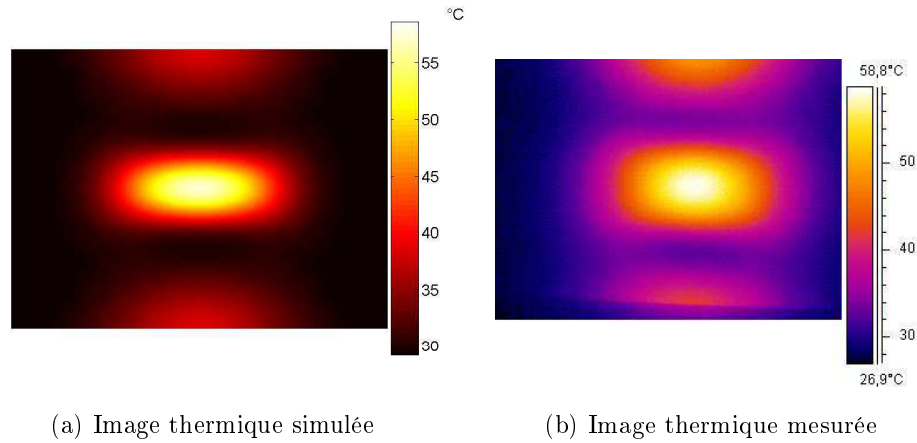
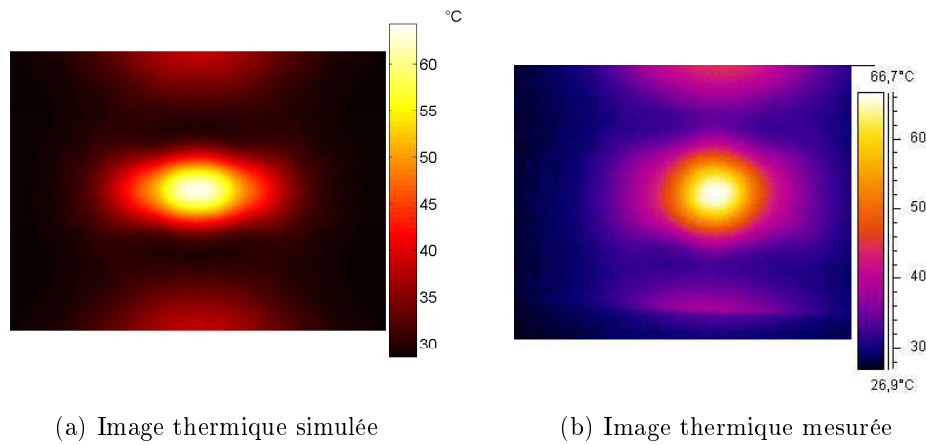
5.3.2 Inspection de la plaque avec un trou débouchant sur une surface

Dans ce cas, les spécimens inspectés sont décrits par la figure 5.11b. Le défaut est un trou inséré dans la face opposée à la face exposée à la caméra infrarouge. Le spécimen inspecté est chauffé pendant 3s avec une fréquence électromagnétique de $373kHz$.

La figure 5.17 présente les images de températures calculée et mesurée sur la surface inférieure de la plaque saine. Les courants induits sont concentrés au dessous de l'inducteur, ce qui se traduit par une hausse de température dans cette zone. Cette dernière est de même forme et largeur que l'inducteur (forme rectangulaire pour l'inducteur en U). En revanche, lorsqu'on visualise les cartographies de température pour les spécimens avec défaut, les images montrent une déformation de la zone chaude au dessous de l'inducteur. En effet, la présence du trou induit des surchauffes supplémentaires. Cette déformation donne une information sur le défaut recherché. Elle permet de prédire sa forme sans pour autant donner une indication sur son ampleur qui sera défini par le calcul du contraste.

Nous avons tout d'abord calculé et mesuré l'évolution temporelle de la température d'un point au centre de la face exposée à la caméra infrarouge. Comme dans le cas du délaminage, la figure 5.19 montre que les modèles numériques donnent des résultats proche de ceux mesurés. La température maximale dans ce cas atteint $70^{\circ}C$ ($69^{\circ}C$ en simulation) pour une plaque avec défaut et une température de $63^{\circ}C$ ($63.5^{\circ}C$ en simulation) pour une plaque saine.

L'évolution de la différence de la température est décrite par la figure 5.20a. Son maximum est de l'ordre de $7^{\circ}C$ en simulation et en mesure. Cet écart dépasse largement le seuil minimum de détection des signaux par la caméra infrarouge. Le contraste d'amplitude quant à lui est maximum à l'instant $t = 5s$ puis décroît avec l'augmentation du temps de l'observation (voir figure 5.20b). Sa valeur maximale mesurée est de l'ordre de 1.14 contre 1.11 en simulation.

FIG. 5.17: Cartographie de la température de la surface inférieure de la plaque saine ($t = 10s$)FIG. 5.18: Cartographie de la température de la surface inférieure de la plaque avec trou ($t = 10s$)

Les résultats de simulation et expérimentaux présentent une assez bonne concordance. Ces écarts pouvant être imputés aux mêmes incertitudes que précédemment.

Enfin, le contraste de phase a été tracé en fonction des fréquences thermiques (figure 5.21). Comme dans le cas de la plaque avec délaminage, le contraste est sensible aux bruits de mesures. Une grande différence entre les mesures et les simulations est constatée. Cette différence rend les mesures inexploitable dans ce cas aux risques d'interprétation éronnées des résultats. Une étude approfondie sur le traitement des images obtenues devra être réalisée pour palier à ce problème.

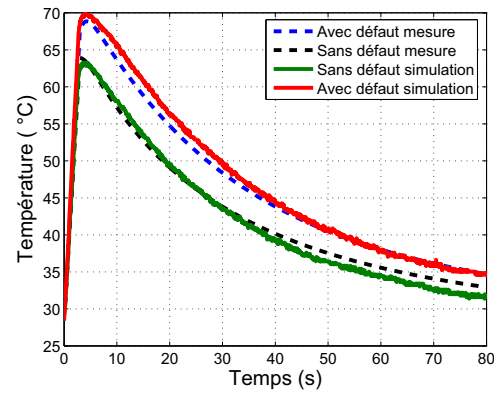
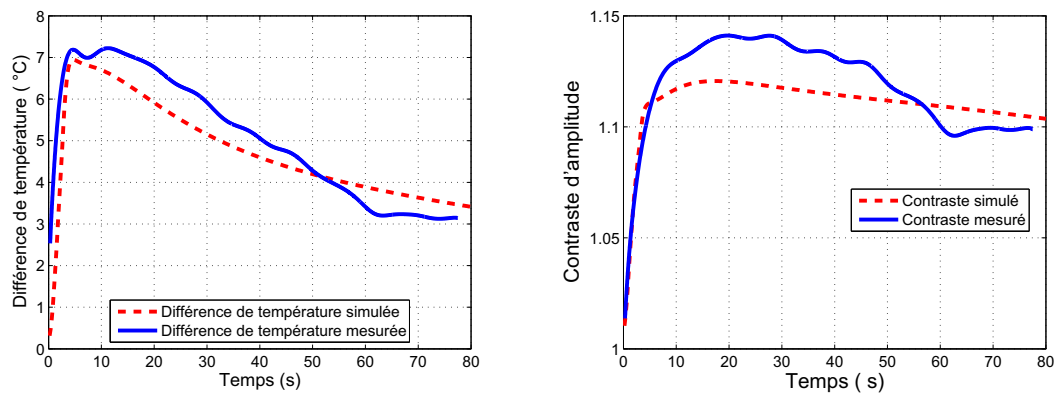


FIG. 5.19: Évolution de la température de la surface simulée et mesurée



(a) Évolution temporelle de la différence de température (b) Évolution temporelle du contraste d'amplitude

FIG. 5.20: Différence de température et contraste d'amplitude pour un point sur la face inférieure au centre de la plaque

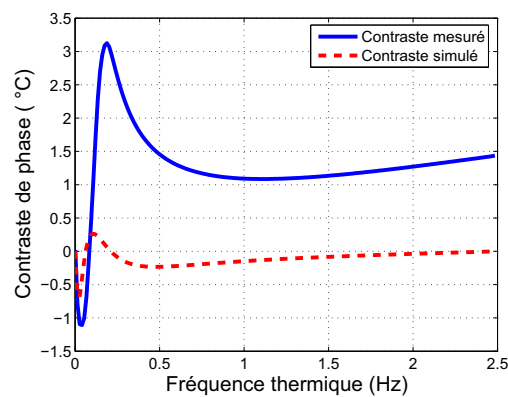


FIG. 5.21: Le contraste de phase en fonction de la fréquence thermique

La mise en oeuvre de la technique thermo-inductive pour l'inspection des plaques composites pour deux type de défauts montre la faisabilité de la technique. L'utilisation du contraste

d'amplitude donne une bonne indication sur les défauts recherchés. Cependant, l'exploitation du contraste de phase est délicate et nécessite un traitement d'images spécifique.

Les simulations et les expérimentations effectuées au chapitre 4 et dans ce chapitre sont loin d'être exhaustives. Cependant, elles peuvent être utilisées comme indicateur pour obtenir quelques lignes directrices d'ordre pratique dans l'utilisation de la technique thermo-inductive. Dans la section suivante, nous présentons ces consignes générales qui rendent cette technique plus efficace.

5.4 Consignes générales

Les résultats de simulation et d'expérimentation obtenus dans les sections précédentes et dans le chapitre 4 montrent que la qualité de la détection des défauts est fortement influencée par la forme de l'inducteur, les caractéristiques physiques de la pièce et des défauts inspectés, la fréquence électromagnétique et le temps de chauffage et d'acquisition. C'est pourquoi des précautions particulières doivent être prises en compte lors d'une inspection par la technique thermo-inductive. Ces précautions sont résumées dans cette section sous forme de consignes générales. Elles comprennent des règles sur le choix du générateur d'induction, sur la position et la conception de l'inducteur, sur la fréquence de chauffage électromagnétique et sur la position et la géométrie des pièces inspectées.

5.4.1 Discussion sur le choix du générateur d'induction et de l'inducteur

Dans l'industrie, les défauts critiques dépendent généralement des contraintes exercées sur les pièces. Ces contraintes sont liées à la nature du fonctionnement et aux opérations auxquelles les pièces sont soumises. Les types et les positions potentiels des défauts sont alors connus préalablement. Cependant leurs amplitudes restent une inconnue critique qu'il faut définir afin d'évaluer leur menace sur la sûreté de fonctionnement. Cette connaissance du type du défaut combinée à celle des propriétés physiques des matériaux permet le bon choix du générateur d'induction et l'adaptation de la forme et la conception de l'inducteur.

En effet, un défaut doit généralement produire un signal thermique supérieur à celui obtenu par les bruits. De plus, les différences de température doivent dépasser le seuil de détection minimum de la caméra infrarouge (NETD - Noise Equivalent Temperature Difference) au risque de ne pas apercevoir l'élévation de la température due à la présence du défaut.

L'élévation ΔT de la température ne doit pas être nécessairement importante. Dans la plupart des cas, une élévation de quelques degrés est suffisante pour que la caméra infrarouge détecte précisément les contrastes d'amplitude et de phase. D'autre part, nous avons démontré que dans la stimulation impulsionnelle, la durée du chauffage t_{ch} est au maximum de l'ordre de la seconde. Ces deux paramètres ont une influence importante sur la puissance du générateur d'induction. En effet, si m est la masse de la pièce inspectée et C_p sa chaleur spécifique, l'énergie nécessaire pour monter de ΔT la température de la pièce est donnée par :

$$W = m \cdot C_p \cdot \Delta T \quad (5.1)$$

La puissance nécessaire est alors :

$$P = \frac{m \cdot C_p \cdot \Delta T}{t_{ch}} \quad (5.2)$$

Comme ΔT est petite, l'énergie consommée peut être faible. En revanche, comme t_{ch} est aussi petit, la puissance que doit fournir le générateur peut être importante. Il est évident que cette formule simplifiée n'est pas applicable pour des pièces complexes du simple fait que la température de ces pièces n'est pas uniforme et qu'elle évolue avec le temps. Mais, la tendance générale reste la même.

Pour la technique thermo-inductive, il faut alors un générateur suffisamment puissant mais utilisé sur une courte durée. Cette conclusion a des conséquences extrêmement importantes sur la conception du générateur à savoir :

- Il n'est pas nécessaire d'avoir un générateur qui délivre une puissance constante sur longue durée. Un système de décharge de type capacitif dans une charge R,L est par exemple envisageable.
- Le temps de chauffe étant faible, les éléments du système tels que les condensateurs et l'inducteur ne subissent pas des élévation de température importantes. Il n'est peut être pas alors nécessaire de les refroidir à l'eau. C'est le cas par exemple du générateur à $50Hz$ utilisé pour l'inspection des pièces ferromagnétiques. Le courant dans l'inducteur était de l'ordre de $1500A$ sans avoir besoin de refroidir l'inducteur. L'absence de refroidissement diminue alors énormément le coût de revient du générateur et par conséquent le prix de l'installation thermo-inductive.

La profondeur de la stimulation thermique conditionne la nature du chauffage souhaité. Cette dernière dépend de la fréquence du chauffage et des propriétés électromagnétiques du matériau inspecté. En effet, dans une inspection thermo-inductive, la plage des fréquences de travail disponible est large ($f_r = 50Hz$ à $f_r = 2Mz$). Elle dépend de la manière avec laquelle les pièces sont inspectées. Une inspection en surface nécessite de travailler avec des fréquences élevées. En revanche, pour les défauts profonds, des basses et moyennes fréquences sont nécessaires. Elle dépend aussi de la nature électromagnétique du matériau inspecté comme il a été montré dans les sections précédentes. Trois groupes peuvent être identifiés :

- Les matériaux ferromagnétiques comme l'acier et le nickel souvent rencontrés dans la sidérurgie et l'industrie automobile. Ils sont caractérisés par une haute perméabilité magnétique et une bonne conductivité électrique. L'épaisseur de peau électromagnétique ne peut pas être définie dans ce cas à cause du comportement non linéaire de la perméabilité magnétique. Cependant, grâce à ces propriétés, la plage de fréquences de travail est relativement faible. Elle est de l'ordre de dizaines de Hz et peut aller jusqu'à des dizaines de kHz . Tout dépend de la profondeur du défaut inspecté comme expliquer dans le paragraphe précédent.

- Les matériaux non ferromagnétiques comme l'aluminium généralement rencontrés dans l'industrie aéronautique. Ils sont souvent de très bon conducteurs électriques. La notion de l'épaisseur de peau électromagnétique peut être définie dans ce cas. Elle est utilisée pour définir la profondeur du chauffage. Les fréquences de travail peuvent atteindre jusqu'à quelques centaines de kHz selon le type de défauts.
- Les matériaux non ferromagnétiques dont la conductivité électrique est faible tels que les matériaux composites qui sont généralement utilisés pour des applications aéronautiques. De part leurs propriétés, l'épaisseur de peau dans ce cas est grande. Les fréquences sont alors élevées et peuvent atteindre quelques MHz voir plus si les moyens technologiques le permettent (les générateurs d'induction actuels sont limités à quelques MHz).

Lors du dimensionnement du générateur d'induction, la nature des matériaux inspectés doit être donc prise en compte pour le choix de la gamme de fréquences utilisées. Le tableau 5.2 résume les propriétés électromagnétiques des matériaux représentatifs des trois groupes définis ainsi que les plages de fréquences nécessaires.

Matériau	$\sigma(\Omega^{-1} \cdot m^{-1})$	μ_r	Plage de fréquences électromagnétiques
Acier XC38	10^7	100 – 10000	dizaines de Hz jusqu'à dizaines de kHz
Aluminium	$3.7 \cdot 10^7$	1	dizaines de Hz jusqu'à centaines de kHz
Composite	$4 \cdot 10^4$	1	centaines de kHz jusqu'à quelques MHz

TAB. 5.2: Propriétés électromagnétique de matériaux souvent rencontrés dans le CND

Dans une inspection par la technique thermo-inductive, la distribution des courants induits dans le spécimen est d'une importance capitale. C'est le rôle de l'inducteur qui définit la manière et les performances du transfert énergétique entre la source et la pièce inspectée. En effet, il faut assurer la maîtrise du transfert entre l'inducteur et le matériau de façon à obtenir la puissance injectée nécessaire avec la distribution des courants induits recherchée. Les applications étudiées montrent que la technique thermo-inductive offre une grande souplesse et une capacité d'adaptation à la géométrie des pièces inspectées en jouant sur la forme de l'inducteur.

Pour une pièce dédiée à une application donnée, la position et la direction des défauts critiques peuvent être estimées préalablement puisque les efforts exercés sur cette pièce sont connus. La conception de l'inducteur doit prendre en considération ces éléments. Sa position et sa forme doivent être établies avec comme objectif l'amélioration des performances et de la sensibilité de la technique. Ceci dépend du type du défaut et de la géométrie de la pièce inspectée. Par exemple, Pour les défauts de surface, les résultats obtenus dans le chapitre 4 section 4.2 montre que la détectabilité des défauts est meilleure lorsque la direction de ces derniers est perpendiculaire à la distribution des courants induits. De plus, nous avons montré qu'il existe un diamètre de l'inducteur pour lequel le rendement du système est maximum. De

même pour le cas de l'inspection des plaques d'aluminium et de composites détaillée dans les chapitres 4 et 5. La forme de l'inducteur est choisie en fonction du contraste thermique optimal et de la zone inspectée.

Dans cette optique, le code de calcul se révèle être indispensable pour un dimensionnement optimal de l'inducteur par la minimisation de fonctions objectif appropriées.

5.4.2 Discussion sur l'acquisition des données

En plus de ces conditions sur le choix du générateur d'induction et de l'inducteur, la détection des défauts dépend aussi de la qualité d'acquisition des données thermographique à l'aide de la caméra infrarouge. Dans le chapitre 4, nous avons montré que l'optimisation du couple temps d'échantillonnage Δt et le temps d'acquisition des données t_{acq} a des conséquences directes sur la qualité de détection des défauts. Cette optimisation prend en compte des propriétés thermiques du matériau et du type du défaut inspecté. En effet, t_{acq} et Δt doivent être choisis en tenant compte des propriétés thermiques du matériau inspecté et de la profondeur du défaut que l'on souhaite révéler. Les matériaux de haute diffusivité thermique tels que l'aluminium nécessitent des Δt petit puisque les variations des phénomènes thermiques sont rapides à l'inverse de ceux dont diffusivité thermique est faible comme les composites. En outre, il convient de considérer que l'inspection des défauts profonds nécessite plus de temps d'acquisition t_{acq} que les défauts peu profonds. Les caméras infrarouges sont caractérisées par leur vitesse d'acquisition des données qui définit le pas d'échantillonnage Δt et leur capacité maximale de stockage des images qui limite t_{acq} . Un compromis doit être considéré entre ces deux paramètres pour améliorer la sensibilité de la technique thermo-inductive.

Le tableau 5.3 résume les choix de Δt et t_{acq} élaborés pour les trois applications étudiées par notre travail.

Matériau	$\alpha(m^2 \cdot s^{-1})$	$\Delta t (s)$	$t_{acq}(s)$
Acier XC38	$127.39 \cdot 10^{-7}$	0.1	5
Aluminium	$975.31 \cdot 10^{-7}$	0.01	5
Composite	$2.19 \cdot 10^{-7}$	0.2	80

TAB. 5.3: Paramètres d'acquisition pour les trois applications étudiées

Notre laboratoire dispose d'une caméra Thermovision 320 dont la vitesse d'enregistrement est de 50 images par seconde et d'une grande capacité de stockage, ce qui est suffisamment élevée pour répondre aux exigences citées pour les deux applications expérimentées dans les chapitres 5 et 4.

5.4.3 Caractérisation des défauts

La caractérisation et la quantification des défauts est l'objectif ultime d'une inspection du contrôle non destructif. Elles comprennent la détermination des caractéristiques géométriques et physiques des défauts telles que sa profondeur, sa taille et sa position. Dans la technique thermo-inductive, deux paramètres discriminants sont utilisés pour la quantification des défauts. Il s'agit des contrastes d'amplitude et de phase. Les diverses applications étudiées ont montré la fiabilité et le pouvoir discriminant des ces deux paramètres.

Défauts de surface

Dans le cas des défauts de surface de type fissure, le contraste thermique est inversement proportionnel à la durée du chauffage. Pour les matériaux de haute diffusivité thermique, il est conseillé de travailler avec des temps de chauffage courts comme il a été détaillé dans la section 5.4.1 du chapitre 4.

En outre, la présence des défauts est caractérisée par deux pointes chaudes à leurs extrémités due à la concentration des courants induits. Cette propriété permet de définir la longueur de la fissure. Quant à sa profondeur, les résultats ont montré que dans le cas des matériaux ferromagnétiques, le contraste maximum est obtenu pour une fréquence d'induction optimale. Cette fréquence est inversement proportionnelle à la profondeur des défauts. Par exemple, pour la pièce d'acier étudiée dans le chapitre 4, le facteur de proportionnalité est de l'ordre de 50. Ce facteur doit être déterminé pour chaque type de pièce et peut être ensuite utilisé pour déterminer la profondeur des défauts. Cependant, si le matériau inspecté est de nature non ferromagnétique, le contraste thermique augmente avec l'élévation de la fréquence électromagnétique et aucune fréquence optimale n'est observée. La profondeur des défauts peut être ainsi estimée à partir des abaques définis pour chaque configuration géométrique des pièces inspectées.

De plus, l'orientation des défauts par rapport aux courants induits est un autre paramètre important pour la sensibilité de la technique thermo-inductive qu'il faut prendre en considération. En effet, lorsque le défaut est parallèle, les courants induits dans la pièce ne sont pas perturbés par la présence de la fissure et la détection devient ainsi impossible. Comme l'orientation des défauts n'est pas connue préalablement, il est donc nécessaire d'effectuer plusieurs inspections en changeant l'orientation du spécimen par rapport à l'inducteur.

Défauts de profondeur

Dans ce cas, le défaut est interne. Les résultats ont montré que l'utilisation conjointe des contrastes d'amplitude et de phase permet une meilleure caractérisation des défauts. Le

contraste d'amplitude donne une bonne indication sur la présence des défauts. L'analyse des résultats à l'aide du contraste de phase permet la détermination de la profondeur des défauts en utilisant la procédure décrite dans la section 4.4.4.2 du chapitre 4. En effet, les simulations montrent que le maximum du contraste d'amplitude est obtenu pour des fréquences électromagnétiques dont l'épaisseur de peau est égale à la moitié de la profondeur du défaut. Il faut alors déterminer cette fréquence par la réalisation de plusieurs essais à fréquences différentes. Le contraste de phase est ensuite calculé pour cette fréquence. A partir de son évolution fréquentielle, une fréquence thermique limite f_b est définie (voir section 4.4.4.2 du chapitre 4). Elle correspond à la fréquence limite pour laquelle un défaut particulier produit assez de contraste de phase pour être visible. Les défauts ne sont pas détectables au delà de cette fréquence thermique.

La procédure de détermination de la profondeur est très sensible au choix des paramètres d'acquisition des données thermiques. Un mauvais choix engendre des erreurs sur l'estimation de la profondeur. Une attention particulière doit être alors accordée à ces paramètres comme il a été montré dans la section 4.2.5 du chapitre 4.

Délaminages

Le délaminage est l'un des défauts les plus observés dans les matériaux composites. De tels défauts évoluent dans une direction parallèle aux couches de fibre de carbone, c'est à dire dans la direction parallèle des courants induits par l'inducteur. Par conséquent, leur présence ne perturbe pas la distribution des courants induits. La détection des défauts dans ce cas est basée sur la perturbation de la distribution du champ de température.

La diffusivité thermique des composites est faible suivant la direction de la profondeur. Les temps d'acquisition des données thermiques devrait être plus importants que pour les cas des plaques d'aluminium ou les pièces d'acier (voir la section 5.4.2).

Les composites sont caractérisés par leur faible conductivité électrique par rapport à l'aluminium. Des fréquences électromagnétiques élevées devrait être alors utilisées. Du fait que l'épaisseur des plaques des composites utilisées dans l'industrie aéronautique soit relativement faible (de l'ordre de quelques *mm*), l'épaisseur de peau correspondante aux fréquences de travail est souvent supérieure à la profondeur du défaut. La procédure de détermination de la profondeur des défauts élaborée pour le cas des plaques d'aluminium n'est alors plus valable.

Toutefois, l'analyse des résultats à base des deux contrastes donne une bonne indication sur les défauts et leurs ampleurs. En revanche, une étude plus approfondie devrait être développée afin de quantifier ces défauts d'une manière plus précise.

5.5 Conclusion

Dans ce chapitre, l'inspection des matériaux composites par la technique thermo-inductive a été étudiée. Une installation typique pour la détection des délaminages a été développée et mise en oeuvre. Les résultats obtenus donnent une bonne indication sur leur comportement. Ces matériaux sont caractérisés par une conductivité électrique faible. Par conséquent, il faut travailler en hautes fréquences (supérieur à $500kHz$) pour obtenir un niveau acceptable de contraste. De plus, leur faible conductivité thermique suivant la direction de la profondeur nécessite l'élévation du temps d'acquisition des données. Comme dans le chapitre précédent, les modèles numériques ont montré leur importance pour la qualification et la caractérisation de l'installation.

A l'issue de cette étude, des consignes générales sur l'utilisation de la technique thermo-inductive ont été élaborées. Ils permettent une détection efficace des défauts. Ces directives passent en revue les conditions nécessaires sur le dimensionnement et la conception des composants de la technique et sur le choix des paramètres d'acquisition des données thermiques. Une discussion sur l'influence des divers paramètres ainsi que sur la caractérisation des défauts a été menée.

Conclusion générale

La complexité grandissante des processus industriels et des pièces fabriquées, les exigences croissantes en termes de sûreté de fonctionnement ainsi que la volonté d'optimisation de la durée de vie des pièces conduisent à mettre en place de nouveaux procédés de CND toujours plus efficaces. Basée sur la combinaison du CND par courants de Foucault et de la thermographie infrarouge, la technique thermo-inductive est une de ces nouvelles méthodes émergentes. Cette association apporte une amélioration notable des performances de détection des défauts. Elle permet également un contrôle non destructif (CND) fiable et rapide. Sa simplicité et son caractère global en font une technique prometteuse pour les applications industrielles notamment dans les secteurs automobile et aéronautique.

Le travail présenté dans ce mémoire consiste en une étude approfondie de cette technique. Après avoir détaillé le principe de base et les champs d'application de la technique, des modèles 1D et 2D pour des problèmes à géométrie simple ont été présentés. Nous avons montré que ces modèles présentent des limitations dès qu'on s'intéresse à des problèmes plus complexes.

Nous avons alors développé un logiciel 3D qui nous permet de disposer d'un outil performant et souple pour la modélisation numérique des phénomènes physiques impliqués dans l'inspection par la technique thermo-inductive. Les différentes étapes nécessaires à la modélisation par la méthode des éléments finis des phénomènes liés à l'électromagnétisme et au transfert thermique ont été rappelées. Les problèmes électromagnétiques et thermiques ont été représentés à l'aide du diagramme de Tonti. La discrétisation des équations de Maxwell a été effectuée en utilisant le complexe des éléments de Whitney. Cet outil tient compte des différentes propriétés physiques des pièces inspectées comme l'anisotropie pour les composites et le comportement non linéaire pour les matériaux ferromagnétiques.

La modélisation des défauts a été prise en compte à l'aide des éléments coques. La procédure générale de leur insertion dans le code éléments finis a également été détaillée.

Le logiciel développé, bien adapté aux problématiques du CND, a été validé par comparaison avec des problèmes-test internationaux. Dans le cadre de notre travail, ce logiciel a été utilisé

comme un outil de support pour les phases de conception et de caractérisation du contrôle non destructif par la technique thermo-inductive.

Trois applications industrielles du CND dans les secteurs automobile et aéronautique ont été étudiées et mises en oeuvre. Ces applications traitent de matériaux de nature différentes (ferromagnétique pour l'acier, non ferromagnétique pour l'aluminium et anisotrope pour les composites) pour des défauts de types variés (défauts de surface, interne et les délaminages). Les résultats obtenus montrent que la pertinence de l'inspection de la technique thermo-inductive dépend de plusieurs paramètres comme les dimensions et la forme de l'inducteur, la fréquence et le temps du chauffage et la nature du défaut. Afin d'étudier l'influence de ces éléments, nous avons utilisé deux paramètres discriminants complémentaires. Le premier est le contraste thermique d'amplitude et le second est le contraste de phase. Leur utilisation conjointe se révèle souvent indispensable pour avoir une exploitation fiable et précise.

Nous avons montré que l'obtention d'un bon contraste de température (d'amplitude ou de phase) dépend d'un choix judicieux du générateur d'induction et de ses paramètres de fonctionnement. Elle dépend également de la forme de l'inducteur, de la nature de la pièce inspectée (géométrie, propriétés électromagnétique et thermique) ainsi que la nature des défauts rencontrés. Tous ces paramètres ont été obtenus et optimisés à l'aide du logiciel de calcul développé. Nous avons pu ainsi définir pour chacune des applications étudiées les plages de fréquences et les formes d'inducteurs les plus adaptés.

Les résultats expérimentaux nous ont montré que la détection et la quantification des défauts sont des procédures délicates en raison de toutes les sources de dégradation des signaux de la caméra infrarouge. Nous avons développé une démarche qui nous permet d'obtenir des images thermiques riches en informations sur les défauts potentiels. Cette démarche est basée sur un choix judicieux du temps d'acquisition et du pas d'échantillonnage. Cette approche contribue à améliorer le contraste entre les zones défectueuses et non défectueuses et par conséquent la détectabilité des défauts.

Les résultats des simulations confirmés par l'exploitation expérimentale des images thermiques nous ont montré la capacité de la technique thermo-inductive à détecter les défauts. Ils ont montré également la possibilité de quantifier certains de leurs paramètres par l'utilisation conjointe des contrastes d'amplitude et de phase. Ce dernier est cependant très sensible aux conditions expérimentales dans le cas des matériaux composites.

Afin de montrer la pertinence de la technique thermo-inductive, une comparaison de la technique thermo-inductive avec la méthode classique de la thermographie infrarouge a été réalisée. Cette comparaison montre que la nouvelle technique est plus efficace en terme de capacité à détecter des défauts.

Le travail effectué dans le cadre de ce mémoire a permis d'établir une base solide pour l'étude de la technique thermo-inductive. Les perspectives de ce travail sont nombreuses et variées :

- Il est indispensable d’enrichir les résultats obtenus dans ce travail par une investigation et une synthèse globale sur les différents types de défauts potentiels par secteurs industriels.
- Dans l’objectif d’une application industrielle de contrôle en ligne, il est intéressant de développer des modèles numériques qui tiennent compte du mouvement de la source électromagnétique ou de la pièce inspectée.
- Notre travail a permis de mettre en évidence une forte sensibilité du contraste de phase pour certains types d’application. Il est alors indispensable d’établir des collaborations avec des laboratoires de traitement d’images pour une meilleure exploitation des résultats.
- Enfin, l’intégration de la technique thermo-inductive dans un processus industriel nécessite soit le développement de modèles d’inversion rapides, soit la mise en place d’abaques.

Annexe A

La phase et l'onde thermique

Soit une plaque infinie d'épaisseur finie. La plaque est chauffée sur sa surface supérieure. Dans ce cas, on considère que la densité de puissance volumique p est égale à zéro. L'équation 2.51 s'écrit alors sous la forme :

$$\frac{d^2 T}{dz^2} - j \cdot \frac{\omega_{th} \cdot \rho \cdot C_p}{\lambda} \cdot T = 0 \quad (\text{A.1})$$

On pose :

$$\gamma^2 = \frac{j \cdot \omega_{th} \cdot \rho \cdot C_p}{\lambda} \Rightarrow \gamma = (1 + j) \cdot \sqrt{\frac{\omega_{th} \cdot \rho \cdot C_p}{2\lambda}} \quad (\text{A.2})$$

On définit l'épaisseur de peau thermique par :

$$\delta_{th} = \sqrt{\frac{2\lambda}{\omega_{th} \cdot \rho \cdot C_p}} \quad (\text{A.3})$$

Alors :

$$\gamma = \frac{1 + j}{\delta_{th}} \quad (\text{A.4})$$

La solution de l'équation A.1 est donnée par :

$$T = A \cdot \cosh(\gamma \cdot z) + B \cdot \sinh(\gamma \cdot z) \quad (\text{A.5})$$

Les conditions aux limites sont les suivantes :

$$\text{à } z = 0 \quad -\lambda \cdot \frac{dT}{dz} = q \quad (\text{A.6})$$

$$\text{à } z = h \quad -\lambda \cdot \frac{dT}{dz} = 0 \quad (\text{A.7})$$

Pour $z = 0$, on a :

$$-\lambda \cdot \frac{dT}{dz} = \left[\frac{1+j}{\delta_{th}} \cdot A \cdot \sinh(\gamma \cdot z) + \frac{1+j}{\delta_{th}} \cdot B \cdot \cosh(\gamma \cdot z) \right] \Big|_{z=0} = q \quad (\text{A.8})$$

B sera donc égale à :

$$B = -\frac{q \cdot \delta_{th}}{\lambda \cdot (1+j)} \quad (\text{A.9})$$

Pour $z = h$, la condition A.7 devient :

$$A \cdot \sinh(\gamma \cdot h) + B \cdot \cosh(\gamma \cdot h) = 0 \quad (\text{A.10})$$

On remplace B par sa valeur, on obtient :

$$A = -B \cdot \frac{\cosh(\gamma \cdot h)}{\sinh(\gamma \cdot h)} = \frac{q \cdot \delta_{th}}{\lambda \cdot (1+j)} \cdot \frac{\cosh(\gamma \cdot h)}{\sinh(\gamma \cdot h)} \quad (\text{A.11})$$

La température de la surface de la plaque ($z = 0$) est donnée par :

$$T(z = 0) = A = \frac{q \cdot \delta_{th}}{\lambda \cdot (1+j)} \cdot \frac{\cosh(\gamma \cdot h)}{\sinh(\gamma \cdot h)} \quad (\text{A.12})$$

Et le déphasage par :

$$\varphi = -45^\circ + \arg\left(\frac{\cosh(\gamma \cdot h)}{\sinh(\gamma \cdot h)}\right) \quad (\text{A.13})$$

On note que le déphasage φ est indépendant du flux q . Il dépend uniquement de la fréquence, des caractéristiques thermiques du matériau et du trajet h qui peut correspondre à la profondeur du défaut.

Annexe B

La relation entre la profondeur et le temps d'observation

Soit une plaque semi-infinie d'épaisseur finie. On impose une température de référence sur la surface de la plaque. Dans ce cas, on considère que la densité de puissance volumique p est égale à zéro. L'équation 2.52 s'écrit alors sous la forme :

$$\frac{\partial^2 T}{\partial z^2} - \frac{1}{\alpha} \cdot \frac{\partial T}{\partial t} = 0 \quad (\text{B.1})$$

où α est la diffusivité thermique de la plaque. Avec les conditions initiales et aux limites suivantes :

$$\text{à } z = 0 \quad T(0, t) = T_0 \quad (\text{B.2})$$

$$\text{à } t = 0 \quad T(z, 0) = 0 \quad (\text{B.3})$$

L'équation B.1 est résolue à l'aide de la transformée de Laplace :

$$\overline{T}(z, p) = \mathbf{L}(T(z, t)) = \int_0^\infty \exp(-pt) \cdot T(z, t) \cdot dt \Rightarrow \frac{d^2 \overline{T}}{dz^2} = q^2 \cdot \overline{T} \quad (\text{B.4})$$

avec $q^2 = \frac{p}{\alpha}$, la condition B.2 devient alors : $\overline{T}_0 = \frac{T_0}{p}$.

après développement la solution est donnée par :

$$\overline{T} = \frac{T_0}{p} \cdot \exp(-q \cdot z) \Rightarrow T(z, t) = T_0 \operatorname{erfc}\left(\frac{z}{2 \cdot \sqrt{\alpha \cdot t}}\right) \quad (\text{B.5})$$

On obtient alors :

$$\frac{T(z, t)}{T_0} = \operatorname{erfcf}\left(\frac{z}{2 \cdot \sqrt{\alpha \cdot t}}\right) \quad (\text{B.6})$$

$\frac{T(z, t)}{T_0}$ représente le rapport entre la température d'un point à l'intérieur de la plaque et la température à la surface. Si, on considère que l'onde thermique a atteint un point donné à partir des rapports $\frac{T(z, t)}{T_0} = 0.5$. Par conséquent, le temps nécessaire t pour que cette onde atteigne ce point est proportionnelle au carré de sa profondeur z . On obtient :

$$\frac{z}{2 \cdot \sqrt{\alpha \cdot t}} = 0.48 \quad (\text{B.7})$$

On a alors :

$$t \approx \frac{z^2}{\alpha} \quad (\text{B.8})$$

Annexe C

Matrices d'incidence

Dans l'espace des éléments de Whitney, les opérateurs **grad**, **rot** et *div* sont remplacé par leur versions discrétisées, ce sont des matrices rectangulaires G de dimension $A \times N$, R de dimension $F \times A$ et D de dimension $V \times A$. Ces matrices expriment les relations topologiques existant entre les noeuds, arêtes, facettes et volumes d'un maillage.

Incidence noeud-arête

Les arêtes sont des éléments géométriques qui sont orientés de manière arbitraire. On peut choisir par exemple, une orientation du noeud ayant l'indice le plus petit à celui ayant l'indice le plus grand. Par définition, l'incidence d'un noeud n dans une arête a vaut :

- $G(a, n) = -1$ si n est le noeud origine de l'arête a .
- $G(a, n) = +1$ si le noeud n est l'extrémité de l'arête a .
- $G(a, n) = 0$ si n n'appartient pas à l'arête a .

Il a été démontré que d'après les propriétés des matrices d'incidence, on a [Refs] :

$$\sum_{i=1}^A G(a_i, n_j) \mathbf{w}_{a_i} = \mathbf{grad} w_{n_j} \quad (\text{C.1})$$

Si une fonction scalaire v_n appartenant à W^0 , et une autre vectorielle $\mathbf{v}_a$ appartenant à $\mathbf{W}^1$, telles que :

$$\mathbf{v}_a = \mathbf{grad} v_n \quad (\text{C.2})$$

on peut montrer que :

$$\mathbf{V}_a = G V_n \quad (\text{C.3})$$

avec $\mathbf{V}_a \in \mathbf{W}^1$, $V_n \in W^0$. La matrice G peut donc être considéré comme l'opérateur discret du gradient.

Incidence arête facette

Les facettes sont des éléments géométriques orientés. L'orientation d'une facette peut être donnée, par convention, par le sens des noeuds croissants dans le cas de facettes triangulaires. De la même façon, l'élément de la matrice d'incidence facette arête R est défini par :

- $R(f, a) = -1$ si, en parcourant la frontière de la facette f dans le sens positif, l'arête a est parcourue dans son sens opposé.
- $R(f, a) = +1$ si, en parcourant la frontière de la facette f dans le sens positif, l'arête a est parcourue dans son sens positif.
- $R(f, a) = 0$ si l'arête a n'appartient pas à la facette f .

Si on prend maintenant une fonction vectorielle $\mathbf{v}_f$ appartenant à W^2 , tel que $\mathbf{v}_f = \mathbf{rot} \mathbf{v}_a$. On peut montrer, en effectuant une démarche équivalente que précédemment, que :

$$\mathbf{V}_f = R \mathbf{V}_a \quad (\text{C.4})$$

avec $\mathbf{V}_f \in \mathbf{W}^2$. La matrice R est considérée donc comme l'opérateur discret du rotationnel.

Incidence facette élément

La matrice incidence facette élément D est définie de la façon suivante :

- $D(v, f) = -1$ si la facette f appartient au volume v et est orientée dans le sens contraire à l'orientation du volume.
- $D(v, f) = +1$ si la facette f appartient au volume v et est orientée dans le sens positif à l'orientation du volume.
- $D(v, f) = 0$ si la facette f n'appartient pas au volume v .

Pour une fonction scalaire u_v appartenant à W^3 et définie telle que $u_v = \text{div} \mathbf{v}_f$. On peut montrer que :

$$U_v = D \mathbf{V}_f \quad (\text{C.5})$$

avec $U_v \in W^3$, D représente l'opérateur discret de la divergence.

Annexe D

L'élément de référence et les fonctions de forme associées

D.1 Transformations géométriques de l'élément réel

Paramétrisation de l'élément réel

Considérons un élément volumique $\mathbf{K}$, dit réel, et notons (x, y, z) les coordonnées d'un point quelconque x dans cet élément. Une certaine paramétrisation de cet élément, c'est à dire :

$$\begin{aligned} x &= x(u, v, w) \\ y &= y(u, v, w) \quad \text{ou } \mathbf{x} = \mathbf{x}(\mathbf{u}) \\ z &= z(u, v, w) \end{aligned} \tag{D.1}$$

où $\mathbf{u} = (u, v, w) \in \mathbf{K}_r$, permet de faire correspondre de biunivoque, tout point (x, y, z) de $\mathbf{K}$ avec un point (u, v, w) de $\mathbf{K}_r$, alors appelé *élément de référence*. La transformation inverse est notée :

$$\mathbf{u} = \mathbf{u}(\mathbf{x}) \tag{D.2}$$

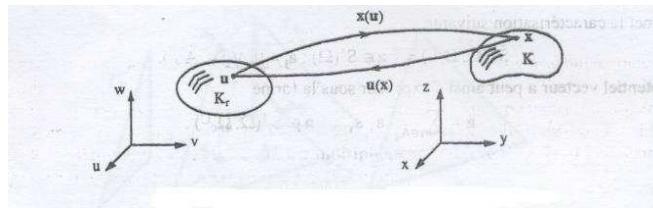


FIG. D.1: Correspondance biunivoque entre $\mathbf{K}$ et $\mathbf{K}_r$

Expression des dérivées, matrice jacobienne de transformation

Les dérivées directionnelles selon les coordonnées réelles et de référence sont reliées selon les relations matricielles suivantes :

$$\begin{bmatrix} \frac{\partial}{\partial u} \\ \frac{\partial}{\partial v} \\ \frac{\partial}{\partial w} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{\partial x}{\partial u} & \frac{\partial y}{\partial u} & \frac{\partial z}{\partial u} \\ \frac{\partial x}{\partial v} & \frac{\partial y}{\partial v} & \frac{\partial z}{\partial v} \\ \frac{\partial x}{\partial w} & \frac{\partial y}{\partial w} & \frac{\partial z}{\partial w} \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} \frac{\partial}{\partial x} \\ \frac{\partial}{\partial y} \\ \frac{\partial}{\partial z} \end{bmatrix} = \mathbf{Jac} \cdot \begin{bmatrix} \frac{\partial}{\partial x} \\ \frac{\partial}{\partial y} \\ \frac{\partial}{\partial z} \end{bmatrix} \quad (\text{D.3})$$

$$\begin{bmatrix} \frac{\partial}{\partial x} \\ \frac{\partial}{\partial y} \\ \frac{\partial}{\partial z} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{\partial u}{\partial x} & \frac{\partial v}{\partial x} & \frac{\partial w}{\partial x} \\ \frac{\partial u}{\partial y} & \frac{\partial v}{\partial y} & \frac{\partial w}{\partial y} \\ \frac{\partial u}{\partial z} & \frac{\partial v}{\partial z} & \frac{\partial w}{\partial z} \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} \frac{\partial}{\partial u} \\ \frac{\partial}{\partial v} \\ \frac{\partial}{\partial w} \end{bmatrix} = \mathbf{Jac}^{-1} \cdot \begin{bmatrix} \frac{\partial}{\partial u} \\ \frac{\partial}{\partial v} \\ \frac{\partial}{\partial w} \end{bmatrix} \quad (\text{D.4})$$

La matrice **Jac** est appelée *matrice jacobienne de transformation*. Les relations D.3 et D.4 peuvent être écrites sous les formes respectives :

$$\frac{\partial}{\partial \mathbf{u}} = \mathbf{Jac} \cdot \frac{\partial}{\partial \mathbf{x}} \quad \text{avec} \quad \mathbf{Jac} = \frac{\partial \mathbf{x}}{\partial \mathbf{u}} \quad (\text{D.5})$$

Il est intéressant de remarquer que les colonnes de $\mathbf{Jac}^{-1}$ (D.4) sont les gradients, par rapport aux coordonnées réelles $\mathbf{x}$, des fonctions $u(\mathbf{x})$, $v(\mathbf{x})$ et $w(\mathbf{x})$. Ces gradients peuvent alors être obtenus à partir des éléments de la matrice **Jac**, et plus précisément à partir des lignes de **Jac**, qui sont $\frac{\partial}{\partial u} \mathbf{x}^T$, $\frac{\partial}{\partial v} \mathbf{x}^T$ et $\frac{\partial}{\partial w} \mathbf{x}^T$ (D.3), et qui sont en générale plus faciles à exprimer. Nous avons donc :

$$\begin{aligned} \mathbf{grad}_{\mathbf{x}} u(\mathbf{x}) &= \left(\frac{\partial}{\partial v} \mathbf{x} \wedge \frac{\partial}{\partial w} \mathbf{x} \right) / \det(\mathbf{Jac}) \\ \mathbf{grad}_{\mathbf{x}} v(\mathbf{x}) &= \left(\frac{\partial}{\partial w} \mathbf{x} \wedge \frac{\partial}{\partial u} \mathbf{x} \right) / \det(\mathbf{Jac}) \\ \mathbf{grad}_{\mathbf{x}} w(\mathbf{x}) &= \left(\frac{\partial}{\partial u} \mathbf{x} \wedge \frac{\partial}{\partial v} \mathbf{x} \right) / \det(\mathbf{Jac}) \end{aligned} \quad (\text{D.6})$$

où $\det(\mathbf{Jac})$ est le déterminant de **Jac** défini par :

$$\det(\mathbf{Jac}) = \frac{\partial \mathbf{x}}{\partial u} \cdot \left(\frac{\partial \mathbf{x}}{\partial v} \wedge \frac{\partial \mathbf{x}}{\partial w} \right) \quad (\text{D.7})$$

Expression des intégrales volumiques

L'intégration volumique d'une fonction f sur l'élément **K** peut se ramener à une intégration sur l'élément **K_r**, donnée par la formule suivante :

$$\int_{\mathbf{K}} f(\mathbf{x}) \cdot d\mathbf{x} = \int_{\mathbf{K}_r} f(\mathbf{x}(\mathbf{u})) \cdot \det(\mathbf{Jac}) \cdot d\mathbf{u} \quad (\text{D.8})$$

D.2 Éléments de référence

Nous définissons ci-après les éléments de référence qui sont associés aux éléments géométriques utilisés pour le maillage, c'est à dire aux tétraèdres. D'autres éléments peuvent être développés tels que les hexaèdres et les prismes qu'il ne font pas partie de notre étude.

Le tétraèdre de référence est un élément à 4 noeuds dont les coordonnées sont données sur la figure []. Les entités géométriques associées, ainsi que leur numérotation, sont mises en évidence sur la figure D.2 et le tableau D.1. Les fonctions de forme nodales et d'arête de cette éléments sont données dans les tableaux D.3 et D.2. Le tableau D.3 reprend la numérotation des facettes. Les matrices d'incidences définis par l'appendice C sont données par D.4, D.5 et D.6.

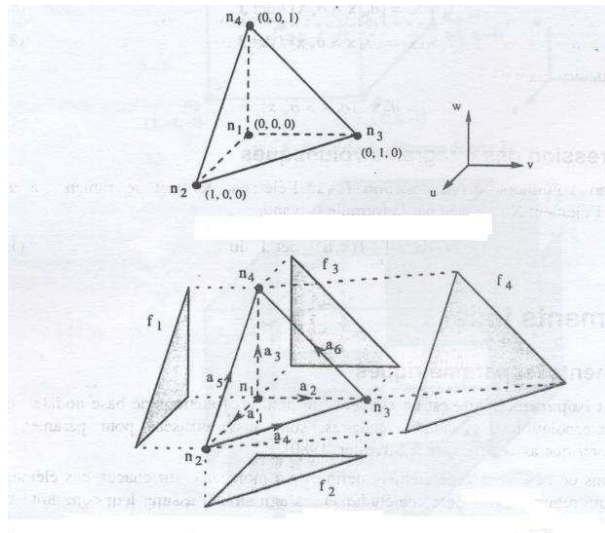


FIG. D.2: Tétraèdre de référence et les différentes numérotations

Entité	Noeud (n_i)	Arête (a_i)	Facette (f_i)	Volume
Nombre	4	6	4	1

TAB. D.1: Entités géométriques définis sur un tétraèdre

Noeuds ($i \in N$)	Fonction de forme nodale (w_n)
1	$1 - u - v - w$
2	u
3	v
4	w

FIG. D.3: Fonctions de forme nodale du tétraèdre

Arête	$a = (i, j)$		$\mathbf{w}_a(\mathbf{u}), \mathbf{u} = (u, v, w)$		
$a \in A$	$i \in N$	$j \in N$	$\mathbf{w}_{a,u}$	$\mathbf{w}_{a,v}$	$\mathbf{w}_{a,w}$
1	1	2	$1 - u - w$	u	u
2	1	3	v	$1 - u - w$	v
3	1	4	w	w	$1 - u - v$
4	2	3	$-v$	u	0
5	2	4	$-w$	0	u
6	3	4	0	$-w$	v

(a) Numérotation des arêtes

(b) Fonctions de forme

TAB. D.2: Numérotation des arêtes du tétraèdre et fonctions de forme d'arête associées

Facette	$f = (i, j, k)$		
$(f \in F)$	$i \in N$	$j \in N$	$k \in N$
1	1	2	3
2	1	2	4
3	1	3	4
4	2	3	4

TAB. D.3: Numérotation des facettes du tétraèdre

Matrice d'incidence arête-noeud

$a \cdot \cdot n$	1	2	3	4
1	-1	+1	0	0
2	-1	0	+1	0
3	-1	0	0	+1
4	0	-1	+1	0
5	0	-1	0	+1
6	0	0	-1	+1

TAB. D.4: Matrice d'incidence arête-noeud représentante du gradient discrétisé (G)

Matrice d'incidence facette-arête

$f \cdot \cdot a$	1	2	3	4	5	6
1	+1	-1	0	+1	0	0
2	+1	0	-1	0	+1	0
3	0	+1	-1	0	0	+1
4	0	0	0	+1	-1	+1

TAB. D.5: Matrice d'incidence arête-noeud représentante du rotationnel discrétisé (R)

Matrice d'incidence élément-facette

$e \cdot f$	1	2	3	4
1	-1	+1	-1	+1

TAB. D.6: Matrice d'incidence élément-facette représentante de divergence discrétisée (D)

Bibliographie

- [Aba01] A. Abakar. *Modélisation Tridimensionnelle de Systèmes Electromagnétiques Comportant des Régions Filaires et des Régions Minces : Application en CEM 50Hz à des dispositifs EDF*. Thèse de doctorat, Institut National Polytechnique de Grenoble, 2001.
- [ANHM06] F.I. Al-Naemi, J.P. Hall, and A.J. Moses. Fem modelling techniques of magnetic flux leakage-type ndt for ferromagnetic plate inspections. *Journal of Magnetism and Magnetic Materials*, 304(2) :790–793, 2006.
- [AR88] A. Albanese and G. Rubinacci. Integral formulation for 3d eddy-current computation using edge elements. *IEE Proceedings*, 135(7) :457–462, 1988.
- [AR90] A. Albanese and G. Rubinacci. Magnetostatic field computations in terms of two component vector potentials. *International Journal of Numerical Methods in Engineering*, 29 :515–532, 1990.
- [Azz00] F. Azzouz. *Contribution à la modélisation de tolles ferromagnétiques par impédance de surface et éléments finis*. Thèse de doctorat, Ecole Doctorale Sciences et Technologies de l’Information et des Matériaux, Université de Nantes - France, 2000.
- [BAL06] H. Berg, K. Alward, and K. Lessmann. Penetrant testing of standard parts, practical examples of process optimization. In *9th European Conference on Non-Destructive Testing (ECNDT 2006)*, Berlin, Germany, novembre 2006.
- [BB86] S.F. Burch and N.K. Bealing. A physical approach to the automated ultrasonic characterization of previous buried weld defects in ferritic steel. *NDT International*, 19(3) :145–153, juin 1986.
- [Ben95] H. Bendada. *Tomographie Infrarouge Stimulée : Estimation d’une Résistance d’interface Non Uniforme*. Thèse de doctorat, Institut National Polytechnique de Lorraine - France, 1995.
- [BJP01] Y. Le Bihan, P.Y. Joubert, and D. Placko. Wall thickness evaluation of single-crystal hollow blades by eddy current sensor. *NDT and E International*, 34(5) :363–368, juin 2001.

- [Bos88] A. Bossavit. Whitney forms : a class of finite elements for three-dimensional computations in electromagnetism. *IEE Proceedings*, 135(8) :493–499, 1988.
- [Bos91] A. Bossavit. *Méthodes numériques en électromagnétisme*. Edition Eyrolles, 1991.
- [Bos93] A. Bossavit. *Electromagnétisme en vue de la modélisation*. Springer-Verlag, 1993.
- [Bos98] A. Bossavit. *Computational electromagnetism*. Academic Press, Boston, 1998.
- [BP89] O. Biro and K. Pries. On the use of the magnetic vector potential in the finite element analysis of 3-d eddy current. *IEEE Transactions on Magnetics*, 25(4) :3145–3159, 1989.
- [Bra65] R. Bracewell. *The Fourier Transform and its Applications*. McGraw-Hill, 1965.
- [Bri74] E.O. Brigham. *The Fast Fourier Transform*. Prentice-Hall, Inc, 1974.
- [BS03] J.P.A. Bastos and N. Sadowski. *Electromagnetic modelling by finite element methods*, volume 1. Marcel Dekker, New York, 2003.
- [Bus79] G. Busse. Optoacoustic phase angle measurement for probing a metal. *Applied Physics Letters*, 35(10) :759, 1979.
- [Bus94] G. Busse. Nondestructive evaluation of polymer materials. *NDT and E International*, 27(5) :253–262, 1994.
- [BWK92] G. Busse, D. WU, and W. Karpen. Thermal wave imaging with phase sensitive modulated thermography. *The European Physical Journal Applied Physics*, 71(8) :3962–3965, 1992.
- [Cas96] K.R. Castleman. *Digital Image Processing*. Prentice-Hall, 1996.
- [CAS05] CLEMENTE IBARRA CASTANEDO. *Quantitative subsurface defect evaluation by pulsed phase thermography : depth retrieval with the phase*. Thèse de doctorat, Faculté des Sciences et de Génie, Université Laval - Québec, 2005.
- [CTHF02] Z. Cheng, N. Takahashi, Q. Hu, and C. Fan. Team-based benchmark family : Problem 21 /21a /21b /21c. In *Fourth International Conference on Computation in Electromagnetics (CEM 2002)*, Bournemouth, UK, 2002.
- [DB74] G. Dahlquist and A. Bjorck. *Numerical methods*. Prentice-Hall, Inc, New Jersey, 1974.
- [DB98] W. Datong and G. Busse. Lock-in thermography for nondestructive evaluation of materials. *Revue générale de thermique*, 37(8) :693–703, 1998.
- [DD68] C.V. Dodd and W.E. Deeds. Analytical solutions to eddy current probe coil problems. *Journal of Applied Physics*, 39(6) :2829–2838, 1968.
- [DEVa] G. DEVELEY. *Chauffage par induction électromagnétique : principes*. Technique de l'ingénieur, D5937.
- [DEVb] G. DEVELEY. *Chauffage par induction électromagnétique : technologie*. Technique de l'ingénieur, D5936.

- [DF] J. Dumont-Fillon. *Contrôle non destructif (CND)*. Technique de l'ingénieur, R1400.
- [DHV88] D.L. Dwoyer, M.Y. Hussaini, and R.G. Voigt. *Finite elements, theory and application*. Springer-Verlag, New York, 1988.
- [DTL05] G. Dhatt, G. Touzot, and E. Lefrançois. *Méthode des éléments finis*. Lavoisier, Paris, 2005.
- [Dul96] P. Dular. *Modélisation du champ magnétique et des courants induits dans des systèmes tridimensionnels non linéaires*. Thèse de doctorat, Faculté des Sciences appliquées, Université Liège - Belgique, 1996.
- [Dur85] P. Durouchoux. La recherche en contrôle non destructifs en france. Technical report, 1985.
- [FNO93] K. Fujiwara, T. Nakata, and N. Okamoto. Method for determining relaxation factor for modified newton-raphson method. *IEEE Transactions on Magnetics*, 29(2) :1962–1965, 1993.
- [FOKA05] K. Fujiwara, Y. Okamoto, A. Kameari, and A. Ahagon. The newton-raphson method accelerated by using a line search-comparison between energy functional and residual minimization. *IEEE Transactions on Magnetics*, 41(5) :1724–1727, 2005.
- [Fou85] F. Fournet. *Electromagnétisme à partir des équations locales*. Edition Masson, 1985.
- [Gau99] G. Gaussorgues. *La thermographie infrarouge*. Technique et documentation, Paris, 1999.
- [gms] Gmsh.
- [Goe90] K. Goebbels. Surface crack detection by magnetic particle inspection. *NDT and E International*, 23(3) :171, juin 1990.
- [GT94] N.A. Golias and T.D. Tsikoubis. Magnetostatics with edge element : a numerical investigation in the choice of the tree. *IEEE Transactions on Magnetics*, 30(5) :2877–2880, 1994.
- [Gué94] C. Guérin. *Détermination des pertes par courants de Foucault dans les cuves de transformateurs. Modélisation de régions minces et prise en compte de saturation des matériaux magnétiques en régime harmonique*. Thèse de doctorat, Institut National Polytechnique de Grenoble - France, 1994.
- [GZ73] R.H. Gallagher and O.C. Zienkiewicz. *Optimum structural design -theory and applications-*. John Wiley and Sons, 1973.
- [Hen04] T. Henneron. *Contribution à la prise en compte des Grandeurs Globales dans les Problèmes d'Electromagnétisme résolus avec la Méthode des Eléments Finis*.

- Thèse de doctorat, Université des sciences et technologies de Lille1 - France, 2004.
- [HH05] Y.Y. Hunga and H.P. Hob. Shearography : An optical measurement technique and applications. *Materials Science and Engineering : R : Reports*, 49(3) :61–87, 2005.
- [HMP⁺07] T. Henneron, Y. Le Menach, F. Piriou, O. Moreau, S. Clénet, and J.-P. Vérité. Source field computation in ndt applications. *IEEE Transactions on Magnetics*, 41(4) :1785–1788, 2007.
- [HOB⁺06] B. Helifa, A. Oulhadj, A. Benbelghit, I.K. Lefkaier, F. Boubenider, and D. Bou-tassouna. Detection and measurement of surface cracks in ferromagnetic mate-rials using eddy current testing. *NDT and E International*, 39(5) :384–390, juin 2006.
- [IW90] F.P. Incropera and D.P. De Witt. *Fundamentals of Heat and Mass Transfer*. John Wiley and Sons, USA, 1990.
- [JDP07] P.Y. Joubert, Y. Le Diraison, and J. Pinassaud. A linear magneto-optical imager for non-destructive evaluation. *International Journal of Applied Electromagne-tics and Mechanics*, 25(1-4) :297–305, 2007.
- [KK93] A. Kameari and K. Koganezawa. Convergence of iccg method in fem using edge elements without gauge condition. *IEEE Transactions on Magnetics*, 33(2) :1958–1961, 1993.
- [Kle03] M. Klein. *Évaluation non destructive de la rupture des armatures de précontrainte des ouvrages d’art par magnétoscopie*. Mémoire de master, Faculté des Études Supérieures de l’Université Laval, Université Laval - Québec, 2003.
- [Kre93] E. Kreyszig. *Advanced Engineering Mathematics*, 7th ed. John Wiley and Sons, Inc, 1993.
- [KW06] C. Kringe and T. Willems. Performance of water-washable, fluorescent penetrants on water-basis as compared to traditional water-washable, fluorescent penetrants on petroleum-basis. In *9th European Conference on Non-Destructive Testing (ECNDT 2006)*, Berlin, Germany, 2006.
- [Lib79] H.L. Libby. *Introduction to electromagnetic non-destructive methods*. Roberty Krieger Publishing Company, 1979.
- [LM99] Y. Le-Menach. *Contribution à la modélisation numérique tridimensionnelle des systèmes électrotechniques : Prise en compte des inducteurs*. Thèse de doctorat, Université des sciences et technologies de Lille1 - France, 1999.
- [Lou07] M. Louaayou. *Contribution à l’étude du CND par thermographie infrarouge sti-mulée par l’induction magnétique*. Thèse de doctorat, Ecole Doctorale Sciences

- et Technologies de l'Information et des Matériaux, Université de Nantes - France, 2007.
- [LPLB06] S.J. Lee, W.S. Park, J.H. Lee, and J.H. Byun. A study on non-contact ultrasonic technique for on-line inspection of cfrp. In *12th A-PCNDT 2006 - Asia Pacific Conference on NDT*, Auckland, New Zealand, 2006.
- [Mal01] X. Maldague. *Theory and Practice of Infrared Thermography for Non Destructive Testing*. John Wiley and Sons, Inc, London, 2001.
- [Mal02] X. Maldague. Introduction to ndt by active infrared thermography. *Materials Evaluation*, 6(9) :1060–1073, 2002.
- [MM96] X. Maldague and S. Marinetti. Pulse phase infrared thermography. *The European Physical Journal Applied Physics*, 79(5) :2694–2698, 1996.
- [MM01] X. Maldague and P.O. Moore. *NDT Handbook on Infrared technology*. ASNT Handbook Series, ASNT Press (American Society for NonDestructive Testing) Press, 2001.
- [NB85] M.H. Nayfeh and M.K. Brussel. *Electricity and magnetism*. John Wiley and Sons, Inc., New York, 1985.
- [NFO92] T. Nakata, K. Fujiwara, and N. Okamoto. Improvements of convergence characteristics of newton-raphson method for nonlinear magnetic field analysis. *IEEE Transactions on Magnetism*, 8(2) :1048–1051, 1992.
- [Nora] AFNOR Norme. <http://www.afnor.org/>.
- [Norb] ASTM Norme. <http://www.astm.org/>.
- [NTF⁺90] T. Nakata, N. Takahashi, K. Fujiwara, K. Mummatsu, and P. Olszewski. Analysis of magnetic fields of 3-d non-linear magnetostatic model (problem13). pages 107–116, 1990.
- [OR70] J.M. Ortega and W.C. Rheinboldt. *Iterative solution of nonlinear equations in several variables*. Academic Press, 1970.
- [OTW06] B. OSWALD-TRANTA and G. WALLY. Thermo-inductive surface crack detection in metallic materials. In *9th European Conference on Non-Destructive Testing (ECNDT 2006)*, Berlin, Germany, 2006.
- [Pat80] S.V. Patankar. *Numerical Heat Transfer and Flow Fluid*, volume 1. McGraw-Hill, New York, 1980.
- [PBEH06] T. Pfeiffer, M. Benza, B. Engelmanna, and P. Hafner. High precision ultrasonic on-machine measurement. *Measurement*, 39(5) :407–414, juin 2006.
- [PCF90] J-P. Pérez, R. Carles, and R. Fleckinger. *Electromagnétisme*. Edition Masson, 1990.

- [Rav08] C. Ravat. *Conception de multicauteurs à courants de Foucault et inversion des signaux associés pour le contrôle non destructif*. Thèse de doctorat, U.F.R. Scientifique d'Orsay, Université de Paris Sud - France, 2008.
- [Ren96] Z. Ren. Influence of the r.h.s. on the convergence behaviour of the curl-curl equation. *IEEE Transactions on Magnetics*, 32(3) :6555–6558, 1996.
- [Ren97] Z. Ren. *Contribution à la modélisation des systèmes électromagnétiques tridimensionnels*. Habilitation à diriger des recherches, Université Paris sud - France, 1997.
- [Ren98] Z. Ren. Degenerated whitney prism elements - general nodal and edge shell elements. *IEEE Transactions on Magnetics*, 34(5) :2547–2550, 1998.
- [Ren99] Z. Ren. Solving 3-d eddy current problem containing thin cracks using dual formulations and shell elements. *IEE Proceedings - Science, Measurement and Technology*, 146(1) :9–14, 1999.
- [RTB96] J.L. Rasolonjanahary, F. Thollon, and N. Burais. Study of eddy currents non destructive testing system in riveted assemblies. *IEEE Transactions on Magnetics*, 32(3) :1585–1588, 1996.
- [RTB⁺08] B. Ramdane, D. Trichet, M. Belkadi, J. Fouladgar, and T. Saidi. Numerical modeling of thermo-inductive ndt. In *Proceedings of 13th IEEE CEFC*, Athens, Greece, 2008.
- [RTBF08] B. Ramdane, D. Trichet, M. Belkadi, and J. Fouladgar. Modélisation numérique 3d de la technique thermo-inductive de contrôle non destructif de pièces conductrices. In *Proceedings Numelec2008*, pages 68–69, décembre 2008.
- [SHM73] T. Shiraiwa, T. Hiroshima, and S. Morishima. An automatic magnetic inspection method using magnetoresistive elements and its application. *International Journal of Applied Electromagnetics and Mechanics*, 31(5) :90–96, 1973.
- [Sil84] M.G. Silk. *Ultrasonic Transducers for Non Destructive Testing*. Adam Hilger Ltd., Accord, MA, USA, 1984.
- [SK02] T. Sakagami and S. Kubo. Development of a new non-destructive testing technique for quantitative evaluations of delamination defects in concrete structures based on phase delay measurement using lock-in thermography. *Infrared Physics and Technology*, 43 :311–316, 2002.
- [Swi07] W. Swiderski. Nondestructive testing of honeycomb type composites by an infrared thermography method. In *4th Pan American Conference for Non Destructive Testing*, Buenos Aires, Argentine, 2007.
- [SWW⁺07] D. Stifter, M. Wurm, K. Wiesauer, K. Nagel, M. Pircher, E. Götzinger, and C. Hitzenberger. Spectral-domain optical coherence tomography : a novel and

- fast tool for ndt. In *In NDT in Progress 2007*, Prague, Czech Republic, novembre 2007.
- [Tec03] AEA Technology. Review and identification of methods for analysing the effect of defects and damage. Technical report, 2003.
- [Tho95] F. Thollon. *Conception et optimisation de capteurs à courants de Foucault pour la détection de défauts profonds dans des matériaux amagnétiques*. Thèse de doctorat, Ecole Doctorale de Lyon des Sciences pour l'Ingénieur : Electronique, Electrotechnique, Automatique, 1995.
- [Tri00] D. Trichet. *Contribution à la modélisation, à la conception et au développement du chauffage par induction des matériaux composites*. Thèse de doctorat, Ecole Doctorale Sciences et Technologies de l'Information et des Matériaux, Université de Nantes - France, 2000.
- [TTIN01] H. Tsuboi, M. Tanaka, K. Ikeda, and K. Nishimura. Computation results of the team workshop problem 7 by finite element methods using tetrahedral and hexahedral elements. *Journal of Materials Processing Technology*, 108 :237–240, 2001.
- [Vas80] C. Vassallo. *Electromagnétisme classique dans la matière*. Dunod, 1980.
- [War67] Mc Gonnagle Warren. *Essais non destructifs, métaux et matériaux*. Eyrolles, Paris, 1967.
- [War89] Mc Gonnagle Warren. *Non destructive evaluation and quality control*, volume 17. American Society for Metals, 1989.
- [Web93] J.P. Webb. Edge elements and what they can do for you. *IEEE Transactions on Magnetics*, 29(2) :1460–1465, 1993.
- [WN06] G. Walle and U. Netzelmann. Thermogrphic crack detection in ferritic steel components using inductive heating. In *9th European Conference on Non-Destructive Testing (ECNDT 2006)*, Berlin, Germany, 2006.
- [YCM00] N. Yusa, Z. Chen, and K. Miya. Quantitative profile evaluation of natural cracks in a steam generator tube from eddy current signals. *International Journal of Applied Electromagnetics and Mechanics*, 12(3-4) :139–150, 2000.

Résumé :

La complexité grandissante des pièces fabriquées et les exigences croissantes en terme de sûreté de fonctionnement conduisent à mettre en place de nouveaux procédés de CND. Dans ce travail, une nouvelle méthode appelée technique thermo-inductive a été développée et étudiée. C'est une combinaison et alternative intéressante du CND par courant de Foucault et de la thermographie infrarouge. Cette méthode est basée sur l'utilisation conjointe des phénomènes électromagnétique et thermique pour avoir une bonne sélectivité des défauts. La pièce inspectée est chauffée par induction et la présence du défaut est révélée par la perturbation des courants induits et du champ de température qui se propage à la surface et peut être ainsi détecté par une caméra infrarouge.

L'étude porte sur la conception, la caractérisation et l'optimisation de cette nouvelle méthode. Dans cet objectif, un logiciel de simulation numérique 3D basé sur la méthode des éléments finis décrit dans l'espace des éléments de Whitney a été développé dans un environnement Matlab®. Le comportement non linéaire et la nature anisotropique des matériaux sont pris en compte par le code développé. Cet outil est bien adapté à la modélisation des défauts grâce aux éléments coques implémentés. Une estimation fiable des caractéristiques géométriques de défauts est obtenue par l'analyse des résultats à l'aide de deux paramètres de discrimination complémentaires que sont les contrastes d'amplitude et de phase. Ces analyses complétées par des essais expérimentaux montrent que la qualité de la détection des défauts est fortement influencée par la forme de l'inducteur, les caractéristiques physiques de la pièce et des défauts, la fréquence électromagnétique et le temps de chauffage et d'acquisition. Une comparaison de la technique thermo-inductive avec la thermographie infrarouge classique montre que cette nouvelle technique est plus efficace en terme de détection de défauts. Des applications industrielles typiques du CND dans les secteurs automobile et aéronautique ont été étudiées et mises en œuvre. Les résultats ont montré la capacité d'adaptation et la pertinence de la technique pour une potentielle intégration dans un processus industriel.

Mots-clés : Contrôle non destructif, thermographie infrarouge, CND par courants de Foucault, modélisation magnétothermique, chauffage par induction, éléments finis 3D, éléments de Whitney, éléments coques.

**Contribution to the three-dimensional modeling of the non-destructive thermo-inductive technique:
Development of a tool for design, analysis and decision support**

Abstract:

The growing complexity of manufactured pieces and the increasing need of reliability lead to development of new processes of NDT. In this work, a new method called the thermo-inductive technique has been developed and studied. It is an interesting alternative of eddy current NDT and infrared thermography. This method is based on the use of both electromagnetic and thermal phenomena in order to obtain a good selectivity of defects. The piece is heated by induction and the presence of default is detected by the perturbation of eddy currents and temperature field which propagates at the piece surface and can be observed by an infra red camera.

The study focuses on the design, characterization and optimization of the new method. In this perspective, a 3D numerical coupled software using Whitney's elements has been developed under Matlab environment. The non linear behaviour and the anisotropy of the different physical properties of materials are taken into account. This tool is well suited for modeling defects thanks to the shell elements implemented in it. A reliable estimation of defect characteristics is obtained by analysing the results using two complementary discrimination parameters which are the temperature and phase contrast. Theses analyses completed by experimental results show that the quality of detection depend largely on the inductor form, the physical properties of the piece, the electromagnetic frequency and the heating and sampling time. A comparison of the thermo-inductive technique with the conventional infrared thermography method showed that the new technique is more efficient in terms of defect detection. Some typical industrial applications of NDT in the aeronautic and automotive sectors have been studied and implemented. The results have demonstrated the relevance of the thermo-inductive technique and its adaptability to a possible integration into an industrial process.

Keywords: Non destructive testing, infrared thermography, Eddy current NDT, magneto-thermal modeling, induction heating, 3D finite elements, Whitney elements, shell elements.

Discipline : Electronique et Génie Electrique